

Utilizando o aplicativo Geogebra para conhecer as funções Seno e Cosseno

**Função Seno**

A projeção da função seno será sempre no eixo das \_\_\_\_\_.

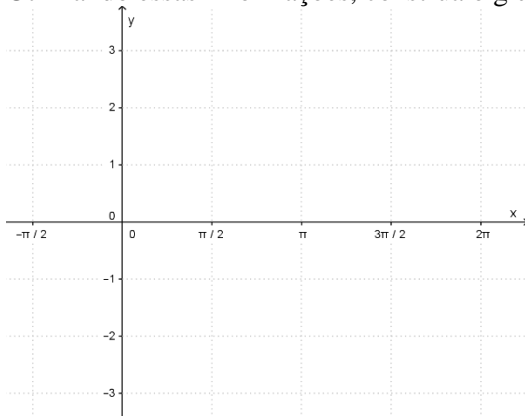
**Atividade 1:**

Utilizando o aplicativo Círculo Trigonométrico, complete as tabelas a seguir:

ARCO	SINAL SENO
1º quadrante	
2º quadrante	
3º quadrante	
4º quadrante	

ARCOS	SENO
0	
$\frac{\pi}{6}$	
$\frac{\pi}{4}$	
$\frac{\pi}{3}$	
$\frac{\pi}{2}$	
$\pi$	
$\frac{3\pi}{2}$	
$2\pi$	

Utilizando essas informações, construa o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}(x)$ , no plano cartesiano a seguir:



Verifique se sua construção está correta, utilizando o aplicativo Geogebra.

## Transformações da função seno

### **Atividade 2:**

- 1) Utilizando o aplicativo Geogebra, plote o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = 2 \cdot \text{sen}(x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

### **Atividade 3:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = 3 \cdot \text{sen}(x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

### **Atividade 4:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \text{sen}(x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

### **Atividade 5:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = -\text{sen}(x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

### **Atividade 6:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

### **Atividade 7:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}(2x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

### **Atividade 8:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

### **Atividade 9:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

### **Atividade 10:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, insira as seguintes leis de formação:
  - a)  $y = 1 + \text{sen}(x)$
  - b)  $y = 2 + \text{sen}(x)$
  - c)  $y = 1 - \text{sen}(x)$
  - d)  $y = 2 - \text{sen}(x)$
  - e)  $y = -1 + \text{sen}(x)$
  - f)  $y = -1 - \text{sen}(x)$

Anote quais foram as alterações ocorridas.

**Exercício:**

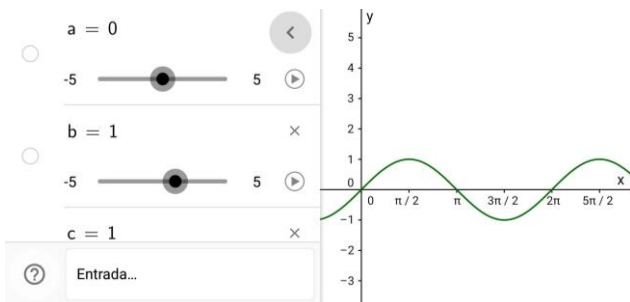
1) Complete o quadro, com o que se pede:

Função	Imagem da função	Amplitude	Período
$y = \text{sen}(x)$	$[-1,1]$	1	$2\pi$
$y = \frac{1}{3}\text{sen}(x)$			
$y = \text{sen}\left(\frac{x}{3}\right)$			
$y = 5\text{sen}(x)$			
$y = -\text{sen}(x)$			
$y = -3\text{sen}(x)$			
$y = -\frac{1}{2}\text{sen}(x)$			
$y = \text{sen}(2x)$			
$y = \text{sen}(3x)$			
$y = \text{sen}(-2x)$			
$y = \text{sen}(-3x)$			
$y = \text{sen}\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$			
$y = -3 + \text{sen}(x)$			
$y = 3 + \text{sen}(x)$			
$y = 3 - \text{sen}(x)$			
$y = 2 + \text{sen}(x)$			
$y = \text{sen}(x) + 2$			

**Atividade 11: Investigando os efeitos dos parâmetros  $a, b, c$  e  $d$  em  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ .**

No Geogebra, insira  $f(x) = a \cdot \text{sen}(b \cdot x + c) + d$ .

Os controles deslizantes dos parâmetros  $a, b, c$  e  $d$  serão disponibilizados na janela algébrica.



Movimente os controles deslizantes de  $a, b, c$  e  $d$ , para que sejam,  $a = 0, b = 1, c = 1$  e  $d = 0$ . Observe que ao zerar os parâmetros  $c$  e  $d$ , e igualar a 1 os parâmetros  $a$  e  $b$ , teremos a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

Agora, utilize os controles deslizantes dos parâmetros  $a, b, c$  e  $d$  e responda as seguintes perguntas:

- 1) Movimentando o controle deslizante de  $a$ , o que altera na função  $y = \text{sen}(x)$ .
- 2) Movimentando o controle deslizante de  $b$ , o que altera na função  $y = \text{sen}(x)$ .
- 3) Movimentando o controle deslizante de  $c$ , o que altera na função  $y = \text{sen}(x)$ .
- 4) Movimentando o controle deslizante de  $d$ , o que altera na função  $y = \text{sen}(x)$ .

