

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ- REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



VALMIR NINOW

PROJETOS DE TRABALHO NO ENSINO MÉDIO: UMA POSSIBILIDADE
PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Canoas

2014

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ- REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



PROJETOS DE TRABALHO NO ENSINO MÉDIO: UMA POSSIBILIDADE
PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

VALMIR NINOW

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

ORIENTADORA: DR^a CARMEN TERESA KAIBER

Canoas

2014

VALMIR NINOW

PROJETOS DE TRABALHO NO ENSINO MÉDIO: UMA POSSIBILIDADE
PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Aprovado em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dra. Eleni Bisognin

Prof. Dra. Claudia Lisete O. Groenwald

Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia

Canoas

2014

AGRADECIMENTOS

À Dra. Carmen Teresa Kaiber, por ter me orientado com competência, sabedoria, carinho e atenção, principalmente nas horas difíceis.

Aos professores Dra. Eleni Bisognin, Dra. Claudia Lisete O. Groenwald e Dr. Rodrigo Dalla Vecchia pelas valiosas sugestões dadas por ocasião da qualificação.

Ao Dr. Rodrigo Dalla Vecchia pelas suas contribuições para o desenvolvimento do projeto.

Aos meus pais Darci e Iria que incentivaram a buscar meus sonhos e com sabedoria e simplicidade me encorajaram a trilhar o mundo do conhecimento e da docência.

À Clarissa de Assis Olgin, pelo companheirismo, carinho, confiança, apoio, auxílio e compreensão.

Aos meus irmãos Oldair e Elizandro pelo apoio, carinho, estímulo e compreensão.

Aos meus “pais de coração” Silvino e Rosana, pelo, carinho e compreensão durante o período do mestrado e da elaboração da dissertação.

Ao Colégio Estadual Farroupilha, por ter aberto as portas para a realização de meu trabalho de pesquisa.

Aos professores do Colégio Estadual Farroupilha, Sandro e Vandré, que sempre estiveram à disposição quando precisei.

Aos meus alunos que propiciaram reflexão constante e contribuíram de forma significativa na realização desse projeto.

Em fim, a todos que contribuíram de alguma forma na realização desse projeto.

RESUMO

Visando qualificar o Ensino Médio no Brasil, propostas de melhorias na educação têm sido apresentadas, enfatizando a importância da investigação educativa e da atitude de pesquisa no processo de ensino e aprendizagem desenvolvidos na escola. Nesse contexto, o trabalho aqui apresentado, tem como objetivo investigar o desenvolvimento, junto a estudantes do Ensino Médio de uma Escola da rede Estadual de Educação do Município de Farroupilha, Rio Grande do Sul, de Projetos de Trabalho que integrem diferentes estratégias, procedimentos e recursos visando à construção de conhecimentos de Matemática próprios desse nível de ensino. Especificamente, busca-se investigar: os conteúdos conceituais matemáticos envolvidos nos temas ou problemas escolhidos pelos estudantes em seus projetos, os conteúdos procedimentais utilizados no desenvolvimento dos projetos, as estratégias utilizadas pelos estudantes e pelo professor ao longo do trabalho, e a possível articulação, no desenvolvimento de projetos, entre Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação. Os Projetos de Trabalho buscam vincular o que se aprende na escola com as preocupações dos estudantes referentes às questões fora do ambiente escolar, no âmbito cultural, social, político, econômico, o que pode viabilizar um trabalho rico em situações e contextos nos quais a Matemática possa ser utilizada e desenvolvida. Teoricamente a investigação busca respaldo nos aportes de Santos (2011), Malheiros (2008), Mora (2003), Hernández (1998) e Hernández; Ventura (1998). A investigação foi conduzida junto a uma turma composta por 37 estudantes do terceiro do ano do Ensino Médio, em uma perspectiva metodológica qualitativa, onde as ações utilizadas para coletas de dados foram: observação direta do professor pesquisador, filmagem das principais atividades realizadas pelos alunos, diário de campo do professor e dos estudantes, questionários, apresentação dos trabalhos e relatório final. Os resultados referentes aos Projetos “Reforma da Escola” e “Lançamento de Projéteis” apontam que a abordagem proposta é uma alternativa para a modificação do papel do estudante, tornando-o sujeito atuante, participativo, capaz de tomar decisões e construir o próprio conhecimento por meio da pesquisa e do estudo em grupo. Durante a realização dos trabalhos foram desenvolvidos conteúdos conceituais em torno da Geometria Plana e Espacial, das Funções Afim e Quadrática, do Movimento Retilíneo Uniforme e Uniformemente Variado, entre outros. Foi possível não só desenvolver novos conteúdos, como também, retomar e aprofundar outros. No planejamento e execução dos trabalhos, conteúdos procedimentais foram colocados em prática, tais como: planejar, elaborar, construir, coletar, usar, aplicar, demonstrar, representar e avaliar. Foram, também, empregadas diferentes ferramentas tecnológicas que auxiliaram e possibilitaram, aos estudantes, realizarem pesquisas, coletar dados, realizar cálculos, construir gráficos, tabelas e plantas, modelar e simular situações diversas, resolver problemas e organizar as ideias. Elementos da Resolução de Problemas foram utilizados para solucionar problemas abertos relacionados a situações reais, que necessitaram de criatividade e de investigação para resolvê-los. Já a Modelagem Matemática permitiu chegar a uma forma específica de resolver um problema matemático, possibilitando o envolvimento, a participação, a elaboração, a reconstrução e a interpretação coletiva e individual por parte dos participantes do processo. Assim, considera-se que durante o desenvolvimento dos Projetos de Trabalho abriram-se possibilidades de serem utilizados diferentes procedimentos, estratégias e recursos que contribuíram tanto para o ensino quanto para a aprendizagem, onde o professor atuou como organizador, mediador e orientador, dividindo com os estudantes o protagonismo do processo educativo.

Palavras-Chaves: Projetos de Trabalho. Ensino Médio. Educação Matemática.

ABSTRACT

In the effort to qualify High School in Brazil, a series of improvement measures have been proposed placing emphasis on the importance of the investigation of education issues and of attitudes around research in the teaching and learning process in schools. In this context, the present study aims to investigate the development of Work Projects included in different strategies, procedures and resources designed to construct Mathematical knowledge in this teaching level. The study was carried out in a State High School in the Municipality of Farroupilha, state of Rio Grande do Sul, Brazil. More specifically, the study investigated the conceptual mathematics contents involved in themes or problems selected by the students in their projects, the procedural contents used in the development of projects, the strategies used by students and the teacher during the work, and the likely relationship between the Solution of Problems, Mathematical Modeling and the use of Information and Communication Technologies during the projects. The Work Projects aimed to evaluate the link between what is learned in school and the worries held by students concerning issues outside the school environment in the cultural, social, political, and economic contexts to make viable a rich work in situations and scenarios in which Mathematics may be used and developed. The theoretical framework underlying this research is represented by the works of Santos (2011), Malheiros (2008), Mora (2003), Hernández (1998) and Hernández & Ventura (1998). The investigation was conducted with a group of 37 students of the 11th grade in high school according to a qualitative approach. Data were collected by direct observation by the researcher teacher, filming of the main activities carried out by students, records made by the teacher and students, questionnaires, presentation of schoolwork, and a final report. The resources related to the Projects “School Reform” and “Projectile Launch” indicate that the approach proposed is an alternative in the modification of the role played by the student, making him/her an active, participating subject able to make decisions and build their own relationship with knowledge with research and group studies. During the work, conceptual contents of Plane and Spatial Geometry, Linear and Quadratic Functions, Rectilinear Motion, and Miscellaneous Uniform Rectilinear Motion, among others. It was possible to develop new contents and to revise others. In the planning and conduction of work, procedural contents were practiced, such as: planning, preparation, construction, collection, use, application, demonstration, representation, and evaluation. Also, different technological tools that assist and make possible to conduct research, collect data, carry out calculations, construct graphics, tables and blueprints, model and simulate several situations, solve problems and organize ideas were used. Elements of Problem Solving were used to solve open problems associated with actual situations that required creativity and investigation. Mathematical Modeling was used to obtain a specific form to solve a mathematical problem, affording the involvement, the participation, the preparation, the reconstruction, and the collective and individual interpretation by participants. During the Work Projects, possibilities to use different procedures, strategies, and resources emerged, which contributed to teaching and learning, when the teacher acted as an organizer, a mediator and a supervisor, sharing with students the main role in the educational process.

Keywords: Work Projects. High School. Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Organograma para o desenvolvimento de um Projeto de Trabalho.	28
Figura 2- Modelo de ficha de observação individual.....	31
Figura 3- Roteiro de avaliação de Grupo.....	33
Figura 4- Vantagens e Desvantagens dos Métodos de Avaliação.....	33
Figura 5- Foto do Colégio Estadual Farroupilha.....	53
Figura 6- Síntese das etapas da investigação.....	56
Figura 7- Gráficos referentes aos dados coletados no instrumento de investigação I.	58
Figura 8- Curso Superior pretendido pelos estudantes.	59
Figura 9- Organização das fases.....	60
Figura 10- Grupos reunidos em sala de aula para o planejamento dos projetos.	64
Figura 11- Definição dos temas/problemas.....	64
Figura 12- Definição do tema do projeto do Grupo-H.	64
Figura 13- Esboço do objetivo do projeto do Grupo-D.	65
Figura 14- Respostas fornecidas pelo Grupo-C para as questões sugeridas por Nogueira (2005).....	66
Figura 15- Exemplo de planejamento do Grupo-F.	67
Figura 16- Cronograma de ações do Grupo-C.	68
Figura 17- Exemplo de sumário inicial apresentado pelo Grupo-D.	69
Figura 18- Alunos trabalhando na Biblioteca.....	70
Figura 19- Apresentação do projeto miniproposta desenvolvido pelo Grupo-E.....	71
Figura 20- Tela Gráfica e Algébrica do GeoGebra.....	74
Figura 21- Tela inicial do Google SketchUP.	75
Figura 22- Tela inicial do <i>software</i> Modellus.	76
Figura 23- Página inicial do Software Excel.	77
Figura 24- Definição do tema do projeto do Grupo-B.....	78
Figura 25- Objetivo geral apresentado pelo Grupo-B.....	79
Figura 26- Planejamento do Grupo-B.....	80
Figura 27- Cronograma do Grupo-B.....	81
Figura 28- Estudante observando a estrutura do Colégio.....	81
Figura 29- Planta baixa construída pelo Grupo-B sem uso de escala.....	82
Figura 30- Primeiro exemplo de planta baixa em escala realizada pelo Grupo-B.....	82
Figura 31- Esboço em perspectiva do primeiro piso da escola.....	83
Figura 32- Exemplo de cálculos de área realizado pelo grupo.....	84
Figura 33- Encontro do Grupo-B, na escola, em turno oposto.....	85
Figura 34- Exemplo de cálculos de quantidade de piso realizado pelo grupo.....	85
Figura 35- Estudantes refazendo medições externas do prédio principal da Escola.....	86
Figura 36- Imagem da estrutura triangular da frente do colégio.....	87
Figura 37- Imagem da escola no Hall de entrada do prédio principal.....	87
Figura 38- Representação de triângulos semelhantes e a área do triângulo.....	88
Figura 39- Estudante utilizando o teodolito para medir ângulo.....	89
Figura 40- Cálculo da altura das paredes externas da escola.....	90

Figura 41- Colunas do prédio principal do colégio.....	91
Figura 42- Cálculo da área das colunas da escola.....	91
Figura 43- Cálculo refeito da área das colunas.	92
Figura 44- Representação de um dos prédios em perspectiva da escola.	93
Figura 45- Representação de um dos prédios em perspectiva da escola sem uso de escala. ...	93
Figura 46- Representação de um dos prédios em perspectiva da escola sem uso de escala. ...	94
Figura 47- Representação completa do Colégio Estadual Farroupilha.....	94
Figura 48- Cálculos para a quantidade de tinta.	95
Figura 49- Prédio danificado pelo mau tempo em Farroupilha.....	96
Figura 50- Representação do cálculo do volume de concreto de uma viga.	97
Figura 51- Orçamento de materiais de construção.....	98
Figura 52- Representação do telhado elaborado pelo grupo.	98
Figura 53- Nova representação do telhado elaborado pelo grupo.....	98
Figura 54- Exemplo de construção no SketchUp feita pela estudante E11.....	99
Figura 55- Definição do tema do projeto do Grupo-A.	100
Figura 56- Objetivo geral apresentado pelo Grupo-A.	100
Figura 57- Planejamento do Grupo-A.....	101
Figura 58- Cronograma do Grupo-A.	101
Figura 59- Primeiro esboço da catapulta criado pelo Grupo-A.....	102
Figura 60- Catapulta criado pelo Grupo-A no <i>software SketchUp</i>	102
Figura 61- Catapulta criada pelo Grupo-A.....	103
Figura 62- Anotação no diário de campo referente ao contrapeso da catapulta.....	103
Figura 63- Representação do movimento oblíquo.	104
Figura 64- Equações para a posição do projétil em relação ao eixo x e y.	106
Figura 65- Equações da Física apresentadas pelo Grupo-A.	106
Figura 66- Tabela de valores do lançamento com o peso de 20g.	107
Figura 67- Média das variáveis obtidas no lançamento da catapulta com um peso de 20g. ...	108
Figura 68- Tabelas com as variáveis envolvidas no lançamento com o peso de 20g.	109
Figura 69- Gráficos referentes às tabelas da Figura 68.	109
Figura 70- Cálculos realizados para encontrar as equações matemáticas.	111
Figura 71- Cálculos realizados para encontrar a função.....	112
Figura 72- Lançador de foguete de garrafa pet.	114
Figura 73- Cálculos de velocidade do projétil no eixo x e y.	116
Figura 74- Cálculos de velocidade inicial do projétil.	116
Figura 75- Cálculo referente à altura máxima alcançada pelo projétil.	117
Figura 76- Cálculo referente ao tempo total e o tempo para o projétil alcançar a altura máxima.....	118
Figura 77- Exemplo se lançamento de um projétil do <i>software Modellus</i>	120
Figura 78- Exemplo de gráficos construídos no Excel.	121
Figura 79- Grupo-A apresentando o trabalho para os colegas.	122
Figura 80- Estudante demonstrando um dos modelos matemáticos.	122
Figura 81- Estudante fazendo as construções no Excel.	123
Figura 82- Conteúdos conceituais abordados pelo Grupo-B.....	127
Figura 83- Exemplos de cálculos utilizando os conteúdos conceituais retomados.....	128

Figura 84- Exemplos de cálculos utilizando o conteúdo de figuras espaciais.	128
Figura 85- Conteúdos conceituais abordados pelo Grupo-A.	129
Figura 86- Exemplos de conteúdos conceituais relacionados às funções.	129
Figura 87- Exemplo de conteúdos envolvendo o MRU e MRUV.	130
Figura 88- Exemplo de conteúdos envolvendo a Média Aritmética.	130
Figura 89- Exemplo de conteúdos envolvendo o Lançamento Oblíquo.	130
Figura 90- Planejamento do Grupo-A.	132
Figura 91- Tinta para a parte interna da escola.	132
Figura 92- Estudante utilizando diferentes instrumentos.	133
Figura 93- Cálculo da altura do prédio da escola.	133
Figura 94- Cálculo desenvolvidos pelo Grupo-B.	134

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Dados referentes às idades dos estudantes.....	58
Tabela 2- Notas referentes a autoavaliação dos estudantes.	126

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1 SOBRE A INVESTIGAÇÃO: JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS	15
1.1 OBJETIVOS.....	18
2 PROJETOS DE TRABALHO	20
2.1 A HISTÓRIA DOS PROJETOS DE TRABALHO	20
2.2 CONCEPÇÕES E FORMAS DE ORGANIZAÇÃO DOS PROJETOS DE TRABALHO	23
2.3 ETAPAS E DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO DE TRABALHO.....	26
2.4 A AVALIAÇÃO NOS PROJETOS DE TRABALHO	30
2.5 CONTEÚDOS CONCEITUAIS E PROCEDIMENTAIS NOS PROJETOS DE TRABALHO	34
2.6 PROJETOS DE TRABALHO: ARTICULAÇÕES POSSÍVEIS	38
2.6.1 As Tecnologias da Informação e Comunicação	38
2.7.2 Modelagem Matemática e Resolução de Problemas	43
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS	51
3.1 LOCAL E SUJEITOS DA PESQUISA.....	52
3.2 INSTRUMENTOS DE INVESTIGAÇÃO	54
3.3 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO	55
4 O DESENVOLVIMENTO DOS PROJETOS DE TRABALHO NA ESCOLA	57
4.1 CARACTERIZAÇÃO DOS SUJEITOS DA PESQUISA.....	57
4.2 FASES DO DESENVOLVIMENTO DOS PROJETOS DE TRABALHO	60
4.3 OS PROJETOS DE TRABALHO EM AÇÃO	61
4.3.1 Fase I - Formação dos grupos e definição dos temas	61
4.3.2 Fase II - Discussão e Planejamento	66
4.3.3 Fase III - Organização das ações a serem realizadas	67
4.3.4 Fase IV - Desenvolvimento dos Projetos	68
4.3.5 Fase V - Finalização dos Projetos.....	71
4.4 SOFTWARE UTILIZADOS PELOS ESTUDANTES	73
4.4.1 O <i>software</i> GeoGebra	73
4.4.2 O <i>software</i> SketchUp	74
4.4.3 O <i>software</i> Modellus	76
4.4.4 O <i>Software</i> Excel	77
5 SOBRE OS PROJETOS DESENVOLVIDOS	78
5.1 O PROJETO “REFORMA DA ESCOLA”	78
5.2 O PROJETO “LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS”	100
5.3 O INSTRUMENTO DE INVESTIGAÇÃO II	124
5.4 CATEGORIAS DE ANÁLISE	127
5.4.1 Conteúdos Conceituais nos Projetos de Trabalho	127
5.4.2 Conteúdos Procedimentais nos Projetos de Trabalho	131
5.4.3 Articulações possíveis nos Projetos de Trabalho	135
5.4.4 O Papel do Professor nos Projetos de Trabalho	140

CONSIDERAÇÕES FINAIS	143
REFERÊNCIAS	148
APÊNDICES	153
APÊNDICE A- TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA	154
APÊNDICE B- INSTRUMENTO DE INVESTIGAÇÃO I	155
APÊNDICE C- INSTRUMENTO DE INVESTIGAÇÃO II	156
APÊNDICE D- TERMO DE CONSENTIMENTO DOS ESTUDANTES	157

INTRODUÇÃO

Os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, bem como as dificuldades encontradas pelos estudantes na apropriação de ideias, conceitos e procedimentos próprios da disciplina têm sido foco de investigações no âmbito da Educação Matemática.

Buscando apontar caminhos que possam qualificar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática como um todo, encontram-se nos Projetos de Trabalho (SANTOS, 2011; MALHEIROS, 2008; MORA, 2003; HERNÁNDEZ, 1998 e HERNÁNDEZ e VENTURA, 1998) possibilidades do desenvolvimento não só de conhecimentos conceituais matemáticos, mas também, dos chamados conteúdos procedimentais e atitudinais. Os Projetos de Trabalho, na visão de Hernández e Ventura (1998), buscam vincular o que se aprende na escola com as preocupações dos alunos referentes às questões fora do ambiente escolar, no âmbito cultural, social, político, econômico, o que pode possibilitar um trabalho rico em situações e contextos onde a Matemática possa ser utilizada e desenvolvida.

Por outro lado, no âmbito dos Projetos de Trabalho, conjectura-se sobre a possibilidade da articulação e utilização de estratégias e procedimentos os quais envolvam a Modelagem Matemática, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e a Resolução de Problemas como possibilidade de intervenção na escola, permitindo aos estudantes desenvolverem atividades exploratórias, realizarem descobertas por eles próprios e construir conceitos, tal como é preconizado por pesquisadores como Oliveira (2009), Malheiros (2008), Diniz (2007), Borba e Villarreal (2005), Onuchic e Allevato (2005), Borba e Penteado (2003), Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), Bassanezi (2002), entre outros.

Segundo Martins (2013), o desenvolvimento de Projetos de Trabalho permite a formação integral do estudante, pois é possível desenvolver as quatro proposições da educação indicadas pela UNESCO¹ (2011), como base estruturadora para uma sociedade contemporânea. A primeira refere-se ao “aprender a conhecer”, a qual representa a importância de proporcionar ao estudante uma formação que lhe permita seguir aprendendo. O “aprender a fazer” diz respeito ao desenvolvimento dos conteúdos tendo em vista a sua aplicação na prática. Já o “aprender a viver” refere-se ao desenvolvimento da competência de trabalhar coletivamente, levando-se em consideração a visão e percepção dos colegas na

¹ Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura.

² A implantação do Ensino Médio Politécnico está sendo realizada gradualmente e os estudantes que ingressaram

resolução de problemas. Por fim, o “aprender a ser” refere-se ao desenvolvimento pleno do estudante como pessoa que sabe posicionar-se criticamente frente aos problemas decorrentes da vida em sociedade.

Percebe-se, assim, que trabalhar com Projetos pode contribuir para a formação do estudante do Ensino Médio, pois o mesmo terá a oportunidade de desenvolver a capacidade de pesquisar, argumentar, trabalhar em grupo, bem como exercitar a capacidade de tomar decisões. Desse modo, entende-se que o processo de ensino e aprendizagem pode tornar-se mais dinâmico e significativo e o professor pode assumir funções outras que vão muito além da transmissão de conhecimentos.

Nesse contexto, a presente pesquisa tem por objetivo investigar o desenvolvimento, junto a estudantes do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de educação do Município de Farroupilha/RS, de Projetos de Trabalho que integrem diferentes estratégias, procedimentos e recursos visando à construção de conhecimentos matemáticos próprios desse nível de ensino. A investigação foi realizada com uma turma do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Farroupilha, localizado no município de Farroupilha, no segundo semestre de 2013.

Para apresentar as reflexões teóricas, a organização e o desenvolvimento dos Projetos de Trabalho junto ao grupo de estudantes, bem como a análise e avaliação dos resultados, a presente dissertação está organizada em seis capítulos.

No capítulo 1, apresentam-se argumentos que buscam justificar a proposta de trabalho com Projetos, a questão de pesquisa que move a investigação, bem como os objetivos traçados para a mesma.

O capítulo 2 apresenta as reflexões teóricas que embasam a investigação. Inicia-se pela apresentação de aspectos do desenvolvimento histórico dos Projetos de Trabalho. Após, são apresentados conceitos, definições, formas de organização, etapas e o modo como ocorre o processo de avaliação no âmbito dos Projetos. Na sequência, são analisados e discutidos aspectos sobre conteúdos conceituais e procedimentais na Matemática. Por fim, apresentam-se reflexões em torno da possível articulação entre Projetos de Trabalho e as Tecnologias da Informação e Comunicação, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

O capítulo 3 refere-se aos aspectos metodológicos da investigação, a qual se insere em uma perspectiva qualitativa. Também são apontados o local e os sujeitos da pesquisa, os instrumentos utilizados para a coleta de dados, bem como as etapas do desenvolvimento da investigação.

O capítulo 4 traz a descrição e desenvolvimento dos Projetos de Trabalho junto ao grupo de estudantes da turma 302, apontando, inicialmente, a caracterização dos participantes do processo. Na sequência estão os dados e análises que se referem ao desenvolvimento da proposta de Projetos de Trabalho. São destacadas, também, todas as fases do desenvolvimento dos projetos ancorado nos pressupostos estabelecidos em Mora (2003). Por fim, são apresentadas e destacadas as características dos *software* utilizados pelos grupos, como ferramentas para o desenvolvimento de atividades relacionadas ao trabalho proposto.

Já o capítulo 5 apresenta, discute e avalia atividades realizadas no âmbito de dois dos nove Projetos desenvolvidos na Escola: o Projeto “Reforma da Escola” e o Projeto “Lançamento de Projéteis”. A seguir, são apresentados dados e análises referentes ao Instrumento de Investigação II, assim como uma análise dos conteúdos conceituais e procedimentais da Matemática presentes nos projetos. Finalizando esse capítulo, destacam-se as possíveis interações de outras perspectivas educacionais no desenvolvimento dos projetos, além das diferentes estratégias empregadas pelo professor durante os trabalhos realizados pelos grupos.

Por último, são apresentadas as considerações finais da investigação, nas quais busca destacar aspectos relevantes e aspectos que poderiam ter sido ampliados e melhorados no decorrer dos Projetos.

1 SOBRE A INVESTIGAÇÃO: JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS

Visando qualificar o Ensino Médio, no Brasil, propostas de melhorias na educação têm sido apresentadas, enfatizando a importância da investigação educativa e da atitude de pesquisa no contexto do processo de ensino e aprendizagem desenvolvido nas escolas.

Dessas propostas, pode-se destacar a que envolve o desenvolvimento de Projetos de Trabalho, a qual vem ganhando força nos últimos anos, uma vez que favorece a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares com a possibilidade de integrar os diferentes saberes disciplinares (BRASIL, 2006). De acordo com Hernández e Ventura (1998), os Projetos possuem grande potencial para desenvolver as habilidades e competências exigidas e necessárias a estudantes e cidadãos, buscando, assim, vincular o que se aprende na escola com as preocupações dos alunos referentes às questões fora do ambiente escolar, de âmbito cultural, social, político e econômico.

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999, 2002) apontam para a contextualização dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio, de maneira a propiciar ao estudante o aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver e aprender a ser. Nesse sentido, acredita-se que, a partir do trabalho com Projetos, seja possível desenvolver os conteúdos matemáticos, possibilitando aos estudantes fazerem conexões entre os conteúdos aprendidos em sala de aula e o mundo em que vivem.

O Referencial Curricular do Rio Grande do Sul destaca que, via de regra, nas escolas, é desenvolvido um currículo fragmentado, composto por disciplinas específicas de cada área do conhecimento, o que favorece a construção do conhecimento por meio de memorização e repetição de procedimentos (RIO GRANDE DO SUL, 2009). Ou seja, o conhecimento é dissociado da realidade sócio-histórica, e, portanto, do tempo social, cultural, econômico e dos avanços tecnológicos da informação e da comunicação (RIO GRANDE DO SUL, 2011) e com um currículo descontextualizado, compartimentalizado e baseado no acúmulo de informações (BRASIL, 1999, 2002). Entretanto, considera-se necessário um currículo que tenha significado para o aluno, com foco na contextualização, que possibilite ao mesmo se desenvolver individual e coletivamente.

Assim, para mudar o cenário do ensino e aprendizagem da Matemática e contemplar o que preconizam os documentos oficiais, pesquisadores como Costa et al (2012), Worm (2009), Seibert (2005) e Richit (2005) apontam como uma possível estratégia metodológica os Projetos de Trabalho.

Costa et al (2012), em suas pesquisas realizadas junto a estudantes do Ensino Fundamental no Município de Ponta Grossa, no Paraná, salientam que a metodologia de Projetos de Trabalho oferece condições favoráveis para se promover o ensino e a aprendizagem de Matemática a partir dos pressupostos educacionais encontrados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), tais como contextualização do conhecimento, aplicabilidade e experimentação, além de apresentar condições para formar cidadãos críticos e capazes de agir diretamente na sociedade.

Segundo os autores, através dos Projetos de Trabalho, é possível a construção de situações de ensino e aprendizagem, nas quais os conteúdos possam ser apresentados de forma mais atraente ao aluno, além de respeitar as potencialidades e as maneiras de aprendizado singulares. Afirmam, também, que a construção do aprendizado se faz por meio da experimentação direta, proporcionando uma formação voltada não apenas para o “saber”, mas incluindo o “saber fazer”, resultando em uma educação que considera essencial formar pessoas que conheçam, reflitam, pesquisem e reconstruam o que conhecem, ou seja, pessoas que possuam um melhor relacionamento com o conhecimento porque entendem a sua aplicabilidade (COSTA et al, 2012).

Worm (2009) realizou seu trabalho de pesquisa envolvendo Projetos de Trabalho com 47 acadêmicos da disciplina de Matemática Financeira de um curso de Administração e Ciências Contábeis em uma Instituição de Ensino Superior no Estado do Rio Grande do Sul. Seu trabalho ressalta que, através da abordagem por Projetos de Trabalho, é possível formar indivíduos que saibam tomar decisões, desenvolver o pensamento estratégico, o raciocínio crítico e criativo e desenvolver a capacidade de interpretar resultados. Segundo essa autora, é necessário viabilizar trabalhos que vinculem a sala de aula à realidade social e profissional do estudante, desenvolvendo uma aprendizagem global que integre o saber com o fazer e a teoria com a prática. A pesquisa aponta que essa é uma alternativa para a modificação do papel do aluno, tornando-o sujeito ativo, reflexivo, crítico, capaz de construir o próprio conhecimento através da pesquisa, colocando-o como centro da aprendizagem e o professor, como orientador de todo o processo (WORM, 2009). Além disso, a autora afirma que foi possível, por meio dos projetos, retomar e introduzir novos conteúdos no âmbito da disciplina de Matemática Financeira de forma contextualizada, apontando que é possível desenvolver, em um curso Superior, Projetos de Trabalho.

Seibert (2005) realizou seu estudo desenvolvendo projetos junto a 54 estudantes de 8ª série do Ensino Fundamental de uma instituição da rede particular de ensino do município de São Leopoldo, Rio Grande do Sul.

A autora salienta, em sua investigação, que em um Projeto de Trabalho, partindo de um tema extramatemático, podem ser desenvolvidos e utilizados conteúdos matemáticos e estatísticos, especialmente os ligados à proporcionalidade, à porcentagem, aos sistemas de unidades de medida, ao levantamento de dados, à expressão dos resultados através de gráficos e à análise crítica nos mesmos. Essas atividades possibilitam aos estudantes perceber os elos naturais entre as diferentes áreas de conhecimento, o que os leva a refletir sobre assuntos de urgência social. Outro fator destacado nesse trabalho é com relação ao professor, pois, em um Projeto de Trabalho, o educador pode incorporar a sua práxis diferentes procedimentos, ampliando o desenvolvimento de competências e habilidades dos estudantes, além de possibilitar a contextualização, a revisão e a introdução de novos conteúdos específicos da Matemática.

Richit (2005), em sua dissertação de mestrado, desenvolveu Projetos de Trabalho junto a alunos da Licenciatura em Matemática de uma universidade de São Paulo. Essa pesquisadora relata que as práticas com Projetos de Trabalho apresentam alguns aspectos pertinentes que se coadunam aos princípios do Construcionismo. Ressalta que a combinação do trabalho com Projetos e o uso de um *software* de geometria dinâmica mostrou-se uma estratégia pedagógica favorável à construção de saberes específicos da Matemática e contribuíram para que os sujeitos envolvidos pudessem desenvolver saberes com relação ao uso da tecnologia.

A pesquisadora considera importante a implementação de mudanças no contexto educacional, o qual deve estar em consonância com as transformações da sociedade contemporânea. Salienta, também, que os Projetos de Trabalho podem possibilitar uma reestruturação nos currículos das licenciaturas, promovendo simultaneamente, a construção de saberes pertinentes à área específica com os conhecimentos pedagógicos do exercício da profissão docente e saberes de uso pedagógico das tecnologias informáticas.

Segundo Richit (2005), o desenvolvimento de projetos, aliado à utilização das tecnologias informáticas, favoreceu a interdisciplinaridade, a formação de indivíduos criativos e com iniciativa quanto à tomada de decisões, aspectos necessários ao exercício da profissão docente, além de contribuir para reforçar os laços de amizade, companheirismo e colaboração entre alunos e professor.

Assim, verifica-se que é possível encontrar pesquisas no âmbito do desenvolvimento de Projetos de Trabalho nos diferentes níveis de ensino, as quais enfatizam a importância de se trabalhar com essa metodologia para propiciar, tanto ao estudante quanto ao professor, novas possibilidades de desenvolver um ensino e aprendizagem de qualidade, pois os

estudantes passam a ter atitudes que os tornam partícipes do processo de aprendizagem, desenvolvendo a autonomia, a criatividade, o trabalho em grupo, a pesquisa, a colaboração, a capacidade de criticar, analisar e tomar decisões, a interação, o interesse, entre outros.

Dessa forma, considera-se pertinente propor um trabalho com Projetos, especificamente no Ensino Médio, como forma de promover uma aprendizagem que atenda as necessidades desse nível de ensino. Entende-se que o trabalho, nesse contexto, deva ser planejado de modo que os conteúdos matemáticos sejam desenvolvidos de maneira interligada, buscando o trabalho em grupo e o desenvolvimento de conceitos e procedimentos os quais qualifiquem os estudantes para aplicar seus conhecimentos em situações práticas, oportunizando, aos estudantes, atividades que vão além da memorização e repetição de fatos e procedimentos.

Nesse contexto, surge a questão que norteia esta investigação: **Como organizar e articular diferentes estratégias, procedimentos e recursos em torno de Projetos de Trabalho que favoreçam o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos por estudantes do Ensino Médio?**

Para buscar respostas ou soluções para a questão de pesquisa foram traçados objetivos, os quais são apresentados a seguir.

1.1 OBJETIVOS

Esta pesquisa tem como objetivo geral investigar o desenvolvimento, junto a estudantes do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de educação do Município de Farroupilha/RS, de Projetos de Trabalho que integrem diferentes estratégias, procedimentos e recursos visando à construção de conhecimentos matemáticos próprios desse nível de ensino.

Para alcançar esse objetivo geral, foram traçados objetivos específicos apontados a partir da proposta do desenvolvimento de Projetos de Trabalho nas aulas de Matemática em um terceiro ano de Ensino Médio:

- analisar os conteúdos conceituais matemáticos envolvidos nos temas ou problemas escolhidos pelos estudantes em seus projetos;
- analisar os conteúdos procedimentais utilizados no desenvolvimento dos projetos;
- analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes e pelo professor durante o desenvolvimento dos projetos;
- analisar o papel do professor nos Projetos de Trabalho;

- investigar possíveis articulações entre Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação na estruturação de Projetos de Trabalho.

No próximo capítulo, serão apresentados os pressupostos teóricos nos quais a presente investigação está ancorada, destacando-se que os mesmos não só servem de embasamento para o desenvolvimento dos projetos junto aos estudantes, mas, também, para discussão e análise do trabalho desenvolvido.

2 PROJETOS DE TRABALHO

Neste capítulo, apresentam-se aspectos da história do desenvolvimento dos Projetos de Trabalho, considerando Mora (2003) e Santos (2011). Na sequência, são apresentados e discutidos conceitos, definições, concepções e forma de organização no âmbito dos Projetos de Trabalhos, bem como suas etapas, desenvolvimento e processo avaliativo. Em seguida, propõe-se uma reflexão relacionada a conteúdos conceituais e procedimentais em Matemática. Discute-se também, possíveis articulações entre a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação, no âmbito dos Projetos, além de aspectos relacionados à Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

2.1 A HISTÓRIA DOS PROJETOS DE TRABALHO

Os Projetos de Trabalhos, conforme Mora (2003), tiveram início, na França, na metade do século XVII, quando foi criada a Academia Real, a qual tinha por missão incentivar a ciência, a literatura e a arte. Em 1671, com o surgimento da Academia de Arquitetura, na qual os arquitetos deveriam criar casas bonitas e estáveis, bem como ter uma formação integral que incluía aspectos de caráter social, ficou instituído que, para concluir seus estudos, os futuros arquitetos deveriam apresentar, juntamente com as provas finais, um trabalho prático, que foi denominado “projeto”. Porém, as instituições de educação superior não insistiam muito na concepção pedagógica do método de projetos, mas o utilizavam para alcançar uma meta prática, na qual deveria estar associado um problema concreto que necessitasse de uma solução (MORA, 2003). De acordo com o autor, os Projetos de Trabalho atuais apresentam muitas características dos que deveriam ser entregues para conclusão do curso de Arquitetura do século XVII, visto que os estudantes poderiam pedir auxílio aos colegas, ter o próprio padrão de trabalho, imaginação e soluções originais e particulares (MORA, 2003).

Mora (2003) destaca que a filosofia sobre os projetos foi assumida por instituições de educação superior técnica na França e, posteriormente, se difundiu em países como Alemanha, Rússia e Estados Unidos da América.

Nos Estados Unidos, segundo o autor, o método de projetos foi introduzido por William Rogers, fundador do Instituto de Tecnologias de Massachusetts. Porém, não era visto como uma ideia pedagógica e didática, mas sim como um processo e um procedimento que permitia ao estudante conectar aspectos práticos com as leis da ciência. Destaca, ainda, que

foi somente após 1910 que John Dewey, pedagogo norte-americano, desenvolveu uma teoria sobre os projetos dentro de uma reforma social e pedagógica, incorporando a expressão 'projeto' ao campo das ciências da educação. Segundo Mora (2003), para Dewey, era necessário romper com a separação existente entre o aprender e o aplicar, entre teoria e prática e entre escola e sociedade.

O autor aponta que um importante seguidor das ideias de Dewey foi Kilpatrick, que por volta de 1954 resgatou-as e pretendia caracterizá-las como uma ação totalmente planejada, resultante das necessidades de indivíduos em um determinado contexto social. Também pretendia transformar essas ideias em um método com alto valor científico e didático mediante quatro fases: finalidades, planejamento, execução e avaliação que, contudo, não deveriam se converter em um esquema rígido.

As ideias sobre a metodologia de projetos na extinta União Soviética, de acordo com Mora (2003), foram desenvolvidas e impulsionadas após a Revolução Russa, em meados de 1917, sendo seu maior representante Blonskil, o qual não somente propunha a vida social como a base fundamental na nova escola, mas, também, que a prática pedagógica deveria ser a relação entre o trabalho e a cultura dos homens. Segundo o autor, Blonskil desenvolveu suas ideias pedagógicas sobre dois princípios: o primeiro é que a escola é um espaço para habitar, trabalhar, descansar e desfrutar e, o segundo, é que o homem trabalhador deve ser o ponto de partida para as reflexões curriculares. Outro importante pedagogo, apontado pelo autor, foi Makarenko, que assumiu como estratégia didática e proposta pedagógica o Método de Projetos, o qual estava embasado nos princípios de entendimento e aceitação dos possíveis limites dos outros, além da comunicação entre os participantes, através da atuação e responsabilidade individual e coletiva, mediante a distribuição de atividades.

Na Alemanha, Mora (2003) destaca que os pressupostos sobre os Projetos tiveram início no século XX, através de Kerschensteiner, que utilizava as ideias de Dewey, afirmando que a educação deveria seguir o caminho para o trabalho. De acordo com o autor, outro que se dedicou à metodologia de projetos foi Gaudig, o qual dizia que os estudantes deveriam alcançar sua independência espiritual e intelectual, ou seja, deveriam, através dos próprios meios, da ajuda de seus professores e colegas se desenvolverem integralmente (MORA, 2003).

O autor destaca que, no ideário dos projetos, na década de 1960, na Alemanha, foram criadas as denominadas escolas de trabalho, onde os estudantes poderiam escolher onde trabalhar e estudar. Essas escolas tinham o objetivo de conduzir os educandos à aprendizagem

independente e desenvolver sua responsabilidade, com grande participação e aprendizagem permanente durante toda a sua vida.

No Brasil, por volta da década de 1930, juntamente com a difusão do ideário da Escola Nova, a metodologia de Projetos começou a se propagar no país, como uma metodologia de educação mais flexível, dando possibilidade ao aluno de pronunciar-se e de tornar-se o centro do processo (MORA, 2003). Mas, foi somente após a década de 80, segundo Santos (2011), a partir das reformas educacionais brasileiras influenciadas pelas ocorridas na Espanha, que o ideário de projetos de trabalho voltou a causar interesse. Também, foi nesse período que Fernando Hernández desenvolveu suas ideias sobre Projetos de Trabalho, a partir das concepções dos principais pensadores educacionais acima citados. Esse autor buscou inovar a prática pedagógica, aproximando o conteúdo programático da realidade vivida pelo estudante, buscando superar os limites da fragmentação curricular (SANTOS 2011). Segundo Hernández (1998), utilizar o termo Projetos de Trabalho, hoje, não significa assumir as mesmas características de quando foram implantados em seus primórdios, porque a escola acompanha as transformações sociais que acarretam novas necessidades educacionais. Para ele, os atuais Projetos são uma releitura do que já foi feito, pois cada tempo histórico exige uma concepção diferente das anteriores.

Mora (2003) pondera que, apesar de o termo projeto ter sido aplicado em quase todas as áreas do conhecimento, não tem sofrido grande repercussão na prática educativa, ao menos no tratamento didático de disciplinas específicas, como a Matemática e as Ciências Naturais, nos diferentes níveis educacionais. O autor aponta que existem várias razões que justificam a não utilização dessa metodologia, considerando que, muitas vezes, o ensino e aprendizagem estão centrados em numa estruturação linear e formal do conhecimento científico.

