UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ANDRIELLY VIANA LEMOS

RECUPERAÇÃO DE CONTEÚDOS: DESENVOLVENDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE EQUAÇÕES DE 1º GRAU DISPONÍVEL NO SISTEMA INTEGRADO DE ENSINO E APRENDIZAGEM (SIENA)

Canoas, 2013

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ANDRIELLY VIANA LEMOS

RECUPERAÇÃO DE CONTEÚDOS: DESENVOLVENDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE EQUAÇÕES DE 1º GRAU DISPONÍVEL NO SISTEMA INTEGRADO DE ENSINO E APRENDIZAGEM (SIENA)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Dra. Carmen Teresa Kaiber

Canoas, 2013

ANDRIELLY VIANA LEMOS

RECUPERAÇÃO DE CONTEÚDOS: DESENVOLVENDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE EQUAÇÕES DE 1º GRAU DISPONÍVEL NO SISTEMA INTEGRADO DE ENSINO E APRENDIZAGEM (SIENA)

Orientadora: Profª. Dra. Carmen Teresa Kaiber

Dissertação apresentada ao Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Área de Concentração: Ensino e Aprendizagem em Ensino de Ciências e Matemática

Data de aprovação: 03 de abril de 2013.

BANCA EXAMINADORA

Profª. Dra. Maria Cristina Kessler – Universidade do Vale dos Sinos (UNISINOS)

Profª. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald – Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Profª. Dra. Marlise Geller – Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

DEDICATÓRIA

A toda minha família, pela compreensão e apoio de sempre. Em especial, aos meus pais e meu marido Rafael**.**

AGRADECIMENTOS

À minha família, pelo apoio nesta etapa da minha vida e pela compreensão que tiveram nos momentos em que não pude estar presente. Agradeço, em especial, ao Rafa, pela paciência e por estar sempre ao meu lado me apoiando.

À minha orientadora, professora Carmen Kaiber, pela amizade, dedicação, paciência e sabedoria que disponibilizou para a realização deste trabalho.

Aos colegas do PPGECIM, pelos conhecimentos compartilhados, pelos trabalhos e estudos realizados, e especialmente pelas amizades construídas. Agradeço, em especial, aos meus amigos que me acompanham desde a nossa graduação, Alexandre e Lucas, pelo companheirismo e amizade. Estamos vencendo mais esta etapa juntos, meninos.

Aos professores do PPGECIM, pelos conhecimentos compartilhados e as discussões proporcionadas. Em especial, a professora Tania Seibert e a professora Claudia Lisete Oliveira Groenwald pela amizade e confiança que sempre tiveram comigo.

Aos alunos e professores participantes da investigação, pelo apoio e comprometimento que disponibilizaram.

À banca examinadora, formada pelas professoras Doutoras, Maria Cristina Kessler, Claudia Lisete Oliveira Groenwald e Marlise Geller pelas considerações realizadas para o aprimoramento do trabalho.

Agradeço, também, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela oportunidade de desenvolver este trabalho como bolsista do Projeto Observatório de Educação.

RESUMO

O presente trabalho busca investigar em que medida uma Sequência Didática Eletrônica, com o tema equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), favorece a recuperação de conteúdos para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Para o desenvolvimento da Sequência Didática Eletrônica, foram investigados elementos das Tecnologias da Informação e Comunicação que pudessem se constituir em ambiente facilitador para a recuperação de conteúdos. Optou-se por utilizar o SIENA, pois o mesmo possibilita que sejam disponibilizados, aos estudantes, testes adaptativos, os quais permitem a geração de um mapa individualizado que apresenta o desempenho dos mesmos. A partir desse desempenho, alunos que apresentem dificuldades podem acessar sequências didáticas específicas, as quais são constituídas por materiais de estudo, buscando uma retomada de ideias, conceitos e procedimentos, assim como por atividades criadas nos *software* JClic *e* Scratch, utilização de jogos, atividades *online*, objetos de aprendizagem e vídeos. A Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau está estruturada em torno de seis conceitos principais: Expressões Algébricas, Igualdade e Equivalência, Conceito de Equação, Resolução de Equações de 1º grau I, Resolução de Equações de 1º grau II e Situações Problemas, a partir dos quais são disponibilizados os testes adaptativos e as sequências didáticas específicas. A investigação foi realizada com um grupo de 21 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, em sete encontros semanais nos quais os alunos realizavam os testes adaptativos e estudavam por meio das sequências didáticas, à medida que apresentavam dificuldades. Os instrumentos de coleta de dados utilizados na investigação foram questionários, entrevista semiestruturada com os professores titulares, banco de dados do SIENA, produções dos alunos, gravações em áudio e vídeo e observação participante da pesquisadora. Resultados apontam que o trabalho auxiliou os alunos na superação das dificuldades em relação ao tema, principalmente, na compreensão das equações como igualdade, na representação de situações problemas por meio de equações e na utilização dos procedimentos para resolução. Assim, considera-se que a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, possibilitou aos alunos uma retomada dos conceitos e procedimentos em torno das Equações de 1º grau, favorecendo a recuperação individualizada do conteúdo e a superação de dificuldades.

Palavras-chave: Recuperação de Conteúdos. Sequência Didática Eletrônica. Equações de 1º grau. Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem. Tecnologias da Informação e Comunicação.

ABSTRACT

The present study investigated the extent in which an Electronic Didactic Sequence, covering first-degree equations and available in the Teaching and Learning Integrated System (SIENA) favors the recovery of teaching contents for 12^{th}-grade pupils in Intermediate School. The Electronic Didactic Sequence was developed based on Information and Communication Technology elements as an environment to promote content recovery. The Didactic Sequence was included in SIENA, which makes adaptive tests available to pupils. These tests in turn generate a map of individual pupil performance. Based on this performance, specific didactic sequences are made available for the recovery of pupils who face difficulties. The specific didactic sequences developed for content recovery include study materials designed to review ideas, concepts and procedures, as well as activities carried out using the softwares JClic and Scratch, games, online tasks, learning objects and videos. The First-degree Equations Electronic Didactic Sequence structure is based on six main concepts: Algebra Expressions, Equality and Equivalence, Concept of Equation, Solving First-degree Equations Part I, Solving First-degree Equations Part II, and Problem Situations, which include adaptive tests and specific didactic sequences. Twenty-one 12^{th}-grade pupils of an Intermediate School took part in this study. Weekly meetings were held, when pupils took adaptive tests and studied topics using didactic sequences, in line with the difficulties they presented. Data were collected using questionnaires, a semi-structured interview with teachers, the SIENA databank, the pupils' own work, audio and video recordings, and direct observation by the researcher. The results indicate that the efforts helped pupils in overcoming the difficulties with the topics, mainly in the understanding of equation as equality, the representation of problems using equations, and the use of procedures to solve problems. In this sense, the Electronic Didactic Sequence First-degree Equations helped pupils to review concepts and procedures concerning First-degree Equations, promoting recovery of contents and overcoming difficulties.

Keywords: Content Recovery. Electronic Didactic Sequence. First-degree Equations. Teaching and Learning Integrated System. Information and Communication Technolo

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Segundo Araújo e Cardoso (2006), o número de alunos considerados pelos professores com dificuldades na apropriação dos conceitos matemáticos é elevado e uma constante nas escolas. Consideram ainda que, em vez da superação dessas dificuldades, os estudantes vão acumulando outras, à medida que novos conceitos são apresentados. Como consequência, passam a ser estigmatizados como incapazes para a Matemática, engrossando as estatísticas da reprovação e exclusão escolar.

Machado et al. (2011) ponderam que a reprovação, em Matemática, está relacionada ao fato de que os estudantes não conseguem entender e se apropriar da Matemática que a escola lhes ensina e, mesmo quando aprovados, muitas vezes sentem dificuldades em utilizar os conhecimentos matemáticos teoricamente aprendidos. Por outro lado apontam que os professores, conscientes de que não conseguem resultados satisfatórios junto a seus alunos e das dificuldades de, por si só, repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico, se lançam a procura de novos elementos que venham contribuir positivamente para o processo de ensino e aprendizagem.

Diante deste contexto sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos, Machado (2010) pondera que a recuperação de conteúdos deve ocorrer ao longo do processo de ensino e aprendizagem, o que possibilita aos estudantes retomar ideias e conceitos não assimilados ou compreendidos, evitando acúmulos de dúvidas e incertezas além de uma carga excessiva de questões a serem retomadas ao fim do processo. O autor vê essa alternativa como a mais adequada e considera que os professores devem buscar novas estratégias para a retomada dos conteúdos a serem recuperados. Para o autor, “uma forma alternativa de trabalho, que poderia ser aplicada não apenas na recuperação, seria a utilização de jogos, projetos interativos [...]” (MACHADO, 2010, p.1), destacando, também, o que considera essencial no que se refere à recuperação.

> O importante é que a recuperação seja repensada e assumida como um dos grandes desafios da educação. O essencial é que os educadores assumam o compromisso de fazer com que o processo de recuperação seja reorganizado para que se torne ferramenta eficaz no combate as dificuldades e problemas verificados na aprendizagem dos conteúdos previstos para cada ano escolar (MACHADO, 2010, p.1).

Concorda-se com o autor, tanto quanto ao desenvolvimento da recuperação de conteúdos ao longo do processo de aprendizagem, como no que se refere ao desenvolvimento de propostas que resgatem a posição da recuperação de conteúdos como elemento necessário e importante. Particularmente, no que diz respeito à aprendizagem em Matemática, objeto de estudo na presente investigação, a frequência com que os estudantes apresentam baixo desempenho e rendimento remete a necessidade de se organizar propostas que permitam uma retomada dos conteúdos e procedimentos que, em um primeiro momento, não foram aprendidos como se esperava.

Argumenta-se, ainda, que a recuperação de conteúdos, além de se constituir em ferramenta eficaz no combate as dificuldades dos estudantes, também é um direito do aluno, conforme previsto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996), onde consta que a escola deve prover meios para a recuperação dos alunos de menor rendimento.

Diante da necessidade e pertinência de ocorrer recuperações de conteúdos, a presente investigação busca estruturar e avaliar uma proposta de recuperação para o conteúdo equações de 1º grau, por meio de uma sequência didática, utilizando como apoio as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Segundo Ponte (2001), as ferramentas advindas das TIC possibilitam uma abordagem inovadora, reforçando o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, relativizando a importância do cálculo e da manipulação simbólica.

Aponta-se como aspecto relevante do uso das TIC, a possibilidade de explorar e utilizar os recursos e ferramentas disponíveis, sendo eles *softwares*, *sites*, jogos, vídeos, entre outros. Particularmente, apresenta-se o Sistema Integrado de Ensino Aprendizagem (SIENA) como um recurso que será amplamente utilizado nessa investigação. O SIENA é um sistema para apoio ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo qualquer, que permite disponibilizar testes a serem realizados pelos estudantes, a partir dos quais o sistema gera um mapa individualizado que apresenta as dificuldades dos estudantes. Assim, a partir da identificação dessas dificuldades, podem ser estruturadas sequências didáticas específicas, vinculadas às dificuldades apresentadas, as quais se constituem em material de estudo, buscando uma retomada de ideias, conceitos e procedimentos.

Destaca-se que a opção pelo trabalho com equações de 1º grau deve-se ao fato de que se constitui em conteúdo no qual os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem (LINS e GIMENEZ, 1997; SILVA e COSTA, 2010; FREITAS, 2002). Além disso, é um conteúdo que marca, para os estudantes, a transição entre a aritmética e a álgebra. Caracteriza-se, ainda, por ser abrangente, sendo utilizado para resolução de problemas e surgindo em diferentes momentos da vida estudantil, não só na Matemática, mas em outras áreas (FREITAS, 2002).

Assim, entende-se que a construção de uma sequência didática tendo como objeto as equações de 1º grau, com o uso das TIC, lançando mão de recursos e metodologias variados e com a possibilidade da realização de uma avaliação através de testes individualizados, pode se constituir em um ambiente facilitador para a recuperação de conteúdos e a superação das dificuldades dos alunos, sendo esse o foco da presente investigação.

Neste contexto, a presente pesquisa visa investigar como uma Sequência Didática Eletrônica, com o tema das equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), favorece a recuperação de conteúdos, para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental que apresentam dificuldades no tema.

A investigação foi estruturada em duas etapas, sendo a primeira desenvolvida em torno da construção da fundamentação teórica sobre aspectos epistemológicos do objeto equações de 1º grau, bem como, aspectos referentes a questões didáticas e pedagógicas que envolvem seu ensino e aprendizagem. A partir dessa fundamentação, foram construídos as questões para os testes adaptativos e as sequências didáticas para a recuperação dos conteúdos. A segunda etapa se constituiu na implementação da sequência didática junto a um grupo de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e a análise dos dados obtidos a partir da investigação do desenvolvimento da mesma.

É importante destacar que esta pesquisa está vinculada ao Projeto Observatório de Educação oriundo do Edital Nº 38/2010/CAPES/INEP, cuja proposta é a formação continuada de professores de Ciências e Matemática, das séries iniciais e finais do Ensino Fundamental de escolas públicas dos municípios de Canoas, Sapucaia do Sul e São Leopoldo do estado do Rio Grande do Sul. Os objetivos do Projeto Observatório de Educação são buscar ações que permitam desenvolver, aplicar e avaliar como é possível aprimorar o desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental de escolas públicas dos municípios referidos em Ciências e Matemática, assim como qualificar a prática docente dos professores envolvidos, através de estratégias de formação continuada, de forma presencial e à distância.

Esta dissertação está estruturada em seis capítulos. No primeiro, são apresentados os aspectos teóricos em torno da Álgebra e das Equações de 1º grau no qual a investigação está apoiada. No segundo capítulo, é discutida a recuperação de conteúdos, sendo apresentados aspectos da legislação e pareceres que tratam sobre o assunto. O terceiro capítulo é dedicado a uma reflexão sobre o uso dos recursos advindos das Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação, assim como é realizada a apresentação do Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA). Já o quarto capítulo apresenta a investigação como um todo, sendo apontados os objetivos, o problema de pesquisa, bem como, discutidos os aspectos metodológicos nos quais a investigação está apoiada, sendo apresentados os instrumentos de coleta de dados e o ambiente de investigação. O quinto capítulo da dissertação é composto pela apresentação da **Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau**, onde são discutidos, também, os aspectos teóricos e metodológicos que embasaram seu desenvolvimento. No sexto capítulo, é apresentada a investigação realizada junto aos alunos, assim como, dados, análises e reflexões em torno dos caminhos percorridos e do desempenho dos alunos na realização da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau. A dissertação é encerrada com a Conclusão, na qual se apresentam considerações que buscam englobar os aspectos mais significativos em relação à pesquisa realizada trazendo uma reflexão sobre todo o trabalho desenvolvido, além de propostas para a ampliação do mesmo e perspectivas para pesquisas futuras.

1 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS EM TORNO DA ÁLGEBRA

Neste capítulo, serão apresentados aspectos do referencial teórico no qual essa investigação está apoiada no que se refere ao ensino e aprendizagem da Álgebra. Considera-se necessário reunir elementos em torno da constituição da Álgebra, particularmente, das equações de 1º grau, assim como as questões didático-pedagógicas relacionadas ao seu processo de ensino e aprendizagem.

Entende-se pertinente, também, refletir sobre o enfoque que os documentos oficiais apresentam sobre a Álgebra e o seu processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica, bem como sobre pesquisas referentes a este tema.

.

1.1 UM POUCO DA HISTÓRIA...

Segundo Garbi (2010) as equações algébricas, exponenciais, diferenciais, trigonométricas ou de qualquer outra natureza se constituem em uma parte muito importante da Matemática, pelo menos do ponto de vista prático, uma vez que estas são utilizadas direta ou indiretamente para solucionar problemas. Para o autor, as equações já estão presentes na linguagem cotidiana, pois muitas vezes, se utilizam palavras como “equacionar” ou expressões como “o xis do problema”, sendo que a linguagem algébrica que hoje se utiliza foi sendo desenvolvida e aprimorada juntamente com o processo de evolução da humanidade e da ciência como um todo. A seguir apresenta-se um breve relato deste processo histórico do desenvolvimento da noção de equações e da linguagem algébrica.

Segundo Eves (1997), na antiguidade, a Álgebra era focada na formalização e sistematização de técnicas para a resolução de problemas. Os primeiros registros algébricos foram encontrados no Egito em 2.000 a.C. nos chamados Papiro de Ahmes (ou de Rhind) e Papiro de Moscou. O Papiro de Ahmes é um dos documentos mais antigos da Matemática (cerca de 1650 a.C.), foi escrito por Ahmes e nele existem referências sobre a Álgebra (detalhadas através das soluções de 85 problemas de Aritmética e de Álgebra). O Papiro de Moscou (cerca de 1850 a.C) contém 25 problemas de Aritmética e Geometria, contendo uma descrição verbal sobre como realizar o cálculo do volume de um tronco de pirâmide. Segundo Garbi (2010, p. 12) “em ambos os papiros aparecem problemas que contém, timidamente e disfarçadamente, equações de 1º grau.”.

Garbi (2010) destaca, ainda, que os documentos desta época, não utilizam a linguagem algébrica atual. O desenvolvimento dos cálculos, em sua maioria, eram expressos por palavras, o que hoje é chamado de álgebra retórica.

Conforme já exposto, no Papiro de Ahmes aparecem problemas que envolvem o que se denomina, hoje, de equações de 1º grau, porém estes não eram resolvidos com as técnicas utilizadas atualmente, sendo resolvidos através do método que ficou conhecido como "Regra da Falsa Posição", onde eram estabelecidas hipóteses iniciais e que eram testadas para encontrar a solução verdadeira. Segundo Ribeiro (2009, p.72),

> A maioria dos problemas apresentados nos papiros era de origem prática, com questões sobre pão, cerveja, o balanceamento de rações para o gado e aves. [...]. Os problemas eram normalmente simples e não iam além das equações lineares com uma incógnita, a qual eles representavam por *hau* ou *aha*. Suas soluções não exigiam grandes métodos e raciocínios, sendo que o mais empregado, o da falsa posição, assemelha-se bastante com o que conhecemos hoje como "método das tentativas".

Ainda, de acordo com o autor, as resoluções das equações eram sempre seguidas de instruções do tipo "faça isto", "faça aquilo", "este é o resultado", sem qualquer tipo de justificativa lógica. No seu entendimento, ainda se pode reconhecer estes indícios nos dias atuais, quando o processo de ensino e aprendizagem de equações é baseado na manipulação de regras e algoritmos sem muita preocupação com a discussão dos significados das ideias matemáticas. O autor conclui apontando que estas características apresentadas pelos babilônios e egípcios remetem a uma noção de equação utilizada na época, principalmente pelos egípcios, que tinham um caráter pragmático e procuravam, de forma intuitiva, igualar duas quantidades, com a finalidade de encontrar o valor da quantidade desconhecida para aquele problema, não tendo como preocupação a busca de soluções gerais (RIBEIRO, 2009).

Conforme salientado por Garbi (2010) os gregos dedicaram a maior parte de seus estudos à Geometria, o que lhes custou o sacrifício dos conhecimentos aritméticos. Apesar disto, Euclides deu sua contribuição para a Teoria dos Números, demonstrando importantes teoremas, assim como, introduziu conceitos que se tornaram fundamentais na solução de equações, sendo estes:

- coisas iguais a uma terceira são iguais entre si;
- se iguais forem somados a iguais, os resultados serão iguais;
- se iguais forem subtraídos de iguais, os resultados serão iguais;
- coisas coincidentes são iguais entre si;
- o todo é maior do que a parte;

- iguais multiplicados ou divididos por iguais continuam iguais.

Segundo o autor, estava nestas afirmações a chave para a solução das equações de 1º grau. Euclides tinha encontrado um método geral de resolução para as equações de 1º grau, sem os sofrimentos da Regra da Falsa Posição, e tudo com base em verdades válidas tanto para a Geometria quanto para a Aritmética.

Ribeiro (2009) pondera que as equações para os gregos eram significativamente concebidas de maneira diferente dos babilônios e egípcios, pois eles não estavam procurando resolver equações que tinham sido originadas de problemas de ordem prática, mas usavam a noção de equação com um caráter geométrico e, de forma dedutiva, suas resoluções repousavam em manipulações geométricas.

Por volta do ano 250 d.C, surge no cenário da Matemática o grego Diofanto de Alexandria, considerado o maior algebrista grego. Sua obra não se assemelha à álgebra geométrica de Euclides nem é o tipo de material que forma a base da álgebra elementar moderna. Sua grande contribuição é a introdução de um sinal especial para representar a incógnita em uma equação, assim como a escrita que utilizava para estas, que se assemelha com a atual. Utilizava, também, um sinal especial para a igualdade (RIBEIRO, 2009).

Segundo Ribeiro (2009) os hindus e árabes, tinham uma visão diferente dos gregos, se aproximando mais dos babilônios e dos egípcios, pois trabalhavam com equações originárias de problemas de ordem prática, assim como com situações que recaíam para as manipulações geométricas. A Matemática para este povo se desenvolveu a partir de problemas relacionados ao comércio, à arquitetura, à astronomia, à geografia e à ótica. Tinham como característica a relação entre a solução dos problemas e um trabalho teórico consistente.

De acordo com o autor, um dos principais nomes desta época foi al-Khwarizmi, o qual produziu duas importantes obras sobre Aritmética e Álgebra. Destaca- se o livro *Al - Kitab al-Jabr Wa' al Muqabalah*, que pode ser traduzido como " O livro da Restauração e do Balanceamento" ou também entendido como "restauração por transposição de termos de um lado da equação para o outro". Esta obra trouxe importantes contribuições para o estudo das equações, cabendo destacar que a mesma era totalmente expressa em palavras. Acredita-se que foi nela que se originou o termo álgebra. Ainda, segundo Ribeiro (2009) a obra evidencia uma preocupação do autor em ser compreendido pelos leitores; seu objetivo era escrever um livro prático sobre resolução de equações. Ribeiro (2009, p.74) destaca:

> Nesse livro, aparecem pela primeira vez, regras para resolver equações de 1º e 2º graus a coeficientes numéricos. Pode-se dizer que essas regras são semelhantes

> àquelas utilizadas hoje em dia para resolver as equações do 1º grau. A álgebra de al-khwarizmi, presente na obra *Ilm al-Jabr Wa al Muqabalah*, deixa-nos como herança duas expressões que tomaram significados muito fortes e presentes na resolução de equações: *al-Jabr* e *al Muqabalah.*
> Para resolver alguns tipos de equações al-khwarizmi utilizava duas operações fundamentais *al-jabr* e *al muqabalah*, que significam:
> - *al-jabr* é a operação que soma a ambos os membros da equação termos iguais;
> - *al muqabalah* é a operação que reduz ou elimina termos iguais de ambos os membros da igualdade.

Outros dois importantes matemáticos, Brahmagupta e Bháskara, deram grandes contribuições à Álgebra, em especial no que se refere à Teoria das Equações. Brahmagupta encontrou soluções gerais para as equações quadráticas, determinando duas raízes, inclusive sendo uma delas negativa. Ele foi o primeiro a encontrar todas as soluções inteiras possíveis para a equação linear diofantina $ax + by = c$ onde a, b e c são inteiros. Dando continuidade ao trabalho desenvolvido por Brahmagupta, Bháskara se tornou um dos mais importantes matemáticos hindus. Sua obra mais conhecida é Lilavati, constituída por problemas sobre progressões aritméticas e geométricas, equações lineares e quadráticas. Bháskara também contribuiu para a formulação da solução geral das equações quadráticas pelo método de complemento de quadrado (RIBEIRO, 2009).

Percebe-se que os árabes e os hindus buscaram desenvolver uma concepção algébrica, mais generalizada, objetivando, em suas soluções, encontrar generalizações e não somente resolver equações especificas. De acordo com Ribeiro (2009, p.77),

> a noção de equação utilizada pelos árabes e hindus já apresenta uma concepção mais estrutural, no sentido de se observar as características e propriedades definidas em uma classe de equações e não mais em equações relacionadas a situações particulares.

O autor destaca as principais contribuições para o desenvolvimento da Álgebra ao longo da história, chegando em meados de 1500 na Europa. Aponta que o francês François Viète é considerado, por muitos, como precursor da Álgebra simbólica, sendo o primeiro algebrista a demonstrar as vantagens no uso de letras para designar quantidades desconhecidas, ou incógnitas. Sua obra mais importante foi *In Artem Analyticam Isagoge*, que pode ser traduzida como a Introdução à Arte Analítica, onde é abordado o desenvolvimento do simbolismo algébrico, através da introdução de uma convenção importantíssima para a escrita das equações na forma geral. Para representar uma quantidade, supostamente desconhecida ou indeterminada, Viète usava uma vogal, e para representar uma grandeza ou números supostamente conhecidos ou dados, uma consoante.

René Descartes foi outro matemático que contribuiu para o desenvolvimento das equações. Para Puig (1998 apud Ribeiro, 2009) suas maiores contribuições deram continuidade no desenvolvimento da linguagem algébrica, o que possibilitou a construção do método para resolução de equações. Esse método pode ser apresentado, resumidamente, dentro das seguintes fases:

- leitura analítica do enunciado do problema e a redução a uma lista de quantidades e relações entre essas quantidades;
- escolha de uma quantidade que será representada por uma letra (ou de várias quantidades e várias letras);
- representação das outras quantidades mediante expressões algébricas que descrevam a relação (aritmética) entre essas quantidades e outras que tenham sido previamente representadas por uma letra ou por uma expressão algébrica;
- estabelecimento de uma equação (ou várias, se for o caso) igualando-se as expressões obtidas anteriormente.

Na visão de Melara e Souza (2008, p.9),

> Viète introduziu as letras para representar as incógnitas (álgebra simbólica) e Descartes utilizou as últimas letras do alfabeto latino (x, y, z,...) para designá-las. Descartes também deixou a regra de sinais para determinar o número de raízes positivas e negativas de uma equação. Podemos dizer que com Viète e Descartes uma nova fase da matemática era inaugurada. Nenhum dos dois considerava a álgebra como uma disciplina que tratasse só de números; ambos tratavam das ligações da álgebra com a geometria.

Ainda, de acordo com estes autores, a noção de estrutura algébrica veio a partir de Galois e Abel, e por fim, com Nicolas Bourbaki. Para Lins e Gimenez (1997, p.91) quando se entra no domínio próprio do ‘cálculo com letras’, num sentido mais sofisticado, o da sintaxe, ou seja, um cálculo com regras próprias e ignorantes de qualquer sistema particular que funcione como elas, se está entrando num mundo completamente abstrato.

Ribeiro (2007, 2009) destaca que é possível verificar, através de um estudo epistemológico-histórico, que durante muitas décadas o principal objeto de investigação em Álgebra foi o estudo das equações algébricas. Contudo, é possível perceber, também, que houve ao longo da história da Álgebra, uma mudança na natureza do objeto de investigação, quando o estudo das equações perde o foco da atenção dos matemáticos para o estudo das estruturas matemáticas. Assim, para o autor, pode-se dizer que houve dois grandes momentos históricos: antes dessa mudança tem-se o que é denominado por Álgebra Clássica ou Elementar e, depois, o que é chamado de Álgebra Moderna ou Abstrata. A conclusão que emana das reflexões propiciadas pelo estudo epistemológico e histórico, permite ao autor apresentar ao menos três formas diferentes de se conceber equação: uma relacionada a um caráter pragmático, outra relacionada a um caráter geométrico e uma terceira relacionada a um caráter estrutural.

A partir desta visão geral sobre o desenvolvimento histórico e epistemológico da Álgebra, mais especificamente das equações, apresenta-se, a seguir, como estes assuntos estão sendo abordados no currículo e nos documentos oficiais.

1.2 A ÁLGEBRA NO CURRÍCULO

Na estrutura atual dos currículos no Brasil, o ensino da Álgebra inicia no 7º ano[1] do Ensino Fundamental. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam que o ensino da Álgebra inicia de forma efetiva no 3º ciclo (6º e 7º ano),

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos de álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p.50-51).

Ponte (2006) destaca que a aprendizagem da Álgebra envolve o desenvolvimento do pensamento algébrico, que pode ser entendido como sendo o estudo das estruturas, simbolização, modelação e variação. Ponte, Branco e Matos (2009) ainda ressaltam que o grande objetivo do estudo da Álgebra, na Educação Básica, é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, sendo que este pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito além disso. De acordo com os autores, no *National Council of Teachers of Mathematics*[2] (NCTM), para o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno deve compreender padrões, relações e funções; saber representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; analisar a variação em diversos contextos.

Ainda, para estes autores, o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, também, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas, usando-as

[1] 7º ano no regime de 9 anos do Ensino Fundamental, antiga 6ª série.
[2] Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos e Canadá

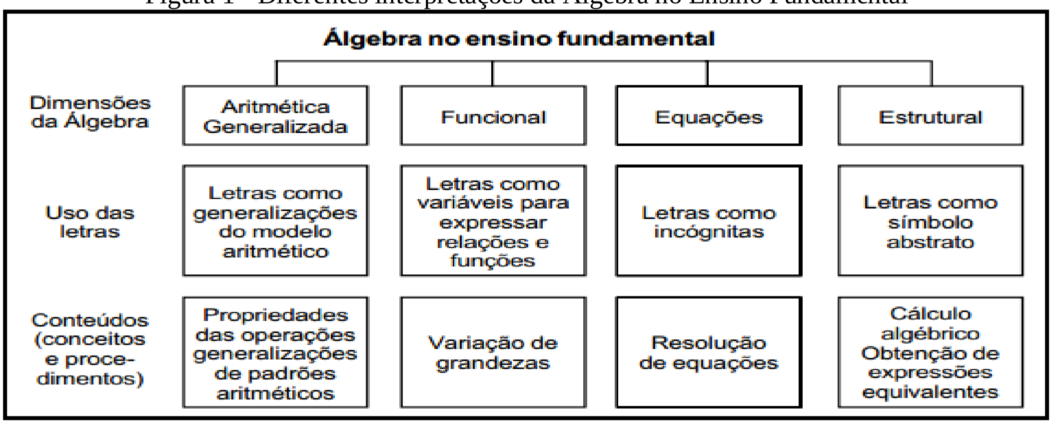
na interpretação e na resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998, p.64), os objetivos da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental em relação ao pensamento algébrico, são que os alunos sejam capazes de:

- traduzir situações-problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta;
- resolver de situações-problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta;
- construir procedimentos para calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas, utilizando as propriedades conhecidas;
- obter expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações;
- resolver situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta.

Os PCN ainda estabelecem as dimensões da Álgebra no Ensino Fundamental, destacando conteúdos (conceitos e procedimentos) e o uso das letras, os quais podem ser vistos no quadro da figura 1.

Figura 1 - Diferentes interpretações da Álgebra no Ensino Fundamental



Fonte: PCN (BRASIL, 1998, p.116).

Alinhando com o que está posto nos PCN, Usiskin (1995) também considera a Álgebra a partir de quatro concepções:

- a Álgebra como Aritmética generalizada, onde a variável é entendida como padrão generalizado, ou seja, as variáveis são generalizadoras de modelos. Nessa concepção as ações consideradas essenciais para o estudante da escola básica são as de traduzir e generalizar;
- a Álgebra como o estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, onde a variável é entendida como incógnita, o que vai ao encontro da concepção de Equações apresentada nos PCN. Nessa concepção os alunos, precisam dominar não apenas a capacidade de equacionar os problemas (traduzi-los para a linguagem algébrica em equações), mas também ter habilidades em manejar matematicamente essas equações até obter a solução. As ações essenciais desta concepção são simplificar e resolver. Neste sentido, a letra aparece não como algo que varia, mas como uma incógnita, isto é, um valor a ser encontrado;
- a Álgebra como o estudo de relações entre quantidades, podendo a variável ser um argumento (caso seja um valor do domínio da função), ou um parâmetro (isto é, um número do qual outros dependam). A ação essencial do estudante nesta concepção é relacionar;
- a Álgebra como o estudo de estruturas, em que a variável é um objeto arbitrário numa estrutura relacionada por certas propriedades. Esta concepção pode ser identificada na Educação Básica através das atividades de cálculo algébrico (produtos notáveis, fatoração, operações com monômios e polinômios). As ações essenciais desta concepção para os estudantes são manipular e justificar.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), nem sempre estas concepções são trabalhadas pelos professores sendo, em geral, privilegiados o estudo do cálculo algébrico e das equações, muitas vezes descontextualizados. Para a compreensão dos conceitos e procedimentos algébricos, é necessário realizar um trabalho articulado com essas quatro dimensões ao longo dos terceiro e quarto ciclos.

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1992, p.40),

> a maioria dos professores ainda trabalha a álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões [...].

Pesquisas mais recentes, ainda ressaltam que o ensino da Álgebra continua sendo tratado de forma mecânica e descontextualizada (MELARA, SOUZA, 2008; CASTRO-

FILHO et al., 2004;). Apesar do ensino deste ramo da Matemática muitas vezes ser baseado em técnicas e regras, aplicadas mecanicamente, que, em geral, não fazem sentido para os alunos, gerando dificuldades de aprendizagem, a Álgebra ocupa um espaço bastante significativo dentro do currículo da Educação Básica, uma vez que possibilita que o aluno desenvolva a abstração e a generalização. Além disso, pode se constituir em uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Para que o aluno consiga desenvolver e compreender a Álgebra desta forma, o professor deve explorar as diferentes funções de álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), responder problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis e incógnitas) e compreender a sintaxe (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998).

Diante do contexto em que a Álgebra se encontra no currículo e os resultados que as pesquisas apontam sobre as dificuldades de aprendizagem neste tema (RIBEIRO, 2007; MELARA; SOUZA, 2008; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, MARANHÃO, 2007), Beltrame e Bianchini (2008, p.2) salientam que:

> existem inúmeras pesquisas e trabalhos realizados na Educação Matemática sobre o ensino e aprendizagem da álgebra e, em sua grande maioria, esses estudos nos apresentam reflexões acerca da dificuldade em definir a álgebra, apresentam referencias sobre a dificuldade dos alunos na compreensão desta área da matemática. Muitas vezes ainda, a álgebra é caracterizada ou considerada, como estudo de manipulações rotinizadas, tem contribuído para muitos insucessos, fortalecendo a idéia de que a matemática é algo abstrato, mecanizado e descontextualizado do mundo fora da escola. Em contrapartida, existem trabalhos que nos chamam a atenção para o como poderemos melhorar o ensino da álgebra nas escolas públicas hoje, ou ainda, nos mostram a necessidade de proporcionar instrumentos úteis para a compreensão da álgebra.

Alcalá (2002, p.127) também ressalta a importância e a atenção que deve ser dada para a Álgebra,

> Sabemos que a álgebra inicial compreende maneiras peculiares de expressar relações entre símbolos (e seus significados) e procedimentos novos para os alunos, que exigem uma grande capacidade de utilizar símbolos, raciocinar e manipular esses símbolos. Pois bem, apropriar-se inicialmente dessas expressões, e procedimentos operacionais, ou seja, da linguagem algébrica, torna-se uma barreira, às vezes intransponível, para uma parte importante dos estudantes. A escola ciente disso tem criado formas de empreender seu ensino, utilizando vários materiais impressos ou manipuláveis, jogos, programas, sequências, técnicas de trabalho e metodologias diferenciadas, com o objetivo que a grande maioria dos estudantes superem esta barreira e se apropriem de um dos conhecimentos fundamentais da nossa cultura: a Álgebra.[3] (Tradução da Autora)

[3] Sabemos que el álgebra inicial comprende unos modos peculiares de expresar relaciones entre símbolos (y sus significados) y unos procedimientos operatorios novedosos para los alumnos, y eficaces, que les exige una gran capacidad para utilizar símbolos, para razonar manipulando esos símbolos. Pues bien, apropiarse, aun inicialmente, de esos modos de expresión y de esos procedimientos operacionales, esto es, apropiarse de ese lenguaje se convierte en una barrera, insalvable a veces, para una parte importante de los escolares. La escuela, consciente de ello, ha ido creando formas de acometer su

Concordando-se com as considerações postas pelos autores citados, entende-se que investigar e buscar alternativas que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem nesta área são necessárias. Assim, a partir desta visão geral de como a Álgebra está tem sido enfocada, tanto em pesquisas como no tratamento que a escola lhe dispensa, apresentam-se, a seguir, reflexões acerca de questões didáticas e epistemológicas em torno das equações de 1º grau.

1.3 EQUAÇÕES DE 1º GRAU

Atualmente, no currículo, o conteúdo de equações de 1º grau é desenvolvido no 7º ano do Ensino Fundamental, ano no qual, em geral, se inicia o trabalho com a Álgebra.

Maranhão (2007) destaca que as expressões, equações e inequações têm,

> [...] um papel importante no desenvolvimento de diversos campos da matemática e do conhecimento humano em geral. Se, de um lado, esses tópicos são ferramentas para a resolução de problemas intra e extra matemáticos, de outro, problemas de outras áreas do conhecimento humano contribuem para que conceitos como os de variável, incógnita e parâmetro ganhem sentido (MARANHÃO, 2007, p.1).

Para Ponte, Branco e Matos (2009, p.93) “uma equação envolve uma igualdade entre duas expressões, em que alguns valores são desconhecidos”. Para a compreensão deste conceito de equação, Fernandes (2011) entende que os alunos devem compreender vários aspectos deste conceito, sendo, alguns deles, o sinal de igual e o número desconhecido.

Melara e Souza (2008, p. 3) destacam, ainda, que:

> [...] a não aprendizagem ou uma aprendizagem mecânica, sem significação da noção ou conceito de equação, dificulta a aprendizagem de outros conceitos em Matemática, causando dificuldade de entendimento dos conceitos em outras áreas, como: Física e Química. Diante dessa problemática, a qual vem causando dificuldades sistêmicas, é que propomos a busca por alternativas que melhorem o ensino de equações no Ensino Fundamental.

A partir das reflexões apresentadas, especialmente a realizada por Melara e Souza sobre as dificuldades de entendimento e aprendizagem de ideias e conceitos que envolvendo estudo das equações passam a ser discutidos aspectos desses processos.

---

enseñanza, materiales impresos o manipulativos diversos, juegos, programas secuenciados, técnicas de trabajo y opciones metodológicas que, en definitiva, tienen como finalidad que la inmensa mayoría del alumnado salve esa barrera y haga suya una de las aportaciones fundamentales de nuestra cultura: el álgebra.

1.3.1 Dificuldades com o conteúdo equações de 1º grau

Como já destacado, as equações de 1º grau se constituem em conteúdo no qual os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem (LINS e GIMENEZ, 1997; SILVA e COSTA, 2010; FREITAS, 2002). Por outro lado é um conteúdo bastante abrangente, utilizado para resolução de problemas em diversos contextos, o que o torna presente em vários momentos ao longo da Educação Básica, não só na Matemática, mas também em outras áreas, marcando, para os estudantes, a transição entre a Aritmética e a Álgebra (FREITAS, 2002, p.10).

As dificuldades em torno das equações de 1º grau, não se restringem somente ao processo de resolução destas. Encontram-se também, na compreensão do conceito de igualdade, assim como, na ambientação dos alunos em trabalharem com letras, no caso, incógnitas, característica esta da transição do pensamento aritmético para o algébrico. Outro aspecto que os alunos apresentam dificuldades refere-se à interpretação do sinal "x" que até o momento, na Aritmética, é da operação de multiplicação e agora, na Álgebra, se transforma na incógnita "x" (FREITAS, 2002; MELARA, SOUZA, 2008; CELSO e DUARTE, 2009; RIBEIRO, 2001)

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 74-75) os alunos apresentam dificuldades na transição da Aritmética para a Álgebra, as quais se referem a:

- ver a letra como representando um número ou um conjunto de números;
- pensar numa variável como significando um número qualquer;
- atribuir significado às letras existentes numa expressão;
- dar sentido a uma expressão algébrica;
- passar informação da linguagem natural para a algébrica;
- compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos + e = e, em particular, distinguir adição aritmética (3 + 5) da adição algébrica (x + 3).

Para que estas dificuldades possam ser amenizadas, Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) recomendam que esse processo de transição ocorra gradativamente, a partir das séries inicias, por meio de atividades nas quais o aluno tenha a oportunidade de: estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas. Essas atividades devem possibilitar a transformação de uma expressão aritmética em outra mais simples, na qual se desenvolva algum tipo de processo de generalização, buscando que o aluno perceba e tente expressar regularidades. Assim como nos PCN (BRASIL, 1998), estes autores chamam esta fase inicial de pré-algébrica. Nesse momento, o aluno utiliza algum elemento considerado algébrico, uma letra, por exemplo, mas ainda, não consegue concebê-lo como número generalizado qualquer ou como variável.

Ainda, segundo estes autores, após a fase pré-algébrica, o aluno passa realmente por uma fase de transição do aritmético para o algébrico, onde passa a aceitar e conceber a existência de um número qualquer, estabelecer alguns processos e generalizações, podendo ou não utilizar a linguagem simbólica. A partir de então, quando esse processo já é natural, considerando que o aluno, enfim, desenvolveu o pensamento algébrico, sendo capaz de expressar e pensar genericamente e, sobretudo aceita e concebe a existência de grandezas numéricas abertas ou variáveis dentro de um intervalo numérico, ele é capaz não só de expressá-las por escrito, mas, também, de operá-las.

Para Alcalá (2002) o trabalho no âmbito algébrico, sendo este um campo novo para o aluno, gera dificuldades, tanto no simbolismo específico como na resolução de problemas. Quanto ao simbolismo, as dificuldades se encontram na forma de representar expressões e situações, por seu caráter sintético, preciso e abstrato. Quanto às dificuldades com a resolução de problemas, estas ocorrem na representação e na utilização do simbolismo algébrico, mas especificamente, na construção das equações e seus métodos de resolução.

No que diz respeito às dificuldades de resolução das equações de 1º grau, os estudos apontam que as mesmas se devem ao fato de que as aprendizagens se dão de forma mecânica, onde ficam prevalecendo as "regras" ao invés da compreensão do significado de uma equação e de sua solução. Para Ribeiro (2001) o ensino de Álgebra, é, na maioria das vezes, realizado através de uma exagerada manipulação mecânica dos símbolos, dando ao aluno uma falsa sensação de facilidade, mas que acaba, com o passar do tempo, transformando-se em sensação de inutilidade e na falta de aplicabilidade da mesma. Assim, conforme Kieran (1992 apud Freitas, 2002, p.5) "[...] muitos estudantes aprendem a manipular equações de uma maneira mecânica, usando um algoritmo de resolução, que consiste no procedimento Muda de lado – Muda de sinal".

Segundo Ponte (2009, p. 96) as dificuldades na resolução das equações,

> surgem dos erros que cometem no trabalho com expressões algébricas, por não compreenderem o significado destas expressões ou as condições da sua equivalência. Boa parte destas dificuldades tem a ver com o fato de os alunos

> continuarem a usar em Álgebra os conceitos e convenções aprendidos anteriormente em Aritmética.

A partir de pesquisas em torno das dificuldades e dos erros cometidos na resolução das equações de 1º grau, Ponte, Branco e Matos (2009, p.96) sistematizaram o quadro apresentado na figura 2, com as principais dificuldades apresentadas pelos alunos.

Figura 2 - Principais dificuldades dos alunos na resolução das equações de 1º grau

Erro/Dificuldade	**Exemplos**	**Autor**
Adição de termos que não são semelhantes e Interpretação dos sinais "+"e "=" como indicadores de uma ação	$3+4n=7n$ $2a+5b=7ab$	Booth (1984, 1988) Kieran (1981, 1992) Küchemann (1981) MacGregor e Stacey (1997)
Interpretação incorreta de monômios do 1.º grau	Interpretação de 4y como: – quatro "y ' s" – um número com quatro dezenas e um - número desconhecido de unidades; – 4 + y por analogia com $3\frac{1}{2}=3+\frac{1}{2}$	Booth, 1984
Uso de parêntesis	$3(x+2)=7x \Leftrightarrow 3x+2=7x$	Kieran (1992) Socas, Machado, Palarea e Hernandez (1996)
Não saber como começar a resolver uma equação		Kieran (1985)
Não respeitar a convenção de que várias ocorrências da mesma incógnita representam o mesmo número		Kieran (1985)
Adição incorreta de termos semelhantes	$-2x+5x=8 \Leftrightarrow -7x=8$	Kieran (2006)
Adição incorreta de termos não semelhantes	$2x+5=x+8 \Leftrightarrow 7x=9$	Kieran (1985)
Transposição incorreta de termos	$16x-215=265 \Leftrightarrow 16x=265-215$ $30=x+7 \Leftrightarrow 30+7=x$ $3x+5=2x \Leftrightarrow 3x=2x+5$ $7x=x+8 \Leftrightarrow 7-8=x+x$	Kieran (1985, 1992)
Redistribuição	$-2x+5=8 \Leftrightarrow -2x+5-5=8+5$	Kieran (1992)
Eliminação	$3x-3=2x-4 \Leftrightarrow x=2x-4$	Kieran (1992)

Conclusão incorreta da resolução da equação	$6x = 24 \Leftrightarrow 6 + x = 24$ $11x = 9x = \frac{11}{9}$ $2x = 4 \Leftrightarrow$ i) $x = 4 - 2$; ii) $x = \frac{4}{-2}$; e iii) $x = \frac{2}{4}$; $-x = -17 \Leftrightarrow$?? $-x = 4 \Leftrightarrow$??	Kieran (1985, 1992) Lima e Tall (2008) Vlassis (2001)

Fonte: Ponte, Branco e Matos, 2009, p. 96

Diante das dificuldades destacadas, as quais são enfrentadas pela maioria dos estudantes, questiona-se e buscam-se, neste trabalho, possíveis caminhos metodológicos e adoção de estratégias que venham proporcionar aos alunos uma maior compreensão das equações de 1º grau, objetivando a aprendizagem com significado e não a busca de soluções a partir da simples manipulação de regras desprovidas de sentido.

1.3.2 O Processo de Ensino e Aprendizagem de equações de 1º grau

As equações desempenham um papel importante na Matemática e em muitas de suas aplicações, de forma que o aprendizado da resolução de equações se constitui em elemento essencial no estudo da Álgebra (MELARA e SOUZA, 2008).

Segundo Lins e Gimenez (1997, p.165) deve-se propor, aos alunos, sequências didáticas, nas quais devem ser tratados todos os aspectos relevantes sobre um determinado tema. Particularmente, no caso das equações, devem ser considerados os conceitos de equação e de incógnita, o significado do sinal de igualdade (=), a "homogeneidade" da equação e os aspectos ligados a problemas contextualizados.

Entende-se que para facilitar a compreensão do significado de equações, o aluno deve construir também o significado para expressões algébricas. De acordo com essa concepção, que propõe o trabalho das expressões algébricas antes das equações, Saraiva, Pereira e Berrincha (2010, p.6) consideram

> [...] as expressões algébricas como entidades (objectos matemáticos) é o foco central para o salto cognitivo que os alunos têm de dar quando transitam da Aritmética para a Álgebra. Nesta transição, pretende-se que os alunos comecem por adquirir alguma familiaridade com o simbolismo algébrico. Para tal, é necessário que percebam que os símbolos algébricos têm diferentes interpretações de acordo com o domínio conceptual a que se referem [...].

Concorda-se com os autores no que se refere à importância de se trabalhar com as expressões algébricas antes de iniciar o estudo das equações de 1º grau, pois se acredita que um trabalho preliminar com expressões algébrica, possibilita aos alunos um contato com a linguagem algébrica, onde é possível manipular situações tanto na linguagem natural como na algébrica. Assim, busca-se nestas atividades que os alunos compreendam o significado de um número qualquer e as variações a partir deste.

Outro aspecto considerado como essencial no processo de ensino e aprendizagem das equações é a compreensão da igualdade. Conforme ressalta Saraiva, Pereira e Berrincha (2010), na Aritmética o sinal de "= ", muitas vezes, é interpretado como um simples operador que "transforma" o membro do lado esquerdo de uma igualdade num resultado numérico que aparece no lado direito da igualdade, como por exemplo, $2 + 3 = 5$. Porém, na Álgebra, o sentido da igualdade é mais amplo, podendo se apresentar de diferentes formas. Pode ser uma equivalência entre duas expressões, como em $2(a + b) = 2a + 2b$, uma igualdade restrita ou equação, $3x + 4 = 6 + 2x$ ou ainda como uma igualdade funcional $y= 5x + 3y$. Em geral, os alunos tendem a ver o sinal de igual (=) como o resultado de um conjunto de operações escritas à sua esquerda, perdendo de vista que o mesmo significa uma igualdade em relação aos dois membros.

Concordando com Ponte, Branco e Matos (2009), acredita-se que esta noção de igualdade entre os dois membros já poderia ser desenvolvida ao longo dos anos iniciais, o que poderia facilitar a compreensão deste conceito quando fosse trabalhado com as equações. Segundo os autores esta noção poderia ser desenvolvida através de atividades do tipo: $6 = \_\_\_ + 2$ ou $1 + \square = 9$, as quais podem ser trabalhadas, naturalmente, com números e operações.

No que diz respeito ao processo de resolução das equações de 1º grau, Saraiva, Pereira e Berrincha (2010) ressaltam que é fundamental que os alunos comecem a resolver equações por processos intuitivos, utilizando as operações inversas (adição/subtração e multiplicação/divisão) para, posteriormente, passarem aos processos formais.

Esses processos formais, podem se constituir na resolução das equações através dos princípios aditivo e multiplicativo, conhecido também como princípio de equivalência. Através destes princípios, realiza-se a mesma operação em ambos os membros da equação, onde o objetivo é anular ou neutralizar os termos independentes ou as incógnitas. Ponte, Branco e Matos (2009, p.95) ressaltam que esses princípios, se constituem em "[...] uma ideia algébrica fundamental que os alunos têm de interiorizar para ter sucesso na sua aprendizagem". Destacam, também, que se de ter cuidado quando se enuncia estes como regras práticas, que, em geral, podem facilitar o processo de resolução de equações, mas tendem a deixar em segundo plano a justificação dessas regras, o que pode reforçar uma perspectiva da Matemática como conjunto de regras arbitrárias. É importante, por isso, que os alunos tenham uma percepção de onde vêm essas regras práticas e qual a sua justificação.

Concorda-se com os autores e reforça-se a importância dos professores ressaltarem e trabalharem com seus alunos o conceito de igualdade e o princípio de equivalência, procurando justificar a regra prática de que para a resolução de uma equação 'passa-se o número para o outro lado com a operação inversa' ou, como muitas vezes erroneamente é dito, 'passa para o outro lado com o sinal trocado'. Uma estratégia bastante utilizada pelos professores para trabalhar com esses conceitos de igualdade e equivalência é através da analogia feita com a balança de dois pratos.

Para Alcalá (2002) se apropriar do universo simbólico que envolve a Álgebra não é tarefa fácil, propondo os seguintes objetivos na busca dessa apropriação:

- procurar a imersão na linguagem algébrica;
- alcançar certo domínio na resolução de problemas, desde os procedimentos algébricos, centrados na resolução de problemas, como também no enfoque metodológico, assim como o desenvolvimento progressivo da resolução das equações de 1º grau.

Baseado em experiências vivenciadas, Alcalá (2002) sugere que o ensino da Álgebra inicial ocorra de forma gradativa, pela imersão no simbolismo da Álgebra, a partir de atividades que envolvam o trabalho com perímetros, áreas, sucessões, e por reflexões sobre as propriedades e operações. Após, indica trabalhar com situações problemas, assim como o desenvolvimento de atividades focadas no algoritmo de resolução das equações de 1º grau.

Assim como Melara e Souza (2008) e Saraiva, Pereira e Berrincha (2010), Alcalá (2002) também ressalta a importância de se trabalhar com as expressões algébricas, destacando que,

> a construção das expressões algébricas, a tradução de preposições na língua natural para a algébrica e vice e versa, assim como a utilização progressiva de expressões com letras e números é muito importante para o desenvolvimento do trabalho posterior (ALCALÁ, 2002, p.128-Tradução da Autora)[4].

Para o trabalho com as expressões algébricas o autor indica três ações:

---

[4] La construcción de expresiones algebraicas, la traducción de preposiciones en lengua coloquial a expresión algebraico y viceversa, así como la progresiva utilización de expresiones con letras y números va a ser muy importante para el trabajo posterior.

- desenvolvimento de atividades que envolvam o campo conceitual perceptivo (com perímetro e áreas), assim como atividades do campo aritmético considerando expressões algébricas que traduzam as propriedades das operações aritméticas;
- atividades de tradução, que envolvam a passagem da língua natural para a algébrica e vice e versa;
- utilização de jogos e passatempos que mostrem aos alunos o "poder mágico" de codificação que se tem nos procedimentos algébricos. Atividades do tipo: Pense em um número, adicione cinco....

Mais especificamente no que se refere ao trabalho com equações de 1º grau, Alcalá (2002) sugere que este conteúdo seja desenvolvido, utilizando a resolução de problemas e situações concretas, que sigam uma sequência crescente do nível de complexidade. É importante desenvolver, também, atividades que encaminhem para a resolução das equações de 1º grau (algoritmo). Essa sequência proposta pelo autor envolve sete níveis de complexidades, no que se refere ao trabalho com equações de 1º grau (ALCALÁ, 2002, p.131-132), a saber:

- **Nível 1:** atividades que envolvam problemas do tipo aditivo, nas quais, para a resolução, só é necessário utilizar as operações de adição e subtração. Exemplos: x + 6 = 25; 30 = x + 4; Pensei em um número somei 6 e obtive 25. Em que número pensei? Pense em um número, subtraia 10, quanto deu? Então pensou em tal número.
- **Nível 2:** atividades que envolvam problemas do tipo multiplicativo, nas quais, para a resolução, só é necessário utilizar as operações de multiplicação e divisão. Exemplos: 3x = 21; $\frac{x}{4} = 10$; Pensei em um número multipliquei por 2 e obtive 24. Em que número pensei? Pense em um número, divida por 4, quanto deu? Então pensou em tal número.
- **Nível 3:** neste nível os problemas e exercícios envolvem no seu processo de resolução as operações aditivas e multiplicativas (Equação linear ou equação do 1º grau). Exemplos: 3x + 4 = 28; 27 = 3x – 9; Pense em um número par, multiplique por 4 e subtraia 6. Quanto dá?
- **Nível 4:** as atividades deste nível envolvem as variações da equação fundamental ax + b = c. Nestas atividades, a resolução exige que seja realizada a redução de termos semelhantes. Exemplos: 2x + 5 + 3x = 8 + 17; 2m + 3 + 3m + 2 = 13 + m + 2 + 2m. Em um lado da balança, temos três quantidades 7, 11 e 12 sendo que, no outro lado, há um grupo de três caixas. Se todas as caixas são iguais, qual o "peso" de cada uma?
- **Nível 5:** neste nível as atividades devem envolver números inteiros**.** Exemplos: 2x = -10. Qual número pode ser multiplicado por 4 e somado a 30 que resulta em 10?

- **Nível 6:** as atividades deste nível envolvem equações com parênteses e com a propriedade distributiva. Exemplos: 2 (m + 10) = 50; 2 (x + 3) – 6 (5 + 2x) = 24 - 20. A soma de três números consecutivos é 114. Que números são esses?
- **Nível 7:** neste nível as atividades envolvem equações com números racionais. Exemplos: $\frac{1}{4}x = 10$, $40 = \frac{2}{4}x$, $\frac{3}{5x+4} = \frac{2}{4}x + 14$

As indicações feitas por Alcalá (2002) não se referem a um guia prático de como ensinar equações de 1º grau, mas o objetivo é expor uma possibilidade de trabalho com este tema que em geral, os alunos apresentam dificuldades.

A partir das reflexões feitas neste capítulo e os apontamentos das pesquisas apresentadas sobre as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, mais especificamente das equações de 1º grau, entende-se que se devem buscar alternativas para que os alunos consigam enfrentar e superar estas dificuldades. Pondera-se que uma alternativa para que os alunos consigam superar estas dificuldades é através da recuperação de conteúdos, a qual deve ocorrer ao longo do processo de aprendizagem. Assim, a recuperação pode se constituir em uma ferramenta eficaz no combate às dificuldades dos estudantes, além de ser um direito do aluno, conforme prevista na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996).

2 RECUPERAÇÃO DE CONTEÚDOS

Segundo Groenwald e Moreno (2007) a recuperação das dificuldades dos alunos, se constitui em elemento importante no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. Nesta recuperação, busca-se a superação das dificuldades e a compreensão dos conteúdos desenvolvidos.

Para o Conselho Estadual de Educação do Rio Grande do Sul (CEE/RS) através do Parecer nº 740/99, os estudos de recuperação têm como objetivo auxiliar o aluno a diminuir as dúvidas e superar as dificuldades surgidas no decorrer do processo ensino e aprendizagem. Esses estudos de recuperação devem ser organizados pela escola, podendo ser realizados de forma individual ou coletiva.

Nesse sentido, Coll (1997, p.148) pondera que, "à medida que o processo educativo se desenvolve, o aluno evolui, suas necessidades variam e, consequentemente, o tipo de ajuda pedagógica deve ir sendo ajustado paralelamente". Para o autor essas necessidades devem ser observadas pelos professores ao longo das aulas, constituindo-se em elemento norteador do processo de ensino, fazendo parte de um processo de avaliação formativa.

Esse tipo de avaliação que ocorre durante o processo e de acordo com as necessidades do aluno vai ao encontro da ideia de recuperação de conteúdos que está prevista na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a LDB nº 9394 (BRASIL, 1996), onde consta que a escola deve prover meios para a recuperação dos alunos de menor rendimento. Na letra "e" do inciso V do art. 24 da mesma lei, está posto que há a -"obrigatoriedade de estudos de recuperação, de preferência paralelos ao período letivo, para os casos de baixo rendimento escolar, a serem disciplinados pelas instituições de ensino em seus regimentos" (BRASIL, 1996). A recuperação de conteúdos prevista na LDB, não é uma ideia nova, pois nas duas primeiras versões da Lei de Diretrizes e Bases (4.024/61 e 5692/71) já constava que os alunos que tivessem aproveitamento insuficiente poderiam obter aprovação mediante estudos de recuperação proporcionados obrigatoriamente pelo estabelecimento de ensino. Nesse período, Bacha e Maluf (1974) já indicavam que a recuperação de conteúdos deveria ser específica para as dificuldades individuais, e que era dever da escola oportunizar aos alunos essa recuperação. Ainda, ressaltavam que a recuperação deveria ser realizada buscando-se novas estratégias de ensino, ou seja, que o conteúdo fosse retomado de forma diferente da inicialmente realizada.

Ressalta-se que, apesar das indicações sobre a obrigatoriedade da recuperação de conteúdos nas leis 4.024/61 e 5692/71, a mesma estava mais focada na melhoria das notas obtidas pelos estudantes nas avaliações do que na qualidade da aprendizagem apresentada. O Conselho Estadual de Educação de São Paulo (CEE/SP), em seu Parecer 05/98, manifestava: "Percebe-se, nitidamente, que o conceito de recuperação estava mais associado ao de "aprovação" do que ao de aprendizagem, no seu sentido amplo: o de o aluno apropriar-se do conhecimento". A partir da LDB nº 9394 (BRASIL, 1996) o conceito de recuperação foi ampliado, porém as formas de realização da mesma ainda ficaram em aberto, sendo que, de acordo com o Parecer 05/98 o Conselho Nacional de Educação e os Conselhos Estaduais de Educação vêm regulamentando ou interpretando a LDB sobre diferentes questões, inclusive o tema da recuperação.

Mais especificamente o Conselho Estadual de Educação de São Paulo (CEE/SP) e a Secretaria de Educação deste Estado estão empregando vários termos a respeito do assunto em questão: recuperação contínua, recuperação paralela, recuperação final, recuperação intensiva de férias, além da palavra "reforço", usada com sentido semelhante. A qual deles a escola está obrigada? Pode utilizar todas essas formas? A existência de um tipo de recuperação desobriga a escola de utilizar as outras formas? Essas questões estão sendo postas e analisadas pelos Conselhos para que sejam regulamentadas.

O Parecer do CEE/SP 05/98 ainda ressalta que é importante que o conceito de recuperação seja bem analisado e compreendido, mas antes é preciso repensar o conceito de educação escolar. Este consiste na formação integral e funcional dos educandos, ou seja, na aquisição de capacidades de todo tipo: cognitivas, motoras, afetivas, de autonomia, de equilíbrio pessoal, de inter-relação pessoal e de inserção social. Assim, os conteúdos escolares não podem se limitar somente aos conceitos e sim devem incluir procedimentos, habilidades, estratégias, valores, normas e atitudes. Tudo deve ser assimilado de tal maneira que possa ser utilizado para resolver problemas nos vários contextos.

Ainda, segundo o parecer CEE/SP nº 05/98, recuperar significa voltar, tentar de novo, adquirir o que perdeu, e não pode ser entendido como um processo unilateral, já que, se o aluno não aprendeu o ensino não produziu seus efeitos. Para recobrar algo perdido, é preciso sair à sua procura e o quanto antes iniciar, melhor; inventar estratégias de busca, refletir sobre as causas, sobre o momento ou circunstâncias em que se deu a perda e pedir ajuda. Diante disso, a recuperação de aprendizagem deve ocorrer assim que for constatada a perda, e deve ser contínua, dirigida às dificuldades específicas do aluno e precisa buscar abranger não só os conceitos, mas também as habilidades, procedimentos e atitudes.

O CEE/SP nº 05/98 ainda destaca que os alunos não aprendem da mesma maneira nem no mesmo ritmo. O que podem aprender em uma determinada fase depende de seu nível de amadurecimento, de seus conhecimentos anteriores, de seu tipo de inteligência, mais verbal, mais lógica ou mais espacial.

Nessa mesma linha de pensamento, o Parecer nº 740/99 do CEE/RS ressalta, também, que o fundamental é a superação das lacunas na aprendizagem, sendo que a escola deverá considerar as diferenças individuais dos alunos e a diversidade das causas determinantes de situações de recuperação. É de se esperar que o tempo de duração destes estudos varie de acordo com a construção do conhecimento de cada aluno. Aponta ainda, que a recuperação não necessariamente precisa ser realizada em sala de aula, podendo se desenvolver em qualquer outro ambiente dentro ou fora da escola, dependendo do espaço disponível.

A partir destas considerações e orientações sobre a recuperação, busca-se desenvolver este trabalho, visando construir uma alternativa para viabilizar a recuperação de conteúdos de forma individualizada, respeitando as especificidades e as dificuldades de cada aluno, utilizando estratégias diferenciadas. Particularmente, buscou-se desenvolver uma sequência didática sobre equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), utilizando os recursos das TIC.

3 SISTEMA INTEGRADO DE ENSINO E APRENDIZAGEM (SIENA)

O Ministério da Educação (MEC) através dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destaca que,

> [...] é consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução (BRASIL, 1998, p.42).

Ainda, segundo esse documento, é fato que as calculadoras, computadores e outros elementos tecnológicos estão cada vez mais presentes nas diferentes atividades da população. Assim, pode-se considerar que as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) estão presentes na sociedade e há consenso sobre a necessidade da sua presença na escola. Pondera-se que os professores devem estar atentos para estas, pois de acordo com Borba e Penteado (2003, p. 64-65),

> [...] À medida que a tecnologia informática se desenvolve nos deparamos com a necessidade de atualização de nossos conhecimentos sobre o conteúdo ao qual ela está sendo integrada. Ao utilizar uma calculadora ou um computador, um professor de matemática pode se deparar com a necessidade de expandir muitas de suas ideias matemáticas e também buscar novas opções de trabalho com os alunos. Além disso, a inserção de TI no ambiente escolar tem sido vista como um potencializador das ideias de se quebrar a hegemonia das disciplinas e impulsionar a interdisciplinaridade.

O Ministério da Educação (MEC) através do documento Tecnologias na Escola (BRASIL, 1999) ressalta que no processo de incorporação das tecnologias na escola, aprende-se a lidar com a diversidade, a abrangência e a rapidez de acesso às informações, bem como com novas possibilidades de comunicação e interação, o que propicia novas formas de aprender, ensinar e produzir conhecimento, que se sabe incompleto, provisório e complexo.

Neste sentido, Kampff et al. (2004) afirmam que em uma sociedade de bases tecnológicas, com mudanças contínuas, não é mais possível desprezar o potencial pedagógico que as TIC apresentam quando incorporadas à educação. Assim, o computador é um instrumento pertinente no processo de ensino e aprendizagem, cabendo à escola utilizá-lo de forma coerente com uma proposta pedagógica atual e comprometida com a aprendizagem.

Segundo Valente (1995, p.3) “o uso da informática em educação não significa a soma de informática e educação, mas a integração dessas duas áreas”. É nessa perspectiva que a presente pesquisa apoia-se, uma a vez que busca abordar um conteúdo matemático especifico, a partir da organização e articulação de diferentes recursos disponíveis nas TIC, explorando as possibilidades destes, a fim de promover um melhor desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, particularmente com a intenção de viabilizar a recuperação de conteúdos. Neste contexto Groenwald (2011, p. 2) pondera que,

> o uso do computador em sala de aula pode ser uma alternativa, um dos caminhos de solução dessa situação, podendo ser utilizado como um recurso didático de sala de aula com a presença do professor e dos alunos em um ambiente colaborativo/cooperativo. A vantagem do uso das TIC, como o uso de plataformas de ensino, por exemplo, é a possibilidade da utilização de diferentes recursos, com padrão superior de qualidade, como vídeo-exemplos, textos com exemplos em movimento, ou seja, um conteúdo visual com maior qualidade. Assim, nesse ambiente virtual de aprendizagem, os alunos deixam de receber o mesmo conteúdo ao mesmo tempo e passam a percorrer caminhos diferenciados, de acordo com o seu perfil de estudante e com o seu desempenho.

Ainda, segundo Pereira (2005, p.10),

> O que se espera é um novo paradigma que valorize o processo de aprendizagem, a atualização constante dos conteúdos, a adoção de currículos flexíveis e adaptados às condições dos alunos, e que respeite o ritmo individual e coletivo nos processos de assimilação e de acomodação do conhecimento. Um paradigma que não apenas reconheça a interatividade e a interdependência entre sujeito e objeto, mas também que faça uso de recursos que motivem o aprendizado (som, vídeo, gráficos e animação.

