

EXPLORANDO O TEMA CRIPTOGRAFIA NO ENSINO MÉDIO

Código com Função Quadrática

Atividade



Considere a figura 1 e codifique a palavra “O livro é uma caixa mágica.”, utilizando o Código com Função Quadrática, sabendo que a função codificadora é $f(x) = x^2 + 2x + 6$.

Figura 1 - quadro do valor numérico de cada letra.

A	B	C/Ç	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Resolução da atividade

Pode-se resolver a questão, sistematizando as informações relevantes e elaborando estratégias para resolução.

Informação relevante: $A = 1$, $B = 2$, $C = 3$, ... e $f(x) = x^2 + 2x + 6$.

Prevendo resultados: pretende-se que o aluno seja capaz de realizar o cálculo da imagem da função para cada algarismo que corresponde a uma letra e utilize corretamente a calculadora.

A sequência numérica do texto é: 15 – 12 – 9 – 22 – 18 – 15 – 5 – 21 – 13 – 1 – 3 – 1 – 9 – 24 – 1 – 13 – 1 – 7 – 9 – 3 – 1.

Cálculo da imagem de cada algarismo da sequência:

$$f(15) = 15^2 + 2.15 + 6 = 261$$

$$f(18) = 18^2 + 2.18 + 6 = 366$$

$$f(12) = 12^2 + 2.12 + 6 = 174$$

$$f(9) = 9^2 + 2.9 + 6 = 105$$

$$f(5) = 5^2 + 2.5 + 6 = 41$$

$$f(1) = 1^2 + 2.1 + 6 = 9$$

$$f(3) = 3^2 + 2.3 + 6 = 21$$

$$f(21) = 21^2 + 2.21 + 6 = 489$$

$$f(24) = 24^2 + 2.24 + 6 = 630$$

$$f(13) = 13^2 + 2.13 + 6 = 201$$

$$f(22) = 22^2 + 2.22 + 6 = 534$$

$$f(7) = 7^2 + 2.7 + 6 = 69$$

Encontrando como texto codificado, a imagem de cada algarismo na função, sendo: 261 – 174 – 105 – 534 – 366 – 261 – 41 – 489 – 201 – 9 – 21 – 9 – 105 – 630 – 9 – 201 – 9 – 69 – 105 – 21 – 9.

Verificação da estratégia: realiza-se o cálculo da função inversa, para verificar se os resultados encontrados estão corretos.

A função inversa de $f(x) = x^2 + 2x + 6$ é:

$$x^2 + 2x + 6 - y = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 2^2 - 4.1.(6 - y)$$

$$\Delta = 4 - 24 + 4y$$

$$\Delta = -20 + 4y$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{-20 + 4y}}{2.1}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{-5 + y}}{2}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{-5 + y}$$

Logo, a função inversa corresponde a $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{-5 + x}$.