Esse breve histórico sobre os caminhos do trabalho com Projetos na Educação aponta que essa proposta teve suas origens na Europa, no século XVII e, desde então, tem se desenvolvido e se reorganizado continuamente, mantendo, porém, como núcleo central, a capacidade de se trabalhar com diferentes contextos e a ideia de que os projetos proporcionam o desenvolvimento da autonomia e da capacidade de tomada de decisão.

A seguir, discutem-se concepções e formas de organização em torno dos Projetos de Trabalho.

2.2 CONCEPÇÕES E FORMAS DE ORGANIZAÇÃO DOS PROJETOS DE TRABALHO

A palavra projeto caracteriza-se como a antecipação de uma ação que faz referência ao futuro, que está aberto para o novo e que, necessariamente, passa pela ação do sujeito que projeta (MACHADO, 2000). Macedo corrobora com essa visão, ao afirmar que a ideia de projetos tem como conceito central o futuro, ou seja, “o que regula a atividade do presente em função daquilo que se almeja alcançar” (2006, p. 26). Já Martins define como “o caminho que uma pessoa quer seguir para realizar alguma coisa” (2013, p. 32) e Boutinet (2002), destacando que o termo projeto é relativamente recente, aponta que o mesmo possui como sinônimos: intenção, finalidade, objetivo, alvo, planejamento e programa.

Hernández (2000) define projetos como procedimentos que dizem respeito ao processo de dar forma a uma ideia que está no horizonte, mas que permite modificações, favorecendo a contextualização com as circunstâncias e com os indivíduos que, de uma maneira ou de outra, vão contribuir para esse processo. Salaria, também, que as concepções em torno dos projetos vão ao encontro das ideias de aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a ser e aprender a compreender, as quais são os pilares da Educação da América Latina, elaborados pela Comissão Internacional sobre educação para o século XXI da UNESCO (HERNÁNDEZ, 1998). O autor argumenta, ainda, que, ao manter o diálogo com o contexto e com a pesquisa, os projetos possibilitam a aquisição de estratégias de conhecimento referentes à interpretação, argumentação, embasamento pessoal e de grupo, coleta de informações e tomada de decisão.

No contexto educativo, os Projetos de Trabalho, na visão de Moura e Barbosa (2006), são projetos desenvolvidos por alunos em uma (ou mais) disciplina(s), orientados pelo professor, tendo como objetivo a aprendizagem de conceitos e o desenvolvimento de competências e habilidades específicas da área em questão.

Para Groenwald, Silva e Mora (2004), os projetos são uma busca organizada de respostas a um conjunto de interrogações em torno de um problema ou tema relevante do ponto de vista social, individual ou coletivo, o qual pode ser trabalhado dentro ou fora da sala de aula com o trabalho cooperativo entre os estudantes, professores e comunidade escolar.

Jolibert (1994) ressalta que, no desenvolvimento de Projetos de Trabalho, procura-se buscar uma aprendizagem significativa, sendo que o processo de ensino e aprendizagem deve iniciar a partir do que os estudantes já sabem, tornando-os conscientes do próprio processo de aprendizagem, ensinando-os a aprender, permitindo que relacionem a escola com a realidade, exercitem suas capacidades de escolha, de tomada decisão e de planejamento.

Já para Hernández (2000),

Os projetos de trabalho são uma resposta à necessidade de realizar uma organização globalizada e atualizada dos conhecimentos e das informações trabalhadas na escola. O sentido da globalização não consiste em um somatório de informações disciplinares, mas em encontrar o nexo, a estrutura cognitiva, o problema central, que vincula os conhecimentos e possibilita a aprendizagem (HERNÁNDEZ, 2000, p. 135).

Nesse sentido de globalização dos conhecimentos e das informações, Hernández (1998) salienta que os Projetos de Trabalho indicam outra maneira de construir o conhecimento escolar, baseado na interpretação da realidade, e orientado para o estabelecimento de relações entre a vida dos estudantes, professores e o conhecimento advindo das disciplinas e de outros saberes não disciplinares. Aponta, ainda, que esses fatores favorecem o desenvolvimento de estratégias de indagação, interpretação e apresentação do processo seguido, ao estudarem um tema ou um problema que, por sua complexidade, favorece o conhecimento dos alunos e dos docentes, de si mesmos e do mundo.

Ainda, segundo Hernández e Ventura (1998) os Projetos de Trabalho buscam estabelecer uma ligação entre teoria e prática, introduzindo uma nova proposta ao professor e propõem a mudança na organização curricular da escola. A busca é pela possibilidade do conhecimento tornar-se significativo ao aluno, quando esse faz conexões com a realidade, com aquilo que já sabe sobre o problema, com suas referências internas e externas, as quais, por meio do diálogo e questionamentos entre professor e aluno, se construirão adequadamente num processo de ensino e aprendizagem (HERNÁNDEZ, 1998).

Segundo Santos (2011), os aspectos essenciais dos Projetos de Trabalho são a indagação crítica, como estratégia de conhecimento, e a aprendizagem contínua para a compreensão e a ação, levando em consideração a pesquisa como a atividade central. A pesquisa, nessa perspectiva, é realizada contextualizando o tema, estabelecendo estratégias de ação para a coleta de dados e procedendo à análise ou interpretação da realidade estudada.

Já Jacobini (2004), com base na educação crítica, afirma que o trabalho com Projetos está inserido em um contexto que rompe com o caráter exclusivo da obtenção do conhecimento e “direciona o olhar pedagógico para os fundamentos da educação crítica e para a realização de uma aprendizagem baseada na participação ativa do educando a partir de situações problema de seu cotidiano” (2004, p. 50).

Assim, nesse contexto, concorda-se com os Parâmetros Curriculares Nacionais, quando destacam que para desenvolver um trabalho com Projetos,

[...] o professor deve estabelecer os objetivos educativos e de aprendizagem, selecionar conteúdos conceituais e procedimentais a serem trabalhados, preestabelecer atividades, provocar reflexões, facilitar recursos, materiais e informações e analisar o desenvolvimento individual de cada aluno. Essa modalidade de trabalho pode ser muito educativa, ao dar espaço para os alunos

construírem e socializarem conhecimentos relacionados a situações problemáticas significativas, considerando suas vivências, observações, experiências, inferências e interpretações (BRASIL, 2006, p. 85).

Dessa forma, os professores, ao adotarem o trabalho com Projetos, podem colocar em ação aulas investigativas, as quais permitam aos estudantes o rompimento com o estudo baseado em um currículo linear e fechado, oportunizando maior chance de ampliar seu raciocínio, rever suas concepções e superar suas dificuldades. Apresenta-se a oportunidade para os estudantes perceberem a Matemática como uma construção sócio-histórica, impregnada de valores que influenciam a vida humana. Além disso, também aprenderão a valorizar o processo de criação do saber (BRASIL, 2006).

Ainda sobre o trabalho com Projetos, Nogueira (2005) ressalta que são verdadeiras fontes de investigação e criação que passam, sem dúvida, por processos de pesquisa, aprofundamento, análise, depuração e criação de novas hipóteses, colocando em prova as diferentes potencialidades dos elementos do grupo, bem como suas limitações, fazendo com que os estudantes “busquem, cada vez mais, informações, materiais, detalhamentos, etc., fontes estas de constantes estímulos no desenrolar do desenvolvimento de suas competências” (NOGUEIRA, 2005, p. 80).

No que se refere à organização dos conhecimentos escolares, Hernández e Ventura (1998) salientam que a função de um Projeto é favorecer a criação de estratégias em relação a dois aspectos:

1) o tratamento da informação; e 2) a relação entre os diferentes conteúdos em torno de problemas e hipóteses que facilitem aos alunos a construção de seus conhecimentos, a transformação da informação procedente dos diferentes saberes disciplinares em conhecimento próprio (1998, p. 61).

Os autores destacam, assim, o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos dos diferentes saberes, a partir de questões ou problemas de interesse e que deem sentido aos mesmos, destacando a produção de conhecimentos pelo sujeito.

Assume-se, portanto, a ideia de que os Projetos possibilitam o trabalho com temas de interesse dos estudantes, constituindo-se em um espaço para o ensino e aprendizagem, não só de conteúdos específicos, mas, também, de valores e princípios. Possibilitam, também, o desenvolvimento de um trabalho colaborativo entre os participantes, no qual os estudantes assumem a responsabilidade pela sua aprendizagem e o professor atua como um orientador que investiga e compartilha os conhecimentos.

Destaca-se, também, a organização dos participantes no desenvolvimento de um Projeto para o qual, segundo Mora (2003), existe uma variedade de formas. Existem Projetos dos quais participa todo o curso, todos os alunos são envolvidos, independente de estarem

interessados, sendo essa uma forma de organização bastante complexa, pois não é fácil conseguir que uma turma toda se interesse pelo mesmo assunto. Já os projetos em que participa toda uma instituição de educação não são muito comuns, pois requerem um esforço grande por parte dos grupos que atuam interna e externamente na Instituição (comunidade escolar e extraescolar).

Outra maneira, segundo o autor, é envolver pequenos grupos de alunos. Esses Projetos são mais comuns, eficientes e práticos de realizar, exigindo dos professores um esforço maior, no sentido de dar atenção a todos os projetos e, ao mesmo tempo, desenvolver os conteúdos que serão trabalhados na temática central do projeto. Destaca-se aqui que, no contexto da investigação realizada, o trabalho com projetos foi desenvolvido considerando essa perspectiva.

Por último, existem os projetos individuais, realizados por apenas uma pessoa. Cabe ao professor dar a oportunidade para que o aluno realize individualmente o projeto, desde que não se afaste dos princípios fundamentais da aprendizagem matemática baseada por Projetos de Trabalho.

Um aspecto que deve ser destacado dentro de um trabalho com Projetos é com relação aos papéis do professor e dos estudantes. Segundo Martins (2013), o papel do professor é de auxiliar o estudante a aprender, estimular e orientar a aprendizagem e não dar apenas informações, mas, sim, organizar estratégias que facilitem a transformação e o desenvolvimento dos estudantes. O professor tem como responsabilidade orientá-los a buscar os caminhos e a produzir o conhecimento dentro do seu contexto, partindo do que já sabem. Com relação aos estudantes, Martins (2013) salienta que são levados não apenas a buscar informações, mas também a adquirir habilidades, mudar comportamentos, ver as coisas de maneira diferente, construir o conhecimento de forma prazerosa e transformadora, cooperar e desenvolver a criatividade, tendo em vista a construção do cidadão competente e produtivo.

Porém, para se desenvolver um Projeto de Trabalho, é necessário que se planeje e elabore diferentes etapas e que se busque um determinado fim. As principais etapas de um Projeto de Trabalho são discutidas a seguir.

2.3 ETAPAS E DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO DE TRABALHO

Um Projeto de Trabalho tende a passar por várias fases em seu desenvolvimento, devendo estar bem explicitas as intenções, objetivos que se quer alcançar e os motivos para realizá-lo, bem como o que se espera dos estudantes e do professor (NOGUEIRA, 2005).

De acordo com Hernández, citado por Santos (2011), os Projetos de Trabalho se caracterizam pela busca de um tema ou problema que favoreça a análise, a interpretação e a crítica, o desenvolvimento de atitudes de cooperação, na qual o professor se coloca como um aprendiz, bem como pela presença de estudantes que aceitam diferentes formas de aprender. Caracterizam-se, também, por se constituírem em um processo que visa estabelecer conexões entre os fenômenos e que questiona a concepção de uma única realidade, um trabalho onde as etapas são singulares e que utilizam diferentes informações. Busca-se, assim, a aproximação entre as disciplinas e os saberes, levando em consideração que a aprendizagem está vinculada ao fazer.

Ainda, conforme Hernández e Ventura (1998), para a realização de um projeto, deve-se considerar vários aspectos, tais como: a escolha do tema do projeto de acordo com os interesses dos estudantes, embora isso não impeça “[...] que os docentes também possam, e devam propor aqueles temas que considerem necessários.” (HERNÁNDEZ e VENTURA, 1998, p. 68). Outra questão refere-se à atividade do professor e do aluno após a escolha do projeto. Ao professor cabe especificar o que irá alavancar o conhecimento, bem como, realizar uma revisão dos conteúdos, estudar e atualizar as informações em torno do tema, criar um clima de envolvimento e de interesse no grupo, prever os recursos que serão utilizados, planejar o desenvolvimento do Projeto e recapitular todo o processo de elaboração do mesmo. Já aos estudantes cabe construir os critérios e argumentos, colaborar com o roteiro inicial da classe, interpretar a realidade, propor perguntas, elaborar índices e propor novas perguntas. Ainda, no projeto, precisam-se buscar fontes de informação, recursos e envolver terceiros. Ao final, apresenta-se a síntese do projeto, ou seja, um dossiê contendo os aspectos nele abordados (HERNÁNDEZ e VENTURA, 1998).

Para Nogueira (2005), as etapas de um Projeto de Trabalho serão trabalhadas de forma a sequenciar a linha de raciocínio do indivíduo e, para isso, apresenta as seguintes etapas: a primeira se refere aos sonhos, utopias, desejos e necessidades dos estudantes, onde os mesmos trabalham com seus interesses, buscando resolver problemas e realizar seus sonhos. A segunda etapa é o planejamento, no qual os estudantes são levados a traçar planos de ações e de responsabilidade, necessitando buscar respostas aos seguintes questionamentos:

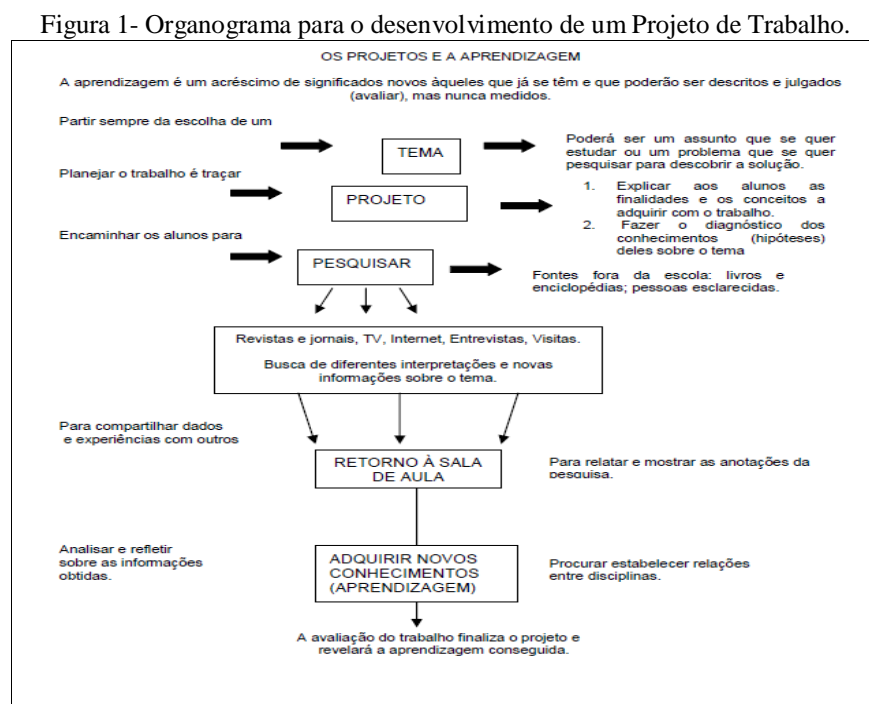
O quê? Sobre o que falaremos/pesquisaremos? O que faremos no projeto? Por quê? Por que trataremos deste tema? Quais são os objetivos? Como? Como realizaremos esse projeto? Como operacionalizaremos? Como podemos dividir as atividades entre os membros do grupo? Como apresentaremos o projeto? Quando? Quando realizaremos as etapas planejadas? Quem? Quem realizará cada uma das atividades? Quem se responsabilizará pelo quê? Recursos? Quais serão os recursos – materiais e humanos – necessários para a perfeita realização do projeto? (NOGUEIRA, 2005, p. 99)

Na terceira etapa, ocorre a execução e realização do Projeto, onde são colocados em prática o que foi pensado, planejado e organizado. É nesse momento que ocorre o trabalho de pesquisa, o desenvolvimento das atividades, a criação, a tomada de decisões, a reformulação, entre outros. Ainda, segundo Nogueira:

[...] esta fase é de vital importância para o aluno, pois sua interação nos atos de criar, pintar, construir, cantar, entrevistar, representar, escrever, dançar, moldar, desenhar, etc. Demonstra a possibilidade de que seus sonhos, vontades e necessidades podem ser realizados a partir de suas ações planejadas (2005, p. 83).

A quarta etapa é a depuração, na qual os alunos são questionados sobre o que realizaram até então, sobre a sua satisfação, algo que queiram acrescentar e que não foi mencionado no planejamento e desenvolvimento até então. É nesse momento que ocorre a primeira autocrítica dos alunos sobre suas ações, objetivando a melhoria dos processos até então empregados. Para Nogueira (2001, p. 86), “é importante que o aluno entenda que ele pode: (re)planejar, (re)elaborar, (re)produzir, criar novas hipóteses, mudar percursos, alterar rotas e processos”, tornando-se mais autônomo e independente. A quinta etapa é composta pela apresentação e exposição. É quando os estudantes expõem suas descobertas, hipóteses, criações e conclusões. Já na sexta etapa ocorre a avaliação e críticas, no qual o professor poderá mediar uma sessão de avaliação com a participação de todos os envolvidos no Projeto.

Em Martins (2013, p. 91), encontra-se um esquema que representa os principais passos a serem seguidos no desenvolvimento de um projeto e que podem ser vistos no quadro da Figura 1.



Fonte: Martins (2013, p. 91).

Percebe-se que o autor destaca, também, que o ponto de partida é a escolha do tema de interesse dos estudantes, o qual precisa ser desenvolvido utilizando-se diferentes fontes de pesquisas. As informações coletadas, posteriormente, serão compartilhadas e discutidas pelos participantes do processo, buscando a aquisição de novos conhecimentos. Já a avaliação, que finaliza o processo, tem como papel revelar a aprendizagem adquirida.

Já para Mora (2003), um projeto de trabalho apresenta cinco etapas. Na primeira, são definidos os temas para o projeto pelos participantes, sendo que os temas devem ser relevantes e de interesse dos alunos. Na segunda, ocorre a discussão entre alunos e professores sobre a possibilidade de realização e planejamento de atividades, para que se atinjam os objetivos traçados na primeira etapa. Já na terceira etapa, faz-se um cronograma de ações para o desenvolvimento do projeto, no qual são estabelecidas as fases, os prazos, a bibliografia e os recursos materiais, humanos e técnicos. A quarta etapa consiste no desenvolvimento do projeto. Nessa fase, podem surgir diferentes problemas não previstos no planejamento inicial. A quinta etapa é a culminância do projeto. Nela, os sujeitos participantes apresentam seus trabalhos na forma de trabalho escrito ou apresentação oral, com a finalidade de socializar os conhecimentos adquiridos e ampliá-los através do debate com outros grupos ou público. Mora (2003) aponta, ainda, a importância de se ter, num Projeto de Trabalho, o momento de reflexão, para oportunizar aos participantes a discussão ampla e aberta de todas as fases do desenvolvimento do projeto, buscando verificar e corrigir falhas que ocorreram durante a realização do mesmo.

Os autores Martins (2013), Nogueira (2005), Mora (2003) e Hernández e Ventura (1998) apresentam suas visões sobre as etapas do desenvolvimento de um Projeto de Trabalho, sendo que todos têm em comum a escolha do tema, o qual deve ser do interesse dos estudantes, a necessidade de um planejamento a ser seguido, o desenvolvimento da pesquisa e a apresentação de um trabalho final.

Levando-se em consideração esses pontos em comum entre as diferentes ideias em torno dos Projetos de Trabalho, optou-se por seguir as orientações apontadas por Mora (2003) para o desenvolvimento dos projetos junto aos estudantes, pois se entende que, em sua perspectiva, o autor apresenta uma síntese completa e adequada das principais características de um Projeto de Trabalho.

A seguir, serão apresentados aspectos sobre o processo avaliativo dentro de uma concepção de ensino e aprendizagem baseada em Projetos de Trabalho.

2.4 A AVALIAÇÃO NOS PROJETOS DE TRABALHO

Segundo os PCN (BRASIL, 1996), avaliar é conhecer ou verificar como foi realizada alguma tarefa ou conseguida a aquisição de conceitos pelos alunos, através de questões que exigem definições de significado. Ou ainda, na avaliação, é necessário solicitar aos estudantes que interpretem situações ou fatos, cujo entendimento demanda os conceitos que estão aprendendo, sugerindo que podem ser usados textos, notícias, problemas e experimentos para que o educando estabeleça relações com situações semelhantes propostas ou criadas por ele (BRASIL, 1996).

No que se refere a Projetos, Martins (2013) pondera que avaliar não é medir, mas interpretar o que os alunos aprenderam e quanto melhoraram com as informações obtidas na pesquisa. Nesse sentido, segundo esse autor, avaliar é obter dados sobre o que os estudantes, recordam e compreendem daquilo que pesquisaram, sobre o que lhes foi apresentado ou sobre o que estudaram. Assim, a avaliação permite verificar a evolução conceitual com relação à aprendizagem e às atitudes assumidas pelos alunos, podendo ser inicial, formativa, corretiva, globalizante, diagnóstica e autoavaliativa (MARTINS, 2013).

Para Mora (2003), a avaliação nos Projetos de Trabalho necessita de uma nova conotação, sendo necessário considerar os seguintes momentos: a avaliação do processo e do produto correspondente ao desenvolvimento global do projeto e a avaliação dos estudantes, levando em consideração sua participação e rendimento individual e coletivo durante todas as fases de desenvolvimento do projeto.

Para o autor, o produto de um projeto se qualifica desde o ponto de vista grupal e individual, pois entra em jogo um conjunto de componentes subjetivos muito importantes, tais como sentimentos, orgulho, alegria, companheirismo, além de uma série de habilidades e atitudes não quantificáveis individualmente. Pondera, ainda, que a avaliação se completa com a qualificação contínua do processo, de maneira coletiva, pois cada fase do projeto necessita de momentos de avaliação que têm por finalidade continuar com a fase seguinte. Ocorrem dessa forma, duas avaliações simultâneas: a avaliação temporal do projeto e a avaliação do coletivo em sua realização (MORA, 2003). Conforme o estudioso, a prática educativa centrada nos Projetos de Trabalho permite apreciar as contribuições e o desenvolvimento da conduta de aprendizagem dos participantes, sendo que a avaliação, tanto dos alunos quanto do projeto, depende de variáveis como idade, duração, tema de investigação e as características do projeto.

Mora (2003), considerando os aspectos sobre o desenvolvimento de Projetos, destaca que, para avaliar um grupo, deve-se levar em conta os relatos parciais de cada indivíduo, nos quais cada participante precisa documentar, por escrito, em um caderno, os aspectos sociais, metodológicos, conceituais e materiais, podendo, também, escrever suas inquietudes e observações sobre a realização do mesmo.

Segundo Nogueira (2001), uma forma de avaliar os projetos de trabalho é através de fichas de observações e avaliações. O autor destaca que, embora essas fichas pareçam ser de operacionalização extremamente trabalhosa, a prática mostra que a observação continua dá menos trabalho do que os enormes pacotes de provas. Esses instrumentos podem conter observações referentes às etapas de um projeto, as relações inter e intrapessoais, sobre as diversas inteligências envolvidas e o conteúdo abordado (NOGUEIRA, 2001).

Nogueira (2005) sugere que sejam criadas, também, fichas individuais (Figura 2), onde devem ser privilegiados os itens de observação do engajamento do aluno no que se refere às etapas dos projetos, seu envolvimento e sua colaboração em cada uma das etapas, podendo, também, conter campos para observação das habilidades e inabilidades do estudante.

Figura 2- Modelo de ficha de observação individual.

Ficha de observação e avaliação dos alunos	
Nome do(a) aluno (a):.....	
Série:.....	Turma..... Prof.(ª):.....
Tema do Projeto:..... Equipe:.....	
Envolvimento do(a) aluno(a) no(a):	
Planejamento:	Montagem e execução:
Depuração e ensaio:	Apresentação:
(Auto) avaliação:	Criticas:
Atividades de maior interesse:	
Relacionamento com o grupo:	
Inteligência(s) de maior (ss) habilidade(s):	
Inteligência(s) de menor (ss) habilidade(s):	
Rotas alternativas utilizadas:	
Aquisições de conhecimentos:	
Hipóteses iniciais e finais:	
Interferências posteriores, que serão planejadas pelo professor:	

Fonte: Nogueira (2005, p. 169).

Outra maneira de se avaliar um projeto de trabalho, segundo Nogueira (2005), é através de portfólios ou um “processofólio”. No primeiro, o sujeito coleta os seus melhores

trabalhos, já no segundo, a pasta contém não só os melhores momentos, mas sim todos os momentos do projeto. Assim, o aluno descreveria o planejamento inicial do projeto, arquivaria seu material de coleta, pesquisa, entrevistas, investigações e registraria seu parecer sobre a montagem do seu trabalho.

Nogueira (2005) acredita que o “processofólio” é uma das melhores maneiras de avaliar e propiciar a autoavaliação qualitativa e continuamente durante e no final de uma sequência de projetos, possibilitando aos professores e pais avaliarem o espectro de competências existente na perspectiva de um sujeito com uma mente mais ampla. Segundo esse autor, uma das grandes vantagens do “processofólio”, além da simplicidade de preenchimento, é registrar a evolução, o desenvolvimento, as primeiras hipóteses, suas alterações e reformulações do projeto.

Para o Grupo Norte Americano de Aprendizagem Baseada em Projetos, uma maneira de se avaliar um projeto é através de roteiros de avaliação, o qual é um guia de pontuação que diferencia claramente os níveis de desempenho dos estudantes. Se bem redigidos, fornecem uma clara descrição do trabalho estudantil e servem de orientação para os alunos atingirem e superarem o seu desempenho (BUCK INSTITUTE FOR EDUCATION, 2008).

De acordo com o Buck Institute for Education (2008), os roteiros de avaliação são um excelente instrumento de organização para um projeto. O processo de redação desse roteiro exige que os professores reflitam profundamente sobre o que querem que os alunos saibam e façam.

Esse grupo recomenda, para o uso em sala de aula, dois tipos de roteiros para uma avaliação eficaz: o *analítico*, que subdivide as tarefas em categorias separadas e o *holístico*, que utiliza múltiplos critérios. Afirmam também que, para desenvolver esses roteiros de avaliação eficazes, é necessário, em geral: basear-se em uma análise do trabalho estudantil; discriminar os desempenhos, concentrando-se nas suas características centrais; oferecer discriminação útil e adequada que permita juízos apurados; utilizar descritores suficientemente ricos, que permitam que os alunos confirmem sua pontuação, se avaliem e se corrijam; fornecer indicadores menos ambíguos e mais confiáveis (BUCK INSTITUTE FOR EDUCATION, 2008). Assim, podem-se criar roteiros avaliativos para as diferentes fases de um projeto, o que pode ser visto na Figura 3, onde é apresentado um roteiro para um grupo de trabalho.

Figura 3- Roteiro de avaliação de Grupo.

	LIMITADO	EM DESENVOLVIMENTO	PROFICIENTE	AVANÇADO	EXEMPLAR
Os membros do grupo facilitam a participação uns dos outros.					
Todos os membros participam do Projeto.					
O trabalho é distribuído e concluído.					
O grupo se relaciona bem com outros grupos.					
O grupo usa as qualidades dos membros.					
Os membros do grupo resolvem conflitos com êxito.					

Fonte: Buck Institute For Education (2008, p. 95).

A avaliação, em um Projeto de Trabalho, deve ocorrer em cada etapa de seu desenvolvimento e precisa ser diferente das tradicionais avaliações aplicadas nas escolas. Assim, são necessários métodos avaliativos diferenciados, que verifiquem as diferentes competências e habilidades desenvolvidas pelo grupo e individualmente, buscando sanar possíveis problemas relacionados ao ensino e aprendizagem.

Para o Buck Institute for Education (2008), os diversos métodos de avaliação possuem pontos fortes e fracos e podem ser combinados segundo os diferentes resultados que se deseja alcançar, o que pode ser verificado na Figura 4.

Figura 4- Vantagens e Desvantagens dos Métodos de Avaliação.

	APRESENTAÇÕES	PRODUTOS ESCRITOS	TESTES	RELATOS PROPRIOS
Melhor aplicação	Conhecimento de conteúdo e habilidades.	Conhecimento de conteúdos, algumas habilidades.	Conhecimento de conteúdo.	Hábitos mentais.
Vantagens	Oportunidades para contextos autênticos. Permite que os alunos demonstrem seu trabalho para uma plateia autêntica.	Permite aos alunos trabalhar por um período extenso de tempo e incorporar modificações. Leva em conta pericia dos alunos, orgulho e qualidade do acabamento dos trabalhos.	Permite uma aplicação padronizada a grandes grupos de alunos. Útil para avaliar alunos individuais.	Permite que o professor avalie atitudes, reflexões e processos de pensamento dos alunos. Permite que os alunos identifiquem os benefícios do trabalho do projeto; Bom para identificar consequências imprevistas.
Desvantagens	Difícil de montar e administrar, especialmente com um número maior de alunos.	Difícil de avaliar contribuições individuais quando o produto é de grupo. Julgar o que foi aprendido nem sempre é evidente pela consideração dos produtos.	Difícil de avaliar habilidades por meio de medidas obtidas de provas com papel e lápis.	Difícil de estabelecer critérios confiáveis.

Fonte: Buck Institute For Education (2008, p. 73).

Assim, um plano de avaliação dentro de um Projeto de Trabalho deve incluir diversas avaliações ligadas aos resultados, aos padrões de conteúdo, as habilidades e aos hábitos

mentais, incluindo, também, métodos que serão utilizados para evidenciar o desempenho do estudante, interpretar tais evidências e fazer juízos sobre elas (BUCK INSTITUTE FOR EDUCATION, 2008). Ainda, segundo Nogueira (2005), a avaliação tem como objetivo que os estudantes adquiram conhecimentos, utilizando-os sempre que necessário, planejando problemas e buscando estratégias para resolvê-los, que tenham capacidade de buscar informações, ordená-las e interpretá-las, valorizando o ensino e a aprendizagem, mais do que os próprios resultados alcançados.

Em relação às diferentes visões e formas de avaliar o desenvolvimento de um projeto e a atuação e desempenho dos participantes, optou-se por não utilizar uma única forma de avaliar os trabalhos desenvolvidos, mas sim utilizar elementos advindos de diferentes concepções. Assim, para o trabalho de conclusão dos projetos, foi solicitado a cada um dos grupos a elaboração de um portfólio. Porém, como o professor/pesquisador recolheu todas as produções dos estudantes (rascunhos, anotações, construções nos *software*, maquetes, postagens no grupo do *Facebook*, entre outros), o mesmo pode elaborar o que considerou um “processofólio” na perspectiva de Nogueira (2005). Assim, o professor pode acompanhar a evolução dos participantes e as aprendizagens realizadas. Esse “processofólio” constituiu não só um elemento que permitiu a coleta de dados para a investigação, mas também como instrumento de avaliação do desempenho dos estudantes. Além disso, não foram utilizadas propriamente fichas ou roteiros de avaliação, mas sim, notas em diário de campo, as quais registraram elementos referentes a atitudes, colaboração, participação, engajamento, o planejamento elaborado, as atividades de maior interesse, entre outros aspectos. Buscou-se, assim, conhecer, verificar e interpretar de forma coerente o processo de ensino e aprendizagem desenvolvido.

A seguir, serão abordadas reflexões em torno dos conteúdos conceituais e procedimentais no contexto dos Projetos de Trabalho.

2.5 CONTEÚDOS CONCEITUAIS E PROCEDIMENTAIS NOS PROJETOS DE TRABALHO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) legitimaram o significado do conceito de conteúdo curricular, amplamente discutido no contexto das reformas educacionais no final do século XX (COLL et al., 2000), na medida em que, além de abranger fatos, conceitos e princípios, passa a incluir, também, estratégias e habilidades de resolução de problemas, bem como normas, valores e juízos. Nesse sentido, Coll et al destacam que

[...] na escola se ensinam e se aprendem outras coisas consideradas tão ou mais importantes do que os fatos e conceitos – como, por exemplo, certas estratégias ou habilidades para resolver problemas, selecionar a informação pertinente em uma determinada situação ou usar os conhecimentos disponíveis para enfrentar situações novas ou inesperadas; ou, também, saber trabalhar em equipe, mostrar-se solidário com os colegas, respeitar e valorizar o trabalho dos outros ou não discriminar as pessoas por motivos de gênero, idade ou outro tipo de características individuais (COLL et al., 2000, p.14).

Ainda, segundo os autores, o enfoque curricular adotado enfatiza e destaca a importância dos conteúdos. Essa importância pressupõe uma reformulação e reconsideração profunda do próprio conceito de conteúdo, do que significa ensinar e aprender conteúdos específicos e do papel que desempenham as aprendizagens escolares nos processos de desenvolvimento e de socialização dos seres humanos. Apontam, também, que essas propostas evidenciam o papel da atividade construtiva do aluno, conferem uma importância considerável à aprendizagem de determinados conteúdos específicos e destacam a influência educativa do professor.

De acordo com Mora (2003), em um Projeto de Trabalho, os conteúdos específicos de um componente curricular podem ser desenvolvidos, destacando que

[...] as experiências com o ensino baseado em projetos tem mostrado que os conhecimentos específicos podem ser tratados de duas maneiras. Por uma parte, com a temática tratada mediante o projeto se introduzem e trabalham conhecimentos, matemáticos, que podem considerar-se como novos do ponto de vista dos planos e programas de estudo. Em segundo lugar, se manifesta a oportunidade de aprofundar, reforçar e consolidar conhecimentos disciplinares conhecidos pelos alunos e porém necessários para a elaboração das atividades correspondentes aos projetos (MORA, 2003, p. 69).

Assim, levando-se em consideração os apontamentos apresentados e procurando compreender os diferentes enfoques que devem ser dados aos conteúdos, buscou-se entender sobre a definição de conteúdos. Coll et al (2000) apontam-nos como sendo um conjunto de conhecimentos ou formas culturais cuja assimilação e apropriação pelos alunos é considerada essencial para o seu desenvolvimento e socialização, em que os conteúdos curriculares são uma seleção de formas ou saberes culturais: conceitos, explicações, raciocínios, habilidades, linguagens, valores, crenças, sentimentos, atitudes, interesses, modelos de conduta, etc (COLL et al., 2000). Ainda para os autores, os conteúdos podem ser classificados em conceituais, procedimentais e atitudinais.

Para Coll et al (2000), os conteúdos conceituais são os que se relacionam ao saber sobre algo, isto é, os fatos e princípios expressos em palavras significativas que produzem imagens mentais e promovem atividade cognitiva para ampliação de significados e fatos. Ressalta, ainda, que a escola valoriza excessivamente os conteúdos ligados a fatos e conceitos e que a aprendizagem de conteúdos específicos cumpre o seu papel, se o processo de

construção do conhecimento for significativo e conseguir atribuir sentido aos fatos, podendo, assim, contribuir com o crescimento pessoal dos alunos, seu desenvolvimento e a sua socialização.

Já para Zabala (1998), os conteúdos conceituais relacionam-se com conceitos propriamente ditos e referem-se ao conjunto de fatos, objetos ou símbolos que possuem características comuns. Além disso, incluem, também, princípios que se referem às mudanças que se produzem num fato, objeto ou situação em relação a outros fatos, objetos ou situações e que, normalmente, descrevem relações de causa-efeito ou de correlação.

Segundo o autor, a aprendizagem de conceitos e princípios permite que as aprendizagens sejam as mais significativas possíveis. Como exemplo de atividades que promovem a aprendizagem de fatos e conceitos, o autor destaca

[...] atividades experimentais que favoreçam que novos conteúdos de aprendizagem se relacionem substantivamente com os conhecimentos prévios; atividades que promovam uma forte atividade mental que favoreça essas relações; atividades que outorguem significado e funcionalidade aos novos conceitos e princípios. Atividades que suponham um desafio ajustado às possibilidades reais, etc. Trata-se, sempre, de atividades que favoreçam a compreensão do conceito, a fim de utilizá-lo para a interpretação ou o conhecimento de situações, ou para a construção de outras ideias (ZABALA, 1998, p. 43).

No que se refere a conteúdos procedimentais, Zabala (1999) destaca que os mesmos são as regras, as técnicas, os métodos, as destrezas, habilidades, estratégias e os procedimentos, ou seja, um conjunto de ações ordenadas, direcionadas para a realização de um objetivo. O autor ressalta, também, que os conteúdos procedimentais, na área de Matemática, além de favorecerem o processo de crescimento pessoal, têm por objetivo desenvolver nos estudantes habilidades que os ajudarão a ser práticos e competentes para interpretar e agir sobre aspectos matemáticos do ambiente, conseguindo que os conhecimentos informais de cada criança se traduzam em ações funcionais e organizadas.

Segundo Coll et al (2000), os conteúdos procedimentais são aqueles que fazem referência ao saber fazer, isto é, às técnicas de estudo, aos métodos investigativos, às estratégias e habilidades que possibilitam a execução de tarefas ou ações relacionadas à aprendizagem. Ou seja, conjunto de ações ordenadas e orientadas para a consecução de uma meta. Para esse autor, trabalhar procedimentos significa revelar a capacidade de saber fazer, saber agir de maneira eficaz e apresenta como conteúdos procedimentais a capacidade de produção e compreensão da linguagem, de interferência e descobrimento, cálculo matemático, classificar, fazer perguntas, relacionar conceitos, representá-los por esquemas, mapas conceituais, observação, quantificação, descrição, coleta de dados e destreza.

Os conteúdos atitudinais, segundo Zabala (1999), referem-se à formação de atitudes e valores em relação à informação recebida, visando à intervenção do aluno em sua realidade. Já segundo Coll et al (2000), são os valores, atitudes ou normas. Dentre esses conteúdos, o autor destaca a cooperação, a solidariedade, o trabalho em grupo, o gosto pela leitura, o respeito e a ética, salientando que os mesmos estão presentes nas relações afetivas e de convivência e não podem ser desconsiderados pela escola como conteúdos importantes de serem trabalhados.

Assim, para o desenvolvimento de um projeto que abrange diferentes temas, é necessário que a escola possua um currículo flexível e permita o desenvolvimento dos conteúdos de forma diferenciada. Com um currículo moderno e não linear, é possível utilizar diferentes estratégias de ensino e aprendizagem, que podem permitir o desenvolvimento de conhecimentos pelos estudantes, além de modificar a relação entre teoria e prática, como salienta Coll et al:

O que importa é que os alunos possam construir significados e atribuir sentido àquilo que aprendem. Somente na medida em que se produz este processo de construção de significados e de atribuição de sentido se consegue que a aprendizagem de conteúdos específicos cumpra a função que lhe é determinada e que justifica a sua importância: contribuir para o crescimento pessoal dos alunos, favorecendo e promovendo o seu desenvolvimento e socialização (Coll et al, 2000, p.14)

No que se refere aos Projetos de Trabalho, Mora (2003) aponta três formas não sequenciais para trabalhar conteúdos por meio de Projetos de Trabalho. Em uma fase inicial, é necessário exercitar os conceitos básicos para serem aplicados posteriormente aos dados coletados. Na segunda fase, destaca o tratamento paralelo de conceitos matemáticos, concepções didáticas e pedagógicas da concepção dialética de aprendizagem e ensino, indicando ser possível estabelecer um tratamento paralelo aos conhecimentos matemáticos na medida em que vão surgindo, momento propício para introduzir, sistematizar e formalizar novos conteúdos matemáticos. Já na terceira fase, os estudantes utilizam os conhecimentos prévios, descobrem novos conhecimentos e percebem a necessidade de utilizá-los para resolver situações-problema e se preparam para aprender novos conceitos (MORA, 2003).

Assume-se, aqui, que no contexto do desenvolvimento dos projetos na presente investigação, busca-se compreender e analisar os conteúdos conceituais e procedimentais que estiveram presentes no desenvolvimento dos projetos. Portanto, para articular o desenvolvimento de conteúdos conceituais e procedimentais durante a aplicação do projeto, será necessário, em alguns momentos, que o professor/pesquisador, partindo de questões

apresentadas pelos grupos, procure aprofundar e consolidar os conhecimentos prévios dos estudantes e, em outros momentos, introduza e trabalhe conhecimentos matemáticos novos.

Assim, buscou-se criar situações de ensino e aprendizagem, a partir dos projetos, as quais possibilitassem o desenvolvimento de conteúdos conceituais e procedimentais da Matemática, visando a uma educação de qualidade, na qual os sujeitos participantes do processo atuassem em conjunto para a ampliação e aprofundamento de conhecimentos.

A seguir, serão discutidos aspectos referentes a possibilidade de, no âmbito dos Projetos articular metodologias e estratégias que, articuladas ou mesmo utilizadas no desenvolvimento dos mesmos concorram para potencializar as aprendizagens dos estudantes.