Especificamente no desenvolvimento da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, as TIC se fazem presentes a partir da utilização de *softwares*, apresentações salvas em HTML, jogos e atividades *online*, objetos de aprendizagem e vídeos articulados em torno do Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), o qual possui ferramentas possíveis de serem utilizadas na elaboração de uma proposta de recuperação de conteúdos, respeitando as especificidades dos alunos, conforme previsto na LDB nº 9394 (BRASIL, 1996).

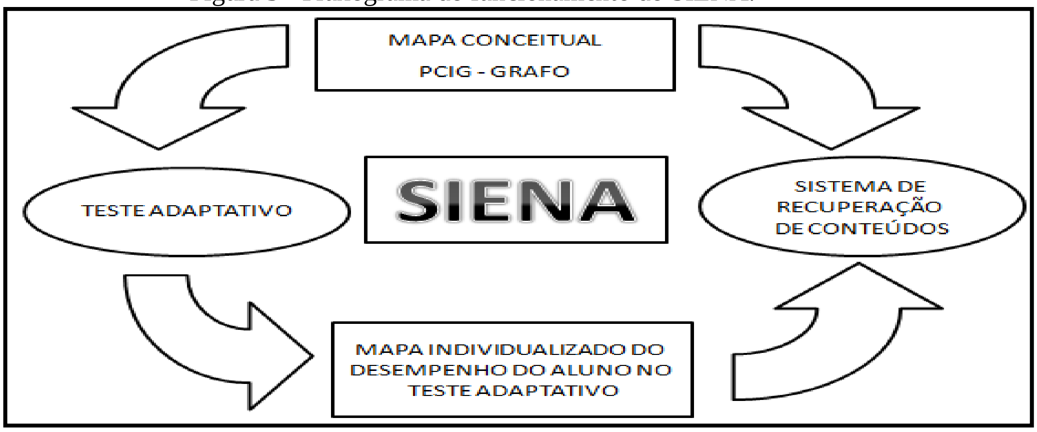
Groenwald e Moreno (2007) ressaltam os princípios postos pela LDB nº 9394 e pelo parecer do CEE nº 05/98 no que se refere à recuperação de conteúdo, e destacam o SIENA como um sistema que pode subsidiar o professor em seu trabalho pedagógico. Para os autores, o SIENA permite ao professor desenvolver um planejamento de acordo com os conhecimentos prévios de cada aluno, respeitando as individualidades. Além disso, o sistema possibilita que a recuperação seja desenvolvida juntamente com o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo, durante o ano letivo.

O Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA) é um sistema que serve de apoio ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de qualquer conteúdo, uma vez que permite disponibilizar testes adaptativos a serem realizados pelos estudantes, a partir dos quais o sistema gera um mapa individualizado que apresenta o desempenho dos mesmos. A partir desse desempenho, podem ser disponibilizadas sequências didáticas específicas para a recuperação dos conceitos, nos quais os alunos apresentem dificuldades. Essas sequências podem ser organizadas a partir da utilização de materiais de estudo, atividades em *software*, atividades e jogos *online*, objetos de aprendizagem, vídeos, entre outros recursos.

O SIENA foi desenvolvido pelo Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), em convênio com o Grupo de Tecnologias Educativas, da Universidade de La Laguna (ULL), de Tenerife na Espanha.

Lemos, Monteiro e Groenwald (2011) ponderam que este sistema pode se constituir em instrumento para auxílio ao professor na recuperação de conteúdos, já que possibilita que seja realizada uma retomada dos conceitos de forma diferenciada e individualizada, de acordo com as necessidades de cada estudante. O funcionamento do SIENA é apresentado por meio do esquema exposto na figura 3.

Figura 3 - Fluxograma do funcionamento do SIENA.



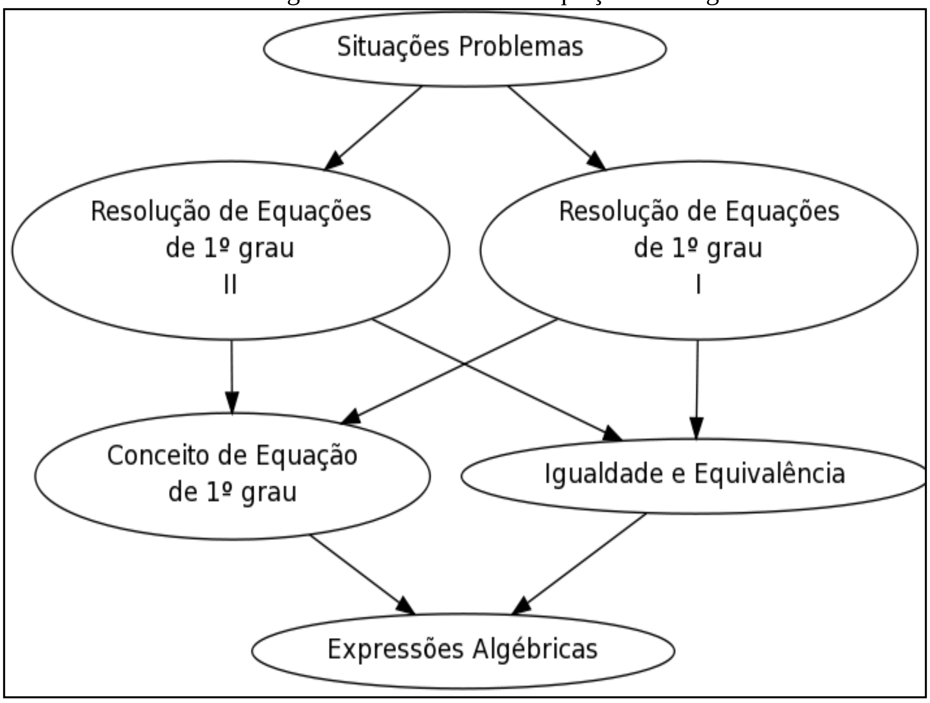
Fonte: Lemos et al, 2011.

Inicialmente é construído um Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico - PCIG (*Pedagogical Concept Instructional Graph*), que é a planificação de um tema específico, ou seja, os conceitos principais de determinado tema, os quais são denominados, no SIENA, como nodos. A partir deste grafo, têm-se duas opções de utilizar o sistema: em uma delas, os alunos, primeiramente, estudam os conteúdos disponíveis em cada nodo do PCIG e depois realizam o teste para verificar seu desempenho; na outra opção, oportuniza-se aos alunos, primeiro, a realização do teste e, se houver necessidade, estudam os conteúdos dos nodos em que venham a apresentar baixo desempenho. Na segunda opção, foco deste trabalho, é possível realizar uma recuperação individualizada para os estudantes que não tenham conseguido alcançar a média estipulada para avançar no PCIG, uma vez que cada estudante realizará a recuperação, no caso, o estudo através das sequências didáticas, somente nos conceitos em que apresentarem dificuldades. Nos nodos em que o aluno apresentar um desempenho satisfatório, não há necessidade de realizar o estudo da sequência de recuperação, podendo avançar para outro nodo do PCIG.

3.1 GRAFO DAS EQUAÇÕES DE 1º GRAU

O grafo (PCIG) construído para o tema equações de 1º grau foi desenvolvido tomando como referência os aportes teóricos mencionados (Alcalá, 2002; Ponte, Branco e Matos 2009; Melara e Souza, 2008; Lins e Gimenez, 1997), a partir destes, foram estabelecidos seis conceitos, considerados como principais para o estudo do tema, os quais se constituem nos nodos apresentados na figura 4.

Figura 4 - Grafo do tema Equações de 1º grau.



Fonte: http://siena.ulbra.br/mapImages/8.png

Inicia-se o estudo através das expressões algébricas, com foco nas representações em linguagem natural e algébrica. A seguir, são trabalhados os conceitos de igualdade, equivalência e de equação, sendo que, os dois nodos seguintes referem-se aos processos de resolução das equações de 1º grau e o último nodo refere-se a situações problemas. Cabe destacar, que a metodologia de resolução de problemas está presente em todos os nodos, porém, no último foram abordados problemas referentes a situações intra e extramatemática.

3.2 TESTES ADAPTATIVOS NO SIENA

Conforme já exposto, no SIENA, são utilizados testes adaptativos, os quais são administrados pelo computador. Segundo Costa (2009), esse tipo de teste procura encontrar um teste ideal para cada estudante. Para tal, a proficiência do indivíduo é estimada interativamente durante a administração do teste e, assim, são selecionados os itens que mensurem eficientemente a proficiência do examinado. Um dos diferenciais dos testes adaptativos é que cada estudante recebe um teste com questões diferentes, variando também, o número de questões apresentadas, dependentes do desempenho do estudante. Por exemplo, se alternar entre errar e acertar as questões, o aluno terá que responder um número maior de questões.

Um teste adaptativo disponibiliza questões aleatórias ao aluno, com um nível de dificuldade de acordo com as respostas do estudante ao teste. Particularmente o SIENA dispõe de um mecanismo de parada, quando já não se pode obter uma maior estimativa sobre o grau de conhecimento de um conceito. A progressão do aluno para o próximo nodo ocorre sempre que alcançar uma nota igual ou superior ao estipulado, pelo professor, no teste. Segundo Groenwald (2011) esta nota que varia de 0,1 a 1,0 é calculada a partir da fórmula $\frac{\mathrm{D\ x\ P}}{\mathrm{D\ x\ P}+(1-\mathrm{P})\mathrm{x\ L}}$ na qual: D é a dificuldade da pergunta; L é o nível de adivinhação da pergunta; P é a nota da pergunta anterior.

No caso do trabalho aqui apresentado, essa nota mínima é 0,6. Assim, quando o estudante não obtém a aprovação em um nodo, o sistema não prossegue, abrindo a possibilidade da realização de uma recuperação. Esta é realizada através de sequências didáticas específicas, desenvolvidas com o objetivo de proporcionar a retomada de conceitos e procedimentos. Após o estudo dessa sequência específica, o estudante refaz o teste e, obtendo aprovação, passa para o nodo seguinte. Os testes adaptativos desenvolvidos para esta investigação serão apresentados e detalhados no capítulo 5 desta dissertação.

3.3 MAPA INDIVIDUALIZADO DE DESEMPENHO

A figura 5 apresenta um exemplo de banco de dados de um teste sobre expressões algébricas. Nele identificam-se as questões respondidas pelo aluno, suas respectivas respostas (representadas pelos números 0, 1, 2, 3 e 4), se o aluno acertou (*true*) ou errou (*false*), o tempo que ainda restava para responder e a pontuação obtida em cada questão.

Figura 5 - Exemplo do banco de dados de um teste adaptativo de um nodo.

Acabado: true

Nota: 0.510

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	0	true	428	Utilizando x como variável, qual das alternativas abaixo representa três oitavos de um número mais 180.	0.100	0.217
1	1	false	566	Na figura abaixo a letra x representa uma medida em certa unidade. Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura?	0.217	0.217
2	2	false	287	Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:	0.217	0.217
3	4	false	282	Qual a expressão algébrica correspondente a Luciana tem o dobro da quantia de balas que Jõao tem?	0.217	0.217
4	1	true	276	Algebricamente podemos representar o consecutivo de um número y como:	0.217	0.294
5	2	true	430	Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:	0.294	0.510

Fonte: http://siena.ulbra.br/tests/3606

3.4 SISTEMA DE RECUPERAÇÃO DE CONTEÚDOS

Esta parte do sistema é dedicada à realização das recuperações dos nodos nos quais os alunos apresentarem dificuldades. Como já exposto, as recuperações foram organizadas por meio de sequências didáticas especificas, constituídas por materiais de estudo, atividades nos *software* Scratch e JClic, utilização de jogos, atividades *online*, objetos de aprendizagem e vídeos, que são apresentados no capítulo 5 desta dissertação.

4 SOBRE A INVESTIGAÇÃO

A partir das reflexões realizadas em torno da Álgebra, mais especificamente, das equações de 1º grau e seu processo de ensino e aprendizagem, da recuperação de conteúdos e do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), vislumbrou-se a necessidade de pesquisas que explorem estes temas, de maneira articulada, visando superar as barreiras encontradas pelos alunos no estudo das equações de 1º grau.

Ressalta-se que o uso das TIC pode se constituir em elemento que contribua para o processo de ensino e aprendizagem e na recuperação de conteúdos. Assim, entende-se que a construção de uma sequência didática sobre equações de 1º grau, disponível em um sistema e com o auxílio dos recursos advindos das TIC, é uma tentativa de abordar novamente o conteúdo, buscando novos caminhos para o ensino e aprendizagem e para superação das dificuldades dos estudantes, atendendo ao que se espera da recuperação de conteúdos.

As equações de 1º grau se constituem em conteúdo no qual os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem, conforme já discutido, (LINS e GIMENEZ, 1997; SILVA e COSTA, 2010; FREITAS, 2002). Por outro lado é um conteúdo bastante abrangente, utilizado para resolução de problemas em diversos contextos, o que o torna presente em vários momentos ao longo da educação básica, não só na Matemática, mas também em outras áreas (FREITAS, 2002, p.10). Sendo assim, considera-se relevante, não só identificar essas dificuldades como também buscar alternativas que possibilitem os estudantes enfrentá-las e superá-las. Nesse contexto, surge o problema dessa investigação: Uma Sequência Didática Eletrônica com o tema equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem, favorece a recuperação de conteúdos para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental?

4.1 OBJETIVOS

Buscando apresentar respostas ao problema de pesquisa colocado, definem-se o objetivo geral e os específicos que vão nortear a investigação.

4.1.1 Objetivo Geral

Investigar em que medida uma sequência didática com o tema das equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), favorece a recuperação de conteúdos, para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental que apresentam dificuldades no tema.

4.1.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- investigar e selecionar metodologias adequadas para o desenvolvimento de uma sequência didática com uso das TIC;
- implementar[5] a sequência didática com o tema equações de 1º grau no sistema SIENA;
- investigar em que medida a sequência didática desenvolvida favorece a recuperação de conteúdos.

4.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A metodologia utilizada nesta investigação é um estudo de caso exploratório com abordagem qualitativa e quantitativa. Segundo Santos Filho e Gamboa (2000), quando se utiliza uma abordagem qualitativa, os propósitos fundamentais são a compreensão, a explanação e a interpretação do fenômeno estudado. Assim, buscou-se este caminho metodológico com o objetivo de investigar as produções dos alunos, assim como, investigar quais aspectos a Sequência Didática contribui para a recuperação de conteúdos das equações de 1º grau.

Por outro lado, entende-se que a combinação de métodos e técnicas está presente nessa investigação, principalmente, por meio da utilização do banco de dados do SIENA, o qual permite uma leitura tanto quantitativa quanto qualitativa das informações. As demais técnicas de coleta de dados, como registros feitos através de vídeo e áudio, a observação participante da pesquisadora, análise da produção dos estudantes, serão analisadas com uma abordagem qualitativa. Segundo Freitas et al., (2000) pode-se utilizar diferentes métodos de forma combinada, recorrendo-se a mais de uma fonte para coleta de dados, aliando-se o qualitativo ao quantitativo.

Diferentes dados, advindos de fontes distintas vão permitir realizar o que, em pesquisa, se denomina triangulação de dados. A triangulação é defendida por Fernandes (2009), que a aponta como caminho para combinar e integrar métodos e técnicas advindos

[5] Utiliza-se neste trabalho implementar no sentido de desenvolver, aplicar e avaliar.

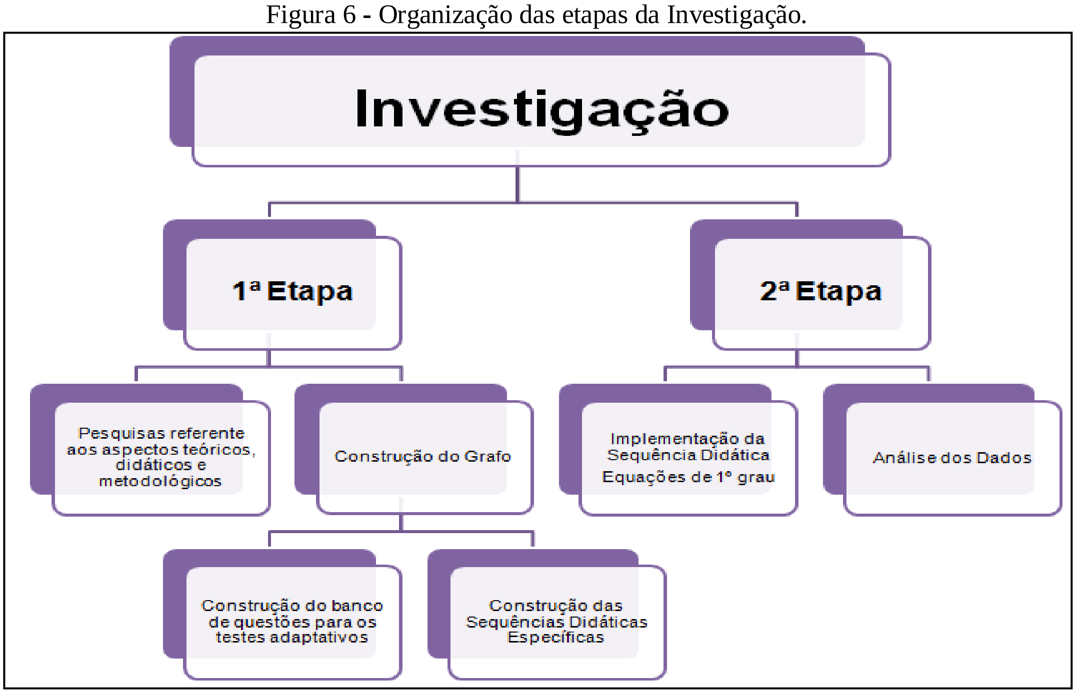
tanto de uma abordagem qualitativa quanto quantitativa, buscando significar os dados coletados, objetivando dar qualidade e fidedignidade à pesquisa.

Com relação à observação participante, Valladares (2007) pondera que é uma interação entre o pesquisador e o pesquisado. De acordo com o autor, as informações que obtém, as respostas que são dadas às suas indagações, dependerão do seu comportamento e das relações que desenvolve com o grupo estudado.

Segundo Queiroz et.al (2007, p.4), para um pesquisador realizar uma observação participante, precisa “ser capaz de estabelecer uma relação de confiança com os sujeitos; ter sensibilidade para pessoas; ser um bom ouvinte; ter familiaridade com as questões investigadas, com preparação teórica sobre o objeto de estudo ou situação que será observada [...]”.

Buscando atingir os objetivos propostos, esta investigação foi desenvolvida em duas etapas. A primeira se caracterizou pela construção da fundamentação teórica sobre aspectos epistemológicos do objeto equações de 1º grau, bem como, aspectos referentes a questões didáticas e pedagógicas que envolvem seu ensino e aprendizagem, incluindo também as questões que envolvem o uso da tecnologia. A partir dessa fundamentação, ainda na primeira etapa, foram constituídas as questões dos testes adaptativos e as sequências didáticas específicas para a recuperação dos conteúdos. A segunda etapa se constituiu na implementação da sequência didática junto aos alunos e a análise dos dados obtidos a partir desta. Estas etapas estão organizadas conforme apresentado na figura 6.

Figura 6 - Organização das etapas da Investigação.



Fonte: Autora

A primeira etapa se desenvolveu a partir de um estudo teórico e exploratório sobre o tema equações de 1º grau, como também uma pesquisa sobre os recursos tecnológicos e metodológicos que possibilitem o desenvolvimento da sequência didática. Nesta etapa, definiram-se os conceitos principais que seriam trabalhados (nodos) e, a partir dele se construiu o grafo do tema equações de 1º grau. Nesta fase, também se estruturou a sequência didática com o uso das TIC e foi realizada a construção e classificação das questões para os testes adaptativos de cada nodo do grafo das equações de 1º grau. Também foram implementadas no SIENA, a sequência didática e as questões dos testes adaptativos.

A segunda etapa da pesquisa é constituída pela implementação da sequência didática junto a um grupo de 21 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Irmão Pedro, do município de Canoas, Rio Grande do Sul. O trabalho foi desenvolvido nesta escola, por se constituir em escola participante do projeto Observatório de Educação desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM).

4.2.1 Ambiente de Investigação

Seibert e Groenwald (2012, p. 78) consideram que um ambiente de investigação pode ser "caracterizado como um espaço multimídia[6], na internet, com ferramentas e estratégias que propiciem materiais para análise dos pesquisadores. Um ambiente que dá suporte ao trabalho de investigação".

Considera-se como ambiente de investigação nesta pesquisa, o conjunto de elementos necessários para o desenvolvimento da investigação, a partir da sequência didática implementada no SIENA. Estes elementos são o grafo, as questões para os testes adaptativos e as sequências didáticas específicas para a recuperação de conteúdos. A união destes elementos se constitui o que denominamos neste trabalho como **Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau**, uma vez que esta envolve todos os elementos do ambiente de investigação.

Para a constituição deste ambiente foram realizadas, na primeira etapa desta investigação, as seguintes ações:

- estudo e levantamento bibliográfico sobre o tema equações de 1º grau;
- construção do grafo;

[6] De acordo com Filatro (2007) é a convergência de diversas mídias

- pesquisas em livros e materiais didáticos para a elaboração das questões dos testes adaptativos;
- criação do banco de questões para os testes adaptativos para os seis nodos do grafo, cada um destes, com no mínimo 30 questões;
- pesquisas sobre os recursos metodológicos e tecnológicos que possibilitam o desenvolvimento da sequência didática sobre equações de 1º grau.
- construção da sequências didáticas especficas para as recuperações;
- avaliação da Sequência Didática das Equações de 1º grau por um grupo de 6 professores;
- implementação da Sequência Didática das Equações de 1º grau no SIENA.

A partir dessas ações, a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau foi disponibilizada no SIENA e foi desenvolvido o trabalho junto aos alunos.

4.2.2 Local e Sujeitos da investigação

A investigação foi realizada com um grupo de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Irmão Pedro, do município de Canoas, Rio Grande do Sul. A escola está localizada no bairro Estância Velha, tendo sido fundada em 10 de outubro de 1940. Atualmente conta com um grupo de aproximadamente 80 professores e em torno de 1.482 alunos. O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) da escola, segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira (INEP)[7], é de 5,1 em 2011 para 4ª série/5º ano e de 3,8 para a 8ª série/9º ano, atingindo em ambas avaliações nos dois últimos anos as metas estipuladas pelo Ministério da Educação (MEC) para a escola.

A EMEF Irmão Pedro é uma das escolas participantes do projeto Observatório da Educação, desenvolvido pelo PPGECIM e foi escolhida para a realização desta investigação por ser local de trabalho de uma das professoras participantes deste projeto, assim como pela disponibilidade de horário para a utilização do Laboratório de Informática, o qual conta com aproximadamente 40 computadores com acesso à internet.

O trabalho foi realizado com alunos oriundos de cinco turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, sendo duas turmas do turno da manhã e três turmas do turno da tarde. Os alunos foram selecionados pelos seus professores, mediante o desempenho que vinham apresentando

[7] http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=12530

no estudo das equações de 1º grau, durante o segundo trimestre de 2012. Estes dados referentes aos desempenhos dos estudantes estão disponíveis no Anexo A.

A professora das duas turmas do turno da manhã indicou para participar das aulas de recuperação, 26 alunos, dos quais, 13 concluíram o trabalho, 4 nunca compareceram e 9 não concluíram. O professor das três turmas do turno da tarde indicou 21 alunos, sendo que, 8 concluíram, 8 nunca compareceram e 9 não concluíram o trabalho. Assim a investigação contou com a participação efetiva de um total de 21 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

4.2.3 Instrumentos de Coleta de Dados

Buscando alcançar os objetivos propostos e responder a pergunta norteadora desta investigação, foram utilizados os seguintes instrumentos para a coleta de dados:

- banco de dados do SIENA;
- análise da produção dos estudantes (rascunhos);
- observação participante;
- registro em áudio e vídeo;
- entrevista semiestruturada com os professores titulares;
- questionários para os alunos;

O banco de dados do SIENA foi utilizado para verificar as questões resolvidas pelos alunos nos teste adaptativos e identificar as respostas dadas. Buscou-se relacionar as questões respondidas nos testes adaptativos com as produções dos alunos, no caso, os rascunhos que estes utilizaram para resolver as questões. Com a união destes instrumentos foi possível identificar as estratégias que os alunos utilizaram para resolver as questões, assim como, investigar as dificuldades e erros cometidos na compreensão e na resolução das equações de 1º grau.

Os registros em áudio e vídeo foram utilizados para registrar os momentos em que os alunos estavam trabalhando nas sequências didáticas para a recuperação dos nodos, assim como, situações em que estes expressavam alguma dúvida ou questionamento sobre o conteúdo.

Inicialmente foi realizado um contato com os professores titulares, e estes indicaram os alunos para participar do projeto a partir das dificuldades apresentadas pelos mesmos, assim como pelo desempenho que estes tinham obtido no 2º trimestre do ano de 2012, conforme anexo A. Após a finalização do trabalho foi realizada um entrevista semiestruturada com os professores (Apêndice A), com o objetivo de investigar em quais aspectos o trabalho desenvolvido contribuiu para a recuperação de conteúdos, assim como se este refletiu em sala de aula e no desempenho dos alunos.

Utilizaram-se também dois questionários para os alunos, sendo o questionário 1 (Apêndice B), aplicado no 1º encontro, com o objetivo de traçar o perfil dos estudantes, verificar a frequência com que utilizavam o computador, e se já tinham utilizado o laboratório de informática nas aulas de Matemática. O questionário 2 (Apêndice C) foi respondido pelos alunos assim que estes concluíram o trabalho. Foram abordadas duas questões sobre o trabalho desenvolvido, com o objetivo de captar a opinião, o interesse e as principais dificuldades encontradas na realização do trabalho.

Buscou-se integrar estes instrumentos de pesquisa para, a partir dos dados fornecidos por estes, investigar em que medida a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau favorece a recuperação de conteúdos, assim como, as contribuições desta para a superação das dificuldades neste tema.

5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA EQUAÇÕES DE 1º GRAU

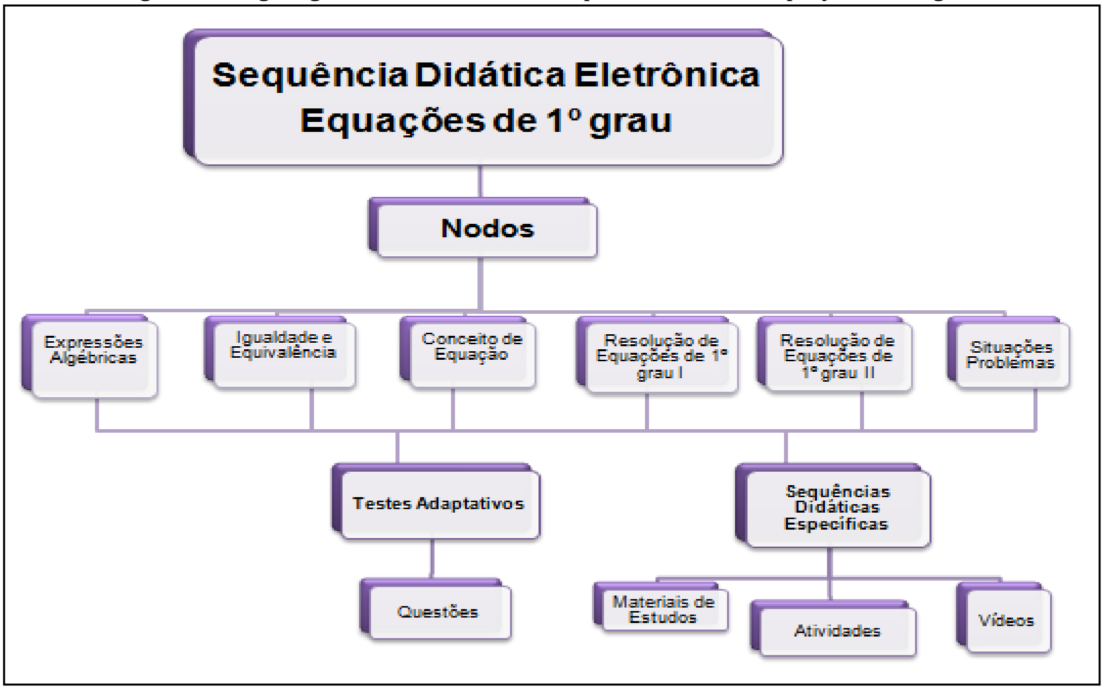
Este capítulo é dedicado a apresentar como foi constituída e construída a **Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau**. Destaca-se que quando é mencionada Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, está se fazendo referência à sequência como um todo, que envolve os testes adaptativos e as sequências didáticas específicas para a recuperação de cada nodo. A íntegra da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau encontra-se disponível no SIENA, no endereço siena.ulbra.br e no Apêndice C dessa dissertação. Ressalta-se que para ter acesso a sequência no SIENA, é necessário ter um usuário e senha, que deve ser previamente solicitado, pois o SIENA e os materiais disponíveis no mesmo fazem parte de pesquisas em andamento.

Sequências didáticas, segundo Dolz e Schneuwly (2004), podem ser compreendidas como um conjunto de atividades organizadas, de maneira sistemática, planejadas para o processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo. São organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos e envolvem atividades de aprendizagem e avaliação.

Ainda, segundo Zabala (1998), sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos. Através da sequência didática é possível analisar as diferentes formas de intervenção e avaliar a pertinência de cada uma delas.

No caso da presente investigação, a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau foi desenvolvida visando à recuperação de conteúdos, a qual se entende como parte do processo de ensino e aprendizagem. Assim, para a sua constituição buscou-se realizar uma retomada dos conceitos, procedimentos e técnicas pertinentes ao estudo das equações de 1º grau, através das sequências didáticas específicas e dos testes adaptativos, conforme apresentado no esquema da figura 7.

Figura 7 - Organograma da Estrutura da Sequência Didática Equações de 1º grau.



Fonte: Autora.

Diante deste contexto, sentiu-se a necessidade de buscar aportes quanto ao como estruturar a Sequência Didática Eletrônica. Assim, utilizou-se o Design Instrucional Fixo proposto por Filatro (2009) para apoiar e nortear o desenvolvimento e a estruturação da sequência.

5.1 ESTRUTURA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA

Para a construção da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau buscou-se apoio no Design Instrucional (DI) proposto por Filatro (2009), no que se refere a como estruturar materiais a serem disponibilizados a estudantes com a intenção de produzir aprendizado.

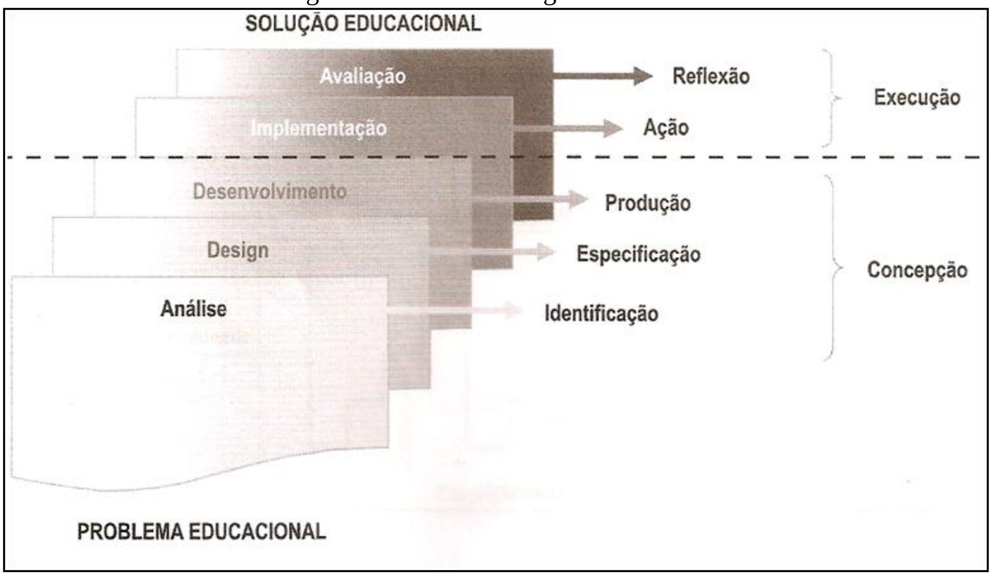
Segundo Filatro (2009), o Design Instrucional consiste em uma ação intencional e sistemática de ensino que envolve o planejamento, o desenvolvimento e a aplicação de métodos, técnicas, atividades, materiais, eventos e produtos educacionais em situações didáticas com a finalidade de promover a aprendizagem. Ainda segundo a autora, o Design Instrucional “[...] é um processo (conjunto de atividades) de identificar um problema (uma necessidade) de aprendizagem e desenhar, implementar e avaliar uma solução para esse problema.” (FILATRO, 2009, p.3).

Assim, a perspectiva apresentada pela autora, veio ao encontro do que se pretendia desenvolver na Sequência Didática, considerando que a mesma se constitui em uma proposta de um conjunto de atividades que, integradas, possibilitem a superação das dificuldades em torno das equações de 1º grau.

A partir dos estudos referentes ao tema constatou-se que, pela proposta de disponibilizar esta Sequência Didática em um sistema, no caso o SIENA, dos modelos existentes para Design Instrucional, o que mais se enquadrou na proposta foi o Design Instrucional Fixo, pois neste modelo há um planejamento criterioso das atividades, sendo todas construídas antes de ser apresentadas aos alunos. Neste modelo o especialista em design instrucional, juntamente com uma equipe interdisciplinar, toma as decisões sobre como será a constituição dos materiais e das atividades, o que, na presente investigação, foi executada pela pesquisadora.

Para a constituição e o desenvolvimento da Sequência Didática das Equações de 1º grau, seguiu-se as fases propostas por Filatro (2009), sendo elas: Análise, Design, Desenvolvimento, Implementação e Avaliação. No modelo fixo, estas fases são separadas em duas etapas: concepção, que se constitui pelas fases de Análise, Design e Desenvolvimento e, execução que contempla as fases de Implementação e Análise, conforme ilustrado na figura 8.

Figura 8 - Fases do Design Instrucional.



Fonte: Filatro, 2009, p.25.

Apresenta-se a seguir as fases propostas por Filatro (2009) e como estas foram desencadeadas nesta investigação.

A fase de Análise consiste em entender o problema e projetar uma solução para este. Para a autora, esta pode ser feita através do levantamento das necessidades educacionais, a caracterização dos alunos e a verificação de possíveis soluções. No caso da presente investigação, esta fase, consistiu na realização de levantamento bibliográfico, análise sobre os processos de ensino e aprendizagem das equações de 1º grau, assim como as principais dificuldades apresentadas pelos alunos e relatadas em pesquisas (LINS e GIMENEZ, 1997; SILVA e COSTA, 2010; FREITAS, 2002, RIBEIRO, 2001, 2007).

O Design consiste na fase de planejamento das ações a partir do levantamento realizado na fase de análise. É nesta fase que são estabelecidas as estratégias e atividades a serem utilizadas, os objetivos traçados e as seleções das mídias e ferramentas apropriadas. No âmbito desta pesquisa, esta fase ocorreu por meio do planejamento das ações, identificação de ferramentas e materiais a serem utilizados para a construção da sequência didática. Nesta fase também, decidiu-se por utilizar o Power Point, salvo em HTML, para a construção dos materiais de estudos, pois essa forma de apresentação já havia sido utilizada por Lemos, Groenwald e Seibert (2011) no âmbito do SIENA. Assim, buscou-se a criação de ambientes mais lúdicos, uso de jogos e atividades *online* disponíveis sobre o tema, utilização de *softwares* para a criação de atividades didáticas específicas para os conceitos a serem trabalhados dentro de cada nodo. Também se pesquisou vídeos que possibilitassem uma revisão dos temas abordados nos diferentes nodos, como uma forma de complementar os materiais de estudo e as atividades propostas. Estes elementos serão detalhados na Seção 5.1.2.

A fase de Desenvolvimento compreende a produção e adaptação dos recursos e atividades didáticas a serem utilizados. Filatro (2009) ressalta que esta fase, no DI fixo, é a que consome boa parte do cronograma do projeto, uma vez que, é neste momento que são construídas todas as atividades que farão parte do projeto. Esta fase dentro da pesquisa foi uma das mais importantes, pois foi neste momento que a Sequência Didática Equações do 1º grau foi construída como um todo, sequências didáticas específicas para as recuperações de cada nodo foram articuladas, assim como, foi criado o banco de questões para os testes adaptativos.

Passando para a etapa de Execução do Projeto têm-se as fases de Implementação e de Avaliação. A Implementação é subdividida em duas etapas, a publicação e a execução. A publicação consiste em disponibilizar o material produzido aos alunos e a execução é o momento em que os alunos realizam as atividades. No âmbito da pesquisa, a publicação foi realizada no momento em que a pesquisadora disponibilizou as sequências de recuperações e cadastrou as questões dos testes adaptativos no SIENA. A etapa de execução ocorreu através do trabalho com a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau junto ao grupo de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

A fase de Avaliação consiste nas considerações sobre a efetividade do projeto proposto, bem como a revisão das estratégias implementadas. Nesta, avalia-se tanto o projeto proposto como os resultados de aprendizagem dos alunos. No que se refere mais especificamente o DI Fixo, esta avaliação deve ser realizada por meio de validações intermediárias, revisões ou testes pilotos. Seguindo as ideias propostas por Filatro (2009) quanto à importância de realizar uma avaliação e uma revisão do projeto, submeteu-se a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau para a avaliação de um grupo de seis professores, participantes do projeto Observatório da Educação. Foi solicitado a esses professores que fizessem considerações sobre aspectos referentes à apresentação dos conteúdos, do próprio conteúdo, das metodologias e exemplos utilizados, assim como das atividades disponíveis. Esta avaliação realizada (Apêndice E) contribui para o aprimoramento da Sequência, sendo que os aspectos apontados pelos professores foram que a Sequência possui uma boa abordagem dos aspectos teóricos relativos ao tema, assim como a metodologia e os exemplos apresentados são satisfatórios. A avaliação realizada apontou a necessidade de ampliar o número de atividades construídas no JClic, o que foi incorporado à sequência didática.

Conforme já explicitado a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau foi elaborada a partir da construção dos testes adaptativos e das sequências didáticas específicas para as recuperações dos nodos, estas constituídas pelos materiais de estudos, atividades criadas no *software* JCLIC e no Scrath, atividades e jogos *online* e vídeos. Como parte do processo de construção da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau utilizou-se o Design Instrucional, também, para nortear a construção dos materiais de estudo e as atividades. A seguir detalha-se a estruturação dos materiais de estudos, atividades e vídeos utilizados nas sequências específicas dos nodos.

Os materiais de estudos foram utilizados em todos os nodos das sequências didáticas específicas para as recuperações. Estes materiais têm como objetivo retomar as ideias e conceitos, buscando promover a superação das dificuldades em torno dos conceitos, procedimentos e técnicas que envolvem as equações de 1º grau. A metodologia utilizada nestes materiais será especificada individualmente na Seção 5.1.2, sendo que, aqui será apresentado como se estruturou de maneira geral todos estes materiais de estudos.

Os materiais foram construídos no Power Point e posteriormente salvos em HTML através do *software* ISpring. A estrutura destes foi constituída a partir das indicações realizadas por Filatro (2009) no que diz respeito sobre a construção de materiais para o aprendizado eletrônico:

- devem incluir textos, imagens, gráficos, animações e vídeos;
- os textos devem ser sucintos e objetivos;
- utilizar uma linguagem acessível;
- destacar as informações mais importantes através de cores, negrito ou itálico;
- organizar os elementos da interface do material, para que estes não sobrecarreguem a tela.

Segundo a autora, no aprendizado eletrônico, os alunos interagem com os conteúdos apresentados de forma auto-instrucional e através de tutoriais multimídias, ocorrendo o que é denominado como conversa instrucional, sendo esta uma comunicação que envolve a apresentação de razões, evidências, argumentos e justificativas para auxiliar o aluno na aprendizagem. Uma das formas de personalizar esta conversa instrucional é através da utilização de agentes pedagógicos para atuarem como tutores nos materiais ou nos ambientes de aprendizagem.

Nos materiais de estudos das sequências didáticas especificas, foram utilizados agentes pedagógicos inseridos em um ambiente para a apresentação dos conteúdos, sendo que estes se comunicavam com os alunos através de balões de textos escritos, simulando uma conversa. Apresenta-se, na figura 9, exemplo de duas telas de materiais de estudo do nodo expressões algébricas e do nodo conceito de equação.

Figura 9 - Exemplo de duas telas de materiais de estudo.

Fonte: Autora

No que se refere às atividades desenvolvidas no software JClic, as mesmas foram elaboradas objetivando ampliar e aprimorar o que os alunos estudaram a partir dos materiais de estudo. Buscou-se construir atividades que possibilitassem aos estudantes praticarem e explorarem os conceitos, procedimentos e técnicas estudados nos materiais de estudo. Essas atividades foram construídas pela pesquisadora, elaboradas a partir da adaptação de atividades de livros didáticos e das indicações presentes no referencial teórico sobre como trabalhar os conceitos envolvidos em torno das Equações de 1º grau. Estas questões teóricas e metodológicas serão detalhadas na seção 5.1.2 desta dissertação. Apresenta-se aqui, os aspectos gerais sobre as atividades criadas no âmbito deste *software*, assim como, uma breve apresentação das funcionalidades do mesmo.

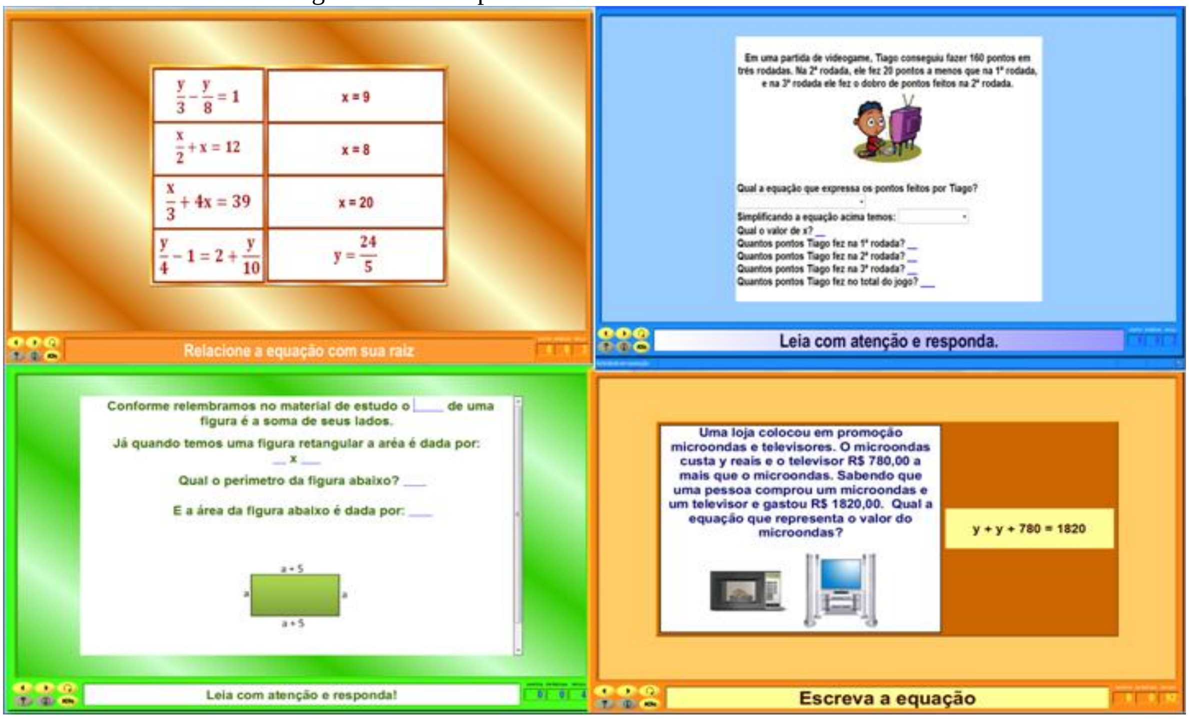
O JClic é um programa para a criação, realização e avaliação de atividades educativas multimídia, desenvolvido na plataforma Java. É uma aplicação em *software* livre que funciona em diferentes sistemas operativos: Windows, Linux e Mac OS. Este *software* é formado por um conjunto de aplicações informáticas que servem para realizar diversos tipos de atividades educativas, utilizando os 16 modelos de atividades nele existentes. As atividades podem ser apresentadas em forma de problemas, palavras-cruzadas, quebra-cabeça, jogo da memória, caça-palavras, associação de conjuntos, exercícios com texto, entre outros. O conteúdo destas atividades pode ser textual ou gráfico, podendo, também, ser inseridos sons, imagens, animações ou vídeos.

Este programa pode ser utilizado em qualquer área do conhecimento (Línguas, Matemática, Música, História, Ciências, Artes Plásticas, etc) e, dado que apresenta uma interface simples, a sua utilização pode ser adaptada a qualquer nível educativo, desde a educação infantil até o ensino superior.

Permite criar projetos que são formados por um conjunto de atividades com uma determinada sequência, que indica a ordem em que irão ser mostradas. Os projetos podem ser visualizados e executados através do aplicativo Jclic Applet, deste modo as atividades se mostram como um objeto inserido em uma página web.

As atividades construídas para as sequências didáticas específicas têm como objetivo que os alunos exercitem e coloquem em prática o que foi estudado no material de estudo. As atividades estão estruturadas a partir de problemas, nos quais, os alunos devem estabelecer relações entre conjuntos de informações, ou escrever a resposta dos problemas, ou escolher a resposta a partir de uma lista de opções, ou completar textos, entre outras. Estas atividades, assim como toda a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, se encontram disponíveis no SIENA através do endereço: siena.ulbra.br e também na Apêndice C dessa dissertação. A seguir, apresentam-se através da figura 10 exemplos de atividades construídas no JClic.

Figura 10 - Exemplos de atividades construídas no JClic.



Fonte: Autora

Além das atividades elaboradas no JClic, também foram utilizados elementos disponíveis na internet, como objetos de aprendizagem, jogos, atividades online e vídeos, que serão apresentados na Seção 5.1.2 desta dissertação.

5.1.1 Construção do banco de questões para os Testes Adaptativos

Conforme já mencionado, no SIENA são utilizados testes adaptativos em todos os nodos. Segundo Groenwald (2011) este tipo de teste é realizado para mensurar qual o nível de conhecimento do aluno em determinado conceito, assim devem ser cadastradas no sistema perguntas que irão compor o banco de questões dos nodos. As questões devem ser de múltipla escolha, classificadas em níveis diferentes de dificuldades, sendo necessário definir, também, no âmbito do sistema, o grau de sua relação com o conceito, a alternativa correta, considerar a possibilidade de responder a pergunta exclusivamente por sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; o tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta.

A construção do banco de questões a serem utilizadas nos testes adaptativos de cada nodo da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau teve como foco a resolução de problemas. Assim, as questões selecionadas são, em sua maioria, situações problemas. Sobre a importância da resolução de problemas Groenwald, Kaiber e Mora (2004, p.37) ressaltam que,

> [...] a Matemática possui um papel social importante na inclusão das pessoas na sociedade. Ensinar Matemática é fornecer instrumentos para o homem atuar no mundo de modo mais eficaz, formando cidadãos comprometidos e participativos. O avanço na tecnologia e as rápidas mudanças sociais impedem que se faça uma previsão exata de quais habilidades são úteis para preparar um aluno, logo, é necessário educar para resolver situações novas com habilidades de resolver problemas, criatividade, iniciativa e autonomia.

Ainda, de acordo com os autores, o valor didático e pedagógico da resolução de problemas reside no fato da possibilidade dos estudantes se dedicarem de maneira independente e autônoma na busca de ideias e estratégias novas para alcançar uma solução adequada.

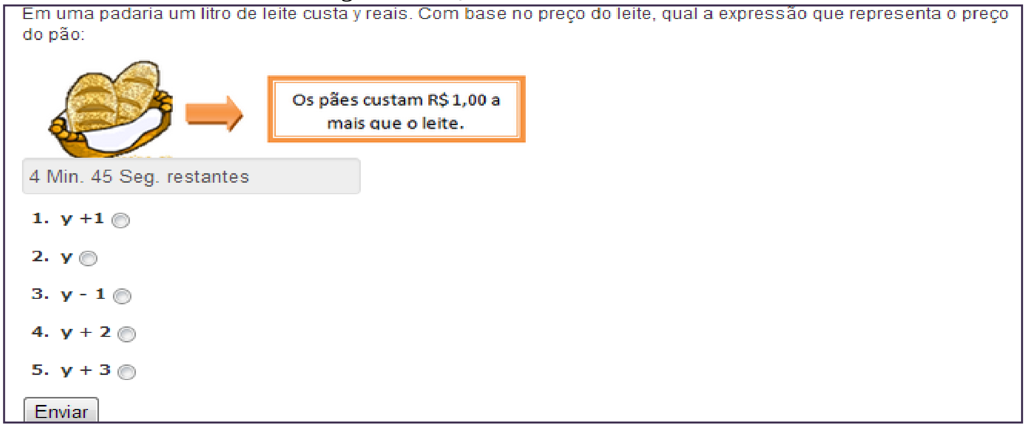
Assim, as questões foram selecionadas de livros didáticos de Matemática do 7º ano, a partir de uma análise detalhada, realizada pela pesquisadora, dos problemas e exercícios propostos nos mesmos. Os livros analisados e utilizados para a seleção de questões foram: Projeto Araribá, da Editora Moderna, Matemática Ideias e Desafios (MORI, ONAGA, 2006), Projeto Radix (RIBEIRO, 2009), Tudo é Matemática (DANTE, 2009) e Matemática no Plural (MIANI, 2006).

De forma geral, as questões selecionadas envolvem a transição da linguagem natural para algébrica e vice-versa, a tradução de uma situação para uma equação, questões que envolvem perímetros, áreas, propriedades, operações, resolução de equações e situações problemas.

Nesta investigação, foram cadastradas no SIENA 225 questões, as quais estão disponíveis no endereço http://siena.ulbra.br e também no Apêndice D deste trabalho. As questões estão distribuídas nos seis nodos e classificadas em três níveis, sendo eles: básico, intermediário e avançado. As questões classificadas como de nível básico envolvem somente um conceito ou um procedimento para sua resolução; as de nível intermediário dois conceitos ou procedimentos e as avançadas, três ou mais, sendo que nestas é exigido um nível maior de abstração por parte dos alunos. Cabe destacar que as questões foram classificadas a partir da colaboração de cinco professores, que aceitaram analisá-las e classificá-las, a partir dos critérios mencionados acima. Assim, a pesquisadora realizou uma análise das classificações realizadas pelos professores, comparando e organizando as questões nestes três níveis e definindo uma classificação final a partir das considerações dos professores, conforme apresentado no Apêndice D.

O teste adaptativo do nodo Expressões Algébricas é constituído de 36 questões, sendo, 14 de nível básico, 11 intermediárias e 11 avançadas. Nas figuras 11, 12 e 13, apresentam-se exemplos de questões desses três níveis para o nodo mencionado.

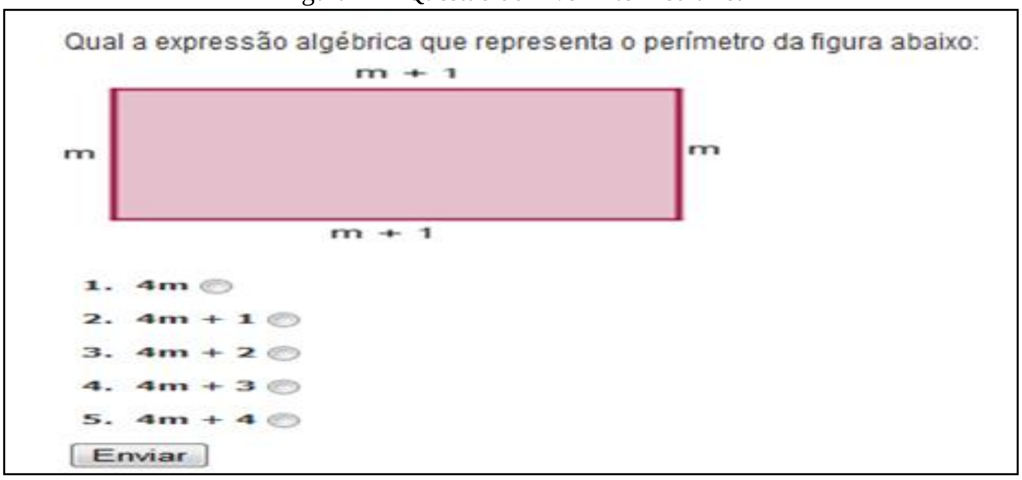
Figura 11 - Questão de nível Básico.



Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

A questão apresentada na figura 11 refere-se ao nível básico, no qual, em geral, as questões são expressas em linguagem natural e os alunos devem passar para a algébrica e vice-versa. Estas foram consideradas como básicas, pois para os alunos resolvê-las bastaria fazer a transição entre estas linguagens.

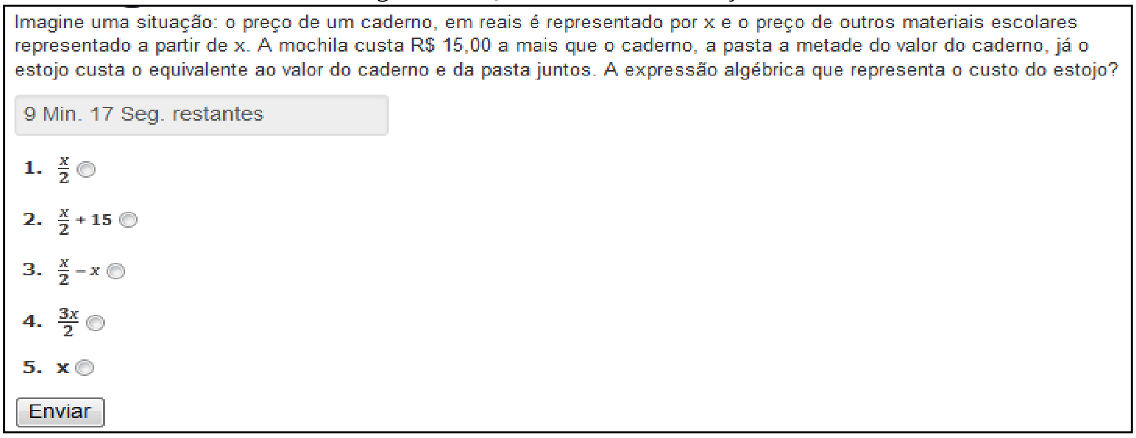
Figura 12 - Questão do nível Intermediário.



Fonte: Adaptado de Matemática, Ribeiro e Soares, 2007.

A figura 12 apresenta uma questão do nível intermediário, no qual, em geral, as questões envolvem a representação algébrica de perímetros, simplificações de expressões algébricas e situações problemas expressas em linguagem natural. Considerou-se as questões com estas características como do nível intermediário, pois os alunos necessitam mobilizar outros conhecimentos para resolvê-las. Por exemplo, nas questões que envolvem perímetros, os alunos devem saber o conceito de perímetro e conseguir realizar as simplificações ou traduções presentes na questão.

Figura 13 - Questão do nível Avançado.



Imagine uma situação: o preço de um caderno, em reais é representado por x e o preço de outros materiais escolares representado a partir de x. A mochila custa R$ 15,00 a mais que o caderno, a pasta a metade do valor do caderno, já o estojo custa o equivalente ao valor do caderno e da pasta juntos. A expressão algébrica que representa o custo do estojo?

9 Min. 17 Seg. restantes

1. $\frac{x}{2}$
2. $\frac{x}{2}+15$
3. $\frac{x}{2}-x$
4. $\frac{3x}{2}$
5. x

Enviar

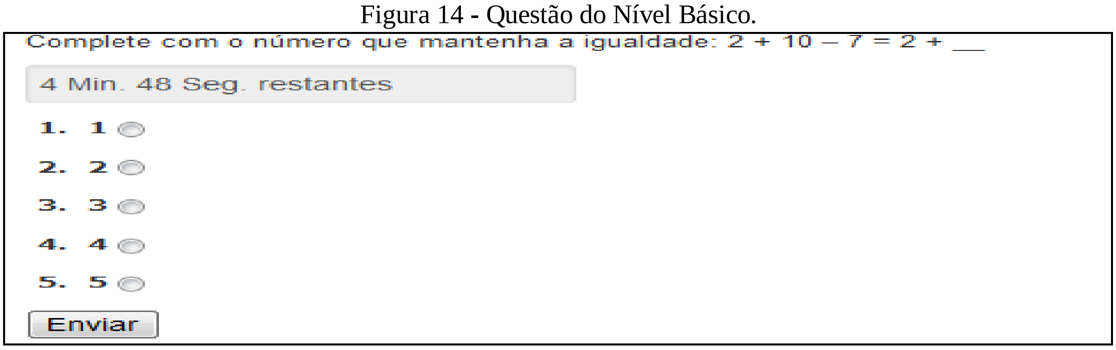
Fonte: Adaptado de Tudo é Matemática, Dante, 2008.

A questão apresentada na figura 13 faz parte do nível avançado, pois neste, a maioria das questões são situações problemas, nas quais é dado um conjunto de informações e a expressão algébrica deve emergir das mesmas. Neste nível também são trabalhadas questões que envolvem o cálculo do perímetro com lados expressos por frações algébricas. Assim, para a resolução destas os alunos terão que mobilizar diversos conceitos e traçar estratégias para responder as questões.

Entende-se que com este conjunto de questões do teste adaptativo do nodo expressões algébricas buscou-se desenvolver um trabalho seguindo as orientações postas no referencial teórico desta dissertação, que consiste em trabalhar as expressões algébricas de diferentes formas e representações, sendo apresentadas de forma contextualizada (LINS e GIMENEZ, 1997; SILVA e COSTA, 2010; FREITAS, 2002; RIBEIRO, 2001 E 2007; ALCALÁ, 2002).

No nodo Igualdade e Equivalência foram cadastradas 35 questões, sendo 14 do nível básico, 10 do nível intermediário e 11 do nível avançado. Nas figuras 14, 15 e 16, apresentam-se exemplos de questões desses três níveis.

Figura 14 - Questão do Nível Básico.



Complete com o número que mantenha a igualdade: 2 + 10 – 7 = 2 + __

4 Min. 48 Seg. restantes

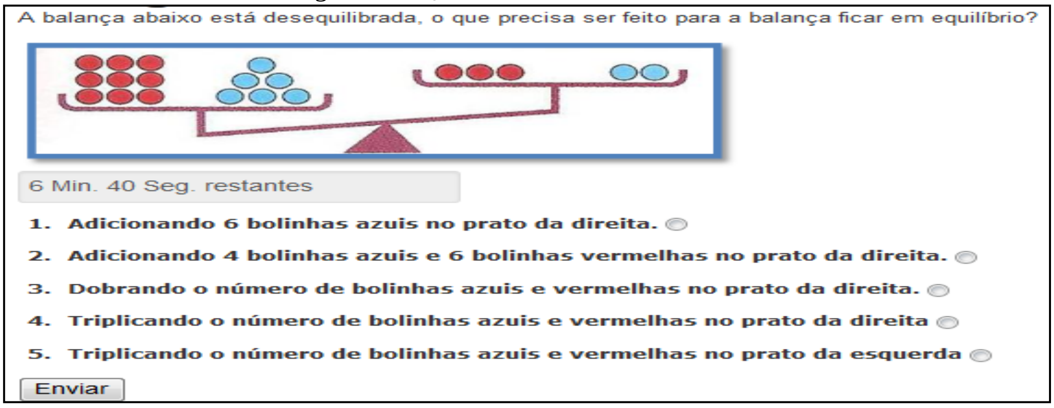
1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

Enviar

Fonte: Autora.

A questão apresentada na figura 14 refere-se ao nível básico, no qual, em geral, as questões abordam a igualdade e equivalência, buscando-se trabalhar com termos desconhecidos. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p.29) "Os alunos devem trabalhar sequências de expressões numéricas com o intuito de encontrarem relações numéricas, reforçando o significado de equivalência do sinal de igual". Assim, considerou-se estas questões como básicas, pois para a resolução das mesmas os alunos devem realizar as operações, identificando a igualdade.

Figura 15 - Questão do Nível Intermediário.


A balança abaixo está desequilibrada, o que precisa ser feito para a balança ficar em equilíbrio?

6 Min. 40 Seg. restantes

1. **Adicionando 6 bolinhas azuis no prato da direita.**
2. **Adicionando 4 bolinhas azuis e 6 bolinhas vermelhas no prato da direita.**
3. **Dobrando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da direita.**
4. **Triplicando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da direita**
5. **Triplicando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da esquerda**

Enviar

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

A questão apresentada na figura 15 é uma questão do nível intermediário, em que se procurou trabalhar a igualdade e a equivalência a partir de situações envolvendo a balança de dois pratos, pois, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009) deve-se trabalhar com os alunos a compreensão do sinal de igual como indicando equivalência entre duas quantidades. Atividades com uso de balanças em equilíbrio ajudam a desenvolver essa compreensão e a promover o surgimento de estratégias informais para a resolução de equações, assim como compreender os princípios de equivalência. Estas questões foram consideradas do nível intermediário, pois para sua resolução, os alunos devem compreender a analogia feita com a balança, assim como compreender o princípio de igualdade.

Figura 16 - Questão do Nível Avançado.

Uma balança está em equilíbrio, temos em um dos pratos um pacote mais 55kg e em outro prato 125,5kg. Quanto pesa o pacote?

9 Min. 50 Seg. restantes

1. **55kg**
2. **125,5kg**
3. **70,5kg**
4. **80kg**
5. **70kg**

Enviar

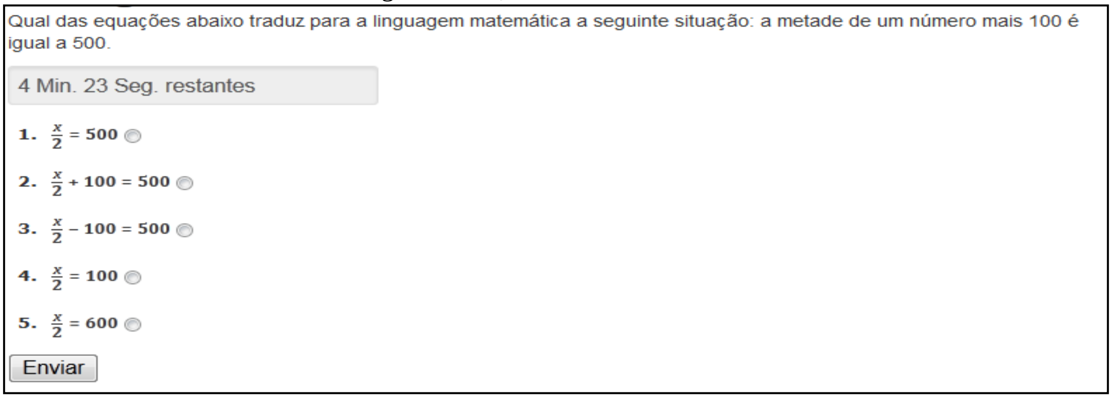
Fonte: Autora.

Na figura 16 é apresentada uma questão do nível avançado. Neste nível, continuou-se trabalhando com questões que envolvem igualdade, equivalência e os princípios aditivo e multiplicativo, assim como situações envolvendo a balança de dois pratos. Porém neste nível, em geral, as questões não apresentavam a figura da balança, exigindo, assim, um nível maior de abstração por parte dos alunos, por isso, classificadas no nível avançado.

Em geral, as questões do nodo Igualdade e Equivalência envolveram os princípios mencionados, assim como a analogia com a balança de dois pratos, conforme é indicado por Ponte, Branco e Matos (2009) e Alcalá (2002).

O teste adaptativo do nodo Conceito de Equação é composto por 35 questões, destas, 10 são do nível básico, 11 do intermediário e 14 do nível avançado. Nas figuras 17,18 e 19, apresentam-se exemplos dessas questões.

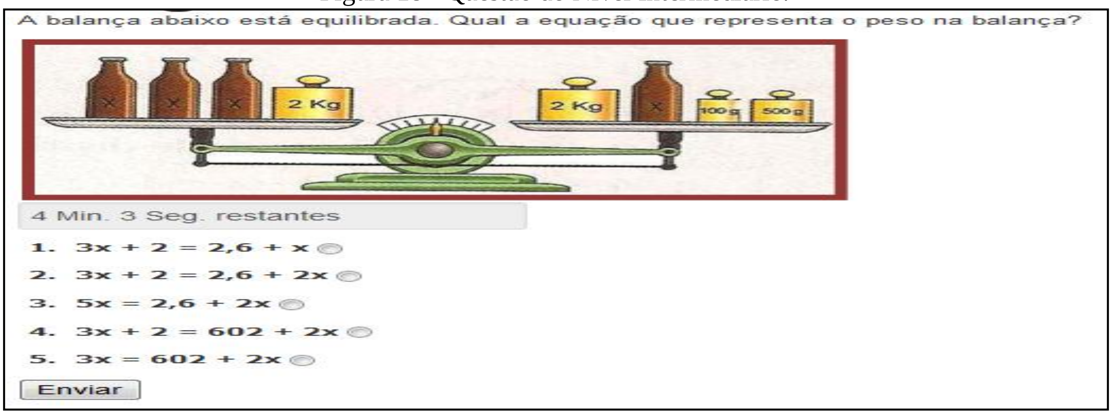
Figura 17 - Questão de Nível Básico.



Fonte: Adaptado de Matemática no Plural, Miani, 2006.

A questão apresentada na figura 17 é um exemplo do nível básico, no qual, as questões são postas em linguagem natural ou através da balança e os alunos devem chegar à equação referente à situação dada. Foram consideradas como básicas, pois, para sua solução, bastaria traduzir a situação dada em uma equação.