# Função Cosseno

A projeção da função cosseno será sempre no eixo das \_\_\_\_\_.

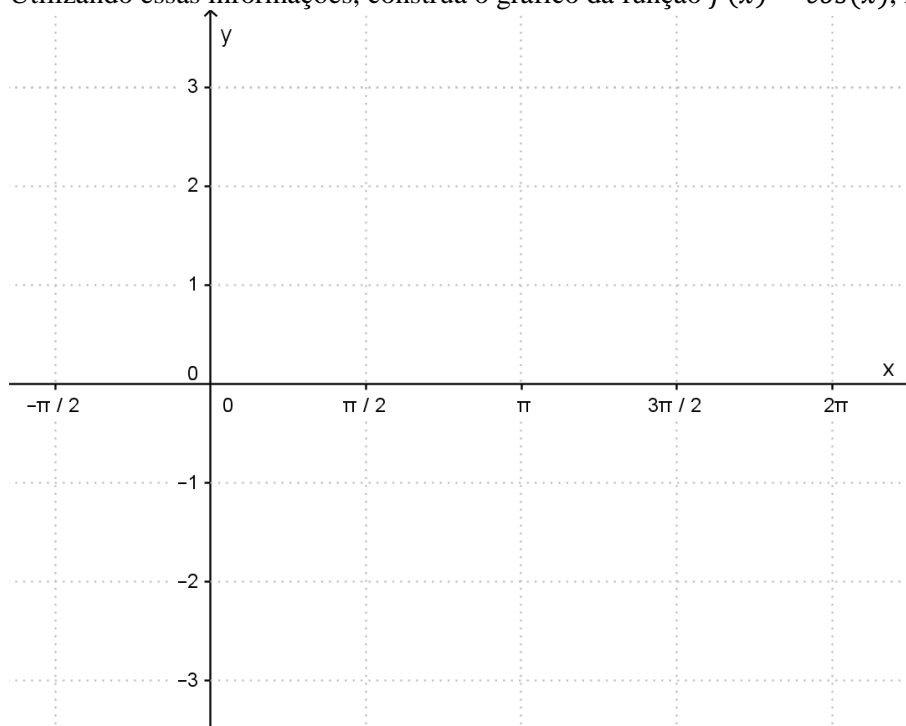
## Atividade 1:

Utilizando o aplicativo Círculo Trigonométrico, complete as tabelas a seguir:

ARCO	SINAL COSSENO
1° quadrante	
2° quadrante	
3° quadrante	
4° quadrante	

ARCO	COSSENO
0	
$\frac{\pi}{6}$	
$\frac{\pi}{4}$	
$\frac{\pi}{3}$	
$\frac{\pi}{2}$	
$\pi$	
$\frac{3\pi}{2}$	
$2\pi$	

Utilizando essas informações, construa o gráfico da função  $f(x) = \cos(x)$ , no plano cartesiano a seguir:



Verifique se sua construção está correta, utilizando o aplicativo Geogebra.

**Atividade 2:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = 2 \cdot \cos(x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \cos(x)$ .

**Atividade 3:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = 3 \cdot \cos(x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \cos(x)$ .

**Atividade 4:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos(x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \cos(x)$ .

**Atividade 5:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = -\cos(x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \sin(x)$ .

**Atividade 6:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \cos(2x)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \cos(x)$ .

**Atividade 7:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \cos(x)$ .

**Atividade 8:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \cos(x)$ .

**Atividade 9:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, plote o gráfico da função  $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .
- 3) Faça um *print* da tela e escreva as mudanças que ocorreram em relação a função  $f(x) = \cos(x)$ .

**Atividade 10:**

- 1) Abra uma nova janela gráfica com a função  $f(x) = \cos(x)$ .
- 2) Nessa mesma janela gráfica, insira as seguintes leis de formação:
  - a)  $y = 1 + \cos(x)$
  - b)  $y = 2 + \cos(x)$
  - c)  $y = 1 - \cos(x)$
  - d)  $y = 2 - \cos(x)$
  - e)  $y = -3 + \cos(x)$
  - f)  $y = -1 + \cos(x)$

Anote quais foram as alterações ocorridas.