2.6 PROJETOS DE TRABALHO: ARTICULAÇÕES POSSÍVEIS

Segundo Groenwald, Silva e Mora (2004), a Educação tem como principal objetivo desenvolver a autonomia e as capacidades intelectuais dos indivíduos e, para isso, o currículo escolar deve deixar transparecer, através de seus objetivos, metodologias e procedimentos, a importância da educação para a prática em uma sociedade cada vez mais exigente. Dessa forma, a educação, de modo geral, nos últimos anos, tem enfrentado reformulações curriculares que remetem às novas propostas pedagógicas para a sala de aula, que consideram processos cognitivos, afetivos, motivacionais e metodológicos. Nesse contexto, insere-se a Educação Matemática, no qual os professores sentem-se sensibilizados a mudarem suas rotinas curriculares.

Essas novas propostas pedagógicas buscam metodologias, procedimentos e recursos que visam o ensino e aprendizagem da Matemática de forma eficaz e abrangente, com destaque, segundo Groenwald, Silva e Mora (2004), não só para os Projetos de Trabalho, como também, para a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, entre outros, os quais passam a ser discutidos.

2.6.1 As Tecnologias da Informação e Comunicação

Um caminho que vem sendo proposto, que objetiva qualificar a educação, é o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Conjectura-se que as mesmas requerem, tanto do professor como do aluno, uma maior consciência da própria capacidade de raciocínio e de estratégias nas resoluções dos problemas propostos, além de se constituir em elemento presente em, praticamente, toda atividade humana.

As Tecnologias da Informação e Comunicação têm sido cogitadas como elementos didáticos importantes no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da Matemática. Autores como Kaiber e Dalla Vecchia (2012), Oliveira (2009), Borba e Villarreal (2005), Frota e Borges (2004) e Borba e Penteado (2003), Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), Moraes (2000) apontam o uso das TIC que, integradas à prática dos professores, podem levar à construção de conhecimento pelos alunos, possibilitando a elaboração de novas formas de pensar e fazer Matemática. Os referidos autores veem, no universo tecnológico, possibilidades para o desenvolvimento de pesquisas voltadas para os diferentes níveis de ensino, no que se refere à Matemática seu ensino e aprendizagem.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) afirmam que os professores de Matemática precisam saber usar as ferramentas das Tecnologias da Informação e Comunicação, em suas salas de aula, incluindo *software* educacionais próprios da sua disciplina ou de educação em âmbito geral. Pondera que essas ferramentas não podem ser consideradas apenas um suporte, pois interferem diretamente sobre a forma de pensar, relacionar e adquirir os conhecimentos. Nesse sentido, Kaiber e Dalla Vecchia (2012) destacam que as TIC podem possibilitar a criação de ambientes onde o estudante seja chamado a resolver situações-problema, a fim de, simultaneamente, desenvolver conteúdos, estratégias de ação e processos cognitivos.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio- PCNEM (BRASIL, 1999), “é preciso, ainda, uma profunda reflexão sobre a relação entre a Matemática e as Tecnologias”, pois não se pode tomar esses instrumentos como o centro da questão educacional. O documento aponta que o cerne das propostas de integração das tecnologias devem ser as estratégias que permeiam o trabalho docente em sala de aula. Mencionam que nem mesmo os *software*, elementos considerados por muitos como essenciais para o funcionamento de quaisquer tecnologias digitais, são os elementos mais relevantes, visto que os programas não são elementos didáticos. Sobre esse aspecto Oliveira (2009, p. 6) comenta que o “termo *software* didático é meramente relativo, no máximo, mas que sua efetividade didática depende de estratégia, planejamento, crítica, debate e significação. Não há *software* didático, por si, assim como não há tecnologias que educam”.

Concordando-se com os autores, destaca-se a importância de se criar ambientes contextualizados, que possibilitem aos estudantes construir conhecimentos, promovendo a autonomia desses indivíduos, incluindo, aí, o uso de tecnologias, as quais podem ser tomadas como suporte ao professor em seu papel de orientador e promotor de interações. Segundo Oliveira,

[...] os artefatos tecnológicos presentes nas situações didáticas podem ter um caráter mediador, permanecendo a serviço de uma estratégia didática que tem o aprendiz como foco, que busca entender e planejar de acordo com as mais diversas propostas que lhe permitam ampliar a autonomia diante do desafio de aprender (2009, p. 4).

O autor pondera, ainda, que os avanços tecnológicos nesse meio causam modificações significativas nos paradigmas educacionais, devendo provocar uma nova consciência de como construir conhecimento. A utilização desses recursos favorece o desenvolvimento de um sujeito ativo, autônomo e comprometido com o mundo, o que, entende-se, alinha-se com o que é preconizado pelos Projetos de Trabalho.

Como a construção do saber acontece somente se o educando interagir e participar do processo educativo, a utilização de recursos digitais ou de informática educativa, nas escolas, poderia tornar o aluno um sujeito mais ativo. Nessa linha de pensamento, Moraes (2000) aponta que o educando,

[...] precisa aprender a investigar, dominar as diferentes formas de acesso à informação, desenvolver a capacidade crítica de avaliar, reunir e organizar informações mais relevantes. Necessitam de metodologias que desenvolvam habilidades para manejar e produzir conhecimento, que levam ao questionamento, às manifestações de curiosidade e criatividade e o seu posicionamento como sujeito diante da vida. (MORAES, 2000, p. 144).

Para o autor, a interação entre aluno e computador pode ser uma boa oportunidade para desenvolver o hábito de buscar informações e resolver problemas. Esse instrumento tecnológico possibilita a manipulação dos símbolos, modela a realidade e cria o virtual para torná-lo concreto. O autor aponta, ainda, que trabalho com o computador provoca mudanças na dinâmica da aula, exigindo, por parte do professor, novos conhecimentos e ações, principalmente do ponto de vista pedagógico. Dessa forma, o uso do computador está sendo cada vez mais vinculado à prática pedagógica, trazendo novos desafios para a sala de aula. Nesse sentido, Hendres e Kaiber apontam que

[...] a informática, cada vez mais, toma conta do ambiente de sala de aula, por isso o uso do computador no ensino de Matemática é uma necessidade atual e deve, cada vez mais, ligar-se à rotina didática dos professores e à escola em geral (2005, p. 26).

Encontra-se, nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, indicações de como o computador pode ser um auxílio para aulas de Matemática:

- evidencia a importância da linguagem gráfica e novas formas de representação, permitindo novas estratégias para desvendar problemas;
- permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo (BRASIL, 1998, p. 44).

Analisando as ideias até aqui mencionadas, concorda-se com Borba e Penteadó (2003), quando destacam que os recursos da Tecnologia da Informação e Comunicação

passam a ser um direito de todo estudante no processo educativo, cabendo aos responsáveis envolvidos, garantirem e implantarem esse direito. Segundo os autores,

[...] o acesso à informática deve ser visto como um direito, portanto, nas escolas públicas e particulares, o estudante pode usufruir de uma educação que, no momento atual, inclua, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica”. Assim, o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar e desenvolver noções espaciais, etc (BORBA; PENTEADO, 2003, p. 17).

Os autores também relatam como eram os discursos com relação ao perigo que a utilização da informática traria para a aprendizagem dos alunos. Esses discursos alegavam que o aluno só iria apertar teclas e obedecer às orientações do computador, tornando o aluno um mero repetidor de tarefas, deixando para o computador realizar o raciocínio matemático, o que faria com que o aluno não raciocinasse e não desenvolvesse sua inteligência.

Portanto, é necessário que o computador não seja visto apenas como uma “máquina de ensinar”, mas reconhecido como uma ferramenta educacional que possibilite maior qualidade no ensino. Para isso, os papéis da escola, do professor e do modelo educacional devem ser revistos e requalificados.

As Tecnologias da Informação e Comunicação não substituem os seres humanos, mas auxiliam na reorganização do pensamento, trazendo outras formas de formular e resolver problemas. A informática não irá extinguir a escrita e a oralidade, nem as demonstrações matemáticas, haverá apenas transformações ou reorganizações (BORBA e PENTEADO, 2003).

Sobre a utilização da informática na educação, Níquini (1996) aponta que a mesma pode ser vista de três maneiras distintas: utilização de programas (*software*) educacionais, como instrumentos de ensino ligados a uma matéria específica, através de produto elaborado com esse fim; utilização de *software* para fixação de conteúdos, constituindo-se em uma alternativa lúdica às formas tradicionais e insípidas de ensinar; sistematização de pesquisa, funcionando como livro didático eletrônico.

Já para Oliveira (2009), o uso do computador, dentro do contexto escolar, serve tanto como elemento de apoio ao ensino como ferramenta no desenvolvimento de habilidades do aluno, ensinando-o a perceber seus erros e fazendo com que o mesmo socialize informações com seus colegas. Pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. Pode, ainda, desenvolver no aluno, a capacidade de aprender com seus erros, trocando suas produções e comparando-as com seus colegas.

Malheiros (2012) ressalta que, nesses novos cenários de investigação, as TIC atuam com diferentes papéis e níveis, como na utilização de um *software* para traçar gráficos, pesquisar na Internet, realizar a comunicação via rede, realização de animações e simulações para compreender determinada situação etc. Pondera, também, que com o aumento da presença das TIC no cotidiano escolar, as possibilidades de experimentação e investigação de determinadas situações podem ser otimizadas com a utilização desses recursos, possibilitando que simulações e previsões sejam realizadas. Relata, ainda, que a rede de computadores pode ser um meio de comunicação entre os autores das atividades, assim como entre eles e o professor.

Porém, analisando a conjuntura da educação atual e, principalmente, lançando um olhar para os livros didáticos, elemento fortemente presente na escola, percebe-se a quase não inclusão desses conhecimentos, ou seja, não apontam ou abordam uma visão da Matemática que inclua a tecnologia. Porém, entende-se que é necessário que os professores se coloquem como verdadeiros pesquisadores e busquem possibilidades de introduzir essas ferramentas em seu fazer pedagógico, disponibilizando-as para os estudantes.

Os recursos tecnológicos fazem parte do mundo do trabalho e uma das finalidades do Ensino Médio é preparar os alunos para o mercado de trabalho. Portanto, a escola deve proporcionar o uso de recursos tecnológicos nas diferentes áreas do conhecimento e o educador, frente a todo esse potencial tecnológico hoje ofertado, deve propor situações que incentivem o manuseio desses recursos. Assim, o professor de Matemática deve preocupar-se em levar o aluno a dedicar mais tempo na reflexão para resolução das atividades do que nos cálculos.

Por fim, assume-se que os recursos tecnológicos podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem, despertando o interesse do aluno, auxiliando na resolução de problemas, permitindo sua autonomia na resolução das atividades, além de permitirem trabalhar com dados reais, por isso, faz-se necessária a utilização de tais recursos no Ensino da Matemática do Ensino Médio.

Com relação ao uso das TIC no desenvolvimento de Projetos de Trabalho, Richit (2005) aponta que a realização dos mesmos é uma atividade adequada, tanto para promover a investigação de conteúdos específicos por meio de tecnologias informáticas, quanto para preparar o estudante para o uso das mesmas na sua futura prática, permitindo-lhe refletir sobre o avanço da área tecnológica e preparar-se para os desafios que o uso das mesmas propicia.

Petitto (2003) pondera, ainda, que em um ambiente de ensino e aprendizagem mediado pelo computador, os Projetos de Trabalho adquirem relevância, pelo fato de não se basearem

na mera transmissão de conteúdos. A partir do momento em que o estudante utilizar um *software*, em especial, ou outro artefato tecnológico, ao mesmo tempo em que poderá receber instruções necessárias para desenvolver as atividades relacionadas ao projeto, também poderá, com a ajuda do mesmo, buscar soluções próprias e criativas.

Partindo dessas considerações, entende-se pertinente o desenvolvimento de Projetos visando à aproximação dos conteúdos às vivências do estudante e ao uso das mídias informáticas. Nesse contexto, essa é uma das possíveis respostas às críticas atuais que apontam para a subutilização do computador nas escolas.

Compreende-se, portanto, que a utilização dos recursos advindos das TIC, no desenvolvimento de Projetos de Trabalho, pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem, despertando o interesse do aluno, auxiliando na resolução de problemas, nos quais a utilização da tecnologia qualifique essa resolução, contribuindo para a apresentação de soluções originais e criativas.

Salienta-se, porém, que o desenvolvimento de Projetos, no âmbito da Matemática, pode incorporar outros caminhos metodológicos que, articulados, podem potencializar essa atividade, no que se refere ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Destacam-se aqui, a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática.

Entende-se que resolver problemas é inerente ao desenvolvimento de projetos, motivo pelo qual se considera pertinente discutir aspectos que envolvem a Resolução de Problemas. Com relação à Modelagem Matemática pondera-se que, pelo entendimento de que os Projetos vão, em algum momento, tratar de questões novas, advindas de situações do cotidiano ou de situações ou fenômenos ligados a outras áreas, as soluções matemáticas não vão ficar restritas a aplicação de procedimentos previamente estabelecidos. Percebe-se, aí, a possibilidade da vivência, pelos estudantes, de processos de modelagem e situações problemas na perspectiva apontada por Bassanezi (2002).

Pelo exposto, considera-se pertinente discutir aspectos teóricos referentes à Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.

2.6.2 Modelagem Matemática e Resolução de Problemas

Com relação à Modelagem Matemática, enquanto enfoque pedagógico, Malheiros (2004) pondera que, apesar de diferentes concepções se fazerem presentes, todas têm por objetivo comum investigar e/ou pesquisar e/ou resolver problemas utilizando situações da realidade dos estudantes.

Já para Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real, ou seja, é o estudo de situações ou problemas reais usando a Matemática para sua compreensão, simplificação e resolução. Para o autor, o modelo matemático pode ser uma das possíveis representações ou a interpretação de parte da realidade ou da realidade sendo que, na tentativa de compreender a realidade, o indivíduo busca meios para atingi-la e transformá-la.

Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática pode ser utilizada como instrumento de pesquisa, já que pode estimular novas ideias e técnicas, fornecendo, assim, informações diferentes das inicialmente previstas. Ainda, segundo o autor, possibilita, aos participantes do processo, realizarem interpolações, extrapolações e previsões, além de priorizar as aplicações de recursos e pesquisas e tomadas de decisões, servindo, dessa forma, como linguagem universal para a compreensão da realidade estudada.

Conforme o autor é necessário utilizar instrumentos matemáticos relacionados com outras áreas do conhecimento, acreditando que, quando a aprendizagem é realizada através da Modelagem, os estudantes conseguem relacionar aspectos da Matemática com suas aplicações. Ainda, de acordo com Bassanezi (2002, p.17):

A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia a teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Nesse sentido, é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão: *“A educação inspirada nos princípios da liberdade e da solidariedade humana tem por fim o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos científicos e tecnológicos que lhes permitem utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio (Lei 4024 – 20/12/61)”* (Grifos do autor).

Ainda, de acordo com Bassanezi (2002), na Modelagem Matemática de uma situação ou problema real se destacam alguns procedimentos, tais como: a experimentação, a abstração, a resolução, a validação e a modificação. Segundo o autor, esse é um processo dinâmico, onde o produto (modelo matemático) final não pode ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado e modificado, sendo a reformulação de modelos uma das partes essenciais do processo de modelagem.

Assim, aplicar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem possibilita a assimilação de conhecimentos da área da Matemática, bem como das demais áreas do conhecimento. É uma ação que pressupõe o envolvimento, a participação, a elaboração, a reconstrução e a interpretação coletiva e individual por parte dos participantes do processo, o que possibilita a apropriação de conhecimentos.

Já a Resolução de Problemas, segundo Onuchic e Allevato (2005) visa retirar do aluno sua tradicional postura passiva em sala de aula, para uma postura ativa e interessada, rejeitando a noção de que a Matemática é algo pronto e acabado. Favorece a comunicação entre os alunos, tornando-os agentes capazes de fazer Matemática e perceber que a mesma faz sentido, além de desenvolver a confiança e a autovalorização do estudante (ONUCHIC e ALLEVATO, 2005).

Segundo Branca (1997), a Resolução de Problemas é importante e indispensável a diversos campos do conhecimento humano, destacando que

[...] a expressão resolução de problemas ocorre em muitas profissões e disciplinas diferentes e tem muitos significados distintos. Dirimir impasses (por exemplo, em política e negócios) é uma forma de resolução de problemas; criar novas ideias ou inventar novos produtos ou técnicas é uma outra. Embora a resolução de problemas em matemática seja mais específica, ela comporta diferentes interpretações. As atividades classificadas como resolução de problemas em matemática incluem resolver problemas simples, desses que figuram em livros didáticos comuns, resolver problemas não rotineiros ou quebra-cabeças, aplicar a matemática a problema do mundo “real” e conceber e testar conjecturas matemáticas que possam conduzir a novos “campos de estudo.” O desafio oferecido por uma situação problema leva a um conflito cognitivo, possibilitando a reorganização e a ampliação do conhecimento. Não se resolvem problemas para testar conceitos e conhecimentos prontos, mas sim para construí-los. Por isso, a resolução de problemas é “matemática em elaboração” (BRANCA, 1997, p. 4-5).

Groenwald, Silva e Mora (2004) citam que, segundo Tenreiro e Vieira (2001), a Resolução de Problemas surge como um contexto para os estudantes utilizarem suas capacidades de pensamento (formulação de hipóteses, análise, generalização, avaliação, entre outras habilidades). Além disso, a Resolução de Problemas está vinculada a aspectos como investigar, interrogar, discutir, elaborar processos complexos, encadeamento de ideias e procedimentos matemáticos e não matemáticos (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004). Ainda, segundo esses autores, a solução de Problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos estudantes uma atitude ativa e um esforço para buscar as próprias respostas e o próprio conhecimento.

Com base nesses pressupostos, entende-se que a Resolução de Problemas se faz presente quando se propõe desenvolver projetos em Matemática, considerando a pesquisa sobre um tema de interesse e a busca de soluções para questões que emergem do mesmo. Levam à necessidade de, não só resolver situações de caráter geral, mas também referentes a questões de Matemática específicas do foco da Resolução de Problemas em Matemática.

De acordo Groenwald, Silva e Mora (2004), a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, os Projetos de Trabalho, as TIC e outras tendências educacionais estão, muitas vezes, relacionadas umas às outras e podem ser aplicadas, de modo articulado, pelos

professores durante o desenvolvimento de atividades de ensino e aprendizagem ao longo do ano escolar.

Para esses autores, essas concepções de ensino e aprendizagem, de modo geral, apresentam alguns pontos em comum, dois quais se podem destacar:

- um ensino comprometido com as transformações sociais e a construção da cidadania;
- desenvolvimento contando com a participação ativa do aluno no processo de ensino e aprendizagem em um contexto de trabalho em grupo e não individual;
- a busca de uma Matemática significativa para o aluno, vinculando-a a realidade;
- utilização de recursos específicos e um ambiente que propicie o desenvolvimento de sequências metodológicas que levem o aluno a construir seu próprio conhecimento (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004, p. 43).

Já com relação à articulação entre a Modelagem e os Projetos, segundo as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio,

[...] articulada com a ideia de modelagem matemática tem-se a alternativa de trabalho com projetos. Um projeto pode favorecer a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares, ao integrar os diferentes saberes disciplinares. Ele pode iniciar a partir de um problema bem particular ou de algo mais geral, de uma temática ou de um conjunto de questões inter-relacionadas. Mas, antes de tudo, deve ter como prioridade o estudo de um tema que seja de interesse dos alunos, de forma que se promova a interação social e a reflexão sobre problemas que fazem parte da sua realidade (BRASIL, 2006, p. 85).

Para Ripardo, Oliveira e Silva (2009), essas articulações vão além dos limites curriculares e implicam na realização de atividades práticas, onde os temas selecionados são apropriados aos interesses e ao estágio de desenvolvimento dos alunos. Implicam, também, na realização de experiências e de pesquisas, necessitando, assim, de estratégias de busca, organização e estudo de fontes de informação, em atividades individuais e de grupo, além de se levar em consideração as diferentes habilidades e conceitos que são apreendidos.

Os autores defendem a ideia que a Modelagem pode ser feita por meio de um Projeto de Trabalho, se a obtenção do modelo matemático for o objetivo maior do trabalho, mas também pode ser apenas uma das etapas do Projeto de Trabalho, se esse for concebido como uma atividade na qual se queira obter outros produtos que não sejam exclusivamente o modelo matemático. Também afirmam que Projeto e Modelagem acontecem por conta de problemas pontuais, específicos de um momento ou de uma atividade de ensino, não são atividades desenvolvidas diariamente. Uma das vantagens de se usar a Modelagem Matemática e os Projetos de Trabalho, em atividades de ensino, diz respeito à capacidade de utilizar o contexto de vida dos alunos como pontapé inicial para a abordagem ou aprofundamento de um conteúdo específico (RIPARDO; OLIVEIRA; SILVA, 2009). Porém, os autores ponderam que as mesmas não podem ser aplicadas como recursos metodológicos em todos os conteúdos de uma disciplina ou em todos os problemas de uma escola.

Malheiros (2011) salienta que pesquisadores, tais como Borba, Malheiros e Amaral (2011), Ripardo, Oliveira e Silva (2009), Malheiros (2008), Jacobini (2004) e Barbosa (2001) consideram a Modelagem semelhante à Pedagogia de Projetos no contexto da Educação Matemática. Mas, segundo a autora, essa visão somente é válida dependendo da concepção de Modelagem adotada. Essa interação ocorre, em sua visão, apenas quando o tema eleito para a investigação surge do interesse dos alunos ou quando esse é definido a partir de uma negociação pedagógica na qual os estudantes têm voz, são ouvidos e seus interesses prevalecem (MALHEIROS, 2011). Relatam, também,

[...] que as características apresentadas nos Projetos podem ser relacionadas à Modelagem, no contexto educacional, quando um estudante, ou grupo deles, escolhe um tema para pesquisar, além do interesse subentendido, eles têm um objetivo, uma meta a ser alcançada e, na maioria das vezes, há predições e referências ao futuro. Além disso, existe a vontade da descoberta, de saber mais sobre aquilo que está sendo investigado. E, assim como na utilização de Projetos em sala de aula, também não existem certezas na Modelagem (MALHEIROS, 2011, p. 80).

Ainda, conforme Malheiros (2008), elementos como interesse, existência de objetivos e metas, predições e referência ao futuro, a vontade da descoberta, a inexistência de certezas, a singularidade, a não-valorização excessiva dos fins a serem atingidos, dentre outros presentes na literatura sobre projetos, podem ser encontrados na Modelagem.

Com relação à Modelagem e à Resolução de Problemas na Matemática, Kato et al (2010) colocam que, nas diferentes concepções de Modelagem Matemática, pode-se reconhecer a presença de uma situação real, a problematização e a investigação direcionada à Resolução do Problema, definida como a busca de um modelo matemático, considerando o problema como ponto de partida e exigindo do aluno a sua compreensão.

Para Kato et al (2010), a implementação dessas tendências implica a presença de uma situação problemática ou questão capaz de suscitar a investigação pelo estudante, entendida como um processo de busca por estratégias cujo caminho é definido pelos estudantes, sob orientação do professor, caracterizando atividades de cunho mais aberto diante do rigor muitas vezes estabelecido em aulas mais tradicionais. Nesse sentido, a tríade saber, estudante e professor, apresenta características diferenciadas das tradicionais formas de ensino e aprendizagem da Matemática.

Segundo os autores, os conteúdos de Matemática, nessa perspectiva, são desencadeados ao longo da atividade para uma posterior formalização. Essa característica permite a busca por estratégias pelo estudante, a utilização de conhecimentos já adquiridos e a percepção de que novos conhecimentos são necessários à resolução. Salientam, também, que nessas tendências o estudante é parte integrante da construção do conhecimento, sendo

transferida a ele a responsabilidade pela própria aprendizagem, cabendo ao professor o papel de mediador, gerador de situações que propiciem o confronto de concepções, permitindo ao estudante confrontar suas concepções e reconstruir os conceitos abordados.

De acordo com Malheiros (2012), as investigações realizadas por Burak (2005) sobre a utilização da Modelagem Matemática indicam que a mesma se faz através de etapas, apontando que uma dessas é denominada "Resolução do(s) problema(s)". O desenvolvimento da Matemática, nesse contexto, está relacionado ao tema escolhido pelos participantes do processo de ensino e aprendizagem. Assim, os estudantes devem buscar soluções para os problemas levantados a partir da escolha do tema e da pesquisa sobre ele. Segundo a autora, "analisando esses roteiros para se fazer Modelagem na escola, parece que a Resolução de Problemas é algo natural no contexto da Modelagem" (MALHEIROS, 2012, p. 94).

A Modelagem e a Resolução de Problemas se afastam, conforme Borba e Villarreal (2005), quando o conteúdo é pré-determinado pelo professor e isso acontece, principalmente, em atividades relacionadas à Resolução de Problemas. Já na Modelagem, o surgimento de problemas deve partir do estudante, de um modo natural, considerando seus interesses.

Segundo Machado (2006), embora possa existir um afastamento entre essas tendências, dependendo da concepção de Modelagem adotada, elas podem ser utilizadas, concomitantemente, para desenvolver atitudes e habilidades para a resolução de problemas. Para a autora, no contexto da Modelagem, a Resolução de Problemas deve ter um componente sociopolítico. Assim, em sua concepção, a Modelagem pode ser considerada como "fator gerador de problemas", apontando que a "Modelagem Matemática pode favorecer o desenvolvimento, nos estudantes, de atitudes e habilidades em resolução de problemas" (MACHADO, 2006, p.103).

Machado (2006) conclui, em sua pesquisa, que tanto a Resolução de Problemas quanto a Modelagem podem convergir para o aprendizado significativo. Mas, pondera que novos estudos acerca dessas duas tendências devem ser realizados, de modo a contribuir para uma maior compreensão sobre suas interseções. Malheiros (2012) corrobora com essa visão ao evidenciar a necessidade da realização de mais investigações, a fim de contribuir com a compreensão de aspectos relacionados à Modelagem e à Resolução de Problemas, salientando que, em muitos casos,

[...] a expressão resolução de problemas é encontrada em muitos trabalhos na área de Modelagem, sem um cuidado maior no sentido de levar em consideração a existência de uma linha de pesquisa que a investigue e, muitas vezes, aspectos relevantes já debatidos por pesquisadores não são considerados. Assim, acredito que estudos envolvendo aspectos teóricos acerca de possíveis interseções da Modelagem com as diferentes tendências educacionais poderão contribuir para sua melhor compreensão (Malheiros, 2012, p. 105).

Segundo Groenwald, Silva e Mora (2004), a Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Projetos de Trabalho e as TIC, como já mencionado, visam promover um ensino apoiado na atividade do estudante, no trabalho autônomo e comprometido com a construção da cidadania. “Cada tendência possui características próprias, mas a sala de aula se constitui em um espaço aberto à incorporação das mesmas, sendo que a utilização de uma não exclui a outra” (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004, p. 53).

Esses autores afirmam que essas perspectivas educacionais podem ser colocadas em prática, nos diferentes níveis do sistema educativo, e a combinação dessas estratégias dependerá de fatores tais como o número de estudantes em sala de aula, os recursos disponíveis, os conteúdos matemáticos que serão trabalhados, o ano escolar, os interesses predominantes, entre outros. A importância de uma Educação Matemática sob essas perspectivas está, precisamente, no rompimento definitivo com a visão didática puramente algorítmica e centrada no professor.

Ainda conforme Kato et al (2010), a utilização dessas tendências sob aspectos relacionados ao professor, ao estudante e ao saber apresentam indícios de que as mudanças curriculares por elas provocadas se devem a novas posturas do professor e do aluno, tornando-se mais investigativos e com uma nova abordagem dos conteúdos de Matemática, os quais deixam de ser o ponto de partida e são focalizados por sua presença na atividade. Esse entendimento pode contribuir para uma concepção diferenciada de ensinar e aprender Matemática, “pautada em diferentes papéis para os sujeitos – professor e aluno, e em um novo olhar sobre o saber a ser ensinado” (KATO et al, 2010, p. 8).

Malheiros (2011) dá sua contribuição sobre a postura e o papel do estudante e do professor nessas tendências, salientando que o estudante deve ser o protagonista dos processos de ensino e de aprendizagem e o professor deve ser o mediador e o orientador ao longo de todo o processo. A autora acredita que tais abordagens pedagógicas permitem que a educação seja dialógica e que escutar é parte fundamental desses processos, destacando que “quando se trabalha com os estudantes sendo protagonistas, se escutam as propostas, dúvidas e argumentos, para então, direcioná-los, apresentando caminhos, sugerindo estratégias, dentre outros” (MALHEIROS, 2011, p. 83).

Assim, no contexto da presente pesquisa, tem-se como objetivo, também, investigar as articulações possíveis entre Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Tecnologias da Informação e Comunicação no âmbito do desenvolvimento dos Projetos de Trabalho

propostos/desenvolvidos, tomando como referência os aportes destacados, considerando, porém, as condições do desenvolvimento dos projetos junto aos estudantes.

No que segue, no capítulo 3, serão abordados os aspectos metodológicos que norteiam a investigação, com destaque para o detalhamento do local e sujeitos da pesquisa, as etapas de desenvolvimento da investigação, bem como os instrumentos utilizados para a coleta dos dados.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Na pesquisa, a metodologia é um processo que busca organizar o pensamento reflexivo do sujeito, que vai do empírico, e desse para o concreto, até a ocorrência e organização de novos conhecimentos (DIZOTTI, 2008), sendo tratada, nesse contexto, como uma organização do pensamento reflexivo e investigativo.

No que se refere a uma pesquisa na área da Educação, que tenha como foco o estudante, levando em consideração como ele se desenvolve, procede e aprende frente às situações de ensino propostas, considera-se como adequada a utilização de uma metodologia de investigação qualitativa. Essa abordagem permite investigar de que forma os estudantes, em um determinado contexto, agem e articulam seus pensamentos, sendo que o pesquisador tem contato direto com o dia a dia dos alunos e com a situação que está sendo investigada, tornando viável a compreensão e interpretação dos fatos. Nesse âmbito, a apresentação dos dados coletados deve ser predominantemente descritiva, na qual as relações entre as pessoas são muito importantes sendo, portanto, relatadas as falas, apresentadas fotografias, desenhos, documentos produzidos pelos estudantes, entre outros (DIZOTTI, 2008).

Bogdan e Biklen (1994) dão destaque às características da pesquisa qualitativa, as quais estão em consonância com o modelo de investigação aqui proposto. Apresentam-se, aqui, cinco aspectos essenciais em uma pesquisa qualitativa, apontados pelos autores, e que caracterizam o trabalho aqui realizado.

A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, o que se constitui na primeira característica desse tipo de pesquisa. Dessa forma, na investigação realizada, tanto os ambientes da escola como os demais ambientes utilizados fora dela se caracterizam como ambientes apropriados para a obtenção dos dados durante o trabalho.

A predominância de dados descritivos é outro aspecto que caracteriza as investigações qualitativas, sendo que, nesta investigação, os dados vão emergir das observações e registros realizados em diários de campo, das conversas entre professor/estudante e estudante/estudante, das transcrições das filmagens das atividades e fotografias dos ambientes de ensino e aprendizagem, entre outros de mesma natureza.

O terceiro aspecto ressalta o fato de que o processo deve ser mais importante que o produto. Nesse sentido, na investigação realizada, é analisado o desenvolvimento das atividades, os procedimentos e os conhecimentos de domínio dos estudantes, bem como os

que estão em desenvolvimento, assim como as atitudes e interações ocorridas durante todo o desenvolvimento das atividades dos Projetos.

O quarto aspecto aponta para o significado que as pessoas atribuem às coisas, o que foi valorizado pela atenção dada aos relatos dos estudantes em seus diários de campo pessoais, nos quais registravam as reflexões, descobertas e frustrações sobre o trabalho em desenvolvimento. Por fim, mas não menos importante, os autores salientam que, na pesquisa qualitativa, a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo, o que é característica da análise produzida.

Os argumentos apresentados em torno da pesquisa qualitativa encaminham para a metodologia de investigação que serve de base para o desenvolvimento da presente pesquisa, a qual propõe investigar a viabilidade de desenvolver, junto a estudantes do Ensino Médio, Projetos de Trabalho que integrem diferentes estratégias, procedimentos e recursos visando à construção de conhecimentos na área de Matemática, próprias desse nível de ensino.

3.1 LOCAL E SUJEITOS DA PESQUISA

A investigação foi desenvolvida junto a um grupo de estudantes do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Farroupilha, localizado no município de Farroupilha, Rio Grande do Sul, no ano de 2013, aos quais foram propostos Projetos de Trabalho como caminho para o desenvolvimento e aprofundamento dos conteúdos de Matemática próprios desse ano e a retomada de outros já trabalhados.

O município de Farroupilha está localizado a, aproximadamente, 100 km da capital do Estado do Rio Grande do Sul. Pertence à região nordeste do Estado (Serra Gaúcha) e possui uma área territorial de 359,30 Km², com 63.635 habitantes (IBGE, 2010).

Com relação à rede de ensino, Farroupilha conta com 39 instituições, sendo 27 municipais, 10 estaduais e 2 particulares. Atualmente, 27 escolas municipais, 9 estaduais e 2 particulares oferecem o Ensino Fundamental e quatro escolas estaduais e 2 particulares, o Ensino Médio (FARROUPILHA, 2013). Ainda, de acordo com o censo escolar de 2012, Farroupilha possuía 1174 estudantes matriculados na pré-escola, 8111 no Ensino Fundamental e 2793 no Ensino Médio (INEP, 2012).

A pesquisa foi realizada no Colégio Estadual Farroupilha (Figura 5), pertencente à rede Estadual de Educação, que faz parte da 4ª Coordenadoria Regional de Educação. Essa escola está localizada no centro da cidade e atende aos estudantes oriundos de todo o município. É constituída, por 6 edificações, contando com 14 salas de aula, Laboratório de

Informática e de Ciências, Sala de Vídeo, Auditório, Biblioteca, além de Sala de Professores, Secretaria, Direção, entre outros.

Figura 5- Foto do Colégio Estadual Farroupilha.



Fonte: acervo do pesquisador.

O Laboratório de Informática conta com dois professores laboratoristas que têm como função auxiliar estudantes e professores no desenvolvimento de seus trabalhos e pesquisas, além de realizarem todas as manutenções e melhorias necessárias nos 29 computadores disponíveis no local. O Laboratório de Ciências contém materiais de Química, Física, Biologia e Matemática. Com relação aos materiais de Matemática, encontram-se, nesse ambiente, jogos matemáticos, sólidos geométricos, materiais manipuláveis para o estudo de trigonometria, probabilidade, entre outros, os quais podem ser utilizados nas salas de aula e em outros ambientes da Instituição.

Destaca-se, ainda, que a Sala de Vídeo tem capacidade para 48 pessoas, contando com uma televisão de 62 polegadas. O Auditório tem capacidade para 60 pessoas e conta com um notebook e um projetor multimídia. Esses ambientes estão disponíveis para a apresentação de trabalhos, palestras, reuniões e para os professores utilizarem, em suas aulas, de acordo com suas necessidades.

No ano de 2013, o Colégio contava com 51 professores e 1293 estudantes, sendo os estudantes distribuídos da seguinte forma: 432 no turno da manhã, 381 no turno da tarde e 480 no turno da noite. Com relação aos níveis de educação, 51 estudantes estavam matriculados no Ensino Fundamental, 231 no Ensino Médio, 114 na Educação de Jovens e Adultos (EJA) e 897 no Ensino Médio Politécnico².

² A implantação do Ensino Médio Politécnico está sendo realizada gradualmente e os estudantes que ingressaram em 2011 permaneceram na modalidade de Ensino Médio até sua conclusão.

Para o desenvolvimento da investigação, foi solicitada permissão à Direção da Escola, por meio de ofício (Apêndice A), a qual aprovou a solicitação e forneceu dados e condições necessários para a realização das atividades.

3.2 INSTRUMENTOS DE INVESTIGAÇÃO

Em consonância com as características e objetivos desta investigação, os procedimentos e instrumentos de pesquisa adotados pelo professor/pesquisador foram:

- aplicação de dois questionários denominados Instrumentos de Investigação I (Apêndices B) e Instrumentos de Investigação II (Apêndices C), um no início e outro no final das atividades, com o objetivo de identificar o perfil dos estudantes, seus interesses em desenvolver Projetos de Trabalho, analisar o envolvimento dos alunos e a proposta de trabalhar com projetos;
- observação do desenvolvimento das atividades com imediato registro em diário de campo do professor/pesquisador;
- gravação em vídeo das principais atividades desenvolvidas;
- registros fotográficos;
- registros escritos dos estudantes em diário de campo próprio;
- portfólio dos trabalhos dos grupos;
- produções nos *software* utilizados, bem como rascunhos e maquetes produzidos;
- registros das postagens dos estudantes em um grupo criado no *Facebook* para troca de informações e discussões;
- apresentação dos trabalhos desenvolvidos.

A avaliação do processo de ensino e aprendizagem, fundamentada pelos referenciais que guiaram a realização da investigação, ocorreu durante e após cada uma das etapas desenvolvidas, com destaque para o resultado final do projeto, a apresentação por escrito, apresentação do projeto para demais grupos e para as discussões geradas durante todo o processo.

As imagens dos estudantes, utilizadas ao longo desta dissertação, foram autorizadas por eles ou pelos pais, mediante termo de consentimento que consta no Apêndice D.

No próximo subcapítulo, apresentam-se as etapas do desenvolvimento da investigação.

3.3 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

Para a organização e desenvolvimento desta investigação seguiram-se cinco etapas. Na primeira, foi desenvolvido um estudo teórico sobre Projetos de Trabalho, no âmbito da Educação Matemática, buscando constituir um referencial que desse suporte à constituição e desenvolvimento dos próprios projetos, bem como a sua investigação. O referencial constituído sobre Projetos buscou identificar e caracterizar etapas, conceitos, definições, forma de organização e como ocorre o processo avaliativo nos Projetos de Trabalho.

Além disso, como a proposta de trabalho com projetos buscava, também, discutir a possibilidade de articular diferentes caminhos metodológicos, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e Tecnologias da Comunicação e Informação na Educação Matemática, na constituição dos mesmos, julgou-se pertinente e necessário buscar referenciais sobre os mesmos. Também entendeu-se pertinente abordar, no referencial teórico, os conteúdos conceituais e procedimentais da Matemática.

Na segunda etapa, ocorreu a organização dos Projetos, escolha dos temas ou problemas de pesquisa junto aos estudantes, além do estabelecimento dos prazos para o desenvolvimento dos mesmos em de cada grupo. Nessa etapa, também foi aplicado o Instrumento de Investigação I.

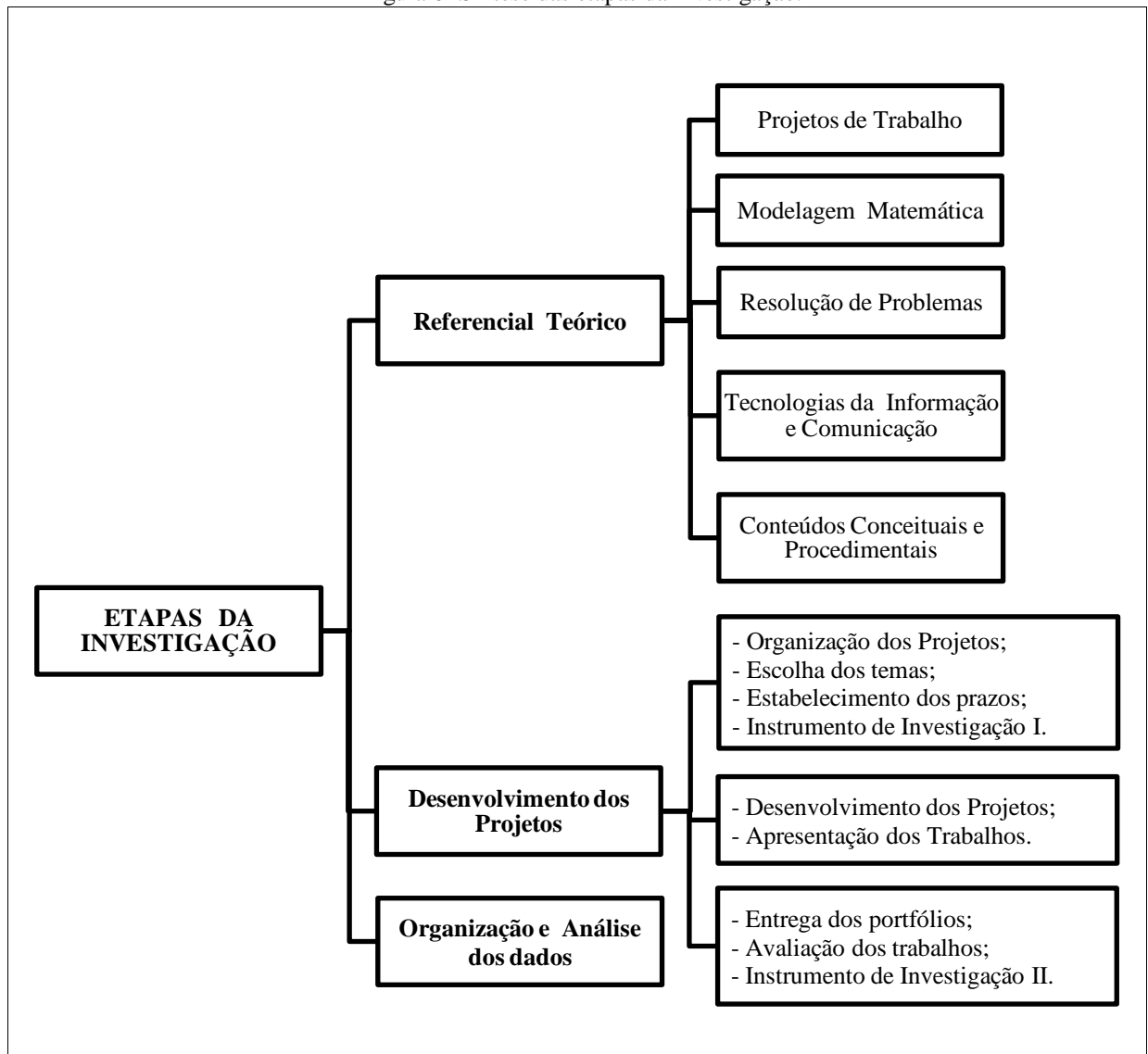
Na terceira etapa, ocorreu o desenvolvimento dos Projetos. Essa etapa se constitui de intenso trabalho dos estudantes na elaboração e desenvolvimento dos projetos de cada grupo. O professor/pesquisador atuou como mediador do processo, organizando, prestando auxílio, discutindo com os grupos. Ao final dessa etapa foi aplicado o Instrumento de Investigação II e, ao longo da mesma, se desenvolveu a coleta de dados referente às observações e registros em áudio e vídeo.