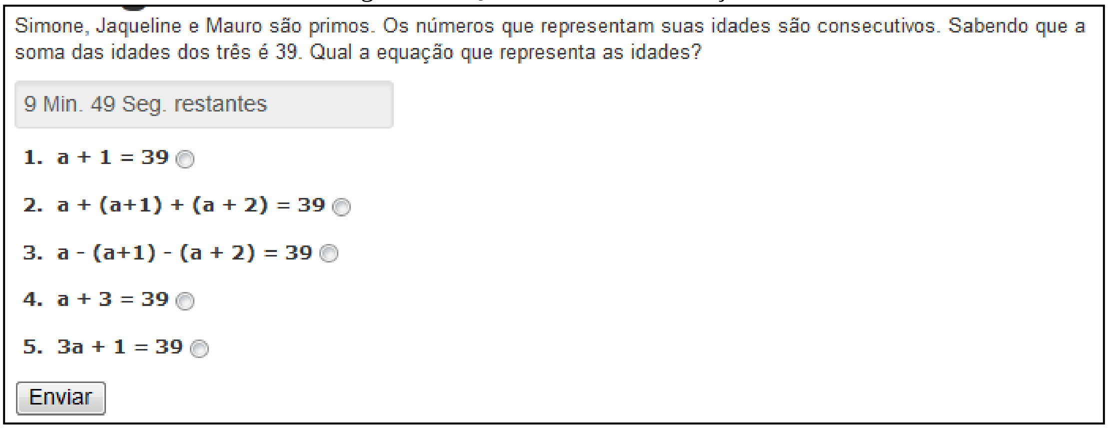
Figura 18 - Questão do Nível Intermediário.



Fonte: Adaptado de Matemática no Plural, Miani, 2006.

A figura 18 apresenta uma questão do nível intermediário. Assim como no nível básico, as questões são em linguagem natural ou envolvem a balança de dois pratos, e os alunos devem chegar à equação referente à situação dada. Porém neste nível, os alunos devem interpretar a questão e realizar simplificações para chegar à equação, envolvendo, assim, mais procedimentos do que no nível básico.

Figura 19 - Questão do Nível Avançado.



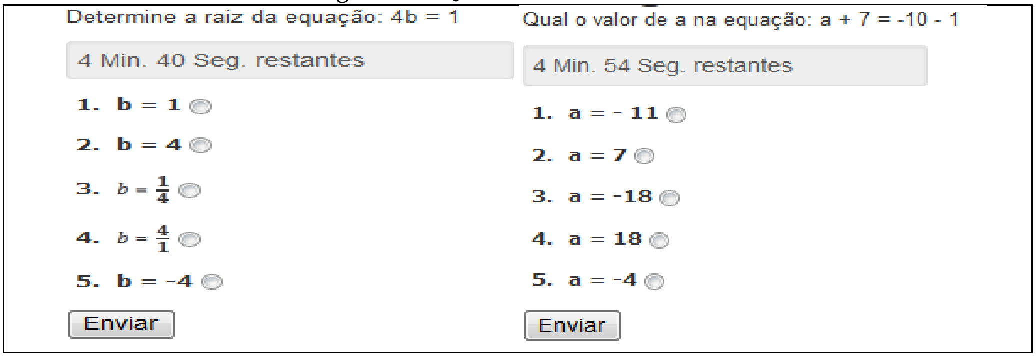
Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

A questão apresentada na figura 19 é do nível avançado. As questões, neste nível, assim como nos outros níveis, são situações problemas, nas quais os alunos devem chegar a equação correspondente em linguagem algébrica. Porém, as questões deste nível avançado, são situações mais complexas, contando com um maior número de informações, sendo que, os alunos devem relacionar as informações dadas para chegar a equação. Em geral, neste nível, as questões apresentam dados e informações a partir de outros dados do próprio problema, assim os alunos devem interpretar e expressar estas situações por meio de equações.

Com as questões que constituem o teste adaptativo do nodo Conceito de Equação, buscou-se trabalhar com os alunos a compreensão do conceito de equação de 1º grau, por meio de situações problemas, nas quais estes deveriam chegar às equações a partir de situações dadas. Segundo Alcalá (2002) é necessário prosseguir com a introdução da linguagem algébrica, assim, indica que antes de resolver as equações, deve-se trabalhar com situações problemas em que o aluno exercite o equacionamento destas. O autor ressalta, também, que o nível de complexidade dessas situações deve ser crescente.

As questões do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I envolvem o processo de resolução de equações de 1º grau. Este teste é composto por 42 questões; destas 12 são do nível básico, 12 do intermediário e 18 do nível avançado. Nas figuras 20, 21 e 22, apresentam-se exemplos destas questões.

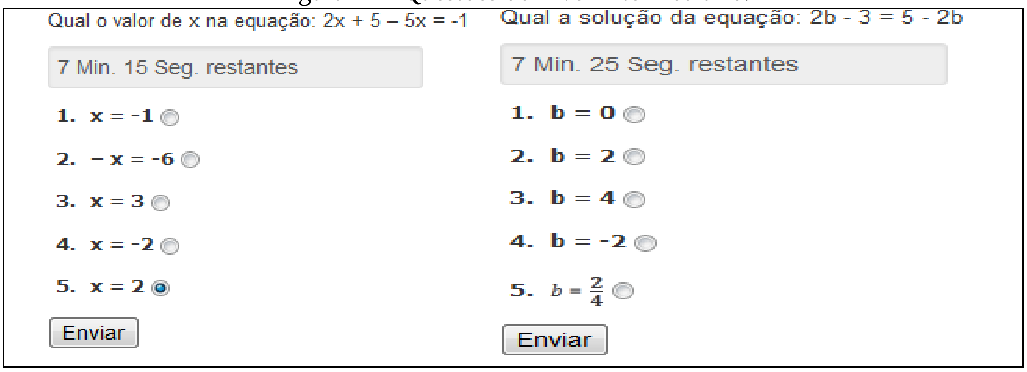
Figura 20 - Questões do Nível Básico.



Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

As questões apresentadas na figura 20 fazem parte do nível básico do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I. Neste nível, as questões são de resolução imediata, onde os alunos deverão aplicar ou o princípio aditivo ou o multiplicativo, envolvem apenas um conceito na resolução, caracterizando o que se considerou como básico.

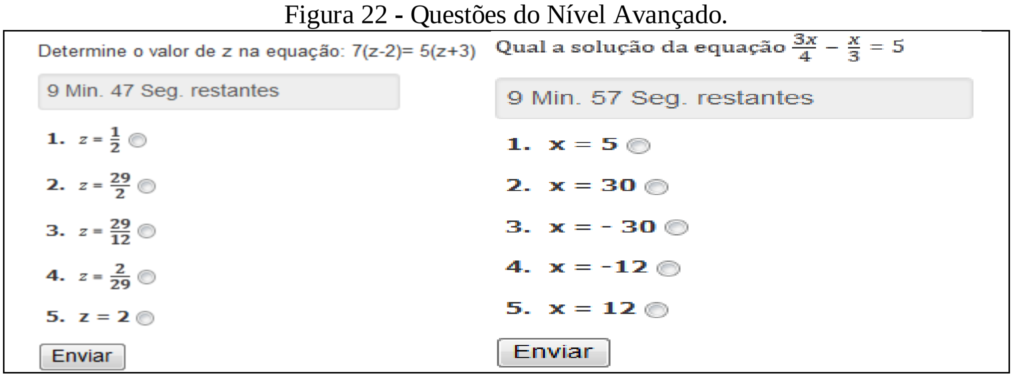
Figura 21 - Questões do nível Intermediário.



Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

Já questões apresentadas na figura 21 são do nível intermediário do teste adaptativo do mesmo nodo. As questões deste nível são equações que envolvem no seu processo de resolução os princípios aditivos e multiplicativos, sendo que, os alunos terão que utilizar estes dois princípios para encontrar a solução da equação. Consideraram-se como intermediárias, pois há a necessidade de utilizar na resolução os princípios aditivo e multiplicativo.

Figura 22 - Questões do Nível Avançado.



Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

As questões apresentadas na figura 22 são do nível avançado, envolvendo a propriedade distributiva e as equações com números racionais. Entende-se que estas questões são do nível avançado, pois os alunos devem mobilizar vários conceitos para sua resolução, tais como, aplicação da propriedade distributiva, cálculo de mínimo múltiplo comum e os princípios aditivo e multiplicativo.

Para construir o teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I, utilizou-se equações dos sete níveis propostos por Alcalá (2002), apresentados no referencial teórico, sendo eles: problemas aditivos, multiplicativos, envolvendo os dos princípios, equações nas quais os alunos deveriam agrupar os termos semelhantes, equações que envolvam números negativos, propriedade distributiva e com denominadores.

O teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau II envolve o processo de resolução de equações de 1º grau através de situações problemas. Este teste é composto por 43 questões, das quais 10 são do nível básico, 13 do intermediário e 20 do nível avançado. Nas figuras 23, 24 e 25, apresentam-se exemplos dessas questões.

Figura 23 - Questão do Nível Básico.

Márcia tem certa quantia em reais. Luan tem o dobro da quantia de Márcia. Sabendo que os dois juntos têm R$105,00. Quantos reais têm cada um deles?

4 Min. 46 Seg. restantes

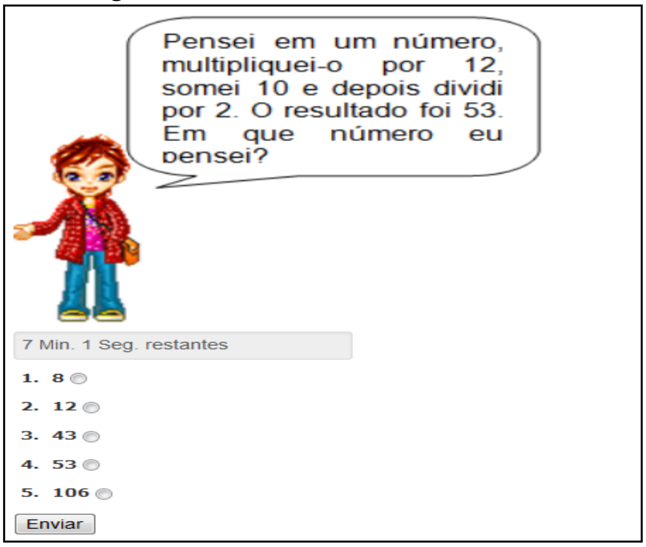
1. **R$ 105,00**
2. **R$ 35,00 e R$ 70,00**
3. **R$ 55,00 e R$ 110,00**
4. **R$ 35,00 e R$ 105,00**
5. **R$ 105,00 e R$ 70,00**

Enviar

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

A questão apresentada na figura 23 é do nível básico do teste do nodo Resolução de Equações do 1º grau II, na qual são trabalhadas situações problemas em que os alunos devem utilizar os princípios aditivos e multiplicativos para chegar à solução.

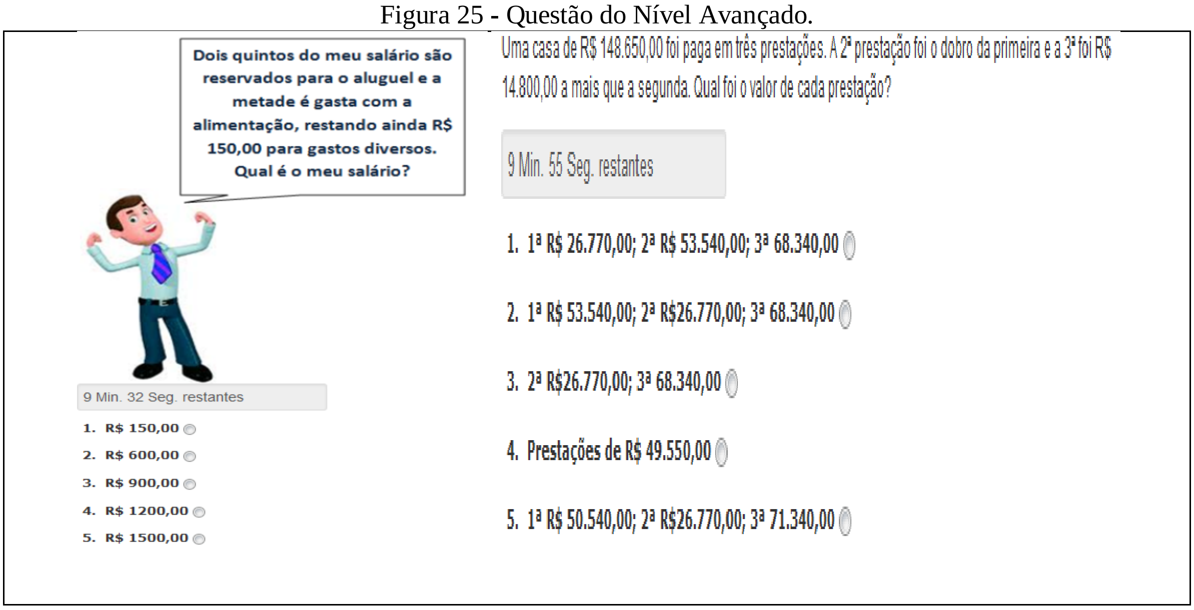
Figura 24 - Questão do Nível Intermediário.



Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

A questão apresentada na figura 24 exemplifica o que se considerou como intermediário no teste do nodo Resoluções de Equações de 1º grau II. Neste nível, as questões envolviam problemas, nos quais era necessário resolver as equações correspondentes. Em geral, são equações que para sua solução é necessário utilizar os princípios da igualdade, resolver equações que envolvem números racionais, ou seja, devem ser mobilizados dois ou três conceitos para chegar à solução.

Figura 25 - Questão do Nível Avançado.



Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Na figura 25, apresentam-se exemplos de questões do nível avançado do nodo Resolução de Equações do 1º grau II. Neste nível, procurou-se trabalhar com questões que envolvessem as partes e o todo da equação, ou seja, objetivando que os alunos compreendessem que a partir das partes referenciadas no problema, quando realizadas as devidas operações, chega-se no todo e vice-versa.

Ressalta-se que para a constituição deste teste adaptativo, utilizaram-se os mesmos critérios apontados no nodo Resolução de Equações I, porém, expressos em forma de problemas.

O teste adaptativo do nodo Situações Problemas é composto por 29 questões, sendo 7 de nível básico, 12 do intermediário e 10 do avançado. As questões são constituídas por situações problemas intra e extramatemática, utilizando os mesmos critérios de classificação dos níveis apresentados no teste do nodo Resolução de Equações de 1º grau II. Nas figuras 26, 27 e 28, apresentam-se exemplos destas questões.

Figura 26 - Exemplo de questão do Nível Básico.

O tamanduá-bandeira é um animal que pode ser encontrado do cerrado da América Central à Argentina. Esse animal alimenta-se de pequenos insetos, que são capturados com sua língua de aproximadamente 40 cm. Se multiplicarmos a massa do tamanduá-bandeira por 3 e adicionarmos 84 kg, obtemos 174 kg. Qual a massa do tamanduá-bandeira?

Fonte: disponível em: http://www.infoescola.com/mamiferos/tamandua-bandeira/

4 Min. 32 Seg. restantes

1. 90
2. 84
3. 58
4. 40
5. 30

Enviar

Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

Figura 27 - Questão do Nível Intermediário.

Há algum tempo, se aprendia na escola que o rio Nilo, com seus cerca de 6695 km, era o maior rio do mundo. Pesquisas recentes mostram que o rio mais extenso do mundo é mesmo o rio Amazonas. Sabendo que a metade da diferença entre a extensão do rio amazonas e o rio Nilo é 86,5 km. Qual é a extensão do rio amazonas?

7 Min. 25 Seg. restantes

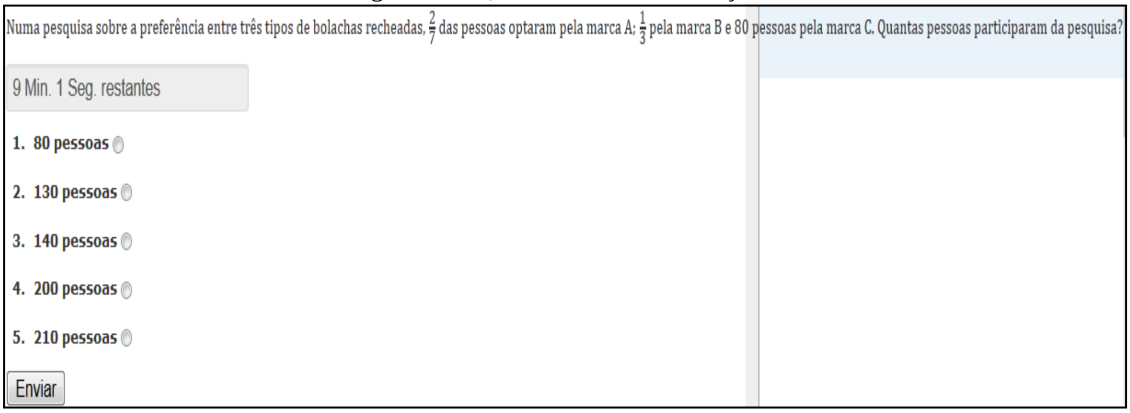
1. 6 608, 5 km
2. 6 781,5 km
3. 6 868 km
4. 6 695 km
5. 6 886 km

Enviar

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Nas figuras 26 e 27, apresentam-se exemplos de questão do nível básico e do intermediário do nodo Situações Problemas. Nestes níveis, buscou-se trabalhar com questões que envolvessem equações de 1º grau, sendo no básico, equações mais triviais e no intermediário as que envolvem mais de um conceito para sua resolução. Estas questões são postas a partir de situações problemas intra e extramatemática, como já foi explicitado.

Figura 28 - Questão do Nível Avançado.



Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

Na figura 28, apresenta-se um exemplo de questão do nível avançado. Neste nível, buscou-se trabalhar com questões contextualizadas, que envolvem no seu processo de resolução os princípios aditivos e multiplicativos, propriedade distributiva e cálculo do mínimo múltiplo comum. Nas questões, trabalhou-se também, com uma abordagem de partes e o todo da equação, conforme apresentado na figura. 28

Conforme apresentado, em todos os testes adaptativos, buscou-se trabalhar com situações problemas, assim como, contemplar nas questões as indicações feitas pelos autores do referencial teórico (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009; ALCALÁ, 2002; SARAIVA, PEREIRA E BERRINCHA, 2010).

5.1.2 Sequências Didáticas Específicas para as Recuperações dos Nodos

As Sequências Didáticas Específicas foram elaboradas para atender as recuperações de cada nodo. Nestas estão disponíveis materiais de estudos, atividades no software JClic, objetos de aprendizagens, atividades e jogos online e vídeos, estruturados em torno dos conceitos trabalhados em cada nodo. Estas sequências estão disponíveis na íntegra no Apêndice C desta dissertação e no SIENA através do endereço http://siena.ulbra.br.

Os alunos acessam as sequências didáticas especificas quando não atingem uma nota mínima satisfatória nos testes adaptativos, a qual, nesta investigação foi estipulada em 0,6. Assim, se o aluno não atingir essa nota no teste, é proposto a ele um estudo sobre os conceitos envolvidos naquele nodo através das sequências didáticas específicas. Ao todo, foram elaboradas seis sequências didáticas especificas ligadas aos nodos estabelecidos, sendo eles:

Expressões algébricas, Igualdade e Equivalência, Conceito de Equação, Resolução de Equações de 1º grau I e II e Situações Problemas.

Quanto à escolha dos nodos a serem trabalhados, optou-se por iniciar os estudos através das expressões algébricas, tendo como foco as representações em linguagem natural e algébrica. A seguir, são trabalhados os conceitos de igualdade, equivalência e de equação, sendo que, os dois nodos seguintes referem-se aos processos de resolução das equações de 1º grau, sendo o Resolução I, destinado a se trabalhar o algoritmo e os métodos de solução das equações de 1º grau, e o Resolução II focado na resolução de equações de 1º grau a partir de problemas propostos. O último nodo destinou-se a trabalhar com situações problemas intra e extramatemática.

Apresentam-se, a seguir, as Sequências Didáticas Específicas elaboradas pela pesquisadora para cada nodo. Serão apresentados e discutidos os aspectos teóricos, metodológicos e tecnológicos que embasaram a construção e o desenvolvimento das mesmas, tomando-se como referência os pressupostos teóricos que fundamentam a investigação.

5.1.2.1 Sequência Didática Específica do nodo Expressões Algébricas

Entende-se que trabalhar com expressões algébricas antes de iniciar o estudo de equações é importante, pois, em geral, este é um dos primeiros momentos em que os alunos têm contato com a linguagem algébrica. A introdução a esta linguagem é um passo muito importante, uma vez que se trata da passagem do trabalho com os números e operações para a manipulação de letras, símbolos e operações.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p.77) "o trabalho com expressões algébricas, por vezes, precisa de uma atenção específica, de modo a que os alunos percebam com que objeto estão a trabalhar, que operações que podem efetuar e quais equivalências podem obter". Neste sentido, optou-se por dedicar um nodo específico para expressões algébricas, no qual é trabalhado o que são expressões algébricas, o conceito de variável, simplificação e valor numérico das expressões algébricas.

Segundo Alcalá (2002) deve-se focar nos processos de simbolização, trabalhar com a simbologia, com a construção de expressões algébricas, fazendo a tradução da linguagem natural para a algébrica e vice-versa, bem como, trabalhar com letras, números e expressões. Para o autor este tipo de trabalho será muito importante para o desenvolvimento gradativo do pensamento algébrico.

A Sequência Didática Específica para o nodo Expressões Algébricas é constituída por dois materiais de estudo, dois conjuntos de atividades desenvolvidas no JClic e um vídeo, conforme será apresentado a seguir.

Todas as Sequências Didáticas Específicas têm uma página inicial, nas quais estão todos os materiais disponíveis. A figura 29 apresenta esta página do nodo Expressões Algébricas.

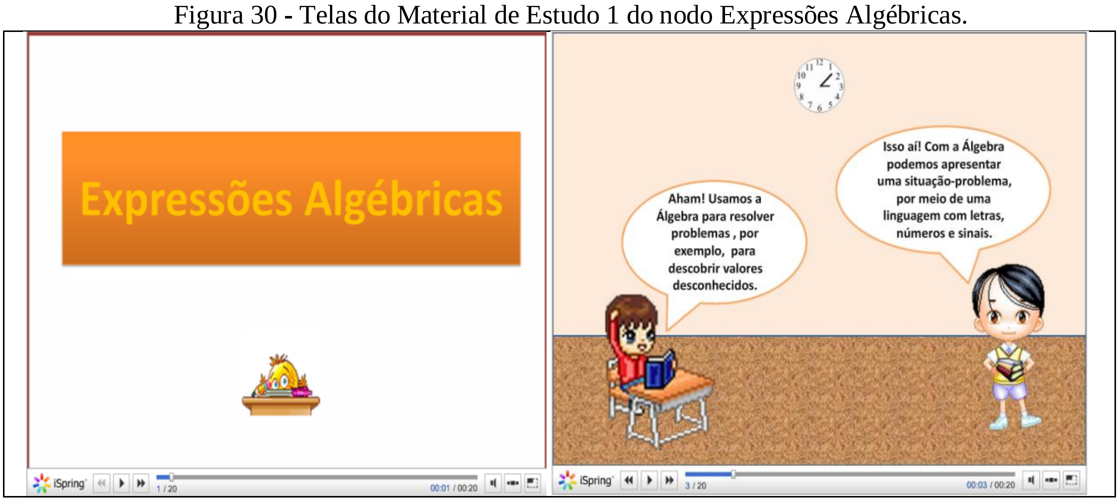
Figura 29 - Página Inicial do nodo Expressões Algébrica.

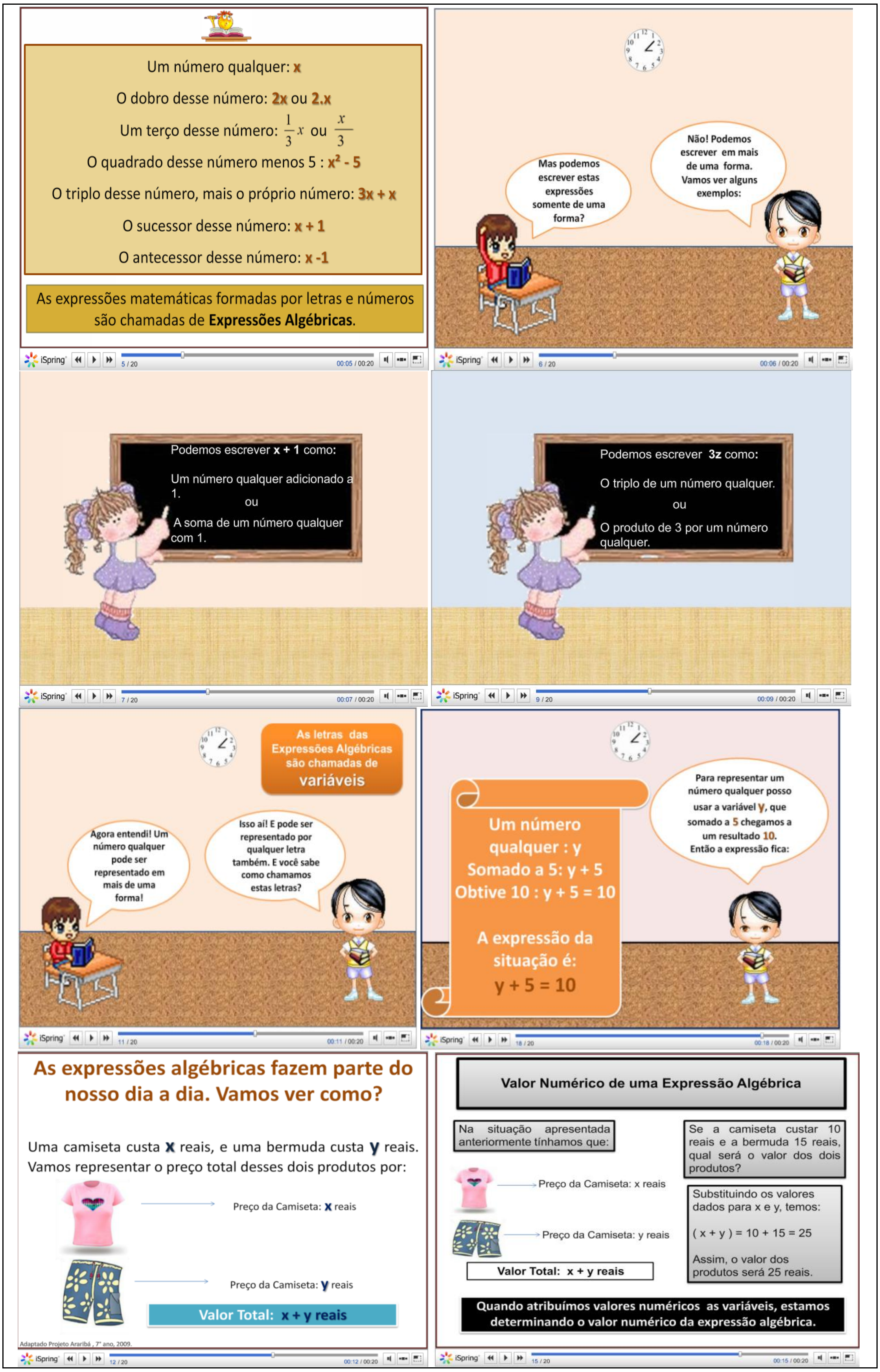
Fonte: Autora.

5.1.2.1.1 Materiais de Estudos

Para o nodo Expressões Algébricas, foram desenvolvidos dois materiais de estudos. O primeiro trata sobre o que são expressões algébricas, por que são utilizadas, como se pode representar um número algebricamente, sendo, também, apresentados exemplos. É trabalhado, também, o valor numérico de uma expressão algébrica, assim como a apresentação de situações problemas que envolvam as expressões algébricas. Na figura 30, apresentam-se telas do material de estudo, para ilustrar como estes são constituídos.

Figura 30 - Telas do Material de Estudo 1 do nodo Expressões Algébricas.





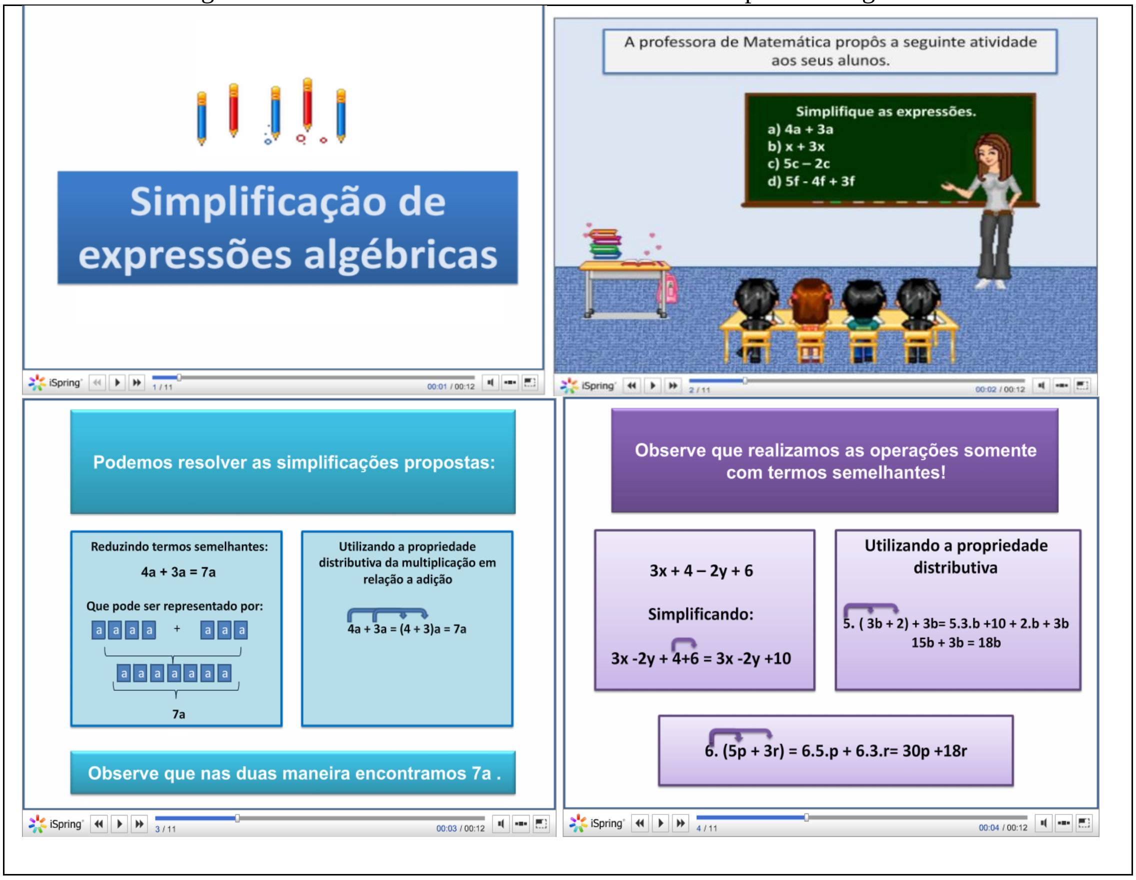
Fonte: Autora.

Neste primeiro material de estudo, buscou-se retomar o conceito de expressão algébrica, como que se representa um número algebricamente. Apresentaram-se, também, situações que envolviam as expressões algébricas e seu valor numérico.

Este material foi construído a partir de material teórico e atividades presentes nos livros didáticos Projeto Araribá (2007), Projeto Radix (RIBEIRO, 2009), Tudo é Matemática (DANTE, 2009), Matemática no Plural (MIANI, 2006) e Matemática (RIBEIRO e SOARES, 2007). A construção do material teve inspiração na perspectiva apontada por Ponte, Branco e Matos (2009) que ressalta que o trabalho com expressões algébricas deve ocorrer de maneira progressiva e recorrer a situações que permitam aos alunos compreender a manipulação simbólica envolvida, como por exemplo, efetuando cálculos a partir de expressões algébricas, substituindo as letras por valores numéricos. Deve-se, também, utilizar expressões algébricas para representar problemas, usando letras para designar incógnitas ou variáveis, e introduzir expressões com variáveis ligadas a um contexto.

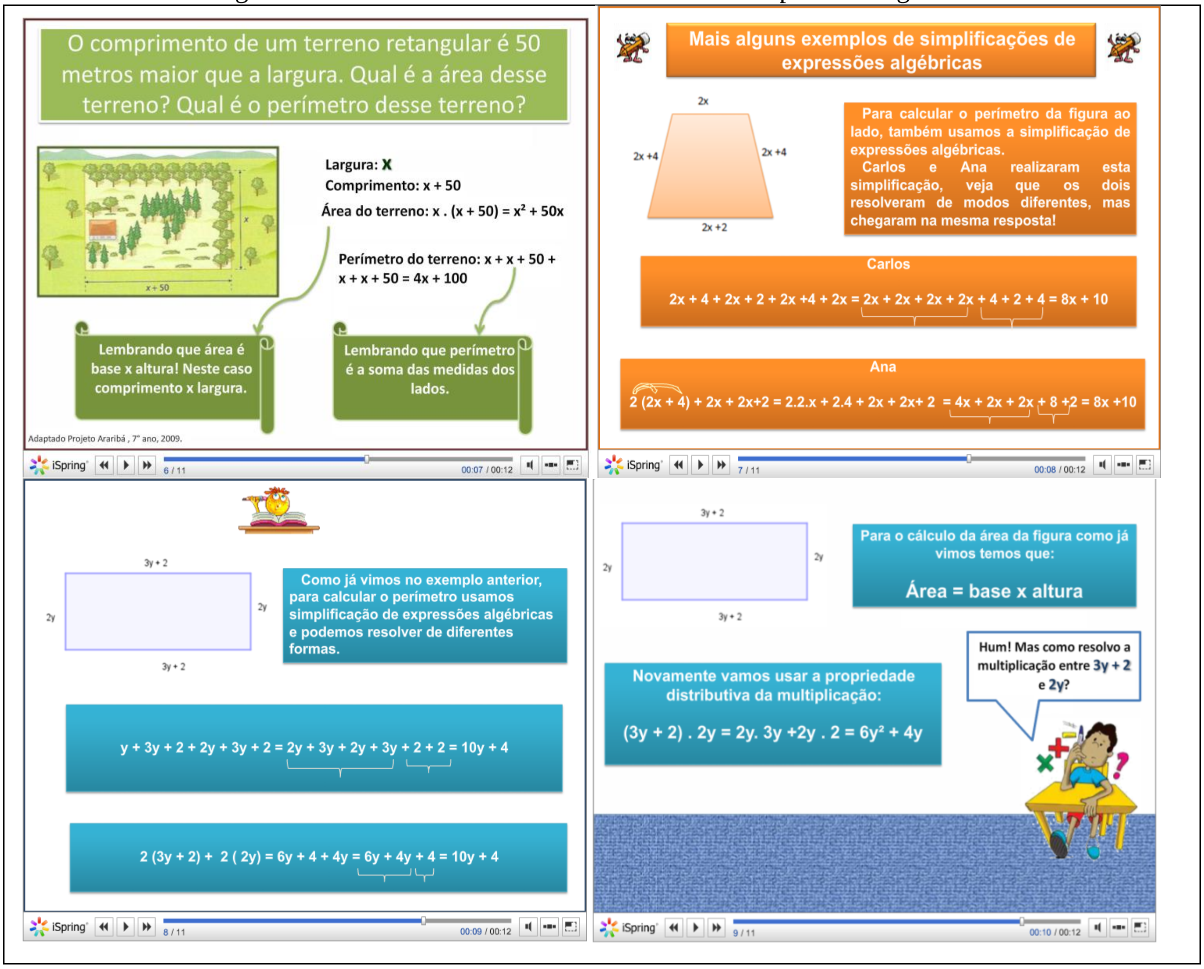
No segundo material de estudo é trabalhado como manipular e simplificar as expressões algébricas, ressaltando que se operam apenas os termos semelhantes. Apresentam-se, nas figuras 31 e 32, telas do material de estudo para ilustrar sua estrutura e fundamentação.

Figura 31 - Telas do Material de estudo 2 do nodo expressões algébricas.



Fonte: Autora.

Figura 32 - Telas do Material de estudo 2 do nodo expressões algébricas.



Fonte: Autora.

O material de estudo dois foi dedicado ao trabalho de simplificação das expressões algébricas. O estudo parte de uma situação proposta pela professora, em que são questionadas quais as simplificações das expressões. A partir dessa situação, são trabalhados diferentes modos de simplificação das expressões algébricas, sendo retomadas as formas de representação e de redução de termos semelhantes, assim como é trabalhada a propriedade distributiva. Para trabalhar com as simplificações também foi utilizada a noção de perímetro e área.

Algumas situações apresentadas neste material foram adaptadas de atividades dos livros didáticos do Projeto Araribá (2007) e Matemática (Ribeiro; Soares, 2007). O desenvolvimento de atividade utilizando áreas, perímetros e a propriedade distributiva foram baseados nas indicações feitas por Alcalá (2002), o qual propõe que as expressões algébricas sejam trabalhadas de forma contextualizada, para que tenham significado. Assim, devem-se desenvolver atividades que possibilitem a percepção visual, o que pode ser feito por meio de atividades que envolvam perímetros e áreas, assim como, as propriedades das operações aritméticas.

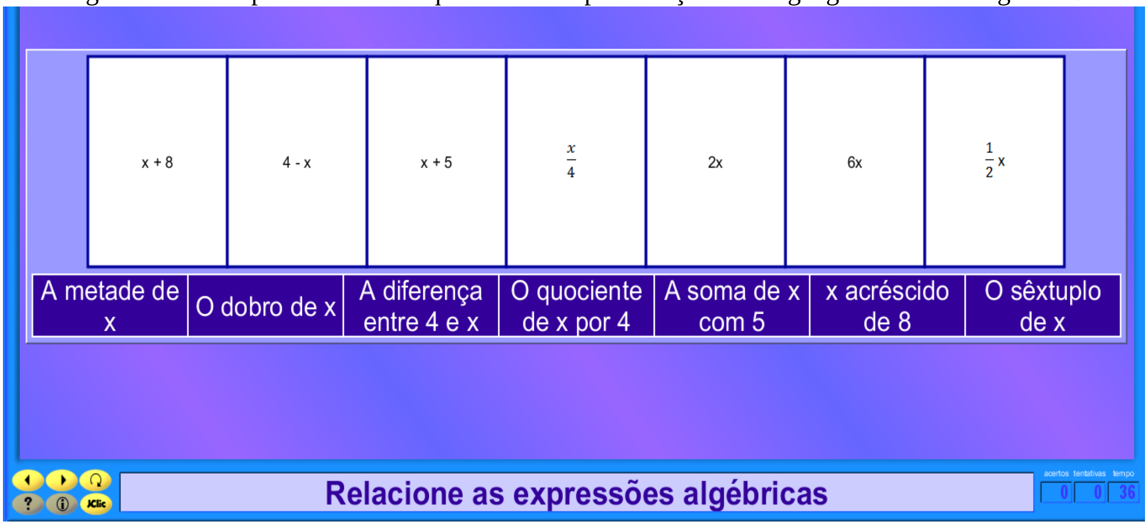
5.1.2.1.2 Atividades no Software JClic

Para a sequência do nodo Expressões Algébricas foram organizados dois conjuntos de atividades no *software* JClic. Estas atividades foram desenvolvidas com o objetivo de retomar e exercitar o que foi trabalhado nos materiais de estudo, sendo construídas e baseadas nos mesmos pressupostos destes.

O primeiro conjunto é composto por 10 atividades, nas quais são trabalhadas questões sobre a transição da linguagem natural para algébrica e vice-versa, representação de situações propostas na linguagem algébrica, atividades sobre o valor numérico das expressões algébricas.

As atividades são do tipo associações, onde o aluno tem dois conjuntos de informações e o objetivo é que ele relacione os dois conjuntos, conforme exemplo apresentado na figura 33. Em outras atividades os alunos devem responder por escrito, a partir de situações propostas, conforme exemplo das figuras 34 e 35.

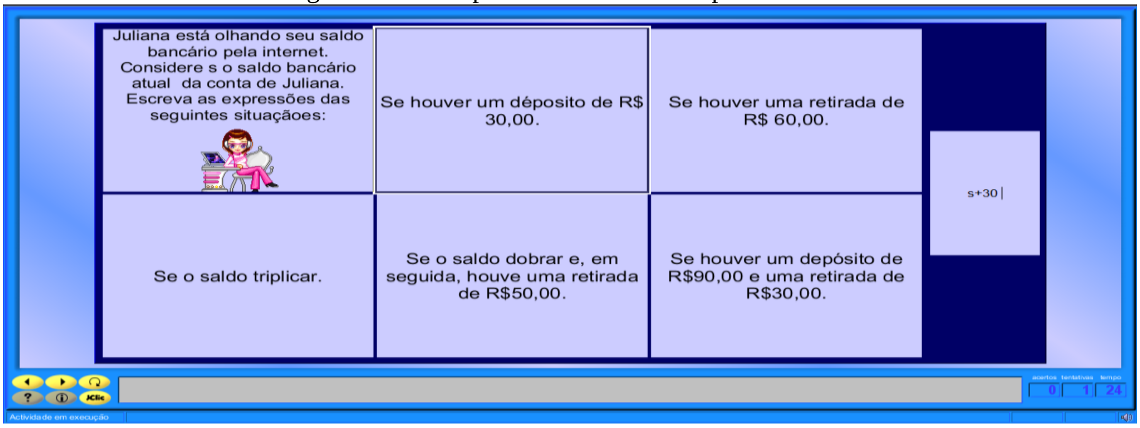
Figura 33 - Exemplo de atividade que envolve representações na linguagem natural e algébrica.



Fonte: Autora.

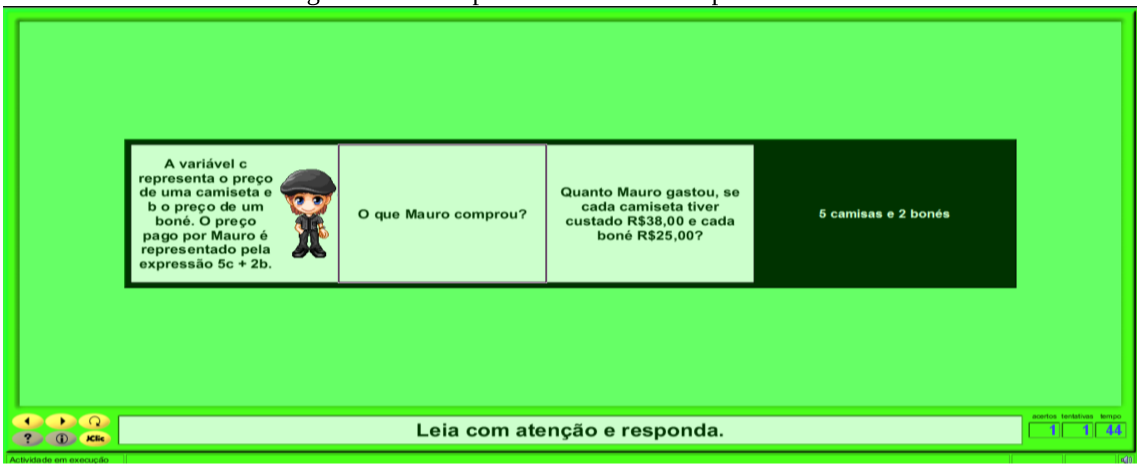
Neste tipo de atividade, o objetivo é que o aluno relacione a expressão algébrica com a expressão na língua natural. Outras atividades deste tipo foram trabalhas na sequência e estão disponíveis no Apêndice C.

Figura 34 - Exemplo de atividade de resposta escrita.



Fonte: Autora.

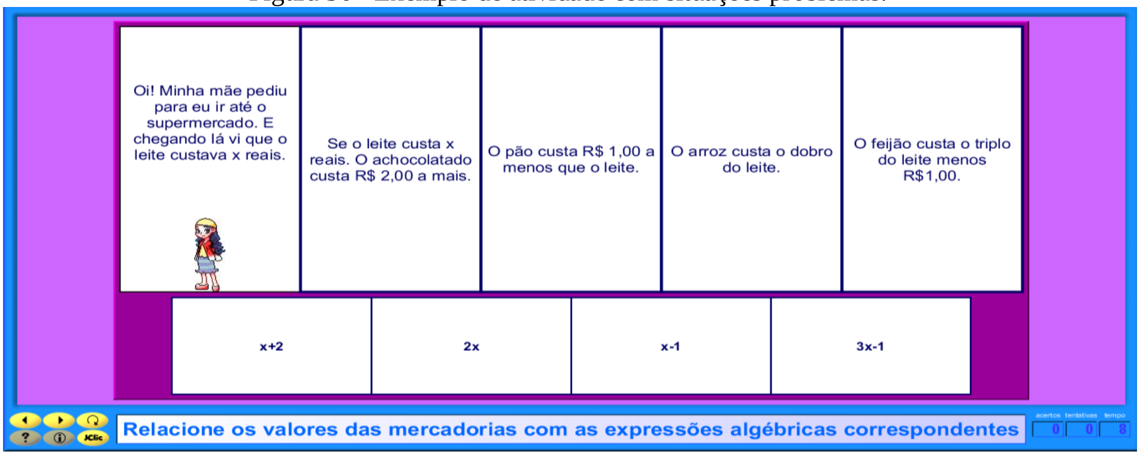
Figura 35 - Exemplo de atividade de resposta escrita.



Fonte: Autora.

Nas atividades de resposta escrita é apresentado um conjunto de informações e a partir delas, o aluno deve responder, por escrito, apresentando a expressão algébrica correspondente. Outras atividades também foram elaboradas com esse foco, porém, as respostas, por parte dos alunos, devem ser expressas mediante as opções dadas, conforme exemplificado na figura 36.

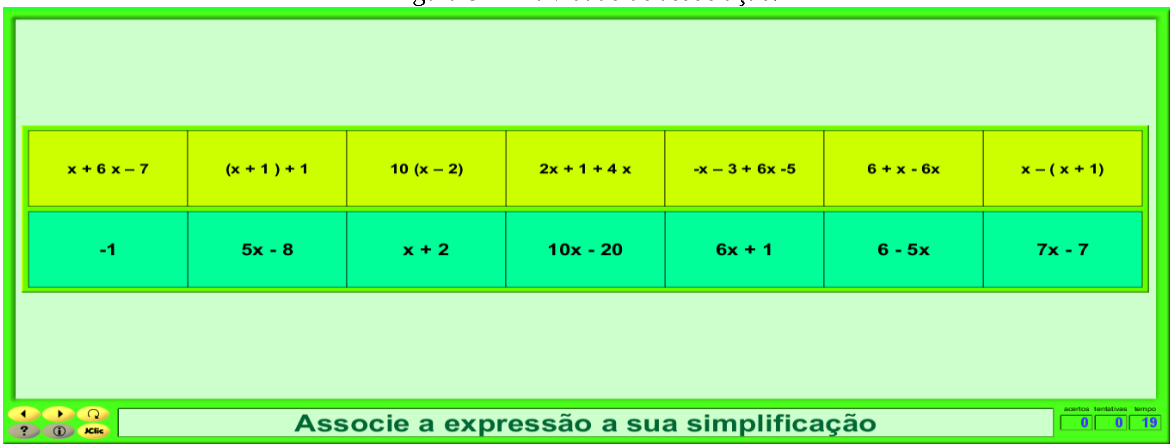
Figura 36 - Exemplo de atividade com situações problemas.



Fonte: Autora.

O segundo conjunto é composto por 8 atividades, nas quais são trabalhadas simplificações de expressões algébricas, cálculo de área e perímetro, representando-os através de expressões algébricas. As atividades estruturadas são do tipo associações, respostas escritas e preenchimento de lacunas. A seguir nas figuras 37 e 38, apresentam-se exemplos das atividades desenvolvidas.

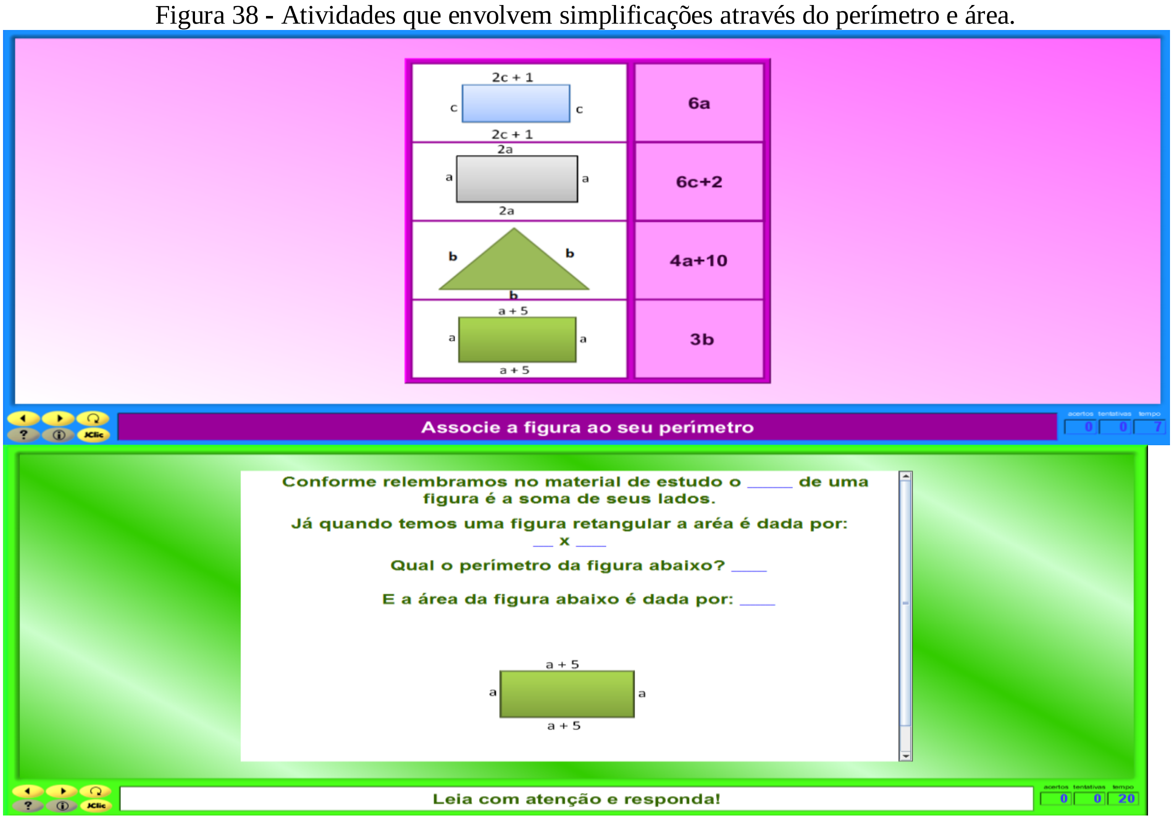
Figura 37 - Atividade de associação.



Fonte: Autora.

Nas atividades deste tipo, o objetivo é que os alunos manipulem e resolvam as simplificações e relacionem a expressão algébrica a sua forma simplificada.

Figura 38 - Atividades que envolvem simplificações através do perímetro e área.



Fonte: Autora.

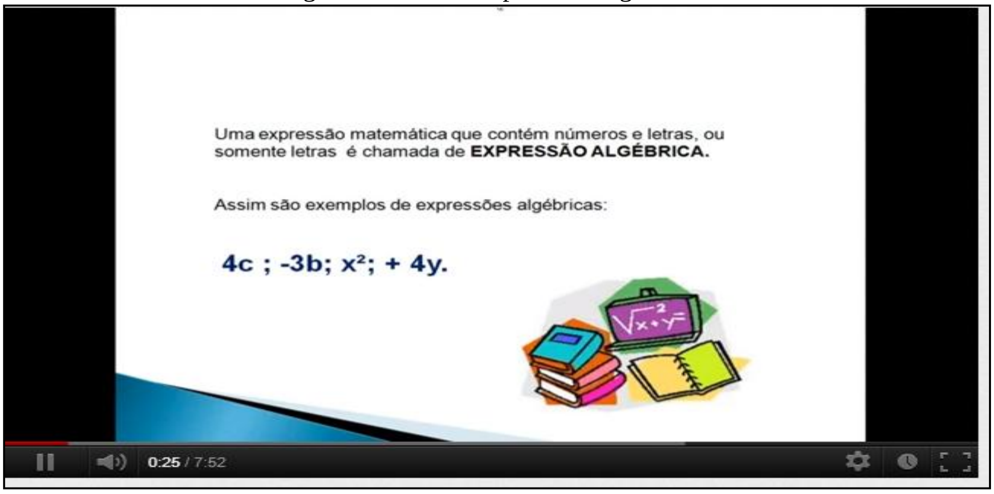
Nessas atividades, foram trabalhadas as simplificações das expressões algébricas através do cálculo de perímetro e área. Na primeira atividade, os alunos devem relacionar a figura ao seu perímetro, já na segunda, devem preencher as lacunas a partir do que foi estudado no material de estudo e responder as questões que se referem ao retângulo.

5.1.2.1.3 Vídeo do nodo Expressões Algébricas

Buscando trazer mais uma possibilidade de estudo para os alunos, selecionaram-se vídeos referentes aos assuntos trabalhados nos nodos. Assim, quando os materiais de estudos e as atividades não forem suficientes, os alunos têm outra opção de estudo.

Para o nodo Expressão Algébrica foi selecionado um vídeo que está disponível no endereço http://www.youtube.com/watch?v=ZwrH8nT7J1I. Este foi desenvolvido por uma estudante de graduação de um curso de Matemática. O vídeo foi escolhido, pois apresenta uma linguagem acessível aos alunos, sendo apresentados exemplos, que são resolvidos passo a passo, o que foi considerado importante no processo de recuperação de conteúdos. São apresentadas situações problemas envolvendo as expressões algébricas, assim como seu valor numérico.

Figura 39 - Vídeo expressões algébricas.



Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=ZwrH8nT7J1I

Conforme apresentado, a Sequência Didática Específica do nodo Expressões Algébricas se constitui em uma retomada dos conceitos e procedimentos em torno das expressões algébricas, do conceito de variável, das simplificações e do valor numérico de expressões, com o objeto que os alunos possam, por meio dos materiais e atividades, aprimorarem seus conhecimentos, possibilitando a superação das dificuldades nestes temas.

5.1.2.2 Sequência Didática Específica do Nodo Igualdade e Equivalência

Entende-se que trabalhar com os conceitos de igualdade e equivalência, bem como com os princípios aditivo e multiplicativo, antes de se desenvolver o conceito de equações é importante, pois possibilita-se ao aluno compreender o significado da igualdade e dos princípios, o que pode facilitar, também, na compreensão do conceito de equação (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009).

Para Saraiva, Pereira e Berrincha (2010) o sinal de igual (=), na Álgebra, tem um sentido mais amplo do que o trabalhado na Aritmética, podendo ser considerado como uma equivalência entre duas expressões, como uma igualdade restrita ou equação ou ainda como uma igualdade funcional ($y = 5x + 3y$). Assim, deve-se trabalhar com estes conceitos para superar, junto aos alunos a ideia do sinal de igual como o resultado de um conjunto de operações escritas à sua esquerda.

Buscou-se desenvolver a Sequência Didática Específica para o nodo Igualdade e Equivalência considerando os aspectos apontados pelos autores mencionados. Assim, esta Sequência é constituída por dois materiais de estudo, duas atividades *online* e dois vídeos, que passam a ser descritos a seguir.

A página inicial da Sequência Específica do nodo Igualdade e Equivalência é apresentada na figura 40.

Figura 40 - Página inicial do nodo Igualdade e Equivalência.

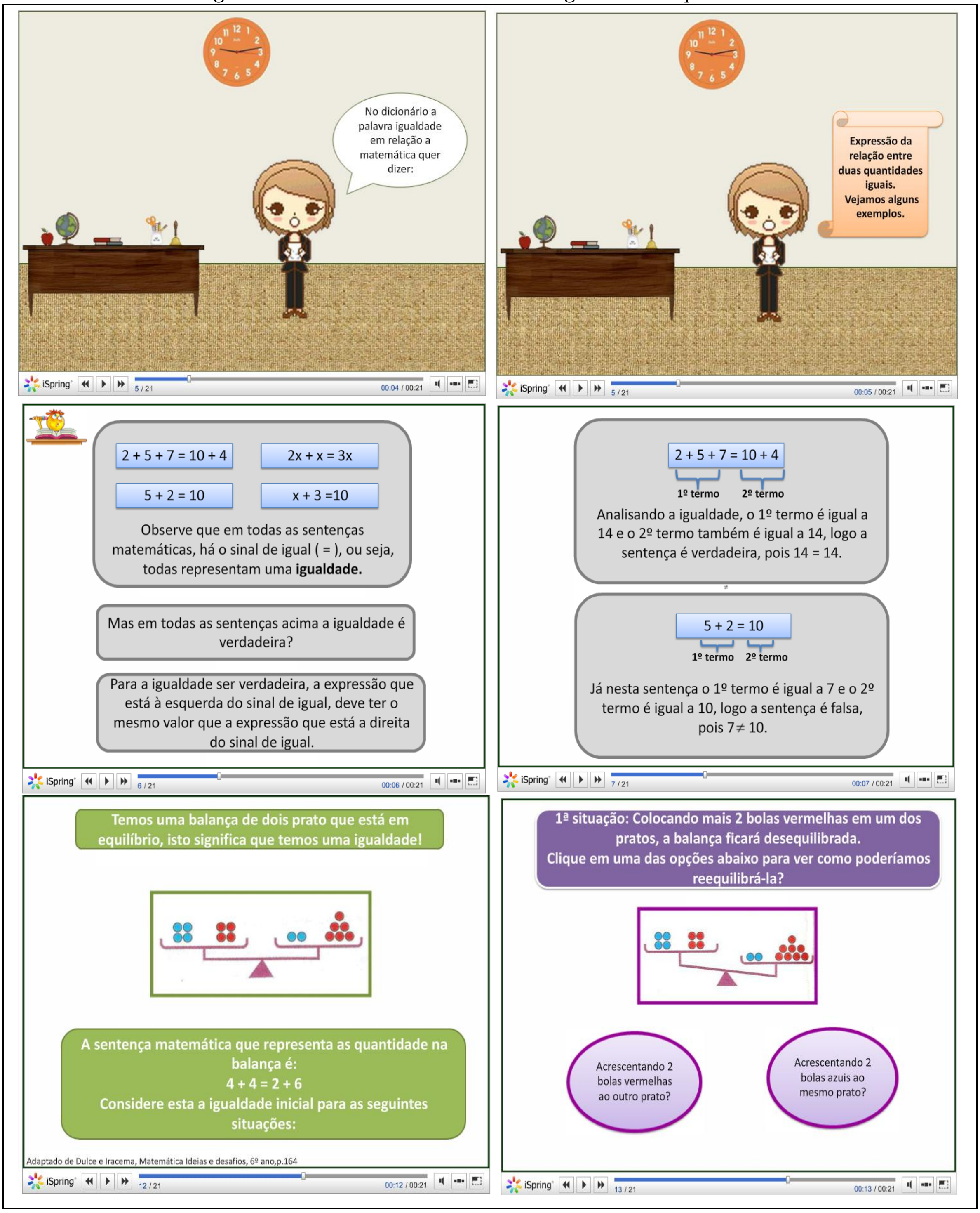
Fonte: Autora.

5.1.2.2.1 Materiais de Estudos

Para o nodo Igualdade e Equivalência, foram desenvolvidos dois materiais de estudos, sendo que, o primeiro aborda a noção de igualdade através da balança de dois pratos, utilizando este recurso para, também, retomar a ideia dos princípios aditivo e multiplicativo.

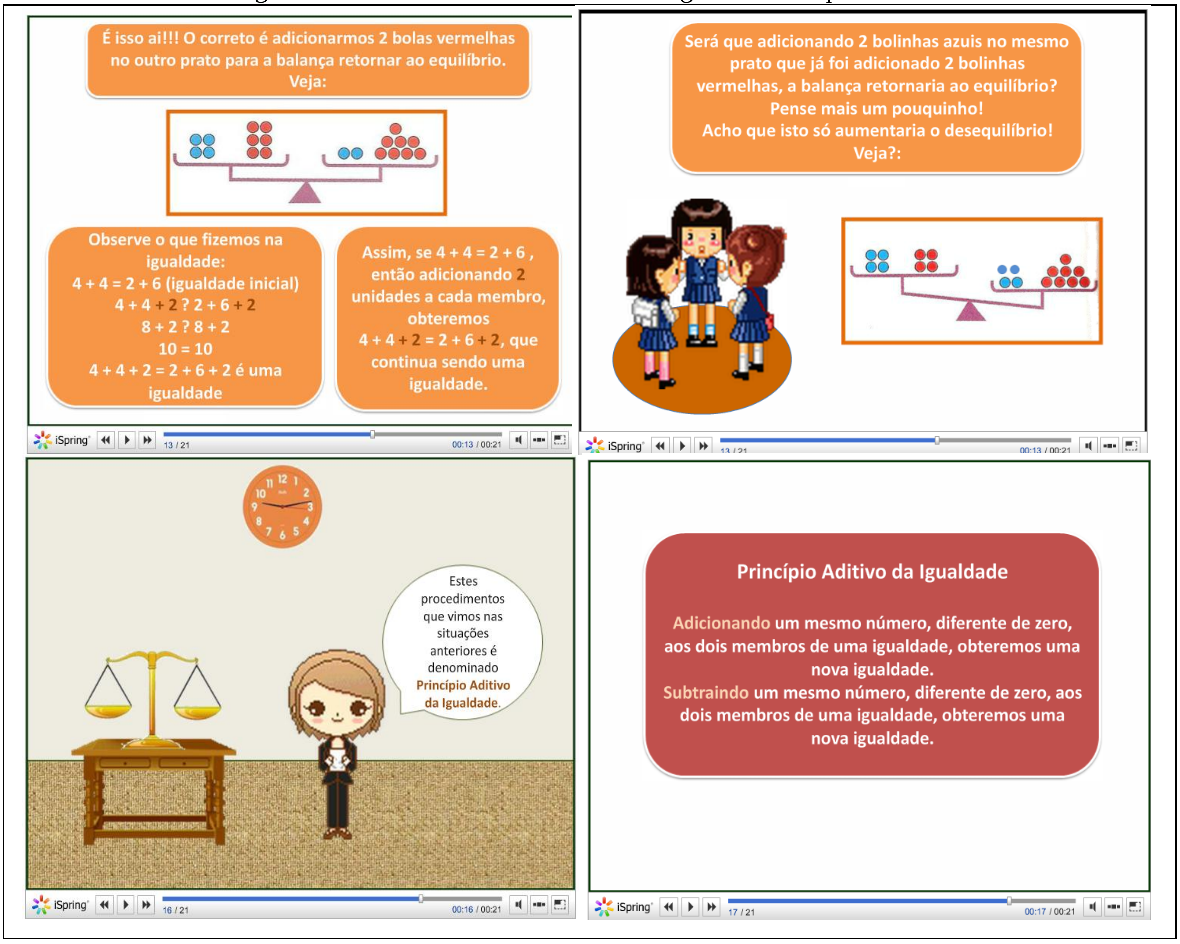
No segundo material, trabalha-se com a ideia de igualdade, buscando relacioná-la com o conceito de equivalência. Neste material, também, utilizou-se a analogia com a balança de dois pratos para exemplificar a equivalência entre duas quantidades. Nas figuras 41 e 42 apresentam-se telas desses materiais de estudo.

Figura 41 - Telas do Material 1 do Nodo Igualdade e Equivalência.



Fonte: Autora.

Figura 42 - Telas do Material 1 do Nodo Igualdade e Equivalência.



Fonte: Autora.

As telas das figuras 41 e 42 apresentam como foi trabalhado o conceito de igualdade, assim como os princípios desta. Partiu-se da definição da igualdade no dicionário e utilizou-se exemplos numéricos para discuti-la, assim como é posto por Saraiva, Pereira e Berrincha (2010), os quais destacam que o sinal de igual (=) como um resultado de um conjunto de operações escritas à sua esquerda, deve ser superado na Álgebra. Porém entende-se que um caminho para esta superação, é através do que Ponte, Branco e Matos (2009) ressaltam sobre o trabalho com a noção de igualdade. Para os autores este trabalho com igualdade tem vários objetivos, um deles é para representar o resultado de uma operação aritmética. Assim, ao apontarmos que 5 + 2 = 7, se está representando um conjunto com 5 elementos reunidos com um conjunto de outros 2 elementos, obtendo-se um conjunto com 7 elementos. A expressão numérica 5 + 2 = 7 indica que 7 é o resultado da adição de 5 com 2, ou seja, tem-se o mesmo número de elementos, o que justifica o uso do sinal de igual. Os autores ainda ressaltam que não se deve perder o sentido mais geral deste sinal como estabelecendo uma equivalência entre duas expressões numéricas. Assim, os alunos devem ser capazes de começar por reconhecer igualdades, pois para eles a igualdade tem um significado muito mais próximo de "equivalência" do que de "identidade".

Para se trabalhar com os princípios aditivo e multiplicativo, utilizou-se a analogia da balança de dois pratos. Foram apresentadas três situações da balança em desequilíbrio para se desenvolver a ideia de adicionar, subtrair, multiplicar e dividir em ambos os lados da igualdade. Nestas situações os alunos tinham que escolher entre duas opções de resposta. A correta os leva até uma tela de explicação, na qual, é posta a igualdade e realizadas as operações passo a passo, indicando que, quando realizam as operações em ambos os lados, a igualdade se mantém. A outra opção leva o aluno até uma tela que indica que, com aquela resposta, o desequilíbrio só aumenta. Após estas situações, são formalizados os princípios aditivo e multiplicativo.