**Exercícios:**

1) Complete o quadro com o que se pede:

FUNÇÃO	IMAGEM DA FUNÇÃO	AMPLITUDE	PERÍODO
$y = \cos(x)$	$[-1,1]$	1	$2\pi$
$y = \frac{1}{3}\cos(x)$			
$y = 5\cos(x)$			
$y = 5\cos(x)$			
$y = -\cos(x)$			
$y = -3\cos(x)$			
$y = -\frac{1}{2}\cos(x)$			
$y = \cos(2x)$			
$y = \cos(3x)$			
$y = \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$			
$y = -3 + \cos(x)$			
$y = 3 + \cos(x)$			
$y = 3 - \cos(x)$			
$y = \cos(-3x)$			
$y = \cos(-2x)$			
$y = 2 + \cos(x)$			
$y = \cos(x) + 2$			

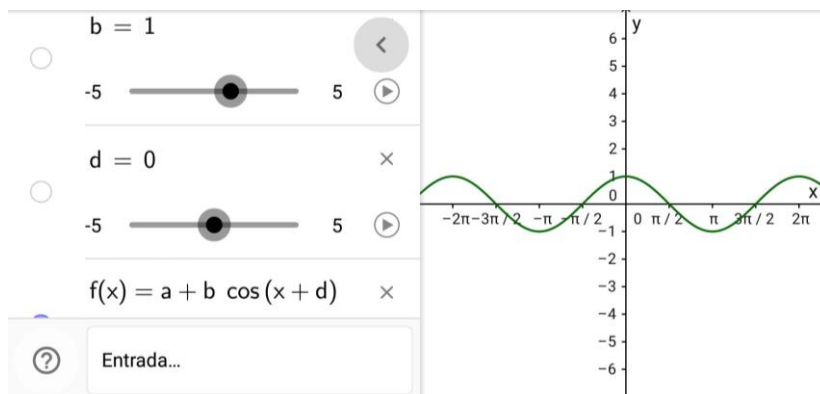
2) Esboce o gráfico das seguintes funções manualmente e depois, verifique se a curva construída está correta, utilizando o aplicativo Geogebra.

- a)  $y = 1 + 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$
- b)  $y = 1 - 2\cos\left(\frac{x}{2} + \pi\right)$

### Atividade 11: Investigando os efeitos dos parâmetros $a, b, c$ e $d$ em $f(x) = a + b \cdot \cos(cx + d)$ .

Insira no Geogebra, a função  $f(x) = a + b \cdot \cos(cx + d)$ .

Os controles deslizantes dos parâmetros  $a, b, c$  e  $d$  serão disponibilizados na janela algébrica.



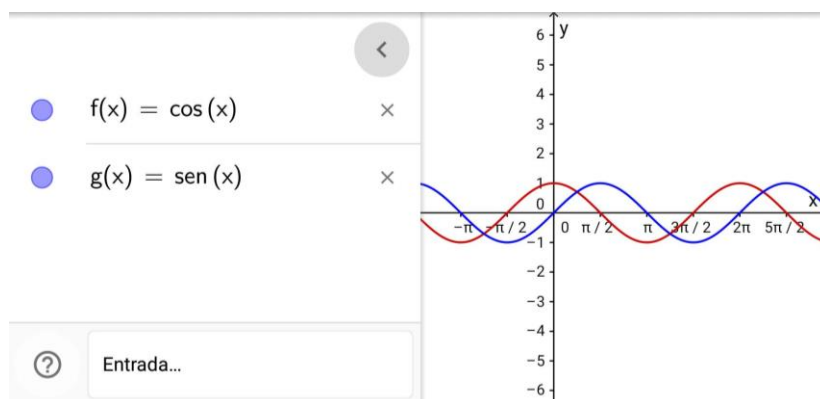
Movimente os controles deslizantes de  $a, b, c$  e  $d$ , para que sejam,  $a = 1, b = 1, c = 0$  e  $d = 0$ . Observe que ao zerar os parâmetros  $c$  e  $d$ , e igualar a 1 os parâmetros  $a$  e  $b$ , teremos a função  $f(x) = \cos(x)$ .

Use os controles deslizantes dos parâmetros  $a, b, c$  e  $d$  e responda as seguintes perguntas:

- 1) Movimentando o controle deslizante de  $a$ , o que altera na função  $y = \cos(x)$ .
- 2) Movimentando o controle deslizante de  $b$ , o que altera na função  $y = \cos(x)$ .
- 3) Movimentando o controle deslizante de  $c$ , o que altera na função  $y = \cos(x)$ .
- 4) Movimentando o controle deslizante de  $d$ , o que altera na função  $y = \cos(x)$ .

## Comparando as funções seno e cosseno

No Geogebra, insira as funções  $f(x) = \sin(x)$  e  $g(x) = \cos(x)$ , diferenciando-as por cor em uma mesma janela gráfica.



- a) Quais são as diferenças que você pode perceber entre as funções seno e cosseno?
- b) O que pode ser verificado em relação aos conjuntos imagens das funções seno e cosseno?
- c) A amplitude das duas funções é a mesma?
- d) Podemos concluir que o período das duas funções é o mesmo?

### Curiosidade:

Plote, na mesma janela gráfica, do aplicativo Geogebra, as funções  $y = \sin(x + \pi)$  e  $y = \sin(x - \pi)$ . Faça o mesmo para as funções  $y = \cos(x + \pi)$  e  $y = \cos(x - \pi)$ . Observe o que acontece nesses casos.