Na quarta etapa, ocorreu a apresentação, entrega do portfólio e avaliação dos Projetos pelos estudantes.

Na quinta etapa, foi realizada a análise dos Projetos, pelo professor/pesquisador, que buscou levantar informações relevantes sobre a utilização dos mesmos para o ensino e aprendizagem da Matemática, verificando as possíveis articulações entre as diferentes estratégias de ensino utilizadas nos Projetos de Trabalho desenvolvidos.

O quadro da Figura 6 mostra uma síntese das etapas do desenvolvimento da investigação.

Figura 6- Síntese das etapas da investigação.



Fonte: a pesquisa.

Destaca-se, também, de acordo com o esquema apresentado, que as etapas 2, 3 e 4 estavam intimamente ligadas ao desenvolvimento dos projetos escolhidos pelos estudantes.

No capítulo seguinte, apresenta-se o desenvolvimento dos Projetos de Trabalho na Escola e dados relevantes sobre a turma.

4 O DESENVOLVIMENTO DOS PROJETOS DE TRABALHO NA ESCOLA

Este capítulo apresenta a descrição da organização e desenvolvimento dos Projetos de Trabalho junto à turma 302 do 3º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Farroupilha, no período de maio a julho de 2013. O desenvolvimento dos projetos foi proposto a toda a turma e se constituiu em atividade constante do Plano de Estudo para a disciplina de Matemática.

Assim, serão aqui apresentados aspectos do desenvolvimento dos projetos em uma visão geral, considerando as diferentes fases dos mesmos junto a turma 302. Posteriormente, no próximo capítulo, será apresentado, particularmente, o desenvolvimento de dois dos nove projetos realizados.

Porém, antes de passar à apresentação dos projetos, considera-se pertinente apresentar dados sobre a turma 302, buscando traçar um perfil da mesma.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DOS SUJEITOS DA PESQUISA

A investigação foi realizada com 37 alunos da turma 302 (turno da manhã), do 3º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Farroupilha. Como primeira ação e buscando identificar as características dos sujeitos envolvidos na pesquisa, foram propostas nove questões no Instrumento de Investigação I, o qual foi respondido por todos os estudantes da turma.

Destaca-se que nesta pesquisa, os estudantes não estão citados pelo nome. Será utilizada a letra “E”, seguida, de um número, para indicar um estudante em específico, sendo que esse número será o que constava na lista de chamada da escola. Como o trabalho foi desenvolvido em grupo, esses foram indicados por letra maiúscula do alfabeto (A, B, C, D, E, F, G, H e I). O professor/pesquisador será indicado pela letra “P”. As informações transcritas dos estudantes não sofrerão correções ortográficas e serão apresentadas em *itálico*.

A partir dos dados coletados com o Instrumento de Investigação I foi traçado o perfil da turma. Com esses dados, foi possível constatar que, dos 37 estudantes que responderam às questões, 35 estavam cursando o terceiro ano do Ensino Médio pela primeira vez. Com relação ao gênero, observou-se que 14 eram do gênero masculino, que correspondem a 37,8% dos estudantes, e 23 do gênero feminino (62,2% dos estudantes). No que se refere à idade, o grupo tinha entre 16 e 19 anos, sendo que 73% estão na faixa etária dos 17 anos, o que pode ser observado na Tabela 1.

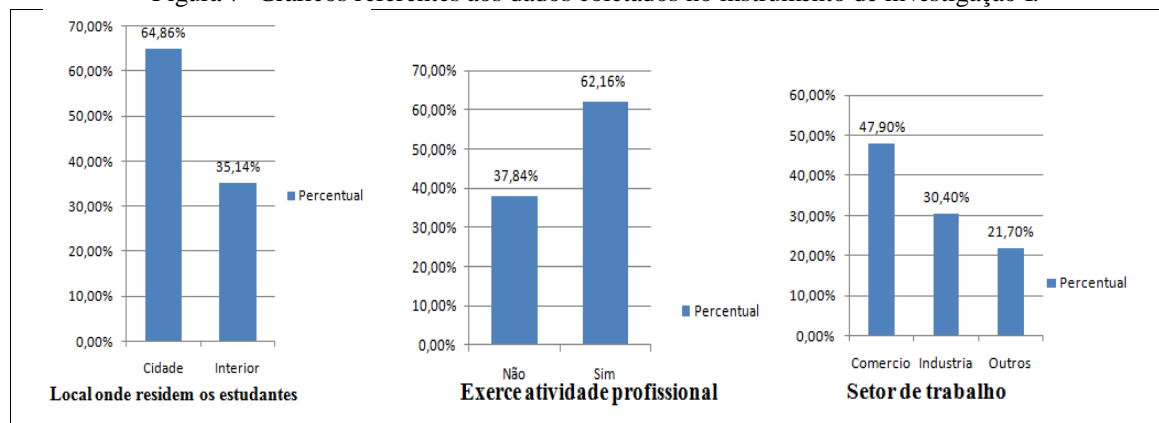
Tabela 1- Dados referentes às idades dos estudantes.

Idade (anos)	Número de estudantes	Percentual de estudantes (%)
16	1	2,7
17	27	73
18	7	18,9
19	2	5,4
Total	37	100

Fonte: a pesquisa.

Buscando identificar o local de residência dos estudantes, com a finalidade de observar previamente se esse fator poderia interferir no desenvolvimento dos trabalhos em grupo e a possibilidade de se deslocarem até a escola em turno inverso, foi solicitado aos estudantes que declarassem se residiam no interior ou na cidade. Outra questão do Instrumento de Investigação I se referia ao setor em que atuavam, caso trabalhassem. Os dados referentes a essas questões são apresentados nos gráficos da Figura 7.

Figura 7- Gráficos referentes aos dados coletados no instrumento de investigação I.



Fonte: a pesquisa.

Os resultados apresentados apontam que o maior percentual (64,9%) de estudantes residia na cidade, não tendo, a princípio, problemas para se deslocar até a escola, a fim de realizarem os seus trabalhos. Os estudantes residentes no interior do Município não tinham muitas opções de horário de transporte para o deslocamento no turno oposto ao de aula, necessitando dos pais, para conduzi-los até a escola ou a outro ambiente onde o grupo estava reunido.

Os dados relacionados ao exercício da atividade profissional, apresentados na Figura 7, evidenciam que boa parte dos estudantes (62,16%) trabalha em turno oposto ao da escola, sendo esse um possível empecilho para o encontro dos mesmos com seus grupos e para a realização de tarefas.

Por fim, ainda na Figura 7, observa-se que, entre os que trabalham, ocorre uma predominância do setor de comércio. Conjectura-se que uma justificativa para esse fato é que a turma era composta, em sua maioria, pertence ao gênero feminino e, na cidade de

Farroupilha, o comércio de malhas absorve esses estudantes para o trabalho em vendas em período oposto aos de estudo. Já, com relação ao setor de indústria, o maior percentual de estudantes que exercia essa atividade era do gênero masculino. Além disso, muitos dos estudantes que desempenhavam uma função no setor de comércio tinham disponibilidade de se ausentarem do trabalho quando fossem atividades da escola, desde que cumprissem essas horas em outro período, quase sempre nos finais de semana.

Outra questão do instrumento solicitava que os estudantes respondessem se estavam matriculados em cursos profissionalizantes ou de línguas. Quase a metade dos estudantes (45,9%) relataram estarem realizando cursos fora da escola, destacando-se: inglês, informática, técnico administrativo e técnico em mecânica industrial. Já os outros 54,1% que declararam não estar fazendo cursos extraescolares eram, em sua maioria, estudantes que declararam trabalhar.

Na sequência, era solicitado que os estudantes respondessem se pretendiam cursar o Ensino Superior e qual seria o curso pretendido. Dos estudantes participantes da pesquisa 28 declararam que pretendiam fazer um curso superior (75,7%) e 9 estudantes (24,3%) não pretendiam cursar ou não responderam. Os principais cursos pretendidos por eles estão relacionados no quadro da Figura 8, onde se percebe uma vasta gama de opções de cursos, o que dá indícios de que o estudo é importante para esses estudantes e que destacam cursos relacionados com o que gostam de fazer.

Figura 8- Curso Superior pretendido pelos estudantes.

Curso Superior	Frequência
Administração de Empresas	4
Engenharia Elétrica	2
Engenharia Mecânica	3
Engenharia Química	1
Engenharia Ambiental	2
Engenharia de Produção	2
Direito	3
Medicina Veterinária	1
Nutrição	1
Pedagogia	3
Produção Multimídia	1
Recursos Humanos	1
Outros	4

Fonte: a pesquisa.

Dos cursos pretendidos, pode-se perceber que três estudantes pretendem seguir na área da educação, cursando Pedagogia. São estudantes que já trabalham na área como estagiárias em escolas municipais de Farroupilha, em turno oposto ao da escola, atuando como monitoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Outra questão abordada foi o interesse dos estudantes em desenvolver um trabalho que possibilitasse relacionar os conhecimentos matemáticos a aplicações e situações que gostariam de pesquisar. Assim, todos aceitaram trabalhar com Projetos. Quando questionados se gostariam de trabalhar em pequenos grupos e desenvolver trabalhos diferentes ou toda a turma trabalhar com um único projeto, a resposta foi unânime: queriam desenvolver diferentes trabalhos, em grupos, de acordo com seus interesses.

A seguir, destacam-se as fases do desenvolvimento dos Projetos de Trabalho junto aos estudantes segundo as ideias de Mora (2003).

4.2 FASES DO DESENVOLVIMENTO DOS PROJETOS DE TRABALHO

Os Projetos de Trabalho desenvolvidos nesta investigação seguiram os pressupostos apontados por Mora (2003), o qual prevê cinco fases no desenvolvimento de projetos, a saber: definição, pelos participantes, do tema para o projeto; discussão e planejamento; cronograma de ações para o desenvolvimento do projeto; desenvolvimento do projeto; culminância do projeto.

O quadro da Figura 9 apresenta uma descrição do desenvolvimento em cada fase, seus encaminhamentos e tempo de duração.

Figura 9- Organização das fases.

FASES	DESCRIÇÃO	ENCAMINHAMENTOS	Duração
Fase I	Definição dos temas.	<ul style="list-style-type: none"> Definição dos grupos. Definição dos temas. Formas de comunicação (grupo de discussão no <i>Facebook</i>). 	1 semana
Fase II	Discussão e planejamento.	<ul style="list-style-type: none"> Elaboração dos objetivos. Organização das etapas para o desenvolvimento do Projeto. 	1 semana
Fase III	Organização das ações a serem realizadas.	<ul style="list-style-type: none"> Elaboração do cronograma das ações a serem desenvolvidas. Estabelecimento dos prazos para cada ação. 	1 semana
Fase IV	Desenvolvimento dos projetos.	<ul style="list-style-type: none"> Realização da pesquisa (planejar, elaborar, produzir). Verificação dos processos (re-planejar, re-elaborar, re-produzir). 	9 semanas
Fase V	Finalização dos projetos.	<ul style="list-style-type: none"> Socialização dos resultados. Discussão dos projetos apresentados. Reformulação dos projetos. Relatório final. 	2 semanas

Fonte: a pesquisa.

Na sequência apresentam-se aspectos do desenvolvimento das cinco fases do trabalho com projetos desenvolvidos com a turma 302, seguindo as ideias apontadas por Mora (2003).

4.3 OS PROJETOS DE TRABALHO EM AÇÃO

Na primeira semana com a turma, o professor/pesquisador iniciou a aula apresentando a ideia de desenvolver um trabalho utilizando Projetos de Trabalho na disciplina de Matemática. Nesse momento, foi discutido o que são os projetos, suas principais fases e como essa metodologia seria aplicada e desenvolvida na disciplina, objetivando deixar os estudantes a par do que eram e como seriam desenvolvidos. Também, nesse momento, foi mencionado que o processo avaliativo seria qualitativo, no qual todos os encaminhamentos seriam acompanhados, discutidos, analisados e avaliados. Todo o processo de construção seria registrado e entregue ao professor e, no final, seria entregue um trabalho escrito relatando o desenvolvimento do projeto. Além disso, projetos seriam apresentados entre os grupos e, possivelmente, para a comunidade escolar.

Também, nesse momento, o professor/pesquisador discutiu com a turma a possibilidade de incorporar, nos projetos, o uso das TIC, de acordo com as necessidades e possibilidades que surgissem.

Nesse contato inicial sobre os projetos, também, foi apresentado e discutido com os estudantes que aspectos do trabalho desenvolvido eram parte integrante da Dissertação de Mestrado do professor e que as informações, dados e análises dos resultados dos mesmos seriam apresentados em artigos científicos e em forma de uma dissertação, a serem publicados.

Após esse momento de socialização, os estudantes responderam ao Instrumento de Investigação I, cujo objetivo era traçar um perfil dos sujeitos participantes da pesquisa e investigar o interesse em desenvolver os Projetos na disciplina de Matemática, dados que já foram apresentados no início deste capítulo.

A seguir, relatam-se as fases desenvolvidas no Projeto seguindo as ideias de Mora (2003), desde a escolha do tema até a exposição dos trabalhos no momento de culminância do Projeto.

4.3.1 Fase I - Formação dos grupos e definição dos temas

No segundo encontro com a turma, já com os dados da aplicação do questionário inicial (Instrumento de Investigação I) e com as discussões realizadas anteriormente sobre Projetos de Trabalho, o professor/pesquisador conversou sobre a realização dos projetos. Solicitou que os estudantes se reunissem em grupos de, no máximo, cinco componentes, de

acordo com seus interesses e pensassem sobre qual tema ou problemas teriam vontade de pesquisar. Nesse encontro, cada grupo definiu um representante responsável pela organização e coordenação do grupo. Também foi discutido com os mesmos a pertinência de cada grupo manter um “diário”, onde seriam registrados todas as ações, discussões, dúvidas e interesses do grupo. Esse diário seria responsabilidade do coordenador do grupo, mas todos poderiam manter registros no mesmo. O diário seria, semanalmente, visto pelo professor/pesquisador e recolhido ao final do projeto para análise da evolução dos mesmos, de acordo com esse registro.

Também foi solicitado que os estudantes discutissem sobre um tema de interesse para o projeto e quais seriam os objetivos pretendidos ao pesquisar o assunto. Mora (2003) salienta que o tema escolhido determina, quando se opta por desenvolver um Projeto de Trabalho, o êxito da aprendizagem e deve estar ligado a aspectos da vida cotidiana e a problemas relacionados com a sociedade. A escolha do tema é uma etapa essencial em um Projeto de Trabalho, devido à importância de contribuir com a formação de outras pessoas e possibilitar a troca de informações para o acréscimo da pesquisa realizada. Assim, o tema deve ser de interesse dos estudantes e do professor, devendo estar relacionado, também, com os objetivos da escola e ser relevante para a comunidade escolar.

Nesse momento, foi disponibilizado aos estudantes um conjunto de questões sugeridas por Nogueira (2005), que podem auxiliar no desenvolvimento dos projetos:

- Sobre o que falaremos/pesquisaremos?
- O que faremos no projeto?
- Por que trataremos desse tema?
- Quais são os objetivos?
- Como realizaremos esse projeto?
- Como operacionalizaremos?
- Como podemos dividir as atividades entre os membros do grupo?
- Como apresentaremos o projeto?
- Quando realizaremos as etapas planejadas?
- Quem realizará cada uma das atividades?
- Quem se responsabilizará pelo quê?
- Quais serão os recursos materiais e humanos necessários para a realização do projeto?

No encontro seguinte, os estudantes trouxeram os grupos definidos juntamente com as pretensões sobre os temas/problemas a serem trabalhados. Dois grupos não tinham definido o

que gostariam de pesquisar, no que foram auxiliados pelo professor. O primeiro grupo perguntou ao professor se poderiam pesquisar algo sobre a Matemática do dia-a-dia. O professor/pesquisador questionou-os sobre o que haviam pensado e, como resposta, o grupo relatou que não sabiam qual Matemática pesquisar ou sobre qual assunto. Então, o professor sugeriu que realizassem um trabalho abordando aspectos da Matemática Financeira utilizados no cotidiano das pessoas e um componente do grupo questionou se poderia fazer sobre juros e procurar sobre produtos comprados à vista ou a prazo. O professor solicitou que fossem pensando sobre as possibilidades que poderiam abordar e disse que o tema poderia ser o da Matemática do dia-a-dia, o que foi aceito pelos integrantes do grupo.

O segundo grupo não tinha tomado uma decisão e seus integrantes não tinham clareza sobre o que iriam tratar no projeto. Como era um grupo formado por meninas e sabendo que algumas integrantes faziam cursos de vendas, representante comercial, atendimento ao cliente e técnicas de negociação no Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial (SENAC), o professor sugeriu a criação de uma miniempresa nos moldes legais que tinham aprendido no curso que estavam realizando. Uma estudante do grupo questionou se poderiam fazer um produto também. Concordando com a proposta, o professor alertou que deveriam pensar bem sobre o assunto e que seria interessante montar uma miniempresa com direção, funcionários, produtos, salário etc. O grupo aprovou a ideia sugerida e começaram a discutir sobre a elaboração do projeto.

Nesses dois momentos, entrou em cena o importante papel do professor dentro dos projetos que é de dar sugestões, fazer encaminhamentos e apontar possibilidades, para que os participantes do grupo encontrem um caminho ou uma solução para o problema em questão. Com relação ao tema sugerido pelo professor/pesquisador ao grupo, Mora (2003), Hernández (1998), Santos (2011), entre outros, salientam que o tema ou problema de investigação pode ser escolhido pelos estudantes ou sugerido pelo professor, desde que esse seja aceito e seja de interesse dos participantes do processo.

A Figura 10 mostra os grupos reunidos, em sala de aula, para a discussão com o professor/pesquisador sobre a viabilidade de realizar o projeto pretendido, planejamento dos projetos, esboço dos objetivos e o papel de cada integrante durante o desenvolvimento do mesmo.

Figura 10- Grupos reunidos em sala de aula para o planejamento dos projetos.



Fonte: a pesquisa.

Assim, após discussões e pesquisas, os temas foram estabelecidos, estando destacados no quadro da Figura 11.

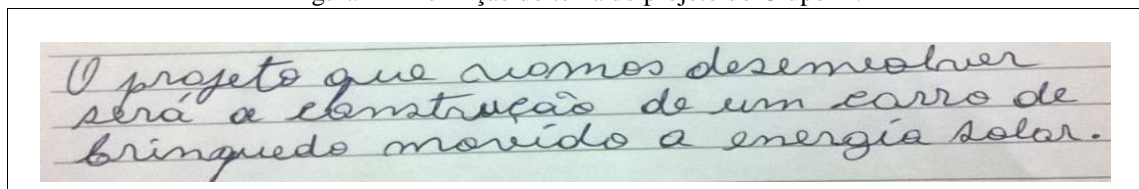
Figura 11- Definição dos temas/problemas.

GRUPOS	TEMA/ PROBLEMA
A	Lançamento de projéteis
B	Reforma da escola
C	Construção de uma casa
D	Construção de um prédio e mobiliar um apartamento
E	Campo de concentração nazista
F	Miniempresa
G	Matemática do dia-a-dia
H	Carro movido à energia solar
I	Matemática na Medicina

Fonte: a pesquisa.

Como exemplo dos trabalhos realizados nessa fase, apresenta-se a proposta desenvolvida pelo Grupo-H, que definiu o tema do projeto, a partir de discussões no grupo, e que gerou a proposta de trabalho apresentada por escrito, em destaque na Figura 12.

Figura 12- Definição do tema do projeto do Grupo-H.



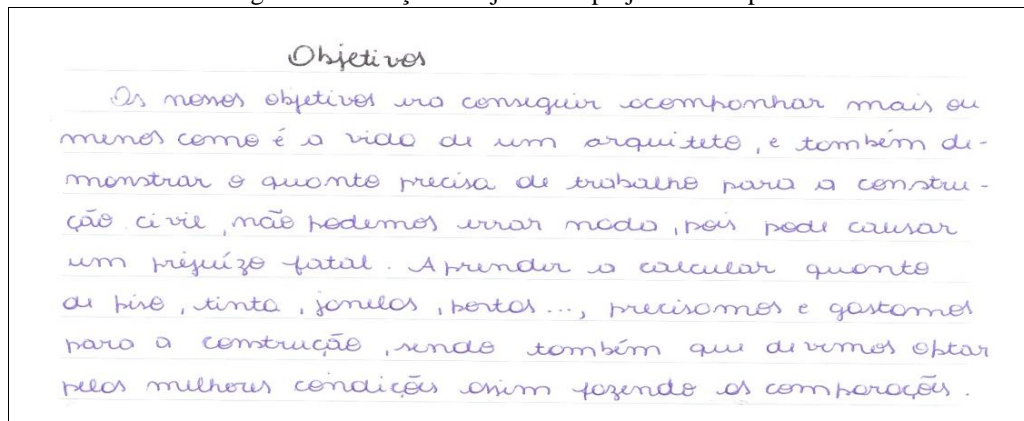
Fonte: a pesquisa.

Dessa maneira, cada grupo foi elaborando sua proposta por escrito, mostrando, discutindo e entregando os primeiros rascunhos para o professor/ pesquisador.

Após a escolha dos temas, os estudantes passaram a desenvolver o esboço inicial dos objetivos. Os mesmos encontraram dificuldades em traçar a meta que pretendiam alcançar a

partir de seus projetos o que, em alguns casos, não ficava claro. Como exemplo, destaca-se a proposta do Grupo-D (Figura 13) onde, na proposta inicial de objetivos apresentados, os estudantes não deixavam claro se queriam acompanhar a vida de um arquiteto, se era para mostrar o trabalho da construção civil ou aprender como calcular a quantidade de piso, tinta, janelas, portas, entre outros, de uma construção.

Figura 13- Esboço do objetivo do projeto do Grupo-D.



Fonte: a pesquisa.

Essa primeira tentativa de organizar objetivos foi importante, pois permitiu aos estudantes refletirem e questionarem sobre o que, de fato, gostariam de pesquisar e trabalhar e como colocar essas questões em termos de objetivos.

Como desenvolver um Projeto de Trabalho exige a interação com os colegas e professor, sentiu-se a necessidade de criar outras formas de comunicação. Nesse sentido, foi proposta a criação de um grupo de discussão no *Facebook* para socialização das dúvidas e fontes de pesquisas.

Nessa fase, procurou-se, concordando com Mora (2003), a valorização dos conhecimentos ações e atitudes dos estudantes e foi possível perceber o interesse e empolgação dos mesmos, pelo fato de poderem realizar uma atividade que envolvesse a disciplina de Matemática e assuntos que escolheram ou auxiliaram na seleção.

Como foram apontados diferentes temas, os quais envolviam distintos conhecimentos matemáticos, optou-se por não aplicar um questionário, para verificar os conhecimentos dos estudantes, mas retomar e desenvolver, ao longo dos projetos, os conhecimentos necessários para a realização dos mesmos.

A seguir, destacam-se aspectos relevantes sobre a segunda fase do trabalho.

4.3.2 Fase II - Discussão e Planejamento

Nessa etapa, os estudantes retomaram as discussões sobre as questões propostas por Nogueira (2005), anteriormente apresentadas, as quais pontuavam aspectos do desenvolvimento dos projetos, reelaborando suas respostas com novos subsídios que foram surgindo nas discussões entre os integrantes do grupo e com o professor/pesquisador. A Figura 14 apresenta algumas questões e suas respectivas respostas fornecidas pelo Grupo-C.

Figura 14- Respostas fornecidas pelo Grupo-C para as questões sugeridas por Nogueira (2005).

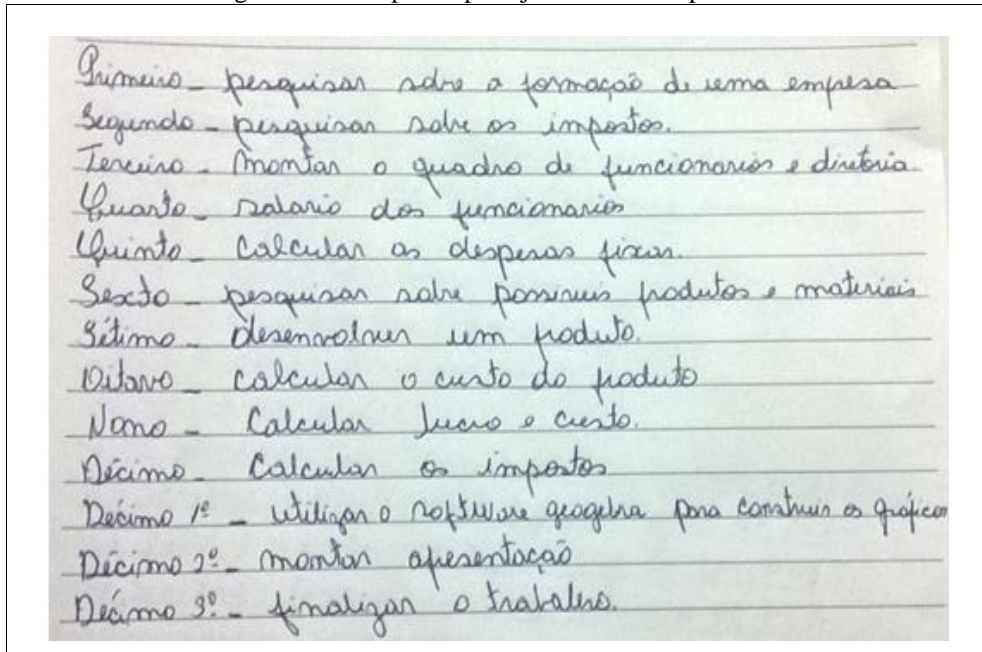
<p>Sobre o que pesquisaremos? O projeto de matemática é voltado para um projeto de criação de algo que fosse escolhido por cada grupo. Cada aluno ficou livre para formar seu grupo e para escolher o tema que seria o foco de sua pesquisa. O nosso grupo decidiu trabalhar em um projeto baseado em uma casa que gaste além do necessário, que custe um valor elevado em sua construção e que não leve em conta projetos sustentáveis.</p> <p>O que faremos no projeto? No nosso projeto, criaremos uma casa com um valor elevado de custos, fugindo totalmente dos mais recentes projetos de arquitetura que em sua grande maioria vem sendo ecologicamente corretos.</p> <p>Por que trataremos desse tema? Quais são os objetivos? A decisão a respeito do tema do nosso projeto foi decidido em consenso com todos os membros do grupo. Consideramos uma alternativa bem interessante, uma vez que provavelmente daqui a alguns anos quem irá planejar a construção de uma casa seremos nós, uma casa própria, e assim já teremos uma noção do que é necessário e também do que não se faz necessário e apenas aumenta gastos.</p> <p>Como? Como realizaremos esse projeto? Como operacionalizaremos? Como podemos dividir as atividades entre os membros do grupo? Como apresentaremos os projetos? A princípio realizaremos o trabalho através das contas necessárias para a elaboração de uma casa, projeto, valores, etc. Apresentaremos também a maquete da casa, e juntamente em um trabalho escrito com todas as informações necessárias. As atividades serão distribuídas entre cada integrante do grupo da forma que for mais cabível e aceitável pela maioria, levando em conta o que se torna mais viável para cada um realizar. A princípio esses são os plano do grupo.</p> <p>Quando? Quando realizaremos as etapas planejadas? As atividades serão distribuídas a cada integrante do grupo e ficara a critério do mesmo a realização e a decisão de quando fazer, desde que consiga cumprir ao fim do tempo solicitado.</p>
--

Fonte: a pesquisa.

As respostas a essas questões auxiliaram os grupos e o professor, pois, a partir das mesmas, foi possível estruturar a organização geral do trabalho, especificando os procedimentos, etapas, objetivos e recursos que seriam empregados no desenvolvimento do projeto. Após essas reflexões, os grupos começaram a elaborar o planejamento, ou seja, as etapas do projeto e o que seria desenvolvido em cada uma delas.

Os grupos se reuniram tanto no ambiente escolar quanto fora dele para a organização e planejamento das etapas. Quando encontravam alguma dificuldade, solicitavam auxílio do professor e, posteriormente, entregavam por escrito o que tinha sido planejado para ser analisado. Posteriormente, recebiam um retorno com as alterações sugeridas. A Figura 15 apresenta o esboço do planejamento do Grupo-F.

Figura 15- Exemplo de planejamento do Grupo-F.



Fonte: a pesquisa.

Após análise dos materiais produzidos, o professor se reuniu, novamente, com os grupos, discutindo sobre sugestões e necessidades de alterações.

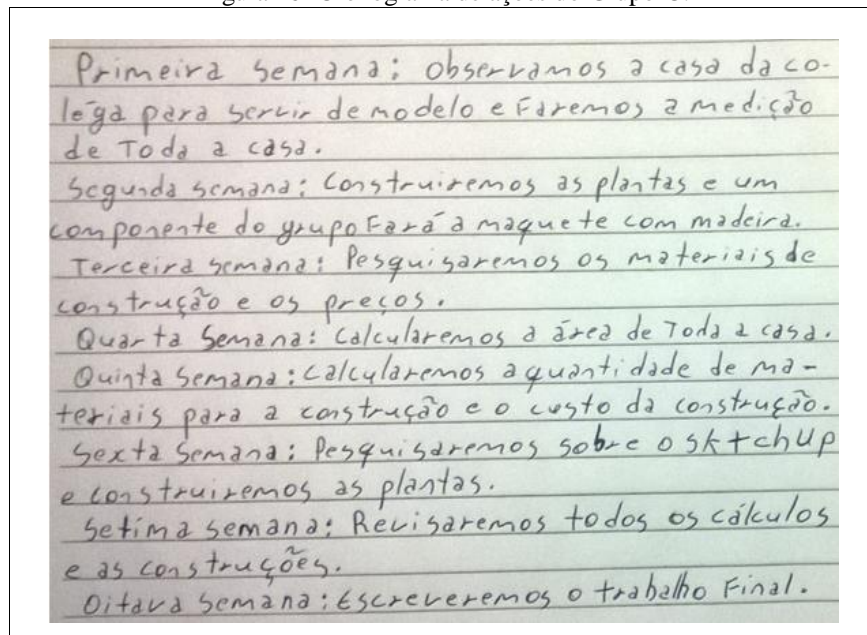
4.3.3 Fase III - Organização das ações a serem realizadas

Nessa fase, após a elaboração do planejamento e a reelaboração dos objetivos traçados para o desenvolvimento do projeto, fez-se o cronograma das ações a serem desenvolvidas e o estabelecimento dos prazos para cada ação planejada.

Nessa fase, os grupos necessitaram de um auxílio maior do professor/pesquisador, pois encontraram dificuldades em descrever a sequência das etapas que precisavam seguir para desenvolver o trabalho. Para auxiliar os grupos que encontraram dificuldade, o professor utilizou o ambiente escolar, o grupo de discussão (*Facebook*), e-mail e o agendamento de horários fora do turno de aula.

Após as intervenções, cada grupo completou o seu cronograma com as ações a serem desenvolvidas e o prazo para cada fase. Um exemplo desse planejamento é apresentado na Figura 16.

Figura 16- Cronograma de ações do Grupo-C.



Fonte: a pesquisa.

Após o término do planejamento das ações e antes de partir para o desenvolvimento dos projetos, o professor/pesquisador retomou aspectos essenciais sobre as normas da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) para a redação e apresentação de trabalhos, tais como: capa, folha de rosto, introdução, desenvolvimento, conclusão, espaçamento entre linhas, fonte, citações e referências. Esse assunto já havia sido abordado pelos professores de Língua Portuguesa no início do ano letivo de 2013, quando cada estudante recebeu um arquivo contendo um resumo das normas utilizadas em um trabalho científico. Os educandos, também, foram orientados sobre como elaborar um projeto, bem como as normas de apresentação do mesmo.

4.3.4 Fase IV - Desenvolvimento dos Projetos

Para dar continuidade aos Projetos, fez-se necessária uma pesquisa bibliográfica sobre os temas em livros, *internet*, revistas, jornais, entre outros, com a finalidade de investigar, aprofundar e retomar aspectos essenciais sobre os assuntos, fornecendo subsídios para o início do esboço do projeto. Para melhor organização das fases que seriam desenvolvidas, o Grupo-D achou importante organizar um sumário com cada elemento que iria compor o projeto, como pode ser observado na Figura 17.

Figura 17- Exemplo de sumário inicial apresentado pelo Grupo-D.

Assunto	Página
* Introdução	1
* Objetivos	2
* Relação do projeto com a Matemática	3
* Planos da realização do projeto	5
* Cálculos dos tijolos	7
* Cálculos dos tijolos de cozinha	9
* Cálculos dos tijolos de cveder	11
* Cálculos dos tijolos dos quartos	13
* Cálculos dos tijolos do banheiro + área	17
* Cálculos de área da porta interna	19
* Cálculos de área da porta externa	20
* Costas com janelas e portel	21
* Dificuldades	22
* Planta baixa do apartamento (à mão)	23
* Móveis utilizados e seus custos	24
* Relatório do grupo	25
* Questões respondidas	26
* Parar do grupo com o trabalho	30
* Figuras geométricas	31
* Resumos dos cálculos	32
* Resumos dos parciais	33

Fonte: a pesquisa.

O professor/pesquisador auxiliou, também, na seleção e organização das informações consideradas relevantes para o desenvolvimento dos Projetos. Dois grupos solicitaram ajuda aos professores de Física da escola para explicações sobre os temas em desenvolvimento, sendo atendidos e orientados sobre aspectos teóricos e como colocá-los em prática.

Além dos períodos em sala de aula, os grupos se encontraram em horários extraclasse na Biblioteca, no Laboratório de Informática da escola ou na casa de um dos integrantes do grupo. O professor/pesquisador se colocou à disposição para esses momentos e, sempre que um grupo encontrasse dificuldade no desenvolvimento do trabalho, poderia solicitar o auxílio, em sala de aula, pelo grupo do *Facebook*, e-mail ou nos encontros extraclasse, nos quais os grupos estivessem reunidos. Nesses encontros, foram elaborados referenciais teóricos, questionamentos sobre as atividades e o desenvolvimento de cálculos matemáticos. Um registro desses encontros extraclasse encontra-se na Figura 18.

Figura 18- Alunos trabalhando na Biblioteca.



Fonte: a pesquisa.

Nos momentos de acompanhamento e troca de saberes, o professor orientou os grupos com relação aos *softwares* que poderiam ser empregados nos trabalhos, buscando favorecer o uso de tecnologias e fornecer novas possibilidades de investigação e conhecimento de diferentes processos que poderiam contribuir para sua formação.

A fase de desenvolvimento dos projetos teve a duração de nove semanas, tempo no qual os estudantes estiveram elaborando, planejando e produzindo seus trabalhos de pesquisa, com as intervenções e orientações do professor/pesquisador. Nesse período, as etapas desenvolvidas foram replanejadas, reelaboradas e reconstruídas. Todos os grupos apresentaram dificuldades em realizar a parte escrita do Projeto, necessitando de um acompanhamento do professor.

Nessa fase, tudo que foi produzido pelos grupos era encaminhado por e-mail, postado no grupo do *Facebook*, entregue na forma de rascunho ou de cópia para o professor/pesquisador, que dava sugestões e fazia questionamentos. Assim, ocorria o acompanhamento de todas as atividades, possibilitando, dessa forma, que o professor sanasse dúvidas e auxiliasse na reelaboração de partes do projeto.

Após os primeiros encontros nessa fase, o professor/pesquisador novamente orientou os grupos a retomarem a elaboração do relatório final, considerando as normas destacadas anteriormente. Também foram combinados os detalhes para a apresentação dos trabalhos em sala de aula, na sala de vídeo ou no auditório e que deveriam ser apresentados em Power Point, além de maquetes, objetos confeccionados, moldes, entre outros.

Nessa fase, por ser um processo longo, percebeu-se o quanto os estudantes estavam engajados no trabalho e o quanto seus conhecimentos foram sendo aprimorados enquanto

pesquisavam, calculavam, questionavam, refletiam sobre os conteúdos abordados e sobre os problemas que surgiam no decorrer do processo. Pode-se destacar, também, que todas as solicitações, indicações, sugestões feitas pelo professor/pesquisador para ampliar e melhorar os projetos foram, na medida do possível, consideradas pelos grupos, mostrando o quanto estavam envolvidos nos seus projetos, buscando ampliar seus conhecimentos sobre o tema escolhido.

4.3.5 Fase V - Finalização dos Projetos

Segundo Mora (2003), o ensino e a aprendizagem no desenvolvimento dos Projetos de Trabalho devem levar à apresentação de um produto final, que é resultado de um longo processo de planificação, execução e evolução contínua. O autor ressalta, também, que o produto final pode ser apresentado de forma oral ou por escrito, buscando socializar a pesquisa realizada, proporcionando a troca de conhecimentos e a reflexão crítica dos principais aspectos do projeto.

Nesse sentido, a culminância dos projetos ocorreu com a socialização dos resultados para os demais estudantes da turma e a entrega de um relatório final escrito (portfólio). Os trabalhos apresentados em sala de aula ou na sala de vídeo foram em *Power Point* com a participação de todos os integrantes dos grupos. Além disso, após a apresentação de cada trabalho, ocorria uma reflexão crítica entre todos os integrantes da turma, mediados pelo professor. A Figura 19 destaca a apresentação do Projeto do Grupo-E.

Figura 19- Apresentação do projeto minimpresa desenvolvido pelo Grupo-E.



Fonte: a pesquisa.

Após as reflexões, alguns grupos solicitaram a prorrogação da entrega do trabalho final, alegando que seria necessário reformular tópicos no relatório final dos projetos, devido às reflexões realizadas durante e após as apresentações, o que foi aceito pelo professor.

O relatório final escrito seguiu as normas da ABNT e teve como objetivo principal registrar os conhecimentos adquiridos pelos estudantes durante o desenvolvimento da pesquisa.

As apresentações e discussões em torno de cada grupo foram gravadas e transcritas pelo professor/pesquisador, sendo necessários cinco períodos de aula para as apresentações.

Não foi possível a apresentação dos trabalhos para a comunidade escolar devido a questões relacionadas com o calendário escolar, que a época da finalização dos projetos tinha já previsto outro tipo de atividade. Porém, a direção solicitou que o professor/pesquisador elaborasse um roteiro sobre o desenvolvimento dos Projetos e, se possível auxiliasse os professores de Matemática na elaboração e construção de projetos no ano seguinte, uma vez que os mesmos estavam sendo introduzidos no currículo em função da implantação do Ensino Médio Politécnico.

Após a finalização das fases que envolveram a escolha do tema, elaboração do projeto, desenvolvimento da pesquisa, apresentação dos resultados e reflexões críticas, foi solicitado que os estudantes elaborassem um parecer sobre os Projetos de Trabalho e, posteriormente, foi aplicado o Instrumento de Investigação II, cuja análise será apresentada no capítulo 5.

Destaca-se que, nesse subcapítulo, apresentou-se uma descrição do desenvolvimento da proposta de Projetos de Trabalho junto à turma 302. O relato é de caráter geral, buscando dar uma visão de como o trabalho se desenvolveu como um todo nas diferentes fases propostas para o trabalho com Projetos.