Ponte, Branco e Matos (2009) ressaltam que os princípios de equivalência ou igualdade são uma ideia algébrica fundamental que os alunos têm de interiorizar para ter sucesso na sua aprendizagem. Para os autores,

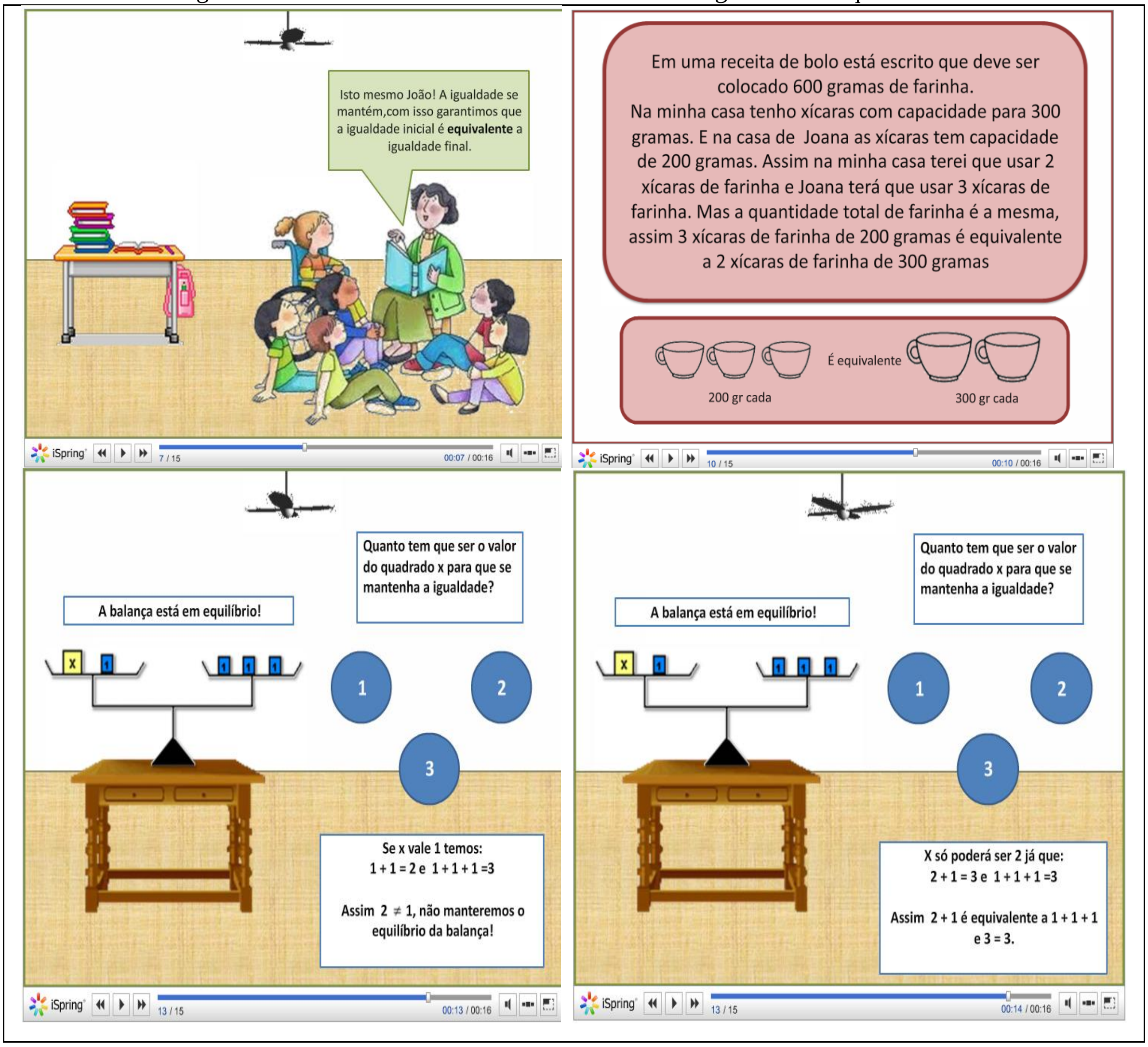
> um modelo usado desde há muito para o ensino dos princípios de equivalência e das regras práticas de resolução de equações é o da balança de dois pratos. O uso deste modelo facilita a compreensão da operação de eliminar o mesmo termo de ambos membros e também a operação de multiplicar ambos os membros por um número positivo (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 95).

Buscou-se utilizar estas situações envolvendo a balança de dois pratos, pois se entende que esta analogia possibilita aos alunos visualizarem como os princípios ocorrem. Optou-se, neste momento do estudo, em se trabalhar com igualdades numéricas para os alunos compreenderem e verificarem como esta ocorre, para, posteriormente, quando apresentadas as equações possam relacionar as duas situações. Saraiva, Pereira e Berrincha (2010, p.9) ressaltam que "[...] partir do trabalho com igualdades numéricas verdadeiras pode ser um ótimo caminho para os alunos se familiarizarem com as equações, bem como para encontrarem um processo de as resolver [...]".

No segundo material de estudo, buscou-se trabalhar a noção de equivalência. Inicialmente foi retomada a ideia de igualdade, discutindo que após aplicar os princípios, a forma de representar a igualdade inicial é diferente da final, porém são equivalentes, uma vez que se opera em ambos os lados, mantendo-se a igualdade. Neste material também se trabalhou com a balança de dois pratos, porém se introduziu uma equação para desenvolver a ideia de equivalência, objetivando a ampliação da ideia de igualdade apresentada no material

1, conforme indicado por Saraiva, Pereira e Berrincha (2010). Na figura 43, apresentam-se telas do material de estudo.

Figura 43 - Telas do Material de Estudo 2 do Nodo Igualdade e Equivalência.



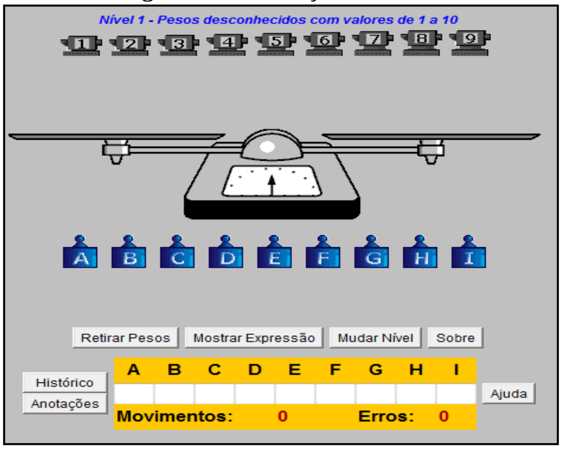
Fonte: Autora.

5.1.2.2.2 Atividades *Online*

Para a Sequência Específica do nodo Igualdade e Equivalência foram selecionadas duas atividades *online*. A primeira consiste no Objeto de Aprendizagem (OA) Balança Interativa do banco de objetos da Rede Interativa Virtual de Educação (RIVED) apresentado na figura 44. Utilizou-se este objeto para se trabalhar a igualdade através da balança de dois pratos, como fora realizado nos materiais de estudo. Neste objeto de aprendizagem, os alunos manipulam os pesos para descobrir seus respectivos valores. Há 10 níveis de dificuldade, gradativos, e conforme o aluno passa de nível, terá que realizar combinações entre os pesos para encontrar o peso de cada letra.

Segundo Filho et al (2008) a utilização da balança interativa possibilita boas perspectivas ao aprendizado de equações de 1º grau. As situações propostas na balança interativa, como descobrir valores desconhecidos, permitem que os alunos desenvolvam o raciocínio lógico, pois é necessário o estabelecimento de estratégias para descobrir os valores. Os autores ressaltam que uma das vantagens da balança interativa é a possibilidade de conexões entre diferentes formas de representação de conceitos, sejam representações mais intuitivas (como a ação física ou a linguagem verbal) ou até formas abstratas, como as equações matemáticas.

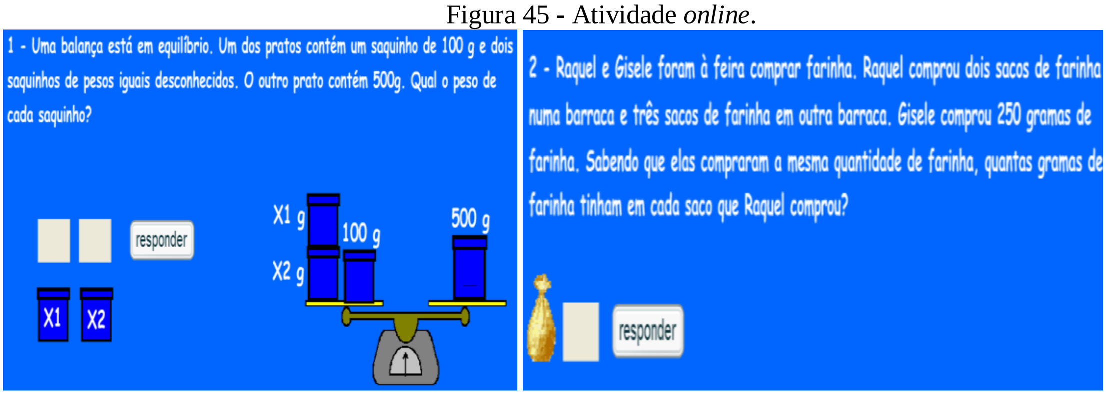
Figura 44 - Balança interativa.



Fonte: http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/algebrativa/programas/balanca.html

A segunda atividade utilizada faz parte do projeto Ativa Álgebra Interativa, disponível no endereço://www.vdl.ufc.br/ativa/atividades_interativas.swf. Esta consiste em três situações nas quais os alunos deverão descobrir valores desconhecidos. Duas das atividades fazem analogia à balança e a outra é uma situação problema, envolvendo comparações entre quantidades, usando a ideia de equivalência. Na figura 45, apresentam-se exemplos destas atividades.

Figura 45 - Atividade *online*.



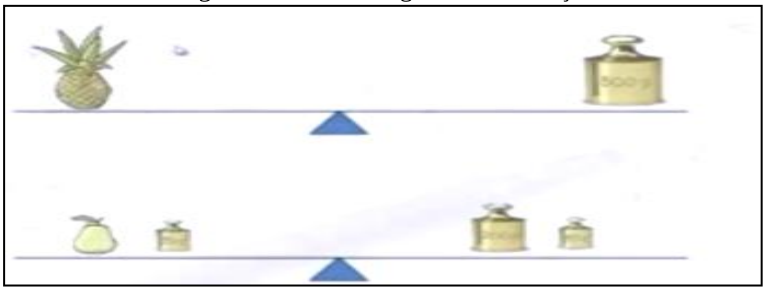
Fonte: www.vdl.ufc.br/ativa/atividades_interativas.swf

Buscou-se utilizar estas atividades, pois se entende que possibilitam aos alunos a utilização da noção de igualdade e equivalência para resolver as situações propostas, retomando o trabalho dos materiais de estudo.

5.1.2.2.3 Vídeo do nodo Igualdade e Equivalência

Para o nodo Igualdade e Equivalência foram selecionados dois vídeos, os quais tratam sobre os assuntos abordados nos materiais de estudos e nas atividades. O primeiro vídeo apresenta a balança de dois pratos e manipulações com pesos na balança, buscando construir o conceito de igualdade. A partir deste, aborda exemplos de igualdades, conforme apresentado na figura 46.

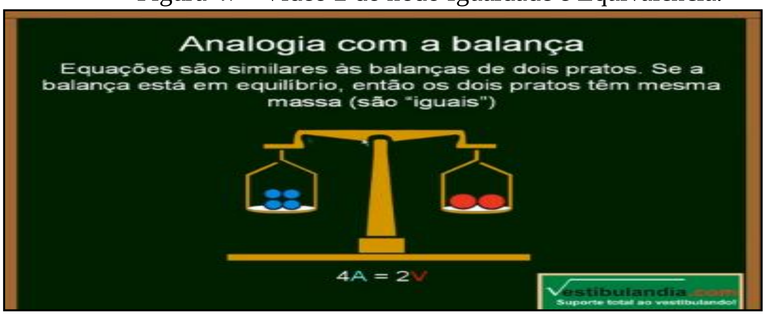
Figura 46 - Vídeo Álgebra na Balança.



Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=OnBpd9ARWJw

O segundo vídeo aborda os princípios aditivo e multiplicativo trabalhando, também, com a balança de dois pratos. O vídeo foi selecionado, pois à medida que vai discutindo o conceito de igualdade, vai apresentando algebricamente também a situação, já que utiliza as bolinhas na balança como pesos desconhecidos. Outro aspecto que se considerou interessante no vídeo foi o fato de que, quando mostra a balança em equilíbrio, faz referência a uma igualdade entre duas expressões e, quando apresenta o desequilíbrio, também expressa algebricamente a desigualdade, trabalhando em conjunto estes dois conceitos para justificar os princípios aditivo e multiplicativo. A figura 47 apresenta uma tela capturada do vídeo mencionado.

Figura 47 - Vídeo 2 do nodo Igualdade e Equivalência.



Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=g6ANadRKiOs

Conforme apresentado, a Sequência Didática Específica do nodo Igualdade e Equivalência se constitui em uma retomada de conceitos e procedimentos que possam a vir auxiliar os alunos no processo de compreensão do conceito de equações. Buscou-se desenvolver e trabalhar com a balança de dois pratos, pois se entende que a balança pode se constituir em um recurso que facilite a compreensão da igualdade.

5.1.2.3 Sequência Didática Específica do Nodo Conceito de Equação

Entende-se que desenvolver um nodo para se trabalhar com o conceito equação se faz necessário, e neste momento do estudo, buscou-se fazer uma retomada do que foi estudado nos nodos anteriores e assim prosseguir para a formalização do conceito de equação, que até o momento, estava sendo trabalhado de forma intuitiva. Assim, nesta Sequência Específica, buscou-se trazer um pouco da história das equações e, principalmente, trabalhar com situações problemas, com o objetivo de expressar a equação que represente a situação dada, focando a transição da língua natural para a algébrica. Segundo Saraiva, Pereira e Barrincha (2010, p.10),

> [..] na resolução de tarefas que envolvam sequências e equações os alunos devem fazer uma transição progressiva da linguagem natural para a linguagem matemática. Deste modo, a resolução de tarefas matemáticas de modo intuitivo, promovendo a ligação gradual da linguagem corrente à linguagem matemática, contribui para a compreensão quer da generalização simbólica [...]

A Sequência Didática Específica para o nodo Conceito de Equação é constituída por dois materiais de estudo, dois conjuntos de atividades desenvolvidas no JClic e um vídeo, conforme apresentados na figura 48.

Figura 48 - Página Inicial do Nodo Conceito de Equação.

Fonte: Autora.

5.1.2.3.1 Materiais de Estudos

Para a Sequência Didática Específica do nodo Conceito de Equação, foram elaborados dois materiais de estudos. No primeiro, foi realizada uma breve revisão das idéias e conceitos já trabalhados, buscando ressaltar os principais conceitos como, expressões algébricas, igualdade, equivalência e os princípios aditivo e multiplicativo. Após, foram apresentados aspectos da historia das equações, introduzindo, assim, o conceito de Equação a partir de duas situações problemas, conforme apresentado na figura 49.

Figura 49 - Material de estudo 1 do nodo Conceito de Equação.

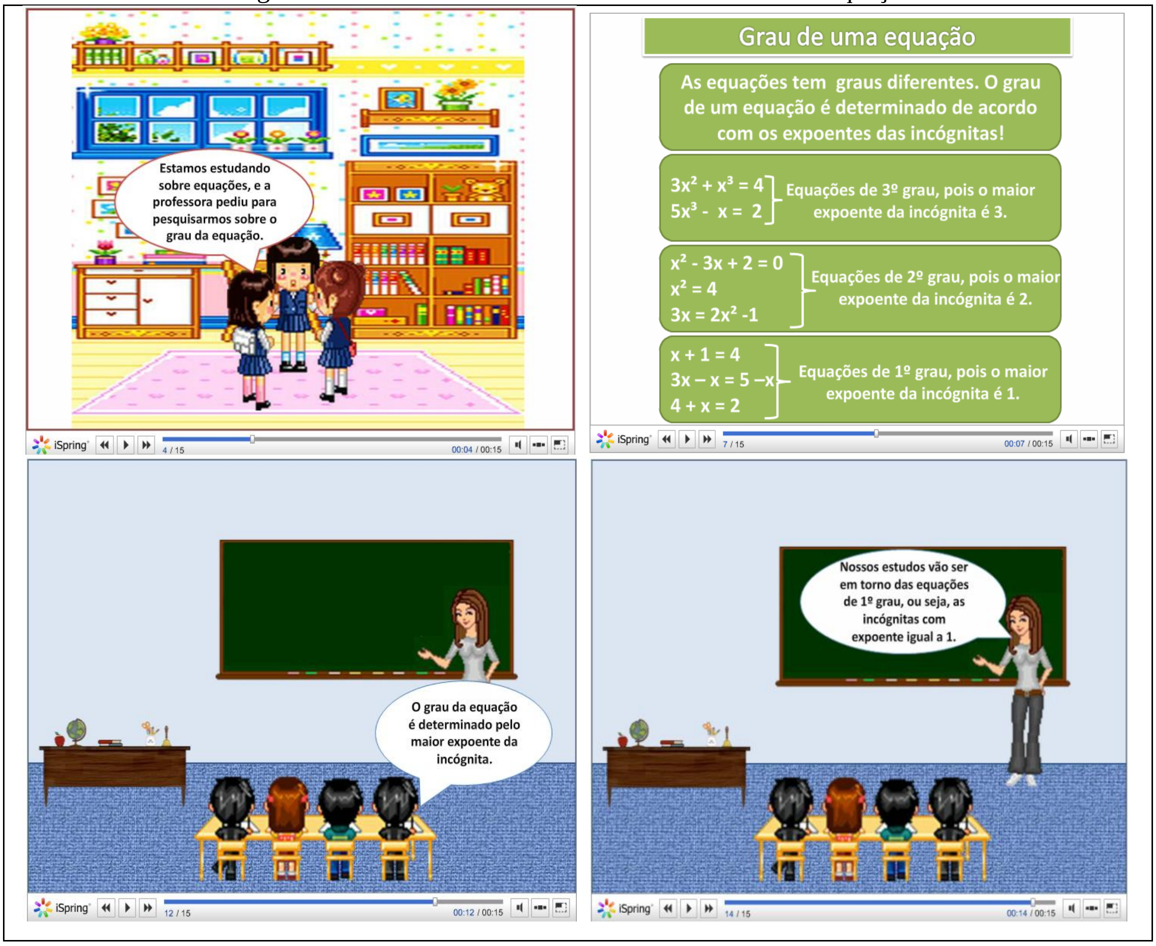
Fonte: Autora.

Neste material de estudo buscou-se formalizar o conceito de equação a partir de duas situações, nas quais, primeiramente, chega-se as equações correspondentes às situações, retomando novamente a passagem da língua natural para a algébrica. Após questiona-se o que as equações têm em comum e, a partir das respostas, encaminha-se a formalização do conceito de equação, o qual, segundo Ponte, Branco e Matos (2009), neste nível de ensino, deve ser apresentado como uma igualdade entre duas expressões, em que alguns valores são desconhecidos.

Os autores ainda ressaltam que é necessário alertar os alunos de que nem todas as expressões que envolvem o sinal de "=" são equações. Por exemplo, 4 + 2 = 6 não é uma equação porque nela não há valor desconhecido. Considerando esta colocação dos autores, buscou-se apresentar, no material, exemplos de equações, igualdades e desigualdades, justificando cada uma delas.

No material dois, discutiu-se a questão do grau da equação, o que o determinou e delimitou o estudo em torno das equações de 1º grau, conforme apresentado na figura 50.

Figura 50 - Material 2 de Estudo do Nodo Conceito de Equação.



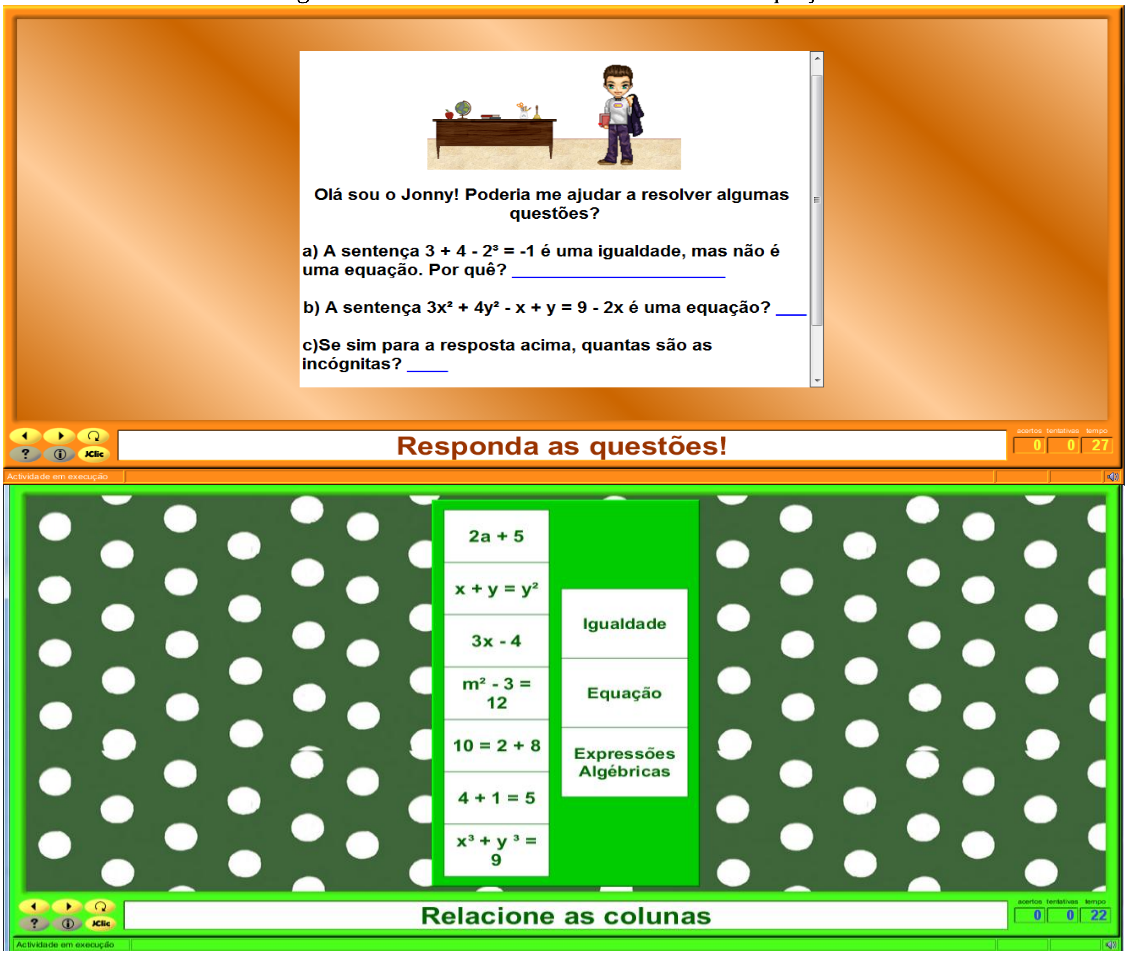
Fonte: Autora.

5.1.2.3.2 Atividades no Software JClic

Para a sequência do nodo Conceito de Equação foram organizados dois conjuntos de atividades no *software* JClic. Estas atividades foram desenvolvidas com o objetivo de exercitar e aprimorar o que foi trabalhado nos materiais de estudo.

O primeiro conjunto é composto por 11 atividades, nas quais são trabalhadas questões sobre a diferença entre uma igualdade e uma equação, sendo postas expressões que os alunos devem identificar como igualdade, expressão algébrica e equação, conforme apresentado na figura 51. O conjunto dois é constituído de 6 atividades, nas quais foram trabalhadas as questões do grau da equação. As atividades destes conjuntos foram desenvolvidas para os alunos colocarem em prática as observações realizadas nos materiais de estudo.

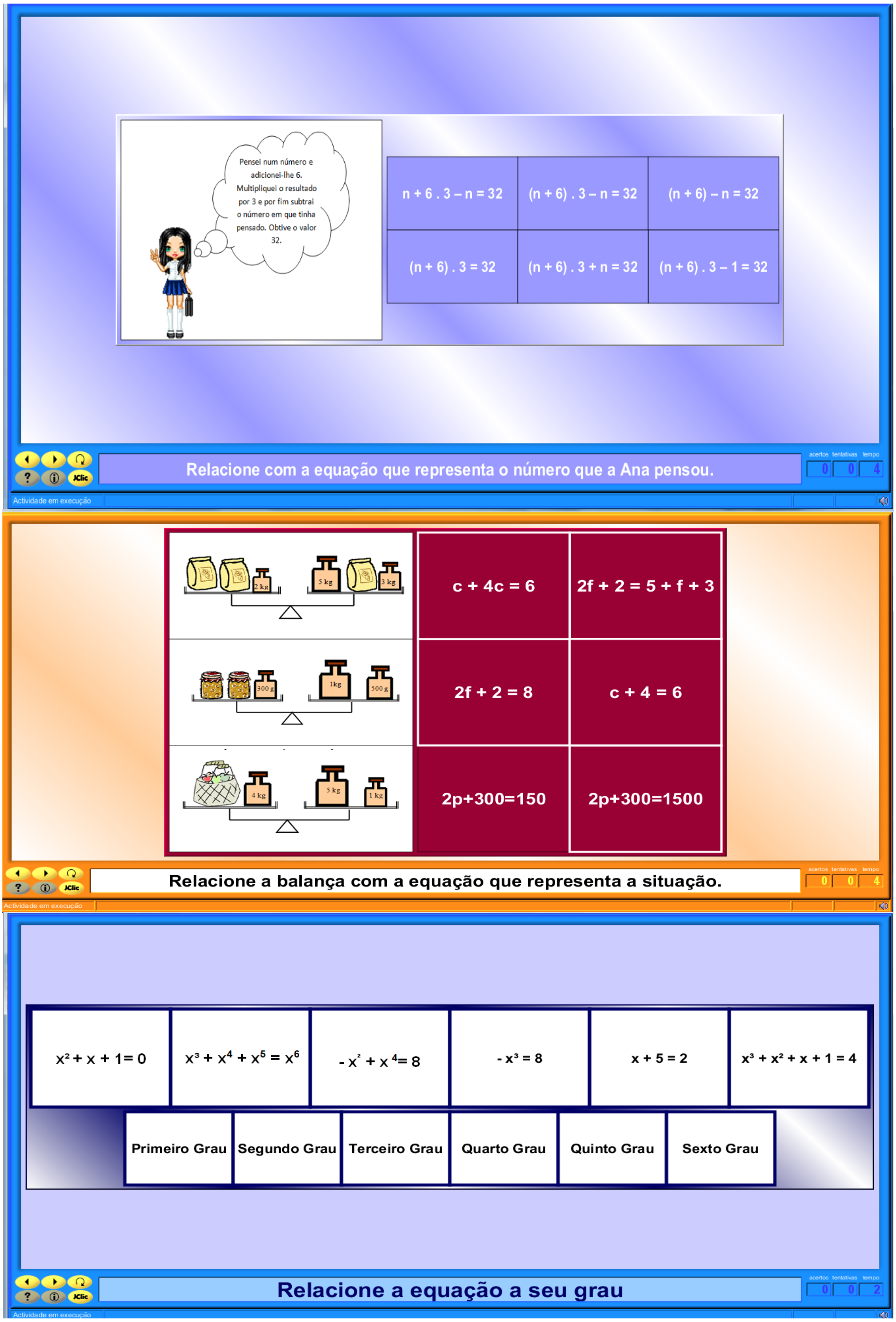
Figura 51 - Atividades do nodo Conceito de Equação.



Fonte: Autora.

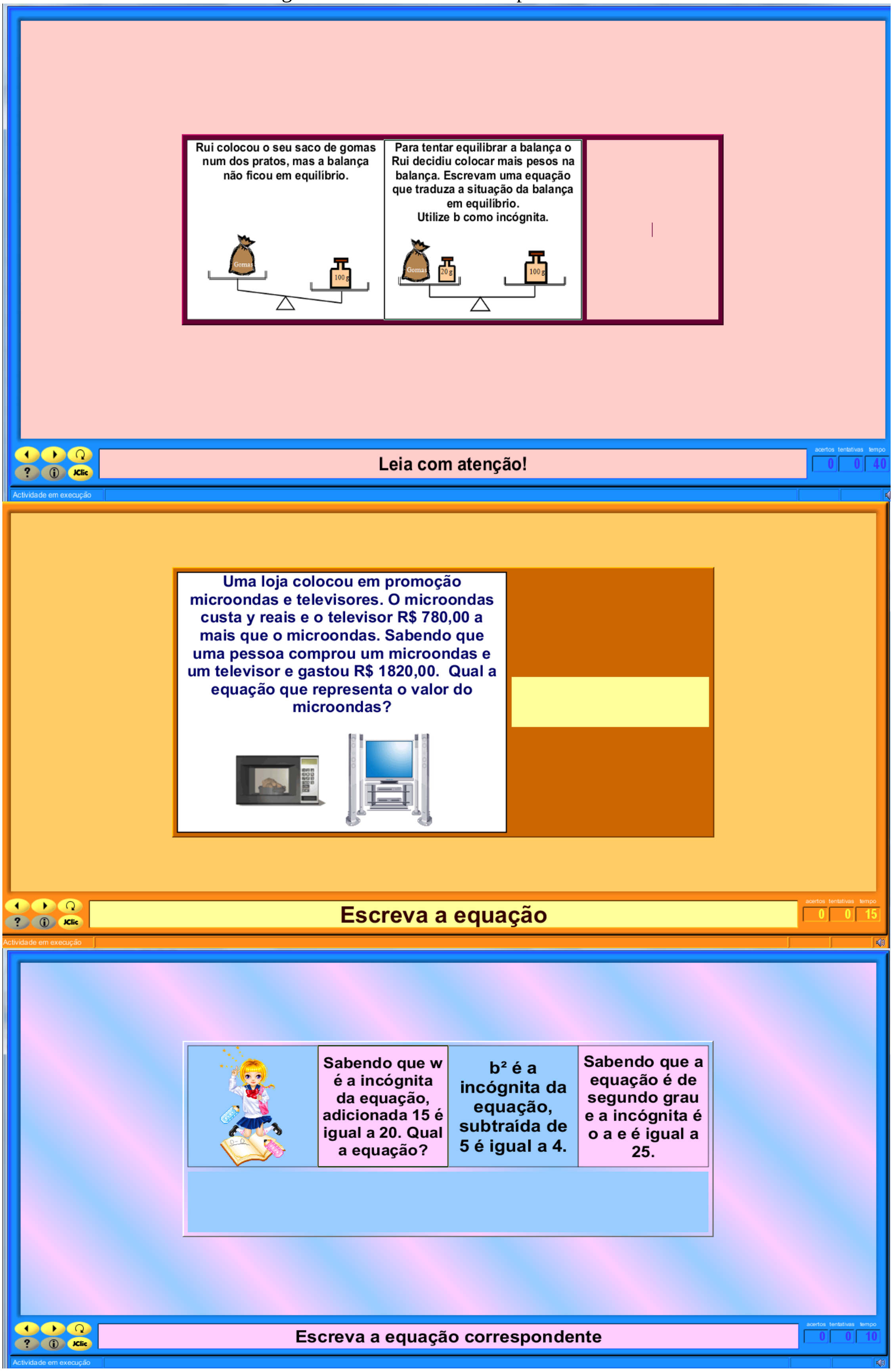
Buscou-se estruturar, também, situações problemas nas quais os alunos tivessem que expressar através de uma equação a situação dada. As atividades são do tipo associações, onde o aluno tem dois conjuntos de informações e o objetivo é que ele relacione os dois conjuntos, no caso, relacione o problema ou a balança com a equação correspondente, conforme exemplo da figura 52. Em outras atividades os alunos devem responder por escrito, a partir de situações propostas, conforme exemplo da figura 53.

Figura 52 - Atividades no JClic.



Fonte: Autora.

Figura 53 - Atividades de Resposta Escrita



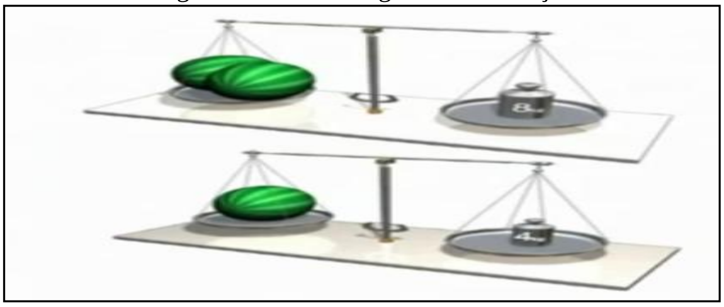
Fonte: Autora.

Neste conjunto de atividades buscou-se trabalhar com o conceito de equação objetivando que os alunos construíssem as equações a partir de uma situação dada. Segundo Alcalá (2002), para o processo de algoritmização é importante desenvolver atividades que envolvam situações problemas, que possam ser expressos pela balança de dois pratos, pelos problemas do tipo “pensei em um número...”, entre outros.

5.1.2.3.3 Vídeo do nodo Conceito de Equação

Com o objetivo de ampliar e retomar o que foi apresentado nos materiais de estudo e nas atividades, selecionou-se o vídeo Álgebra na Balança (figura 54). Este apresenta a balança de dois pratos como um recurso utilizado no ensino de Álgebra e, a partir desta, aborda exemplos de igualdades fazendo relação com equação. Assim, entendeu-se que o vídeo poderia contribuir para os alunos compreenderem o conceito de Equação. O vídeo também aborda, brevemente, aspectos da história da Álgebra.

Figura 54 - Vídeo Álgebra na Balança.



Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=K8C0xfzD_po

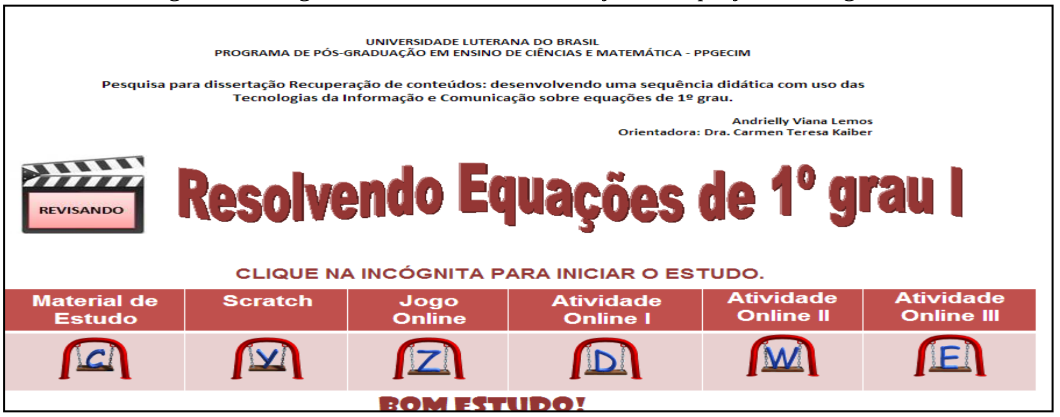
5.1.2.4 Sequência Didática Específica do Nodo Resolução de Equações de 1º grau I

A sequência didática específica do nodo Resolução de Equações de 1º grau I foi elaborada com o objetivo de trabalhar os processos e métodos de resolução das equações. Assim, esta sequência apresenta equações com nível de complexidade crescente e seus métodos de resolução.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009) a aprendizagem das equações de 1º grau envolve níveis sucessivos de complexidade, cada um, com dificuldades específicas. Em geral, a complexidade aumenta quando aumenta o número de termos, quando a incógnita surge em ambos os membros, quando os valores dos coeficientes numéricos são negativos, fracionários ou, ainda, quando os seus valores absolutos são muito elevados, assim como, na introdução de parênteses (propriedade distributiva) e de expressões envolvendo números racionais.

Assim, buscando contemplar estes níveis de complexidade das equações de 1º grau, estruturou-se a Sequência Didática Específica para o nodo Resolução de Equações de 1º grau I, constituída por um material de estudo, uma atividade no *software* Scratch, um jogo *online*, três atividades *online* e um vídeo, conforme apresentado na figura 55.

Figura 55 - Página Inicial do Nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

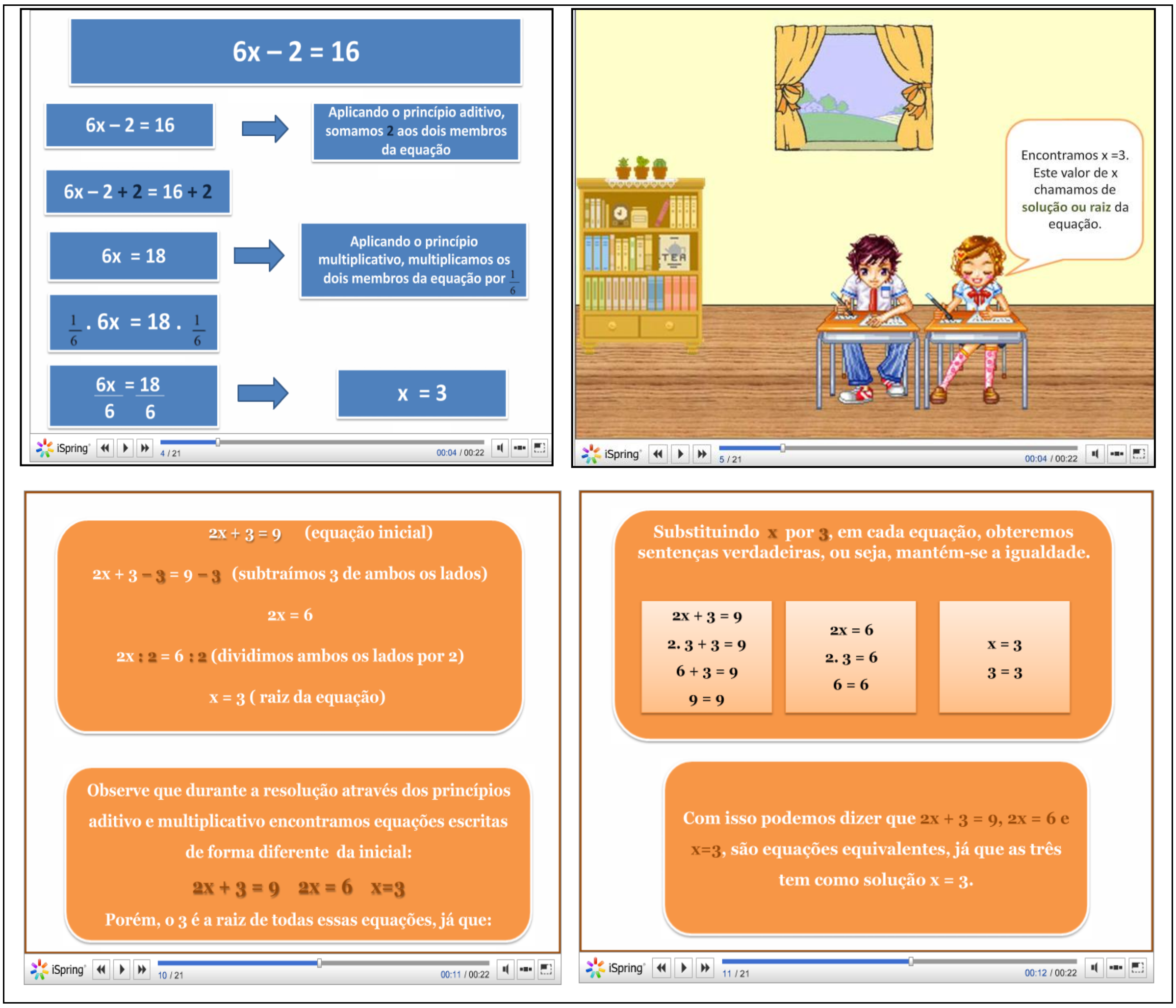


Fonte: Autora.

5.1.2.4.1 Materiais de Estudos

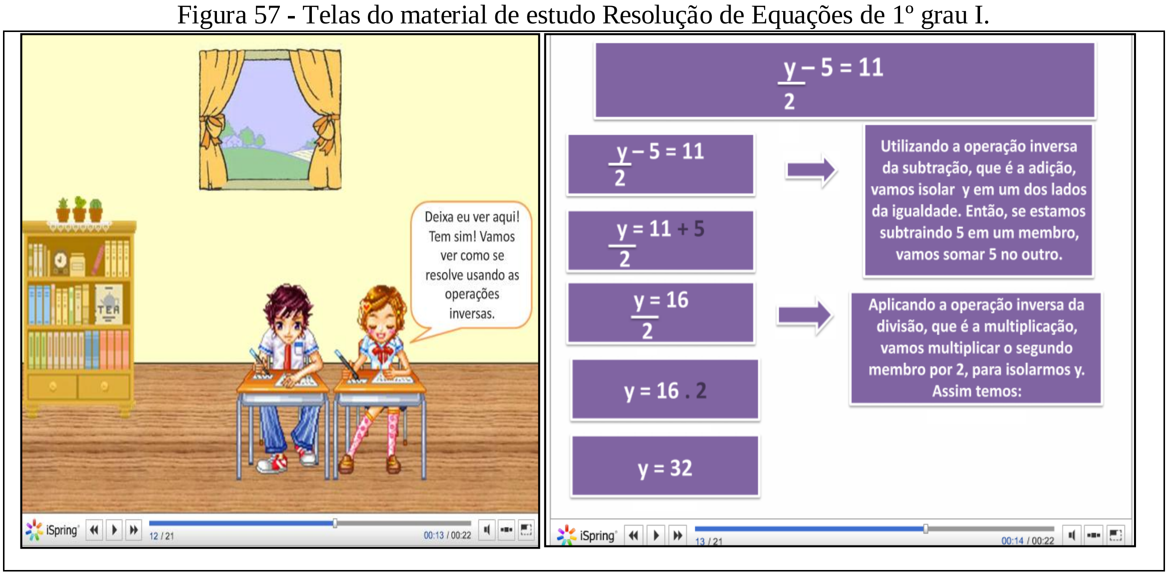
Para a Sequência Didática Específica do nodo Resolução de Equações de 1º grau, foi elaborado um material de estudo. Neste foram trabalhados os métodos de resolução de equações de 1º grau, utilizando os princípios aditivo e multiplicativo e as operações inversas, a partir de equações consideradas fundamentais. Após, se trabalhou com o processo de resolução de equações que envolvem parênteses, necessitando a aplicação da propriedade distributiva e, por último, trabalhou-se com equações envolvendo números racionais. Nesse material também se retomou a questão de equivalência, abordando que no processo de resolução das equações utilizam-se equações equivalentes. Nas figuras 56, 57 e 58, apresentam-se as principias telas deste material de estudo.

Figura 56 - Telas do material de estudo Resolução de Equações de 1º grau I.



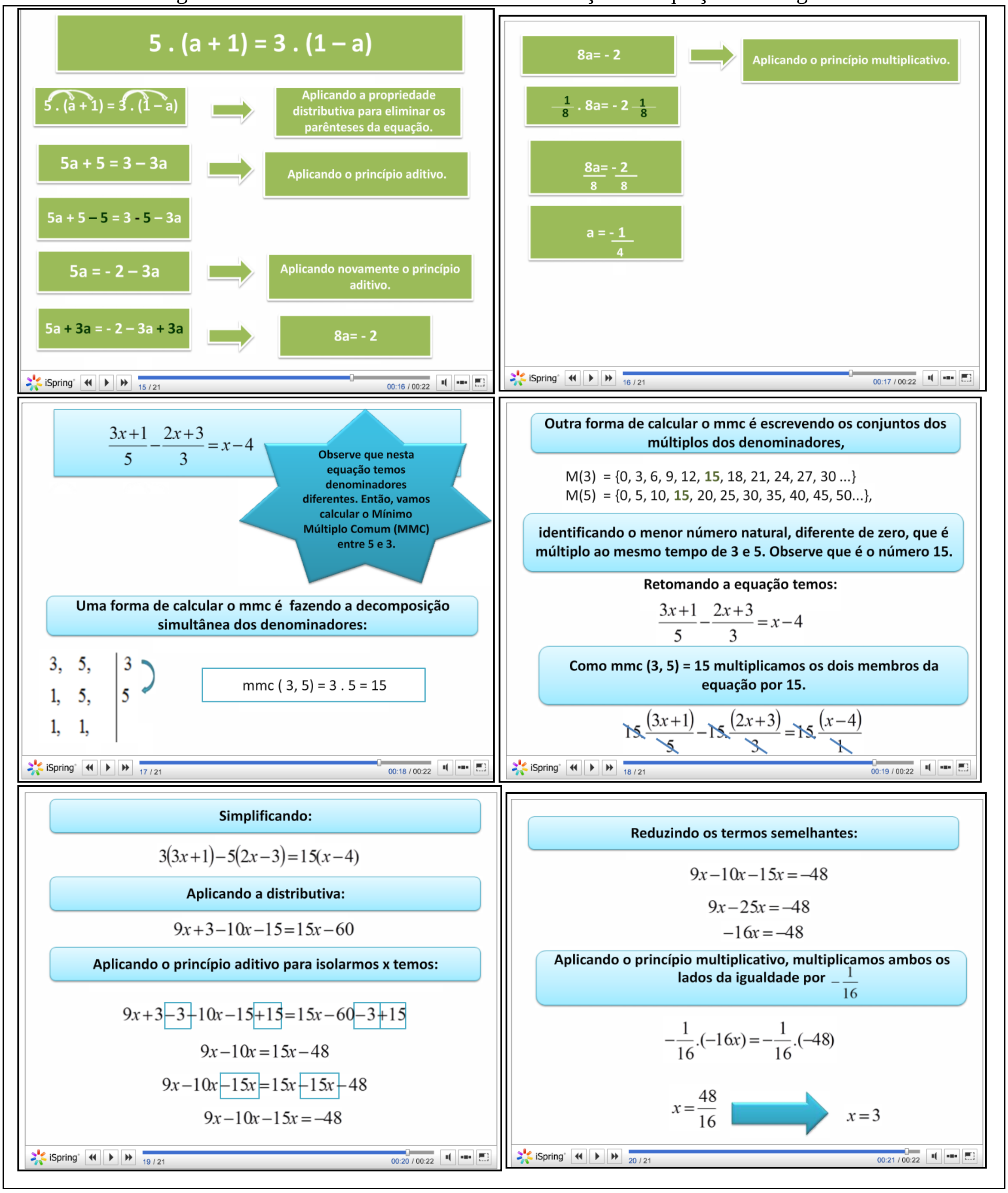
Fonte: Autora.

Figura 57 - Telas do material de estudo Resolução de Equações de 1º grau I.



Fonte: Autora

Figura 58 - Telas do material de estudo Resolução de Equações de 1º grau I.



Fonte: Autora.

Neste material de estudo foram trabalhados os processos de resolução de equações de 1º grau, seguindo as orientações postas por Alcalá (2002). Segundo o autor o processo de resolução de equações deve ocorrer de forma crescente, seguindo 7 níveis de complexidade, envolvendo problemas aditivos, multiplicativos, os dois princípios, equações nas quais os alunos devem agrupar os termos semelhantes, equações que envolvam números negativos, propriedade distributiva e com denominadores.

Ressalta-se que no material de estudo agruparam-se alguns destes níveis em uma mesma equação, pois se entende que este tipo de material não pode ser muito longo, pois corre o risco de se tornar cansativo. Assim, em uma mesma equação retomou-se, por exemplo, a resolução através do princípio aditivo e multiplicativo.

Os princípios aditivos e multiplicativos foram amplamente trabalhados nesse material de estudo, pois entende-se que a resolução utilizando-os possibilita ao aluno uma maior compreensão da equação como uma igualdade, e não apenas regras de resolução. Ponte, Branco e Matos (2009) ponderam que a compreensão destes princípios são fundamentais para os alunos terem sucesso na sua aprendizagem algébrica. Para estes autores,

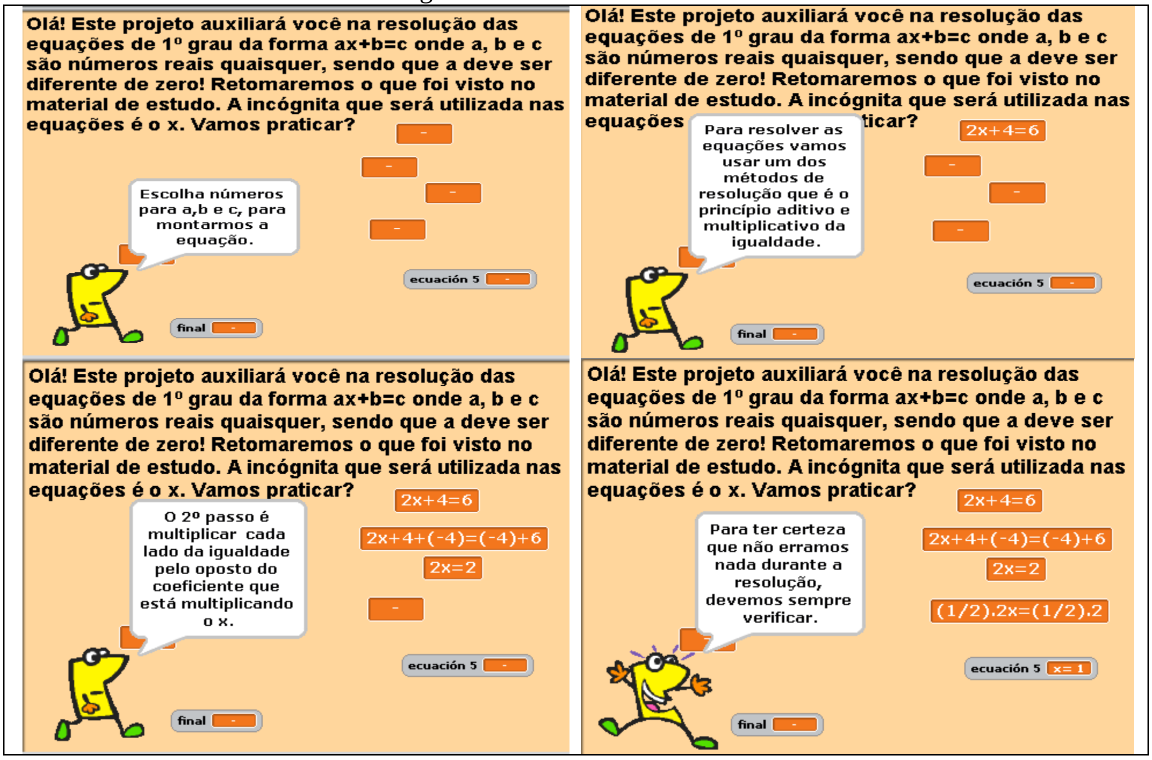
> o enunciado dos princípios de equivalência como regras práticas é uma abordagem que facilita o processo de resolução de equações. No entanto, tende a deixar em segundo plano a justificação dessas regras, o que pode reforçar uma perspectiva da Matemática como conjunto de regras arbitrárias. É importante, por isso, que os alunos tenham uma percepção de onde vêm essas regras práticas e qual a sua justificação (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p.95).

Concorda-se com os autores que as regras práticas facilitam o processo de resolução das equações, porém entende-se que a justificação e a aplicação destes procedimentos devem ser bem trabalhados antes do anúncio das regras. Assim, as regras práticas surgem depois dos princípios serem desenvolvidos e explorados com os alunos, e mesmo as regras também devem ser discutidas, destacando-se quais suas origens e que as mesmas funcionam pelo princípio de equivalência.

5.1.2.4.2 Atividades no *Software* Scratch

Na Sequência Didática Específica do nodo Resolução de Equações de 1º grau utilizou-se uma atividade do *software* Scratch. Este é uma ferramenta *freeware* de criação de jogos, animações e histórias, disponível para os sistemas operacionais Windows, Linux e Mac. A atividade utilizada foi traduzida e adaptada do banco de atividades do Scratch disponível em http://scratch.mit.edu. Após as adaptações a atividade foi publicada em português, ficando disponível no endereço: http://scratch.mit.edu/projects/andriellylemos/2787366. Nesta atividade, os alunos inserem valores para os coeficientes a, b e c objetivando a construção de uma equação, a partir desta o *software* realiza a resolução, justificando passo a passo, conforme ilustrado na figura 59.

Figura 59 - Atividade do *Scratch*.



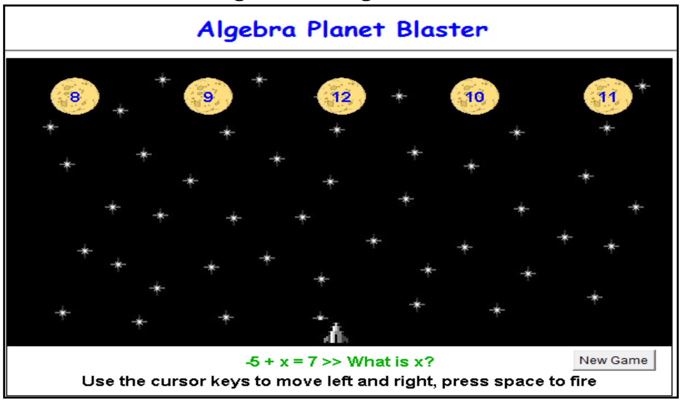
Fonte: http://scratch.mit.edu/projects/andriellylemos/2787366.

Esta atividade foi utilizada com o objetivo dos alunos ampliarem seu conhecimento em torno do processo de resolução das equações de 1º grau, assim como exercitarem a resolução destas, tendo cada ação justificada, ou seja, a partir dos coeficientes inseridos pelos alunos, monta-se uma equação que é resolvida passo a passo, sendo cada um deles justificado.

5.1.2.4.3 Jogo *Online*

Na Sequência Didática Específica do nodo Resolução de Equações de 1º grau utilizou-se o jogo online Álgebra Planet Blaster (figura 60), buscando uma abordagem mais lúdica. Neste jogo, os alunos devem resolver a equação dada e encontrar a resposta em um dos planetas, ou seja, o objetivo do jogo é a resolução da equação proposta e os planetas representam as possibilidades de solução.

Figura 60 - Jogo *Online*.



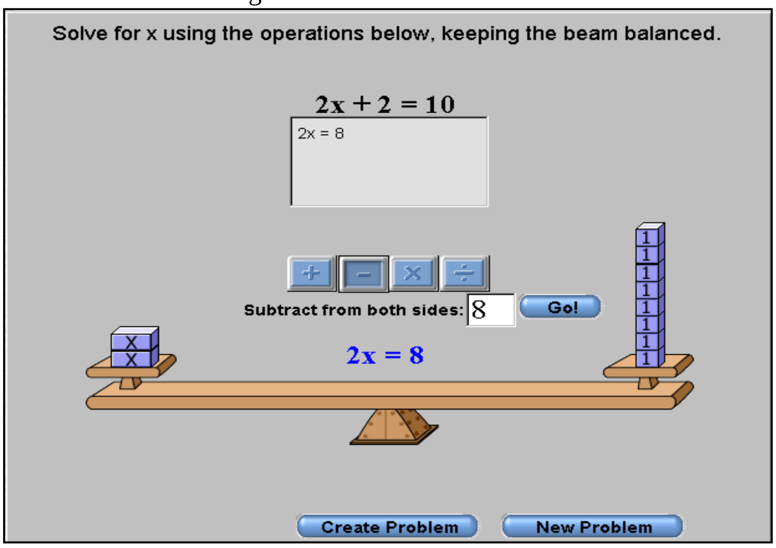
Fonte: http://www.aplusmath.com/Games/PlanetBlast/index.html

5.1.2.4.4 Atividades *Online*

Para compor a sequência didática específica do nodo Resolução de Equações de 1º grau I foram selecionadas três atividades *online*. A primeira atividade, Algebra Balence, aborda a resolução de equações através da balança de dois pratos. É dada uma equação a qual deve ser representada na balança e, a partir disso, é necessário realizar os procedimentos para a resolução, conforme apresentado na figura 61.

Ressalta-se que, nesta atividade, além de trabalhar a manipulação da equação na balança, esta reforça o papel das equações equivalentes no processo de resolução, uma vez que, na medida em que o aluno realiza uma operação, a nova equação equivalente é mostrada.

Figura 61 - Atividade *online* I.



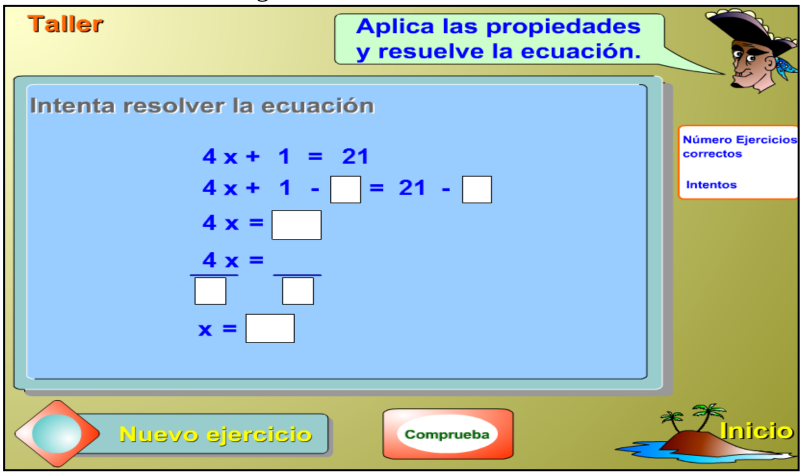
Fonte: http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_201_g_3_t_2.html

Entende-se que atividades que envolvem a balança no processo de resolução de equações, podem auxiliar os alunos na compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo.

Segundo Alcalá (2002) utilizar a balança como um recurso na resolução de equações de 1º grau é conveniente, pois como o objetivo é que esta fique em equilíbrio, é necessário realizar manipulações na balança, e isso os leva a compreender que o equilíbrio só ocorre quando as operações são feitas em ambos os lados, reforçando e justificando a questão da igualdade. Ainda, segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 95) "o uso deste modelo facilita a compreensão da operação de eliminar o mesmo termo em ambos os membros e também a operação de multiplicar em ambos os membros por um número positivo".

A segunda atividade também é focada na resolução de equações e nesta são apresentadas equações e parte de seu processo de resolução, os alunos devem completar com os números e operações correspondentes, conforme apresentado na figura 62.

Figura 62 - Atividade *online* II.

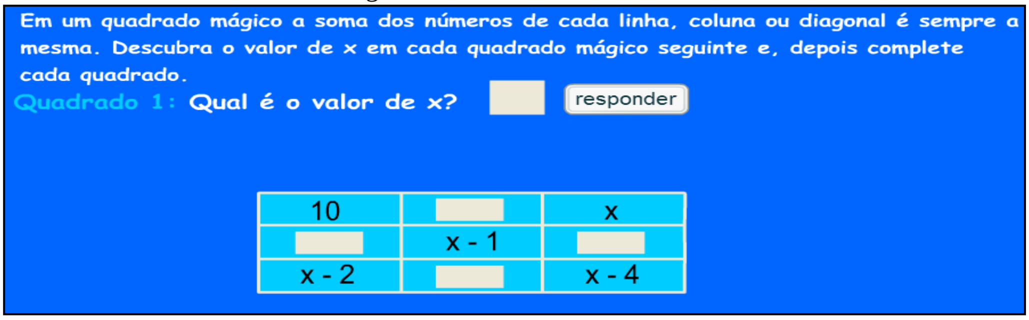


Fonte: http://www.genmagic.org/mates2/eq1_cast.swf

Selecionou-se esta atividade, pois se considerou interessante o modo como o processo de resolução é conduzido nesta atividade. É apresentada a equação e na linha seguinte há um espaço para o aluno completar com o número que este deve operar em ambos os membros da igualdade, reforçando o papel dos princípios aditivo e multiplicativo e, ao mesmo tempo, possibilitando ao aluno refletir sobre quais números e operações devem proceder para chegar à próxima linha da resolução.

A atividade três é constituída por um conjunto de quatro atividades, envolvendo o quadrado mágico. O objetivo é que os alunos determinem o valor de x, sendo que, para isso, terão que utilizar as regras e propriedades do quadrado mágico, conforme ilustrado na figura 63.

Figura 63 - Atividade *online* III.



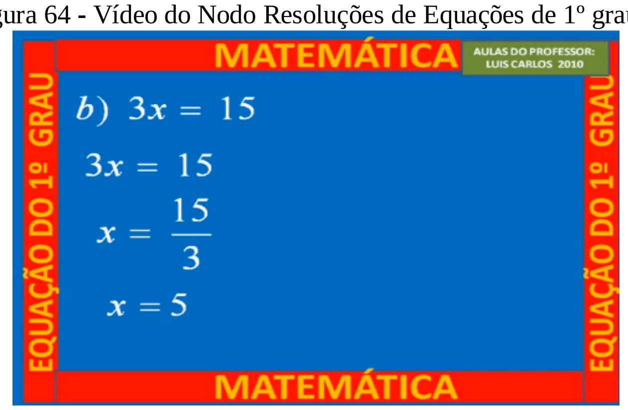
Fonte: http://www.proativa.vdl.ufc.br/oa/ativa/quadrado_magico.swf.

Acredita-se que esta atividade, além de possibilitar o trabalho com a resolução de equações, proporciona aos alunos desenvolver o raciocínio lógico, uma vez que, o aluno terá que buscar estratégias para conseguir montar uma equação, tendo que eleger o melhor caminho e a partir deste, resolver a equação determinando o valor de x.

5.1.2.4.5 Vídeo do Nodo Resolução de Equações de 1º grau I

Para a Sequência Didática do Nodo Resolução de Equações de 1º grau I, selecionou-se um vídeo com o objetivo de retomar os conceitos já trabalhados. Assim, esse vídeo busca apresentar de maneira objetiva, o conceito e a definição de equação, assim como os elementos desta e seu processo de resolução. Na figura 64, apresenta-se uma imagem desse vídeo.

Figura 64 - Vídeo do Nodo Resoluções de Equações de 1º grau I.



Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=cuSxC2Qpc0k.

Com este conjunto de materiais de estudo, atividades e o vídeo, buscou-se trabalhar nesta Sequência Didática Específica, os processos de resolução das equações de 1º grau, suas técnicas e métodos, com o objetivo que estes sejam compreendidos pelos alunos e não apenas decorados como regras práticas de resolução, que muitas vezes não fazem sentido algum para eles.

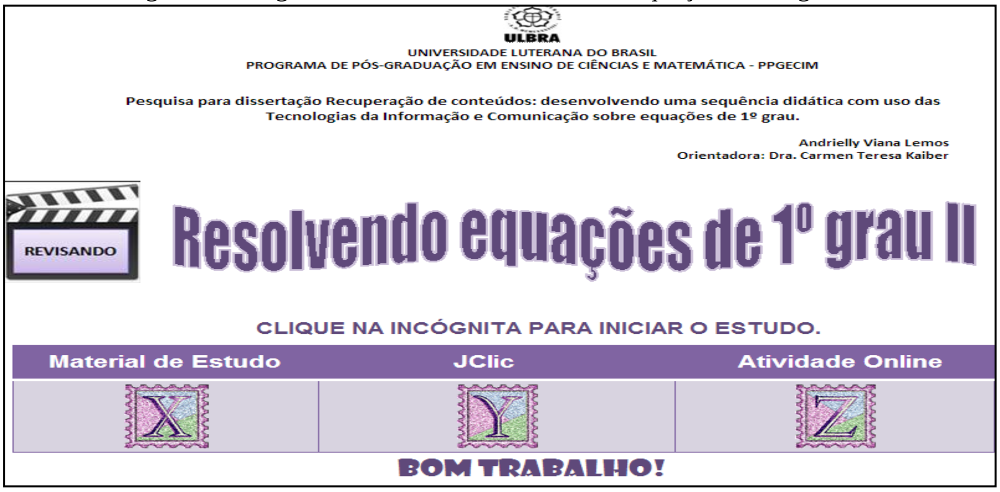
5.1.2.5 Sequência Didática Específica do Nodo Resolução de Equações de 1º grau II

A Sequência Didática Específica do nodo Resolução de Equações de 1º grau II foi estruturada buscando trabalhar a resolução de equações de 1º grau no contexto da Resolução de Problemas. Nesta sequência, abordam-se os aspectos das resoluções, conforme trabalhado no nodo anterior, porém focado em problemas, retomando, assim, o que foi trabalhado no nodo Conceito de Equação.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), a Álgebra se constitui em instrumento para a resolução de problemas, em que a ênfase é dada para o domínio das respectivas regras para a transformação de expressões. Assim, torna-se importante que o aluno domine as regras de resolução das equações e que seja capaz de aplicá-las a situações concretas. Os autores ponderam, ainda, que, sendo as equações uma ferramenta fundamental para resolver problemas, estes devem estar presentes ao longo de todo o trabalho com equações no ensino básico.

Neste contexto, foram elaborados um material de estudo, um conjunto de atividades no JClic e uma atividade *online*, conforme apresentados na figura 65.

Figura 65 - Página Inicial do nodo Resolvendo Equações de 1º grau II.

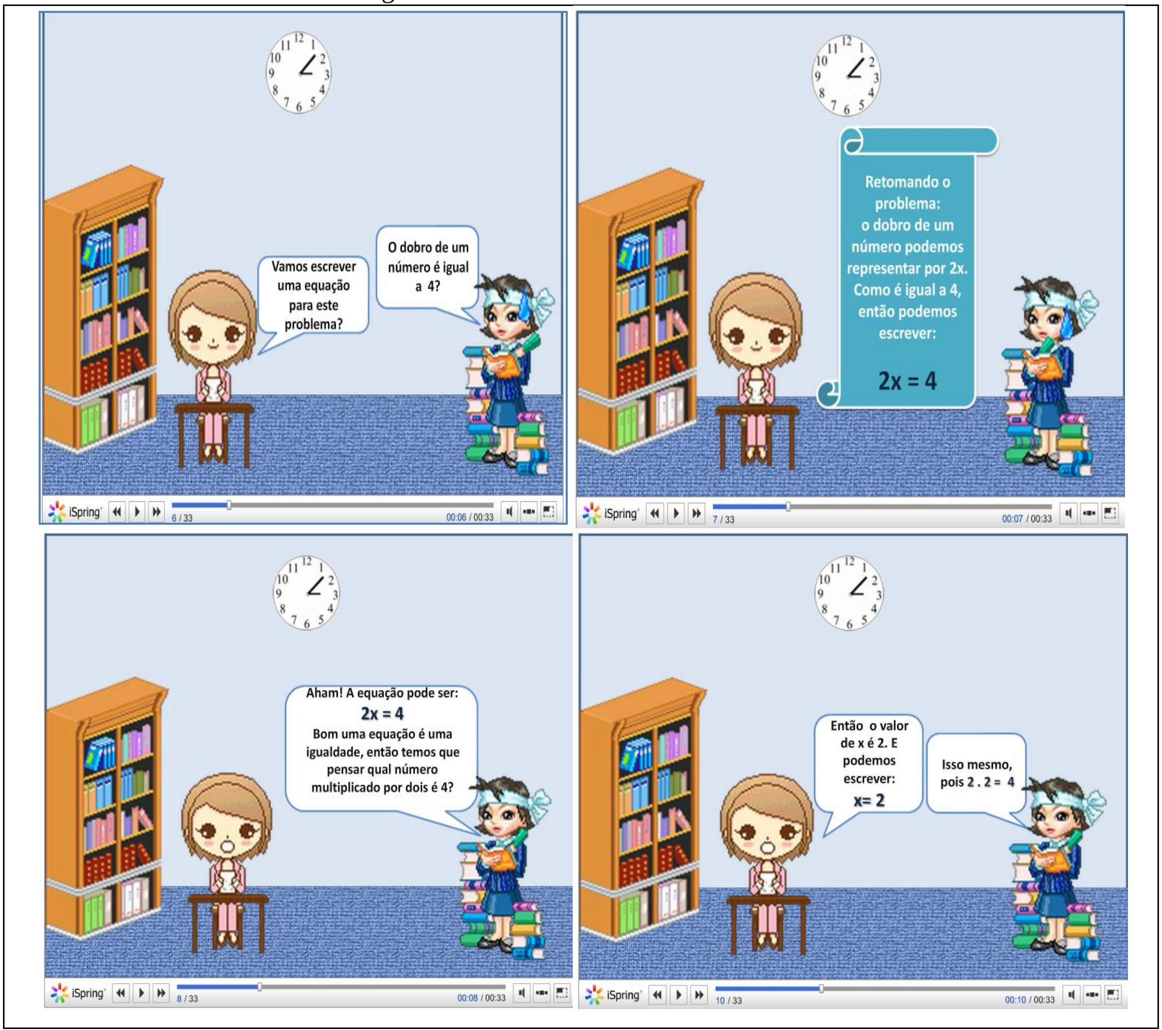


Fonte: Autora.

5.1.2.5.1 Materiais de Estudo

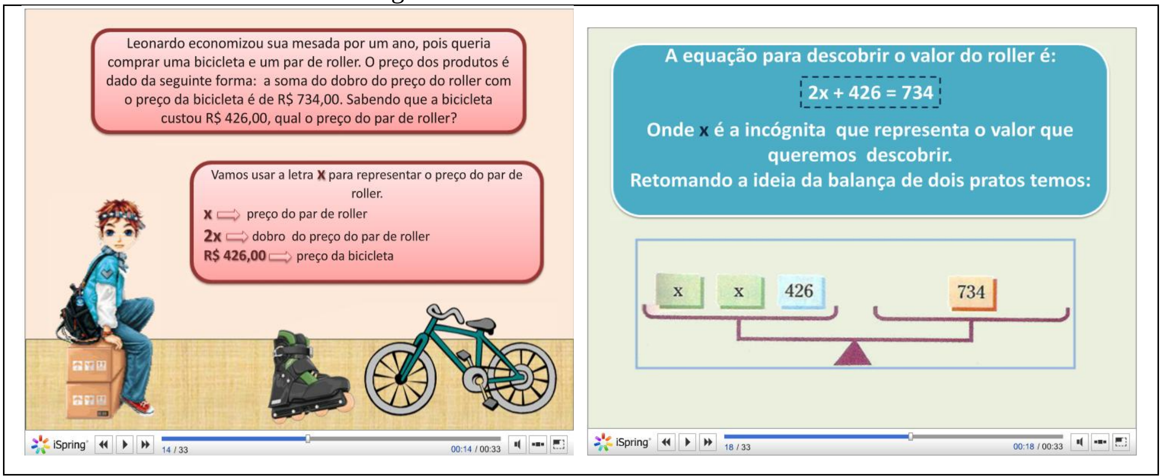
Para a Sequência Didática Específica, desenvolveu-se um material de estudo retomando os métodos de resolução das equações de 1º grau, porém estes métodos foram trabalhados a partir de situações problemas, nas quais se utilizou o método de resolução mais pertinente. Na figura 66 e 67, apresentam-se telas desse material.

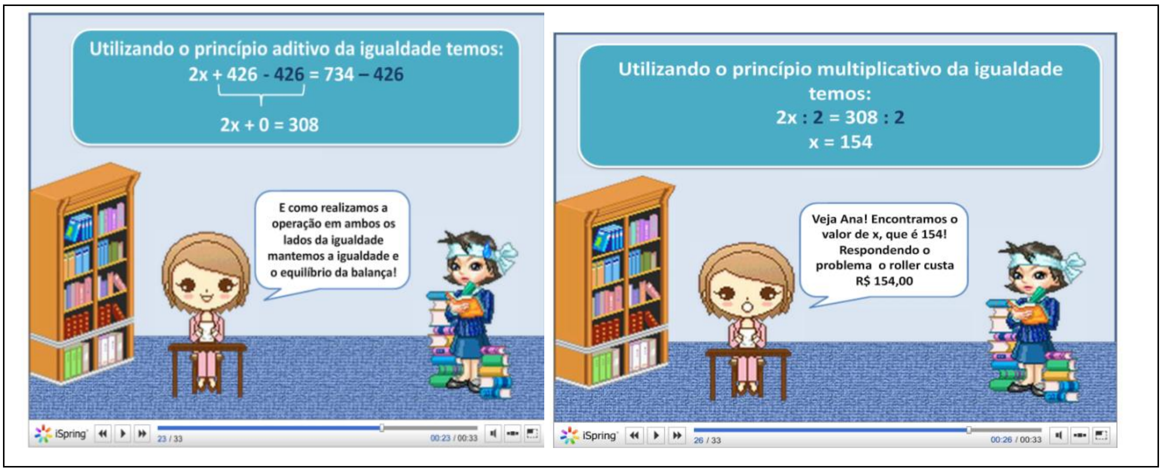
Figura 66 - Telas do material de estudo.



Fonte: Pesquisa

Figura 67 - Telas do material de estudo.





Fonte: Autora.

O desenvolvimento deste material baseou-se nas indicações expostas por Alcalá (2002), o qual pondera que se deve trabalhar com problemas no estudo de equações de 1º grau e que o grau de complexidade destes seja crescente. Utilizou-se também as ideias postas por Ponte, Branco e Matos (2009) que são vários os tipos de problemas que se podem ser utilizados na aprendizagem das equações. Nesta Sequência Específica e nos testes referente a esse nodo, utilizaram-se os problemas do tipo:

- problemas envolvendo certas relações numéricas entre quantidades (entre os quais os conhecidos problemas de idades);
- problemas envolvendo a partição de um todo num certo número de partes desiguais (por exemplo, os conhecidos problemas das heranças);
- problemas envolvendo situações na balança;
- problemas que se constituem em pensei em um número...
- problemas envolvendo a Geometria.

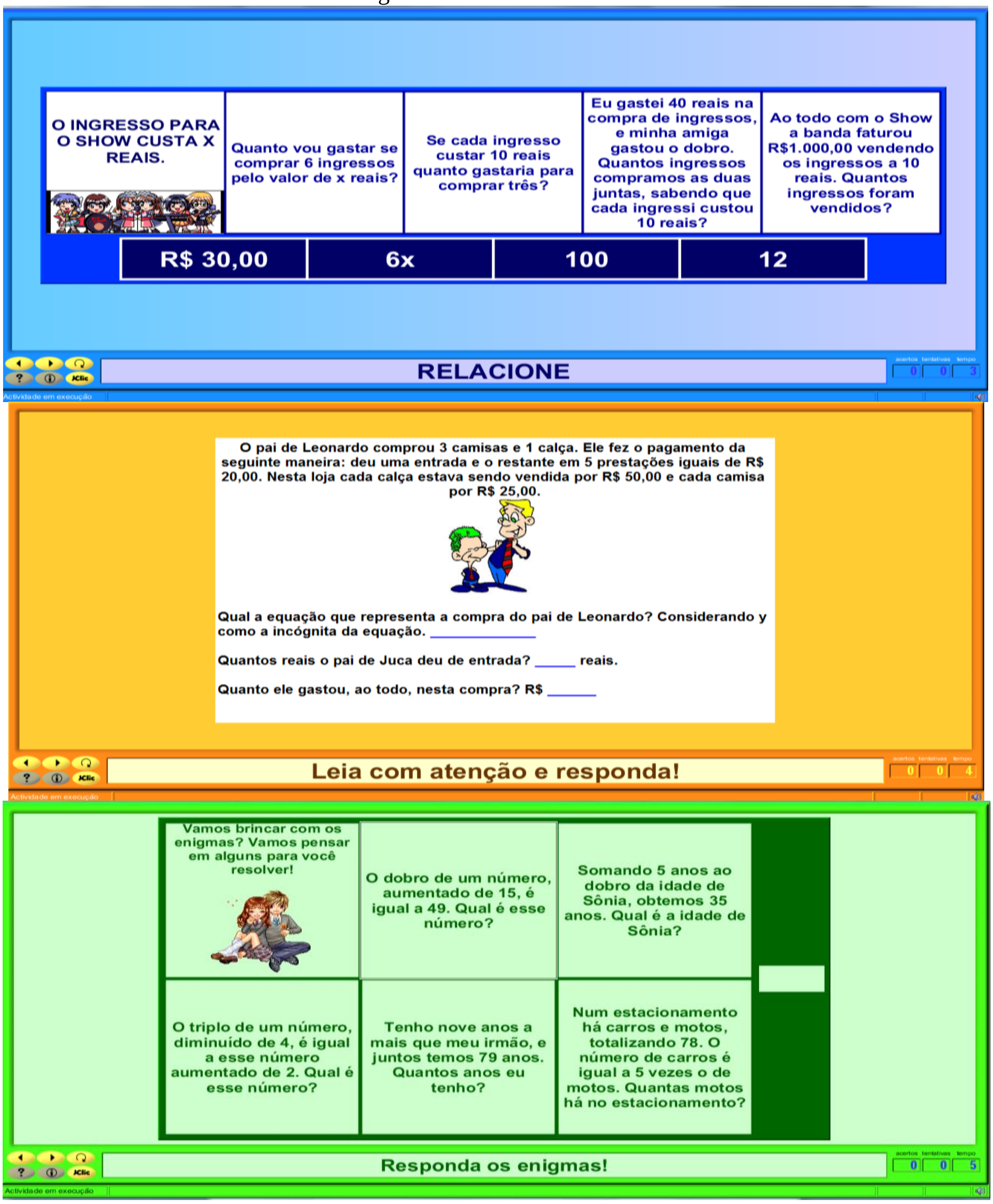
Para a constituição deste material, também foram utilizadas situações e exemplos apresentados nos livros didáticos Projeto Araribá (2007), Projeto Radix (RIBEIRO, 2009), Tudo é Matemática (DANTE, 2009), Matemática no Plural (MIANI, 2006) e Matemática (RIBEIRO; SOARES, 2007).

5.1.2.5.2 Atividades no Software JClic

Para a sequência do nodo Resolução de Equações de 1º grau II, foi organizado um conjunto de atividades no *software* JClic. Essas atividades foram desenvolvidas com o objetivo de retomar e exercitar o que foi trabalhado nos materiais de estudo, assim tais atividades foram construídas e baseadas nos mesmos pressupostos apresentados no materiais de estudo.

O conjunto é composto por 14 atividades, nas quais são trabalhadas situações problemas que os alunos devem resolver. Essas atividades são do tipo associações, onde o aluno tem dois conjuntos de informações e o objetivo é que ele relacione os dois conjuntos, sendo que em, outras atividades os alunos devem responder por escrito a partir de situações propostas. Na figura 68, apresentam-se exemplos de atividades desenvolvidas para esta sequência.

Figura 68 - Atividades JClic.

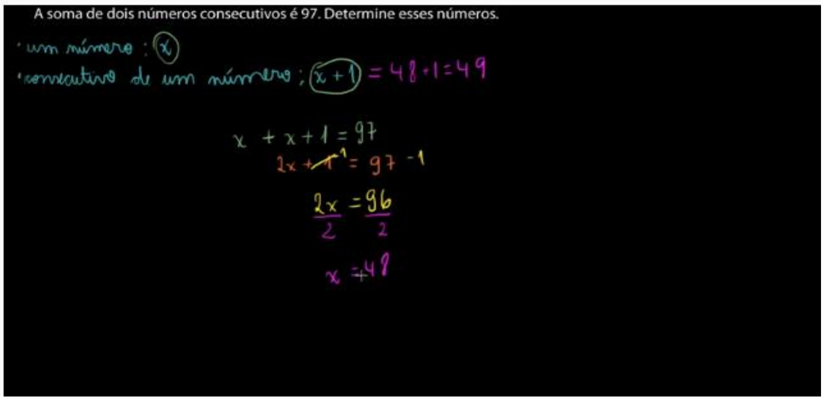


Fonte: Autora.

5.1.2.5.3 Vídeo do Nodo Resoluções de Equações de 1º grau II

Para a Sequência Didática Específica do nodo Resoluções de Equações de 1º grau II foi selecionado um vídeo em que são apresentados problemas envolvendo equações de 1º grau (figura 69). Estes são resolvidos passo a passo, o que se percebe como mais um recurso disponibilizado aos alunos para auxiliar na superação de suas dificuldades.

Figura 69 - Vídeo do nodo Resoluções de Equações de 1º grau II.



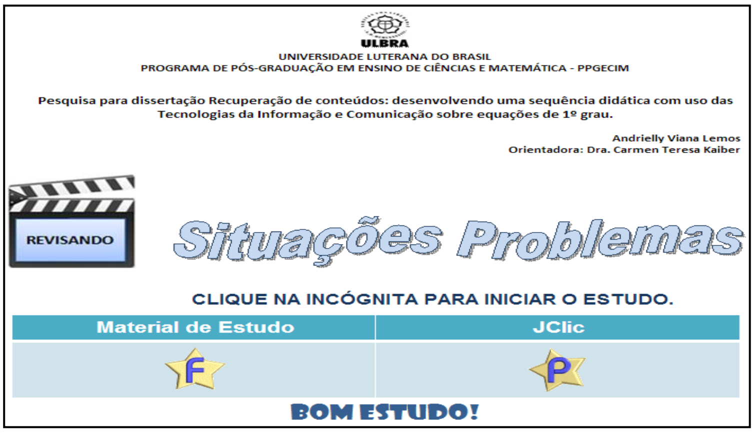
Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=oferMwatYuk

5.1.2.6 Sequência Didática Específica do nodo Situações Problemas

Durante todo o estudo em torno das equações de 1º grau desenvolvido neste trabalho, buscou-se trabalhar com a resolução de problemas, conforme indicado pelos autores já mencionados, assim como, por uma concepção da pesquisadora que considera que a metodologia da resolução de problemas é essencial para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de qualquer conteúdo. Mais especificamente, nas equações de 1º grau, esses problemas podem ser no âmbito da Matemática ou em outras áreas, pois conforme Melara e Souza (2009) as equações de 1º grau se constituem em um conteúdo abrangente, que se apresenta em vários momentos da vida estudantil, não só na Matemática, mas em outras áreas.

Nesse contexto, foi estruturada a Sequência Didática Específica, visando trabalhar com situações problemas mais contextualizadas, intra e extramatemática. Para tal, organizou-se um material de estudo, um conjunto de atividades no JClic e um vídeo, conforme apresentados na figura 70.

Figura 70 - Página Inicial do Nodo Situações Problemas.



Fonte: Autora.

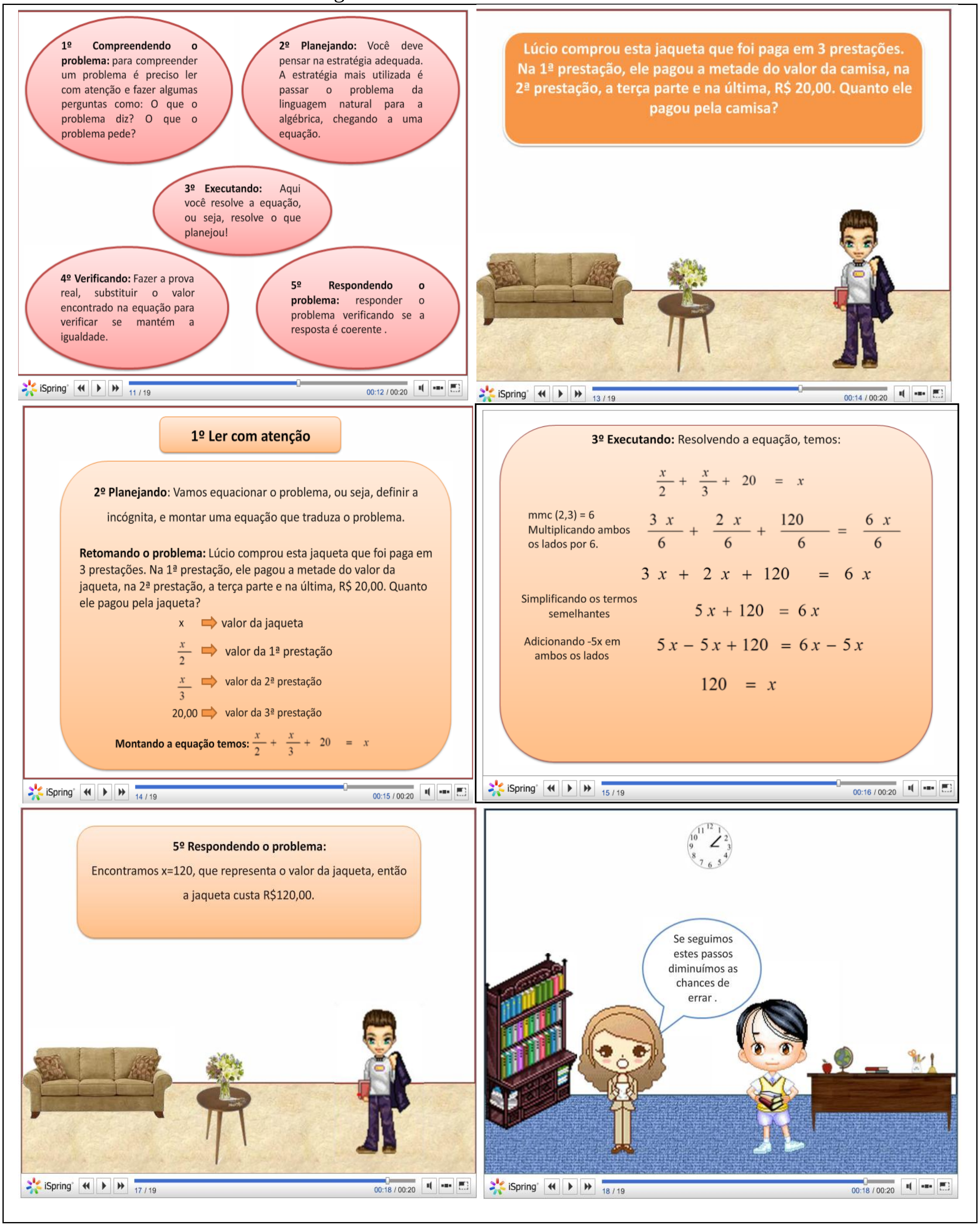
5.1.2.6.1 Material de Estudos

Por se constituir no último material de estudo, buscou-se realizar uma breve revisão do que foi estudado durante os nodos anteriores, retomando-se, assim, o que são expressões algébricas, conceito e definição de equação e seus métodos de resoluções. Seguindo com o material, questionou-se como se resolvem problemas se são todos diferentes e, a partir dessa problemática, o estudo sobre situações problemas foi desenvolvido, conforme apresentado nas figuras 71 e 72.

Figura 71 - Telas do material de estudo.

Fonte: Autora.

Figura 72 - Telas do material de estudo.



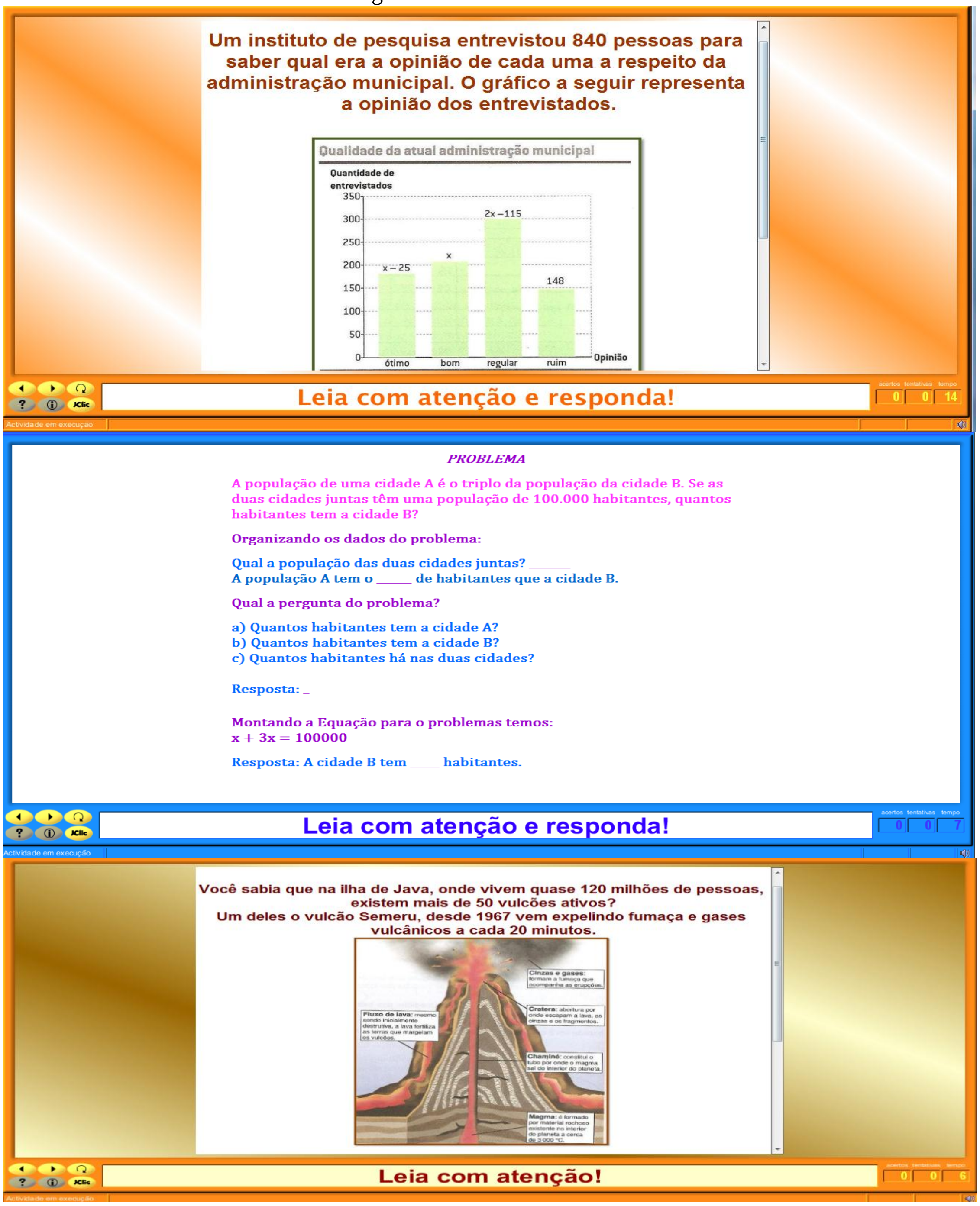
Fonte: Autora.

O material aborda a resolução de problemas tomando como referência as etapas de resolução apontadas por Polya (1977) sobre como proceder para resolver problemas, sendo estas adaptadas para as equações de 1º grau. A partir das etapas apresentadas, foi proposto um problema e este foi resolvido seguindo as etapas trabalhadas.

5.1.2.6.2 Atividades do JClic

Objetivando dar continuidade ao trabalho de resolução de problemas e ampliando estes para um âmbito mais contextualizado, organizou-se um conjunto de 13 atividades no JClic, conforme exemplificado na figura 73.

Figura 73 - Atividades JClic.



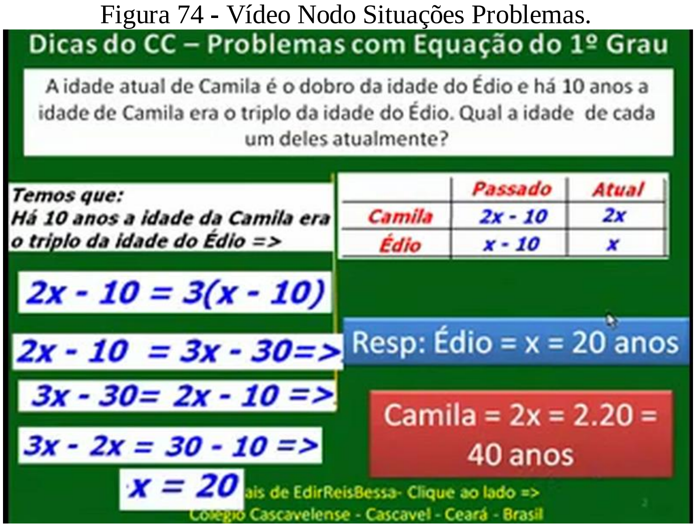
Fonte: Autora.

Para a constituição destas atividades foram utilizadas situações e exemplos apresentados nos livros didáticos, Projeto Araribá (2007), Projeto Radix (RIBEIRO, 2009), Tudo é Matemática (DANTE, 2009), Matemática no Plural (MIANI, 2006) e Matemática (RIBEIRO; SOARES, 2007).

5.1.2.6.3 Vídeo do Nodo Situações Problemas

Com o objetivo de retomar e ampliar o que foi trabalhado nos materiais de estudo e nas atividades, selecionou-se um vídeo que aborda situações problemas e as resolve passo a passo, conforme exemplificado na figura 74.

Figura 74 - Vídeo Nodo Situações Problemas.



Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=qESt8ZIhkms

Apresentou-se neste capítulo a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau como um todo, envolvendo os Testes Adaptativos e as Sequências Didáticas Específicas, descrevendo e argumentando sobre as opções teóricas e metodológicas adotadas para o desenvolvimento da mesma. A avaliação da Sequência, no que se refere se esta atingiu o objetivo proposto, de possibilitar aos alunos uma recuperação de conteúdo individualizada que os levasse à superação das dificuldades com equações de 1º grau, será discutida no próximo capítulo desta dissertação.

6 INVESTIGAÇÃO REALIZADA JUNTO AOS ESTUDANTES

A investigação foi realizada com um grupo de vinte e um alunos do 7º ano do Ensino Fundamental no Laboratório de Informática da Escola Municipal de Ensino Fundamental Irmão Pedro, do município de Canoas, Rio Grande do Sul. O trabalho ocorreu no período de 19 de setembro a 31 de outubro de 2012, sendo que, ao todo foram sete encontros com duração de duas horas cada. Esses encontros foram realizados nas quartas-feiras nos turnos da manhã e da tarde, sendo, no turno da manhã, das 9h às 11h e no turno da tarde, das 13h30min às 15h30min. Os alunos frequentavam as "Aulas de Recuperações" (denominação dada pela escola para o trabalho desenvolvido) no turno inverso ao que assistiam às suas aulas.

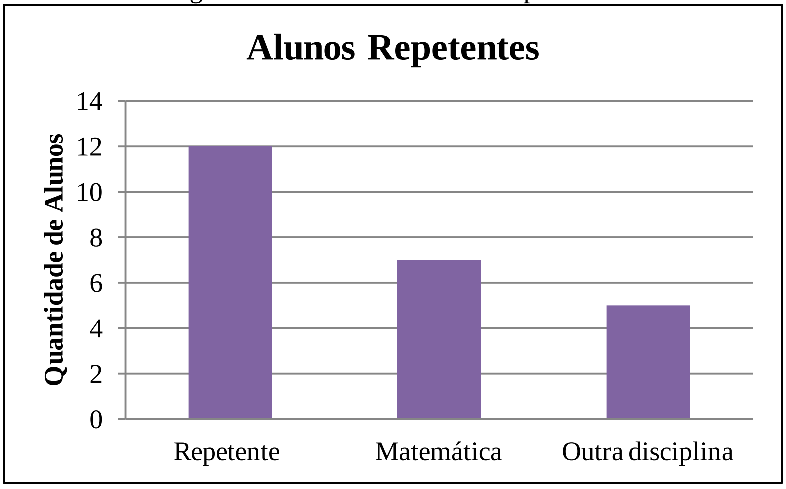
Conforme já exposto, a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau está disponível no SIENA, sendo que o trabalho junto ao grupo de alunos foi realizado por meio desse sistema, que está disponível no endereço: http://siena.ulbra.br. Para acesso ao sistema e à Sequência Didática, cada aluno foi cadastrado previamente, sendo disponibilizado a eles, no primeiro encontro, um usuário e uma senha, que foram utilizados durante todo o trabalho. O nome de usuário também foi utilizado pela pesquisadora para identificar os alunos na análise dos resultados, com o objetivo de preservar a identidade dos estudantes. Os usuários são identificados da seguinte forma: aluno200, aluno201, aluno202,..., aluno250.

Nos encontros, os alunos trabalharam na Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, realizando os testes adaptativos dos seis nodos e quando necessário, ou seja, quando não obtinham uma nota igual ou superior a 0,6, realizavam os estudos de recuperação, os quais ocorriam através dos estudos dos materiais e a realização das atividades estruturadas nas Sequencias Didáticas Especificas. Ressalta-se que todos os encontros foram acompanhados pela professora/pesquisadora para a coleta de dados.

6.1 PERFIL DOS ESTUDANTES

Buscando identificar o perfil dos estudantes participantes da pesquisa, no que se refere à idade, repetência, uso do computador e do laboratório de informática, foi solicitado, no primeiro encontro, que preenchessem o questionário 1 (Apêndice B). O grupo é formado por 15 meninas e 6 meninos com faixa etária entre 12 e 15 anos. Doze alunos são repetentes, conforme apresentado no gráfico da figura 75, ressalta-se que o maior número de repetências foi na disciplina de Matemática.

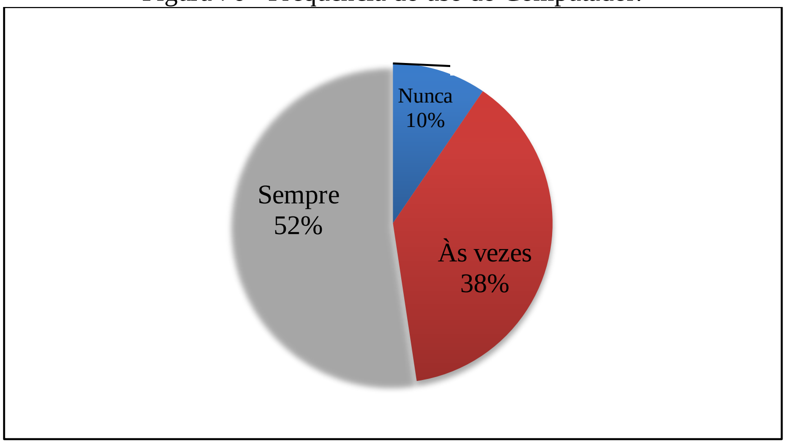
Figura 75 - Dados dos Alunos Repetentes.



Fonte: Pesquisa

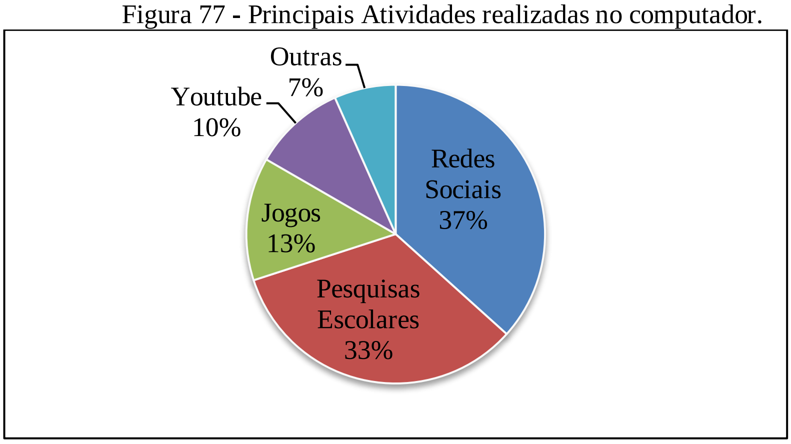
Quando questionados sobre com que frequência utilizam o computador e quais as principais atividades realizadas, os estudantes declararam que utilizam o computador frequentemente e as principais atividades são acesso as redes sociais, pesquisas escolares e jogos, entre outras. Esses dados são apresentados nas figuras 76 e 77.

Figura 76 - Frequência do uso do Computador.



Fonte: Pesquisa.

Figura 77 - Principais Atividades realizadas no computador.



Fonte: Pesquisa.

Questionou-se, também, se o professor de Matemática utiliza o Laboratório de Informática, e a totalidade dos alunos responderam que não. Outra questão abordada foi se já tinham realizado alguma atividade de Matemática no Laboratório, sendo que 33% dos alunos responderam que sim e 67%, não. Identificou-se que os alunos que responderam já ter realizado atividade de Matemática no Laboratório, eram alunos que haviam participado de outro projeto de recuperação de conteúdos realizado na escola. Mesmo assim, o trabalho realizado era novo para a maioria dos alunos, necessitando um período de adaptação para a sua realização.

No final da realização do trabalho com a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, foi solicitado aos alunos que respondessem o questionário 2 (Apêndice B), composto pelas seguintes questões: “Qual a sua opinião sobre o trabalho desenvolvido?” e “Quais as dificuldades encontradas no trabalho desenvolvido?”.

Na primeira questão, todos os alunos relataram que gostaram do trabalho, que este os ajudou a compreender melhor as equações. Em geral os alunos responderam que o trabalho ajudou a tirar as dúvidas.

A respeito da questão, a aluna205 declarou: “a*chei interessante e bem planejado. Me ajudou a conseguir notas melhores nas provas e saber a matéria.”* O aluno236 também expressou esse reflexo na sala de aula “ *achei bom, pq. na sala já veio um resultado bom.”* A aluna212 relatou “ *eu gostei por que nunca tinha feito um trabalho tão legal.”*

Quanto a segunda questão, que perguntava sobre as dificuldades encontradas na realização do trabalho, cinco estudantes responderam que não tiveram nenhuma dificuldade. Um aluno respondeu que teve dificuldade de entender o conceito de equação, quatro alunos relataram terem tido dificuldade, inicialmente, em compreender as questões, mas após os estudos e o auxílio da professora conseguiram resolver. A aluna205 relatou que “*entendo o conteúdo, na hora de fazer até consigo, mas às vezes a conta parece ser muito difícil mesmo sendo fácil”.* O aluno243 relata que “*os textos que tinham era muito grandes. São as situações problemas.”* Alguns alunos relataram dificuldades com os sinais, com as equações com denominadores e também nas operações com números decimais.

A partir das respostas dos alunos e também do que expressavam nos encontros, foi possível perceber que haviam gostado do trabalho desenvolvido, porém ainda não estavam habituados a trabalhar e estudar no Laboratório de Informática. Percebeu-se que os próprios alunos reconheceram que os estudos realizados, auxiliaram e contribuíram para as provas e também na continuidade do estudo de equações em sala de aula.

6.2 CAMINHOS PERCORRIDOS PELOS ESTUDANTES NA REALIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA EQUAÇÕES DE 1º GRAU – UMA ANÁLISE

O primeiro encontro com os alunos ocorreu no dia 19 de setembro de 2012. Inicialmente foi realizada uma apresentação da pesquisadora, na qual foi explicado como seria desenvolvido o trabalho, destacando a ideia de que o trabalho estava sendo desenvolvido para auxiliá-los nas dificuldades em relação ao conteúdo equações de 1º grau.

Os alunos apresentaram facilidade em lidar com o sistema, entenderam a dinâmica dos testes e assim prosseguiram com os estudos. A tabela 1 apresenta uma visão geral do desempenho dos alunos no decorrer de toda a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau. É apresentado o número de testes realizados por cada aluno, assim como, se realizaram estudos de recuperação (S) ou não necessitaram destes (N).

Tabela 1 - Quantidade de Testes realizados pelos alunos.

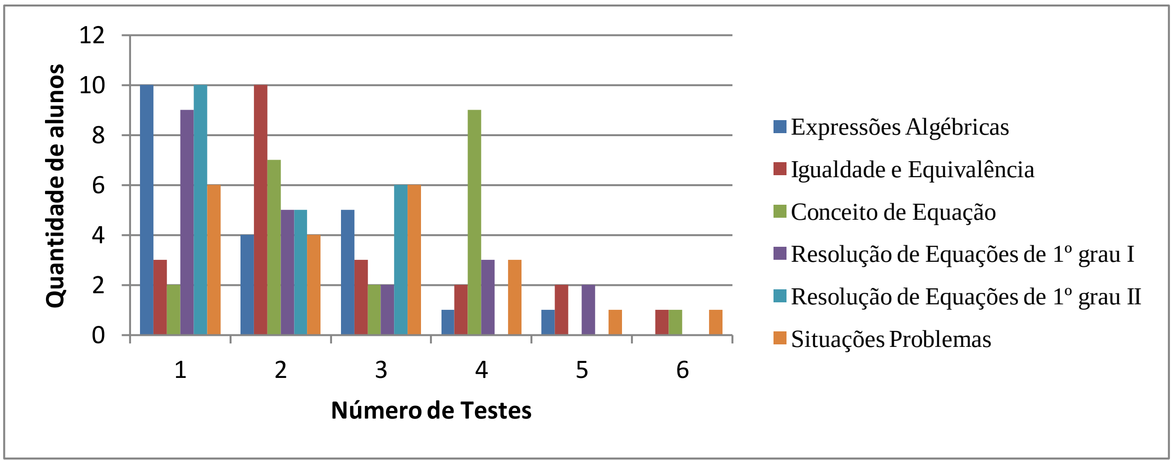
	Expressões Algébricas		**Igualdade e Equivalência**		**Conceito de Equação**		**Resolução de Equações de 1º grau I**		**Resolução de Equações de 1º grau II**		**Situações Problemas**	
Alunos	**N º de Testes**	**Recup.**	**N º de Testes**	**Recup.**	**N º de Testes**	**Recup.**	**N º de Testes**	**Recup.**	**N º de Testes**	**Recup.**	**N º de Testes**	**Recup.**
aluno201	3	S	2	S	2	S	1	N	1	N	4	S
aluno202	1	N	5	S	4	S	1	N	2	S	3	S
aluno203	1	N	1	N	4	S	3	S	3	S	1	N
aluno205	1	N	2	S	4	S	2	S	1	N	2	S
aluno210	2	S	3	S	2	S	1	N	3	S	6	S
aluno212	1	N	3	S	3	S	1	N	1	N	3	S
aluno213	2	S	1	N	2	S	3	S	3	S	2	S
aluno216	1	N	2	S	3	S	2	S	3	S	3	S
aluno220	3	S	2	S	1	N	1	N	1	N	1	N
aluno223	2	S	3	S	6	S	5	S	1	N	2	S
aluno226	1	N	1	N	2	S	2	S	1	N	2	S
aluno227	3	S	2	S	4	S	1	N	2	S	3	S
aluno229	3	S	6	S	4	S	5	S	1	N	1	N
aluno230	1	N	4	S	2	S	1	N	1	N	1	N
aluno236	3	S	2	S	4	S	2	S	3	S	3	S
aluno239	1	N	2	S	4	S	4	S	2	S	4	S
aluno243	1	N	4	S	2	S	2	S	2	S	4	S
aluno244	4	S	2	S	2	S	4	S	2	S	1	N
aluno246	2	S	2	S	4	S	1	N	1	N	1	N
aluno247	1	N	2	S	4	S	1	N	1	N	5	S

aluno248	5	S	5	S	1	N	4	S	3	S	3	S

Fonte: Pesquisa

Conforme apresentado na tabela 1, é possível verificar que cada aluno percorreu o seu próprio caminho dentro da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, sendo este traçado a partir de seu desempenho. Diante destes dados, gerou-se o gráfico da figura 78, o qual apresenta o quantitativo de testes realizados em cada nodo. Observa-se que a maioria dos alunos necessitou realizar dois ou três testes para conseguir aprovação nos nodos, o que leva a conjecturar que as Sequências Didáticas Específicas contribuíram para a realização dos testes, auxiliando na recuperação do conteúdo e na superação das dificuldades.

Figura 78 - Gráfico da quantidade de testes que os alunos realizaram em cada nodo.



Fonte: Pesquisa

A partir dos dados apresentados, discute-se, nesta seção o desempenho geral dos alunos e os caminhos percorridos por estes durante a realização da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau. Essa análise será apresentada considerando cada um dos nodos, onde serão discutidos os desempenhos, as estratégias utilizadas e os erros cometidos nos testes, a partir da produção dos estudantes e dos demais instrumentos de coleta de dados.

Conforme já mencionado, os alunos iniciaram os estudos pelo teste adaptativo do nodo **Expressões Algébricas**, sendo que, dos vinte e um alunos, onze necessitaram realizar estudos de recuperação e dez alunos obtiveram nota superior a 0,6, o que os levou a seguir para o nodo Igualdade e Equivalência. Dos alunos que necessitaram realizar recuperação, quatro conseguiram aprovação no 1º teste após os estudos, totalizando dois testes no nodo, cinco necessitaram realizar o teste mais uma vez, tendo, então, realizados três testes (um antes e dois depois dos estudos) e dois alunos tiveram que realizar mais de três testes após os estudos, conforme apresentado no gráfico da figura 78.

No que se refere às questões apresentadas nos testes do nodo **Expressões Algébricas** e o desempenho dos alunos, analisaram-se as questões respondidas pelos onze alunos que necessitaram realizar a recuperação. Apresentam-se cinco exemplos de questões que estiveram presentes na maioria dos testes para serem discutidas. Nas questões apresentadas na figura 79, em geral, os alunos não apresentaram dificuldades, sendo que, as mesmas estavam presentes em, pelo menos, um dos testes realizados por eles.

Figura 79 - Questões testes Expressões Algébricas.

Qual expressão algébrica correspondente a Luciana tem o dobro da quantia de balas que João tem?
0) 2 balas
1) 2x
2)3x
3) 2x + 1
4) x+ 2

Algebricamente podemos representar o quadrado de um número como:
0) x
1) z
2) z^2
3) z^3
4)y

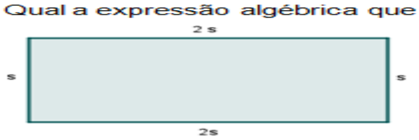
Fonte: Adaptado Projeto Araribá, 2006.

Considera-se que os alunos não apresentaram grandes dificuldades nas questões, em função destas serem de resolução imediata, necessitando somente representar na linguagem algébrica expressões postas em língua natural, tal como, “o dobro da quantidade de balas” e “o quadrado de um número”, sendo essas expressões bastante utilizadas nos estudos em torno das expressões algébricas.

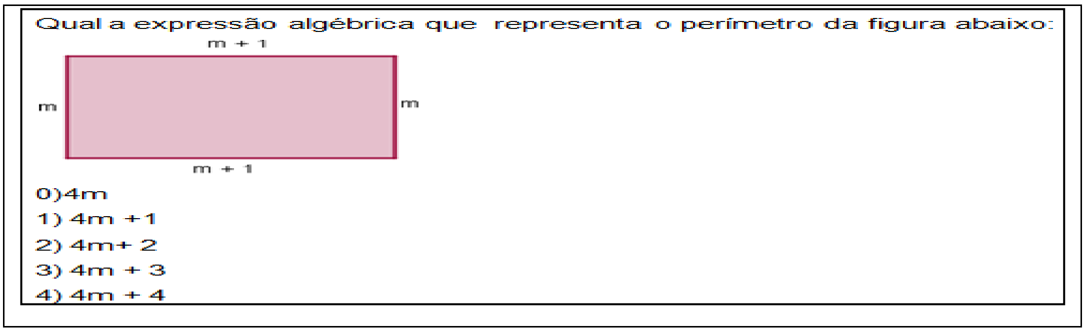
As questões apresentadas na figura 80 tratam sobre a representação algébrica do perímetro de figuras planas.

Figura 80 - Questões Nodo Expressões Algébricas.

Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:



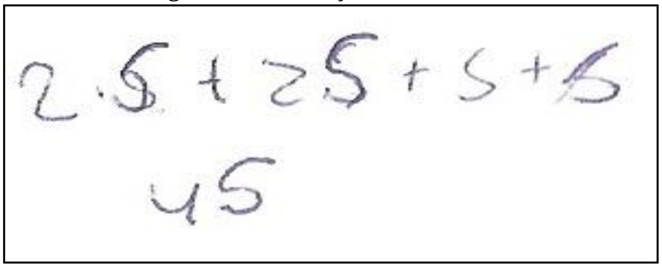
0)2s
1) 3s
2)4s
3) 5s
4) 6s



Fonte: Adaptado de Matemática, Ribeiro e Soares, 2007.

Em questões deste tipo, os alunos, em geral, apresentaram dificuldades em relação ao próprio conceito de perímetro, assim como na realização das simplificações algébricas pertinentes. A dificuldade em relação a como proceder para calcular o perímetro, foi observada com mais evidência no primeiro teste dos alunos. Por exemplo, o aluno244 em seu primeiro teste, respondeu a primeira questão da figura 80 como 2s. Outra resposta que apareceu com frequência foi 4s, a qual pode ser exemplificada pela produção do aluno 220 (figura 81).

Figura 81 - Produção do aluno220.



Fonte: Pesquisa

Observa-se que o aluno utilizou adequadamente o conceito de perímetro, como a soma dos lados, porém cometeu erro na simplificação das expressões. Entende-se que essas dificuldades foram sendo superadas ao longo do estudo de recuperação deste nodo, pois nos testes seguintes os alunos, em sua maioria, responderam corretamente as questões desse tipo, o que pode evidenciar uma evolução na compreensão do conceito de perímetro, assim como na manipulação de expressões algébricas.

A partir da análise dos dados, entende-se que os resultados apontam que no nodo **Expressões Algébricas**, houve um bom índice de aprovação (48%) sem necessidade de recuperação. Dos onze alunos que não atingiram a média estipulada no 1º teste, realizaram os estudos de recuperação e conseguiram passar nos testes. Destes estudantes, nove passaram no 2º ou no 3º teste. Os outros dois alunos necessitaram realizar mais testes, porém, também conseguiram atingir a média estipulada. Apesar do número elevado de testes, os estudantes foram apresentando evolução a cada teste realizado. Ressalta-se que os alunos que necessitaram realizar os testes mais de uma vez, após os estudos, assistiram ao vídeo indicado e estudaram novamente o material, focando os aspectos em que estavam apresentando maiores dificuldades.

Referente aos testes realizados no nodo **Igualdade e Equivalência**, somente três alunos não necessitaram realizar estudos de recuperação. Dos dezoito alunos que ficaram em recuperação, dez realizaram o estudo da sequência didática específica e passaram no 1º teste após os estudos, três necessitaram realizar um segundo teste após os estudos e cinco realizaram mais que três testes após os estudos, conforme apresentado no gráfico da figura 78.

No que se refere às questões apresentadas nos testes do nodo **Igualdade e Equivalência**, analisaram-se as questões dos dezoito alunos que necessitaram realizar recuperação e apresentam-se exemplos das questões que estiveram presentes na maioria dos testes para serem discutidas. Observou-se através dos bancos de dados e das produções dos alunos (rascunho) que eles apresentaram dificuldades, principalmente no que se refere, a manter a igualdade, a partir da propriedade distributiva, tanto quando apresentada em uma situação numérica, conforme exemplo da figura 82, como também, algébrica conforme figura 85.

Figura 82 - Questão do teste adaptativo do nodo Igualdade e Equivalência.

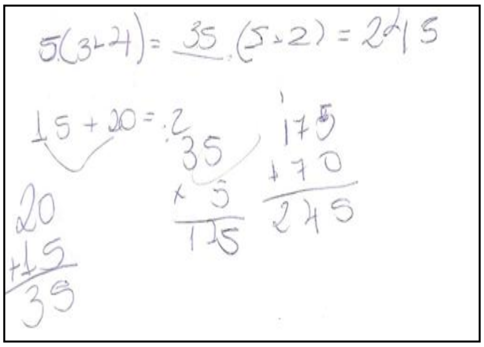
Complete com o número que mantenha a igualdade: 5. (3 +4) = _.(5 + 2)

Fonte: Autora.

Os alunos apresentaram dificuldades em questões deste tipo, pois não compreenderam que deveriam indicar o número que mantivesse a igualdade. A maioria dos alunos resolveu o 1º membro da igualdade e indicou o resultado como resposta, conforme apresentado na produção do aluno244 (figura 83). Passaram, então, a utilizar o resultado obtido no primeiro membro da igualdade, como o valor a ser utilizado para efetuar as operações indicadas no segundo membro da igualdade. Destaca-se que este tipo de erro segundo Ponte, Branco e Matos (2009) ocorre em função, dos alunos estarem acostumados a trabalhar na Aritmética com o sinal de igual (=) como sendo um sinal de operações realizadas da esquerda para a direita.

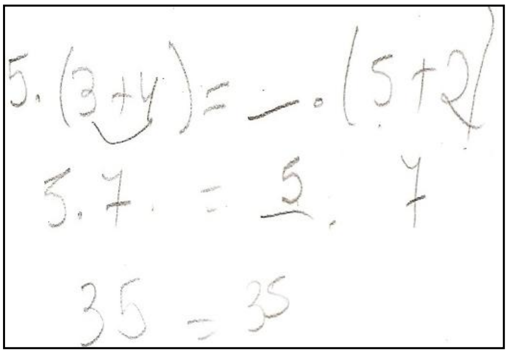
Os dados evidenciam que, a partir dos estudos através da Sequência Didática Específica relativa ao nodo, os alunos foram evoluindo na compreensão da igualdade, e nos procedimentos necessários para mantê-la. A figura 84 apresenta a resolução correta da questão realizada pelo aluno230.

Figura 83 - Produção aluno244.



Fonte: Pesquisa

Figura 84 - Produção do aluno230.



Fonte: Pesquisa

Nas questões do tipo apresentado na figura 85, nas quais os alunos deveriam aplicar a propriedade distributiva e indicar a equação correspondente, de modo geral, essa aplicação foi realizada, porém, na maioria das vezes, não consideravam as regras de sinais, chegando a equações equivocadas.

Figura 85 - Questão do teste adaptativo do nodo Igualdade e Equivalência.

Aplicando a propriedade distributiva em 2y – 3 (y -1) = 8 – 2 (y – 2) temos:

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Entende-se que estas dificuldades apresentadas, estão ligadas às dificuldades trazidas das operações e propriedades aritméticas. Conforme Ponte, Branco e Monteiro (2009, p.79), "dificuldades relacionadas com conceitos ou representações próprios da Aritmética contribuem também para o surgimento de dificuldades adicionais nos conceitos e representações algébricos".

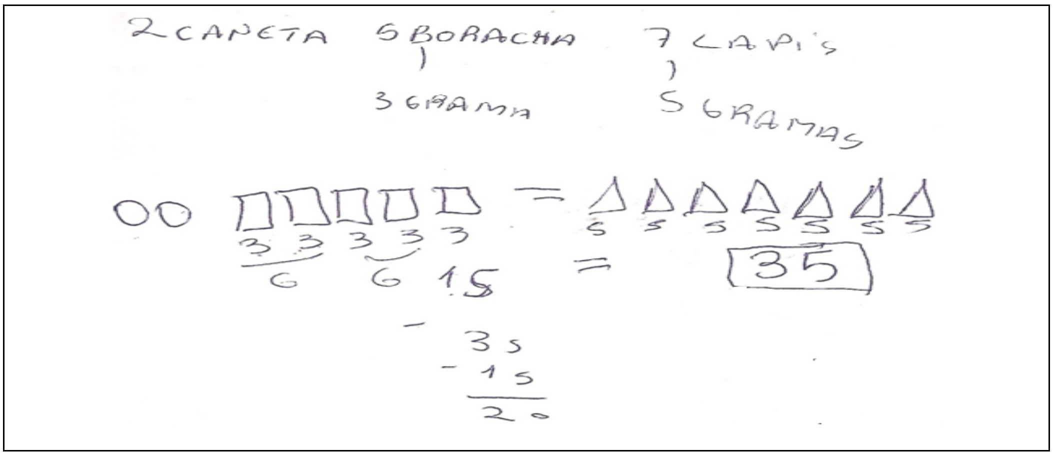
Observou-se que as questões que envolviam a analogia à balança, nas quais, a partir dos dados apresentados os alunos deveriam descobrir valores desconhecidos, estes não apresentaram grandes dificuldades e buscaram estratégias para resolvê-las. Uma das estratégias identificadas foi representar a situação dada através de uma igualdade, conforme apresentado na produção do aluno220 (figura 86).

Figura 86 - Produção do aluno220.

Num prato de uma balança, um menino colocou 2 canetas e 5 borrachas. Elas se equilibraram com 7 lápis colocados no outro prato. Cada lápis tem 5 gramas e cada borracha 3 gramas. Quantas gramas têm cada caneta?

0) 5 gramas 1) 10 gramas 2) 15 gramas 3) 20 gramas 4) 25 gramas

Fonte: Adaptado de Álgebra Interativa: http://www.vdl.ufc.br/ativa/resolva.html



Fonte: Pesquisa.

Ressalta-se nesta produção do aluno220, que foi utilizada a noção de igualdade para resolver o problema proposto, buscando encontrar o termo desconhecido, sem o equacionamento da questão de maneira formal. O estudante utilizou formas geométricas (○□△) no lugar das "letras" usuais (x, y, z...) para representar as incógnitas. Considera-se esta estratégia muito positiva, pois evidencia que o estudante está construindo o entendimento de igualdade e do termo desconhecido, e sentindo a necessidade de utilizar símbolos distintos para representar esses termos, o que nos leva a conjecturar que o aluno já está utilizando a noção de equação, através da igualdade entre duas expressões com termos desconhecidos.

Os dados apontam que o nodo Igualdade e Equivalência foi um dos nodos em que os alunos mais demonstraram dificuldades. Conforme apresentado, somente três alunos conseguiram passar no 1º teste sem necessidade de recuperação, porém, no teste realizado após os estudos, dez alunos, já obtiveram um desempenho satisfatório. Conjectura-se que este índice elevado de alunos que necessitaram realizar os estudos de recuperação está relacionado ao fato deste nodo ter sido construído buscando uma compreensão teórica dos conceitos e procedimentos envolvidos em torno da igualdade e equivalência. Assim, em um primeiro momento, os alunos não sabiam como proceder para a resolução das questões, porém, a partir do estudo da Sequência Didática Específica, passaram a evidenciar uma crescente compreensão dos conceitos de igualdade e equivalência, tanto em questões apresentadas em linguagem algébrica formal como aquelas que envolviam situações mais concretas como a utilização da balança de dois pratos.

O nodo **Conceito de Equação** foi o nodo em que os estudantes mais apresentaram dificuldades, apesar de já terem passado pelos nodos Expressões Algébricas e Igualdade e Equivalência, os quais entende-se, possibilitaram estabelecer uma base para o conceito de equação. Somente dois alunos atingiram média igual ou superior a 0,6 no 1º teste. Assim, dezenove alunos necessitaram realizar estudos de recuperação, sendo que sete alunos atingiram um desempenho satisfatório no 2º teste, dois alunos no 3º teste, nove alunos no 4º teste e um aluno necessitou de seis testes.

Conjectura-se que esse desempenho está relacionado ao fato dos alunos apresentarem muita dificuldade na transição da linguagem natural para a linguagem algébrica, pois se percebe que compreendem o conceito de equação como sendo uma igualdade entre duas expressões, porém não conseguem expressar corretamente na forma algébrica situações que envolvem uma equação. A principal dificuldade apresentada pelos estudantes foi em problemas em que há comparação entre os personagens, como por exemplo, em questões do tipo apresentado na figura 87.

Figura 87 - Questão do teste adaptativo do nodo Conceito de Equação.

Simone, Jaqueline e Mauro são primos. Os números que representam suas idades são consecutivos. Sabendo que a soma das idades dos três é 39. Qual a equação que representa as idades?

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

A questão apresentada é do nível avançado e, a partir das respostas indicadas pelos alunos, conjectura-se que, para sua resolução, não foi considerada a informação “números consecutivos” que representam as idades, o que evidencia novamente, a dificuldade de tratar conceitos aritméticos no âmbito algébrico. Exemplifica-se essa dificuldade através da produção do aluno220 (figura 88) e um exemplo de resposta correta apresentada pelo aluno202 (figura 89).

Figura 88 - Produção do aluno220.

IDADE DOS 39

$2x \quad 3x + 4x = 39$

Fonte: Pesquisa

Figura 89 - Produção do aluno202

$a + (a+1) + (a+2) = 39$

Fonte: Pesquisa

Verifica-se na produção do aluno220 (figura 88) que ele expressa os dados algebricamente, porém, utiliza como números consecutivos os coeficientes da incógnita, representando as idades através de **2x, 3x e 4x** ao invés de **x, x+1 e x+ 2**, por exemplo, o que reforça a dificuldade em transpor os conceitos aprendidos na aritmética para a linguagem algébrica.

Outra questão em que os alunos demonstraram dificuldade foi na questão apresentada na figura 90. Esta fez parte da maioria dos testes realizados pelos alunos.

Figura 90 - Questão do teste adaptativo Conceito de Equação.

A diferença entre certo número e 10 é igual à terça parte desse número. Qual a equação que representa esse número?

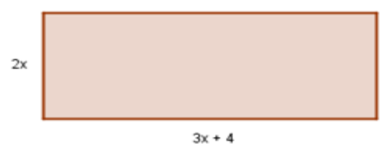
Fonte: Adaptado de Tudo é Matemática, Dante, 2008.

A maioria dos alunos considerou em sua resolução a terça parte do número como sendo $\frac{3}{x}$ ou $\frac{3}{10}$. Quando o aluno indica $\frac{3}{x}$ para representar a terça parte, ele está utilizando os elementos pertinentes no caso o **3** e o **x**, porém ainda não consegue expressar corretamente estes em termos algébricos. Já quando o aluno utiliza $\frac{3}{10}$, conjectura-se que utilize o **3** para representar a "terça parte" e relacione esta representação com outro dado do problema, no caso, o **10**. Considera-se que novamente dificuldades oriundas da aritmética, influenciam na linguagem algébrica. Acredita-se que os alunos estejam evoluindo na linguagem matemática, porém, ainda comentem erros como os apresentados, principalmente, quando envolve representações de frações.

Em questões que envolvem o conceito de perímetro (figura 91), foi possível perceber que os alunos, em geral, compreendem o conceito de perímetro, porém, se a questão não apresenta a figura ou indica as medidas somente em alguns lados, os estudantes consideram somente as medidas expressas para chegar à equação.

Figura 91 - Questões do teste adaptativo do nodo Conceito de Equação.

O perímetro do retângulo abaixo é igual a 138,5 cm. Qual a equação que expressa o perímetro?



0) 10x + 8 = 138,5 1) 10x = 138,5 2) 4x = 138,5 3)4x + 8 = 138,5

4)5x + 4 = 138,5

Em um terreno retangular, o comprimento é o dobro da largura e o perímetro é igual a 60 metros. Qual a equação que representa essa situação.

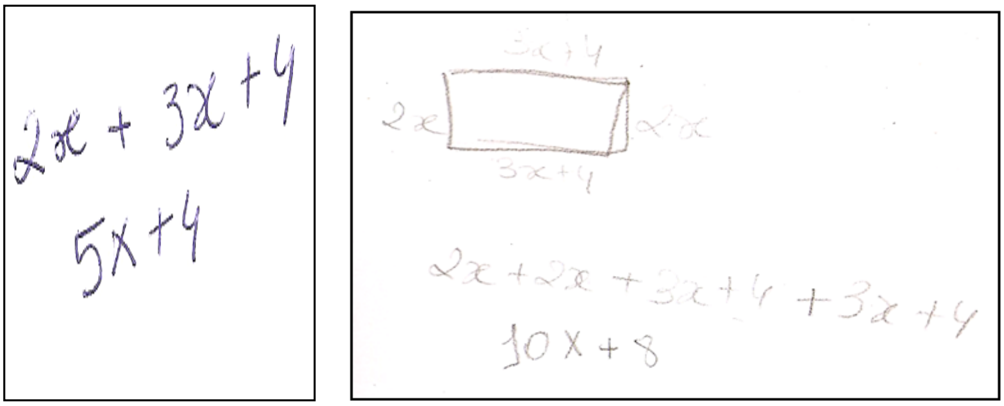
0) x + 2x = 60 1) 2x + 2x = 60 2) 2x + 4x = 60 3) 2x = 60 4) 3x = 60

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

Em geral, as respostas apresentadas pelos estudantes no 1º teste para as questões apresentadas na figura 91, foram $5x+4=138{,}5$ e $x+2x=60$, conforme exemplificado através da produção dos alunos 223, 227 e 229 (figuras 92, 93 e 94). Em um primeiro momento, o aluno223 resolve a questão, considerando somente os lados expressos na figura da questão, indicando como resposta $5x+4$. Esta mesma questão foi apresentada em um teste posterior e o aluno desenhou a figura, indicando as medidas em todos os lados e expressando corretamente o perímetro, indicando como resposta $10x+8=138,5$. Já o aluno227 (figura 93) respondeu corretamente a questão, não necessitando representar novamente a figura.

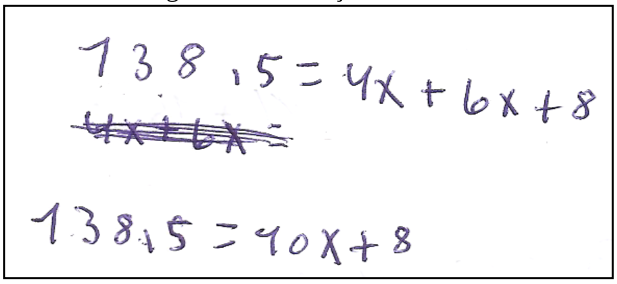
Figura 92 - Produção do aluno223 e Produção do aluno227.

Aluno 223 – 1º Teste | Aluno 223 – 2º Teste



Fonte: Pesquisa

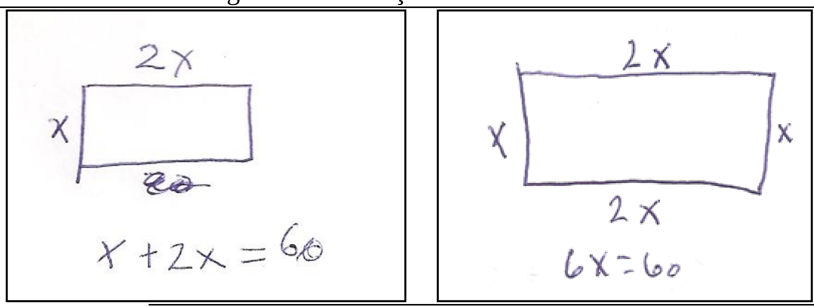
Figura 93 - Produção aluno227



Fonte: Pesquisa

O aluno 229 na segunda questão apresentada na figura 91 cometeu o mesmo erro; considerou somente as medidas de dois lados da figura, indicando inicialmente a resposta $x+2x=60$. O aluno retomou a questão, necessitou expressar na figura as medidas de todos os lados, e assim, respondeu corretamente a questão (figura 94).

Figura 94 - Produção do aluno229.



Fonte: Pesquisa

Com base nos dados obtidos e analisados, considera-se que os estudantes evoluíram no que se refere a representar situações por meio de equações, porém ainda, apresentam dificuldades. Pondera-se que este aspecto deva ser trabalhado e explorado ao longo de todo o trabalho com equações, tendo em vista, que, em geral, o esse estudo está muito focado nos processos de resolução (MELARA e SOUZA, 2008). Assim, estas questões de representação de situações através de equações, de modo geral, são pouco trabalhadas, podendo então, ter se constituído em uma situação nova para os alunos, o que pode ter refletido no desempenho.

Conjectura-se que um fator o qual pode ter influenciado nas respostas dadas pelos estudantes, é que os mesmos resolveram muitas questões, supõe-se, mentalmente, pois o material de rascunho recolhido mostrava poucos registros, sendo que esta estratégia utilizada pode ter levado-os a cometer erros ao equacionar mentalmente a situação. No teste adaptativo do nodo **Resoluções de Equações de 1º grau I**, nove alunos não necessitaram realizar os estudos de recuperação e doze estudantes não atingiram a média mínima, tendo que estudar os processos de resolução das equações de 1º grau, a partir da sequência didática específica. Destes, cinco realizaram os estudos e passaram no teste seguinte, cinco alunos necessitaram fazer 3 ou 4 testes e dois alunos precisaram realizar cinco testes passar no nodo.

Esperava-se que no teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I, os alunos não apresentassem muitas dificuldades, uma vez que este teste é constituído somente de questões que envolvem os processos de resolução de equações (algoritmo), sendo esta a forma que os estudantes mais trabalharam com equações. Porém a maioria dos alunos necessitou realizar os estudos de recuperação.

Nos testes, os principais erros cometidos pelos alunos referem-se à aplicação incorreta dos princípios aditivo e multiplicativo, ou seja, adição, subtração, multiplicação ou divisão incorreta de termos, transposição incorreta de termos, erros na aplicação da propriedade distributiva, principalmente quando a multiplicação é realizada por um número negativo. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009) quando os coeficientes das incógnitas são números fracionários ou negativos, a dificuldade dos alunos em aplicarem a propriedade distributiva aumenta, pois a manipulação desses números são também dificuldades vindas da aritmética.

Diante desse contexto, selecionaram-se questões que estiveram presentes na maioria dos testes realizados pelos alunos para análise, como exemplo do desempenho dos mesmos. Na figura 95, apresentam-se questões do nível básico, que envolvem em seu processo de resolução a aplicação do princípio aditivo.

Figura 95 - Questões do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º grau.