No próximo capítulo, serão apresentadas descrições, dados e análises especificamente de dois projetos, dentre os que foram desenvolvidos. Como foram desenvolvidos nove diferentes temas, julgou-se pertinente analisar e aqui apresentar, mais detalhadamente, um número menor de projetos, optando-se, então, por dois deles.

No que segue, ainda no âmbito da descrição geral do trabalho desenvolvido, apresentam-se os *software* utilizados pelos estudantes no desenvolvimento de seus projetos.

4.4 SOFTWARE UTILIZADOS PELOS ESTUDANTES

No que segue, são apresentados os *software* utilizados durante o desenvolvimento dos projetos. Em um primeiro momento, destaca-se o GeoGebra, utilizado na representação e análise das funções reais. Após, é apresentado o SketchUp, que foi empregado para a construção das representações das maquetes e de sólidos geométricos. Posteriormente, será destacado o Modellus, utilizado para simular situações no lançamento de projéteis no Projeto do Grupo- B e, por último, o Excel, que foi adotado posteriormente, pelo fato de os estudantes não terem se adaptado ao *software* Modellus.

4.4.1 O *software* GeoGebra

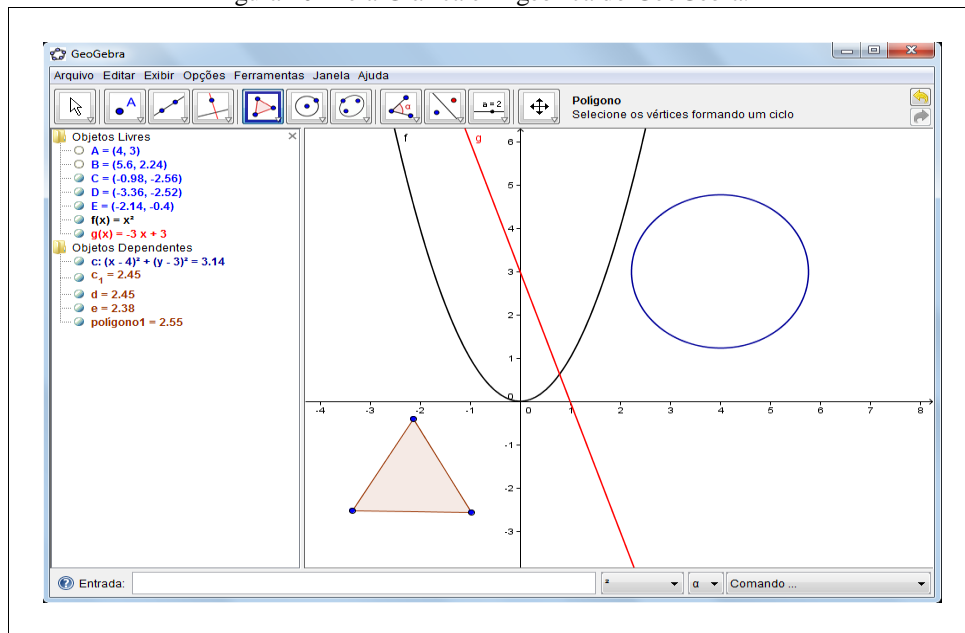
Esse é um *software* gratuito de Matemática que reúne recursos da Geometria, Álgebra e Cálculo. Foi desenvolvido nos Estados Unidos por Markus Hohenwarter e, por ter sido escrito em Java, roda em qualquer plataforma (Microsoft Windows, Linux, Macintosh, entre outros).

O GeoGebra está disponível no endereço <http://www.geogebra.org/cms> em vários idiomas, dentre eles, o Português. Dispõe de uma ajuda com exemplos que descrevem todas as funções e comandos, além de um fórum de usuários que pode ser utilizado como ambiente de discussões e para esclarecer dúvidas.

De acordo com informações obtidas no site do programa, o GeoGebra possui todas as ferramentas de um *software* de geometria dinâmica: pontos, retas, segmentos, circunferências, arcos, secções cônicas e mais uma janela de álgebra que apresenta as equações e as coordenadas de um ponto. Possui a vantagem didática de mostrar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto (gráficas e algébricas).

O *software* têm um *Menu* principal com ícones que representam os objetos que podem ser construídos ao serem acionados, permitindo ao usuário construir e manipular os objetos geométricos, construir gráficos de funções e observar seus comportamentos pela movimentação através da janela gráfica que se encontra à direita da tela permitindo, também, o acompanhamento algébrico através da janela da esquerda da tela. Na Figura 20, é apresentada a tela gráfica e algébrica do GeoGebra com alguns exemplos de representação gráfica e algébrica.

Figura 20- Tela Gráfica e Algébrica do GeoGebra.



Fonte: Software GeoGebra.

Por realizar construções geométricas utilizando régua e compasso digital o GeoGebra mantém as características fundamentais de uma construção e as propriedades dos objetos geométricos representados. Entretanto, comparando a forma convencional de construção geométrica (lápiz e papel) e a auxiliada pelo computador, destaca-se a diferença: a primeira é estática e única - depois de feito um desenho, o mesmo não pode ser modificado para análise de algumas propriedades; já a segunda é múltipla - com um único desenho é possível explorar as propriedades através de alterações que são realizadas através do computador sem modificar as propriedades geométricas.

Por essa principal característica de um único desenho se transformar em várias outras opções sem perder suas propriedades geométricas é que o GeoGebra é considerado um software de Geometria Dinâmica e pode ser uma ferramenta muito útil em sala de aula.

Assim, por suas características de construção, movimentação, apresentação dos cálculos que o GeoGebra foi selecionado pelo professor e estudantes de determinados grupos para auxiliar no desenvolvimento de atividades dos Projetos em elaboração, sendo utilizado, principalmente, para a construção de gráficos e para a representação de figuras geométricas planas e espaciais.

4.4.2 O software SketchUp

Esse *software* é um programa do Google que possui uma versão gratuita (Google SketchUP Pro), estando disponível para download em <http://google-sketchup.softonic.com.br/>.

De acordo com informações obtidas no site, o SketchUp se destaca pela rapidez e facilidade de criação de qualquer objeto ou estrutura tridimensional, utilizando para isso ferramentas simples e práticas de modelagem em três dimensões. Descreve, também, técnicas de extrusão e subtração de volumes e áreas, modifica e manipula modelos, grupos, componentes, cria linhas auxiliares e camadas para organizar os níveis de um projeto e ainda pode baixar elementos prontos da *internet*.

Depois de pronta a construção pode-se exportá-la para outros programas 3D, trocar dados entre programas do segmento CAD e fazer uma composição 3D para o Google Earth.

A tela inicial do Google SketchUp apresenta as seguintes opções de informações: assista os tutoriais em vídeo, leia dicas e truques, visite a central de ajuda, faça o download da ficha de referência rápida, visite o blog do Google Sketchup e o informativo Sketchupdate e entre outros, que são possibilidades de auxílio na construção do objeto 3D pretendido. Esse *software*, também, possibilita a escolha do modelo desejado, dos quais se destaca: modelos simples, design arquitetônico, modelagem para o Google Earth, engenharia, design de produtos e marcenaria, visualização de plantas e modelos de treinamento inicial, incluindo diferentes unidades de medidas, como pode ser visto na Figura 21.

Figura 21- Tela inicial do Google SketchUP.



Fonte: *Software* SketchUP.

Possibilita, também, criar situações onde podem ser explorados conceitos de Matemática, incluindo Geometria Plana e Espacial, bem como procedimentos próprios da construção civil e Arquitetura, podendo fornecer para os alunos uma nova experiência com as Tecnologias da Informação e Comunicação no âmbito da sala de aula.

4.4.3 O software Modellus

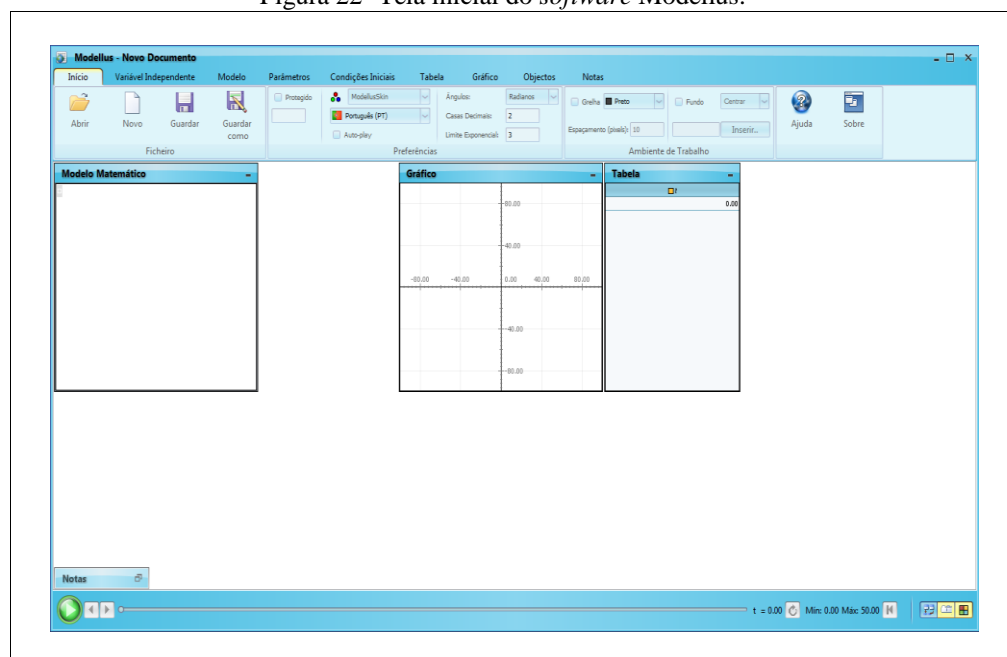
O *Software* Modellus pode ser obtido diretamente da página <http://modellus.fct.unl.pt> e seu programa de instalação inclui dezenas de exemplos e outros são adicionados regularmente na página. Encontram-se igualmente na página documentos para professores e alunos, desde o ensino básico ao ensino superior e estes documentos são atualizados com regularidade.

De acordo com informações obtidas junto ao site do programa, o Modellus é um ambiente computacional que permite a construção e simulação de modelos de fenômenos físicos, químicos e matemáticos utilizando equações matemáticas que representam esses fenômenos. Desta forma o usuário descreve o modelo matemático que representa o fenômeno e o *Software* Modellus realiza a simulação computacional deste.

O *Software* permite que sejam realizadas experiências com modelos matemáticos, onde se pode controlar a variável de tempo, distância, velocidade, entre outros. Permite, também, analisar a variação da função graficamente, preparar animações, resolver exercícios e criar os seus próprios exercícios dentro do contexto do autor do Modellus.

A Figura 22 apresenta a tela inicial do *software*, onde são destacados o menu superior suas abas e respectivas ferramentas, além da janela para expressar o Modelo Matemático, as janelas que representam o gráfico e seus respectivos valores em forma de tabela e o menu inferior com suas ferramentas.

Figura 22- Tela inicial do *software* Modellus.



Fonte: Software Modellus.

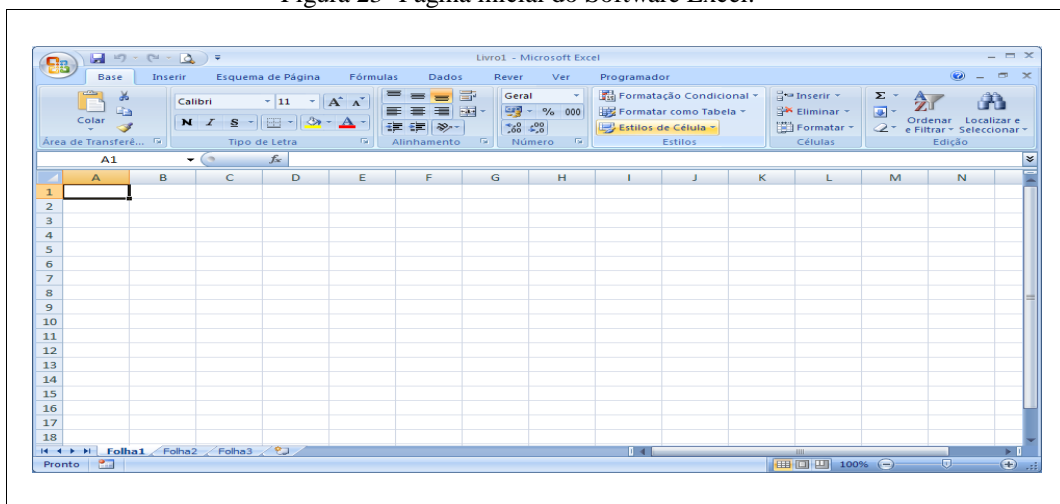
4.4.4 O Software Excel

O Office Excel é um *software* de computador adquirido junto ao pacote do Microsoft Office. É um editor de planilha eletrônica desenvolvido para computadores que utilizam o sistema operacional Windows e Macintosh, sendo que seus recursos incluem uma interface intuitiva, ferramentas de cálculo, construção de gráficos, armazenar e trabalhar com lista de dados e criar relatórios. Também é recomendado para planejamentos, previsões, análises estatísticas e financeiras, simulações e manipulações numéricas em geral, podendo ser utilizado do nível básico ao avançado.

De acordo com as informações obtidas no site da Microsoft Office (<http://office.microsoft.com>), o Excel, por ser um programa escrito para Windows, tem acesso a todas as funções que o ambiente proporciona possibilitando a troca de dados entre aplicativos como Word, PowerPoint e entre outros.

O ambiente de trabalho da planilha Excel (Figura 23) possui como principais menus: barra de título, friso, botão do Office, barra de ferramentas de acesso rápido, botão de acesso à Ajuda, ponto de inserção, barra de fórmulas, caixa de nome, título de linhas e colunas, barra de deslocamento vertical, separadores de folhas, botão de macros, modo de visualização normal, modo de esquema de página, pré-visualização de quebras de páginas, cursor de ampliação/redução da página visível, página anterior, página seguinte e comando de divisão do documento.

Figura 23- Página inicial do Software Excel.



Fonte: Software Excel.

No que segue no capítulo 5, serão apresentados a descrição e análise do desenvolvimento de dois projetos desenvolvidos pela turma 302.

5 SOBRE OS PROJETOS DESENVOLVIDOS

Neste capítulo, são apresentados e analisados aspectos do desenvolvimento dos projetos “Reforma da Escola”, pelo Grupo-B, e “Lançamento de Projéteis”, pelo Grupo-A da turma 302 do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Farroupilha. Após, apresentam-se os dados coletados do Instrumento de Investigação II. Na sequência, destaca-se a análise referente ao desenvolvimento de conteúdos conceituais e procedimentais nos projetos, bem como as estratégias utilizadas pelos estudantes e pelo professor para o encaminhamento dos trabalhos, além das possíveis articulações entre Projetos de Trabalho, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Tecnologias da Informação e Comunicação.

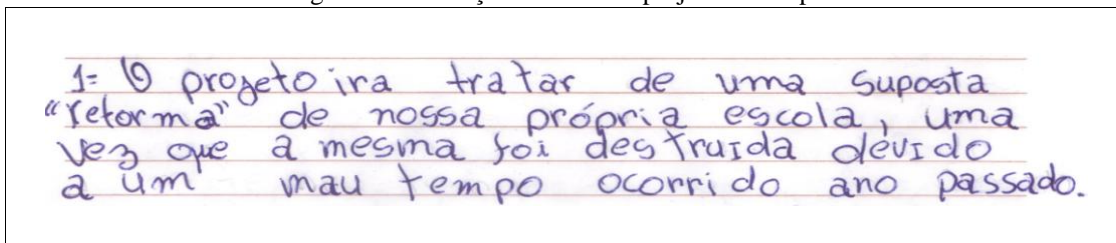
Destaca-se que, na turma 302, além dos dois projetos que serão aqui apresentados, foram desenvolvidos outros sete, a saber: Construção de uma Casa, Construção de um Prédio, Miniempresa, Campo de Concentração Nazista, Matemática e Medicina, Matemática do Dia-a-dia e Carro Movido a Energia Solar.

5.1 O PROJETO “REFORMA DA ESCOLA”

O projeto “Reforma da Escola”, desenvolvido pelo Grupo-B, foi elaborado seguindo as fases propostas por Mora (2003), as quais passam a ser descritas a seguir.

Na primeira fase, o Grupo-B definiu o tema do projeto a partir de discussões no grupo e considerando que a Escola, recentemente, havia sofrido sérios danos em função de um temporal. Assim, o grupo optou por desenvolver seu projeto em torno de uma possível reforma da Escola. A proposta de trabalho apresentada pode ser vista na Figura 24.

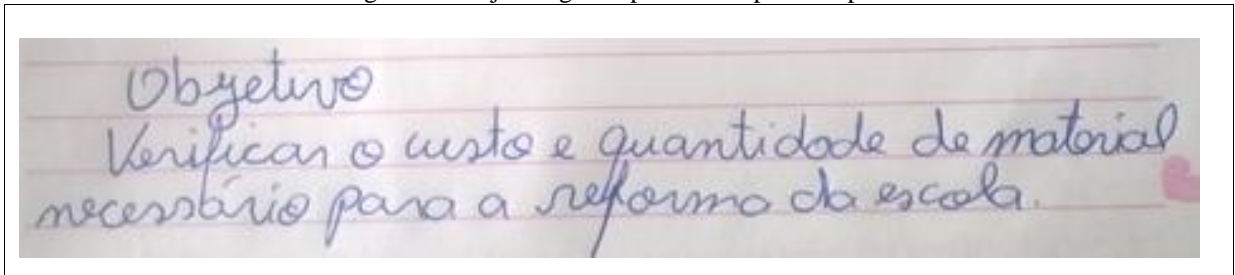
Figura 24- Definição do tema do projeto do Grupo-B.



Fonte: a pesquisa.

Após a apresentação por escrito do tema, o professor/pesquisador se reuniu com o grupo de estudantes para discutir se era viável desenvolver esse tema e verificar quais objetivos estavam sendo propostos. A Figura 25 destaca o objetivo geral apresentado pelo grupo para o projeto.

Figura 25- Objetivo geral apresentado pelo Grupo-B.



Fonte: a pesquisa.

Assim, ficou definido que o objetivo era, considerando a reforma que a Escola necessitava ou que o grupo julgava necessitar, identificar o material necessário, bem como o seu custo para essa reforma. Nesse momento ocorreu um diálogo entre professor e os integrantes do grupo (diálogo retirado da transcrição da gravação em áudio).

E23: *Professor, podemos trabalhar com toda a escola ou apenas com a parte destruída pelo temporal?*

P: *Vocês podem trabalhar com toda a escola, depende do tempo que vocês têm disponível. Discutam entre vocês e decidam o que realmente querem fazer.*

E12: *Professor, podemos fazer uma maquete da escola? Só não sabemos qual material usar, devido ao tamanho que vai ficar.*

P: *Lembram que comentei, quando apresentei a proposta, que gostaria que utilizassem algum programa para auxiliar nos trabalhos.*

E23: *Eu faço curso e sei trabalhar com o AutoCAD.*

P: *Mas o AutoCAD é pago e não pode ser usado nos computadores da escola. Que tal se vocês utilizassem o SketchUp, que é gratuito e voltado para esse tipo de construção.*

E5: *Pode ser.*

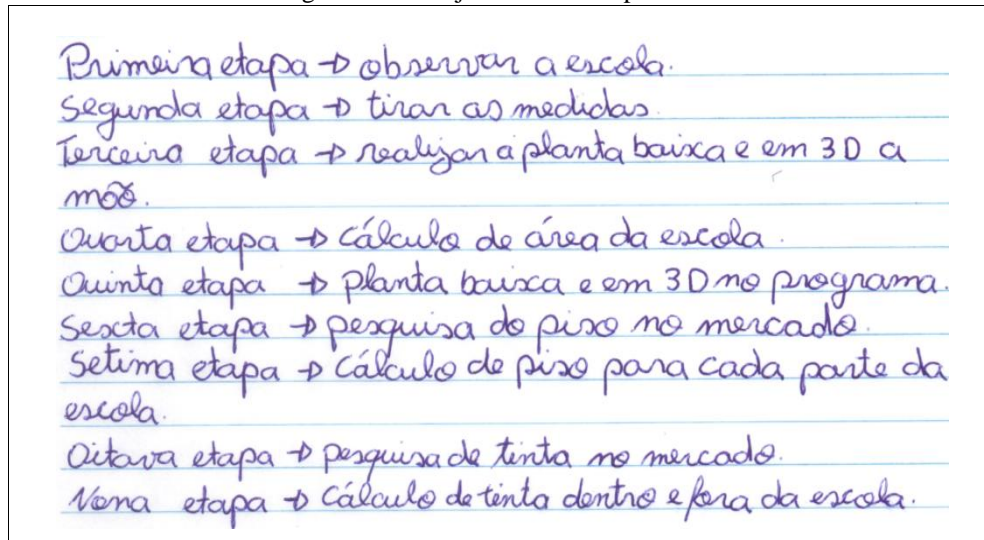
P: *Então pesquisem sobre ele e depois conversaremos mais sobre isso. Se puderem, já vão olhando algumas construções que o programa possui como exemplo.*

O diálogo evidencia a postura que o professor/pesquisador procurou manter ao longo dos trabalhos: a de informar, apontar recursos e possibilidades, sugerir sem, contudo, impor condições ou ensinar a fazer. Em princípio tudo era possível, desde que assumido e justificado pelo grupo.

Por fim, o Grupo-B decidiu desenvolver o projeto com toda a Escola. Essa decisão, após ser tomada, foi comunicada ao professor, que se prontificou a auxiliar no que o grupo necessitasse. Salienta-se que, nessa etapa, o grupo não encontrou dificuldades com relação à escolha do tema e nem com o esboço inicial dos objetivos que pretendiam alcançar com esse projeto.

Na segunda fase, os estudantes do Grupo-B realizaram o planejamento, estabelecendo as ações necessárias para alcançar o objetivo proposto, as quais são apresentadas na Figura 26.

Figura 26- Planejamento do Grupo-B.

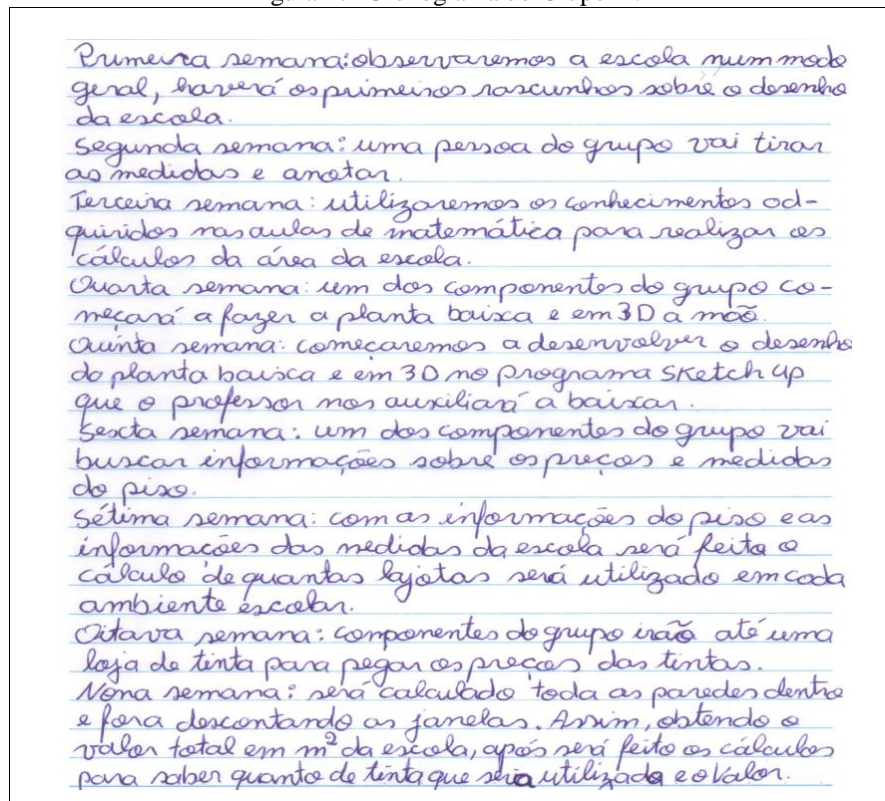


Fonte: a pesquisa.

Na aula seguinte, o grupo apresentou as etapas do planejamento para o professor, o qual os questionou sobre a identificação “3D” para a planta que iriam construir e se não existia uma denominação adequada na Arquitetura. Sugeriu a possibilidade de pesquisarem ou verificarem com um arquiteto as denominações utilizadas na construção de plantas. Na aula seguinte, o grupo comunicou que a denominação correta era planta em perspectiva, popularmente denominada de planta em “3D” e realizaram as alterações devidas no seu planejamento.

Em seguida, na terceira fase sugerida por Mora (2003) para o desenvolvimento de Projetos, os estudantes estabeleceram um cronograma com as ações a serem desenvolvidas, bem como o prazo para cada fase, como pode ser visto no esboço apresentado na Figura 27. Também combinaram que cada componente do grupo ficaria responsável pela realização de uma parte das atividades, as quais seriam, posteriormente, reunidas e discutidas por todos os integrantes do grupo.

Figura 27- Cronograma do Grupo-B.



Fonte: a pesquisa.

Dando sequência ao desenvolvimento do projeto, na quarta fase, os estudantes, a partir da observação de toda estrutura da Escola (Figura 28), passaram a elaborar um esboço das plantas baixas dos prédios que a compõem.

Figura 28- Estudante observando a estrutura do Colégio.



Fonte: a pesquisa.

A Figura 29 destaca o esboço da planta baixa do prédio principal da escola, realizado sem o uso de uma escala adequada.

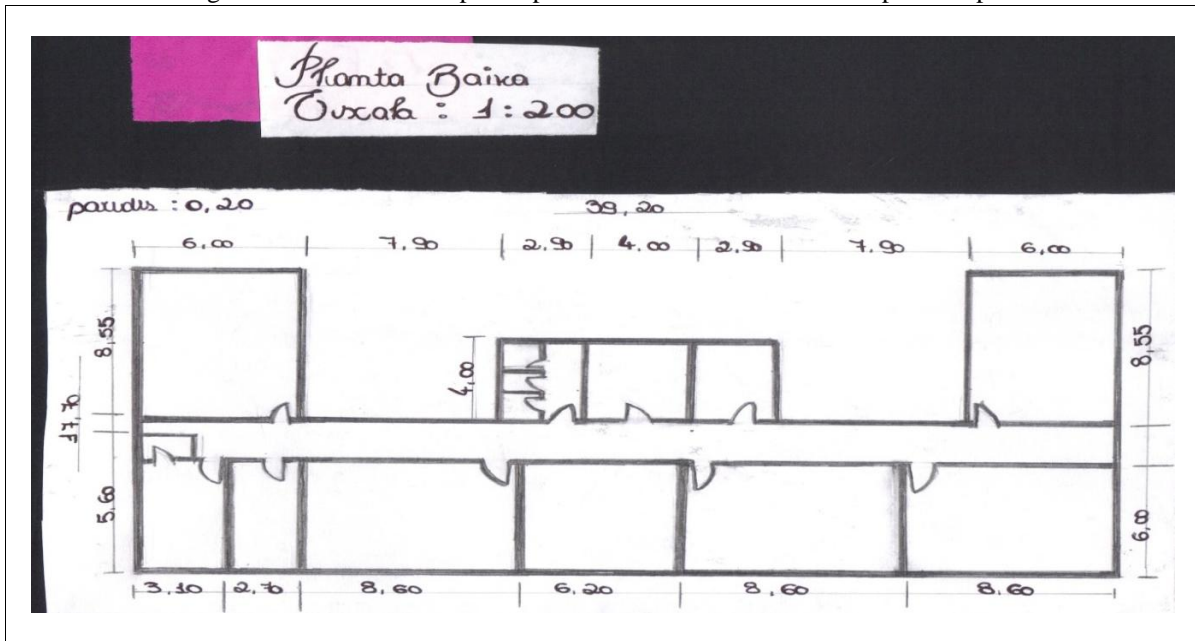
Figura 29- Planta baixa construída pelo Grupo-B sem uso de escala.



Fonte: a pesquisa.

Observa-se que, na atividade de construção da planta baixa, inicialmente, os estudantes não fizeram uso de uma escala, o que foi apontado pelo professor. Posteriormente, refizeram a planta, utilizando uma escala adequada, o que pode ser visto na construção apresentada na Figura 30.

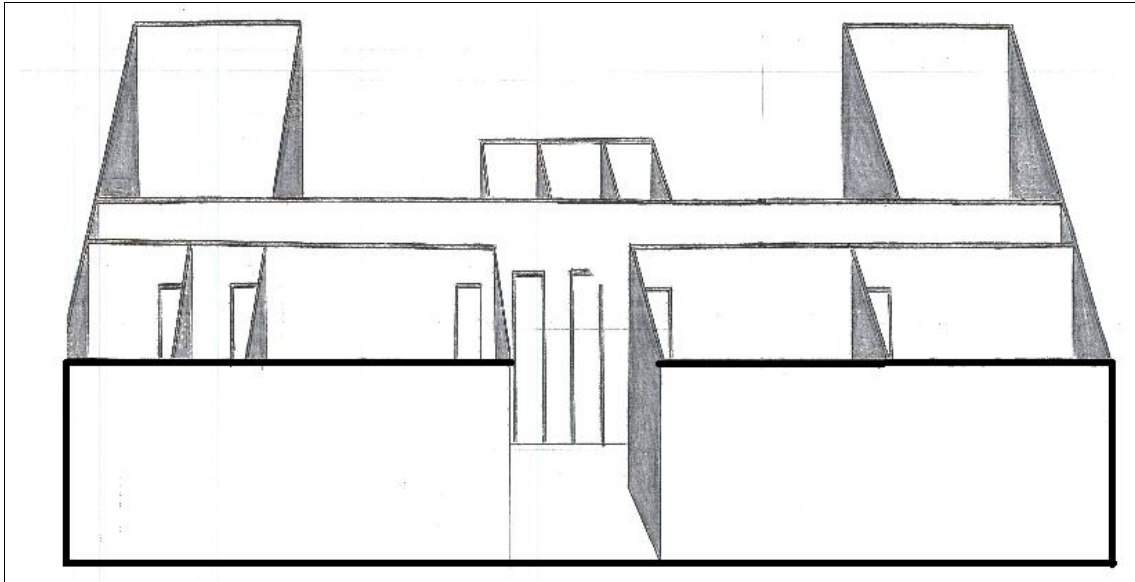
Figura 30- Primeiro exemplo de planta baixa em escala realizada pelo Grupo-B.



Fonte: a pesquisa.

Após a construção da planta baixa da escola em escala, os alunos iniciaram o esboço em perspectiva, utilizando conhecimentos de desenho geométrico e de escala, conforme apresentado na Figura 31.

Figura 31- Esboço em perspectiva do primeiro piso da escola.



Fonte: a pesquisa.

Para chegar a uma planta considerada adequada, foram elaborados vários esboços. Observando-se os diferentes esboços apresentados, é possível perceber que ocorreu o aprimoramento das técnicas de desenho por parte dos estudantes. Também se pode destacar o grau de exigência que os mesmos apresentaram na realização dessa tarefa, o que fica evidenciado na colocação do estudante E12, após o término de uma das construções: *“Acho que ainda não está bom, vamos fazer de novo”*. Chamou atenção, nesse momento, o empenho dos estudantes em fazer a representação dos prédios da Escola o mais fiel e adequado possível, não importando o quanto teriam que refazer os desenhos.

Ao efetuar a construção da planta, os estudantes tiveram a oportunidade de observar a presença de distintas formas geométricas planas e espaciais, tais como: retângulo, quadrado, trapézio, triângulos, losango, cilindro e paralelepípedo, retomando aspectos já estudados em sala de aula, tais como diferenças entre figura geométrica espacial e plana, polígonos e poliedros, bem como propriedades de triângulos e quadriláteros, cálculo de área e volume.

Nesses momentos de descobertas e sínteses por parte dos estudantes, é importante a participação e acompanhamento, pelo professor, das atividades que estão sendo desenvolvidas. Assim, a partir do momento em que não é observado um dado importante, o professor poderá contribuir com colocações ou apontamentos os quais despertem a curiosidade e possibilitem a discussão e reflexão, bem como retomar conteúdos já trabalhados e discutir sobre a possibilidade de novos conteúdos serem desenvolvidos.

Após essa primeira etapa, os alunos iniciaram os cálculos das áreas da parte interna da Escola, buscando verificar a quantidade de material necessário para sua suposta reforma. A Figura 32 exemplifica a forma de organização e como os estudantes apresentaram as medições e os cálculos realizados.

Figura 32- Exemplo de cálculos de área realizado pelo grupo.



Fonte: a pesquisa.

Após o término dos cálculos de área de todas as partes internas da escola, o que foi realizado sem nenhuma dificuldade, os componentes do grupo pesquisaram tamanhos e valores de cerâmicas existentes no mercado. O grupo se reuniu na Escola em turno oposto (Figura 33) para a escolha das dimensões da cerâmica, bem como a decisão do preço a ser pago por metro, buscando o melhor valor sem perder a qualidade do produto.

Figura 33- Encontro do Grupo-B, na escola, em turno oposto.



Fonte: a pesquisa.

A partir de discussões entre os participantes do grupo, com a presença do professor/pesquisador, os tipos de cerâmica foram escolhidos considerando a qualidade e preço dos produtos. Após a escolha, iniciaram os cálculos, para saber a quantidade de cerâmica necessária na reforma dos pisos, o que pode ser visto na Figura 34.

Figura 34- Exemplo de cálculos de quantidade de piso realizado pelo grupo.

8,60m
51,60m² 6,00m

Calculos de lajota

PRETINHO BÁSICO

lajotas pesquisadas

45cm
45cm

52cm
52cm

Preço lajota 1 - R\$ 10,99
Preço lajota 2 - R\$ 25,90

Quantidade de lajotas p/ caixa - 11 lajotas

Área lajota 1
 $0,45 \cdot 0,45 = 0,2025m^2$

Nº de lajotas
 $51,60 \div 0,2025 = 254,8$ lajotas

Nº de caixas
 $255 \div 11 = 23,18$ caixas

Área por m²
 $0,2025 \cdot 11 = 2,22m^2$

m² com paredes
 $2,22 \cdot 24 = 53,28m^2$

Valor por caixa
 $R\$ 10,99 \cdot 2,22 = R\$ 24,39$

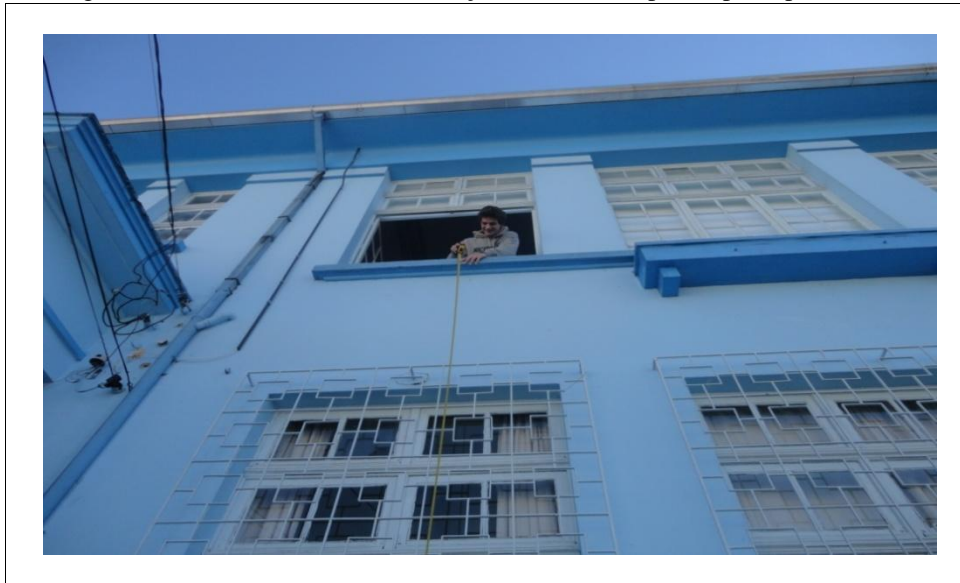
Valor por m²
 $53,28m^2 \cdot 10,99 = 585,54$ reais

Fonte: a pesquisa.

Concluída a etapa referente à parte interna da escola, o grupo iniciou os trabalhos com a parte externa. Os estudantes, inicialmente, refizeram medições, pois tinham dúvidas com

relação às medidas corretas, principalmente quanto à altura da escola. A Figura 35 destaca um estudante (junto com seu grupo) realizando medições da parte externa da escola.

Figura 35- Estudantes refazendo medições externas do prédio principal da Escola.



Fonte: a pesquisa.

A partir desse momento o grupo, após diálogo com o professor/pesquisador, dividiu-se para realizar com mais rapidez as tarefas. O estudante E23 ficou incumbido de começar a manusear o *software* SketchUp e realizar as primeiras construções para, posteriormente, “ensinar” os demais integrantes. O estudante E5 ficou encarregado de pesquisar o preço de materiais que seriam utilizados e os estudantes E12 e E29 continuaram com as medições e cálculos. Essa tomada de decisão em relação à divisão de tarefas foi realizada após uma discussão sobre as vantagens e desvantagens: se, por um lado, necessitavam de mais rapidez no desenvolvimento das tarefas, por outro cada um teria um domínio maior sobre somente parte do trabalho. Por fim, decidiram-se pela divisão de tarefas para, posteriormente, socializar no grupo as descobertas e conhecimentos produzidos.

Destaca-se, a seguir, o trabalho desenvolvido pelos estudantes responsáveis por realizarem as medidas e cálculos das áreas (E12 e E29).

Durante a realização do cálculo da área externa da escola, no *hall* de entrada, os estudantes se depararam com uma estrutura em formato de triângulo. O grupo não conseguiu realizar todas as medidas, devido à altura em que se encontrava a estrutura e sua localização frente a um telhado que faz parte do corredor de acesso ao prédio principal da Escola. Não encontrando uma alternativa para o problema, procuraram auxílio do professor.

A partir de discussões e reflexões entre os estudantes e o professor e com as medidas que o grupo possuía da estrutura triangular, concluíram que se tratava de um triângulo isóscele, o que pode ser observado na Figura 36.

Figura 36- Imagem da estrutura triangular da frente do colégio.



Fonte: a pesquisa.

Após apontamentos realizados pelo professor, os estudantes pesquisaram sobre triângulos e formas de encontrar suas medidas. Em seguida, reuniram-se com o professor e iniciou-se o seguinte diálogo (retirado da gravação em áudio):

P: *Conseguiram descobrir algo?*

E12: *Já olhamos as relações trigonométricas no triângulo retângulo, mas não temos nenhum ângulo para usar.*

E29: *Olhamos, também, a semelhança de triângulos, mas não sabemos o que fazer.*

O professor argumentou, então, que talvez a semelhança de triângulos fosse uma boa alternativa para solucionar o problema. Como os estudantes não se lembraram de nada que pudessem utilizar para fazer a comparação, o professor/pesquisador disse que talvez fosse possível utilizar uma foto do prédio que está no *hall* de entrada do prédio principal da Escola (Figura 37).

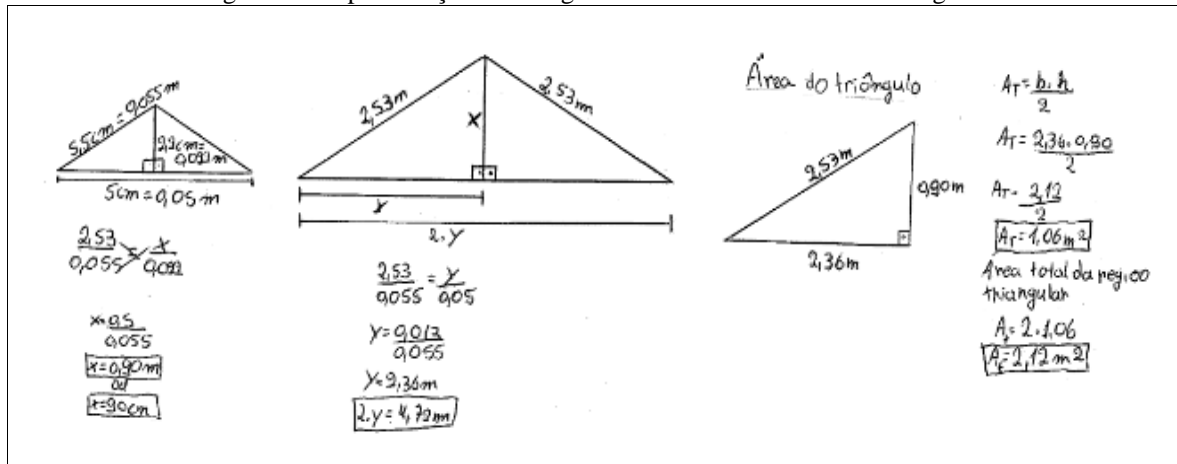
Figura 37- Imagem da escola no Hall de entrada do prédio principal.



Fonte: a pesquisa.

Após a realização das medições referentes à figura triangular da foto, os estudantes construíram triângulos semelhantes e fizeram os cálculos necessários para solucionar o problema das medidas e o cálculo da área da estrutura triangular, como pode ser observado na Figura 38.

Figura 38- Representação de triângulos semelhantes e a área do triângulo.



Fonte: a pesquisa.

Nessa atividade, percebe-se que as ideias em torno da semelhança de triângulos foram utilizadas de forma adequada, porém equívocos foram cometidos pelos estudantes, na realização dos cálculos, principalmente com os arredondamentos realizados. Retomando os cálculos desenvolvidos, o primeiro erro cometido está relacionado ao cálculo de $\frac{2,53}{0,055} = \frac{x}{0,022}$, no qual a multiplicação de 2,53 por 0,022 resulta em 0,05566, contudo, os estudantes arredondaram para 0,05. A indicação era para que não fossem realizados arredondamentos em cálculos intermediários, o que, ao final, pode gerar um erro significativo. Caso fossem arredondar, esse arredondamento deveria seguir o que está estabelecido formalmente para esses. Nos cálculos realizados e apresentados na Figura 38, arredondar para 0,05 fez com que o cálculo final da altura da estrutura triangular da fachada resultasse em 0,90 m. Porém, se tivessem utilizado a medida de 0,05566, o valor encontrado seria de 1,012 m, ocorrendo uma diferença nas medidas finais de aproximadamente 10 cm. Assim, as medidas referentes aos valores de x e y (respectivamente, altura e base do triângulo da estrutura) foram obtidas com erros devido ao arredondamento, o que influenciou os resultados finais.

O erro cometido gerou, também, um equívoco relacionado à área total da estrutura. Se tivessem utilizado a medida de 1,012 m para a altura da estrutura, encontrariam uma área total de 2,38832 m² ou 2,40 m². Pelos cálculos dos estudantes, a área ficou em 2,12 m², ocorrendo uma diferença de aproximadamente 0,37 m² na área final.

Após a intervenção do professor/pesquisador e de pesquisas em livros e na *internet*, os componentes do grupo realizaram de forma correta os cálculos, utilizando o arredondamento com duas casas decimais após a vírgula, de acordo com o que o grupo havia decidido no início do projeto.

Com relação à medida da altura da escola, os alunos também se depararam com alguns obstáculos, pois o grupo havia realizado a medição pela parte interior do prédio. Porém, estavam com dúvidas sobre a altura real das paredes externas e a medida da parte mais alta da escola. Novamente o grupo procurou auxílio do professor para encontrar uma solução viável para a questão. A partir de discussões, eles entenderam que não haviam adicionado a espessura do piso entre os dois andares e a altura da viga da estrutura em torno do Colégio. Os estudantes ficaram incumbidos de verificar esses dados e pesquisar uma alternativa para melhor estabelecer a altura da escola.

Observa-se que esses momentos de dúvidas e incertezas são muito ricos em reflexões e estudo, pois os estudantes se colocam como pesquisadores e aprendizes e o professor tem a oportunidade de atuar como mediador do processo de ensino e aprendizagem, questionando, sugerindo, indicando possíveis falhas e novos caminhos para a solução dos problemas. Percebeu-se que, nesses momentos, a intervenção do professor revelou-se fundamental para o prosseguimento do trabalho, mantendo os estudantes envolvidos no processo e motivados em buscar soluções.

No intuito de solucionar a questão da altura da parte externa da Escola, o grupo optou por construir uma espécie de teodolito, feito a partir de um transferidor, cano de caneta transparente, barbante, fita e um peso, o qual possibilita medir ângulos (Figura 39), considerando que a solução encontrada, pelo grupo, para estimar a altura da Escola, envolvia a utilização das relações trigonométricas no triângulo retângulo.

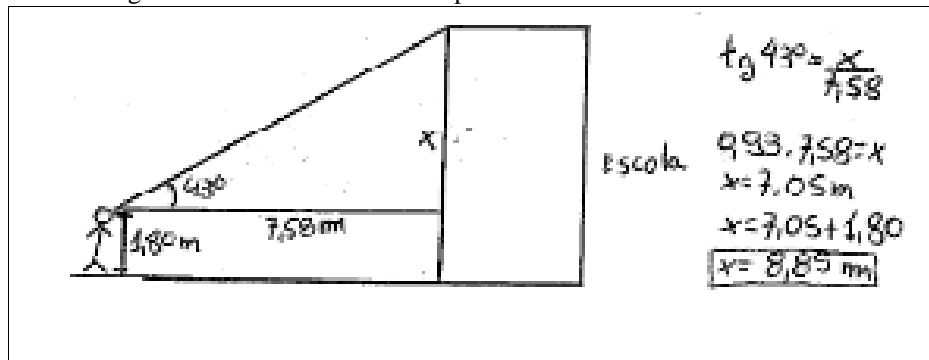
Figura 39- Estudante utilizando o teodolito para medir ângulo.



Fonte: a pesquisa.

Com o instrumento criado, o grupo realizou medições referentes ao ângulo de visão do observador em relação ao telhado da Escola, encontrando, após medições realizadas, como ângulo de visão, aproximadamente 43° . Com esse dado, juntamente com a medida da distância de 7,58 metros entre o observador e o prédio, o grupo construiu um triângulo retângulo para realizar o cálculo da altura da parede externa da Escola, utilizando as razões trigonométricas no triângulo retângulo, conforme mostra o esquema apresentado na Figura 40.

Figura 40- Cálculo da altura das paredes externas da escola.



Fonte: a pesquisa.

Nessa atividade, os estudantes, no início, apresentaram dificuldades em solucionar a questão, mas com os encaminhamentos e sugestões feitas pelo professor e a pesquisa realizada pelos dois integrantes do grupo em diferentes fontes, conseguiram elaborar uma estratégia que solucionasse o problema. Retomaram e aprofundaram aspectos referentes a razões trigonométricas no triângulo retângulo, dando um novo significado ao conteúdo em questão, devido ao fato de aplicá-lo em uma situação-problema real.

Destaca-se, também, a medida de 7,58 metros utilizada para a realização dos cálculos. Inicialmente, os estudantes escolheram e marcaram um ponto aleatoriamente na frente da Escola e estabeleceram o ângulo de visão do observador com o topo da parede, posteriormente, realizaram a medição da distância entre o ponto escolhido e a base da Escola, que resultou em 7,58 m. Chama a atenção o fato de não ter sido feito o arredondamento para 8 metros, mas sim terem seguido o combinado de, quando possível, utilizar a medida com duas casas decimais após a vírgula, sem arredondamentos em cálculos intermediários. Porém, discutiu-se, no grupo, sobre a pertinência de primeiro estabelecer uma distância da parede até o observador, considerando uma medida inteira, a qual viesse a facilitar os cálculos. Considerou-se que uma boa medida seria 10m.

Salienta-se, também que, ao realizar a atividade, desde o início, os estudantes levaram em consideração a altura do observador. Em muitos livros didáticos, no enunciado de questões dessa natureza, é solicitado que seja desprezada essa medida. Assim, quando o estudante se depara com uma situação em que precisa levar em consideração a altura do

observador, por vezes, acabam se equivocando, esquecendo-se de considerá-la na realização dos cálculos.

Outra atividade desenvolvida pelos alunos foi o cálculo da área das colunas em frente ao prédio principal (Figura 41).

Figura 41- Colunas do prédio principal do colégio.



Fonte: a pesquisa.

Os estudantes, inicialmente, fizeram as medições referentes à altura e ao comprimento da circunferência das colunas, realizando, a seguir, os cálculos, os quais podem ser vistos na Figura 42.

Figura 42- Cálculo da área das colunas da escola.

$C = 2\pi R$ $A = \pi \cdot R^2$
 $2,3 = 2 \cdot 3,14 \cdot R$ $A = 3,14 \cdot 0,36^2$
 $R = \frac{2,3}{6,28} = 0,36 \text{ m}$ $A = 3,14 \cdot 0,1296 = 0,40 \text{ m}^2$
 $A = \pi \cdot R^2 \cdot h$
 $A = 0,40 \cdot 3,85$
 $A = 1,54 \text{ m}^2$

Fonte: a pesquisa.

Durante o trabalho dos estudantes, o professor/pesquisador percebeu que estavam cometendo equívocos com relação ao cálculo da área da superfície das colunas. Como a coluna tem forma cilíndrica, os alunos utilizaram as medidas do comprimento da circunferência, primeiramente, para calcular o raio da base da coluna e depois utilizaram a

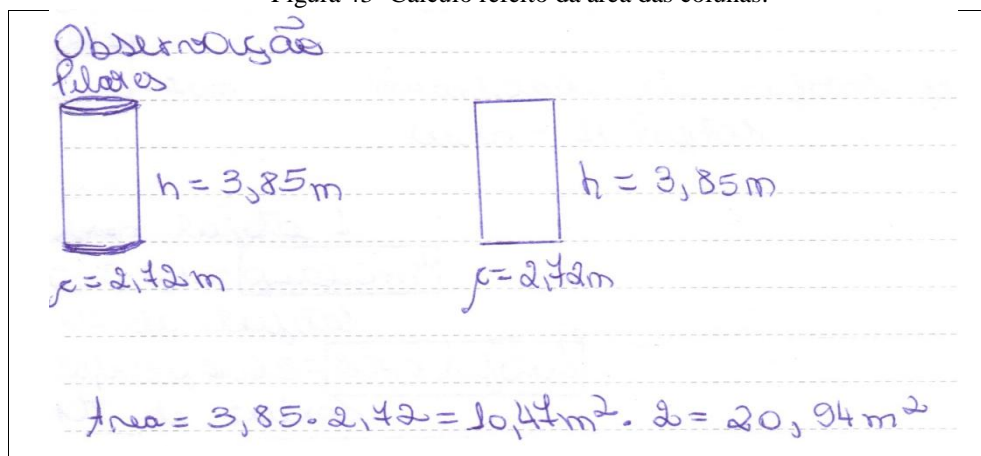
medida encontrada, para calcular a área da base da mesma. Posteriormente, utilizaram, equivocadamente, a fórmula $A = \pi \cdot R^2 \cdot h$ para o cálculo da área da superfície da coluna.

Nesse momento, o professor/pesquisador interferiu, questionando no sentido de problematizar a questão da área da superfície e do volume de um sólido, no caso, um cilindro, que era o que, de fato, os estudantes calcularam. Estudos foram encaminhados no sentido da discussão apontada, pois, considerando o plano de estudos do terceiro ano, o conteúdo de Geometria Espacial ainda não tinha sido desenvolvido. Assim, foi disponibilizado material teórico sobre a questão, com exemplos e aplicações a partir de livros didáticos e vídeos sobre o tema, disponíveis nos sites www.vestibulandia.com.br, www.calculemales.com.br e www.kuadro.com.br. Posteriormente, a questão foi novamente discutida no grupo, com a participação do professor, quando os estudantes sistematizaram as noções envolvidas.

Destaca-se, novamente, o importante papel do professor de estar atento a dúvidas e erros que os estudantes tenham ou possam cometer, estabelecendo condições e provendo materiais para que os mesmos possam realizar pesquisas e estudar, disponibilizando tempo e espaço para discussões, com o objetivo de possibilitar ao aluno rever conceitos e estratégias sobre a questão e mesmo buscar conhecimentos novos. Nesse contexto, o estudante é chamado a se envolver, buscar e propor soluções, caminhando para uma construção sólida de conhecimentos.

Na semana seguinte, os estudantes apresentaram como solução para o problema o cálculo destacado na Figura 43. Conseguiram superar o erro cometido, fazendo uma reconstrução de seus conhecimentos e apresentando, de forma simples e clara, a área da superfície das colunas.

Figura 43- Cálculo feito da área das colunas.



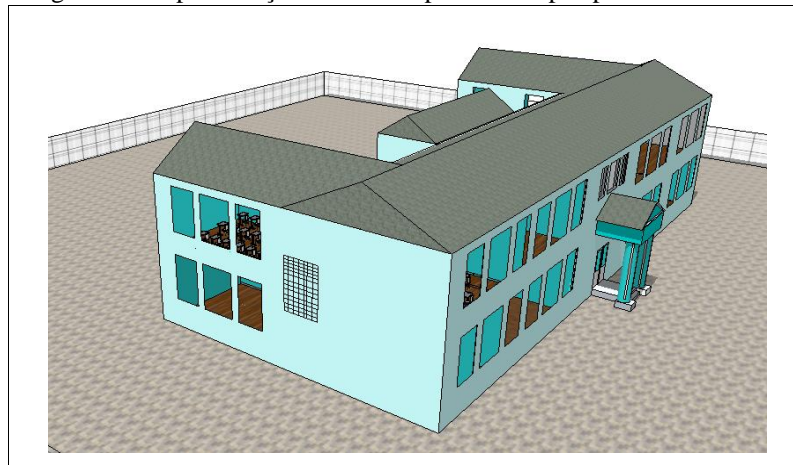
Fonte: a pesquisa.

Como o grupo havia se subdividido para realizar as tarefas, enquanto dois componentes do grupo realizavam os cálculos a partir das medições produzidas em diferentes

partes da escola, o estudante E23 deu início às pesquisas sobre o *software* Google SketchUp, buscando apropriar-se das principais ferramentas e passos para construções. Após pesquisas sobre o *software*, com o auxílio de tutoriais, modelos e com os materiais disponibilizados no grupo do *Facebook* pelo professor/pesquisador, o aluno iniciou as construções das plantas baixa e em perspectiva da escola.

A Figura 44 representa uma das construções desenvolvida pelo estudante que, em dado momento, ensinou e auxiliou seus colegas na construção de outros modelos da escola. Do mesmo modo, os alunos responsáveis pelas medições e cálculos apresentaram e discutiram, no grupo, o trabalho realizado.

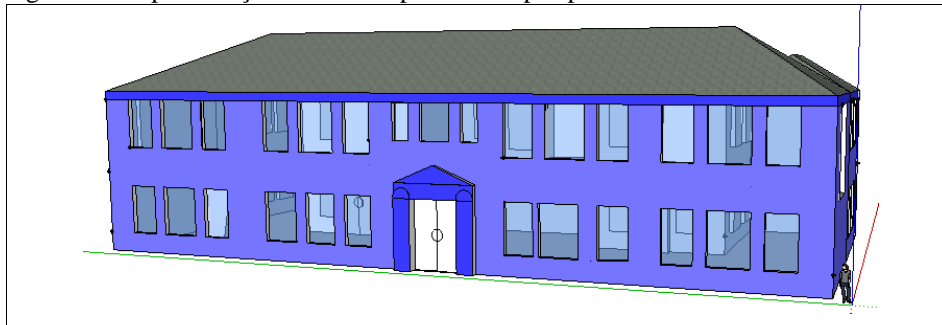
Figura 44- Representação de um dos prédios em perspectiva da escola.



Fonte: a pesquisa.

As primeiras construções realizadas não foram utilizadas em uma escala apropriada com relação às medidas da planta. Os estudantes utilizavam diferentes medidas e, pelo método da tentativa e erro, realizavam as construções, buscando fazer as divisões dos segmentos, de acordo com a quantidade de paredes, portas, e janelas. Posteriormente, o grupo apresentou uma construção aproximada do prédio da escola, o que pode ser visto na Figura 45.

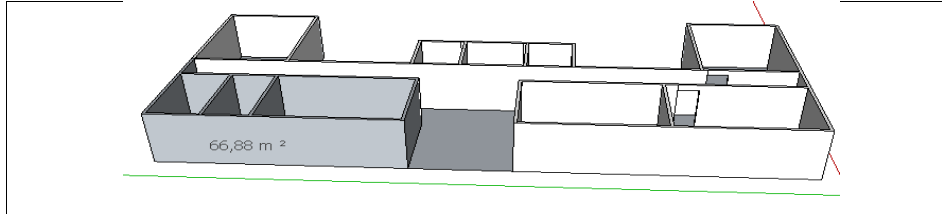
Figura 45- Representação de um dos prédios em perspectiva da escola sem uso de escala.



Fonte: a pesquisa.

O Sketch Up permite que se trabalhe com diferentes unidades de medidas, o que possibilita usar a mais adequada, segundo as necessidades da construção. Para realizar as construções, são utilizados conhecimentos básicos de Geometria, como: ponto, retas paralelas e perpendiculares, entre outros, sendo que todos os passos da construção podem ser acompanhados, revistos e modificados, o que facilita a construção. Outra vantagem de utilizar o programa é com relação à facilidade em modificar um erro cometido durante a construção e a rapidez em fazer essas alterações, diferente da construção com lápis e papel, onde podem acontecer rasuras e borrões, prejudicando a estética do produto final. O programa também realiza os cálculos das áreas das partes construídas, como está destacado na Figura 46.

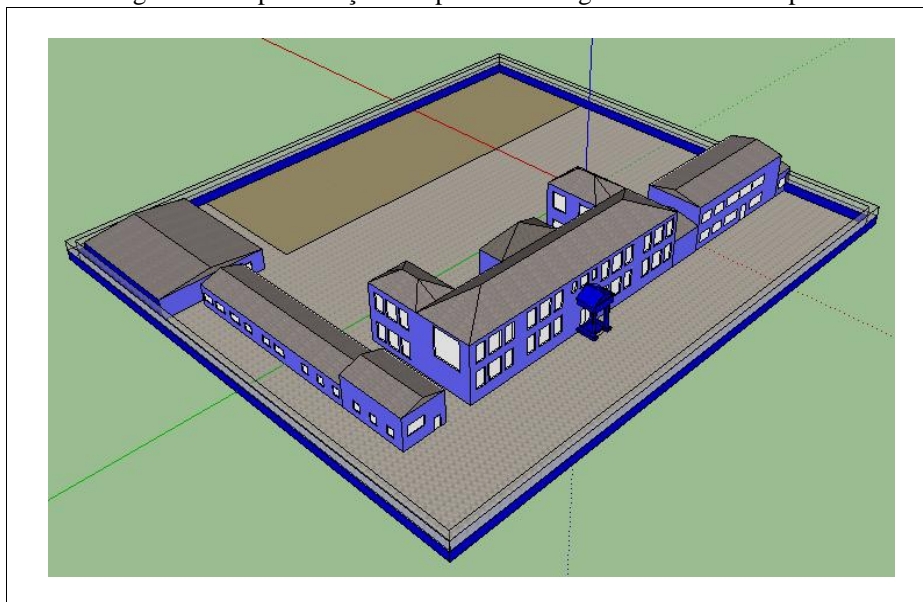
Figura 46- Representação de um dos prédios em perspectiva da escola sem uso de escala.



Fonte: a pesquisa.

Assim, o grupo de estudante pôde conferir todos os cálculos de área realizados. Sempre que finalizavam a construção no programa, um arquivo era enviado para o professor/pesquisador, via *Facebook*, para análise das construções e sugestões. O produto final apresentado pelo grupo pode ser visto na Figura 47.

Figura 47- Representação completa do Colégio Estadual Farroupilha.



Fonte: a pesquisa.


Aqui cabe ressaltar que os estudantes tinham como objetivo, também, elaborar a planta de um ginásio de esportes e construí-lo no Sketch Up, apresentando um modelo de ginásio, de acordo com as suas pretensões e gostos. Porém, em função do tempo e das diferentes

atividades previstas para o ano letivo na Escola, não foi possível realizar a atividade relacionada ao projeto do ginásio.

A possibilidade dos alunos usarem os conhecimentos adquiridos nas aulas de Matemática em um projeto criado por eles desperta interesse e faz com que gostem e sintam prazer pela Matemática. O *software* SketchUp mostrou ser um forte aliado ao ensino e aprendizagem da Matemática, pois os alunos puderam utilizar conceitos supostamente já de domínio (principalmente elementos e propriedades de objetos da geometria plana) além do pensamento lógico, para manipular suas ferramentas. Assim, constata-se que a construção da maquete, no *software*, possibilitou aos estudantes utilizarem elementos da Geometria, considerando os conceitos e propriedades pertinentes.

Outra atividade desenvolvida pelos estudantes do Grupo-B foi a realização dos cálculos da quantidade de tinta necessária para a pintura de toda a estrutura da escola. Enquanto um dos componentes do grupo realizava pesquisas de preços de materiais de construção, os outros integrantes do grupo continuaram desenvolvendo cálculos para saber a quantidade de tinta necessária para cobrir as paredes de toda a escola e seu custo. Um exemplo de cálculo desenvolvido pelo grupo referente a essa questão pode ser visto na Figura 48. Destaca-se que além dos cálculos de área das paredes, também apresentam área de janelas e portas, bem como o preço de um galão de tinta de 18 litros e a quantidade de área aproximada que a mesma cobre.

Figura 48- Cálculos para a quantidade de tinta.

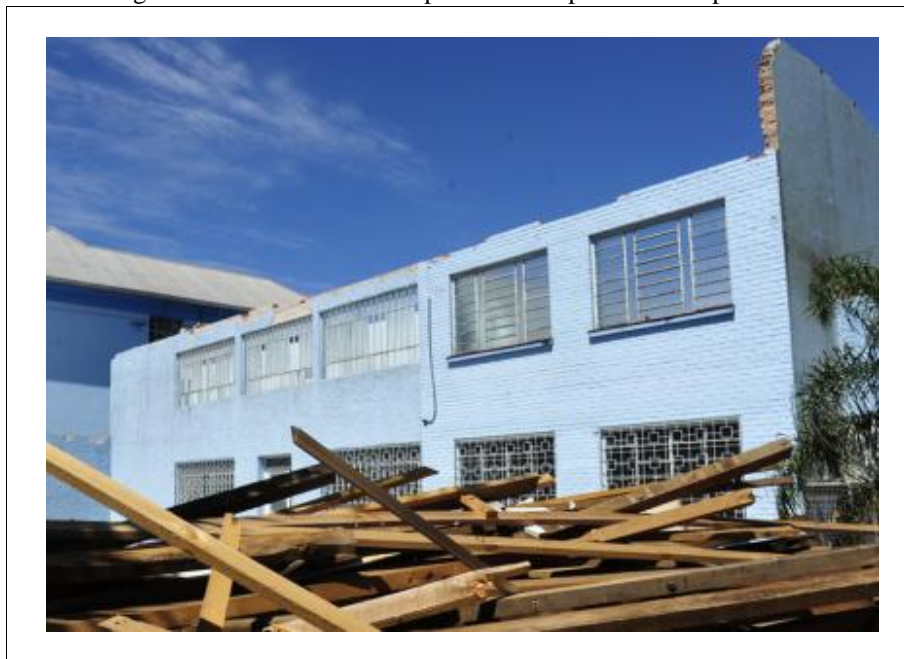
Tinta utilizada / Planta baixa (interior)	
	
Quantidade: 18 litros	
Cobre aproximadamente 245 m^2	
Preço: 152,90 reais a lata.	
Área total de paredes	Área total de janelas e portas
$39,20 \cdot 4,40 = 172,48 \times 2 = 689,92 \text{ m}^2$	$1,50 \cdot 2,60 = 3,90 \times 2 = 31,20 \text{ m}^2$
$14,30 \cdot 4,40 = 62,92 \times 2 = 252,24 \text{ m}^2$	$2,00 \cdot 2,60 = 5,20 \times 14 = 72,80 \text{ m}^2$
$6,00 \cdot 4,40 = 26,40 \times 10 = 264 \text{ m}^2$	
$8,55 \cdot 4,40 = 37,62 \times 2 = 75,24 \text{ m}^2$	$2,85 \cdot 3,60 = 10,26 \times 4 = 41,04 \text{ m}^2$
$4,00 \cdot 4,40 = 17,6 \times 6 = 105,6 \text{ m}^2$	$2,50 \times 9,30 = 2,95 \times 10 = 29,5 \text{ m}^2$
$12,40 \cdot 4,40 = 54,56 \text{ m}^2$	
$689,92 + 252,24 + 264 + 75,24 + 105,6 + 54,56 =$	$31,20 + 72,80 + 41,04 + 29,5 =$
$1342,88 \text{ m}^2$ área total	$164,54 \text{ m}^2$ área total de portas e janelas

Fonte: a pesquisa.

Nessa etapa, o grupo não apresentou dificuldades e desenvolveu com precisão os cálculos necessários.

Quando todos os integrantes do grupo estavam reunidos, com partes do projeto elaboradas, buscando uma articulação do mesmo, perceberam que ainda não haviam realizado a verificação do material necessário para a reconstrução das vigas e a quantidade de telhas para o telhado do prédio danificado pelo temporal (Figura 49), o que motivou a reelaboração do cronograma para acrescentar essas etapas.

Figura 49- Prédio danificado pelo mau tempo em Farroupilha.

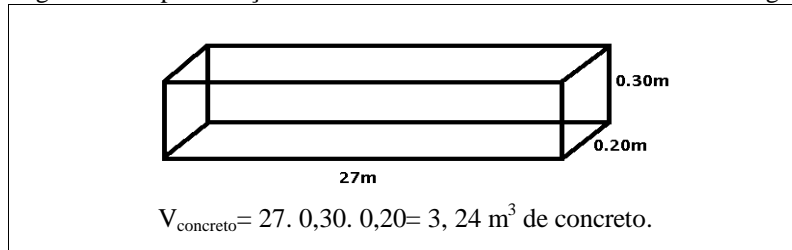


Fonte: a pesquisa.

Para verificar o volume de concreto das vigas e seu custo, primeiramente, os estudantes realizaram as medições das dimensões das vigas referentes ao prédio que mais foi atingido pelo temporal, ocasionando avarias em parte da estrutura do mesmo. Assim, para dar suporte ao novo telhado, era necessário reforçar a estrutura existente com vigas sobre todas as paredes do segundo andar.

Após as devidas medições da estrutura do prédio atingido pelo vendaval, o grupo desenvolveu os cálculos referentes ao volume necessário de concreto para as vigas. Representaram as vigas como sendo paralelepípedos (Figura 50) e utilizaram a equação matemática $V = a \cdot b \cdot c$ para o cálculo do volume de todas as vigas da estrutura do prédio, que se constitui em um conjunto de oito vigas com diferentes dimensões.

Figura 50- Representação do cálculo do volume de concreto de uma viga.



Fonte: a pesquisa.

Ao final da realização desses cálculos, os estudantes chegaram a um volume total de $6,915 \text{ m}^3$.

Com relação ao custo total do concreto, o grupo pesquisou o preço do metro cúbico (m^3) de concreto em empresas que prestam esse serviço na região, optando pelo preço de R\$ 265,00 pelo m^3 , totalizando R\$ 1.855,00 o custo do concreto para as vigas.

Analisando o desenvolvimento dessa atividade, no que se refere ao uso de conhecimentos e procedimentos matemáticos referentes ao cálculo de volume, bem como as formas de arredondamento, foi possível perceber um domínio do assunto por parte dos estudantes que, praticamente, não apresentaram dúvidas. Porém, em mais de uma ocasião, apresentaram dificuldade para resolver questões que envolviam escala.

Ainda com relação às medidas das vigas, após a comparação realizada pelo grupo com uma planta fornecida pela direção da Escola, foi possível observar que fizeram as medições coerentemente e os cálculos se aproximaram muito dos elaborados pela equipe que estava trabalhando no planejamento das reformas na Escola.

Com relação ao telhado, o grupo necessitava descobrir as dimensões do mesmo, a quantidade e o valor do custo das telhas. Enquanto alguns componentes do grupo pesquisavam os diferentes modelos disponíveis no mercado e seus preços, outros realizavam as medições e os cálculos necessários.

Outra tarefa realizada foi a pesquisa de preços dos materiais a serem utilizados para as reformas. O integrante do grupo incumbido realizou a pesquisa por telefone, internet e pessoalmente nas lojas de materiais de construção, sendo que um exemplo de orçamento é apresentado na Figura 51.

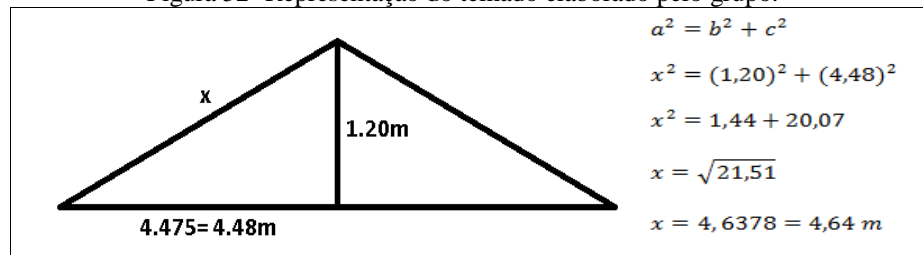
Figura 51- Orçamento de materiais de construção.

ORÇAMENTO	Cód.	Qt.	Descrição	Unit.	Total
		1	telha isdralit 1,10x1,53		25,50
		1	telha isdralit 1,10x1,83		30,50
		1	telha isdralit 1,10x2,13		36,00
		1	telha isdralit 1,10x2,44		43,00
		1	telha isdralit 1,10x3,05		51,00
		1	cumeeira		26,50
			100 m ² forro PVC rolé medida		14,90
			BB moldura PVC		20,90
			espelho beiral 12x5,40		48,00
		espelho beiral 15x5,40		56,00	

Fonte: a pesquisa.

Os alunos que ficaram incumbidos das medidas e cálculos, de início, perceberam que os cálculos envolveriam a aplicação do Teorema de Pitágoras, realizando as medições já com essa expectativa. A Figura 52 mostra o modelo da estrutura do telhado feita pelo Grupo-B, bem como os referidos cálculos efetuados.

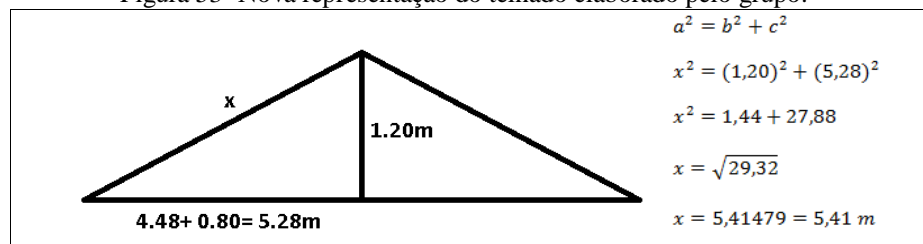
Figura 52- Representação do telhado elaborado pelo grupo.



Fonte: a pesquisa.

Após a apresentação da atividade para o professor/pesquisador, foi analisado e discutido o trabalho produzido, sendo constatado que haviam cometido um equívoco no momento das medições, não incluindo a parte referente aos beirais. Assim, os estudantes reformularam os cálculos, incluindo 0,80 m referentes ao beiral do telhado, conforme apresentado na Figura 53.

Figura 53- Nova representação do telhado elaborado pelo grupo.



Fonte: a pesquisa.

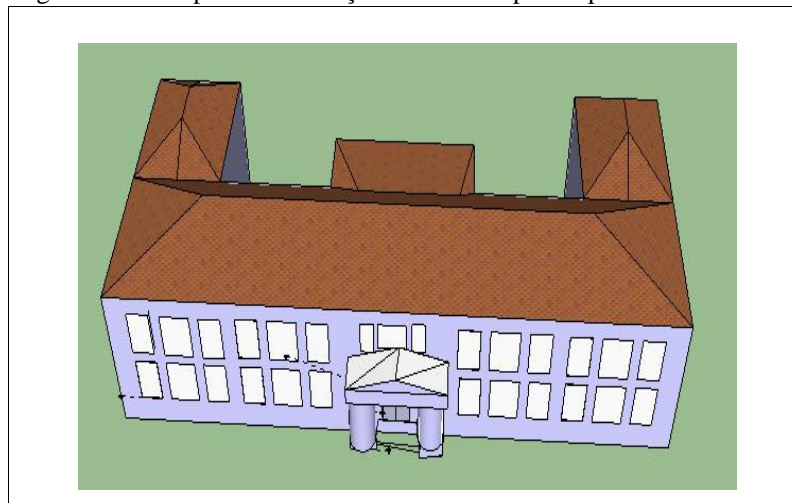
A partir dos cálculos realizados e dos orçamentos referentes aos diferentes modelos de telhas disponíveis no mercado, o grupo optou pela telha de Isdralit 1,10 × 3,05. Os

estudantes não conseguiram realizar corretamente os cálculos referentes ao total de telhas, devido à necessidade de sobrepor uma telha sobre a outra. Assim, solicitaram auxílio do professor/pesquisador e, após discussões e intervenções, os cálculos referentes à quantidade de telhas foram realizados. Nessa atividade, os estudantes apresentaram apenas dificuldades relacionadas à questão da sobreposição das telhas, o que foi solucionado com a discussão realizada.

A atividade relacionada à quantidade de telhas foi o último trabalho relacionado a cálculos desenvolvidos pelo Grupo-B. Assim, como todo o planejamento do projeto “Reforma da Escola” tinha sido realizado, os estudantes passaram a elaborar uma apresentação para os demais grupos da turma 302, ajustando os detalhes finais do trabalho escrito (portfólio) a ser entregue para o professor/pesquisador. Com a apresentação e o portfólio, foi encerrado o trabalho.

Após o término dos Projetos, o professor/pesquisador retomou as atividades desenvolvidas por esse grupo para trabalhar junto a turma conhecimentos de Geometria Plana e Espacial. Também o *software* SketchUp foi utilizado com todo o grupo de estudantes da turma 302 para a construção e estudo das figuras geométricas, além de construírem o prédio principal da escola baseado nas informações disponibilizadas pelo Grupo-B, conforme pode ser visto na Figura 54.

Figura 54- Exemplo de construção no SketchUp feita pela estudante E11.



Fonte: a pesquisa.

Outros grupos de estudantes da turma 302 também tinham utilizado esse programa em seus trabalhos. Assim, os que já dominavam a utilização do *software* auxiliavam os demais nas construções e cálculos utilizando o mesmo.

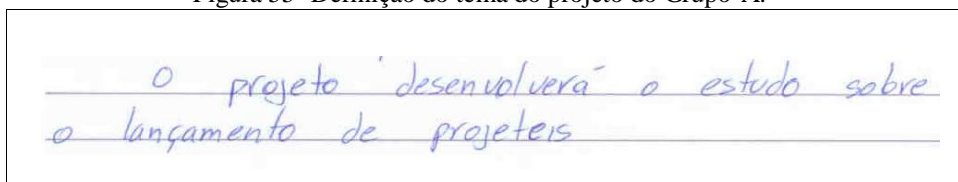
Na sequência, apresenta-se o projeto “Lançamento de Projéteis”, desenvolvido pelo Grupo-A de estudantes.

5.2 O PROJETO “LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS”

Nesse subcapítulo, apresenta-se o desenvolvimento do projeto do Grupo-A, “Lançamento de Projéteis”, o qual envolveu conhecimentos de duas áreas, a Matemática e a Física. Também se caracterizou pelo uso de elementos advindos da Modelagem Matemática na resolução das atividades que emergiram do mesmo, bem como recursos das TIC.

O Grupo-A, inicialmente, definiu o tema do projeto como o “Lançamento de Projéteis”, a partir de discussões no grupo e levando em consideração a curiosidade em relação à questão quando estudaram o Movimento Retilíneo Uniforme e o Uniformemente Variado, momento no qual não foi realizado um estudo aprofundado sobre o lançamento oblíquo, nem a realização de aplicações práticas sobre o tema. A Figura 55 destaca a proposta de trabalho apresentada pelo grupo.

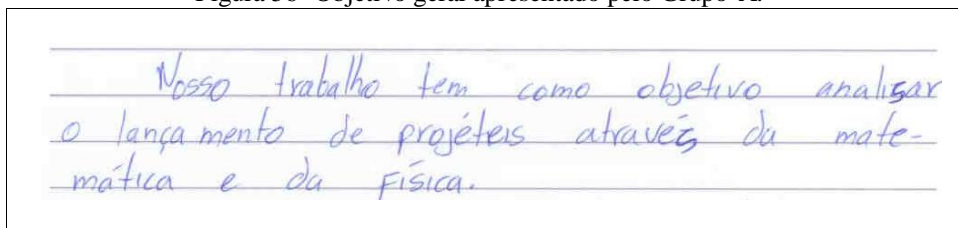
Figura 55- Definição do tema do projeto do Grupo-A.



Fonte: a pesquisa.

Ao término da definição e apresentação por escrito do tema, o grupo iniciou a elaboração dos objetivos que gostariam de alcançar com o estudo, destacando como proposta principal analisar o lançamento de projéteis considerando, tanto aspectos da Física quanto da Matemática envolvida. A Figura 56 apresenta o primeiro esboço do objetivo geral apresentado pelo grupo para o projeto.

Figura 56- Objetivo geral apresentado pelo Grupo-A.

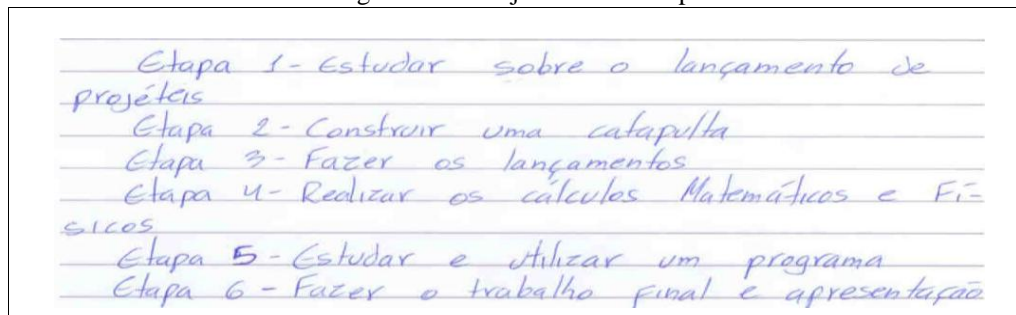


Fonte: a pesquisa.

Após discussões relacionadas à viabilidade do desenvolvimento do projeto entre os integrantes do grupo e o professor/pesquisador, a definição do tema e os objetivos, os estudantes iniciaram o planejamento do projeto, no qual estabeleceram as ações necessárias para alcançar o objetivo proposto. Considera-se essa fase de vital importância para o êxito do projeto, pois é nesse momento que o trabalho é planejado e fica delineado qual será o papel de cada integrante do grupo no seu desenvolvimento. É o momento em que cada componente do grupo assume o compromisso de participar do trabalho de forma integrada, ciente de que terá

responsabilidades com tarefas, sendo que o bom desempenho do grupo como um todo dependerá dessas atuações individuais. O grupo, em seu planejamento, apresentou uma primeira organização das suas ações em etapas, o que é destacado na Figura 57.

Figura 57- Planejamento do Grupo-A.

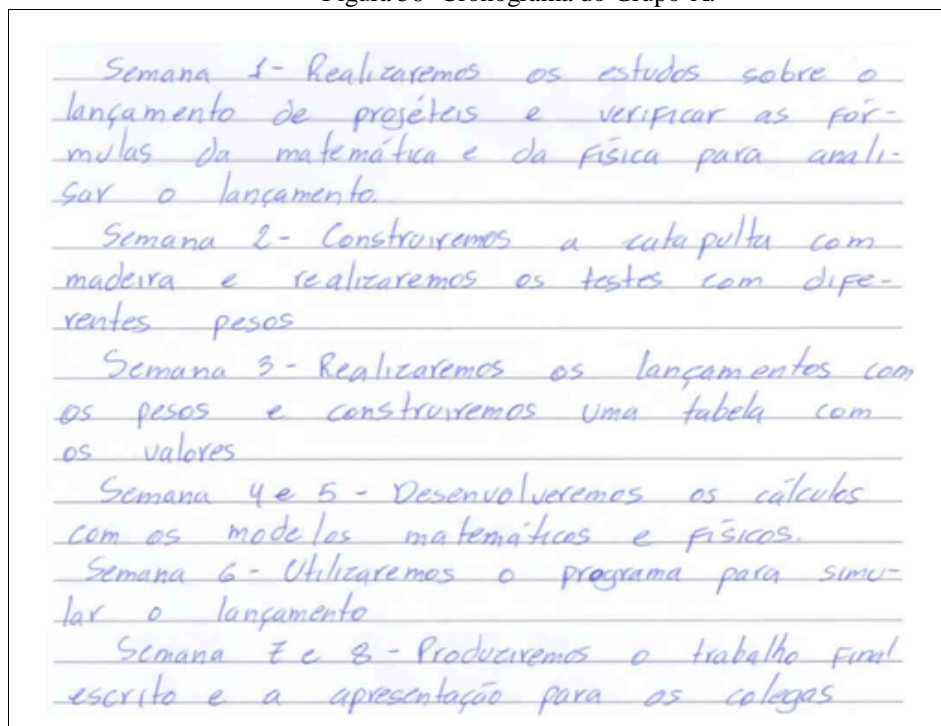


Fonte: a pesquisa.