Encontre a solução da equação: $x + 5 = 8$

0) x = 13 1) x = 8 2) x = 5 3) x = 3 4) x = -3

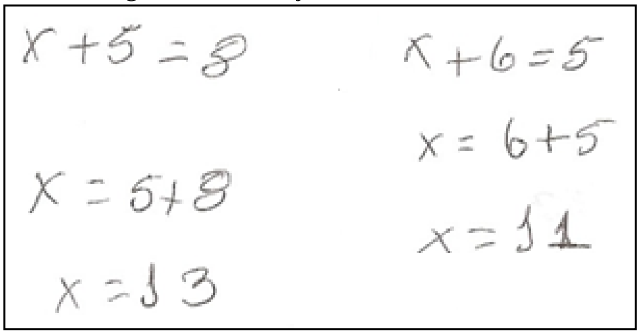
Determine a raiz da equação: $x + 6 = 5$

0) x= 5 1) x=6 2) x = 11 3) x= -1 4) x = -11

Fonte: Autora

Nas questões apresentadas na figura 95, em geral, os alunos apresentaram dificuldades no primeiro teste no que se refere à transposição incorreta de termos (KIERAN, 1985, 1992), conforme ilustrado na produção do aluno205 (figura 96).

Figura 96 - Produção aluno205.



Fonte: Pesquisa

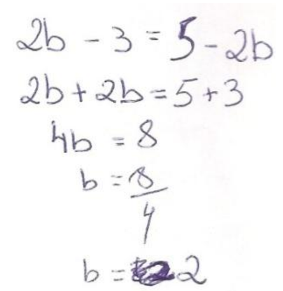
Verifica-se a partir da produção do aluno205 (figura 96) que este realizou transposição incorreta dos termos, apenas "passou os termos para o outro lado", não respeitando a aplicação do princípio aditivo nem mesmo utilizado as operações inversas.

No segundo teste realizado pelo aluno205, já se pode observar uma evolução no que se refere aos processos de resolução das equações, conforme apresentado na figura 96. O aluno resolveu corretamente a questão do nível intermediário, utilizando corretamente as operações inversas.

Figura 97 - Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º grau e Produção do aluno205.

Qual a solução da equação $2b - 3 = 5 - 2b$?

0) b = 0 1) b = 2 2) b = 4 3) b = -2 4) b = 2/4



Fonte: Pesquisa

Outra questão que esteve presente na maioria dos testes realizados foi a apresentada na figura 97. Em geral, os principais erros cometidos na resolução dessa questão foi a transposição incorreta de termos e a adição incorreta de termos semelhantes (KIERAN, 1985, 1996). Foram cometidos, também, erros como desconsiderar ou esquecer termos durante a resolução, que, segundo Ribeiro (2001), é comum ocorrer no processo de resolução, devido à falta de atenção. Assim, os alunos podem ter se esquecido de copiar termos e acabaram desconsiderando-os na resolução. Outro aspecto que gerou dificuldades foi que em algumas questões as incógnitas estavam somente no 1º termo da igualdade (figura 98), assim alguns alunos realizaram operações desnecessárias e até mesmo transposições incorretas, invertendo as operações sem realizar a transposição de termos.

Figura 98 - Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º grau.

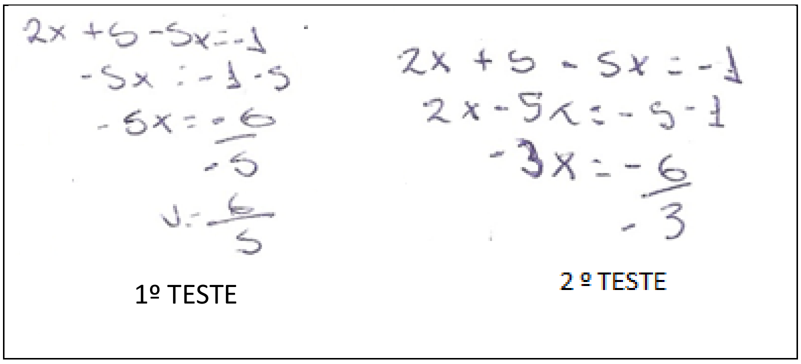
Qual o valor de x na equação: $2x+5-5x=-1$

0) x = -1 1) – x = -6 2) x = 3 3) x = -2 4) x = 2

Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

Na figura 99, apresenta-se a produção do aluno226 na resolução da referida questão, destacando-se que essa questão esteve presente nos dois testes realizados pelo aluno. No primeiro teste, o aluno não respondeu corretamente, pois desconsiderou um termo da equação e, no segundo teste, respondeu corretamente a questão.

Figura 99 - Produção do aluno226.



Fonte: Pesquisa

A partir da produção do aluno226, verifica-se que no 1º teste o aluno desconsiderou ou esqueceu o termo $2x$, o que influenciou no restante da resolução, apesar de ele ter realizado as demais operações corretamente. Conjectura-se que esse erro cometido pelo aluno pode ter sido oriundo de uma falta de atenção ao reescrever a equação. Segundo Ribeiro (2001) erros por falta de atenção na escrita de uma equação são comuns e podem aparecer de diversas formas, uma delas é a omissão de termos ou escrita incorreta, o que influencia diretamente no processo de resolução das equações. No segundo teste, o aluno retomou a questão, respondeu corretamente, porém observa-se na sua produção que ainda comete um erro na escrita algébrica, já que utiliza a operação inversa da multiplicação e realiza a transposição do -3, porém mantém-no junto ao x, o que não é correto, já que não estaria mantendo a igualdade. Acredita-se que se o aluno tivesse continuado a registrar a solução, no próximo passo, já suprimiria o -3, chegando à solução da equação $x = 2$.

Conforme destacado por Ponte, Branco e Matos (2009), nas equações que envolvem números fracionários, negativos e a propriedade distributiva, os alunos apresentam maiores dificuldades, fato este evidenciado também neste trabalho. Acredita-se que essa dificuldade pode, também, estar ligada ao fato de que os alunos começaram a trabalhar com números racionais e inteiros este ano na escola (7º ano), encontrando-se, ainda, em processo de aprendizagem desses conteúdos. A seguir, nas figuras 100 e 102, apresentam-se exemplos destas situações.

Figura 100 - Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º grau.

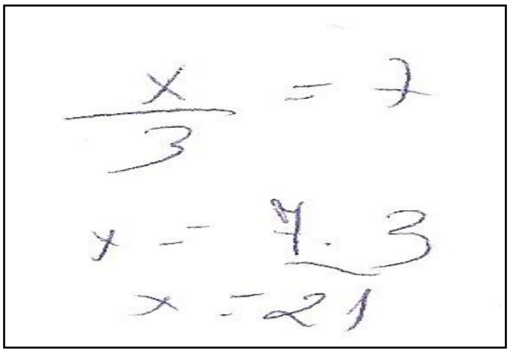
Qual o valor de x na equação: $\frac{x}{3} = 7$

0) x = 7 1) x = 3 2) x = 7/3 3) x = 3/7 4) x = 21

Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

Em questões similares a apresentada na figura 100, os alunos não apresentaram muitas dificuldades, pois utilizaram como estratégia de resolução as operações inversas, o que pode ser visto na produção do aluno246 (figura 101).

Figura 101 - Produção do aluno246.



Fonte: Pesquisa

Já em questões que envolvem denominadores diferentes (figura 102), os alunos apresentaram dificuldades em como proceder para iniciar a resolução, assim como para determinar um denominador comum.

Figura 102 - Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º grau.

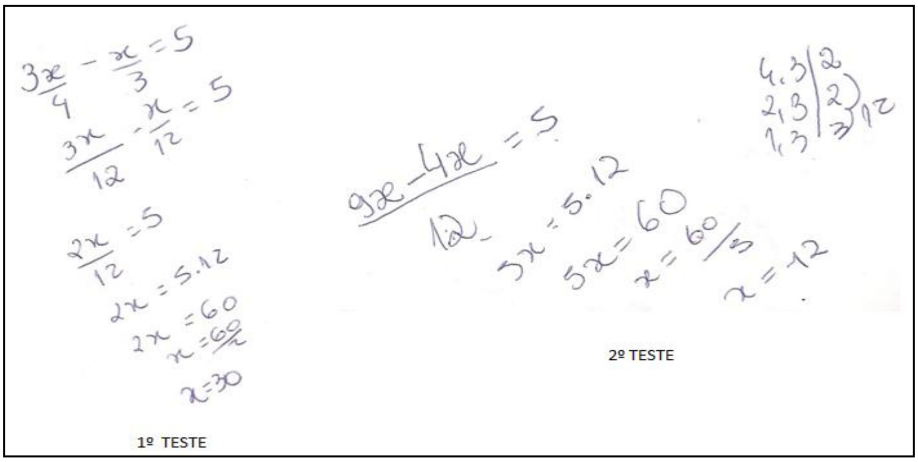
Qual a solução da equação $\frac{3x}{4} - \frac{x}{3} = 5$

0) x = 5 1)x = 30 2)x= -30 3)x = -12 4)x = 12

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

Exemplifica-se esta dificuldade através da produção do aluno248, apresentada na figura 103.

Figura 103 - Produção do aluno248.



Fonte: Pesquisa

A produção do aluno248 (figura 103) evidencia que, em um primeiro momento, o aluno determina o denominador comum, porém não realiza as demais operações necessárias, o que prejudicou a resolução. Já na segunda resolução, o aluno realizou as operações corretamente, chegando à resposta correta.

No que se refere às questões que envolvem a propriedade distributiva, apresentam-se nas figuras 104 e 105 questões para serem discutidas.

Figura 104 - Questão do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º grau.

Determine o valor de z na equação: $7(z - 2) = 5(z + 3)$
0) z = ½ 1) z = 29/2 2) z = 29/12 3) z = 2/29 4) z = 2

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

Figura 105 - Questões do teste adaptativo Resolução de Equações de 1º grau.

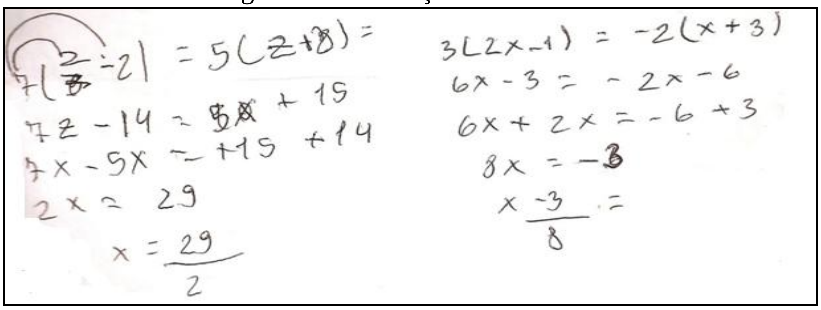
Qual o valor de x na equação $3(2x - 1) = -2(x + 3)$?
0) x = -3/4 1) x =3/5 2) x = -3/8 3) x = 3/8 4) x = 9/4

Determine o valor da incógnita da equação $4(x + 10) - 2(x - 5) = 0$.
0) x=1 1) x = -1 2) x = -25 3) x = 25 4) x = -5

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

A questão apresentada na figura 104 trata da resolução de uma equação envolvendo a propriedade distributiva. Em geral, os alunos não apresentaram grandes dificuldades em questões deste tipo, já que não envolvem as “regras de sinais”. Conforme podemos observar na produção do aluno230 (figura 106), ele resolveu corretamente a questão, não apresentando dificuldades também na resolução da questão 1, apresentada na figura 101. Destaca-se o desempenho do aluno230 na realização do teste adaptativo, pois o mesmo não necessitou realizar recuperação, acertou todas as questões que envolvem a propriedade distributiva e obteve um bom desempenho nas demais questões.

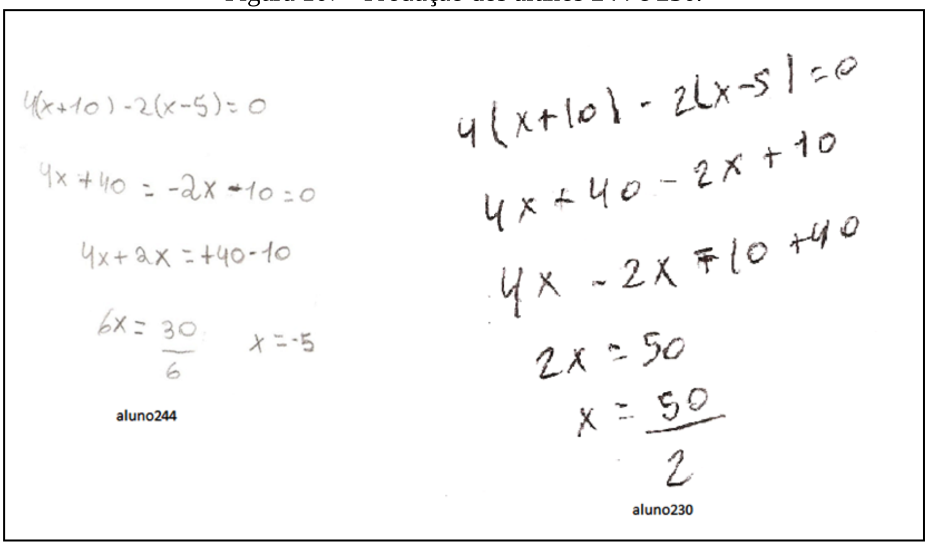
Figura 106 - Produção do aluno230.



Fonte: Pesquisa

Em geral, nas questões apresentada na figura 105, os alunos cometeram erros referentes aos sinais dos termos, após a aplicação da propriedade. Percebeu-se que os alunos compreendem o procedimento de resolução da propriedade distributiva, porém cometem erros com os sinais o que prejudica o restante da resolução. A seguir apresentam-se produções dos alunos 244 e 230, referente a essas questões.

Figura 107 - Produção dos alunos 244 e 230.



Fonte: Pesquisa

Verifica-se nas produções dos alunos apresentadas na figura 107, que o aluno244 cometeu erro na aplicação da propriedade distributiva, quando considerou $(-2).(-5)=-10$, além disso, outro fator que pode ter contribuído para errar as demais transposições de termos foi utilizar dois sinais de igual em uma equação $4x+40=2x-10=0$. O aluno230 respondeu corretamente a questão, porém após aplicar a propriedade distributiva, abandonou o sinal de igual ($4x+40-2x+10$), mas retomou o sinal no passo seguinte, resolvendo corretamente.

A partir da análise dos bancos de dados, das produções e dos demais instrumentos de coleta de dados, foi possível perceber que, apesar de terem trabalhado insistentemente o processo de resolução de equações de 1º grau durante as aulas, o mesmo pode ter ocorrido de forma mecânica, com foco na aplicação de regras práticas e não na compreensão dos processos. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p.95),

> O enunciado dos princípios de equivalência como regras práticas é uma abordagem que facilita o processo de resolução de equações. No entanto, tende a deixar em segundo plano a justificação dessas regras, o que pode reforçar uma perspectiva da Matemática como conjunto de regras arbitrárias. É importante, por isso, que os alunos tenham uma percepção de onde vêm essas regras práticas e qual a sua justificação.

Concorda-se com os autores que os princípios, quando colocados em forma de “regras práticas”, facilitam o processo de resolução, porém devem ser discutidos e refletidos com os alunos e não simplesmente, postos como regras, sem que os estudantes saibam sua origem, como e por que funcionam.

Considera-se que os estudos propostos até este nodo, possibilitaram aos alunos evoluírem nos processos de resolução das equações de 1º grau, principalmente, na aplicação dos princípios da igualdade e na utilização correta das operações inversas, porém considera-se que os alunos ainda apresentam dificuldades, principalmente, nas questões envolvendo números racionais e números negativos (propriedade distributiva).

Referente aos testes adaptativos do nodo **Resolução de Equação de 1º grau II**, dez alunos não realizaram estudos de recuperação, onze necessitaram de recuperação através da sequência didática específica. Destes, cinco recuperaram-se no segundo teste realizado e o restante, no terceiro teste. Entende-se que esses resultados foram positivos, pois este nodo trata da resolução de equações que emergem de situações problemas, sendo uma continuação do nodo anterior. Conjectura-se que os estudos anteriores refletiram positivamente neste nodo, que se constituiu no nodo em que os alunos apresentaram o melhor desempenho 72% de aprovação entre o 1º e o 2º teste realizado.

A partir dos bancos de dados observou-se que neste nodo, assim como no Conceito, os alunos apresentaram maiores dificuldades nos problemas que se referem a partes do número desconhecido e também quando a incógnita é determinada a partir de outras informações dadas no problema. A questão e a produção do aluno203 apresentadas na figura 108 ilustram estas dificuldades.

Figura 108 - Questão do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações II e a produção do aluno203.

A última apresentação do circo na cidade foi um sucesso. Compareceram 1784 pessoas, e havia 140 crianças a mais que o dobro da quantidade de adultos. Quantas crianças assistiram a essa apresentação?

0) 1924 crianças 1)1644 crianças 2)822 crianças 3)1236 crianças
4) 1490 crianças

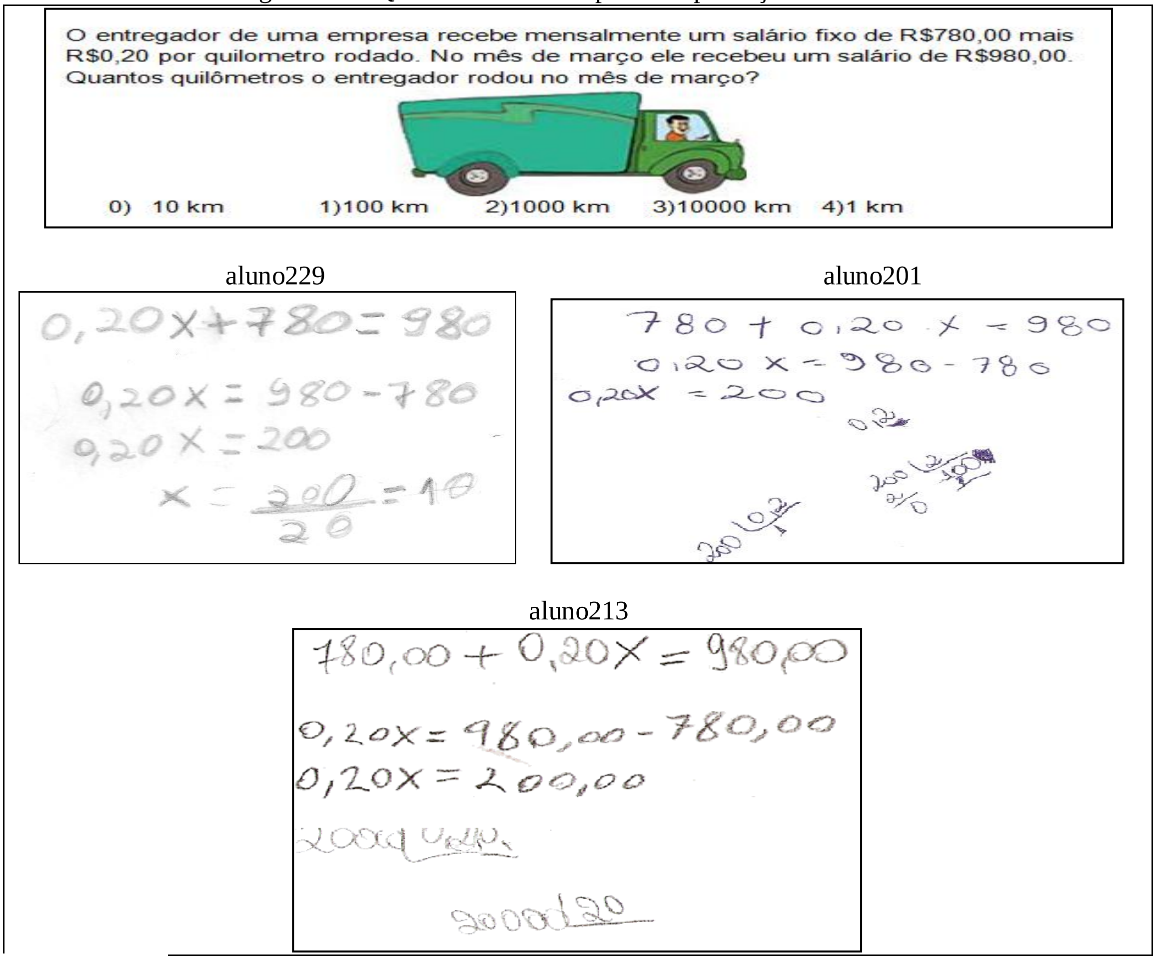
$$140 + 2x = 1784$$
$$2x = 1784 - 140$$
$$2\cancel{x} = 1644$$
$$x = \frac{1644}{2}$$
$$x = 822$$

Fonte: Pesquisa

Verifica-se através da produção do aluno203 (figura 108), que este busca equacionar a situação, utilizando a incógnita **x** para representar o número de adultos, relacionado-a com o número de crianças. Porém, esquece de somar o número de adultos (**x**), sendo assim representando na equação, somente o número de crianças presentes e o total. Destaca-se que apesar de ter cometido um erro na interpretação e na montagem da equação o aluno resolve corretamente a equação posta, mas indica como resposta **822 crianças**, ou seja, novamente comete um equívoco, agora, na interpretação da resposta final, já que tinha considerado **x** como o número de adultos.

Buscando uma visão geral do desempenho dos alunos neste nodo, analisaram-se os testes sendo selecionadas, para serem discutidas, três questões presentes em grande parte dos testes. A questão da figura 109 é do nível avançado, os alunos não tiveram muitas dificuldades em equacioná-la e resolvê-la. Conforme pode ser verificado na produção dos alunos 201, 213 e 229, os mesmos apresentaram dificuldades na conclusão da resolução da equação, onde tinham que dividir 200 por 0,20.

Figura 109 - Questão do teste adaptativo e produção dos alunos.

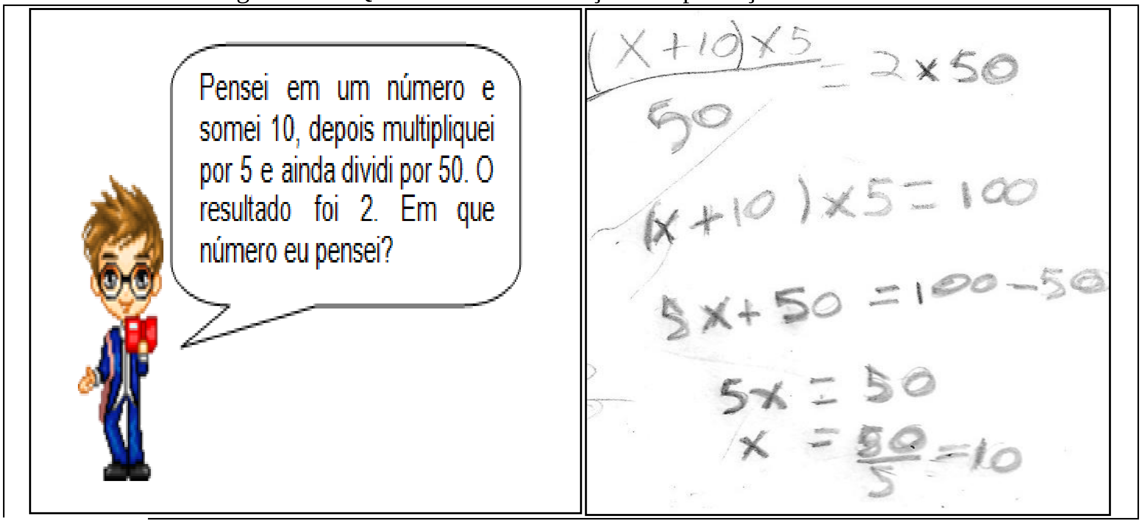


Fonte: Pesquisa

Percebeu-se, assim, que os entraves para se chegar a uma solução correta de uma situação problema são de distintas naturezas. Especificamente, nesse caso, a dificuldade foi os na divisão por um número decimal. O aluno229 transformou 0,20 em 20 quando realizou a transposição dos termos, chegando então a uma resposta incorreta, já o aluno201 realizou a transformação do decimal de forma errada, e somente o aluno213 conseguiu concluir corretamente a questão, realizando as transformações necessárias para realizar a divisão, encontrando como resultado 1000 e indicando-o como resposta final.

A questão destacada na figura 110 representa um tipo de questão que esteve presente na maioria dos testes realizados pelos alunos neste nodo. Estas estão distribuídas nos três níveis de dificuldades e, em geral, os alunos não apresentaram dificuldades em resolvê-las. Na figura 106, apresenta-se a resolução da questão realizada pelo aluno229.

Figura 110 - Questão do nível avançada e a produção do aluno229.



Fonte: Pesquisa

Considera-se que o desempenho apresentado pelos alunos neste nodo foi muito satisfatório. Foi possível perceber que evoluíram, conseguindo estabelecer uma equação a partir de situações apresentadas e resolvendo-a de modo adequado. Destaca-se que 72% dos alunos atingiram a média mínima entre o 1º e o 2º teste, o que reforça o crescimento dos alunos no tema. Apesar deste não ser o último nodo, considera-se o mesmo um nodo de fechamento e de aprofundamento no conteúdo, pois nele os alunos puderam colocar em prática o que foi trabalhado e estudado nos nodos anteriores, a partir da solução de problemas.

Ressalta-se que em algumas situações os alunos equacionaram o problema, resolveram corretamente, porém indicaram a resposta errada, por não interpretar corretamente o valor que encontraram ou o que a questão solicitava. Entende-se que esta dificuldade pode ter se evidenciado, em função do fato de os alunos não estarem acostumados a resolver situações postas em forma de problemas, com um enunciado em língua natural.

No teste adaptativo do nodo **Situações Problemas**, seis alunos não necessitaram realizar estudos de recuperação, quinze alunos realizaram a recuperação, dos quais, quatro já aprovaram no teste seguinte, seis necessitaram realizar mais um teste, cinco tiveram que retomar novamente os estudos e concluíram o trabalho realizando quatro ou mais testes, conforme apresentado no gráfico da figura 78.

A partir da análise dos dados, selecionaram-se três questões para ilustrar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver as situações problemas propostas neste nodo. A questão da figura 111 esteve presente na maioria dos testes realizados pelos alunos. Em geral, para sua resolução, os estudantes não recorreram a uma equação formal, foram resolvendo a questão através de operações aritméticas, conforme podemos observar na produção do aluno216 (figura 111).

Figura 111 - Questão do nodo Situações Problema e a produção do aluno216.

Observe a figura abaixo e responda: Qual o valor pago pelos dois rolos para pintura?


SHOW DAS TINTAS

Av. Damasco, 1015
CEP 96541-547 - Uberaba - MG
Tel./Fax (0xx84) 254-5458
CNPJ 41.875.025/0001-36
Insc. Est. 585.584-7

Nota Fiscal 12548-AT

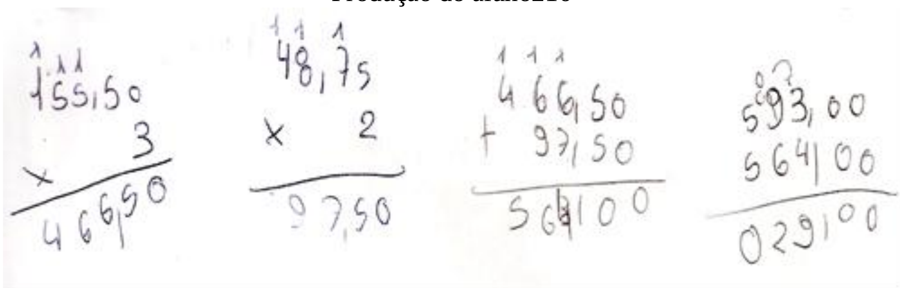
Cliente: Cidalton Dias
Endereço: Rua Jundiaí, 412
Data da emissão: 19 de outubro de 2009
Vendedor: Carlos Santos

Quantidade	Produtos	Preço unit.	Valor Total
3	Lata 18 L tinta látex gelo	R$ 155,50	**A**
2	galão 3,6 L esmalte sintético grafite	R$ 48,75	**B**
2	Rolo para pintura / lã de carneiro	**D**	**C**
		Total a pagar	R$ 593,00

Fonte: RIBEIRO, Jackson. Projeto Radix Matemática. São Paulo: Scipione, 2010.

0) R$ 466,50
1) R$ 97,50
2) R$ 29,00
3) R$ 14,50
4) R$ 593,00

Produção do aluno216



Fonte: Pesquisa

Destaca-se que a maioria dos alunos utilizou a estratégia das operações aritméticas para resolver esta questão, porém conjectura-se que a noção de igualdade está implícita neste processo de resolução. Os alunos utilizaram também esta estratégia para resolver a questão apresentada na figura 112.

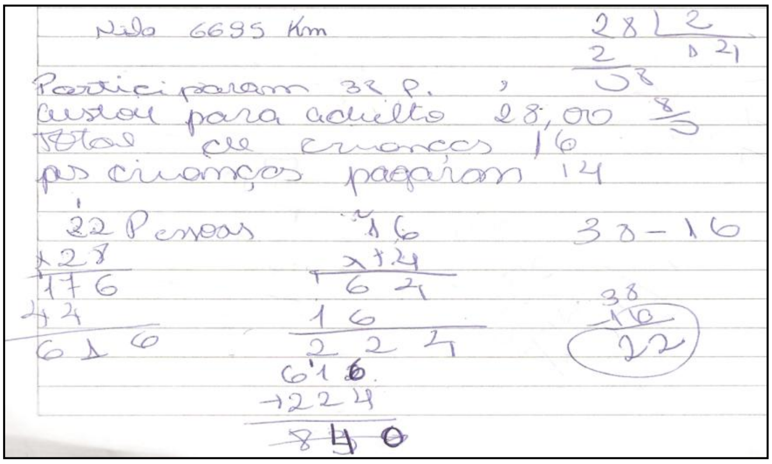
Figura 112 - Questão do teste adaptativo do Nodo Situações Problemas.

Uma companhia turística organizou uma excursão da qual participaram 38 pessoas. O passeio custou R$ 28,00 para cada adulto, e as 16 crianças tiveram um desconto de 50%, ou seja, pagaram a metade do valor. Quanto foi o custo total dessa excursão?
0) R$ 840,00 1) R$ 616,00 2) R$ 224,00 3) R$ 1064,00 4) R$ 532,00

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Para a resolução desta questão, o aluno227 (figura 113) também utilizou somente operações aritméticas, porém destaca-se a organização que este estabeleceu para resolver o problema. Primeiramente extraiu os dados necessários e, a partir deles, começou a resolver, conforme indicado no material de estudo sobre resolução de problemas.

Figura 113 - Produção aluno227.



Fonte: Pesquisa

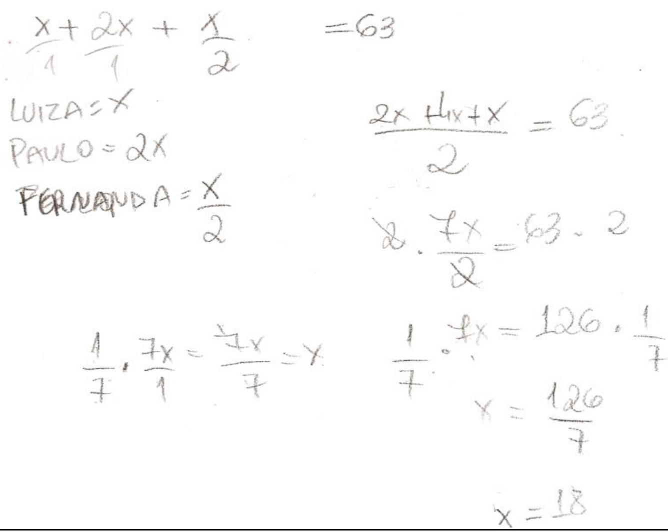
Apresenta-se na figura 114 uma questão deste nodo que foi resolvida pelo aluno213, utilizando uma equação formal e seus procedimentos de resolução.

Figura 114 - Questão do teste adaptativo do Nodo Situações Problemas.

A adição das idades de Luíza, Paulo e Fernanda resulta em 63 anos. Sabendo que a idade de Paulo é o dobro da de Luíza e que a de Fernanda é igual a metade da idade de Luíza. Qual a idade de Paulo?

0) 21 anos 1) 20 anos 2) 18 anos 3) 16 anos 4) 9 anos

Produção do aluno213



Fonte: Pesquisa.

Destaca-se que o aluno213 também extraiu e indicou os dados necessários para resolver o problema e a partir deles o equacionou, seguindo as recomendações do material de estudo. Pode-se observar que o aluno determina o denominador comum e utiliza o princípio multiplicativo na resolução corretamente, chegando então na resposta correta.

Entende-se que o nodo Situações Problemas teve a função de realizar um fechamento dos estudos, assim como foi realizado no nodo anterior, destacando-se, neste nodo, a presença de problemas intra e extramatemática, os quais podem se tornar mais abstratos para o aluno. Considera-se que os alunos apresentaram um rendimento satisfatório, já que as situações problemas postas exigiam um nível maior de abstração na sua interpretação e resolução.

Destaca-se como positivo as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para a resolução dos problemas, que em geral, apareceram pouco nos demais nodos. Conjectura-se que essas atitudes podem estar relacionadas ao trabalhado no material de estudo, que ressalta a necessidade de se traçar um planejamento para resolver problemas. Pode evidenciar, também, que os alunos estejam desenvolvendo uma autonomia no processo de resolução das equações de 1º grau, não ficando presos somente a um algoritmo de solução.

Apresentou-se nesta seção uma visão geral do desempenho dos alunos nos seis nodos, buscando trazer evidências as quais indicassem as dificuldades enfrentadas pelos estudantes, assim como, a superação destas ao longo do trabalho. A partir dos elementos apresentados, entende-se que as Sequências Didáticas Específicas, possibilitaram aos alunos uma recuperação do conteúdo e a superação de determinadas dificuldades. Os estudantes apresentaram uma evolução nos testes, não somente no que se refere a ter atingido a média estabelecida, mas ao fato, de que após os estudos, ou até mesmo no próprio teste, deixaram de cometer erros de procedimentos ou conceituais que vinham apresentando.

Conforme já explicitado neste trabalho entende-se que a Recuperação de Conteúdos deve ocorrer de forma individualizada, buscando atender as especificidades de cada estudante, dando a possibilidade deste percorrer seus próprios caminhos. Nesse sentido, entende-se pertinente evidenciar os caminhos percorridos individualmente por cada estudante, o que o SIENA permite realizar com bastante clareza. Considerando que a análise produzida a partir dos nodos permitiu perceber o desenvolvimento do grupo ao longo da realização do trabalho, mas não perdendo de vista a importância e a necessidade de uma análise individualizada, selecionou-se um aluno para apresentar uma análise detalhada sobre os caminhos percorridos por ele dentro da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau. Escolheu-se o aluno236, pois foi o único que necessitou realizar recuperação em todos os nodos, assim como, apresentou um empenho e dedicação durante a realização do trabalho. A apresentação dessa análise individual, no contexto desse trabalho tem, então, mais a função de evidenciar as possibilidades que o SIENA apresenta de realizar um acompanhamento individual da evolução dos estudantes.

6.2.1 Análise do desempenho do aluno 236

Apresenta-se nesta seção uma análise dos caminhos percorridos pelo aluno236 na Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, a partir do banco de dados do SIENA, das produções realizadas pelo aluno e dos demais instrumentos de coletas de dados.

Através dos questionários 1 e 2, verificou-se que o aluno236 tem 13 anos, nunca reprovou e utiliza o computador com frequência. Sua opinião sobre o trabalho desenvolvido evidencia uma boa aceitação do mesmo, pois declara: "*foi bom, pq na sala já veio um resultado. Bom!*". Seu desempenho geral nos testes está apresentado na tabela 2.

Tabela 2 - Desempenho do aluno 236.

Nodos	Testes	Notas
Expressões Algébricas	Teste 1	0,385
	Teste 2	0,385
	Teste 3	**0,980 – Aprovado**
Igualdade e Equivalência	Teste 1	0,385
	Teste 2	**0,989 – Aprovado**
Conceito de Equação	Teste 1	0,143
	Teste 2	0,143
	Teste 3	0,493
	Teste 4	**0,854 – Aprovado**
Resolução de Equações de 1º grau I	Teste 1	0,294
	Teste 2	**0,938 – Aprovado**
Resolução de Equações de 1º grau II	Teste 1	0,143
	Teste 2	0,200
	Teste 3	**0,901 – Aprovado**
Situações de Problemas	Teste 1	0,250
	Teste 2	0,250
	Teste 3	**0,803 – Aprovado**

Fonte: Pesquisa

A partir dos dados da tabela 2, pode-se verificar que o aluno236 necessitou realizar recuperação em todos os nodos, ou seja, não atingiu a média mínima estipulada no 1º teste em nenhum dos nodos. Assim, teve a necessidade de realizar os estudos de recuperações, por meio das sequências didáticas específicas, em todos os seis nodos da Sequência Didática. Ressalta-se que o fato de o aluno ter necessitado de recuperação em todos os nodos foi um critério utilizado para o estudante ser analisado individualmente.

A análise do desempenho do aluno236 durante a realização dos testes adaptativos da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau será realizado a partir do banco de dados, das produções do aluno (rascunhos), dos registros em áudio e vídeo e da observação participante da pesquisadora. Desses instrumentos serão extraídas, questões, produções e passagens de manifestações do aluno que evidenciem os caminhos que este percorreu durante a investigação. Esta análise passa a ser detalhada a seguir.

No nodo **Expressões Algébricas,** o aluno realizou três testes, nos dois primeiros não atingiu a nota mínima, sendo necessário realizar os estudos de recuperação. No terceiro teste, o aluno obteve aprovação com uma nota de 0,980. Nos dois primeiros testes o aluno respondeu oito questões, sendo que, destas, seis questões apareceram nos dois testes. As figuras 115, 116 e 117 apresentam os bancos de dados dos três testes realizados pelo aluno236 no nodo Expressões Algébricas. Esse banco de dados permite que se identifiquem as questões, o tempo (em segundos) que o estudante levou para respondê-la, a resposta indicada, e se a mesma foi correta (true) ou não (false).

Figura 115 - Banco de dados do teste 1 nodo Expressões Algébricas do aluno 236.

Acabado: true

Nota: 0.385

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	1	false	287	A soma de dois números consecutivos corresponde a expressão algébrica:	0.100	0.100
1	1	true	177	Qual a expressão algébrica correspondente a Luciana tem o dobro da quantia de balas que João tem?	0.100	0.143
2	4	true	281	Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:	0.143	0.294
3	1	false	561	Na figura abaixo a letra x representa uma medida em certa unidade. Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura?	0.294	0.294
4	1	false	557	Na figura abaixo a letra x representa uma medida em certa unidade. Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura?	0.294	0.294
5	4	false	432	Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:	0.294	0.294
6	0	false	271	Algebricamente podemos representar o consecutivo de um número y como:	0.294	0.294
7	2	true	281	Algebricamente podemos representar o quadrado de um número como:	0.294	0.385

Fonte: Pesquisa

Figura 116 - Banco de dados do teste 2 nodo Expressões Algébricas do aluno 236.

Acabado: true

Nota: 0.385

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	3	false	409	Qual a expressão algébrica que representa: o triplo da metade do sucessor de um número qualquer.	0.100	0.100
1	1	true	259	Qual a expressão algébrica correspondente a Luciana tem o dobro da quantia de balas que João tem?	0.100	0.143
2	4	true	256	Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:	0.143	0.294
3	4	false	592	Na figura abaixo a letra x representa uma medida em certa unidade. Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura?	0.294	0.294
4	4	false	430	Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:	0.294	0.294
5	0	false	288	Algebricamente podemos representar o consecutivo de um número y como:	0.294	0.294
6	2	true	289	Algebricamente podemos representar o quadrado de um número como:	0.294	0.385
7	0	false	321	O quíntuplo de um número adicionado ao seu sucessor é igual a 97, representado algebricamente temos:	0.385	0.385

Fonte: Pesquisa

Figura 117 - Banco de dados do teste 3 nodo Expressões Algébricas do aluno 236.

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	0	false	573	A expressão algébrica que representa o perímetro do polígono abaixo é:	0.100	0.100
1	4	true	280	Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:	0.100	0.217
2	4	false	548	Na figura abaixo a letra x representa uma medida em certa unidade. Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura?	0.217	0.217
3	2	true	438	Qual a expressão algébrica que representa o perímetro da figura abaixo:	0.217	0.410
4	2	true	557	Imagine uma situação: o preço de um caderno, em reais é representado por x e o preço de outros materiais escolares representado a partir de x. O compasso custa o dobro do caderno, o lápis custa R$3,00 a menos que o caderno e a régua custa a metade do lápis, qual a expressão algébrica que representa o custo da régua?	0.410	0.709
5	1	false	566	Imagine uma situação: o preço de um caderno, em reais é representado por x e o preço de outros materiais escolares representado a partir de x. A mochila custa R$ 15,00 a mais que o caderno, a pasta a metade do valor do caderno, já o estojo custa o equivalente ao valor do caderno e da pasta juntos. A expressão algébrica que representa o custo do estojo?	0.709	0.709
6	0	false	441	O quíntuplo de um número adicionado ao seu sucessor é igual a 97, representado algebricamente temos:	0.709	0.709
7	1	true	290	Qual a expressão algébrica correspondente a Luciana tem o dobro da quantia de balas que João tem?	0.709	0.785
8	2	true	421	Em uma padaria um litro de leite custa a reais. Com base no preço do leite, qual a expressão que representa o preço do kg do pão de queijo:	0.785	0.901
9	0	true	572	Lúcio comprou uma camisa que foi paga em 3 prestações. Na 1ª prestação, ele pagou a metade do valor da camisa, na 2ª prestação, a terça parte e na última, R$ 2,00.	0.901	0.970
10	2	false	593	Em uma fábrica, um terço dos empregados são estrangeiros e 72 empregados são brasileiros. Qual a expressão algébrica que representa o número de empregados da fábrica?	0.970	0.970
11	0	false	412	Qual a expressão algébrica que representa: um número x mais seu dobro menos sua oitava parte mais 2.	0.970	0.970
12	2	false	250	Algebricamente podemos representar o consecutivo de um número y como:	0.970	0.970
13	2	true	273	Algebricamente podemos representar o quadrado de um número como:	0.970	0.980

Fonte: Pesquisa

A partir da análise do banco de dados, identificaram-se as questões que apareceram nos três testes, e, assim apresenta-se a análise do desempenho do aluno nestas. As questões apresentadas na figura 118 são do nível básico, nas quais, o aluno deveria representar algebricamente as expressões.

Figura 118 - Questão do teste adaptativo do nodo Expressões Algébricas.

Qual expressão algébrica correspondente a Luciana tem o dobro da quantia de balas que João tem?

0) 2 balas 1) 2x 2)3x 3) 2x + 1 4) x+ 2

Algebricamente podemos representar o quadrado de um número como:

0) 2x 1) z 2) z^2 3) z^3 4)y

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

O aluno acertou estas questões nos três testes, o que pode evidenciar sua compreensão em relação a como expressar o quadrado e o dobro de um número algebricamente. Esta facilidade também pode ser advinda do fato de que, estas expressões são bastante utilizadas no âmbito dos estudos de expressões e equações.

A figura 119 apresenta questões do nível básico, na qual o aluno deveria representar algebricamente a expressão.

Figura 119 - Questões do teste adaptativo do nodo Expressões Algébricas.

Algebricamente podemos representar o consecutivo de um número y como:

0) y 1) y + 1 2) y + 2 3) y – 2 4)1 – y

A soma de dois números consecutivos corresponde à expressão algébrica:

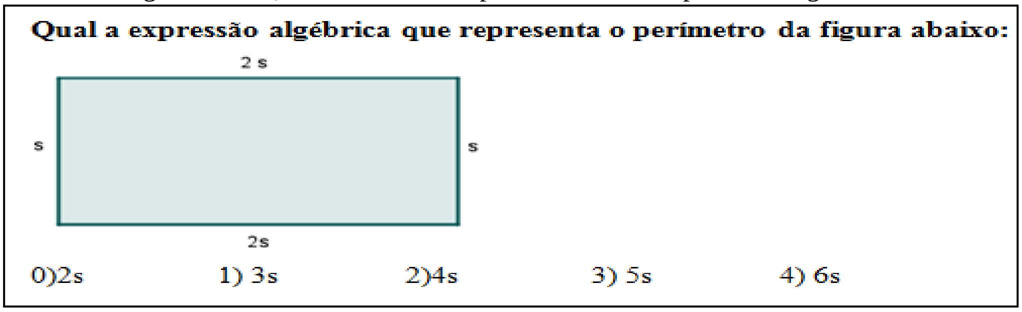
0) x + y 1) x + x 2) x + (x+1) 3) y + y-1 4) y + 1

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

A primeira questão está presente nos três testes e o aluno respondeu-a erroneamente em todos, o que pode evidenciar uma dificuldade em compreender e até mesmo identificar o consecutivo de um número. No teste 1, representou o consecutivo com sendo somente o y, no teste 2 como 1 - y e no 3º teste como y + 2. A segunda questão é do teste 1, e o aluno indicou como resposta x + x. Identifica-se que o aluno compreende como representar algebricamente dois números, porém não consegue representá-los como consecutivos. A partir das respostas dadas pelo aluno nas duas questões ficou evidente que o aluno não sabe o que significa um número consecutivo ou não consegue representá-lo algebricamente.

A figura 120 apresenta uma questão do nível intermediário, uma vez que os alunos devem saber o conceito de perímetro, assim como, operar as variáveis da expressão algébrica.

Figura 120 - Questão do teste adaptativo do nodo Expressões Algébricas.

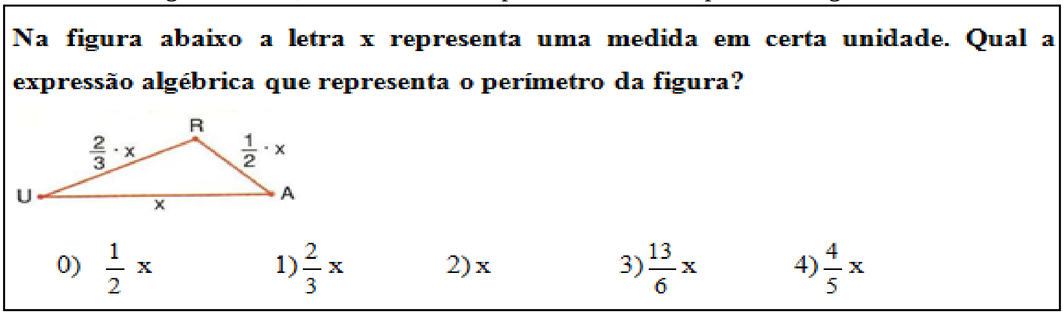


Fonte: Adaptado de Matemática, Ribeiro e Soares, 2007.

O aluno acertou esta questão nos três testes, o que pode evidenciar sua compreensão em relação ao conceito de perímetro, assim como, na simplificação de expressões algébricas que envolvem somente a soma de variáveis.

As três questões seguintes, apresentadas nas figuras 121, 122 e 123, também envolvem perímetro. O aluno errou essa questão (figura 121) nos três testes, porém seus erros não foram relacionados com o entendimento da questão (noção de perímetro), mas sim na realização das operações entre os termos.

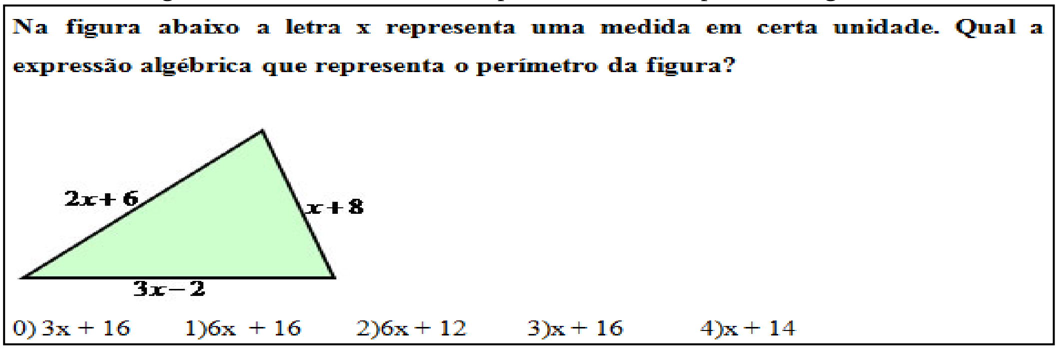
Figura 121 - Questão do teste adaptativo do nodo Expressões Algébricas.



Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Nesta questão, o aluno indicou como resposta $\frac{4}{5}x$, o que evidencia que seu erro, foi decorrente de dificuldades aritméticas. A resposta dada indica que o aluno realizou a operação com os termos semelhantes, porém, errou na adição dos números racionais, somando os numeradores e os denominadores entre si. No caso dos denominadores, ainda, desconsiderou o denominador unitário do termo x.

Figura 122 - Questão do teste adaptativo do nodo Expressões Algébricas.

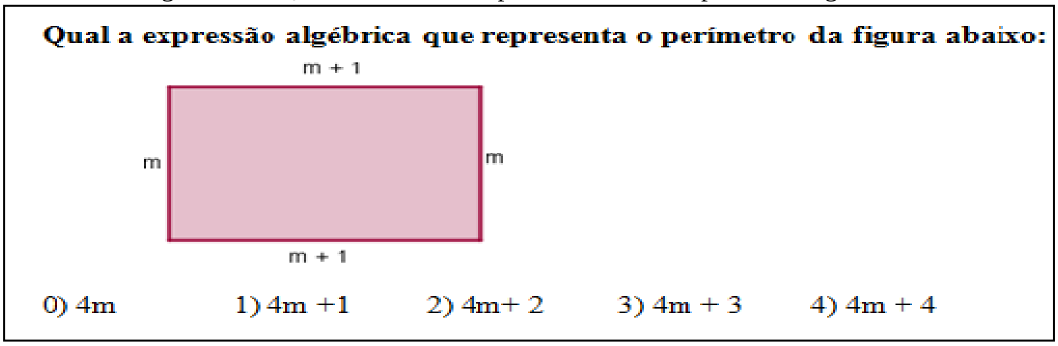


Fonte: Autora

Na questão da figura 122, o aluno indicou como resposta $6x+16$, o que indica que cometeu um erro no processo de adição dos termos. O aluno provavelmente desconsiderou o sinal negativo em (-2), adicionando-o como (+2). Este erro pode ser classificado como adição incorreta de termos semelhantes segundo Kieran (2006).

A questão apresentada na figura 123 é do nível intermediário e esteve presente em dois testes realizados pelo aluno236.

Figura 123 - Questão do teste adaptativo do nodo Expressões Algébricas.



Fonte: Adaptado de Matemática, Ribeiro e Soares, 2007.

Esta questão (figura 123) estava presente no segundo e no terceiro teste. No teste 2, o aluno respondeu $4m+4$, sendo que, para chegar nessa resposta, acredita-se que o aluno deve ter considerado todos os lados como $m+1$, o que evidencia um erro de interpretação sobre os lados do retângulo. No teste 3 o aluno respondeu corretamente a questão, o que leva a conjecturar que o aluno conseguiu visualizar que os lados tinham medidas diferentes, no caso, m e $m+1$.

A partir dessas análises, pode-se considerar que o aluno obteve uma boa evolução no que se refere à representação na linguagem algébrica, porém, apresentou dificuldades aritméticas o que dificultou, inicialmente, na representação de algumas expressões. Considera-se que ao longo do estudo o aluno apresentou um crescimento no que se refere ao estudo das expressões algébricas.

No nodo **Igualdade e Equivalência,** o aluno236 necessitou realizar dois testes e, no primeiro teste, obteve a nota 0,385, sendo então, necessário realizar a recuperação. Após os estudos realizou outro teste, no qual conseguiu a aprovação. No primeiro teste, o aluno respondeu seis questões, acertando três, duas do nível básico e uma do avançado. Dessas seis questões, quatro apareceram novamente no segundo teste, que ao todo contou com doze questões, das quais o aluno acertou sete. As figuras 124 e 125 apresentam os bancos de dados dos dois testes realizados pelo aluno236.

Figura 124 - Banco de dados do 1º teste.

Acabado: true

Nota: 0.385

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	1	true	282	.	0.100	0.143
1	1	false	436	A balança abaixo está desequilibrada, o que precisa ser feito para a balança ficar em equilíbrio?	0.143	0.143
2	4	false	189	Complete com o número que mantenha a igualdade: 2 + 10 – 7 = 2 + __	0.143	0.143
3	3	false	160	Complete com o número que mantenha a igualdade:5.(3 + 4) = __ .(5 + 2)	0.143	0.143
4	1	true	255	Para se manter a igualdade qual o valor de a? a + 2 + 1 = 5 + 3	0.143	0.200
5	0	true	435	Qual das alternativas abaixo é equivalente a: 8x = 24	0.200	0.385

Fonte: Pesquisa

Figura 125 - Banco de dados do 2º teste.

Acabado: true

Nota: 0.989

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	3	true	568	Temos uma balança que não está em equilíbrio. No prato da esquerda temos 2kg e no da direita 6kg. Para que a balança fique em equilíbrio, devemos colocar cinco latas no prato da esquerda e uma lata no prato da direita. Qual é a massa de cada uma das latas sabendo que todas têm massas iguais?	0.100	0.280
1	1	true	519	Num prato de uma balança, um menino colocou 2 canetas e 5 borrachas. Elas se equilibraram com 7 lápis colocados no outro prato. Cada lápis tem 5 gramas e cada borracha 3 gramas. Quantas gramas têm cada caneta?	0.280	0.576
2	3	true	545	Numa balança tem 15 maças, cada uma com 180 gramas, mais 8 laranjas, cada uma com x gramas, equilibram-se com uma melancia de 4300 gramas. Quantas gramas tem cada laranja?	0.576	0.827
3	3	false	555	A balança abaixo não está em equilíbrio. Para que ela fique em equilíbrio, devemos colocar cinco latas de achocolatado no prato da esquerda e uma lata no prato da direita. Qual é, em quilogramas, a massa de cada uma das latas de achocolatado sabendo que todas têm massas iguais?	0.827	0.827
4	1	false	421	A balança abaixo está desequilibrada, o que precisa ser feito para a balança ficar em equilíbrio?	0.827	0.827
5	2	true	288	Complete com o número que mantenha a igualdade: 2 + 10 – 7 = 2 + __	0.827	0.877
6	0	true	412	Qual das alternativas abaixo é equivalente a: 8x = 24	0.877	0.947
7	1	true	560	Sabendo que a balança abaixo está em equilíbrio, e que cada caixa azul tem 6 kg, cada caixa amarela tem 8 kg, qual será a massa de cada caixinha verde?	0.947	0.984
8	0	false	564	Na igualdade a seguir foi aplicado um dos princípios de igualdade. Identifique o princípio de igualdade aplicado. 7 . 12 = 4 .(50 – 29) (7. 12): 3 = [4 .((50 – 29)] : 3	0.984	0.984
9	3	false	436	Aplicando a propriedade distributiva em 2y – 3 (y -1) = 8 – 2 (y – 2) temos:	0.984	0.984
10	1	true	295	.	0.984	0.989
11	0	false	391	Complete com o número que mantenha a igualdade: 4.(2 +4) = 4.(+ 3)	0.989	0.989

Fonte: Pesquisa

A partir da análise dos bancos de dados, selecionaram-se quatro questões dos testes para serem discutidas e analisadas, que passam a ser apresentadas nas figuras 126, 127, 128 e 129.

Figura 126 - Questão do teste adaptativo do nodo Igualdade e Equivalência.

Complete com o número que mantenha a igualdade: 2 + 10 – 7 = 2 + ___
0) 1
1) 2
2) 3
3) 4
4) 5
Fonte: Autor

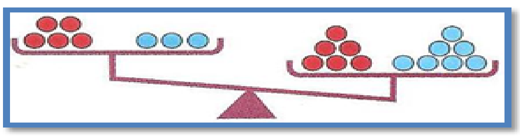
Fonte: Autora

A questão apresentada é do nível básico, esteve presente nos dois testes, sendo que no primeiro teste o aluno indicou como resposta 5. Conjectura-se que o aluno resolveu corretamente o primeiro membro da igualdade, porém não compreendeu que era para indicar o número que mantinha a igualdade verdadeira e não o resultado. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009) essa situação ocorre com frequência, pois os alunos estão acostumados a trabalhar com o sinal de igual como um operador. Realizam operações de um modo sequencial, da esquerda para a direita, usando o sinal de igual como "separador" entre dois raciocínios e também para introduzir um novo resultado, a partir de valores numéricos. No segundo teste, o aluno respondeu corretamente a questão. Entende-se que, a partir dos estudos, o aluno possa ter ampliado o conceito de igualdade, passando a compreendê-la como uma equivalência entre duas expressões.

A questão apresentada na figura 127 esteve presente nos dois testes realizados pelo aluno, porém o mesmo, respondeu-a incorretamente nos dois testes, indicando como resposta a alternativa 1.

Figura 127 - Questão do teste adaptativo do nodo Igualdade e Equivalência.

A balança abaixo está desequilibrada, o que precisa ser feito para a balança ficar em equilíbrio?



0) Acrescentando 1 bolinha vermelha e 4 bolinhas azuis ao prato à esquerda.
1) Acrescentando 1 bolinha vermelha e 4 bolinhas azuis ao prato à direita.
2) Triplicando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da direita.
3) Triplicando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da esquerda.
4) Dobrando o número de bolinhas azuis e vermelhas no prato da esquerda.

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Considera-se que, a partir da resposta dada pelo aluno (alternativa 1), ele compreendeu que a quantidade de bolinhas deveria ser a mesma em ambos os pratos da balança, chegando às quantidades corretas de bolinhas azuis e vermelhas a serem adicionadas, porém, no momento de indicar em qual dos pratos deveriam ser adicionadas as bolinhas, indicou que seria no prato da direita, ao invés de indicar o da esquerda. Entende-se que o aluno esteja em um processo de construção deste conceito de igualdade e de equivalência, assim ainda comete erros nos procedimentos de resolução, mas o fato dele já ter estabelecido as quantidades corretas e ter compreendido que ambos os pratos deveriam ficar em equilíbrio já é um indicio de evolução nos estudos.

Buscando analisar a evolução do aluno no que se refere à compreensão da igualdade através da balança, selecionou-se a questão apresentada na figura 128 para exemplificar o desempenho do aluno.

Figura 128 - Questão do teste adaptativo do nodo Igualdade e Equivalência.

Temos uma balança que não está em equilíbrio. No prato da esquerda temos 2kg e no da direita 6kg. Para que a balança fique em equilíbrio, devemos colocar cinco latas no prato da esquerda e uma lata no prato da direita. Qual é a massa de cada uma das latas sabendo que todas têm massas iguais?
0) 8kg
1) 6kg
2) 2kg
3) 1kg
4) 0,5kg

Fonte: Adaptado de Matemática, Ribeiro e Soares, 2007.

Esta questão (figura 128) foi respondida corretamente pelo aluno no segundo teste, assim como as demais questões desse tipo. Percebeu-se que nas questões onde era necessário determinar os valores desconhecidos, a partir da igualdade, o aluno obteve um bom desempenho.

Figura 129 - Questão do teste adaptativo do nodo Igualdade e Equivalência.

Aplicando a propriedade distributiva em 2y – 3 (y -1) = 8 – 2 (y – 2) temos:
0) 2y + 3y +3 = 8 -2y + 4
1) 2y - 3y +3 = 8 - 2y + 4
2) 2y + 3y +3 = 8 + 2y + 4
3) 2y + 3y +3 = 8 -2y + 4
4) 2y - 3y +3 = 8 -2y – 4

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Apresenta-se na figura 129 uma questão do nível avançado. A partir da resposta dada pelo aluno $(2y+3y+3=8-2y+4)$, conjectura-se que o mesmo conseguiu aplicar a propriedade distributiva, porém não realizou algumas operações corretamente, não respeitando os sinais. Assim chegou a uma igualdade incorreta, o que durante a resolução provavelmente não observou. O aluno indicou como resposta a alternativa 3,($2y+3y+3=8-2y+4$), o que evidencia que não considerou o -3 ao multiplicar por y, porém o considerou ao multiplicar por (-1). Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), a dificuldade com a propriedade distributiva aumenta quando envolve números inteiros e fracionários no seu processo de resolução.

A partir da análise produzida, considera-se que o aluno tenha apresentado uma evolução no que diz respeito à compreensão do conceito de igualdade e equivalência, principalmente nas questões as quais envolviam igualdades numéricas, onde deveria ser indicado o número que manteria a igualdade verdadeira, assim como nas questões que envolviam valores desconhecidos a partir da balança de dois pratos. Um ponto que se considera que poderia ser mais trabalhado com o aluno refere-se a questões envolvendo propriedade distributiva com números inteiros.

No nodo **Conceito de Equação**, o aluno 236 necessitou realizar quatro testes, obtendo nos dois primeiros a nota 0,143, no terceiro 0,493 e no quarto 0,854. Acredita-se que o aluno não tenha realizado os estudos para o segundo teste, realizando-o assim que terminou o primeiro, já que o intervalo de tempo entre um teste e o outro é pequeno (em torno de 7 minutos), não sendo possível realizar os estudos propostos neste tempo. Já para o terceiro teste, entende-se que o aluno tenha estudado a Sequência Didática Específica, porém, ainda assim apresentou dificuldades. Conjectura-se que, somente em um segundo estudo da Sequência, o aluno conseguiu compreender o conceito de equação. A seguir, na figura 130, apresenta-se o banco de dados do primeiro e do segundo teste realizado pelo aluno 236.

Figura 130 - Bancos de Dados dos testes 1 e 2 no nodo Conceito de Equação.

Nota: 0.143

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	0	false	580	O simétrico de um número inteiro multiplicado por 7 é igual a -147. Qual equação representa esse número?	0.100	0.100
1	1	false	391	A balança abaixo está equilibrada. Qual a equação que representa o peso na balança?	0.100	0.100
2	0	false	276	Qual das equações abaixo traduz para a linguagem matemática a seguinte situação: a metade de um número mais 100 é igual a 500.	0.100	0.100
3	3	false	289	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 3º grau?	0.100	0.100
4	4	false	293	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 1º grau?	0.100	0.100
5	4	true	291	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 2º grau?	0.100	0.143

Nota: 0.143

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	3	false	574	O entregador de uma empresa recebe mensalmente um salário fixo de R$780,00 mais R$0,20 por quilometro rodado. No mês de março ele recebeu um salário de R$980,00. Qual a equação que representa o salário do entregador no mês de março?	0.100	0.100
1	1	false	441	A balança abaixo está equilibrada. Qual a equação que representa o peso na balança?	0.100	0.100
2	0	false	292	Qual das equações abaixo traduz para a linguagem matemática a seguinte situação: a metade de um número mais 100 é igual a 500.	0.100	0.100
3	3	false	295	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 3º grau?	0.100	0.100
4	0	false	291	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 1º grau?	0.100	0.100
5	4	true	290	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 2º grau?	0.100	0.143

Fonte: Pesquisa

A partir dos bancos de dados apresentados, percebe-se que nos dois testes o aluno só acertou uma questão, sendo esta a mesma. Trata-se de uma questão que o aluno deveria indicar, das equações apresentadas, quais eram equações de 2º grau. Das seis questões dos dois testes, as cinco últimas são iguais, e o aluno as errou nos dois testes. A seguir, nas figuras 131 e 132, apresentam-se duas questões que caracterizam o erro que o aluno está cometendo na resolução das mesmas.

Figura 131 - Questão do teste adaptativo do nodo Conceito de Equação.

A balança abaixo está equilibrada. Qual a equação que representa o equilíbrio da balança.

0) 3x + 2 = 2,6 + x 1)3x + 2 = 2,6 + 2x 2) 5x = 2,6 + 2x 3) 3x + 2 = 602 + 2x
4) 3x = 602 + 2x

Fonte: Adaptado de Matemática no Plural, Miani, 2006.

Nos dois testes, o aluno respondeu que a equação que representava o peso na balança era $3x + 2 = 2{,}6 + 2x$. Percebe-se que o aluno consegue identificar que os elementos que estão na balança constituem a equação e utiliza o sinal de "=" representando o equilíbrio, porém comete o erro ao considerar 2x ao invés de x no prato da direita. Segundo a classificação de erros apresentada por Ponte, Branco e Mattos (2009), esse erro pode se constituir em adição incorreta de termos não semelhantes, conforme posto por (KIERAN, 1985). Nesse caso, entende-se que a adição incorreta de termos, ocorreu quando o aluno adicionou 2kg a x, transformando-os em 2x. Outra questão que constou nos dois testes está apresentada na figura 132.

Figura 132 - Questão do teste adaptativo do nodo Conceito de Equação.

Qual das equações abaixo traduz para a linguagem matemática a seguinte situação: a metade de um número mais 100 é igual a 500.

0) $\frac{x}{2}=500$ 1) $\frac{x}{2}+100=500$ 2) $\frac{x}{2}-100=500$ 3) $\frac{x}{2}=100$

4) $\frac{x}{2}=600$

Fonte: Adaptado de Matemática no Plural, Miani, 2006.

Nesta questão, o aluno indicou como resposta a alternativa $\frac{x}{2}=500$ nos dois testes, o que pode evidenciar uma falta de atenção na hora de equacionar a situação dada. Segundo Ribeiro (2001), erros por falta de atenção na escrita de uma equação são comuns e podem aparecer de diversas formas, uma delas é a omissão de termos ou escrita incorreta.

Entende-se que o desempenho do aluno 236 nestes dois primeiro testes, apresentou erros comuns como adição incorreta de termos não semelhantes, assim como erros decorrentes da falta de atenção no momento de equacionar a situação. Constatou-se, também, que o aluno 236 praticamente não utilizou o rascunho para a realização dos testes, o que pode indicar que tenha equacionado mentalmente as situações, levando-o a cometer erros básicos e de falta de atenção. Apresenta-se na figura 133 o banco de dados dos testes 3 e 4 para análise do desempenho do aluno.

Figura 133 - Banco de Dados dos testes 3 e 4.