Com relação à utilização de um *software* para modelar e construir os gráficos do lançamento de projéteis, o qual os estudantes denominaram de “programa” em seu planejamento, como os estudantes não tinham sugestões, o professor/pesquisador sugeriu a utilização do programa Modellus e solicitou que fossem realizadas pesquisas sobre o mesmo.

Em seguida, o grupo estabeleceu um cronograma com as ações que seriam desenvolvidas e o prazo para cada fase, o que pode ser visto na Figura 58.

Figura 58- Cronograma do Grupo-A.



Fonte: a pesquisa.

Combinaram, também, que o grupo se subdividiria em duas equipes. Enquanto uma trabalhasse na construção de uma catapulta para fazer os lançamentos, a outra ficaria responsável pela realização de pesquisas teóricas e verificação de quais equações da

Para a construção da catapulta, o grupo seguiu um modelo criado por estudantes de engenharia e que está disponível no *youtube* (<http://www.youtube.com/watch?v=Q-X81LPVwo>). A mesma foi construída em madeira (Figura 61) baseada nas informações retiradas do vídeo citado e de outros modelos que estão disponibilizados no *youtube*.

Figura 61- Catapulta criada pelo Grupo-A



Fonte: a pesquisa.

Na construção da catapulta, os estudantes se depararam com um problema relacionado ao peso para fazer o balanceamento preciso para os lançamentos. Para esse modelo, foi necessário um contrapeso de um quilograma para arremessar uma esfera de, no máximo, 20 gramas. Como solução para o problema do peso, os estudantes utilizaram um dos pesos de uma balança antiga que encontraram na casa do avô de um dos membros do grupo. Essa dificuldade foi relatada pelo grupo para o professor e consta nas anotações no diário de campo do grupo, como pode ser visualizado na Figura 62.

Figura 62- Anotação no diário de campo referente ao contrapeso da catapulta.

*No momento que nós
estávamos criando a catapulta tivemos
problemas para achar pesos com
precisão de 1kg para ter um
balanceamento preciso.*

Fonte: a pesquisa.

Destaca-se, aqui, a criatividade dos estudantes em resolver problemas que surgem durante o desenvolvimento de uma atividade, utilizando não só conhecimentos de fontes de pesquisa, mas também, a criatividade em buscar soluções para situações práticas.

Assim, enquanto dois alunos realizavam essas atividades, os outros dois realizavam pesquisas buscando o entendimento teórico e das equações matemáticas e físicas para realizarem os cálculos após os lançamentos.

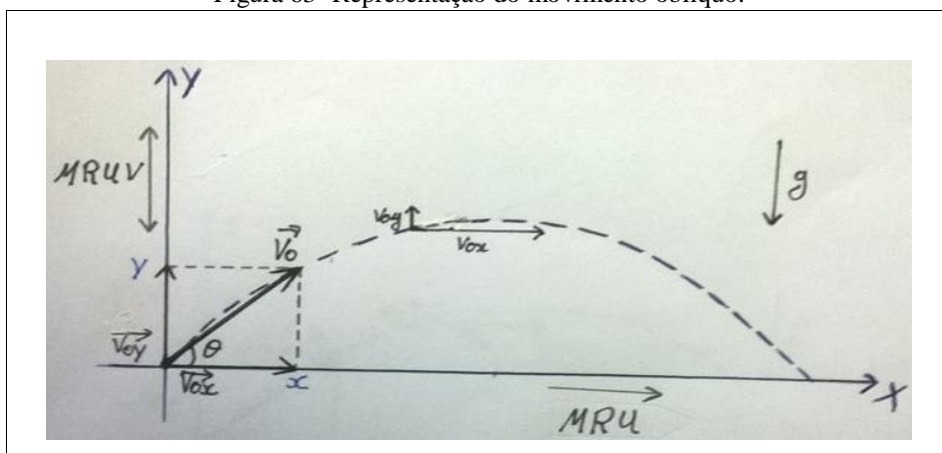
O professor, além de disponibilizar livros e revistas sobre o assunto, também postou no grupo no *Facebook*, vídeos retirados da *internet*. Esses vídeos tratam das equações envolvendo lançamentos de projéteis, como se chega às mesmas, bem como exemplos da aplicação com os devidos cálculos realizados. Os vídeos mencionados estão disponíveis em www.youtube.com/watch?v=kb8j-9gzgFg e www.youtube.com/watch?v=716zsrU3Bw. Esse último endereço possui quadro vídeos onde são explicitados os modelos necessários para calcular a velocidade inicial, a altura e distância máxima, o tempo de subida e descida de um projétil, entre outros.

Além desses materiais disponibilizados, os estudantes tiveram auxílio dos professores de Física da Escola, tanto para a parte teórica como no trabalho com as equações da Física. Os alunos se esforçaram para demonstrar como se chega a esses modelos, sem apenas utilizar os modelos prontos que se encontram nos livros didáticos e em outras fontes de pesquisa.

Primeiramente, os estudantes, auxiliados pelos professores de Física, retomaram as equações do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) e, posteriormente, as do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), já conhecidas, buscando adequá-las ao lançamento oblíquo envolvido na atividade.

No lançamento oblíquo, devem ser considerados dois aspectos: um movimento na horizontal (onde a velocidade é constante em todos os intervalos de tempo, devido à ausência da gravidade), e um na vertical (onde ocorre variação da velocidade de deslocamento do objeto, devido à força da gravidade atuante). Ou seja, o móvel executa, simultaneamente, dois movimentos: uniforme na horizontal e uniformemente variado na vertical. Sendo assim, a velocidade inicial (v_0) do móvel é dada em relação às intensidades de suas componentes horizontais (v_{0x}) e vertical (v_{0y}), como ilustrado na Figura 63.

Figura 63- Representação do movimento oblíquo.



Fonte: a pesquisa.

Assim, primeiramente, os estudantes fizeram a adaptação da função horária do espaço do MRU

$$s = s_0 + v_0 \cdot t,$$

onde “s” é a posição final, “s₀” é a posição inicial, “v₀” é a velocidade inicial e “t” é o tempo de deslocamento do móvel, chegando à equação

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t,$$

que está relacionada à posição do móvel em relação ao eixo x, onde a velocidade é constante. Deve-se salientar, também, que a representação v_{0x} é obtida através da decomposição de $v_0 \cdot \cos\theta$, sendo θ o ângulo de inclinação da trajetória do móvel quando lançado.

Em seguida, utilizando a função horária do deslocamento do MRUV

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

onde “s” é a posição final, “s₀” é a posição inicial, “v₀” é a velocidade inicial, “t” é o tempo e “a” é a aceleração do objeto, chegaram à equação para a posição do objeto em relação ao eixo y:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Observa-se, como já destacado, que a gravidade influencia no movimento em relação ao eixo y, por isso utiliza-se “-g” e v_{0y} é obtido através da decomposição de $v_0 \cdot \sin\theta$.

Os mesmos procedimentos foram realizados com relação à equação horária da velocidade

$$v = v_0 + a \cdot t$$

chegando à equação

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

e para a equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s,$$

a qual ficou com a configuração

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y,$$

sendo essas as equações para o movimento do projétil em relação ao eixo y. O trabalho desenvolvido pelos estudantes relativo às adaptações nas equações do MRU e MRUV pode ser visualizado na Figura 64.

Figura 64- Equações para a posição do projétil em relação ao eixo x e y.

Modelos FÍSICOS

MRU
 $x = x_0 + v_{0x} \cdot t$
 $s = s_0 + v \cdot t$

MRUV
 $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$
 $v = v_0 + at \Rightarrow v_f = v_{0y} - g \cdot t$
 $v_f^2 = v_0^2 + 2a \Delta s \Rightarrow v_f^2 = v_{0y}^2 - 2g \Delta y$ Torricelli

Posição $y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$
 Velocidade em y

Fonte: a pesquisa.

Após esses primeiros estudos, os alunos, buscaram a elaboração de outras equações, a partir das adaptações acima apresentadas, tais como: alcance máximo do móvel a partir do lançamento, altura máxima atingida e o tempo para o objeto atingir essa altura máxima. O trabalho realizado pelos estudantes está exemplificado na Figura 65.

Figura 65- Equações da Física apresentadas pelo Grupo-A.

Alcance Máximo
 $t_f = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta}{g}$
 $x = v_0 \cos \theta \cdot t$
 $A = v_0 \cos \theta \cdot \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta}{g}$
 $A = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$
 $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$
 $A = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$

Altura Máximo
 $y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{g t^2}{2}$
 $y_m = v_0 \sin \theta \cdot \frac{v_0 \sin \theta}{g} - \frac{g}{2} \left(\frac{v_0 \sin \theta}{g} \right)^2$
 $y_m = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{g} - \frac{g}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g^2}$
 $y_m = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$
 $y_m = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \theta \cdot g - v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$
 $y_m = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$

Tempo para a Altura Máximo
 $v_f = v_{0y} - g \cdot t$
 $0 = v_0 \sin \theta - g \cdot t_m$
 $g \cdot t_m = v_0 \sin \theta$
 $t_m = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$

Fonte: a pesquisa.

Analisando a atividade descrita, percebe-se que o auxílio dos professores de Física foi essencial para que grupo de estudantes e o professor adquirissem o conhecimento teórico e das equações da Física para o desenvolvimento das atividades relacionadas ao lançamento de projétil.

Destaca-se, ainda, a importância do professor colocar-se como um aprendiz no processo e buscar em outras áreas e fontes o entendimento necessário para o bom desenvolvimento do trabalho, além de oportunizar aos estudantes a experiência de estarem em contato, ao mesmo tempo, com professores de diferentes áreas, mas com objetivos em comum.

Após essas atividades os estudantes, juntamente com um dos professores de Física, realizaram lançamentos com dois pesos, um de 10 gramas e outro de 20 gramas. O professor/pesquisador não pôde acompanhar essa atividade, devido ao compromisso assumido

junto a outro grupo, porém o professor de Física, já bastante envolvido com o trabalho, se prontificou a acompanhar e orientar o grupo na atividade.

Para fazer as medições referentes aos lançamentos, os estudantes tomaram como base uma parede de tijolos à vista e, após cada lançamento, fizeram a marcação e as medições. Os valores aproximados encontrados para o lançamento do peso de 20 gramas pode ser visto na tabela da Figura 66, onde foi anotada a altura e distância máxima, bem como o tempo total que o objeto leva para atingir o solo em 15 lançamentos. Para o peso de 10 gramas, também foi realizada a mesma quantidade de lançamentos.

Figura 66- Tabela de valores do lançamento com o peso de 20g.

Lançamento	Altura máxima	Distância	Tempo ^{total}
1	2,7 m	7,4 m	2 s
2	1,88 m	8,36 m	1,73 s
3	1,93 m	6,9 m	1,55 s
4	2,72 m	7,8 m	1,53 s
5	2,6 m	7,5 m	1,47 s
6	2,8 m	7,69 m	1,57 s
7	2,71 m	7,70 m	1,6 s
8	2,46 m	7,6 m	1,65 s
9	2,72 m	7,4 m	1,52 s
10	2,68 m	7,5 m	1,51 s
11	2,6 m	7,85 m	1,39 s
12	2,76 m	7,5 m	1,49 s
13	2,75 m	7,85 m	1,37 s
14	2,74 m	7,5 m	1,42 s
15	2,55 m	7,5 m	1,24 s

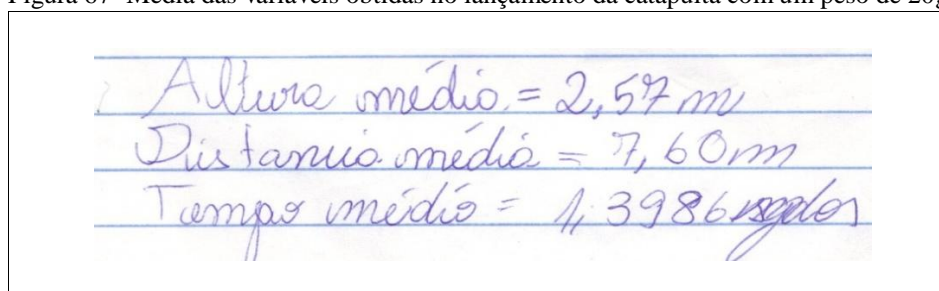
Fonte: a pesquisa.

Observando a tabela, percebe-se que ocorreram variações nos valores, devido à imprecisão da catapulta durante os lançamentos, fato para o qual os estudantes não conseguiram encontrar uma solução, devido ao modelo físico que não permitia fazer adaptações. Também concluíram que fatores externos, tais como os instrumentos de medição, manuseio do material e dos instrumentos, erros na observação, entre outros, também podem ter contribuído para a diversidade de valores encontrados nas medições.

Era intenção dos estudantes filmarem o experimento, mas problemas com a única filmadora disponível não permitiram que a filmagem fosse realizada. Porém, todo o experimento foi acompanhado pelo professor de Física, o qual relatou ao professor/pesquisador todo o desenvolvimento da atividade. O professor destacou que os lançamentos e medições foram realizados de forma adequada, levando-se em consideração os materiais que estavam sendo manipulados.

Assim, buscando minimizar os problemas relacionados aos valores obtidos com os lançamentos, os estudantes optaram por fazer a média de cada uma das grandezas envolvidas no processo, encontrando valores médios (Figura 67) que seriam utilizados posteriormente. Portanto, a média para a altura máxima ficou em 2,57m. Para a distância máxima ficou em 7,60m e o tempo médio que o objeto levou para fazer a trajetória foi de 1,3986 segundos. Destaca-se, também, que o tempo o qual o objeto levou para atingir a altura máxima foi de 0,695 segundos.

Figura 67- Média das variáveis obtidas no lançamento da catapulta com um peso de 20g.



Fonte: a pesquisa.

Em uma catapulta, um dos princípios básicos é variar o ângulo de lançamento, a fim de que um determinado alvo, uma distância ou uma altura seja atingido. Porém, no modelo físico criado pelo grupo, essa variação não era possível de ocorrer, pois o ângulo de lançamento permanecia o mesmo. Assim, o que teria que ser mudado era o peso a ser lançado e o contrapeso para que ocorressem variações na trajetória do móvel, fato percebido pelos estudantes nos primeiros testes, que, assim, buscaram realizar adaptações, não obtendo êxito.

Na aula seguinte, relataram para o professor/pesquisador o que ocorreu e, após discussões, optaram por utilizar os dados experimentais coletados e, naquele momento, apenas elementos da Matemática que poderiam descrever a situação para depois, procurar uma solução ou alternativa para o problema relacionado ao ângulo de lançamento. Assim, todo o estudo físico referente ao lançamento de um projétil (lançamento oblíquo) foi colocado de lado, naquele momento, para ser retomado posteriormente. Novamente, aqui foi imprescindível o professor se posicionar e propor discussões que auxiliassem o grupo a encontrar uma solução para o problema relacionado ao ângulo de lançamento, buscando não deixar que esse fato causasse frustrações, desmobilizando o grupo.

Após as discussões e a tomada de decisão referente ao uso apenas dos elementos da Matemática, o grupo iniciou os cálculos buscando descrever a situação que estava sendo estudada. Para isso, com o auxílio do professor/pesquisador, organizou os dados do lançamento em três partes, de acordo com as variáveis envolvidas: distância x altura, altura x tempo e distância x tempo, como pode ser visto na Figura 68, separando, dessa forma, o

movimento do projétil em três situações diferentes para ser analisado e interpretado. Para criar as tabelas, o grupo utilizou os valores das médias que estão representadas na Figura 67, além de relacionarem a altura máxima atingida pelo móvel com a metade da distância total alcançada pelo objeto (7,6: 2= 3,8), bem como a metade do tempo total que o móvel levou para descrever sua trajetória (1,39: 2= 0,695), no qual esse valor se refere ao tempo necessário para o objeto atingir a altura máxima.

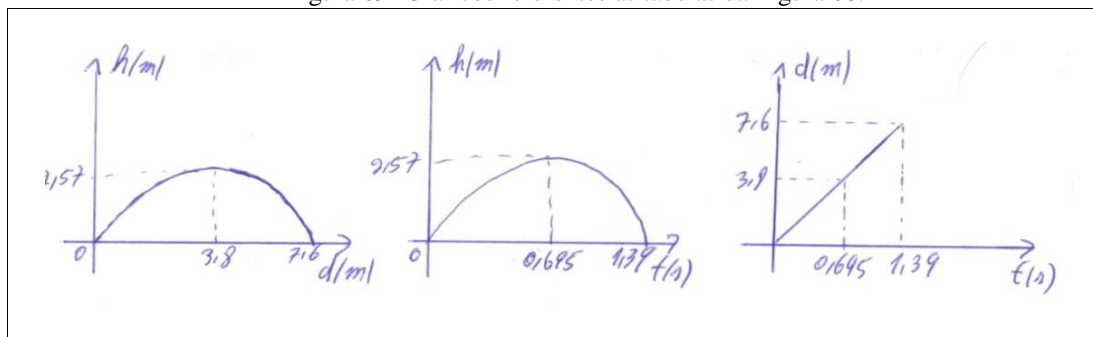
Figura 68- Tabelas com as variáveis envolvidas no lançamento com o peso de 20g.

distância x Altura		tempo x Altura		tempo x distância	
d(m)	h(m)	t(1)	h(m)	t(2)	d(m)
0	0	0	0	0	0
3,8	2,57	0,695	2,57	0,695	3,8
7,6	0	1,39	0	1,39	7,6

Fonte: a pesquisa.

Com esses valores, primeiramente, foram construídos os respectivos gráficos (Figura 69) e analisadas as principais características, como o domínio, o conjunto imagem, o tipo de gráfico, se representava uma função de primeiro ou segundo grau, entre outros.

Figura 69- Gráficos referentes às tabelas da Figura 68.



Fonte: a pesquisa.

Analisando essa atividade, percebe-se que os alunos não apresentaram dúvidas e souberam utilizar de forma adequada os conhecimentos adquiridos nos anos anteriores sobre funções, para tabelar, construir gráficos e fazer a análise dos mesmos.

Na sequência, os estudantes, com os dados numéricos obtidos experimentalmente e com as equações gerais da Função Afim

$$f(x) = ax + b$$

e da Função Quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

além das equações que determinam as coordenadas do vértice,

$$x_v = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_v = -\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right),$$

buscaram determinar uma função que pudesse descrever aproximadamente a situação dos lançamentos dos projéteis com 10 e 20g, realizados com a catapulta.

Assim, iniciaram os cálculos com os valores das variáveis relacionadas à altura pela distância percorrida pelo móvel e, posteriormente, com a variação da altura pelo tempo de deslocamento, nos quais os gráficos apresentaram-se em formato de uma parábola. O grupo iniciou os cálculos utilizando o ponto referente ao vértice da parábola gerada $V = (3,80; 2,57)$, substituindo, os mesmos, nas equações gerais do vértice, chegando a:

$$3,80 = -\frac{b}{2a} \quad (I) \quad e \quad 2,57 = -\left(\frac{b^2 - 4.a.0}{4a}\right) \quad (II)$$

Também substituíram o valor do coeficiente c na equação acima por zero (0), já que consideraram que o lançamento partiu da origem do plano cartesiano, ou seja, $P(0,0)$.

Após, as devidas transformações nas equações (I) e (II), chegaram a:

$$b = -7,60.a \quad (I) \quad e \quad b^2 = -10,28.a \quad (II).$$

Substituindo I em II, encontraram o valor da variável $a = -0,17$ e, posteriormente, $b = 1,29$. Assim, com esses dois valores e com a equação geral da função quadrática, chegaram a função

$$y = -0,17x^2 + 1,29,$$

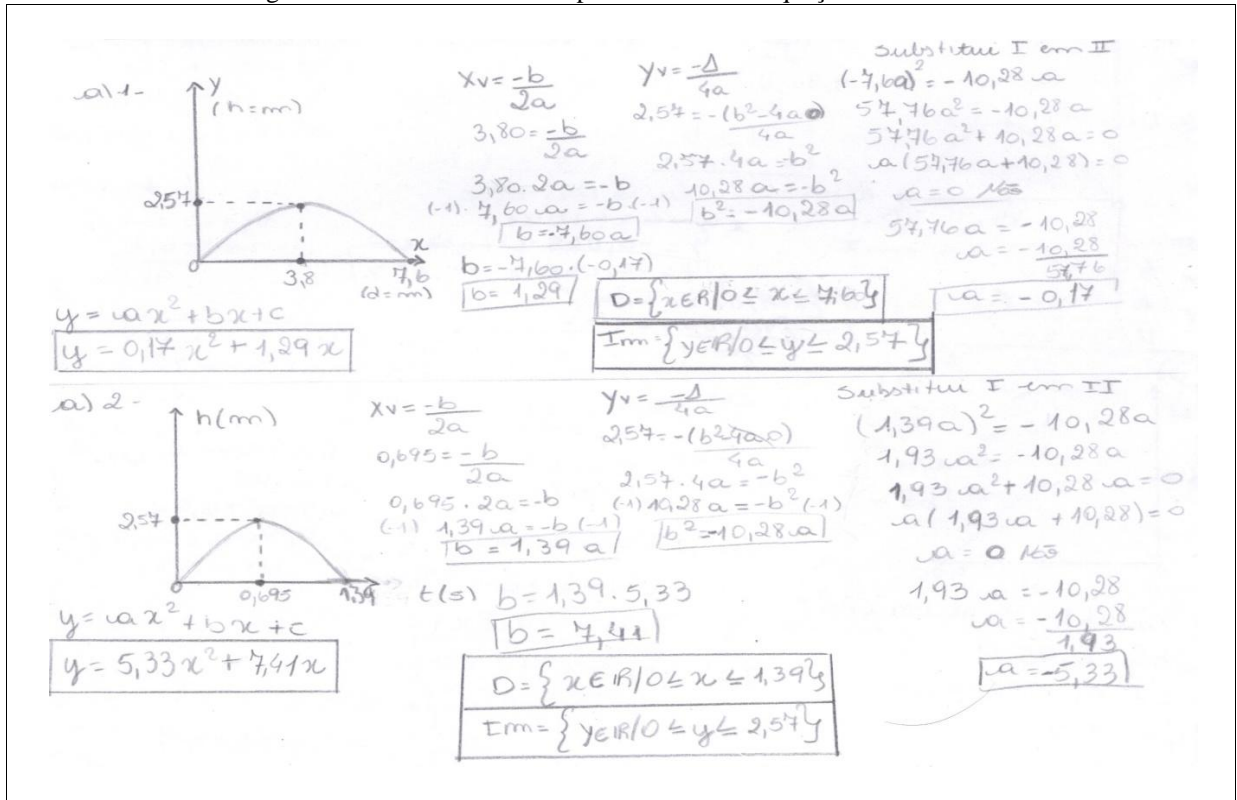
que descreve a curva referente às variáveis relacionadas à distância pela altura atingida pelo móvel.

Esse mesmo procedimento foi realizado com os valores referentes ao tempo de deslocamento do móvel pelas referidas alturas, chegando à função quadrática

$$y = -5,33x^2 + 7,41x.$$

Os cálculos realizados pelos estudantes do Grupo-A, estão apresentados na Figura 70.

Figura 70- Cálculos realizados para encontrar as equações matemáticas.



Fonte: a pesquisa.

Porém, observando essas atividades, percebe-se que os estudantes não escreveram de forma correta as funções quadráticas referentes aos lançamentos, representado-as como sendo:

$$y = 0,17x^2 + 1,29 \text{ e } y = 5,33x^2 + 7,41x.$$

Como os gráficos possuem a concavidade voltada para baixo, o sinal do coeficiente a deve ser negativo e não positivo, como foi colocado. Pondera-se, no entanto, que os cálculos foram realizados de forma correta, somente cometeram o equívoco no momento da substituição dos valores das variáveis encontradas na equação geral. Após discussão entre o grupo e o professor/pesquisador, perceberam o erro e realizaram as alterações necessárias, chegando aos modelos que foram acima apresentados. Aqui cabe ressaltar que também é tarefa do professor indicar os erros cometidos pelos estudantes e, através do diálogo levá-los a reconhecer e modificar o erro cometido.

Já com relação ao terceiro gráfico, da Figura 68, que representa uma função do primeiro grau, os estudantes utilizaram a equação geral, que define a lei de formação

$$y = ax + b.$$

Com os respectivos valores relacionados a dois pontos do gráfico $P(0,695; 3,8)$ e $P(1,39; 7,6)$, substituíram na equação geral chegando a duas equações

$$1,39a + b = 7,6 \text{ (I) e } 0,695a + b = 3,8 \text{ (II),}$$

respectivamente. Após, com as equações (I) e (II), chegaram ao sistema linear

$$\begin{cases} 1,39a + b = 7,6 \\ 0,695a + b = 3,8 \end{cases}$$

e, pelo método da adição, encontraram os valores de $a=5,46$ e $b=0,01$. Assim, fizeram a substituição dos valores dos coeficientes a e b , na equação geral da função afim, encontrando

$$y = 5,46x + 0,01,$$

que descreve a relação entre a distância e o tempo. Os cálculos completos realizados pelos estudantes estão na Figura 71.

Figura 71- Cálculos realizados para encontrar a função.

The image shows handwritten mathematical work for solving a system of linear equations. The equations are:

$$\begin{cases} y = ax + b \\ 3,8 = 0,695a + b \\ 0,695a + b = 3,8 \\ y = ax + b \\ 7,6 = 1,39a + b \\ 1,39a + b = 7,6 \end{cases}$$

The student uses the elimination method. They subtract the second equation from the first to get:

$$\begin{cases} 0,695a + b = 3,8 \quad \cdot (-1) \\ 1,39a + b = 7,6 \end{cases}$$

Resulting in:

$$\begin{cases} 0,695a - b = -3,8 \\ 1,39a + b = 7,6 \end{cases}$$

Adding these two equations gives:

$$2,085a = 3,8$$

$$a = \frac{3,8}{2,085} = 5,46$$

Substituting $a = 5,46$ into the first equation:

$$0,695 \cdot 5,46 + b = 3,8$$

$$3,79 + b = 3,8$$

$$b = 3,8 - 3,79 = 0,01$$

The final function is:

$$y = 5,46x + 0,01$$

The word "Modelo" is written at the bottom right of the work.

Fonte: a pesquisa.

Observando a resolução dessa atividade, um fato que chama a atenção é o valor encontrado para o coeficiente b ($b=0,01$). Como os estudantes tomaram como referência a origem do plano cartesiano, ponto $P(0, 0)$, o valor numérico de b deveria ser zero (0). Assim, para resolver a situação, após discussões com o grupo, optou-se por considerar o valor de b como sendo zero. Para tal, levaram-se em consideração os erros cometidos durante a realização dos testes, na retirada de medidas e nos arredondamentos realizados anteriormente.

Para realizar essas atividades, os estudantes também solicitaram o auxílio do professor, o qual retomou aspectos teóricos sobre o tema e, por meio de exemplos que o grupo tinha em mãos, explanou sobre aspectos que os estudantes tinham dúvidas. É nesses momentos que a figura do professor se torna importante, não solucionando o problema em questão, mas dando subsídios teóricos e práticos que possibilitem aos estudantes realizarem as atividades com maior destreza, aprofundando os conhecimentos dos mesmos.

Os estudantes, a partir de dados experimentais coletados durante o lançamento com a catapulta, selecionaram-nos e os organizaram-nos em tabelas e gráficos, segundo hipóteses por eles levantadas, buscando descrever ou se aproximar da situação estudada. Com esses dados, buscaram uma solução, chegando a equações que as representassem. Após verificações, análises e modificações, estabeleceram que as mesmas se aproximavam da realidade estudada, mas o grupo tinha consciência de que as funções encontradas eram

simplificações do movimento realizado pelo projétil lançado pela catapulta e serviam apenas para representar aquela situação em específico.

Assim, conjectura-se que, no desenvolvimento desse projeto, surgiram os primeiros indícios de elementos da Modelagem Matemática, no âmbito das ideias propostas por Bassanezi (2002), pois foram utilizados dados experimentais, fizeram conjecturas e lançaram hipóteses, buscaram uma solução para o problema apresentado, fizeram alterações nos resultados finais e, posteriormente, aceitaram resultados alcançados como sendo uma das possíveis soluções para o sistema estudado.

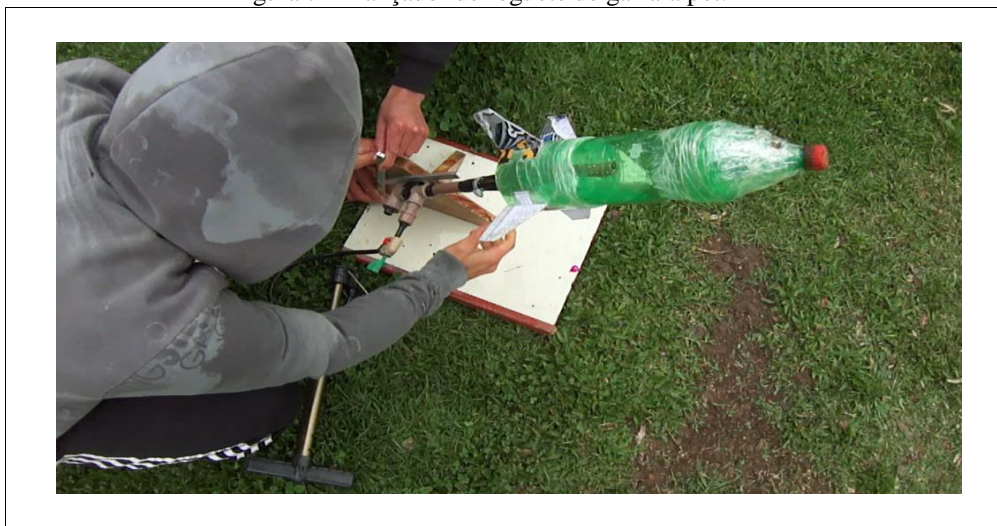
Após a conclusão dessa etapa, o professor/pesquisador se reuniu com o grupo de estudantes para retomar o tema que estava sendo abordado e buscar uma alternativa para o problema relacionado ao ângulo de inclinação de lançamento da catapulta, além de verificar se o grupo de estudantes ainda necessitava de esclarecimentos referentes às atividades até o momento desenvolvidas. Como não surgiram novos questionamentos por parte do grupo, iniciou-se uma discussão referente ao modelo da catapulta criado. Questionados sobre a possibilidade de fazer modificações na catapulta, os membros do grupo salientaram que não saberiam como fazer essas adaptações.

Assim, buscando uma alternativa para a questão, o professor/pesquisador sugeriu desenvolver outro lançador de projéteis, a partir de um protótipo de foguete de garrafa pet, água e ar comprimido, desenvolvido por um grupo de estudantes de Engenharia da Unisal de Lorena, São Paulo. Após assistir a um vídeo sobre o tema (disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=ilcXnNSu-wo>) e discutir a ideia e possibilidades de colocá-la em prática, o grupo aceitou o desafio de fazer experiências com um novo lançador de projéteis. Ao término do encontro com os estudantes, foram disponibilizados vídeos no grupo do *Facebook* e solicitado que pesquisassem outras opções para o novo lançador de projétil.

Destaca-se, novamente, a importância da participação do professor nesses momentos. Cabe a ele, também, buscar alternativas para problemas com os quais os estudantes se deparam. Assim, enquanto o grupo desenvolvia as atividades, o professor buscou alternativas para minimizar ou solucionar o problema enfrentando, pois o conhecimento se constrói junto e, nesses momentos, que o professor também se coloca como aprendiz para, depois, colocar-se como mediador do processo de ensino e aprendizagem. Com essa nova opção poderiam ser analisadas as mudanças no deslocamento do projétil, de acordo com as variações nos ângulos de lançamento.

Para a construção do lançador com garrafa pet, os estudantes utilizaram madeira, pedaços de cano, luvas, joelhos em PVC, entre outros. Para o foguete, foram utilizadas garrafas pet, fita, papelão e cola. Já para o lançamento foram utilizadas, ainda, uma bombinha de ar comprimido e água. A construção realizada pelos estudantes pode ser vista na Figura 72.

Figura 72- Lançador de foguete de garrafa pet.



Fonte: a pesquisa.

Ao término da construção do foguete, os estudantes, acompanhados pelo professor/pesquisador, iniciaram os testes no pátio da Escola, mas o local era pequeno e foi necessário que os mesmos fossem realizados em outro ambiente. O grupo sugeriu fazê-los em um campo de futebol perto da casa de dois membros do grupo, lugar amplo e sem perigo de atingir alguém ou algo.

Assim, foram realizados três lançamentos com distintas variações de ângulo (30° , 40° , 45° , 50° , 60° , 70° e 80°), utilizando sempre a mesma quantidade de água e mesma pressão. Após os três lançamentos, era feita uma média, com os valores referentes, para cada ângulo.

Durante os lançamentos, os alunos foram percebendo que, com o ângulo de lançamento de 45° o projétil atingia a maior distância. Já com um ângulo maior que 45° , o projétil atingia uma altura maior, mas diminuía sua distância e, com um ângulo de lançamento menor que 45° , diminuía a altura e a distância em relação ao lançamento com um ângulo de 45° . Essa ideia é destacada a partir do relato de um dos componentes do grupo, retirado de uma das filmagens realizadas.

E14- “A maior distância foi com o ângulo de 45° , quanto maior o ângulo o foguete vai mais alto, mas diminui a distância”.

Isso evidencia que o grupo estava entendendo o que ocorria em cada variação do ângulo de lançamento. Como não ocorreram dúvidas relevantes e os questionamentos

realizados pelo professor foram respondidos com clareza, essa parte da atividade se deu por encerrada, cabendo aos estudantes darem sequência nos trabalhos.

Para a realização dos cálculos, os integrantes do grupo solicitaram, novamente, o auxílio do professor de Física, que os orientou a utilizarem os dados experimentais retirados durante os lançamentos nas equações físicas que já haviam sido estudados e que acima foram apresentadas (Figuras 64 e 65). Assim, na semana seguinte, os integrantes do grupo apresentaram alguns cálculos que acharam relevantes.

Aqui, apenas serão apresentados os cálculos referentes ao lançamento do projétil com o ângulo de 45° , no qual a média das distâncias dos lançamentos foi de 102m. Os primeiros cálculos realizados foram para determinar a velocidade inicial no eixo x e y (abscissa e ordenada). Para tanto, utilizaram as equações da Física, referentes à posição em relação ao tempo do MRU

$$x = v_o + v_{ox} \cdot t$$

e MRUV

$$y = y_o + v_o \cdot t - \left(\frac{g \cdot t^2}{2}\right).$$

Assim, com o valor da posição final $x_o = 102\text{m}$ e do tempo final $t = 4,54\text{s}$, em relação ao eixo x e o modelo da posição em relação ao tempo, montaram a equação

$$102 = 0 + v_{ox} \cdot 4,54$$

e encontraram, como velocidade inicial no eixo x, o valor de

$$v_{ox} = 22,47\text{m/s}^2.$$

Em seguida, os estudantes realizaram os cálculos da velocidade inicial em relação ao eixo y, utilizando o modelo apresentado anteriormente e o valor da posição final em y ($y_o = 0$), encontrando a equação

$$0 = 0 + v_{oy} \cdot 4,54 - \frac{(10 \cdot 4,54^2)}{2}.$$

Após cálculos, chegaram a velocidade

$$v_{oy} = 22,70\text{m/s}^2.$$

Na Figura 73, encontra-se todo o desenvolvimento dos referidos cálculos apresentados pelos estudantes.

Figura 73- Cálculos de velocidade do projétil no eixo x e y.

$$x = v_0x \cdot t \quad y = v_0y \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$102 = 0 + v_0x \cdot 4.54 \quad 0 = 0 + v_0y \cdot 4.54 - \frac{9.8 \cdot 4.54^2}{2}$$

$$v_0x = \frac{102}{4.54} \quad v_0y = \frac{5.2016}{4.54}$$

$$\boxed{v_0x = 22.47 \text{ m/s}} \quad \boxed{v_0y = 22.7 \text{ m/s}}$$

Fonte: a pesquisa.

Com as velocidade em relação ao eixo x e y do projétil e com a equação

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2},$$

referente ao módulo do vetor velocidade, montaram a equação

$$v_0 = \sqrt{22,47^2 + 22,7^2},$$

encontrando como velocidade inicial da projétil

$$v_0 = 31,94 \text{ m/s}^2.$$

Na Figura 74, pode-se observar o desenvolvimento desses cálculos pelos estudantes, os quais apresentaram como solução para a velocidade inicial do projétil o modelo físico relacionado ao alcance máximo

$$A = v_0^2 \cdot \frac{\sin^2 \theta}{g},$$

que também pode ser utilizado para realizar o cálculo da velocidade inicial. Assim, com as substituições adequadas das variáveis, como pode ser visto na Figura 74, encontraram o mesmo valor de $v_0 = 31,94 \text{ m/s}^2$.

Figura 74- Cálculos de velocidade inicial do projétil.

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$$

$$v_0 = \sqrt{(22,47)^2 + (22,7)^2}$$

$$v_0 = \sqrt{504,90 + 515,29}$$

$$v_0 = \sqrt{1020,19}$$

$$\boxed{v_0 = 31,94 \text{ m/s}}$$

Variação da Velocidade

$$A = v_0^2 \cdot \frac{\sin^2 \theta}{g}$$

$$102 = v_0^2 \cdot \frac{\sin^2 45^\circ}{10}$$

$$102 \cdot 10 = v_0^2 \cdot \sin^2 45^\circ$$

$$1020 = v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{1020}$$

$$\boxed{v_0 = 31,94 \text{ m/s}}$$

Fonte: a pesquisa.

Observa-se que, por meio das duas formas, o grupo chegou ao mesmo valor de 31,94 m/s para a velocidade inicial do projétil em relação aos eixos x e y, o que deu evidências de que os cálculos foram realizados de forma correta. Salienta-se, também, que o grupo teve

auxílio do professor de Física, o qual os orientou sobre as atividades e, com o material disponibilizado sobre o tema no grupo do *Facebook*, pelo professor/pesquisador, os estudantes não apresentaram dificuldades relevantes até esse momento.

A tarefa seguinte foi realizar o cálculo referente à altura máxima que o projétil poderia alcançar e, para essa finalidade, utilizaram a equação

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \theta}{2g}$$

e os valores de $v_0 = 31,94 \text{ m/s}^2$, $\theta = 45^\circ$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$. Realizando as devidas substituições, encontram a equação

$$H = \frac{31,94^2 \cdot \text{sen}^2 45^\circ}{2 \cdot 10}$$

Assim, após os cálculos necessários, encontraram como valor para a altura máxima do projétil, lançado sob um ângulo de 45° , $H = 25,71 \text{ m}$, cujo cálculo pode ser observado na Figura 75.

Figura 75- Cálculo referente à altura máxima alcançada pelo projétil.

Handwritten calculation for maximum height H :

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \theta}{2g}$$

$$H = \frac{(31,94)^2 \cdot \text{sen}^2 45^\circ}{2 \cdot 10}$$

$$H = \frac{1090 \cdot 0,5}{20}$$

$$H = \frac{1090 \cdot 0,25}{20}$$

$$H = 27,25 \text{ m}$$

Fonte: a pesquisa.

Aqui, novamente o grupo apresentou, de forma correta, os cálculos relacionados à altura máxima alcançada pelo projétil, não necessitando da intervenção do professor/pesquisador.

Outra atividade desenvolvida refere-se ao tempo para o projétil de garrafa pet alcançar a altura máxima e o tempo total de sua trajetória. Embora os estudantes tivessem conhecimento desses tempos a partir dos dados experimentais obtidos através das filmagens, resolveram calculá-los utilizando as equações já apresentadas (Figura 65). Cabe salientar, aqui, que esse procedimento foi adotado pelo grupo para confrontar os valores encontrados através de cálculos com os dados experimentais obtidos durante os testes. Assim, teriam como confirmar ou não os dados coletados, além de aprofundar conhecimentos sobre um

lançamento oblíquo e as possíveis diferenças entre dados experimentais e dados retirados através de cálculos matemáticos.

Para realizar os cálculos referentes ao tempo total, os estudantes utilizaram a equação

$$t_t = \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

e com a substituição dos valores de $v_0 = 31,94\text{m/s}^2$ e $\text{sen}\theta = 0,71$ na equação, chegaram a

$$t_t = \frac{2 \cdot 31,94 \cdot 0,71}{10}$$

e após os devidos cálculos, encontraram como tempo total o valor de $t_t = 4,54$ s. Já para o tempo para o objeto atingir a altura máxima, utilizaram

$$t_m = \frac{v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

Assim, após as substituições realizadas, encontraram o valor de $t_m = 2,27$ s. Salienta-se, também, que o tempo de subida do projétil é igual ao tempo de descida, portanto não seria necessário calcular o valor do tempo que o objeto levou para atingir a altura máxima e sim dividir o tempo total por dois. Os cálculos completos, referentes ao tempo total e tempo para o móvel atingir a altura máxima realizados pelo grupo estão na Figura 76. Pondera-se que os mesmos foram realizados para verificar e comparar os tempos com os das filmagens de cada um dos lançamentos e, também, para que os estudantes se apropriassem desse conhecimento.