Nota: 0.493

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	1	true	580	Somando as idades de Lucas e Bianca obtemos 15 anos. Sabendo que o dobro da idade de Lucas é 18. Qual a equação que representa a idade de Lucas e Bianca.	0.100	0.280
1	0	false	579	Simone, Jaqueline e Mauro são primos. Os números que representam suas idades são consecutivos. Sabendo que a soma das idades dos três é 39. Qual a equação que representa as idades?	0.280	0.280
2	0	true	441	A balança abaixo está equilibrada. Qual a equação que representa o peso na balança?	0.280	0.493
3	4	false	576	O perímetro do retângulo abaixo é igual a 138,5 cm. Qual a equação que expressa o perímetro?	0.493	0.493
4	1	false	430	A diferença entre certo número e 10 é igual a terça parte desse número. Qual a equação que representa esse número?	0.493	0.493
5	2	false	288	Qual das equações abaixo traduz para a linguagem matemática a seguinte situação: a metade de um número mais 100 é igual a 500.	0.493	0.493
6	0	false	292	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 3º grau?	0.493	0.493
7	0	false	294	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 1º grau?	0.493	0.493

Nota: 0.854

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	1	false	319	Na figura, o perímetro do triângulo equilátero TRI é 135 mm. Qual equação representa o perímetro da figura, sabendo que cada lado mede 6x.	0.100	0.100
1	1	true	186	Qual das equações abaixo traduz para a linguagem matemática a seguinte situação: a metade de um número mais 100 é igual a 500.	0.100	0.143
2	0	true	402	A balança abaixo está equilibrada. Qual a equação que representa o peso na balança?	0.143	0.294
3	3	false	563	Simone, Jaqueline e Mauro são primos. Os números que representam suas idades são consecutivos. Sabendo que a soma das idades dos três é 39. Qual a equação que representa as idades?	0.294	0.294
4	1	false	405	A diferença entre certo número e 10 é igual a terça parte desse número. Qual a equação que representa esse número?	0.294	0.294
5	1	true	252	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 1º grau?	0.294	0.385
6	1	true	420	Na figura abaixo, as bolinhas são iguais, cada uma representa 1 unidade e a balança está em equilíbrio . Qual equação representa a situação da balança?	0.385	0.610
7	4	false	583	O perímetro do retângulo abaixo é igual a 138,5 cm. Qual a equação que expressa o perímetro?	0.610	0.610
8	0	true	440	Na figura abaixo, as bolinhas são iguais, cada uma representa 1 unidade e a balança está em equilíbrio . Qual equação representa a situação da balança ?	0.610	0.796
9	0	false	575	Em um terreno retangular , o comprimento é o dobro da largura e o perímetro é igual a 60 metros. Qual a equação que representa essa situação?	0.796	0.796
10	4	false	422	Leia com atenção :	0.796	0.796
11	0	false	281	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 2º grau?	0.796	0.796
12	1	false	281	Analisando as três igualdades. Qual ou quais são equações de 3º grau?	0.796	0.796
13	2	true	277	Observe a balança. Sabendo que cada bola tem o mesmo peso, qual a equação que representa a situacão.	0.796	0.854

Fonte: Pesquisa

Observa-se que no terceiro teste, o aluno ainda comete os mesmos erros que apresentava no teste 1 e 2. No teste 3, o aluno acerta somente duas questões, sendo que uma delas a da balança (figura 131) do teste anterior, porém, o aluno realiza a adição correta dos termos e consegue chegar à equação correspondente. A outra questão que o aluno acertou é do nível avançado sendo apresentada na figura 134.

Figura 134 - Questão do teste adaptativo do nodo Conceito de Equação.

Somando as idades de Lucas e Bianca obtemos 15 anos. Sabendo que o dobro da idade de Lucas é 18. Qual a equação que representa a idade de Lucas e Bianca?

0) $2x + x = 15$ 1) $9 + x = 15$ 2) $18 + x = 15$ 3) $2x = 18 + 15$

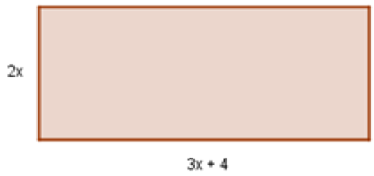
4) $2x + 18 + x = 15$

Fonte: Adaptado de Tudo é Matemática, Dante, 2008.

Já no quarto teste, pode-se perceber que o aluno obteve um crescimento no que se refere a representar as equações a partir de situações dadas, porém, ainda apresenta dificuldades. Observa-se que nas três questões que envolveram perímetro, o aluno cometeu o mesmo erro, sendo este, considerar somente as medidas expressas na figura do polígono apresentada na questão. A figura 135 apresenta uma questão de nível avançado que exemplifica essa situação.

Figura 135 - Questão do teste adaptativo do nodo Conceito de Equação.

O perímetro do retângulo abaixo é igual a 138,5 cm. Qual a equação que expressa o perímetro?



0)10x + 8 = 138,5 1)10x = 138,5 2)4x = 138,5 3)4x + 8 = 138,5
4)5x + 4 = 138,5

Fonte: Adaptado de Matemática no Plural, Miani, 2006.

O aluno indicou como resposta $5x+4$, o que evidencia que somou apenas as expressões que representam as medidas dos lados e que estão destacadas na figura do polígono. O aluno desconsidera as medidas dos outros lados do polígono (os quais a figura não mostra o valor), o que caracteriza uma dificuldade em compreender que não é necessário expressar a medida em todos os lados, se este considerar que os lados paralelos são iguais.

Quanto a representar a equação a partir da analogia da balança de dois pratos, o aluno apresentou um bom desempenho nos testes, pois acertou as quatro questões envolvendo essa analogia, o que pode evidenciar que o material de estudo colaborou para a compreensão desse conceito através da balança.

Em geral, neste nodo, o aluno 236 apresentou dificuldades, que, no entanto, foram sendo superadas ao longo da realização dos testes, assim como no estudo dos materiais e na realização das atividades. Entende-se que a dificuldade em representar as equações a partir de situações é passível de ocorrer, pois, via de regra, o trabalho com equações é muito focado no processo e em técnicas de resolução e a escrita das equações, a partir de situações, é pouco explorada, assim como a compreensão do seu conceito como uma igualdade.

No nodo **Resoluções de Equações de 1º grau I**, o aluno necessitou realizar dois testes. No primeiro, resolveu seis questões, sendo três do nível básico, duas intermediárias e uma avançada. Destas questões, acertou somente duas, uma intermediária e outra básica, obtendo assim, 0,294 como nota e necessitando realizar os estudos de recuperação. Na figura 136, apresenta-se o banco de dados do primeiro teste.

Figura 136 - Banco de dados do teste 1 do nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

Acabado: true

Nota: 0.294

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	4	true	312	<math xmlns="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"> <mrow> <mtext>Qual o valor de x na equação:</mtext> <mfrac> <mrow> <mi>x</mi> </mrow> <mrow> <mn>3</mn> </mrow> </mfrac> <mo>=</mo> <mn>7</mn> </mrow> </math>	0.100	0.217
1	1	false	506	Determine o valor de g na equação: 4g - 1 = 3(g-1)	0.217	0.217
2	1	false	333	Qual o valor de x na equação: 2x + 5 – 5x = -1	0.217	0.217
3	0	false	288	Encontre a solução da equação: x+5=8	0.217	0.217
4	2	false	260	Determine a raiz da equação: x+6=5	0.217	0.217
5	1	true	263	Encontre a solução da equação: 0=x+12	0.217	0.294

Fonte: Pesquisa

Após realizar os estudos na sequência didática específica, o aluno realizou o segundo teste, obtendo a nota de 0,938. Nesse teste, o aluno resolveu onze questões, sendo apenas duas de nível básico, quatro de nível intermediário e cinco avançadas, das quais acertou um total de cinco questões, conforme apresentado no banco de dados (figura 137).

Figura 137 - Banco de dados do teste 1 do nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

Acabado: true

Nota: 0.938

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	4	true	426	Qual o valor de a na equação: 5a + 6a -16 = 3a + 2a - 4	0.100	0.217
1	2	true	586	Determine o valor de g na equação: 4g - 1 = 3(g-1)	0.217	0.493
2	4	false	577	Determine o valor de z na equação: 7(z-2)= 5(z+3)	0.493	0.493
3	4	true	117	Qual o valor de x na equação: 2x + 5 – 5x = -1	0.493	0.709
4	4	false	474	Qual o valor de x na equação 3(2x-1)= -2(x+3)?	0.709	0.709
5	1	true	432	Qual a solução da equação: 2b - 3 = 5 - 2b	0.709	0.859
6	0	false	583	Determine o valor da incógnita da equação 4(x+10)-2(x-5)= 0	0.859	0.859
7	4	true	441	<math xmlns="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"> <mrow> <mtext>Qual o valor de x na equação: </mtext> <mfrac> <mrow> <mi>x</mi> </mrow> <mrow> <mn>3</mn> </mrow> </mfrac> <mo>=</mo> <mn>7</mn> </mrow> </math>	0.859	0.938
8	4	false	584	Qual a solução da equação 3(x-1)-(x-3)+5(x-2)=18	0.938	0.938
9	2	false	440	<math xmlns="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"> <mrow> <mtext>Qual o valor de x na equação</mtext> <mfrac> <mrow> <mn>2</mn> <mi>x</mi> </mrow> <mrow> <mn>5</mn> </mrow> </mfrac> <mo>=</mo> <mn>7</mn> </mrow> </math>	0.938	0.938
10	0	false	284	Encontre a solução da equação: x+5=8	0.938	0.938

Fonte: Pesquisa

Analisando em detalhe os testes realizados pelo aluno, verificou-se que quatro questões do primeiro teste estavam presentes no segundo, as quais são apresentadas nas figuras 138, 140, 142 e 143.

Figura 138 - Questão do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

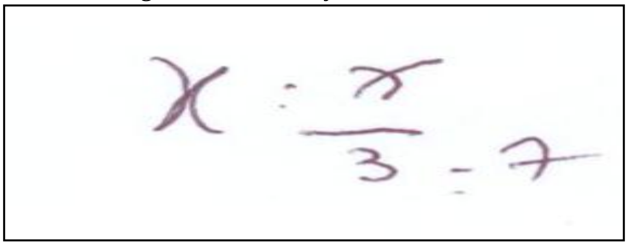
Qual o valor de x na equação: $\frac{x}{3} = 7$

0) x = 7 1) x = 3 2) x = 7/3 3) x = 3/7 4) x = 21

Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

Esta questão é do nível intermediário e foi a única que o aluno acertou em ambos os testes. Observa-se, a partir da produção do aluno (figura 139), que, apesar de não apresentar toda a resolução, utilizou a estratégia das operações inversas para resolver a questão.

Figura 139 - Produção do aluno 236.



Fonte: Pesquisa

A questão apresentada na figura 140 é do nível avançado e também esteve presente nos dois testes realizados pelo aluno236.

Figura 140 - Questão do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

Determine o valor de g na equação $4g - 1 = 3(g - 1)$

0) g = 4 1) g = 3/7 2) g = - 2 3) g = 2 4) g = 1

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

No primeiro teste, o aluno não conseguiu resolver corretamente a questão, chegando à resposta $g = 3/7$. A partir da resposta apontada, e também da produção escrita apresentada na figura 141, conjectura-se que o aluno aplicou corretamente a propriedade distributiva, chegando à equação equivalente $4g - 1 = 3g - 3$, porém não seguiu resolvendo a questão e, provavelmente terminou de resolvê-la mentalmente, o que pode ter ocasionado o erro. Assim, obteve $4g + 3g = -3 - 1$, chegando então a $g = -4/7$, que não era uma opção existente, marcando $g = 3/7$. Este tipo de erro é classificado por Kieran (1992) como transposição incorreta de termos. No segundo teste, o aluno respondeu a questão corretamente.

Figura 141 - Produção do aluno 236.

$$4G - 1 = 3\,(G - 1)$$
$$4G - 1 = 3G - 3$$

Fonte: Pesquisa

A questão apresentada na figura 142 é do nível intermediário e também esteve presente nos dois testes realizados pelo aluno236.

Figura 142 - Questão do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

Qual o valor de x na equação: $2x + 5 - 5x = -1$

0) x = -1 1) – x = -6 2) x = 3 3) x = -2 4) x = 2

Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2009.

No primeiro teste, o aluno não a resolveu corretamente, chegando à resposta –x = -6. A partir desta resposta e de sua resolução no rascunho (figura 143), observa-se que o aluno realiza a transposição do termo (+5) corretamente para o outro membro, porém inverte o sinal do 2x, sendo que este ele não mudou de membro. O aluno não termina de resolver a questão no rascunho e responde –x = -6. Acredita-se que o aluno respondeu esta alternativa por considerou somente um lado da igualdade.

Segundo Ribeiro (2001), este tipo de erro é classificado como erro nas transformações aditivas e ocorre quando o aluno transforma somente em um membro da igualdade. Pela resposta final dada pelo aluno, conforme Kieran (2002), o aluno realizou uma conclusão incorreta da resolução da equação. No segundo teste, o aluno resolveu a questão corretamente, conforme apresentado na figura 144.

Figura 143 - Produção do aluno no 1º teste.

$$2x + 5 - 5x = -1$$
$$5x \boxed{-2x} = -1 - 5$$

Fonte: Pesquisa

Figura 144 - Produção do aluno no 2º teste.

$$2x + 5 - 5x = -1$$
$$-3x = -1 - 5$$
$$-3x = -6$$
$$x = \frac{-6}{-3} = +2$$

Fonte: Pesquisa

Figura 145 - Questão do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

Encontre a solução da equação: $x + 5 = 8$

0) x = 13 1) x = 8 2) x = 5 3) x = 3 4) x = -3

Fonte: Autora.

A questão apresentada na figura 145 é de nível básico do teste 1. O aluno cometeu um dos erros mais comuns na resolução de equações, respondendo que a solução é x = 13. Resolveu a equação sem considerar os princípios da igualdade, apenas “passou” o cinco para o outro lado. Cabe destacar que o aluno cometeu o mesmo erro na questão: *Determine a raiz da equação:* $x+6=5$, respondendo x =11. Este erro, segundo Ribeiro (2001), ocorre quando, não é respeitado o sinal da transformação. No teste 2, o aluno resolveu corretamente a questão 1.

A partir da análise dessas quatro questões, percebeu-se que o processo de resolução do aluno era muito mecânico, apenas passava os termos de um lado para o outro, não respeitando os princípios de igualdade. Acredita-se que a partir do estudo dos materiais e da realização das atividades, o aluno tenha conseguido compreender um pouco melhor este processo de resolução como uma igualdade, o qual pressupõe realizar as operações em ambos os lados ou utilizar operações inversas para a resolução das equações, apesar de, no segundo teste, ainda cometer erros na resolução, o que é aceitável quando o aluno se encontra no processo de aprendizagem do conteúdo.

Cabe destacar que mesmo após os estudos o aluno ainda continuou cometendo erros em questões que envolvem números negativos, principalmente na aplicação da propriedade distributiva, conforme exemplificado a seguir na figura 146.

Figura 146 - Questão do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

Qual o valor de x na equação $3(2x-1) = -2(x+3)$?

0) x = -3/4 1) x =3/5 2) x = -3/8 3) x = 3/8 4) x = 9/4

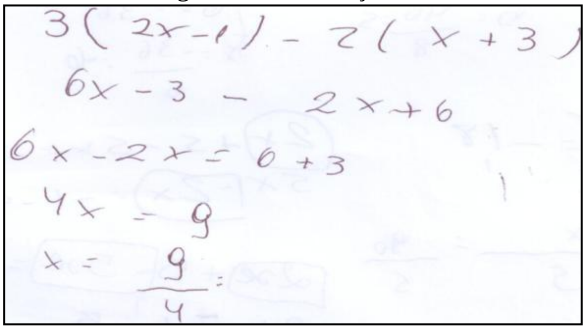
Determine o valor da incógnita da equação $4(x+10) - 2(x-5) = 0$.

0) x=1 1) x = -1 2) x = -25 3) x = 25 4) x = -5

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

Nessas duas questões, o erro cometido foi o mesmo. O aluno não considerou o sinal de menos que acompanha o número 2 nas duas questões quando aplicou a propriedade distributiva, chegando à resposta $x = 9/4$ na primeira questão e x=1 na segunda. A resolução da primeira questão está expressa na figura 147.

Figura 147 - Produção do aluno 236.


$3(2x-1) - 2(x+3)$
$6x - 3 - 2x + 6$
$6x - 2x = 6 + 3$
$4x = 9$
$x = \frac{9}{4}$

Fonte: Pesquisa

Observa-se na produção do aluno (figura 147) que, ao copiar a questão para o rascunho, ele abandona o sinal de "=" entre as duas expressões, aplica a propriedade distributiva corretamente no 1º membro e também na multiplicação entre (-2) e x, porém comete erro no sinal da multiplicação entre (-2) e 3 , indicando como resposta 6. No passo seguinte, o aluno retoma o sinal de igual, porém coloca-o de maneira aleatória, não respeitando a transposição necessária do (-2x), mas realizando corretamente a transposição do (-3), porém, devido aos erros cometidos durante o processo, chegou a uma resposta equivocada. Considera-se que o esquecimento do sinal de igual no início acabou comprometendo o restante da resolução. A falta de atenção ao reescrever a equação, segundo Ribeiro (2001), é comum de acontecer e pode aparecer de diversas formas, uma delas é a omissão de termos, símbolos ou escrita incorreta, influenciando com isso, diretamente no processo de resolução das equações.

Já na questão apresentada na figura 148, o aluno aplicou a propriedade distributiva corretamente, considerou os sinais, porém, no momento de agrupar os termos semelhantes, cometeu o erro de sinal na transposição do termo 5z, assim obtendo a equação $7z + 5z = 15 + 14$. **C**onsiderando esta equação, realizou as operações, que o levou a responder a alternativa errada.

Figura 148 - Questão do teste adaptativo do nodo Resolução de Equações de 1º grau I.

Determine o valor de z na equação: $7(z-2) = 5(z+3)$

0) z = ½ 1) z = 29/2 2) z = 29/12 3) z = 2/29 4) z = 2

Fonte: Adaptado de Projeto Araribá, 2009.

A partir dos dados apresentados do aluno236, entende-se que ele evoluiu no que se refere à compreensão do conceito de equação de 1º grau como uma igualdade, assim como nos procedimentos para a sua resolução. Cabe destacar que neste nodo o aluno utilizou o rascunho, o que possibilitou identificar suas estratégias e erros cometidos, assim como sua evolução na resolução das equações de 1º grau.

No nodo **Resolução de Equações de 1º grau II** o aluno236 necessitou realizar três testes, sendo que, no primeiro e no segundo teste, obteve notas que não atingiram a média mínima estipulada. Acredita-se que o aluno não tenha realizado os estudos para o segundo teste, realizando-o assim que terminou o primeiro, já que o intervalo de tempo entre os testes foi pequeno (5 minutos), obtendo novamente, um desempenho não satisfatório, sendo indicada a necessidade de realizar os estudos de recuperação. Após os estudos, realizou o terceiro teste, no qual conseguiu a aprovação.

No primeiro teste, o aluno respondeu seis questões, acertando somente uma questão. No segundo teste, também respondeu seis questões, porém acertou duas, sendo que no terceiro teste respondeu nove questões, acertando cinco. As figuras 149, 150 e 151 apresentam os bancos de dados dos três testes realizados pelo aluno236 neste nodo.

Figura 149 - Banco de dados do 1º teste.

Nota: 0.143

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	0	false	542	Simone, Jaqueline e Mauro são primos. Os números que representam suas idades são consecutivos. Sabendo que a soma das idades dos três é 39 e Simone é a mais nova e Mauro o mais velho. Qual a idade de Simone, Jaqueline e Mauro?	0.100	0.100
1	3	false	437	Na figura abaixo, as bolinhas são iguais, cada uma representa 1 unidade e a balança está em equilíbrio . E a equação que pode representar esta situação é 4x + 5 = 9 .Qual o valor do x para que balança mantenha o equilíbrio?	0.100	0.100
2	2	false	291	Qual a raiz da equação y-109=5?	0.100	0.100
3	1	false	280	Qual é o número que colocado no lugar de x, na equação x+9=13 torna verdadeira a igualdade?	0.100	0.100
4	1	true	276	A Rita colocou o saco de gomas num dos pratos da balança e um peso no outro prato e a balança ficou logo em equilíbrio, como podes ver na figura. Quanto pesa o saco de gomas da Rita?	0.100	0.143
5	0	false	403	Mariana comprou um livro por R$25,00 e quatro canetas que custam o mesmo valor. Ao todo Mariana gastou R$39,00. Qual o preço de cada caneta?	0.143	0.143

Fonte: Pesquisa

Figura 150 - Banco de dados 2º teste.

Nota: 0.200

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	0	false	324	Que número sou eu?	0.100	0.100
1	3	false	438	Na figura abaixo, as bolinhas são iguais, cada uma representa 1 unidade e a balança está em equilíbrio . E a equação que pode representar esta situação é 4x + 5 = 9 .Qual o valor do x para que balança mantenha o equilíbrio?	0.100	0.100
2	4	false	295	Qual a raiz da equação y-109=5?	0.100	0.100
3	2	true	278	Qual é o número que colocado no lugar de x, na equação x+9=13 torna verdadeira a igualdade?	0.100	0.143
4	0	false	443	Mariana comprou um livro por R$25,00 e quatro canetas que custam o mesmo valor. Ao todo Mariana gastou R$39,00. Qual o preço de cada caneta?	0.143	0.143
5	1	true	260	A Rita colocou o saco de gomas num dos pratos da balança e um peso no outro prato e a balança ficou logo em equilíbrio, como podes ver na figura. Quanto pesa o saco de gomas da Rita?	0.143	0.200

Fonte: Pesquisa

Figura 151 - Banco de dados 3º teste.

Nota: 0.901

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	1	true	424	Leia com atencao e responda:	0.100	0.217
1	0	false	537	Juntando suas economias, Carla e João compraram um liquidificador, um fogão e uma geladeira. O fogão custou R$255,00 a mais que o quíntuplo do preço do liquidificador e a geladeira custou o dobro do preço do fogão. Qual o preço da geladeira que Carla e João compraram?	0.217	0.217
2	0	true	434	Na figura abaixo, as bolinhas são iguais, cada uma representa 1 unidade e a balança está em equilíbrio . E a equação que pode representar esta situação é 4x + 5 = 9 .Qual o valor do x para que balança mantenha o equilíbrio?	0.217	0.410
3	0	true	517	Uma casa de R$ 148.650,00 foi paga em três prestações. A 2ª prestação foi o dobro da primeira e a 3ª foi R$ 14.800,00 a mais que a segunda. Qual foi o valor de cada prestação?	0.410	0.709
4	3	false	546	Você conhece o quadrado mágico ? Nele a soma das linhas, colunas e diagonais é sempre a mesma. Sabendo disto descubra qual o valor da incógnita neste quadrado.	0.709	0.709
5	0	false	444	Mariana comprou um livro por R$25,00 e quatro canetas que custam o mesmo valor. Ao todo Mariana gastou R$39,00. Qual o preço de cada caneta?	0.709	0.709
6	2	false	298	Qual a raiz da equação y-109=5?	0.709	0.709
7	2	true	281	Qual é o número que colocado no lugar de x, na equação x+9=13 torna verdadeira a igualdade?	0.709	0.785
8	2	true	424	Claudio tinha uma determinada quantia. Seu pai lhe deu a mesma quantia, ficando com R$ 550,00 no total. Quantos reais Claudio tinha inicialmente?	0.785	0.901

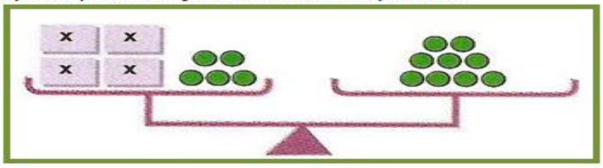
Fonte: Pesquisa

A partir da análise dos bancos de dados, foram selecionadas três questões para serem discutidas e analisadas, que passam a ser apresentadas nas figuras 152, 154 e 156.

Na figura 152, apresenta-se uma questão do nível intermediário, a qual esteve presente nos três testes realizados pelo aluno236.

Figura 152 - Questão do teste adaptativo do Nodo Resolução de Equações de 1º grau II.

Na figura abaixo, as bolinhas são iguais, cada uma representa 1 unidade e a balança está em equilíbrio . E a equação que pode representar esta situação é 4x + 5 = 9. Qual o valor do x para que balança mantenha o equilíbrio?



0) 1
1) 2
2) 3
3) 4
4) 5

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Nos dois primeiros testes, o aluno não respondeu corretamente a questão, indicando como resposta 4. Apresenta-se na figura 153 a produção realizada pelo aluno. Observa-se que o mesmo realizou corretamente as operações necessárias no que se refere ao princípio aditivo, porém não prosseguiu na resolução, considerando somente um lado da igualdade. Conjectura-se, ainda, que possa ter realizado o que Kieran (2002) denomina como uma conclusão incorreta da resolução da equação. Ressalta-se que no terceiro teste o aluno respondeu corretamente a questão.

Figura 153 - Produção do aluno236.

$4x + 5 = 9$

$4x = +9 - 5$

4

Fonte: Pesquisa

A questão apresentada na figura 154 é do nível intermediário, fez parte dos três testes realizados pelo aluno236, sendo respondida incorretamente em todos os testes. O aluno indicou como resposta a primeira alternativa R$ 14,00.

Figura 154 - Questão do teste adaptativo do Nodo Resolução de Equações de 1º grau II.

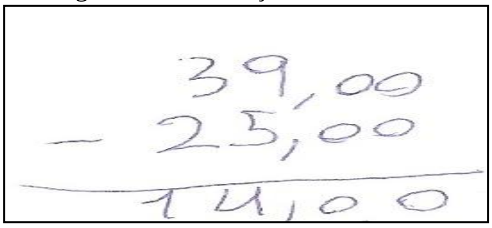
Mariana comprou um livro por R$25,00 e quatro canetas que custam o mesmo valor. Ao todo Mariana gastou R$39,00. Qual o preço de cada caneta?

0) R$ 14,00
1) R$ 7,00
2) R$ 3,50
3) R$ 1,75
4) R$ 39,00

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

A partir da produção do aluno236 (figura 155), verificou-se que o aluno não utilizou a estratégia de equacionar o problema, resolvendo a situação através de operações aritméticas, operando somente com os valores em reais postos. Observa-se que o aluno resolve corretamente a operação entre os valores em reais, porém não considerou em sua resolução a compra das quatro canetas. A partir de sua resolução, encontrou o valor de R$ 14,00 e o indicou como resposta final, em vez de indicar o valor de R$ 3,50 referente ao valor unitário da caneta. Considera-se que o aluno respondeu incorretamente a questão, por ter apresentado dificuldades na interpretação do problema.

Figura 155 - Produção do aluno236.



Fonte: Pesquisa

Apresenta-se na figura 156 uma questão do nível avançado do terceiro teste, a qual o aluno respondeu corretamente e apresenta em sua produção (figura 157) as estratégias utilizadas na resolução.

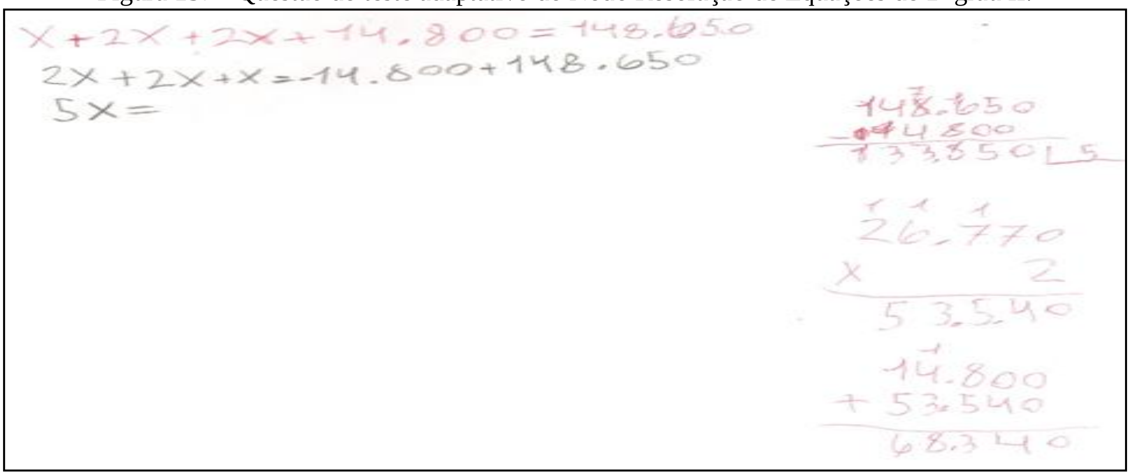
Figura 156 - Questão do teste adaptativo do Nodo Resolução de Equações de 1º grau II.

Uma casa de R$ 148.650,00 foi paga em três prestações. A 2ª prestação foi o dobro da primeira e a 3ª foi R$ 14.800,00 a mais que a segunda. Qual foi o valor de cada prestação?

0) 1ª R$ 26.770,00; 2ª R$ 53.540,00; 3ª 68.340,00
1) 1ª R$ 53.540,00; 2ª R$26.770,00; 3ª 68.340,00
2) 2ª R$26.770,00; 3ª 68.340,00
3) Prestações de R$ 49.550,00
4) 1ª R$ 50.540,00; 2ª R$26.770,00; 3ª 71.340,00

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Figura 157 - Questão do teste adaptativo do Nodo Resolução de Equações de 1º grau II.



Fonte: Pesquisa

Observa-se a partir da produção do aluno236 (figura 157) que este conseguiu organizar o problema através da uma equação, interpretando corretamente os dados apresentados, e a partir deles, resolvendo as operações necessárias. Destaca-se que o aluno equacionou o problema, resolveu as transformações adequadamente, encontrando o valor do x e, a partir deste realizou as operações aritméticas necessárias para responder o problema. Considera-se que este problema exemplifica o crescimento do aluno em relação à interpretação e à busca de estratégias de resolução de uma situação problema.

A partir da análise do banco de dados e dos demais instrumentos de coleta de dados, considera-se que o aluno236 apresentou um baixo desempenho nos dois primeiros testes do nodo Resoluções de Equações de 1º grau II, porém no terceiro teste observou-se uma evolução no que diz respeito à interpretação e à resolução dos problemas apresentados.

No nodo **Situações Problemas** o aluno236 necessitou realizar três testes, sendo que nos dois primeiros obteve a nota 0,250 e no terceiro 0,803. Ressalta-se que o primeiro teste foi realizado no quarto encontro e o segundo e o terceiro teste foram feitos no quinto encontro. Assim, provavelmente o aluno realizou o estudo de recuperação somente do segundo para o terceiro teste. Nas figuras 158, 159 e 160, apresentam-se os bancos de dados dos testes realizados pelo aluno236.

Figura 158 - Banco de Dados do 1º teste do Nodo Situações Problemas

Nota: 0.250

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	2	false	356	(CEFET-PR) Num video game, o jogador tem certo número de aviões para brincar. No 1º minuto de jogo ele perdeu 2/5 de seus aviões e no 2º minuto perdeu 1/3 . Restaram 60 aviões. O número total de aviões no inicio do jogo era de:	0.100	0.100
1	1	false	274	3/4 da temperatura na Antártica certo dia em – 48°C. Qual era a temperatura local nesse dia?	0.100	0.100
2	2	false	442	Uma companhia turística organizou uma excursão da qual participaram 38 pessoas. O passeio custou R$ 28,00 para cada adulto, e as 16 crianças tiveram um desconto de 50%, ou seja, pagaram a metade do valor. Quanto foi o custo total dessa excursão?	0.100	0.100
3	1	false	408	A adição das idades de Luíza, Paulo e Fernanda resulta em 63 anos. Sabendo que a idade de Paulo é o dobro da de Luíza e que a de Fernanda é igual a metade da idade de Luíza. Qual a idade de Paulo?	0.100	0.100
4	2	true	429	Há algum tempo, se aprendia na escola que o rio Nilo, com seus cerca de 6695 km, era o maior rio do mundo. Pesquisas recentes mostram que o rio mais extenso do mundo é mesmo o rio Amazonas. Sabendo que a metade da diferença entre a extensão do rio amazonas e o rio Nilo é 86,5 km. Qual é a extensão do rio amazonas?	0.100	0.250

Fonte: Pesquisa

Figura 159 - Banco de Dados do 2º teste Nodo Situações Problemas

Nota: 0.250

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	2	false	512	Regina comprou dois frascos de essência: um de baunilha, com 48ml, e outro de damasco, com 34 ml. Ela usou essas essências para fazer 14 bolos, 7 de baunilha e 7 de damasco. Em cada bolo de baunilha usou 2 colheres de essência e em cada bolo de damasco usou 1 colher. Ao final, sobrou a mesma quantidade de essência nos dois frascos. Quantos ml de essência cabiam em uma colher?	0.100	0.100
1	2	true	369	Há algum tempo, se aprendia na escola que o rio Nilo, com seus cerca de 6695 km, era o maior rio do mundo. Pesquisas recentes mostram que o rio mais extenso do mundo é mesmo o rio Amazonas. Sabendo que a metade da diferença entre a extensão do rio amazonas e o rio Nilo é 86,5 km. Qual é a extensão do rio amazonas?	0.100	0.250
2	4	false	548	Uma prestadora de serviços telefônicos cobra um preço fixo por minuto em ligações locais a qualquer hora do dia. Reginaldo possui um plano em que paga R$ 24,90 pela linha e pode fazer somente ligações locais com direito a 200min por mês sem custo. Sabendo que a fatura deste mês foi de R$ 45,14 e que foram utilizados 453 minutos, quanto ele pagou por minuto local?	0.250	0.250
3	3	false	443	Uma companhia turística organizou uma excursão da qual participaram 38 pessoas. O passeio custou R$ 28,00 para cada adulto, e as 16 crianças tiveram um desconto de 50%, ou seja, pagaram a metade do valor. Quanto foi o custo total dessa excursão?	0.250	0.250
4	1	false	295	3/4 da temperatura na Antártica certo dia em – 48°C. Qual era a temperatura local nesse dia?	0.250	0.250
5	1	false	191	O tamanduá-bandeira é um animal que pode ser encontrado do cerrado da América Central à Argentina. Esse animal alimenta-se de pequenos insetos, que são capturados com sua língua de aproximadamente 40 cm. Se multiplicarmos a massa do tamanduá-bandeira por 3 e adicionarmos 84 kg, obtemos 174 kg. Qual a massa do tamanduá-bandeira?	0.250	0.250
6	2	false	285	A onça-pintada é um animal que pode ser encontrado do México à Argentina. Também chamada de canguçu, esse animal se alimenta de animais, como capivara, macaco e aves. Se multiplicarmos a massa da onça-pintada por 2 e subtrairmos 30, obteremos 198. Qual a massa da onça-pintada?	0.250	0.250

Fonte: Pesquisa

Figura 160 - Banco de Dados do 3º Teste Nodo Situações Problemas

Nota: 0.803

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes	Puntos después
0	2	true	440	Observe a figura abaixo e responda: Qual o valor pago pelos dois rolos para pintura?	0.100	0.280
1	4	false	455	Uma prestadora de serviços telefônicos cobra um preço fixo por minuto em ligações locais a qualquer hora do dia. Reginaldo possui um plano em que paga R$ 24,90 pela linha e pode fazer somente ligações locais com direito a 200min por mês sem custo. Sabendo que a fatura deste mês foi de R$ 45,14 e que foram utilizados 453 minutos, quanto ele pagou por minuto local?	0.280	0.280
2	2	true	423	Há algum tempo, se aprendia na escola que o rio Nilo, com seus cerca de 6695 km, era o maior rio do mundo. Pesquisas recentes mostram que o rio mais extenso do mundo é mesmo o rio Amazonas. Sabendo que a metade da diferença entre a extensão do rio amazonas e o rio Nilo é 86,5 km. Qual é a extensão do rio amazonas?	0.280	0.538
3	4	true	537	<math xmlns="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"> <mrow> <mtext>Numa pesquisa sobre a preferência entre três tipos de bolachas recheadas,</mtext> <mfrac> <mrow> <mn>2</mn> </mrow> <mrow> <mn>7</mn> </mrow> </mfrac> <mtext>das pessoas optaram pela marca A;</mtext> <mfrac> <mrow> <mn>1</mn> </mrow> <mrow> <mn>3</mn> </mrow> </mfrac> <mtext>pela marca B e 80 pessoas pela marca C. Quantas pessoas participaram da pesquisa?</mtext> </mrow> </math>	0.538	0.803

4	2	false	515	<math xmlns="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"> <mrow> <mtext> Um alpinista aceitou o desafio de escalar o maior pico das Américas, o Aconcágua. Durante a subida, enfrentou uma forte tempestade e, por medida de segurança, resolveu parar quando faltava</mtext> <mfrac> <mrow> <mn>3</mn> </mrow> <mrow> <mn>5</mn> </mrow> </mfrac> <mtext>do percurso total. Se ele tivesse conseguido subir mais 696 metros, teria chegado a metade do percurso. Qual é a altura desse pico?</mtext> </mrow> </math>	0.803	0.803
5	4	false	445	Uma companhia turística organizou uma excursão da qual participaram 38 pessoas. O passeio custou R$ 28,00 para cada adulto, e as 16 crianças tiveram um desconto de 50%, ou seja, pagaram a metade do valor. Quanto foi o custo total dessa excursão?	0.803	0.803
6	1	false	297	3/4 da temperatura na Antártica certo dia em – 48°C. Qual era a temperatura local nesse dia?	0.803	0.803
7	0	false	283	O tamanduá-bandeira é um animal que pode ser encontrado do cerrado da América Central à Argentina. Esse animal alimenta-se de pequenos insetos, que são capturados com sua língua de aproximadamente 40 cm. Se multiplicarmos a massa do tamanduá-bandeira por 3 e adicionarmos 84 kg, obtemos 174 kg. Qual a massa do tamanduá-bandeira?	0.803	0.803
8	4	false	293	A onça-pintada é um animal que pode ser encontrado do México à Argentina. Também chamada de canguçu, esse animal se alimenta de animais, como capivara, macaco e aves. Se multiplicarmos a massa da onça-pintada por 2 e subtrairmos 30, obteremos 198. Qual a massa da onça-pintada?	0.803	0.803

Fonte: Pesquisa

Dos três testes realizados pelo aluno236, selecionaram-se três questões para serem discutidas e analisadas, as quais passam a ser apresentadas nas figuras 161, 162 e 163.

Na figura 161, apresenta-se uma questão do nível básico, que esteve presente nos três testes realizados pelo aluno, sendo respondidas incorretamente nos três, indicando como resposta -36º C.

Figura 161 - Questão do teste adaptativo do Nodo Situações Problemas.

$\frac{3}{4}$ da temperatura na Antártica certo dia era – 48°C. Qual era a temperatura local nesse dia?
0) 36° C 1)-36° C 2) 64° C 3)-64° C 4)-48° C

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

A partir da resposta indicada pelo aluno, conjectura-se que este possa ter equacionado corretamente a questão, porém, provavelmente cometeu erros na aplicação do princípio multiplicativo. Entende-se que esta dificuldade se evidenciou, pois conforme Ponte, Branco e Matos (2009), quando as equações envolvem denominadores e também números inteiros as dificuldades dos alunos aumentam, uma vez que a maioria destes já apresentam dificuldades com esses aspectos na aritmética.

Na figura 162, apresenta-se uma questão do nível intermediário, que esteve presente nos três testes realizados pelo aluno236. Destaca-se que o aluno acertou a questão nos três testes, o que se pode considerar uma evolução, já que ele vinha apresentando dificuldades em questões que envolviam números racionais.

Figura 162 - Questão do teste adaptativo do Nodo Situações Problemas.

Há algum tempo, se aprendia na escola que o rio Nilo, com seus cerca de 6695 km, era o maior rio do mundo. Pesquisas recentes mostram que o rio mais extenso do mundo é mesmo o rio Amazonas. Sabendo que a metade da diferença entre a extensão do rio amazonas e o rio Nilo é 86,5 km. Qual é a extensão do rio amazonas?

0) 6 608, 5 km
1) 6 781,5 km
2) 6 868 km
3) 6 695 km
4) 6 886 km

Fonte: Adaptado de Ideias e Desafios, Dulce e Iracema, 2006.

Já a questão apresentada na figura 163 é do nível avançado e esteve presente no 3º teste realizado pelo aluno236, sendo respondida corretamente.

Figura 163 - Questão do teste adaptativo do Nodo Situações Problemas.

Observe a figura abaixo e responda: Qual o valor pago pelos dois rolos para pintura?


SHOW DAS TINTAS

Av. Damasco, 1015
CEP 96541-547 - Uberaba - MG
Tel./Fax (0xx84) 254-5458
CNPJ 41.875.025/0001-36
Insc. Est. 585.584-7

Nota Fiscal 12548-AT

Cliente: Cidalton Dias
Endereço: Rua Jundiaí, 412
Data da emissão: 19 de outubro de 2009
Vendedor: Carlos Santos

Quantidade	Produtos	Preço unit.	Valor Total
3	Lata 18 L tinta látex gelo	R$ 155,50	A
2	Galão 3,6 L esmalte sintético grafite	R$ 48,75	B
2	Rolo para pintura / lã de carneiro	D	C
		Total a pagar	R$ 593,00

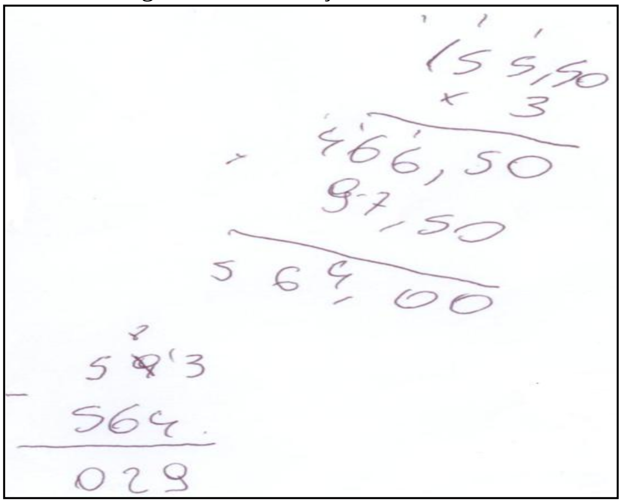
Fonte: RIBEIRO, Jackson. Projeto Radix Matemática. São Paulo: Scipione, 2010.

0) R$ 466,50
1) R$ 97,50
2) R$ 29,00
3) R$ 14,50
4) R$ 593,00

Fonte: Adaptado de Projeto Radix, Ribeiro, 2010.

Verificou-se a partir da produção do aluno236 que, para resolver a referida questão (figura 163), o estudante não chegou a uma equação formal, utilizou apenas operações aritméticas, conforme apresentado na figura 164.

Figura 164 - Produção do aluno236.



Fonte: Pesquisa

Considera-se positiva a estratégia utilizada pelo estudante, pois apesar de não utilizar uma equação formal, utiliza a noção de igualdade para resolver a situação, uma vez que manipula adequadamente os dados, assim como interpreta e responde corretamente.

Entende-se que o aluno apresentou um bom desempenho neste nodo. Nos dois primeiros testes, o aluno apresentou um baixo desempenho, porém acredita-se que não tenha realizado os estudos entre estes testes, já que os mesmos ocorreram em encontros diferentes. Como as questões deste nodo exigiam um nível de abstração maior por parte dos alunos, considera-se que o aluno236 apresentou uma evolução, buscou estratégias para resolver os problemas, utilizando os conceitos de igualdade e equação trabalhados ao longo dos estudos.

Apresentaram-se nesta seção os caminhos percorridos pelo aluno236 dentro do trabalho desenvolvido. Conforme já explicitado, o mesmo foi escolhido para ser analisado individualmente, pois necessitou realizar estudos de recuperação em todos os nodos. Outro aspecto que levou a ser analisado individualmente foi o empenho do aluno durante os encontros, assim como sua evolução durante o processo.

Quanto ao desempenho do aluno, entende-se que este apresentou uma evolução, principalmente no que se refere aos procedimentos de resolução das equações. Inicialmente o aluno cometia muitos erros ao utilizar as operações inversas, sendo que, foi possível, através das produções verificar que o mesmo aplicava procedimentos mecânicos do tipo "passar para um lado e para o outro", cometendo erros comuns como inversão de sinais e operações.

Apesar de ter mostrado uma evolução satisfatória, foi possível perceber que o aluno ainda apresenta dificuldades na resolução de questões que envolvem números racionais, assim como na aplicação da propriedade distributiva quando envolve números negativos.

Ao responder o questionário 2, o aluno mencionou que foi bom realizar o trabalho, pois ele refletiu em sala de aula. De fato, foi possível verificar que o aluno conseguiu melhorar seu desempenho, que, no 2º trimestre, foi de 44 e, no terceiro trimestre, 75. Apesar de, no último trimestre, não ser sido trabalhado somente o conteúdo de equações de 1º grau, foram desenvolvidos conteúdos nos quais o processo de resolução destas é necessário, como por exemplo, sistemas de equações de 1º grau. A partir dos dados apresentados e do desempenho do aluno236 no 3º trimestre, considera-se que a Sequência Didática Equações Eletrônica de 1º grau contribui para a recuperação de conteúdos, assim como para superação de dificuldades com este tema.

6.3 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA E A RECUPERAÇÃO DE CONTEUDOS – UMA ANÁLISE

Filatro (2009) pondera que todo o material produzido necessita de uma avaliação, que inclui considerações sobre a efetividade do que se produziu o que leva a apresentar considerações sobre Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau.

Com relação à escolha dos nodos (conceitos chave da Sequência), considera-se que foram pertinentes para o estudo das equações de 1º grau. Entende-se que o nodo Expressões Algébricas se constituiu em uma boa estratégia para iniciar os estudos, já que os professores dos alunos envolvidos tinham trabalhado esse aspecto em sala de aula, porém os estudantes ainda apresentavam dificuldades. Os materiais e atividades estruturadas para esse nodo contribuíram para os alunos compreenderem e se apropriarem com maior profundidade da linguagem algébrica. Avaliando o nodo entende-se que poderia ter sido aprofundado a noção de variável, o cálculo numérico das expressões, assim como um número maior de situações que envolvessem a propriedade distributiva, já que esta foi uma dificuldade marcante durante os estudos.

O nodo Igualdade e Equivalência foi um dos nodos que os alunos mais apresentaram dificuldades, o que pode ter ocorrido em função dos conceitos e dos princípios da igualdade não serem muito trabalhados pelos professores. Acredita-se que foi importante o desenvolvimento deste nodo, pois os alunos trabalharam bastante com a questão da igualdade o que, facilitou posteriormente na compreensão da noção de equação. Neste nodo, foi dada ênfase aos princípios aditivos e multiplicativos, inclusive com atividades envolvendo a analogia da balança de dois pratos. Considera-se que a metodologia adotada nesse nodo para apresentar os princípios se mostrou interessante, pois possibilitou aos alunos verificarem os procedimentos e como estes ocorrem, não apenas enunciando-os como regras práticas de resolução.

Conforme apresentado, o Conceito de Equação foi o nodo em que os alunos mais apresentaram dificuldades. Conjectura-se que as dificuldades podem ser advindas do fato de que os alunos, em geral, trabalham muito com os processos de resolução da equação e não na escrita das equações a partir de situações. Considera-se que os materiais de estudo e as atividades possibilitaram aos alunos compreender que a partir de uma situação pode-se chegar a uma equação, porém acredita-se que seria interessante para o estudo das equações, que fossem ampliadas nos materiais de estudos, situações problemas, as quais exigissem o equacionamento das mesmas.

O nodo Resolução de Equações de 1º grau I foi elaborado focado nos processos e técnicas de resolução das equações de 1º grau. Este nodo foi muito importante para a continuidade dos estudos em torno das equações de 1º grau, pois possibilitou aos alunos retomar as técnicas de resolução, assim como os procedimentos utilizados em torno destas. Ressalta-se que neste nodo a ênfase foi dada para a resolução através dos princípios aditivo e multiplicativo, o que se considerou importante, pois os alunos não utilizavam este método de resolução. Porém, entende-se que as operações inversas poderiam ser mais exploradas nos materiais e nas atividades, já que estas são bastante utilizadas pelos professores em sala de aula. Entende-se que as equações propostas e suas soluções apresentadas nos materiais e nas atividades contribuíram para os alunos retomarem e compreenderem os processos de resolução das equações.

No nodo Resolução de Equações de 1º grau II, assim como no nodo Resolução I, a ênfase foi nos processos e técnicas de resolução das equações de 1º grau, porém realizados a partir da resolução de problemas. Entende-se que a escolha de primeiro se retomar os processos de resolução de equações e após trabalhar com os problemas, os quais exigiam o equacionamento da situação, foi uma estratégia adequada para este estudo. Os alunos tiveram a possibilidade de compreender e superar as dificuldades referentes aos processos de resolução (operações envolvendo números inteiros e racionais, aplicação da propriedade distributiva e equivalência) para após trabalharem com os problemas. Considera-se que a forma que as situações problemas foram apresentadas no material de estudo, possibilitou aos alunos ampliarem as técnicas de resolução, assim como apresentar as equações em forma de problema.

O nodo Situações Problemas foi escolhido para fazer parte da Sequência, com o objetivo de possibilitar aos alunos aplicar os conhecimentos trabalhados ao longo de todo o estudo em situações problemas extramatemática, assim como em problemas mais elaborados que envolvessem e evidenciassem a compreensão dos alunos em torno das equações de 1º grau. Entende-se que esta estratégia foi valida, porém algumas situações problemas (problemas envolvendo números racionais) poderiam ser mais exploradas nos materiais e atividades, o que subsidiaria melhor o estudo.

Buscando investigar se a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau favoreceu a recuperação de conteúdos e a superação das dificuldades, realizou-se uma entrevista semiestruturada (Apêndice A) com os dois professores das turmas participantes da investigação. Nesta entrevista questionaram-se os professores sobre sua formação, as metodologias utilizadas no ensino das Equações de 1º grau, quais as principais dificuldades que estes observam no estudo deste tema e suas opiniões sobre o trabalho desenvolvido. Os dois professores possuem graduação em Matemática Licenciatura, especialização na área de Educação Matemática e experiência na Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio). Quando questionados sobre quais as metodologias utilizadas no ensino das equações de 1º grau, o professor A indicou que trabalha com a balança de dois pratos, explica as regras, ressaltando que se pode utilizar qualquer letra nas equações, porém declara que, utiliza somente o “x”. A professora B indica que trabalha com a balança de dois pratos, trabalha a Geometria junto com a Álgebra, a partir de problemas que envolvem perímetro. Em geral, o método utilizado para a resolução das equações é o das operações inversas. Os dois professores relataram utilizar a resolução de problemas no ensino de equações de 1º grau, assim como indicaram que não utilizam o laboratório de informática e nenhuma Tecnologia da Informação e Comunicação nas aulas.

Quando questionados sobre como desenvolvem a recuperação de conteúdos, os dois professores relataram que a recuperação ocorre mediante a realização de uma prova, também ocorrendo a partir da correção das provas e revisão da matéria para toda a turma. Perguntou-se, também, a opinião da proposta de recuperação de conteúdos através da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, a qual foi considerada por ambos como muito boa. O professor A ressalta que *“tudo que vem para ajudar na sala de aula é válido, o importante é eles estarem estudando e praticando*”. A professora B considera que a proposta foi “*muito boa, pois os alunos mudaram a postura deles em relação aos estudos.*” A partir das respostas positivas dos professores quanto ao trabalho desenvolvido, foi perguntado se estes trabalhariam com este tipo de proposta, os dois responderam que sim. O professor A, disse que tem interesse em utilizar a sequência se esta for disponibilizada. A professora B, demonstrou interesse em trabalhar com este tipo de proposta, porém ressalta que para que isso ocorra, teria que ter uma disponibilidade de horário.

Quando perguntados sobre se consideram que o trabalho desenvolvido refletiu em sala de aula, a resposta também foi positiva. O professor A ressaltou que "*teve reflexo sim, os alunos me contavam que estavam conseguindo realizar as atividades, e considero que se estão praticando, já é um aspecto positivo".* A professora B relatou que *"com o desenvolvimento do trabalho, os alunos mostraram uma mudança de postura em relação à matemática, e também na própria postura deles, adquiriram mais confiança, parecem ter gostado mais de fazer, acho que as figuras e a forma como é apresentado às coisas contribui para isso".*

Quando questionados sobre quais aspectos consideravam que os alunos tenham apresentado uma evolução em relação ao conteúdo das equações de 1º grau, indicaram que os alunos, em geral, melhoraram nos processos de resolução, na compreensão do conceito de equações e na resolução de problemas. O professor A ressalta que "*os alunos melhoraram na resolução de problemas, tanto que me questionaram: Professor não vamos resolver probleminhas iguais na aula de reforço?".* A professora B ressalta "*os alunos melhoram, acredito que compreenderam o conceito, a ideia da balança e as técnicas de resolução, mas ainda cometem erros, como de sinais, na propriedade distributiva e nas equações com frações, o que é normal, sempre cometem esse tipo de erros nas equações. Esses erros são também problemas que vem de antes".*

Buscando verificar se o trabalho desenvolvido refletiu no desempenho dos alunos nas provas e nos demais instrumentos de avaliação utilizados pelos professores foram solicitadas as notas do 3º trimestre dos alunos, para ser realizada uma comparação com as do 2º trimestre, que tinha sido utilizada como critério para os alunos serem indicados aos estudos de recuperação. As notas do 2º e 3º do trimestre estão disponíveis nos anexos A e B desta dissertação, porém, para destacar os alunos participantes da investigação, apresenta-se a tabela 3.

Tabela 3 - Notas dos alunos no 2º e 3º Trimestre

Aluno	2º Trimestre	3º Trimestre	Aluno	2º Trimestre	3º Trimestre
aluno201	50	50	**aluno227**	60	65
aluno202	55	81	**aluno229**	52	53

aluno203	50	51	**aluno230**	35	60
aluno205	55	57	**aluno236**	44	75
aluno210	48	81	**aluno239**	20	25
aluno212	43	31	**aluno243**	52	90
aluno213	35	84	**aluno244**	53	64
aluno216	42	65	**aluno246**	53	81
aluno220	42	35	**aluno247**	55	50
aluno223	50	30	**aluno248**	68	81
aluno226	50	57			

Fonte: Relatório de desempenho (ANEXO A e B).

A partir dos dados apresentados na tabela 3, pode-se identificar que 15 alunos melhoraram seu desempenho em relação às notas do 2º trimestre, ou seja, em torno de 72% dos alunos participantes do trabalho, o que se considera positivo, já que o conteúdo de Equações de 1º grau também fez parte das avaliações do 3º trimestre, assim como os conteúdos para os quais serviu de base, como, por exemplo, sistemas de equações de 1º grau. Destacam-se os alunos 202, 210, 213, 243 e 248, que elevaram significativamente seu desempenho, saíram de uma situação de baixo rendimento para uma ótima nota, acima de 80. A professora B, destacou o desempenho dos alunos 202, 210 e 213, que se encontravam em situação de possível reprovação devido as suas notas no 1º e no 2º trimestre, mas, no 3º trimestre conseguiram recuperar, chegando a aprovação. Segundo ela, "*os estudos realizados contribuíram bastante para esta a recuperação dos alunos*".

No que se referem aos alunos 212, 220 e 230, que pioraram seu desempenho no 3º trimestre em relação ao 2º trimestre, todos apresentaram um desempenho satisfatório no desenvolvimento desta investigação. O aluno212 não necessitou realizar os estudos de recuperação nos nodos Expressões Algébricas, Resolução de Equações de 1º grau I e II, nos demais nodos realizou as recuperações especificas e atingiu as médias estipuladas em no máximo três testes. Os aluno220 e 230 apresentaram um desempenho muito bom na realização dos testes adaptativos, necessitaram realizar estudos de recuperação, somente em dois nodos. Expressões Algébricas e Igualdade e Equivalência, no caso do aluno220, e Igualdade e Equivalência e Conceito de Equação, no caso do aluno230. Considera-se que estes alunos apresentaram um bom desempenho na realização do trabalho, assim como, na evolução dos estudos em torno das equações, porém percebe-se que, para estes alunos, o trabalho não contribuiu para melhorar seu desempenho nas avaliações regulares. Pondera-se também que há outros fatores que influenciam as notas e o desempenho dos alunos nas aulas regulares.

Entende-se que a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau auxiliou os alunos na superação das suas dificuldades em relação ao tema, já que conforme apresentado na tabela 3, a maioria destes melhorou seu desempenho no 3º trimestre. Porém percebe-se que algumas dificuldades ainda persistem, conforme relato dos professores. O trabalho possibilitou aos alunos a compreensão das equações como igualdade. Melhoraram na representação de situações através de equações, na utilização dos procedimentos para resolução, porém, em algumas resoluções ainda cometem erros, como desconsiderar os sinais na aplicação da propriedade distributiva e em equações que envolvem denominadores, o que conforme já explicitado, acredita-se que poderia ser mais explorado durante a Sequência.

A partir dos dados apresentados e das considerações realizadas por parte dos professores, em torno da aplicação da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, considera-se que essa possibilitou aos alunos a recuperação de conteúdos, pois foram disponibilizados materiais e atividades em torno das equações de 1º grau, com o objetivo de que os alunos retomassem conceitos e procedimentos nos quais apresentavam dificuldades durante as aulas, assim como aprofundassem seus conhecimentos em torno deste tema. Esses materiais e atividades foram estruturados buscando estratégias diferenciadas das normalmente desenvolvidas em sala de aula, conforme indicado pela LDB (1996), assim como, buscou-se uma alternativa que permitisse que cada um, estudasse somente o conceito em que apresentasse dificuldade, estratégia esta, possibilitada pela utilização do SIENA.

Nesse contexto, considera-se que a Sequência Didática das Equações de 1º grau, favoreceu a recuperação de conteúdos e a superação das dificuldades em torno das equações de 1º grau, mesmo que não em todos os aspectos, mas nas questões fundamentais, houve uma melhora satisfatória. Considera-se também, que o trabalho contribuiu para a ampliação do conhecimento dos alunos em torno deste tema, assim como possibilitou a superação das dificuldades no que se refere ao conceito de equação, aplicação das operações inversas e dos princípios aditivos e multiplicativos, ou seja, obteve uma melhora nos processos de resolução das equações, assim como na resolução de problemas envolvendo equações de 1º grau.

CONCLUSÃO

A realização do presente trabalho possibilitou investigar questões epistemológicas, didáticas e metodológicas em torno das equações de 1º grau, bem como recursos advindos das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), disponíveis para a construção de uma Sequência Didática Eletrônica sobre as Equações de 1º grau, a qual favorecesse a recuperação de conteúdos e a superação individualizada das dificuldades neste tema.

Considerando os aportes teóricos articulados em torno da questão desenvolveu-se a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau, na qual foram utilizados testes adaptativos, materiais de estudos, objetos de aprendizagem, jogos e atividades em *softwares*, *online* e vídeos. Desde o início trabalhava-se com a conjectura de que estes elementos, articulados, poderiam constituir caminhos que possibilitassem aos alunos, com dificuldades no tema, a ampliação e aprofundamento de seus conhecimentos, assim como, a superação das dificuldades.

Para o desenvolvimento da Sequência Didática Eletrônica a pesquisadora necessitou aprofundar e aprimorar seus conhecimentos em torno das TIC, uma vez que todos os materiais de estudo, assim como as atividades no *software* JClic, foram produzidos pela pesquisadora. A constituição dos materiais foi um ponto que necessitou muita dedicação e atenção dentro da investigação, pois foi necessário articular questões teóricas, didáticas e metodológicas com o uso das TIC, buscando alternativas para que estes materiais viessem a servir de base para o aprendizado e superação das dificuldades. A utilização do Design Instrucional foi um elemento muito importante na construção destes materiais, pois possibilitou a pesquisadora compreender os elementos necessários para a constituição de materiais para um aprendizado *online*, assim como, quais as etapas a serem desenvolvidas.

Ainda, para a constituição das Sequências Didáticas Específicas foi necessário realizar uma busca nos objetos de aprendizagem, vídeos e atividades *online* disponíveis, já que somente os materiais construídos pela pesquisadora não eram suficientes, e o entendimento era de que trabalhos deste tipo devam contemplar uma diversidade de materiais. Quanto à disponibilidade e acessos a estes, considera-se que existem recursos para serem utilizados, porém para encontrá-los é necessário realizar pesquisas muito detalhadas e dirigidas, o que por vezes, pode se constituir em uma dificuldade de acesso. Assim, ressalta-se a necessidade e importância da produção e disponibilização de materiais e recursos, para que os professores possam utilizar em sala de aula. Nesse sentido pretende-se encontrar uma forma de disponibilizar a Sequência Didática Eletrônica desenvolvida nesta investigação, para que possa ser utilizada pelos professores como uma alternativa para a recuperação de conteúdos, podendo, ainda, ser incorporada e adaptada ao processo de ensino e aprendizagem das Equações de 1º grau.

Destaca-se como pontos positivos da Sequência Didática Eletrônica desenvolvida, a forma de apresentação do conteúdo, utilizando ambientes e agentes pedagógicos para realizar a retomada dos conceitos e procedimentos das Equações de 1º grau, bem como, as atividades diversificadas utilizadas. Entende-se que um ponto a ser aprimorado e ampliado dentro das Sequências Didáticas Específicas, seja a construção de materiais de estudos mais interativos, nos quais, os alunos possam também, neste momento, percorrerem caminhos diferenciados.

Considera-se que o desenvolvimento da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau junto ao grupo de alunos foi muito positiva, pois estes demonstraram interesse e se envolveram ativamente no estudo da Sequência. Foi possível perceber que o resultado do trabalho refletiu em sala de aula, conforme relatado pelos professores titulares, assim como, pelo desempenho apresentado pelos alunos no trimestre do desenvolvimento do trabalho, no qual, dos vinte e um alunos que participaram da investigação, quinze melhoraram seu desempenho (nota) em relação ao trimestre anterior. Outro fato que merece destaque é a participação e disponibilidade dos professores e da escola onde a investigação foi realizada, todos demonstraram interesse e foram receptivos ao trabalho que estava sendo desenvolvido, o que favoreceu o ambiente de trabalho.

Ressalta-se, também, como ponto positivo evolução dos alunos no próprio desenvolvimento da Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau. A partir dos dados obtidos por meio dos instrumentos de pesquisa à luz dos referenciais estudados, foi possível produzir uma análise, sobre esta evolução, da qual passam a ser destacados os principais resultados.

Os alunos apresentaram bom desempenho no nodo Expressões Algébrico não apresentando grandes dificuldades em representar, algebricamente, uma situação dada. Neste nodo a dificuldade se mostrou mais presente na manipulação e simplificação das variáveis, cometendo erros comuns de adição ou subtração de termos não semelhantes, dificuldade esta que foi sendo superada no decorrer dos estudos.

No nodo Igualdade e Equivalência, os alunos apresentaram grandes dificuldades, principalmente no que se refere a manter a igualdade, a partir da propriedade distributiva. Conjectura-se que essas dificuldades também podem estar relacionadas a dificuldades trazidas das operações e propriedades aritméticas, assim como, a falta de compreensão dos conceitos de igualdade e equivalência, sendo estes, em geral, pouco explorados no ensino de Equações de 1º grau.

Outro nodo que os alunos apresentaram bastantes dificuldades foi no Conceito de Equação, neste nodo os alunos teriam que expressar através de uma equação as situações dadas. No 1º teste realizado pelos alunos somente dois alunos passaram, o que evidência a dificuldade dos mesmos. Entende-se que estas dificuldades podem estar ligadas ao fato do ensino de equações ser muito focado nos processos de resolução, sendo o conceito da equação pouco trabalhado. Outro fator refere-se à dificuldade de interpretação dos dados aliado a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica. Percebe-se que, a partir dos estudos, os alunos compreenderam o conceito de equação como sendo uma igualdade entre duas expressões, porém, ainda em alguns momentos, não conseguiam expressar corretamente situações postas em equações. Entende-se que pela dificuldade apresentada e em alguns momentos não superadas, o Conceito de Equação seja um ponto que se deva ser mais explorado e aprimorado dentro da Sequência Didática, a fim de proporcionar mais oportunidades para a superação das dificuldades dos alunos.

Já no nodo Resolução de Equações de 1º grau I, que tratava especificamente dos processos de resolução das equações de 1º grau, os alunos apresentaram uma grande evolução. Observou-se no primeiro teste realizado pelos alunos, que os principais erros cometidos se tratavam da aplicação incorreta dos princípios aditivo e multiplicativo (adição, subtração, multiplicação ou divisão incorreta de termos), ou aplicação incorreta das operações inversas, assim como na transposição incorreta de termos e na aplicação da propriedade distributiva. Estes erros, em sua maioria, foram sendo superados a partir da realização dos estudos, porém ainda, observou-se que a dificuldade com a aplicação da propriedade distributiva, principalmente quando a multiplicação é realizada por um número negativo, ainda permaneceu.

A evolução dos alunos nos processos de resolução das Equações de 1º grau, refletiu no nodo seguinte, no qual os alunos apresentaram um bom desempenho na resolução dos problemas. Os alunos apresentaram maiores dificuldades, nos problemas que envolviam números racionais no coeficiente da incógnita, assim como, quando a eram apresentados problemas que envolviam partes e todo número desconhecido.

Entende-se que no nodo Situações Problemas os alunos, em geral, apresentaram um bom rendimento. Em torno da metade dos alunos não necessitou realizar recuperação ou realizou os estudos e já no segundo teste atingiu um desempenho satisfatório, o que evidencia uma evolução, considerando que este nodo contemplou situações problemas intra e extramatemática, o que exige um nível maior de compreensão dos conceitos e procedimentos em torno das equações de 1º grau.

A partir dos dados e da análise realizada, considera-se que os resultados obtidos durante a investigação foram satisfatórios. As Sequências Didáticas Específicas, assim como, os testes, possibilitaram aos alunos evoluírem no estudo das Equações de 1º grau, caracterizando que houve uma recuperação de conteúdo, assim como a superação de determinadas dificuldades. Esta evolução não se refere somente as notas obtidas pelos alunos, mas sim pelo fato que, após os estudos, deixaram de cometer erros de procedimentos ou erros conceituais que vinham apresentando. Porém, conforme já destacado, algumas dificuldades ainda persistem, como a aplicação da propriedade distributiva quando há o envolvimento de números negativos, "regras de sinais" e equações com números racionais. Destaca-se que se pretende aprimorar a Sequência desenvolvida, buscando complementar os materiais e atividades no que se refere a estas dificuldades, assim como nos demais aspectos ressaltados nesta investigação.

Assim, a partir da análise de dados e das considerações apresentadas ao longo deste trabalho, entende-se que o mesmo alcançou os objetivos propostos, sendo que a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau favoreceu na recuperação de conteúdos, assim como na superação das dificuldades dos alunos, na medida em que possibilitou uma retomada de conceitos e procedimentos.

Cabe destacar, que o Sistema Integrado de Ensino e Aprendizado (SIENA) foi um importante elemento dentro da investigação, uma vez que este viabilizou a Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau como uma proposta de recuperação individualizada de conteúdos. O sistema, por suas funcionalidades, permite que os alunos estudem somente os conceitos em que apresentam dificuldades, possibilitando que a recuperação de conteúdos ocorra respeitando as especificidades de cada aluno. A partir destes caminhos percorridos por cada aluno, o SIENA permite ao professor realizar um acompanhamento individualizado, podendo identificar as dificuldades, facilidades e estratégias utilizadas por cada aluno, se constituindo, então, em uma ferramenta que pode auxiliar o professor no seu trabalho e na busca de estratégias para atender as especificidades dos alunos.

Espera-se que trabalhos como o desenvolvido nesta investigação, assim como os demais desenvolvidos com o SIENA, abram caminhos para que a recuperação de conteúdos possa ser repensada; que esta possa de fato ocorrer, que deixe de acontecer somente uma recuperação de notas, através de provas, ou uma recuperação realizada para todos os alunos, não considerando as dificuldades individualizadas. Considera-se que a recuperação de conteúdos deve ocorrer paralelamente ao desenvolvimento dos conteúdos, sendo progressivamente superadas as lacunas e dificuldades apresentadas, devedo-se buscar estratégias que permitam aos alunos superar suas dificuldades e não rever todo o conteúdo novamente da mesma forma que foi visto anteriormente.

Espera-se que a Sequência Didática Eletrônica desenvolvida nesta investigação, sirva de inspiração e reflexão para pesquisas futuras, já que se tem o entendimento que a metodologia utilizada pode ser adaptada a qualquer conteúdo.

A realização da investigação possibilitou reflexões e considerações não só sobre os resultados obtidos na pesquisa, mas também, oportunizou a pesquisadora a mergulhar neste universo das Equações de 1º grau e da Álgebra. A partir destes estudos, entende-se que o trabalho com a Álgebra deva começar desde os anos iniciais, onde seja proporcionado aos estudantes o enfrentamento de situações que permitam o desenvolvimento do pensamento algébrico, concordando com o que pesquisadores da área da Educação Matemática (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009; LINS; GIMENEZ, 1997) que já indicam. Acredita-se que com um trabalho gradual ao longo dos anos, no 7º ano do Ensino Fundamental onde, via de regra, se inicia um trabalho efetivo com a Álgebra, os estudantes já estarão familiarizados com aspectos da linguagem e simbologia próprias da área, com o enfrentamento de situações que envolvam a observação de regularidades, a existência de números, valores ou termos desconhecidos, bem como as formas de representações dessas situações. Assim, o estudo das expressões algébricas e das equações se torna parte de um processo que tem, nesse ano, uma continuidade e não um início.

No que se refere ao ensino das Equações de 1º grau, acredita-se que este não deve ter sua ênfase somente nos processos de resolução de equações. O trabalho com o conceito de equação, amparado nas ideias de igualdade e equivalência, permite o estabelecimento de processos de resolução, não havendo a necessidade de se estabelecer de forma arbitrária regras e técnicas de resolução. Com esta visão, a utilização de situações problemas no ensino de equações se torna indispensável, pois é no enfrentamento dessas situações, na busca da interpretação e equacionamento das mesmas é que os estudantes têm oportunidade de mobilizar noções, conceitos e procedimentos próprios da Álgebra que, articulados, levam as soluções pretendidas.

Diante disto, observa-se que a Álgebra e as Equações de 1º grau são temas amplos e ainda muito ricos para pesquisas, tanto no que se refere aos processos de ensino e aprendizagem, como as dificuldades encontradas pelos alunos, as relações entre a Álgebra e a Aritmética, assim como a transição entre o pensamento aritmético e algébrico.

REFERÊNCIAS

ALCALÁ, M. **La construción del lenguaje matemático**. Barcelona, Biblioteca Uno, 1ª Ed, 2002.

ARAÚJO, V. R. N.; CARDOSO, E. F. M. Interferências pedagógicas na superação de dificuldades da aprendizagem matemática. **UNIrevista**, Vol. 1, nº 2, abr.2006.

BACHA, M. L.; MALUF, M. C.C. **Promoção e Recuperação**. Brasília: Departamento de Documentação e Divulgação, 1974.

BARBOSA Jr, A. T. **Ambientes virtuais de Aprendizagem: um estudo de caso no Ensino Fundamental e Médio**. f.111. Dissertação (mestrado em ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2009.

BELTRAME, J. T.; BIANCHINI, B. L. **Concepções da Álgebra nos Livros Didáticos: a necessidade de uma inter-relação para o desenvolvimento do pensamento algébrico.** In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM). São Paulo. 2008,

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G.. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte, Autêntica, 3ª ed., 2003.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.

_______, Senado Federal. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, 1996.

_______, Senado Federal. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, 1971.

_______, Senado Federal. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, 1961.

_______, Senado Federal. Constituição Federal de 1988.

CELSO, N.; DUARTE, J. **Dificuldades na resolução de equação do 1° grau.** Igarassu: 2009.

COLL, C. **Psicologia e Currículo**. São Paulo: Ática, 1997.

COSTA, D. R. **Métodos estatísticos em testes adaptativos informatizados.** 2009. 107 f. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática 7º ano.** 3ª. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DOLZ, J. SCHNEUWLY, B. **Gêneros orais e escritos na escola.** Campinas: Mercado das Letras, 2004.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Campinas: UNICAMP, 2004.

FERNANDES, B. J. T. **Segmentação e Classificação de Padrões Visuais Baseadas em Campos Receptivos e Inibitórios.** Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2009.

FILATRO, A. **Design Instrucional na prática.** São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009.

FILHO, J. A. C. et al. **Quando objetos digitais são efetivamente para aprendizagem: o caso da matemática**. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE), 2008, Fortaleza - CE. Anais do XIX SBIE. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2008. v. 1. p. 583-592.b.

FILHO, J. C. S.; GAMBOA, S. S. (org.). **Pesquisa Educacional: quantidade-qualidade**. 3ª ed. São Paulo: Cortez, 2000.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â.; MIGUEL, A. Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim SBEM-SP. Ano 4 - nº 7. 1992.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.L. P. e CRISTOVÃO, E.M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** 2005. Disponível em**:** http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/.../Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc. Acesso em 10/10/12.

FREITAS, J. L. M. Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. **Educação Matemática**: **uma introdução.** 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002, 65-87.

FREITAS, M. A. **Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. 2002.

GARBI, G. G. **O Romance das Equações Algébricas.** 3ª Edição. São Paulo. Makron Books, 2010.

GROENWALD, C. L. O.; KAIBER, C.; MORA, C. D. Perspectivas em Educação Matemática. **Acta Scientiae (ULBRA)**, Canoas v. 6, p. 37-55, 2004.

GROENWALD, C. L. O.; MORENO, L. Formação de Professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. **Acta Scientiae**, Canoas, v.8, n.2, jul./dez, 2006.

GROENWALD, C. L. O.; MORENO, L. **Informática e Recuperação de Conteúdos: uma Experiência em Matemática. Anais do IV CIEM**. Canoas: ULBRA, 2007.

GROENWALD, C. L. O.; ZOCH, L. N.; HOMA, A. I. R. **Integrando seqüências didáticas e o uso de tecnologias de ensino eletrônico com o conteúdo de análise combinatória**. **Anais do X EGEM**. Ijuí: UNIJUÍ, 2009.

GROENWALD, C. L. O. **Incorporando as Tecnologias na Sala de Aula de Matemática**. In: Conferencia Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife. Anais da XIII Conferencia Interamericana de Educação Matemática, 2011.

KAMPFF, J. et al. **Novas Tecnologias e Educação Matemática**. In: X workshop de informática na escola e XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Bahia. 2004 Disponível em: http://www.cinted.ufrgs.br/renote/nov2004/artigos/a12_tecnologias_matematica.pdf> Acessodo em: 28/03/2011.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Artimética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas: Papirus, 1997

LEMOS, A. V.; M., A. B. ; SEIBERT, T. E. **Atividades didáticas de Matemática com o software JClic.** In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife. Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011.

LEMOS, A. V. et al. **Multiplicação nos Números Naturais: uma experiencia no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA)**. In: Seminário Estadual de Pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática, 2011, Canoas. Anais do Seminário Estadual de Pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática, 2011.

MACHADO, J. L. A. **Recuperação Escolar: Qual a efetividade deste procedimento?** São Paulo, 2010. Disponível em: http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=1352. Acesso em 30/04/2011.

MARANHÃO, M. C. S. A. **Expressões, equações e inequações: pesquisa, ensino e aprendizagem**. Anais do IX ENEM. Belo Horizonte:UNI-BH, 2007.

MELARA, R.; SOUZA, O. A. **O Ensino de Equações do 1º Grau com significação: uma experiência prática no ensino fundamental.** Paraná, 2008. Disponível em**:** http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2457-8.pdf. Acessado em 27/04/2011.

MIANI, M. **Matemática no plural.** 6ª série**.** 1ª Ed. São Paulo: IBEP. 2006.

MORENO, L. et al. **Hacia un Sistema Inteligente basado en Mapas Conceptuales Evolucionados para la Automatización de un Aprendizaje Significativo.** Aplicación a la Enseñanza Universitaria de la Jerarquía de Memoria**.** XIII Jornadas de Enseñanza Universitaria de la Informática.Teruel, 2007.

MORI, I.; ONAGA, D. S. **Matemática: Ideias e Desafios**. 6ª série. 14ª ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

PEREIRA, M. A. **Ensino-Aprendizagem em um contexto dinâmico – o caso de planejamento de transporte.** Tese (Doutorado): Escola de Engenharia de São Carlos da USP. 2005.

POLYA, G. A. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

PONTE, J.P. **Tecnologias de informação e comunicação na educação e na formação de professores: Que desafios para a comunidade educativa?.** Tecnologias em educação: Estudos e investigações (Actas do X Colóquio da AFIRSE, pp. 89-108). Lisboa: Universidade de Lisboa, Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação. 2001

PONTE. J. P. **Números e álgebra no currículo escolar**. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Eds.), Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE, 2006;

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico. Lisboa**, 2009. Disponível em: area.dgidc.mindu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf. Acessado em 20/09/2011.

PROJETO ARARIBÁ. **Matemática.** 7º ano. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2007.

QUEIROZ, D. T. et al. **Observação participante na pesquisa qualitativa.** Rio de Janeiro, 2007.

RIBEIRO, A. J. **Equação e seus multisignificados no ensino de matemática: contribuições de um estudo epistemológico**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. 2007

________. Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP.. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2001.

_________. A noção de Equação e suas diferentes concepções: uma investigação baseada em aspectos históricos e epistemológicos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 2, p. 70-86, 2009.

RIBEIRO, J. S. **Projeto Radix: matemática.** 7º ano. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2009.

RIO GRANDE DO SUL, Conselho Estadual de Educação. Parecer 740/99. **Orientações para o Sistema Estadual de Ensino**, 1999.

SARAIVA, M. J., PEREIRA, M.; BERRINCHA, R. **Sequências e Expressões Algébricas: Aprendizagem da resolução de Equações a partir de Igualdades Numéricas.** Lisboa, 2010. Disponível em: www.apm.pt/files/_Materiais_Sequencias_e_Equacoes_-27Nov2010_4cfc0d6a04497.pdf. Acessado em: 03/02/2012.

SÃO PAULO, Conselho Estadual de Educação. Parecer 05/98. **Conceito de recuperação**. 1998.

SILVA, T. M. M.; COSTA, B. M. G. **Dificuldades de aprendizagem no ensino da matemática do 6° ano em relação à equação do primeiro grau.** Anais 62ª Reunião Anual da SBPC. Natal: UFRN, 2010

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Alberto P. **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VALLADARES, L. Os dez mandamentos da observação participante. **Revista Brasileira de Ciências Sociais.** vol. 22 nº.63 São Paulo:2007

VALENTE, J. A. **Formação de profissionais na Área de informática em educação.** UNICAMP, 1995.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Entrevista Semiestruturada com os Professores

Nome: **Idade:**

1) Qual sua formação?

- Graduação/ano
- Pós-graduação
- Formações continuadas – últimos 3 anos

2) Há quanto tempo está lecionando?

- EF
- EM
- EJA

3) Quais tuas experiências com turmas do 7º do ensino fundamental?

4) Como normalmente desenvolve o conteúdo de equações de 1º grau?

- utiliza quais metodologias?

5) Na sua prática com as equações de 1º grau procura trabalhar com resolução de problemas?

6) Quais as principais dificuldades dos alunos com o conteúdo equações de 1º grau?

7) Você costuma utilizar o laboratório de informática nas suas aulas?

8) Você utiliza algum tipo de Tecnologia nas suas aulas, como por exemplo: software, jogos *online*, entre outros?

9) Como você realiza a recuperação de conteúdos?

10) O que você acha desta proposta de recuperação de conteúdos?

11) Você trabalharia com este tipo de proposta?

12) Você considerou que houve algum reflexo do trabalho em sala de aula?

13) Quais aspectos você considera que os alunos tenham melhorado?

14) Se a sequência fosse disponibilizada para utilizar você usaria?

APÊNDICE B – Questionário para os alunos

ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E EXTENSÃO
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Instrumento de pesquisa para a para dissertação **Recuperação de conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação sobre equações de 1º grau** do Projeto Observatório da Educação do Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

Ficha de Perfil de alunos

Nome da escola:

Nome do aluno:

Idade: **Sexo:** **Ano escolar/Série:**

Repetente? Sim ( ) Não ( )

Se repetente, em qual série/ano e disciplina?

Utiliza computador com qual frequência? ( ) nunca ( ) às vezes ( ) sempre

Se utiliza computador, para quais atividades?

Seu professor de Matemática utiliza o Laboratório de Informática? Sim ( ) Não ( )

Já realizou alguma atividade de Matemática no Laboratório de Informática? Sim ( ) Não ( )

Qual a sua opinião sobre o trabalho desenvolvido?

Quais as dificuldades encontradas no trabalho desenvolvido?

APÊNDICE C - Sequência Didática Eletrônica Equações de 1º grau

APÊNDICE D – Questões dos Testes Adaptativos

APÊNDICE E – Avaliação da Sequência Didática pelos professores

AVALIAÇÃO PROFESSOR - 1

Ficha de avaliação de sequência didática para a pesquisa Recuperação de conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação sobre equações de 1º grau.

Andrielly Viana Lemos

Classifique os itens abaixo de 1 a 5, sendo 1 (péssimo), 2 (ruim), 3(regular), 4(bom) e 5 (excelente).

Nodos	**Apresentação (layout)**	**Conteúdo**	**Metodologia**	**Exemplos**	**Atividades JCilc**
Expressões Algébricas	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
Igualdade e Equivalência	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
Conceito de Equação de 1º Grau	**5**	**4**	**5**	**5**	**5**
Resolução de Equações de 1º Grau	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
Equações Equivalentes e Fracionárias	**5**	**4**	**5**	**5**	**5**
Situações Problemas	**5**	**4**	**5**	**5**	**5**

Análise detalhada:

Nodos	**Pontos Positivos**	**Pontos Negativos**	**Sugestões**
Expressões Algébricas	- apresentação muito boa; - deixa uma motivação para descobrir qual será a próxima atividade- questões claras;		

Igualdade e Equivalência	- apresentação muito boa; - deixa uma motivação para descobrir qual será a próxima atividade- questões claras;		
Conceito de Equação de 1º Grau	- apresentação muito boa; - deixa uma motivação para descobrir qual será a próxima Atividade - questões claras	- sendo umas das ideias iniciais para o ensino de equação as questões poderiam de um grau menor de dificuldade para que a introdução fique bem clara e sólida, dando base para os próximos nodos	- o nível das questões
Resolução de Equações de 1º Grau	- apresentação muito boa; - deixa uma motivação para descobrir qual será a próxima Atividade - questões claras		
Equações Equivalentes e Fracionárias	- apresentação muito boa; - deixa uma motivação para descobrir qual será a próxima Atividade - questões claras	- as equações fracionárias apresentam um grau de dificuldade geral para os alunos, poderia ter sido um nodo só para ele.	- sempre se envolve a ideia de fração junto com qualquer outro assunto matemático, gera muita dúvida e dificuldades, por esse motivo um nodo a parte.
Situações Problemas	apresentação muito boa; - deixa uma motivação para descobrir qual será a próxima	- muitas questões de nível avançado.	- alternar os níveis de aprendizagem do nodo, começar pelo básico até chegar no avançado

	Atividade - questões claras		

Comentários Gerais:

- nas questões de conceito diminuir o grau de dificuldade;

- poderia ter feito um nodo só com equações fracionárias, onde os alunos tem muita dificuldade.

- nas questões de situação problemas os níveis de dificuldade poderiam ser menores para melhor entendimento dos alunos.

- quando sugeri que o nodo de equações fracionárias seja separado de qualquer outro assunto, repenso que a ideia de equivalência completa a resolução de equações fracionárias. A ideia de equivalência perpassa por todos os nodos de equações, já que usamos esse conceito para encontrar os resultados de todas as equações.

AVALIAÇÃO PROFESSOR – 2

Ficha de avaliação de sequência didática para a pesquisa Recuperação de conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação sobre equações de 1º grau.

Andrielly Viana Lemos

Classifique os itens abaixo de 1 a 5, sendo 1 (péssimo), 2 (ruim), 3(regular), 4(bom) e 5 (excelente).

Nodos	Apresentação (layout)	Conteúdo	Metodologia	Exemplos	Atividades JCilc
Expressões Algébricas	**4**	**4**	**4**	**4**	**3**
Igualdade e Equivalência	**4**	**4**	**4**	**4**	**3**
Conceito de Equação de 1º Grau	**4**	**4**	**4**	**4**	**3**
Resolução de Equações de 1º Grau	**4**	**3**	**4**	**4**	**3**
Equações Equivalentes e Fracionárias	**4**	**4**	**4**	**4**	**2**
Situações Problemas	**4**	**3**	**4**	**3**	**2**

Análise detalhada:

Nodos	Pontos Positivos	Pontos Negativos	Sugestões
Expressões Algébricas	**Layout e metodologia**	**Poucas atividades**	
Igualdade e Equivalência	**Layout e metodologia**	**Poucas atividades**	
Conceito de Equação de 1º Grau	**Laytou**	**Poucas atividades**	
Resolução de Equações de 1º Grau	**Metodologia**	**Pouco material manipulativo**	**Explorar jogos online**
Equações Equivalentes e Fracionárias		**Poucas atividades**	**Ampliar atividades no JCLIC**

Situações Problemas	**Metodologia**	**Poucas atividades**	**Ampliar exemplos e atividades** **Página online de problemas são muito difíceis em relação aos trabalhos**

Comentários Gerais:

Pontos positivos e negativos são similares em todos os nodos;

- Nodo um, janela um, o balão de indicação de diálogo é de pensamento.

- Ampliar atividades do JClic e revisar as atividades (português e erro nas respostas); rever atividades de preencher lacunas.

- Explorar jogos online (Site NLVM);

- Filmar com o cantasia explicações e colocar na porta de entrada

- Diálogos que se passam na mesma lâmina podem não ser percebidos se o aluno estiver mais atento à figura do que a leitura.

AVALIAÇÃO PROFESSOR – 3

Ficha de avaliação de sequência didática para a pesquisa Recuperação de conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação sobre equações de 1º grau.

Andrielly Viana Lemos

Classifique os itens abaixo de 1 a 5, sendo 1 (péssimo), 2 (ruim), 3(regular), 4(bom) e 5 (excelente).

Nodos	**Apresentação (layout)**	**Conteúdo**	**Metodologia**	**Exemplos**	**Atividades JClic**
Expressões Algébricas	**4**	**5**	**4**	**5**	**3**
Igualdade e Equivalência	**3**	**5**	**4**	**4**	**NÃO TINHA**
Conceito de Equação de 1º Grau	**4**	**5**	**4**	**5**	**3**
Resolução de Equações de 1º Grau	**4**	**4**	**4**	**5**	**NÃO TINHA**
Equações Equivalentes e Fracionárias	**4**	**4**	**4**	**4**	**Não consegui visualizar.**
Situações Problemas	**5**	**5**	**5**	**5**	**Não consegui visualizar.**

Análise detalhada:

Nodos	**Pontos Positivos**	**Pontos Negativos**	**Sugestões**
Expressões Algébricas	*** O conteúdo é apresentado de forma acessível;** *** Exemplos claros.**	*** O JClic não funcionou;**	*** Criar um link ao final da apresentação que direcione à próxima porta;** *** Criar uma alternativa no caso de o JClic não funcionar.**

Igualdade e Equivalência	*** Os jogos com balanças estão bem interessantes.**	*** O layout está um pouco infantilizado;**	*** Criar um link ao final da apresentação que direcione à próxima porta.**
Conceito de Equação de 1º Grau	*** A retomada de conceitos e a apresentação de um novo conceito foi abordado de forma bem acessível.**	*** O JClic não funcionou;**	*** Criar um link ao final da apresentação que direcione à próxima porta.**
Resolução de Equações de 1º Grau	*** O conteúdo foi bem abordado.**		*** Rever o slide 34 da porta 1;** *** Criar um link ao final da apresentação que direcione à próxima porta;** *** Não consegui visualizar o Scratch.**
Equações Equivalentes e Fracionárias	*** Gostei de também haver revisão sobre MMC.**	*** No exercício do quadro, o item “c” sofre modificações no decorrer dos slides (slides 2, 3 e 7);** *** Rever o slide 6 da porta 3: a forma como é desenvolvida a equação pode gerar dúvidas;**	*** Rever o slide 7 da porta 1 (conceito de resolução);** *** O jogo poderia estar em português;** *** Criar um link ao final da apresentação que direcione à próxima porta.**
Situações Problemas	*** Achei ótima a retomada geral dos**	*** Há engano nos slides 14 e 15 da**	*** Criar um link ao final da apresentação**

	conteúdos; *** Muito bom o fato de se escrever os passos de para a resolução de um problema, assim o aluno pode retomar e comparar com o que já tem conhecimento.**	**porta 1, pois menciona a 3ª prestação como R$2 e, em seguida, como R$20. Além disso, equaciona com o número 2 e, em seguida, com o número 20;**	**que direcione à próxima porta.**

Comentários Gerais:

Achei a sequência bem interessante, bem pensada. Uma revisão de conceitos e conteúdos é sempre bem vinda, ainda mais com alunos com dificuldades na compreensão.

Como essa sequência aborda o conteúdo de Álgebra, também faz-se importante que seja mantido um tipo de raciocínio ao longo das atividades, sob o risco do aluno acabar por confundir-se e gerar ainda mais dúvidas.

AVALIAÇÃO PROFESSOR – 4

Ficha de avaliação de sequência didática para a pesquisa Recuperação de conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação sobre equações de 1º grau.

Andrielly Viana Lemos

Classifique os itens abaixo de 1 a 5, sendo 1 (péssimo), 2 (ruim), 3(regular), 4(bom) e 5 (excelente).

Nodos	Apresentação (layout)	Conteúdo	Metodologia	Exemplos	Atividades JClic
Expressões Algébricas	**4**	**5**	**4**	**5**	**3**
Igualdade e Equivalência	**4**	**5**	**5**	**4**	**-**
Conceito de Equação de 1º Grau	**4**	**5**	**4**	**5**	**3**
Resolução de Equações de 1º Grau	**4**	**4**	**4**	**5**	**-**
Equações Equivalentes e Fracionárias	**4**	**4**	**5**	**4**	**4**
Situações Problemas	**5**	**5**	**5**	**5**	**4**

Análise detalhada:

Nodos	Pontos Positivos	Pontos Negativos	Sugestões
Expressões Algébricas	*** A forma como o conteúdo é apresentado é boa, os exemplos são claros.**		
Igualdade e Equivalência	*** A apresentação dos princípios de igualdade através de situações foi bem interessante, já que tem uma interatividade com os**		

	alunos.		
Conceito de Equação de 1º Grau	*****		
Resolução de Equações de 1º Grau	***Retomar os vários métodos de resolução é sempre interessante, assim o aluno escolhe qual utilizar.**		
Equações Equivalentes e Fracionárias			
Situações Problemas	*** A ideia de retomar como resolver um problema passo a passo;**		

Comentários Gerais:

Entendo que a sequência está muito boa, já que realiza uma revisão de forma detalhada e propondo atividades diferentes.

AVALIAÇÃO PROFESSOR - 5

Ficha de avaliação de sequência didática para a pesquisa Recuperação de conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação sobre equações de 1º grau.

Andrielly Viana Lemos

Classifique os itens abaixo de 1 a 5, sendo 1 (péssimo), 2 (ruim), 3(regular), 4(bom) e 5 (excelente).

Nodos	**Apresentação (layout)**	**Conteúdo**	**Metodologia**	**Exemplos**	**Atividades JCilc**
Expressões Algébricas	**4**	**3**	**4**	**3**	**3**
Igualdade e Equivalência	**4**	**4**	**4**	**3**	**3**
Conceito de Equação de 1º Grau	**4**	**4**	**4**	**3**	**3**
Resolução de Equações de 1º Grau	**4**	**4**	**4**	**3**	**3**
Equações Equivalentes e Fracionárias	**4**	**4**	**4**	**3**	**3**
Situações Problemas	**4**	**4**	**4**	**3**	**3**

Análise detalhada:

Nodos	**Pontos Positivos**	**Pontos Negativos**	**Sugestões**
Expressões Algébricas			
Igualdade e Equivalência			
Conceito de Equação de 1º Grau			

Resolução de Equações de 1º Grau			
Equações Equivalentes e Fracionárias			
Situações Problemas			

Comentários Gerais: olhei e li o teu trabalho, nos balões da história é de quem esta pensando e não de um diálogo.

Também o jogo online está muito difícil para o nível que tu estruturaste o trabalho e no jclik poderia aprofundar mais e ter mais opções de resposta

AVALIAÇÃO DO PROFESSOR – 6

Ficha de avaliação de sequência didática para a pesquisa Recuperação de conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática com uso das Tecnologias da Informação e Comunicação sobre equações de 1º grau.

Andrielly Viana Lemos

Classifique os itens abaixo de 1 a 5, sendo 1 (péssimo), 2 (ruim), 3(regular), 4(bom) e 5 (excelente).

Nodos	**Apresentação (layout)**	**Conteúdo**	**Metodologia**	**Exemplos**	**Atividades JCilc**
Expressões Algébricas	**4**	**5**	**4**	**5**	**IA***
Igualdade e Equivalência	**4**	**5**	**4**	**3**	**IA**
Conceito de Equação de 1º Grau	**5**	**5**	**5**	**5**	**IA***
Resolução de Equações de 1º Grau	**4**	**3**	**3**	**5**	**IA***
Equações Equivalentes e Fracionárias	**5**	**3**	**4**	**4**	**IA***
Situações Problemas	**5**	**5**	**5**	**4**	**IA***

*Impossível Avaliar, não consegui visualizar.

Análise detalhada:

Nodos	**Pontos Positivos**	**Pontos Negativos**	**Sugestões**
Expressões Algébricas	**→Boa explanação do conteúdo abordado.** **→Exemplos claros.**	**Porta Número 1** **→Na tela 12 e 15 há duas referencias para camisetas, onde o correto é camiseta e bermuda;** **→Jclic não funcionou (portas**	**→Fazer um link entre as portas e o final da apresentação número 1** **→**

		2 e 4)	
Igualdade e Equivalência	**→ Atividades utilizando a balança.**	**→Os desenhos não estão concernentes a um 7º ano.**	**→As atividades poderiam ser um pouco mais "maduras"**
Conceito de Equação de 1º Grau	**→Muito bom**		**→Sugiro rever o slide 6 da porta 3**
Resolução de Equações de 1º Grau	**→Muito Bom**	**→Não abriu o scratch.**	**→Rever slide 34 e 35 da porta 1**
Equações Equivalentes e Fracionárias		**→Dedução da resolução de uma das equações (slide 7)** **→ Os valores do ítem c, nos exercícios sugeridos no material de estudo (o que essas equações tem em comum), observar na trajetória dos slides** **→Na porta 3 sugiro rever o método de resolução da equação, creio**	**→Sugiro rever o conceito de resolução de uma equação** **→O jogo não está claro.**

		que geraria uma confusão conceitual no aluno, na forma como está apresentada.	
Situações Problemas	➔ **Bom material de apoio online**	**➔Há um erro no slide 14 (R$2,00)**	

Comentários Gerais:

Os seis nodos referem-se ao desenvolvimento de um importante pensamento matemático, o pensamento algébrico. Suas atividades possibilitam uma revisão dos conceitos já vistos e, algumas, permitem um *feedback.* É importante, sobretudo, ter uma unicidade nas explicações conceituais e nas diferentes representações dos objetos matemáticos apresentados para não gerar um desenvolvimento errôneo do pensamento algébrico.

Algumas atividades, contudo, parecem-me um pouco infantilizadas para a faixa etária dos alunos de 7º ano que encontramos na realidade. Sugiro que seja revisto este aspecto.

ANEXOS

ANEXO A – Notas dos Alunos no 2º Trimestre

AVALIAÇÕES DO 2º TRIMESTRE DISCIPLINA: Matemática 7º ano A

		05	05	10	10	30	30	90	90	10	
Nº	ALUNO(A)	Acc	Acc	ACC	ACC	ASC	ASC	NP	R	AE	NT
1	ADRIANO DELAZARI	NIC	04	03	07	06	02	22	Zero	03	25
2	ALINE BUFFON BASSO	05	05	08	08	26	17	69	72	07	79
3	ALINE GARCIA SANTOS	05	05	01	06	22	05	44	45	08	53
4	AMANDA ANDRIATA DA SILVA	05	05	08	08	30	21	77	74	08	85
5	AMANDA DA SILVA DIAS	04	05	04	03	22	06	44	18	06	50
6	AMANDA GOMES PEREIRA DAVID	04	05	03	06	23	15	56	56	06	62
7	ANA CAROLINA MACHADO DA SILVA	05	05	07	05	19	15	56	65	07	72
8	ARTHUR DOS SANTOS MARTINS	04	01	05	07	NIC	05	22	63	06	69
9	CLAUDIANE DA SILVA	02	05	06	05	18	02	38	47	08	55
10	DANIELLA GALVÃO DOS SANTOS	05	05	Zero	05	20	09	44	20	06	50
11	DRIELI DA ROSA MARQUES	04	05	06	07	24	08	54	47	06	60
12	FELIPE DORNELLES	05	05	04	06	28	12	60	56	08	68
13	GABRIELA ALMEIDA MAIA	03	Zero	03	05	07	09	27	05	04	31
14	GABRIELLY KEROLAIN ILHA DE ALMEIDA	04	04	02	03	20	15	48	27	05	53
15	GLAUCIA CANDIDA DE OLIVEIRA	05	04	03	09	21	06	48	18	07	55
16	IGOR LUCIANO PEREIRA TEIXEIRA	04	04	07	07	25	NIC	47	27	03	50
~~17~~	~~JADE DE SOUZA NUNES~~	NIC			06	NIC					
18	JULIA ALBRECHT DE ABREU	NIC	03	05	08	06	Zero	22	29	06	35
19	JULY DE DEUS PADILHA	05	05	Zero	07	26	15	58	47	06	64
20	KESLLY CORUJO DA SILVA	03	02	05	07	17	06	40	56	06	62
21	KETLIN ALESSANDRA PETRI	05	05	05	07	NIC	09	31	29	05	36
22	KETLYN MIRIELLI DOMINGUES SCHMIDT	05	05	06	05	09	17	47	20	09	56
23	KEVIN MACHADO MOURA	04	05	05	08	24	11	57	52	05	62
24	LEONARDO ORTIZ SONNEBORN	05	05	09	07	26	23	75	56	06	81
25	LEONARDO ROSA DE MELO	02	03	07	06	14	08	40	27	08	48
26	LETÍCIA LIMA DE PAULA	04	04	03	08	18	09	46	38	06	52
27	LUCAS MICAEL DE SOUZA	05	05	02	05	28	15	60	47	08	68
28	MARCELO LEAL SCHIMITZ	05	05	01	10	21	14	56	47	08	64
29	MARCELY DA SILVA LEAL	04	05	NIC	05	04	03	21	Zero	04	25
30	MAYARA REINHEIMMER MORAES	NIC	02	08	09	08	03	30	16	08	38
31	NATHALIA AWDREY KENES	03	05	02	06	16	03	35	18	08	43
32	NATHALIA NEVES BONACHESKI	NIC	02	04	07	07	09	29	18	06	35
33	NIKOLY GABRIELE DA SILVA	05	05	08	09	20	12	59	20	09	69
34	RODRIGO WILLIAM DOS SANTOS KRAUSE	02	02	03	08	28	12	55	56	07	63
35	TAINARA ANDRIELE DE CARVALHO SANTOS	05	05	06	02	16	12	46	20	09	55
36	THAMIRES CORREIA	03	03	07	06	22	03	44	34	08	53
37	VINICIUS FERREIRA DE AZEVEDO	04	05	09	05	12	06	41	65	08	73
38	WELLINGTON BUENO NUNES	05	05	02	09	21	11	53	34	07	60
39	WILLIAM DIAS DA SILVA	04	04	NIC	10	28	06	52	29	05	57
40											
41											
42											
43											
44											
45											

ACC - Tabuada - 5 pts - 18/07/12
ACC - Tabuada - 5 pts - 14/08/12
ACC - Trabalho - 10 pts - 07/08/12
ACC - Trabalho O. M - 10 pts - 30/06/12
ASC - Prova 1 - 30 pts - 13/07/12
ASC - Prova 2 - 30 pts - 17/08/12

ACC: avaliação com consulta (total 30 pontos) – ASC: avaliação sem consulta (total 60 pontos) – NP: nota parcial (acc+asc= 90 pontos) – R: recuperação (total 90 pontos) – AE –avaliação de empenho (10 pontos) – NT: nota trimestral (total 100 pontos)

AVALIAÇÕES DO 2º TRIMESTRE **DISCIPLINA:** Matemática **7º ano B**

Nº	ALUNO(A)	05 ACC	05 ACC	10 ACC	10 ACC	30 ASC	30 ASC	90 NP	90 R	10 AE	NT
1	ALAN SPICH	05	05	04	05	17	Zero	36	45	06	51
2	AMANDA ALVES GARCIA	03	04	10	03	29	21	70	/	10	80
3	CHRISTIAN MARIA DOS REIS	05	05	08	07	30	26	81	/	04	85
4	EDUARDA MARQUES DE MOURA	01	03	07	07	13	17	48	54	06	60
5	EVELIN NATALIA RODRIGUES CEZAR	03	03	08	08	06	06	34	18	08	42
~~6~~	~~FRANCIELE FRANÇA MACIEL~~		NIC		03	NIC					
7	GABRIEL RODRIGUES NAZZARI	05	05	NIC	02	15	11	38	27	08	46
8	GILMARA VARGAS SCHICHT	NIC	03	04	05	NIC	NIC	12	NIC	04	16
~~9~~	~~INAJAIRA RAMIRES DIAS~~		NIC		NIC	NIC					
~~10~~	~~JHENIFER TORMA PINHEIRO~~		NIC		NIC	NIC					
11	JULIANA MARIA GLOGNES DE CAMARGO	05	04	04	08	23	09	53	72	06	78
12	KATLYN DE OLIVEIRA WEIRICH	04	04	08	03	24	09	52	54	07	61
13	KAUANA PRADO PEREIRA	05	05	10	10	30	14	74	/	08	[illegible]
14	KEHOMA TEIXEIRA MACHADO	02	NIC	08	10	26	15	61	72	08	80
15	KELLY SILVEIRA DE VARGAS	04	05	08	08	18	12	55	72	08	80
16	KETLYN DA SILVA SOUZA	03	05	04	09	19	NIC	[illegible]	18	06	46
17	LUANA ELOI CORREA	04	04	04	07	21	15	55	63	05	68
18	LUIZ RAFAEL SANTOS MAGALHAES	05	04	05	08	21	17	60	81	08	89
~~19~~	~~LUIZA HELENA SILVA LEOTE~~		NIC		NIC	NIC					
20	MAICON LEONARDO DA COSTA CARDOSO	04	05	08	07	11	18	53	27	04	57
21	MARCELO HENRIQUE SILVA PAIM	05	05	04	07	22	03	46	45	04	50
~~22~~	~~MARCO ANTONIO CAVALCANTI BEZERRA~~		NIC		06	NIC					
~~23~~	~~MATHEUS DANIEL FALEIRO~~		NIC		NIC	NIC					
24	MELLANYE EDUARDA FIRMINO	04	05	09	03	16	06	43	27	04	47
25	MILENA DO AMARANTE MOREIRA	05	05	07	10	19	21	67	54	04	71
26	NATHALIA VELEDA DA ROSA	05	02	04	06	02	12	31	36	06	42
27	RANIERI VIEIRA MARQUES	05	05	05	06	28	15	64	45	06	70
~~28~~	~~ROBINSON MACHADO RIOS~~				05						
29	STELA BEATRIZ PEREIRA DA SILVA	04	NIC	03	05	NIC	15	27	45	06	51
30	STHEFANI DE JESUS MARTINS	02	05	03	10	22	NIC	42	63	06	69
31	STHEFANI DORNELES MONDIM	04	03	09	08	10	17	51	45	05	56
32	TAINARA MENDES DA SILVA	05	05	04	07	25	12	58	63	08	71
33	THAINNA DE SOUZA FLORIANO	04	04	08	06	23	11	56	63	05	68
34	VINICIUS PEREIRA QUADROS	NIC	NIC	NIC	NIC	NIC	NIC	NIC	NIC	03	10
35	VITORIA SKREBSKI LEAL	02	03	08	03	21	15	52	36	08	60
36	WELLIAN DA LUZ BIBIANO	02	05	05	06	28	09	55	63	05	68
37											
38											
39											
40											
41											
42											
43											
44											
45											

ACC - Tabuada - 5 pts - 20/08/12
ACC - Tabuada - 5 pts - 16/07/12
ACC - Trabalho - 10 pts - 08/08/12

ACC - Trabalho O.M. - 10 pts - 22/0[illegible]
ASC - Prova 1 - 30 pts - 13/07[illegible]
ASC - Prova 2 - 30 pts - 13/08 [illegible]

ACC: avaliação com consulta (total 30 pontos) – ASC: avaliação sem consulta (total 60 pontos) – NP: nota parcial (acc+asc= 90 pontos) – R: recuperação (total 90 pontos) – AE –avaliação de empenho (10 pontos) – NT: nota trimestral (total 100 pontos)

AVALIAÇÕES DO ..II... TRIMESTRE **DISCIPLINA:..Matemática..7º ano C**

Nº	ALUNO(A)	30 21/6 ACC	30 7/8 ACC	60 20/8 ASC	NOTA 90 28/8 ASC	90 NP	90 R	10 AE	NT
1	ANA PAULA ARRUDA DE OLIVEIRA	4	Zero	6	18	42	50	8	50
2	ANDERSON DOS SANTOS MARTINS	15	6	12	34	36	43	7	50
3	BRUNA JACKES GUICONE	16		TRANSF					
4	DARA FERNANDA WEBER MACHADO		18	6	32	32	40	8	40
5	EDUARDO DE ANDRADE CANABARRO	4	12	18	38	38	46	8	60
6	EMELYN MUNIZ OLIVEIRA	25	24	30	63	57	65	-8	65
7	EVELYN CRISTINA SILVA DA SILVA	21	18	12	47	41	50	8	50
8	GABRIEL DA ROSA LANES	4	30	42	80	54	62	8	80
9	GABRIEL LAMB GOMES	21	30	18	56	56	64	8	64
10	GUILHERME BROCKER MENEGUZZO	4	12	18	37	37	45	-7	45
11	GUILHERME STANIEKI ANGONESE	16	24	24	56	56	64	8	64
12	INGRID NATIELE GONÇALVES DOS SANTOS	5	6	6	20	20	30	8	30
13	IRIAN GABRIELE RODRIGUES LUCAS	–							
14	JAQUELINE FRANCIELE LOUREIRO DE OLIVEIRA	4	6	6	20	20	[illegible]	8	30
15	MAYCON ANDRÉ CUNHA CORREA	Zero	18	Zero	30	26	35	8	35
16	MAYCON RICHARD GOMES	5		30	43	[illegible]	[illegible]	8	51
17	NICOLAS RICARDO OLIVEIRA DE MORAES	25	30	42	[illegible]	[illegible]	82	5	82
18	PAMELA TEIXEIRA CARDOSO	21	24	24	[illegible]	[illegible]	64	8	64
19	PAULA MAIARA ROCHA LACERDA	21		12	41	41	50	8	50
20	RAISSA SILVA OSORIO	4	6	Zero	[illegible]	18	30	8	30
21	STEFANI ANDRADE DA COSTA	16		6	36	30	40	-8	50
22	VITORIA ARIANE LIMA DA CUNHA		12	24	44	54	52	8	62
23	VITORIA LUIZA DE SOUA	4	24	36	68	68	76	-8	76
24	WELISON DA SILVA MORAES	25	12	36	45	45	53	8	53
25	WELLINGTON LEANDRO DIAS	4	30	18	56	56	64	8	64
26	WILLIAM RODRIGUES NOGUEIRA	25		12	45	45	53	8	53
27	YURI SOUZA CARDOSO	4	6	18	32	32	40	8	40
28	Luis Felipe	4	24	30	62	62	70	8	70
29	Iriom	16	Zero	Zero	24	24	32	8	32
30	João Vitor		Zero	Zero	Dez	Dez	Dez		Dez
31	Luiza Helena			Zero	Dez	Dez	Dez		Dez
32	Renato		18	18	46	47	55	8	55
33									
34									
35	Foi feito trabalho com os alunos para								
36									
37	aumentar as notas dos alunos que								
38									
39	tiveram menos que 40.								
40									
41									
42									
43									
44									
45									

ACC: avaliação com consulta (total 30 pontos) – ASC: avaliação sem consulta (total 60 pontos) – NP: nota parcial (acc+asc= 90 pontos) – R: recuperação (total 90 pontos) – AE –avaliação de empenho (10 pontos) – NT: nota trimestral (total 100 pontos)

AVALIAÇÕES DO .... TRIMESTRE DISCIPLINA:........................... 7º ano D

		30	30	60					
		9/10	30/10	13/11	......	90	90	10	
Nº	ALUNO(A)	ACC	ACC	ASC	ASC	NP	R	AE	NT
1	ALANA DA ROSA FRANÇA	/	/			–			
2	ALANIS FOCHING	20	22	48		78	90	10	CEM
3	ANA LUCIA ALVES DE ANSELMO	13	9	33		55	50	10	60
4	ANA PAULA BRESSAN DA SILVA		19			30			
5	ANDREWS CEZAR TEIXEIRA DA ROSA	20	17	44		70	60	10	80
6	BRUNA ANTONELLI TRZUSKOUSKI	8	Zero	5		20	–	6	26
7	CAROLINA SILVA DA SILVA	6	8	–		20	–	6	26
8	CRISTOPHER SOBRERA PADILHA	6	22	15		45	45	8	53
9	EDUARDA GOMES FERREIRA	16	12	20		45			
10	GABRIEL ELIAS BORGES BRASIL	9	14	30		54	72	8	80
11	GABRIELA PRATES PARANHOS	/	/	/		–			
12	GABRIELE AZEREDO MENDES	14	14	10		34	45	10	55
13	GREGORY ESTEVES TEIXEIRA MALTA	5	Zero	5		20	5	10	30
14	GUILHERME SANTOS DA SILVA	9	22	30		60	55	5	65
15	HALAX FLORIANO DOS PASSOS	/	/	/		–			
16	IVO JÚNIOR DORNELLES DE ARAUJO	11	11	20		40	51	9	60
17	JACKSON FERNANDES PACHECO	19	13	36		63	78	7	85
18	JULIANA HOLDE DA SILVA	11	8	–		25			
19	JULIANO PEREIRA BONKEVICH	19	25	34		60	72	8	80
20	KALEBE PINTO CORREA	11	21	15		45	25	5	50
21	LETICIA VELASQUES VIANA	9	8	26		40	45	5	50
22	LINIKER THAMIRES ALVES FERREIRA					–			
23	PRISCILA BRANCO DE SOUZA	3	13	25		35	45	5	50
24	STEPHANE DE ARAUJO FAGUNDES	16	25	36		70	90	10	CEM
25	TATIELY DA SILVA CORREA	Zero	8	5		20	21	9	30
26	THALIA FERREIRA SIQUEIRA	–	–	5		10	36	9	45
27	VITORIA BITENCOURT GARCIA		Zero	5		15	10	8	23
28	WILLIAM SANTOS DE VARGAS						72	8	80
29	~~MICHELE DA SILVA MOTA~~ TR	/	/			–			
30	MATHEUS DANIEL FALEIRO								
31	WILLIAM ISMAEL PORCELA FERREIRA		24	44		75	45	5	75
32	Julia	/	/						
33	Erik	6	9	36		55	35	5	60
34	Natchely	Zero	Zero	5		15	5	5	20
35									

AVALIAÇÕES DO II TRIMESTRE DISCIPLINA Matemática 7º ano E

Nº	ALUNO(A)	ACC	ACC	ASC	ASC	NP	R	AE	NT
		30	30	60	90				
		25/6	6/8.	20/8	27/8	90	90	10	
1	ABNER POSCHI ESPINOZA	8	Zero	12	9	30	20	- 8	30
2	ANA CAROLINE MONTEIRO BARBOSA	9		18	32	27		8	40
3	BRUNA DANIELI ERTLE DE MOURA	Zero	18	18	18	44	30	+ 8	44
4	BRUNO ANGELIN TALIN	18	18	18	45	44	52	8	52
5	BRUNO GRABALSKI VIEGAS								
6	CAROLINA SOUZA FERREIRA	16	12	48	45	70	53	+ 8	70
7	CHRISTIAN DE OLIVEIRA MARTINS	16	30	42	63	80	71	+ 9	80
8	DANIELLE DA SILVA MONTEIRO	13	24	30	54	63	63	- 9	63
9	ERIK GUIMARAES DA SILVA	5	18	30	36	60	44	+ 10	60
10	GABRIEL DE OLIVEIRA COSTA		18	24	72	50	80	+ 9	8[illegible]
11	GABRIEL JOHAN SARAIVA								
12	GABRIEL MARTINS DA SILVA	4	6	12	36	26	44	+ 8	44
13	GUILHERME BRANCO DE VARGAS	16	6	12	27	26	35	[illegible] 8	[illegible]5
14	JÉSSICA ROCHA FLORES	12	Zero	24	44	NF	[illegible]	8	44
15	KAUANI ADRIELI MACEDO COSTA	20	12	42	54	70	6[illegible]	+ [illegible]	70
16	KETLEN LETÍCIA DOS SANTOS PEREIRA	Zero	18	30	45	[illegible]	55	+ 10	60
17	KETULIN FLAVIA KISSEL	18							
18	LALINE WALTER SOUZA	16	18	24	63	[illegible]	71	8	71
19	LILIANA MENEZES GONÇALVES	12	24	[illegible]	[illegible]	76	82	+ 10	82
20	LUIZ CARLOS SCHNEIDER SERAFINI	26	30	18	[illegible]0	66	CEM	+ 10	CEM
21	MATHEUS TAVARES DE ANDRADE	9	[illegible]	18	9	40	20	- 8	40
22	MONICA DA SILVA D'AVILA	[illegible]	Zero	12	54	32	62	+ 8	62
23	ROBSON RENI FERREIRA	Zero	Zero	6	Zero	20	20	8	20
24	SANDY RODRIGUES SILVA	Zero	12	18	45	40	53	- 8	53
25	VANDERSON SANTOS PADILHA	9	Zero	6	27	23	35	-+ 8	35
26	NATALIA DA SILVA PEREIRA	Zero	Zero	30	72	40	80	+ 8	80
27	LETÍCIA SILVIA ALVES	NF	18	NF	45	53	NF	8	53
28	Thainá		6	6	NF	20	32	8	40
29	Richard		6	12	63	26	71	+ 8	71
30	Pablo	4					TRANSF		
31	Nathalie		Zero	Zero	9	20	30	+ 8	30
32	Franciele		6	6	54	20	62	+ 8	62
33	[illegible]								Dez
34									
35									

Foi apresentado um trabalho da semana da Pátria 4/9

Foi feito um trabalho em grupo para melhorar as notas 3/9

DOS alunos que tiveram menos que 40.

ANEXO B - Notas dos Alunos no 3º Trimestre

AVALIAÇÕES DO 3º TRIMESTRE DISCIPLINA: Matemática 7º ano A

		05	05	10	10	30	30	90	90	10	
Nº	ALUNO(A)			ACC	ACC	ASC	ASC	NP	R	AE	NT
1	ADRIANO DELAZARI	04	04	NIC	02	03	NIC	13	NIC	03	16
2	ALINE BUFFON BASSO	05	05	Zero	05	21	20	56	60	07	67
3	ALINE GARCIA SANTOS	05	05	06	05	12	16	49	57	07	64
4	AMANDA ANDRIATA DA SILVA	05	05	08	10	27	30	85	75	06	81
5	AMANDA DA SILVA DIAS	04	05	06	04	NIC	06	25	05	05	30
6	AMANDA GOMES PEREIRA DAVID +2	05	04	02	03	09	15	40	45	05	50
7	ANA CAROLINA MACHADO DA SILVA	05	05	10	10	15	11	56	60	06	66
8	ARTHUR DOS SANTOS MARTINS	01	01	Zero	01	15	25	43	75	06	81
9	CLAUDIANE DA SILVA	04	05	08	06	Zero	15	38	75	06	81
10	DANIELLA GALVÃO DOS SANTOS +2	04	05	04	08	09	15	47	45	04	51
11	DRIELI DA ROSA MARQUES	05	05	06	09	21	11	57	60	06	66
12	FELIPE DORNELLES	05	05	08	04	24	27	73	60	07	80
13	GABRIELA ALMEIDA MAIA	03	01	04	03	01	02	14	15	05	20
14	GABRIELLY KEROLAIN ILHA DE ALMEIDA	04	03	06	03	12	15	43	60	05	65
15	GLAUCIA CANDIDA DE OLIVEIRA	04	05	06	05	13	15	48	26	09	57
16	IGOR LUCIANO PEREIRA TEIXEIRA	05	NIC	02	01	NIC	25	38	NIC	05	38
17	~~JADE DE SOUZA NUNES~~										
18	JULIA ALBRECHT DE ABREU	NIC	02	Zero	04	03	07	16	15	04	20
19	JULY DE DEUS PADILHA	NIC	05	08	07	18	15	53	45	07	60
20	KESLLY CORUJO DA SILVA	Zero	01	02	09	13	15	40	15	06	46
21	KETLIN ALESSANDRA PETRI	NIC	05	NIC	03	04	13	25	NIC	05	30
22	KETLYN MIRIELLI DOMINGUES SCHMIDT	05	04	Zero	07	03	10	29	15	08	37
23	KEVIN MACHADO MOURA	05	05	Zero	04	18	16	48	68	04	72
24	LEONARDO ORTIZ SONNEBORN	05	05	06	03	06	15	40	60	07	67
25	LEONARDO ROSA DE MELO +2	03	04	08	10	21	20	68	75	06	81
26	LETÍCIA LIMA DE PAULA	05	03	08	09	18	20	63	53	06	69
27	LUCAS MICAEL DE SOUZA	05	03	Zero	02	05	11	26	75	06	81
28	MARCELO LEAL SCHIMITZ	05	05	04	08	15	25	62	75	06	81
29	MARCELY DA SILVA LEAL	05	03	04	02	03	11	25	15	06	34
30	MAYARA REINHEIMMER MORAES	03	01	02	07	06	15	34	48	04	52
31	NATHALIA AWDREY KENES	03	03	Zero	04	03	15	28	15	03	31
32	NATHALIA NEVES BONACHESKI	05	02	08	07	25	15	62	75	09	84
33	NIKOLY GABRIELE DA SILVA	05	03	02	06	15	20	51	60	08	68
34	RODRIGO WILLIAM DOS SANTOS KRAUSE	03	05	08	09	06	25	56	90	08	98
35	TAINARA ANDRIELE DE CARVALHO SANTOS	05	05	02	07	20	05	44	49	09	58
36	THAMIRES CORREIA +1	02	05	08	10	09	06	41	75	06	81
37	VINICIUS FERREIRA DE AZEVEDO	NIC	05	04	02	09	30	50	60	05	65
38	WELLINGTON BUENO NUNES	05	05	02	03	01	15	31	45	05	50
39	WILLIAM DIAS DA SILVA	04	03	06	01	07	10	31	53	05	58
~~40~~											
41											
42											
43											
44											
45											

AVALIAÇÕES DO 3º TRIMESTRE DISCIPLINA: Matemática. 7º ano B

		5	5	10	10	30	30	90	90	10	
Nº	ALUNO(A)			ACC	ACC	ASC	ASC	NP	R	AE	NT
1	ALAN SPICH	05	05	06	04	21	17	58	90	05	95
2	AMANDA ALVES GARCIA	05	04	06	08	18	27	68	75	08	83
3	CHRISTIAN MARIA DOS REIS	05	05	06	08	18	30	72	90	05	95
4	EDUARDA MARQUES DE MOURA	05	02	10	05	18	24	64	60	04	68
5	EVELIN NATALIA RODRIGUES CEZAR +2	05	05	08	04	12	NIC	36	60	05	65
~~6~~	~~FRANCIELE FRANÇA MACIEL~~										
7	GABRIEL RODRIGUES NAZZARI	05	05	08	06	21	25	70	60	06	76
8	GILMARA VARGAS SCHICHT	NIC	NIC	NIC	NIC	NIC	NIC	Zero	NIC	Zero	Zero
~~9~~	~~INAJAIRA RAMIRES DIAS~~										
~~10~~	~~JHENIFER TORMA PINHEIRO~~										
11	JULIANA MARIA GLOGNES DE CAMARGO	04	04	08	06	18	10	50	60	05	65
12	KATLLYN DE OLIVEIRA WEIRICH	04	05	08	06	22	27	72	45	06	78
13	KAUANA PRADO PEREIRA	05	05	10	09	06	15	50	60	06	66
14	KEHOMA TEIXEIRA MACHADO	05	04	10	09	21	NIC	49	60	07	67
15	KELLY SILVEIRA DE VARGAS	03	05	06	09	15	24	62	75	06	81
16	KETLYN DA SILVA SOUZA	05	03	10	02	21	30	71	75	04	79
17	LUANA ELOI CORREA	05	04	06	05	03	15	33	75	06	81
18	LUIZ RAFAEL SANTOS MAGALHAES	05	04	08	05	21	25	68	NIC	07	75
~~19~~	~~LUIZA HELENA SILVA LEOTE~~ TR										
20	MAICON LEONARDO DA COSTA CARDOSO	05	04	01	02	NIC	20	32	60	03	63
21	MARCELO HENRIQUE SILVA PAIM	05	05	06	03	15	20	54	45	04	58
~~22~~	~~MARCO ANTONIO CAVALCANTI BEZERRA~~										
~~23~~	~~MATHEUS DANIEL FALEIRO~~ TR										
24	MELLANYE EDUARDA FIRMINO	03	05	04	05	03	06	26	30	05	35
25	MILENA DO AMARANTE MOREIRA	05	05	06	04	19	27	66	90	03	93
26	NATHALIA VELEDA DA ROSA +2	04	02	04	07	06	05	30	13	05	35
27	RANIERI VIEIRA MARQUES	05	05	10	04	21	22	67	90	05	95
~~28~~	~~ROBINSON MACHADO RIOS~~										
29	STELA BEATRIZ PEREIRA DA SILVA	04	05	10	07	13	25	64	NIC	03	67
30	STHEFANI DE JESUS MARTINS	04	05	06	04	15	15	49	45	06	55
31	STHEFANI DORNELES MONDIM	05	01	08	07	20	10	51	60	05	65
32	TAINARA MENDES DA SILVA	05	04	08	07	15	17	56	75	06	81
33	THAINNA DE SOUZA FLORIANO	04	04	08	03	12	30	61	30	04	65
34	VINICIUS PEREIRA QUADROS	NIC	NIC	NIC	NIC	NIC	NIC	Zero	NIC	Zero	Zero
35	VITORIA SKREBSKI LEAL	03	03	02	04	24	17	53	75	06	81
36	WILLIAN DA LUZ BIBIANO	04	03	06	03	18	24	58	30	05	63
~~37~~	~~MATHEUS GARCIA DE VASCONCELOS~~ TR										
38	Igor Nasvn Nogueira	NIC	NIC	02	02	06	16	26	NIC	05	31
39											
40											
41											
42											
43											
44											
45											

AVALIAÇÕES DO 3º TRIMESTRE DISCIPLINA: Matemática 7º ano C

		30	30	60		90	90	10	
		......	23/10	13.11.	......				
Nº	ALUNO(A)	ACC	ACC	ASC	ASC	NP	R	AE	NT
1	ANA PAULA ARRUDA DE OLIVEIRA	3	8	5		20	5	10	30
2	ANDERSON DOS SANTOS MARTINS	3	6	12		25	33	-7	40
3	BRUNA JACKES GUICONE								
4	DARA FERNANDA WEBER MACHADO		3						
5	EDUARDO DE ANDRADE CANABARRO		6	10		30	21	10	40
6	EMILYN MUNIZ OLIVEIRA	6	6	25		40	55	10	65
7	EVELYN CRISTINA SILVA DA SILVA	3	3	5		18	40	7	47
8	GABRIEL DA ROSA LANES		12	30		50	50	-10	60
9	GABRIEL LAMB GOMES	6	9	29		39	66	8	74
10	GUILHERME BROCKER MENEGUZZO	3	11	15		30	51	9	60
11	GUILHERME STANIEKI ANGONESE	9	3	10		25	66	8	74
12	INGRID NATIELE GONÇALVES DOS SANTOS	3	6	25		40	40	8	48
13	~~IRIAN GABRIELE RODRIGUES LUCAS~~ TR	/	/						
14	JAQUELINE FRANCIELE LOUREIRO DE OLIVEIRA	12	3	20		40	30	10	50
15	MAYCON ANDRÉ CUNHA CORREA	/	/						
16	MAYCON RICHARD GOMES	15	9	52		75	84	6	90
17	NICOLAS RICARDO OLIVEIRA DE MORAES	17	19	20		49	72	8	80
18	PAMELA TEIXEIRA CARDOSO	16	25	26		60	66	9	75
19	PAULA MAIARA ROCHA LACERDA								
20	RAISSA SILVA OSORIO	Zero	3	5		15	90	10	CEM
21	STEFANI ANDRADE DA COSTA	Zero	9	32		50	30	7	57
22	VITORIA ARIANE LIMA DA CUNHA	12	6	15		35	39	7	46
23	VITORIA LUIZA DE SOUA		6	25		40			
24	WELISON DA SILVA MORAES		6	5		20	15	10	30
25	WELLINGTON LEANDRO DIAS	9		5		20	21	10	31
26	WILLIAM RODRIGUES NOGUEIRA	3							
27	YURI SOUZA CARDOSO	3	3	5		15	40	10	50
28	LUIZ FELIPE HUBERT NEVES	3		30		40	55	10	65
29	IRIAN GABRIELE RODRIGUES LUCAS								
30	LUIZA HELENA SILVA LEOTE		3	25		35	10	10	35
31	Renata	14	6	25		49	54	10	64
32	João Vitor					20	23		30
33	Irian								
34	Luiza Helena	3		25		35	10	8	43
35									
36									
37									
38									
39									
40									
41									
42									
43									
44									
45									

AVALIAÇÕES DO .... TRIMESTRE DISCIPLINA:......................... 7º ano D

		30	30	60		90	90	10	
		9/10	30/10	13/11	......				
Nº	ALUNO(A)	ACC	ACC	ASC	ASC	NP	R	AE	NT
1	ALANA DA ROSA FRANÇA	/	/			–			
2	ALANIS FOCHING	20	22	48		78	90	10	CEM
3	ANA LUCIA ALVES DE ANSELMO	13	9	33		55	50	10	60
4	ANA PAULA BRESSAN DA SILVA		19			30			
5	ANDREWS CEZAR TEIXEIRA DA ROSA	20	17	44		70	60	10	80
6	BRUNA ANTONELLI TRZUSKOUSKI	8	Zero	5		20	–	6	26
7	CAROLINA SILVA DA SILVA	6	8	–		20	–	6	26
8	CRISTOPHER SOBRERA PADILHA	6	22	15		45	45	8	53
9	EDUARDA GOMES FERREIRA	16	12	20		45			
10	GABRIEL ELIAS BORGES BRASIL	9	14	30		54	72	8	80
11	GABRIELA PRATES PARANHOS	/	/	/		–			
12	GABRIELE AZEREDO MENDES	14	14	10		34	45	10	55
13	GREGORY ESTEVES TEIXEIRA MALTA	5	Zero	5		20	5	10	30
14	GUILHERME SANTOS DA SILVA	9	22	30		60	55	5	65
15	HALAX FLORIANO DOS PASSOS	/	/	/		–			
16	IVO JÚNIOR DORNELLES DE ARAUJO	11	11	20		40	51	9	60
17	JACKSON FERNANDES PACHECO	19	13	36		63	78	7	85
18	JULIANA HOLDE DA SILVA	11	8	–		25			
19	JULIANO PEREIRA BONKEVICH	19	25	34		60	72	8	80
20	KALEBE PINTO CORREA	11	21	15		45	25	5	50
21	LETICIA VELASQUES VIANA	9	8	26		40	45	5	50
22	LINIKER THAMIRES ALVES FERREIRA					–			
23	PRISCILA BRANCO DE SOUZA	3	13	25		35	45	5	50
24	STEPHANE DE ARAUJO FAGUNDES	16	25	36		70	90	10	CEM
25	TATIELY DA SILVA CORREA	Zero	8	5		20	21	9	30
26	THALIA FERREIRA SIQUEIRA	–	–	5		10	36	9	45
27	VITORIA BITENCOURT GARCIA		Zero	5		15	10	8	23
28	WILLIAM SANTOS DE VARGAS						72	8	80
29	~~MICHELE DA SILVA MOTA — TR~~	/	/			–			
30	MATHEUS DANIEL FALEIRO								
31	WILLIAM ISMAEL PORCELA FERREIRA		24	44		75	45	5	75
32	Julia	/	/						
33	Erik	6	9	36		55	35	5	60
34	Natchely	Zero	Zero	5		15	5	5	20
35									
36									
37									
38									
39									
40									
41									
42									
43									
44									
45									

AVALIAÇÕES DO .... TRIMESTRE DISCIPLINA:......................... 7º ano E

Nº	ALUNO(A)	30 8/10 ACC	...... ACC	12/11 ...... ASC	...... ASC	8 90 NP	26/11 90 R	10 AE	NT
1	ABNER POSCHI ESPINOZA	9	Zero	45		60	50	5	65
2	ANA CAROLINE MONTEIRO BARBOSA	18							
3	BRUNA DANIELI ERTLE DE MOURA	17	3	25		50	45	+10	60
4	BRUNO ANGELIN TALIN	9	25	10		45	84	-6	90
5	~~BRUNO GRABALSKI VIEGAS~~ TR	/	/	/					
6	CAROLINA SOUZA FERREIRA	14	9	30		50	40	10	60
7	CHRISTIAN DE OLIVEIRA MARTINS		20				72	+8	80
8	DANIELLE DA SILVA MONTEIRO	15	3	35		58	21	7	65
9	ERIK GUIMARAES DA SILVA	12	13	30		53	50	+7	60
10	GABRIEL DE OLIVEIRA COSTA	20	22	15		45	40	+-5	50
11	~~GABRIEL JOHAN SARAIVA~~ TR	/	/						
12	GABRIEL MARTINS DA SILVA	13	3	35		55	66	-9	75
13	GUILHERME BRANCO DE VARGAS -	3		20		30	51		20
14	JÉSSICA ROCHA FLORES	4	Zero	20		30	40	-10	50
15	KAUANI ADRIELI MACEDO COSTA	30	24	52		90	90	+10	CEM
16	KETLEN LETÍCIA DOS SANTOS PEREIRA	12	14	45		65	60	10	75
17	KETULIN FLAVIA KISSEL	/	/						
18	LALINE WALTER SOUZA	11	9	45		65	72	8	80
19	LILIANA MENEZES GONÇALVES	20	19	35		64	40	-6	70
20	LUIZ CARLOS SCHNEIDER SERAFINI	30	30	54		90	84	+10	CEM
21	MATHEUS TAVARES DE ANDRADE	5	Zero	30		40	30	-10	50
22	MONICA DA SILVA D'AVILA	12	3	30		50	45	+10	60
23	ROBSON RENI FERREIRA		6	5		15	12	-10	25
24	SANDY RODRIGUES SILVA	4	19	30		55	60	-7	67
25	VANDERSON SANTOS PADILHA	Zero	3	25		35	45	-5	50
26	NATALIA DA SILVA PEREIRA	Zero	9	25		40	6	+	50
27	LETÍCIA SILVIA ALVES	5	3	10		23	10	7	30
28	THAINA ALVES DE SOUZA	3	3	15		25	15	+5	30
29	RICHARD FERNANDO FERREIRA DE ASSIS	Zero	6	15		28	51	-9	55
30	PABLO CASTANHO HELEODORO	/	/	/					
31	Nathiele	11		10		30	21	7	37
32	Edemar	/	/				/		
33	Francicle		3	15		25	5	-5	30
34	Cairie	/	/	/			/		
35	Eduarda Batista	Zero	3	5		15	5	-5	20
36	Rafaela Batista	Zero	3	5		15	5	-5	20
37									
38									
39									
40									