Figura 76- Cálculo referente ao tempo total e o tempo para o projétil alcançar a altura máxima.

The image shows handwritten calculations for the total time and time to reach maximum height. The calculations are organized into two columns. The left column is titled 'Tempo total' and the right column is titled 'Tempo para altura máxima'. The formulas used are $t_t = \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$ and $t_m = \frac{v_0 \text{sen}\theta}{g}$. The values substituted are $v_0 = 31,94$ and $\text{sen}\theta = 0,71$, and $g = 10$. The final results are $t_t = 4,54$ and $t_m = 2,27$.

Tempo total	Tempo para altura máxima
$t_t = \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$	$t_m = \frac{v_0 \text{sen}\theta}{g}$
$t_t = \frac{2 \cdot 31,94 \cdot 0,71}{10}$	$t_m = \frac{31,94 \cdot 0,71}{10}$
$t_t = \frac{45,135}{10}$	$t_m = \frac{22,68}{10}$
$t_t = 4,54$	$t_m = 2,27$

Fonte: a pesquisa.

Pondera-se que, nessa atividade, aparecem elementos relacionados com a Resolução de Problemas, pois os estudantes tinham interesse em buscar uma solução para os problemas que surgiram a partir do tema por eles escolhido e para o qual necessitavam de conhecimentos já existentes e de outros que tiveram que ser desenvolvidos, além de necessitarem de respostas formuladas pelo próprio grupo. Outra questão que ressalta o aparecimento de aspectos relacionados à Resolução de Problemas foram os atos realizados pelos estudantes de investigar, discutir, formular hipóteses, analisar, generalizar e utilizar procedimentos

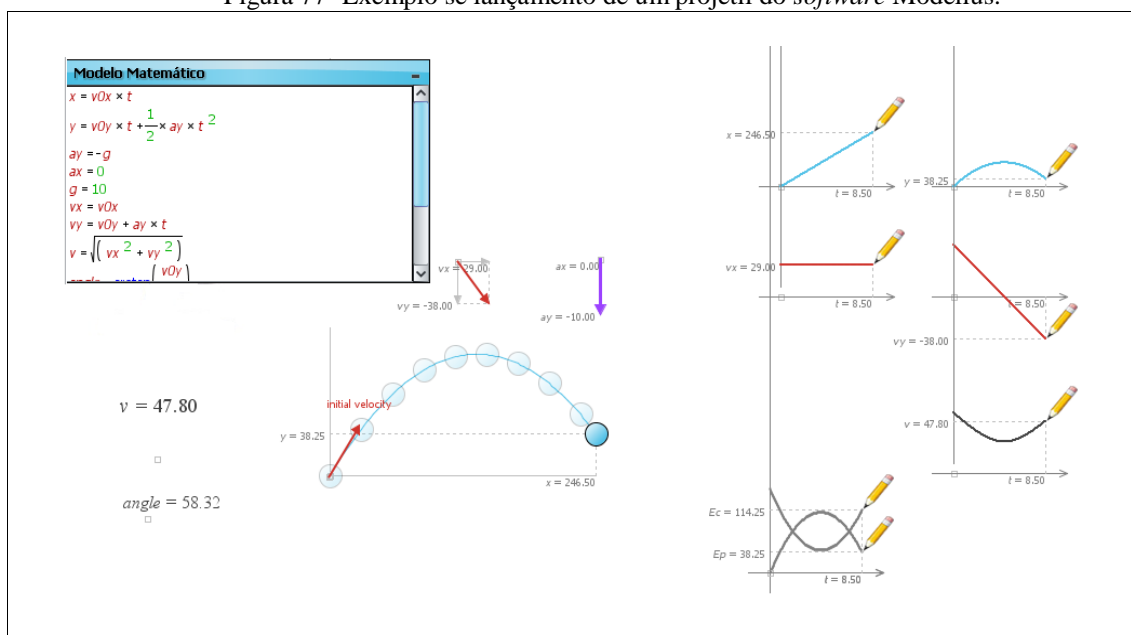
matemáticos e não matemáticos para apresentar uma solução adequada para a questão que estava sendo estudada. Cabe, também, destacar que foram resolvidos problemas simples, problemas não rotineiros e a problemas relacionados à realidade ligada ao lançamento de projétil, onde foram necessários conceber e testar conjecturas matemáticas, levando à reorganização e a ampliação do conhecimento.

Passada essa fase de atividades relacionadas à utilização de elementos advindos da área da Física, o grupo iniciou os cálculos utilizando as equações da Matemática, usando novamente as leis de formação das funções de primeiro e segundo graus. Porém, como já foram apresentados cálculos semelhantes na atividade da catapulta e os estudantes não apresentaram dificuldades em representá-los, esses não serão aqui novamente abordados.

Essas atividades desenvolvidas possibilitaram que os alunos verificassem que uma situação prática, como a de um lançamento de um projétil, pode ser estudada através da Matemática e da Física e que, nesse caso, apresentam aspectos em comum, principalmente entre as equações da função afim e o movimento retilíneo uniforme e entre a função quadrática e o movimento retilíneo uniformemente variado. Os dados encontrados utilizando elementos dessas duas áreas do conhecimento e os dados experimentais foram confrontados e analisados mostrando o comportamento do projétil durante o lançamento. Dessa forma, os estudantes puderam retomar e aprofundar os conceitos que tinham a respeito dessa situação, além de terem desenvolvido novos conceitos e saberem como utilizá-los em uma situação prática.

Dando sequência ao projeto, o grupo iniciou as atividades relacionadas ao uso do *software* Modellus. Os estudantes já haviam estudado e visto modelos criados no *software* nos materiais disponibilizados pelo professor/pesquisador no grupo do *Facebook*, sendo esses tutoriais compostos por exemplos práticos e com explicações das principais ferramentas do *software*.

Os estudantes iniciaram as atividades com o programa, digitaram as equações da Física necessárias, mas acabaram desistindo, devido ao fato de acharem muito complicado utilizá-lo. Apenas fizeram alterações nos parâmetros e no ângulo de inclinação no exemplo de lançamento de projéteis que consta no programa, de acordo com a Figura 77.

Figura 77- Exemplo se lançamento de um projétil do *software* Modellus.

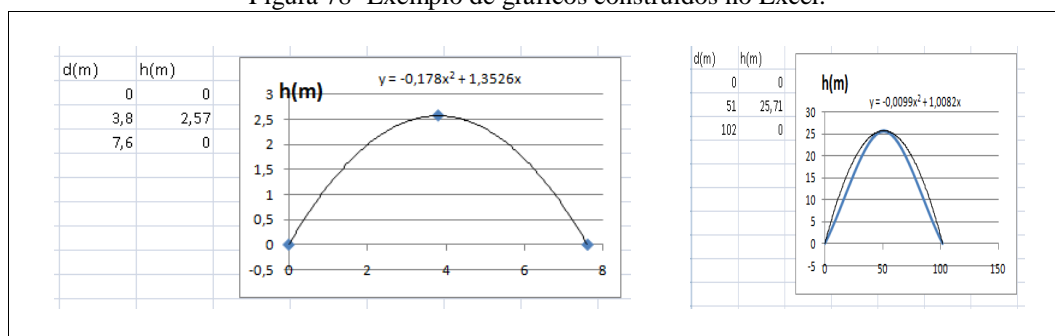
Fonte: software Modellus.

Assim, na aula seguinte, o grupo apresentou essas modificações para o professor/pesquisador, e salientando que não queriam mais usar o programa e perguntaram se poderiam deixar o projeto como estava. O professor disse que iria rever o que havia sido realizado e, na próxima aula, conversaria com o grupo.

Como um dos objetivos do professor com os grupos de Projeto de Trabalho era colocar os estudantes em contato com as tecnologias e propor alternativas para o ensino e aprendizagem da Matemática, mas que contemplassem seus interesses, na aula seguinte, o professor apresentou, como alternativa para o uso do Modellus, o *software* Excel. Após diálogos e demonstrações de como o Excel poderia ser utilizado para modelar as atividades que foram desenvolvidas e a possibilidade de fazer comparações entre o modelo criado no programa e o realizado com lápis e papel, os estudantes acabaram aceitando a proposta.

Após essas discussões, o grupo se reuniu no laboratório de informática da escola para iniciar a construção dos gráficos e encontrar os modelos que as representam para, posteriormente, compará-los. Foram construídos os gráficos referentes aos dois lançamentos (catapulta e garrafa pet), apresentados na Figura 78.

Figura 78- Exemplo de gráficos construídos no Excel.



Fonte: a pesquisa.

Na figura, o primeiro gráfico representa um dos modelos (distância pela altura) trabalhados com a catapulta e o segundo, o lançamento do projétil de garrafa pet com um ângulo de 45° , também com a variação distância pela altura. Nesse segundo gráfico, além de utilizarem a ferramenta “linha de tendência” para a construção e encontrar o modelo matemático que representava o movimento, também foi utilizada a possibilidade de construção por “dispersão”, a qual faz uma aproximação entre os pontos no gráfico.

Observando-se os modelos encontrados e comparando-os com os modelos anteriormente apresentados, é possível perceber que ocorreram pequenas variações nos resultados finais. Como exemplo dessas variações, pode-se apresentar a função encontrada através de cálculos utilizando equações já conhecidas com os modelos criados pelo Excel: $y = -0,17x^2 + 1,29x$ (cálculo com lápis e papel) e $y = -0,178x^2 + 1,35x$ (Excel). Como conclusão, os estudantes consideraram que ocorreu uma boa aproximação entre os dois modelos.

Nessa atividade com o Excel, entende-se que se encontra fortemente a presença da Modelagem Matemática, segundo as ideias propostas por Bassanesi (2002), pois os estudantes entraram com dados experimentais e o *software* gerou um modelo “real” que representava a realidade estudada, sendo que, através dos ajustes nas curvas de tendência realizados pelo programa, foi possível simular e fazer uma aproximação da situação real do lançamento. Os estudantes puderam confrontar, assim, os dados experimentais, a partir da utilização do Excel, com os dados encontrados através do uso de equações advindas da Matemática e da Física. Dessa maneira, o grupo pôde organizar dados, fazer abstrações, confirmar ou não suas conjecturas e hipóteses, buscando simplificar o problema relacionado ao lançamento do projétil, além de chegaram a uma solução para o problema, o qual foi validado através do confronto de diferentes informações recolhidas e construídas pelo grupo.

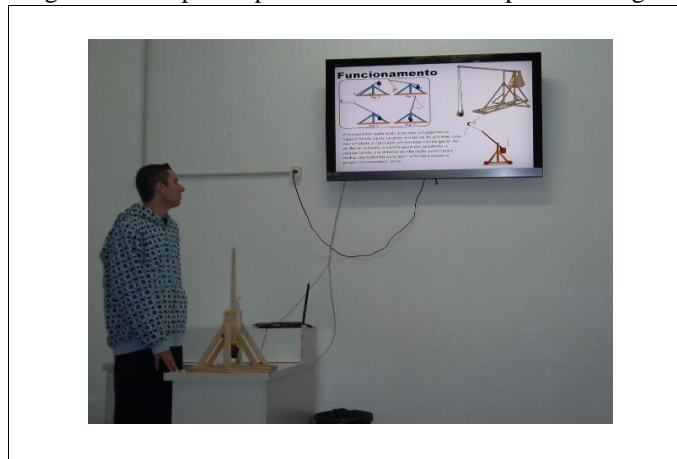
Com relação ao desenvolvimento do trabalho com o Excel, os estudantes não encontraram problemas. Cabe ressaltar, novamente, o papel do professor nos diferentes

momentos do trabalho, relacionado à busca de alternativas para o desenvolvimento do mesmo, destacando, aqui, a possibilidade dos estudantes entrarem em contato com o mundo tecnológico, utilizando-o na solução dos problemas encontrados na realização das tarefas.

Essa foi a última atividade realizada no desenvolvimento do projeto “Lançamento de Projéteis” elaborada pelo Grupo-A. Em seguida o grupo iniciou a montagem da apresentação para os demais colegas e o trabalho escrito final (portfólio).

A Figura 79 mostra o grupo apresentando o trabalho na sala de vídeo da escola. Os estudantes apresentaram, inicialmente, a catapulta, sua construção, finalidade e funcionamento.

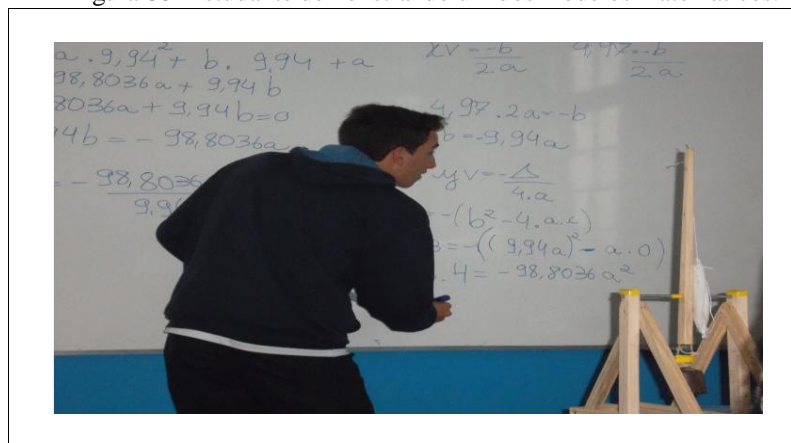
Figura 79- Grupo-A apresentando o trabalho para os colegas.



Fonte: a pesquisa.

Na sequência, os integrantes do grupo apresentaram algumas das atividades relacionadas ao cálculo de diferentes lançamentos, tanto da catapulta como do lançador de foguete de garrafa pet. A Figura 80 apresenta um dos estudantes explicando e representando o lançamento realizado com a catapulta envolvendo as grandezas distância e altura.

Figura 80- Estudante demonstrando um dos modelos matemáticos.



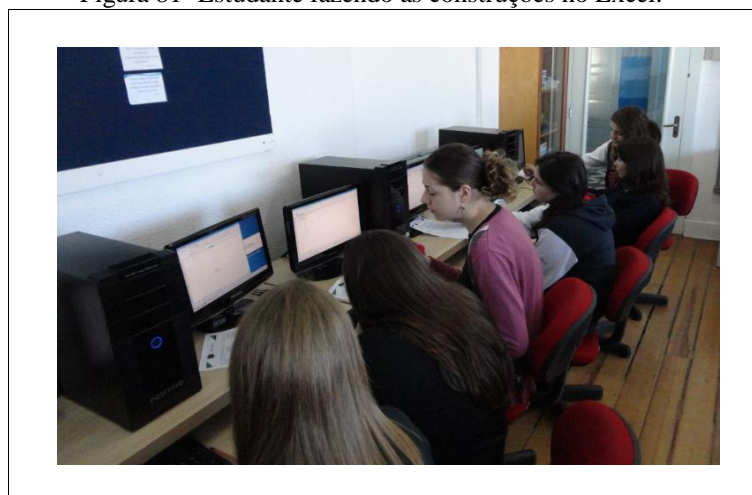
Fonte: a pesquisa.

Essa atividade foi proveitosa, pois mostrou que parte dos estudantes da turma não tinham se apropriado de conhecimentos relacionados à lei de formação da função de primeiro

e segundo grau quando trabalhados nos anos anteriores. Ao longo da apresentação do grupo, frequentemente, os demais estudantes questionavam sobre as operações realizadas, com claro indicativo que estavam com dificuldades de acompanhar o processo matemático desenvolvido pelo grupo. Nesses momentos, o professor/pesquisador fez intervenções, retomando aspectos relacionados ao trabalho com funções de primeiro e segundo grau. Ao término da apresentação, os estudantes entregaram o trabalho escrito e demais produções para a professor/pesquisador.

Após o final da apresentação de todos os projetos dos grupos, foi possível retomar aspectos das atividades desenvolvidas pelo Grupo-A. As principais foram relacionados a lei de formação de uma função de primeiro e segundo grau, domínio, conjunto imagem, análise gráfica e pontos de máximo e mínimo, considerando, também, o uso do Excel. A Figura 81 mostra os estudantes realizando as diferentes construções utilizando o programa Excel.

Figura 81- Estudante fazendo as construções no Excel.



Fonte: a pesquisa.

Esse trabalho de retomada do conteúdo de funções foi todo realizado a partir da utilização dos dados experimentais obtidos pelo Grupo-A nos lançamentos com a catapulta e com o lançador de foguete de garrafa pet. Esse processo relacionado ao uso de Excel para o estudo e análise dos diferentes lançamentos se caracterizou como um processo no qual a Modelagem esteve presente. Os estudantes trabalharam em duplas, auxiliados pelo professor/pesquisador e pelos integrantes do Grupo-A, assim foram criados gráficos e modelos matemáticos que descreviam o movimento realizado pelos projéteis. Salienta-se que também foram realizados cálculos utilizando equações já existentes na literatura, bem como a construção de gráficos utilizando lápis, régua e papel, a fim de que os estudantes também desenvolvessem ou retomassem essas construções manuais. Novamente, os resultados nos

diferentes processos foram confrontados e analisados e, posteriormente, discutidos em sala de aula, sob orientação do professor/pesquisador.

Essa socialização dos conhecimentos é de fundamental importância dentro de um trabalho com Projetos, cabendo a cada grupo apresentar e promover discussões e reflexões em torno do conhecimento desenvolvido. Após a retomada de conteúdos referentes aos projetos, foram dadas por encerradas as atividades envolvendo os conteúdos abordados nos trabalhos dos grupos.

Destaca-se, ainda, que os trabalhos realizados não foram apresentados para a comunidade escolar, mas optou-se por desenvolver um trabalho mais intenso dentro da própria turma, onde os diferentes temas desenvolvidos pudessem ser socializados, discutidos, trabalhados e avaliados por todos. Um fator que contribuiu para essa tomada de decisão está relacionado ao fato de que muitos dos conteúdos programados para o terceiro ano do Ensino Médio foram abordados em diferentes trabalhos.

Ao término dos Projetos, foi aplicado o Instrumento de Investigação II, que é apresentado e analisado a seguir.

5.3 O INSTRUMENTO DE INVESTIGAÇÃO II

Após o desenvolvimento dos projetos e a socialização dos mesmos na turma, o professor/pesquisador aplicou o Instrumento de Investigação II (Apêndice C), o qual buscava o parecer descritivo dos estudantes sobre o desenvolvimento dos projetos bem como sobre os conhecimentos matemáticos desenvolvidos. O instrumento foi respondido por 34 estudantes, pois três deles não estavam presentes nesse dia.

Quando questionados sobre a sua participação no desenvolvimento do projeto do grupo, em torno de 91,2% responderam que foi boa ou muito boa, mas que poderiam ter feito um trabalho ainda melhor e 8,8% responderam que sua participação foi regular, pois faltou um pouco de interesse ou colaboração. Quando a questão se referia à participação nas aulas de Matemática, de modo geral (não contando o projeto), 67,6% responderam que foi boa ou muito boa, 23,5% regular e 8,9% insuficiente. Essas respostas evidenciam que os estudantes, quando estão realizando algo de seu interesse, são mais participativos, colaborativos e interessados.

Com relação aos conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento dos projetos, quase a totalidade dos estudantes respondeu que foi boa, como destacado nas manifestações:

E3: *“Foi boa. Quem se esforçou e procurou fazer um bom trabalho ganhou um aprendizado para a vida inteira”*.

E 17: *“Foi boa. Participei em todos os momentos, aprendi bastante com o projeto”*.

E 30: *“Foi muito boa. Pois aprendemos muito mais”*.

Aqui, também, destaca-se que, mesmo os estudantes achando que sua participação foi boa ou muito boa, disseram que poderiam ter se dedicado mais ou realizado um trabalho ainda melhor como pode ser verificado nas suas colocações.

E15: *“Trabalhamos bastante, mas depois das apresentações vimos que poderíamos ter nos dedicado mais e ter feito um trabalho bem melhor”*.

E2: *“Aprendi bastante, mas poderia ter melhorado mais”*.

E 7: *“Acho que eu deveria ter ajudado um pouco mais, assim melhorando o trabalho”*.

Pondera-se que essas declarações evidenciam que os estudantes têm consciência de suas capacidades e que podem fazer um trabalho ainda melhor do que o realizado.

Outra questão apresentada foi quanto a utilização de situações práticas em sala de aula para o ensino e aprendizagem da Matemática, à qual a grande maioria respondeu que é adequada.

E6: *“Acho muito bom, modo diferente de aprender, de trabalhar, ao mesmo tempo um divertimento com colegas e professor”*.

E10: *“A matemática nos foi apresentada de um modo totalmente diferente do que nos era transmitido até então. Saímos do papel e fomos em busca de atividades práticas, deixamos o modo tradicional um pouco de lado e colocamos em situações reais o aprendizado que até então tínhamos apenas o conhecimento”*.

E 24: *“No início não gostei, mas depois vi o quanto é importante saber colocar em prática o que aprendemos dentro da sala de aula”*.

E 34: *“Com certeza, a teoria sim é importante, mas é na prática que aprendemos”*.

A última questão do Instrumento de Investigação II solicitava que o estudante se atribuísse uma nota referente à sua participação no desenvolvimento de todo o projeto, pois é indispensável que ele reflita sobre suas ações e atitudes e possa se autoavaliar, atribuindo uma nota compatível com o que desenvolveu e aprendeu, o que pode ser visto na tabela 2.

Tabela 2- Notas referentes à autoavaliação dos estudantes.

Nota autoavaliativa	Número de estudantes	Percentual de estudantes
Nota 6	2	5,9%
Nota 7	6	17,6%
Nota 8	11	32,4%
Nota 9	8	23,5%
Nota 10	3	8,8%
Não responderam	4	11,8%

Fonte: a pesquisa.

Observando as notas que os estudantes se atribuíram, percebe-se que o maior percentual de estudantes se atribuiu nota 8. Pondera-se que a autoavaliação foi realizada com coerência pelos estudantes, pois, de fato, a participação e envolvimento foi significativa por parte da turma.

Considera-se que os resultados do Instrumento de Investigação II evidenciam a mudança no comportamento e nas atitudes dos estudantes a partir da utilização dos Projetos de Trabalho, trazendo resultados satisfatórios para o aprendizado dos mesmos, como pode ser visto na colocação dos estudantes.

E3: *“Eu estou aprendendo bastante com este trabalho e penso que está sendo válido, não somente a mim, como também aos meus colegas, percebi que muitos que não se interessavam pela matéria, mas a partir deste trabalho viram o quanto ela seria importante para seu futuro”*.

E18: *“Comecei a me dedicar mais às aulas depois que começamos a trabalhar com os projetos e fazer aquilo que eu gosto”*.

E 21: *“A experiência de realizar o trabalho foi boa, pois aprendemos a como lidar com uma proposta de trabalho ampla, com a alta cobrança e, principalmente, aprendemos a conviver entre o grupo, o que não foi fácil”*.

E7: *“É a partir destes trabalhos difíceis é que vamos crescendo na escola e na vida. Pois nem sempre percebemos que são das pequenas coisas que damos início às grandes, por isso este trabalho valeu muito a pena, pois o simples fato de descobrir algo novo e ao mesmo tempo se gloriar dos objetivos alcançados, foi uma experiência única”*.

Assim, percebe-se que os projetos trouxeram um novo significado para esse grupo de estudantes, principalmente com relação ao trabalho em grupo e à convivência com outras pessoas em um contexto diferenciado que os Projetos puderam oferecer.

5.4 CATEGORIAS DE ANÁLISE

O presente item faz referência à análise dos resultados obtidos no desenvolvimento dos Projetos de Trabalho “Reforma da Escola” e “Lançamento de Projétil”, a partir do estabelecimento de quatro categorias de análise: desenvolvimento de conteúdos conceituais, desenvolvimento de conteúdos procedimentais, articulações possíveis nos Projetos de Trabalho e o papel do professor.

5.4.1 Conteúdos Conceituais nos Projetos de Trabalho

Uma das questões para a qual se voltou o olhar investigativo foi a viabilidade de desenvolver, aprofundar e retomar os conteúdos conceituais que estão previstos para o Ensino Médio, nesse caso, com ênfase nos conteúdos para o terceiro ano.

Segundo Col et al, “[...] os conteúdos designam o conjunto de conhecimentos ou formas culturais cuja assimilação e apropriação pelos alunos e alunas é considerada essencial para o seu desenvolvimento e socialização” (2000, p. 12). Entende-se que os conteúdos conceituais são aqueles que se relacionam ao saber sobre alguma coisa, isto é, os fatos e princípios expressos em palavras significativas as quais promovem atividade cognitiva para ampliação de significados e fatos memoráveis (COLL et al., 2000).

Observando e analisando os dados coletados a partir dos Projetos dos grupos A e B, foi possível verificar que os estudantes utilizaram conhecimentos os quais já dominavam, bem como novos conhecimentos, os quais foram necessários para compreensão de determinados assuntos. No que segue, o quadro da Figura 82 destaca os conteúdos conceituais aprofundados/retomados e/ou desenvolvidos pelo Grupo-B em seu projeto.

Figura 82- Conteúdos conceituais abordados pelo Grupo-B

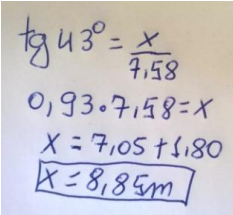
CATEGORIAS DE CONTEÚDOS CONCEITUAIS	
Conteúdos Retomados	Conteúdos Novos Previstos ⁴
<ul style="list-style-type: none"> - Razão e Proporção. - Semelhança de Triângulos. - Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo. - Teorema de Pitágoras. - Regra de Três. - Porcentagem - Unidades de medida. - Escala. 	<ul style="list-style-type: none"> - Área de figuras planas. -Volume de figuras espaciais. -Geometria Analítica: distância entre dois pontos e estudo da reta.

Fonte: a pesquisa.

⁴ Termo utilizado para se referir aos conteúdos previstos para as turmas de terceiro ano do Colégio Estadual Farroupilha.

Os conteúdos de unidades de medida e escala foram utilizados para a construção das plantas baixa e em perspectiva dos prédios da Escola, tanto com lápis e papel como no *software* SketchUP. Já os conteúdos de porcentagem e regra de três foram empregados nos cálculos relacionados aos preços dos diferentes materiais de construção orçados para a suposta reforma. Para o cálculo da altura da escola, das medidas do telhado e da área da figura triangular da entrada foram utilizados os conteúdos razão, proporção, semelhança de triângulos, razões trigonométricas no triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras. Exemplos dessas aplicações podem ser observados na Figura 83.

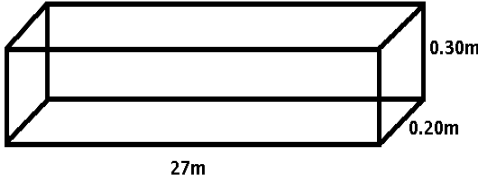
Figura 83- Exemplos de cálculos utilizando os conteúdos conceituais retomados.

$a^2 = b^2 + c^2$ $x^2 = (1,20)^2 + (5,28)^2$ $x^2 = 1,44 + 27,88$ $x = \sqrt{29,32}$ $x = 5,41479 = 5,41 \text{ m}$	
--	--

Fonte: a pesquisa.

A categoria de conteúdos conceituais novos previstos foi amplamente desenvolvida no projeto Reforma da Escola. O conteúdo de área de figuras planas foi utilizado para calcular a área das paredes e dos pisos dos prédios que compõe a escola. Já no cálculo da quantidade de concreto das vigas e da quantidade de tinta foi utilizado volume de figuras espaciais, como pode ser observado na Figura 84.

Figura 84- Exemplos de cálculos utilizando o conteúdo de figuras espaciais.


$V_{\text{concreto}} = 27 \cdot 0,30 \cdot 0,20 = 3,24 \text{ m}^3 \text{ de concreto.}$

Fonte: a pesquisa.

Os conteúdos conceituais de Geometria também foram utilizados para a elaboração dos diferentes exemplos de planta baixa e em perspectiva, quando os estudantes empregavam as noções de ponto, segmentos de reta, retas paralelas, retas perpendiculares, entre outros.

Já os conteúdos conceituais desenvolvidos, retomados e aprofundados pelo Grupo-A pode ser observados no quadro da Figura 85.

Figura 85- Conteúdos conceituais abordados pelo Grupo-A.

CATEGORIAS DE CONTEÚDOS CONCEITUAIS	
Conteúdos Retomados	Conteúdo Não Previsto
<ul style="list-style-type: none"> - Média Aritmética. - Função do Primeiro Grau ou Afim. - Função do Segundo Grau ou Quadrática. - Movimento Retilíneo Uniforme. - Movimento Retilíneo Uniformemente Variado. 	<ul style="list-style-type: none"> - Lançamento Oblíquo.

Fonte: a pesquisa

Observa-se que o termo utilizado como conteúdo não previsto faz referência ao conteúdo que não faz parte do currículo do terceiro ano de Matemática e não foi desenvolvido pelos estudantes no primeiro ano do Ensino Médio, na disciplina de Física, quando são trabalhados os conteúdos de Movimento Retilíneo Uniforme, Movimento Retilíneo Uniformemente Variado e Movimento Vertical e Horizontal.

Os conteúdos referentes às Funções Afim e Quadrática foram utilizados para a construção e análise de gráficos, para o estudo do domínio e do conjunto imagem e para encontrar a lei de formação a partir de valores retirados de tabelas e gráficos. Exemplos do trabalho com esses conteúdos são apresentados na Figura 86.

Figura 86- Exemplos de conteúdos conceituais relacionados às funções.

distância x Altura				
d(m)	h(m)	$y = ax + b$		
0	0	$3,8 = 0,695a + b$	$\begin{cases} 0,695a + b = 3,8 \cdot (-1) \\ 1,139a + b = 7,6 \end{cases}$	
3,8	2,57	$7,6 = 1,139a + b$	$\begin{cases} 0,695a - b = -3,8 \\ 1,139a + b = 7,6 \end{cases}$	$0,695 \cdot 5,46 + b = 3,8$
7,6	0	$1,139a + b = 7,6$	$\frac{0,695a}{0,695} = \frac{3,8}{0,695}$	$3,79 + b = 3,8$
			$a = 3,8$	$b = 3,8 - 3,79$
			$a = 5,46$	$b = 0,01$
				Jogo $y = ax + b$ $y = 5,46x + 0,01$ Modelo

Fonte: a pesquisa.

Já os conteúdos referentes ao Movimento Retilíneo Uniforme e Uniformemente Variado foram utilizados para fazer o estudo da velocidade no deslocamento dos projéteis nos eixos x e y (abscissa e ordenada), bem como da velocidade inicial do projétil em relação às velocidades do projétil nos eixos coordenados, o que pode ser visto na Figura 87.

Figura 87- Exemplo de conteúdos envolvendo o MRU e MRUV.

Fonte: a pesquisa.

O conteúdo de Média Aritmética foi utilizado para realizar o cálculo das médias (Figura 88) dos valores da altura, distância e tempo referentes aos lançamentos realizados pela catapulta e do lançador de foguete de garrafa pet.

Figura 88- Exemplo de conteúdos envolvendo a Média Aritmética.

Fonte: a pesquisa.

Por fim, os conteúdos referentes ao Lançamento Oblíquo foram utilizados para encontrar a altura e o alcance máximo dos projéteis, além do tempo necessário para que o objeto atinja a altura máxima e o tempo total que o objeto leva para tocar o solo. A Figura 89 apresenta exemplos desses conteúdos.

Figura 89- Exemplo de conteúdos envolvendo o Lançamento Oblíquo.

Fonte: a pesquisa.

Assim, observando as apresentações das atividades exploradas pelo Grupo-A e pelo Grupo-B considera-se pertinente afirmar que o desenvolvimento de Projetos de Trabalho em

Matemática oportuniza que se trabalhem diferentes conteúdos conceituais, os quais são retomados, aprofundados, ampliados e novos conteúdos podem ser trabalhados, bem como possibilita o trabalho com conteúdos de outras áreas do conhecimento. Esses conteúdos podem ser de domínio ou não do estudante, necessitando, em determinados momentos, apenas do acompanhamento do professor e, em outros, de uma intervenção para que as ideias sejam revistas e novos significados sejam atribuídos. Dessa forma, entende-se, que em diferentes momentos foi possível retomar, aprofundar, introduzir e contextualizar conceitos matemáticos e físicos, o que possibilitou que boa parte dos assuntos previstos para o terceiro ano do Ensino Médio fossem desenvolvidos e trabalhados, destacando-se, também, a importância de se retomar e aprofundar os conteúdos de anteriores. Por esses motivos, entende-se pertinente desenvolver Projetos de Trabalho integrados ao fazer da sala de aula.

5.4.2 Conteúdos Procedimentais nos Projetos de Trabalho

Segundo Coll et al (2000), conteúdos procedimentais são um conjunto de ações ordenadas, orientadas para consecução de uma meta. Ainda, segundo o autor, são aqueles que fazem referência ao saber fazer, isto é, às técnicas de estudo, aos métodos investigativos, às estratégias e habilidades que possibilitam a execução de tarefas ou de ações relacionadas à aprendizagem (COLL et al., 2000).

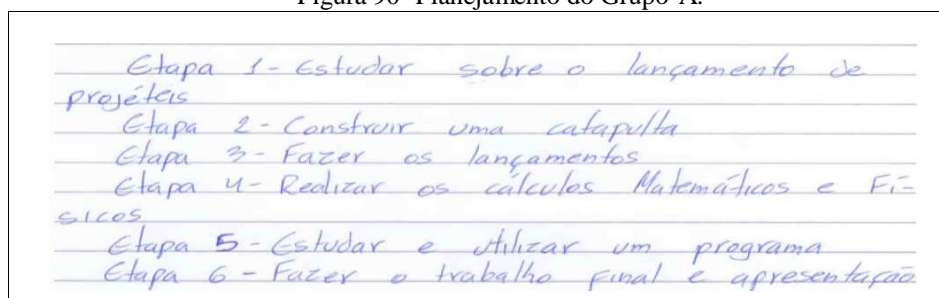
Os projetos desenvolvidos foram planejados e executados por meio de uma série encadeada de ações buscando atingir os objetivos propostos, sendo que nesse planejamento e execução distintos conteúdos procedimentais foram abordados. A seguir, serão analisados aqueles que se consideram como principais conteúdos procedimentais abordados no Projeto “Reforma da Escola” e no Projeto “Lançamento de Projéteis”, tomando como base alguns verbos citados por Coll et al (2000, p. 91) como conteúdos procedimentais.

Elaborar e construir: esses procedimentos estiveram presentes em todo o desenvolvimento dos projetos. Cada grupo elaborou e construiu seu projeto levando em conta seus interesses e necessidades. Como etapa final do trabalho, os estudantes elaboraram uma apresentação em *Power Point* e um relatório (portfólio), conforme estabelecido no início do trabalho. Novamente, percebe-se, aí, uma oportunidade para os estudantes elaborarem um texto, o relatório como um todo, bem como a apresentação do mesmo.

Planejar: todas as etapas dos Projetos foram planejadas pelos estudantes, com orientação, quando necessária. Destaca-se que os procedimentos para a elaboração de um projeto necessitam de uma série de passos planejados de forma adequada, buscando, por meio

de hipóteses formuladas e de conhecimentos prévios, organizar uma ação que culmine no desenvolvimento inicialmente previsto. O planejamento das atividades ocorreu, em sala de aula, e em horários extraclasse, com a presença ou não do professor/pesquisador, que orientou a elaboração dos passos básicos do projeto e fez intervenções quando solicitado ou percebia dificuldades e equívocos. Os passos para o desenvolvimento do Projeto “Reforma da Escola” e do “Lançamento de Projétil” foram planejados e seguidos, dentro do possível, pelos integrantes do grupo. Um exemplo de planejamento pode ser observado na Figura 90, a qual apresenta o planejamento elaborado pelo Grupo- A.

Figura 90- Planejamento do Grupo-A.

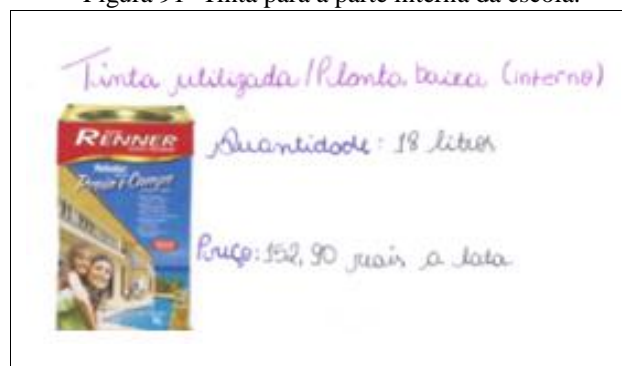


Fonte: a pesquisa.

Coletar: Os estudantes coletaram informações e preços, em lojas de materiais de construção, e com profissionais das mais diversas áreas, com vistas a encontrar soluções para as questões que surgiam. Fizeram medições, buscaram e organizaram dados, os quais permitiram o desenvolvimento dos Projetos. Buscaram, também, informações e conhecimentos em livros, jornais, revistas e *internet* sempre que se depararam com dificuldades ou o que consideravam “não saber”.

A figura 91 destaca a busca de dados e informações sobre a tinta que seria usada para pintar os prédios da escola.

Figura 91- Tinta para a parte interna da escola.

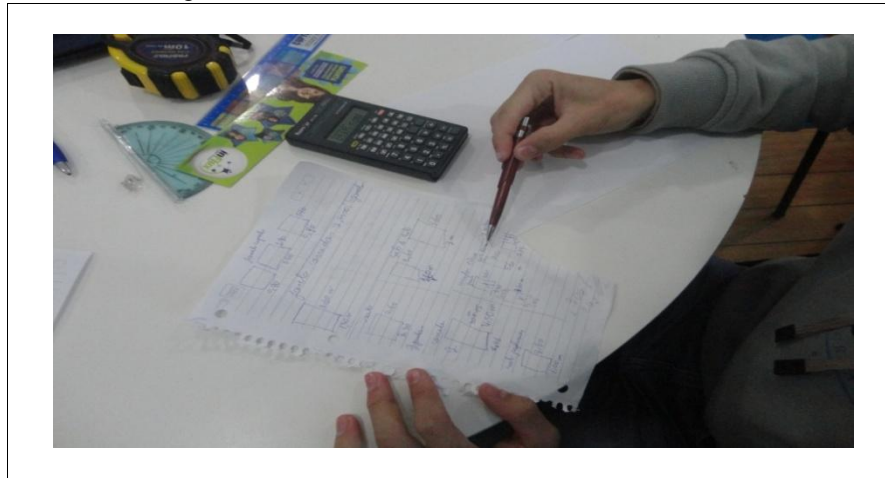


Fonte: a pesquisa.

Usar: para o desenvolvimento e construção dos projetos, os estudantes utilizaram diferentes instrumentos, como livros, jornais, revistas, *internet*, computador, calculadoras, gravador, câmeras fotográficas, filmadoras, bem como os próprios *software* utilizados. A

Figura 92 mostra um estudante utilizando diferentes instrumentos para a realização das atividades do projeto em construção.

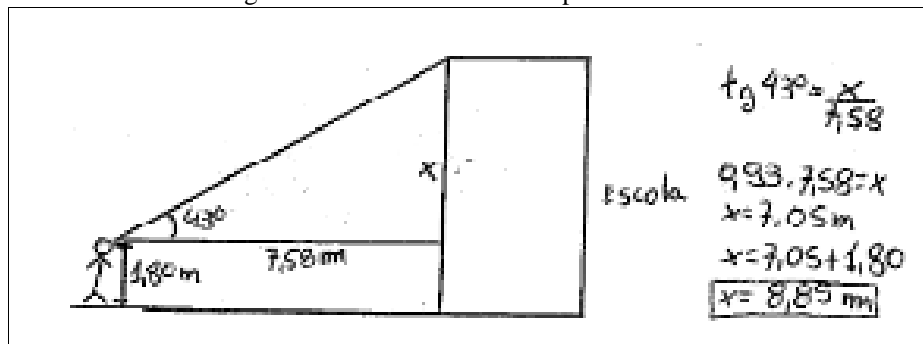
Figura 92- Estudante utilizando diferentes instrumentos.



Fonte: a pesquisa

Aplicar: os integrantes dos grupos aplicaram conceitos e conhecimentos adquiridos anteriormente e outros novos, tanto da área da Matemática como em outros campos do conhecimento, na busca pela solução dos problemas que foram surgindo. Exemplo de conceitos anteriormente estudados e que foram retomados no desenvolvimento dos projetos pode ser visto na Figura 93, onde os componentes do Grupo-B utilizaram as relações trigonométricas no triângulo retângulo para encontrar a altura do prédio da escola.

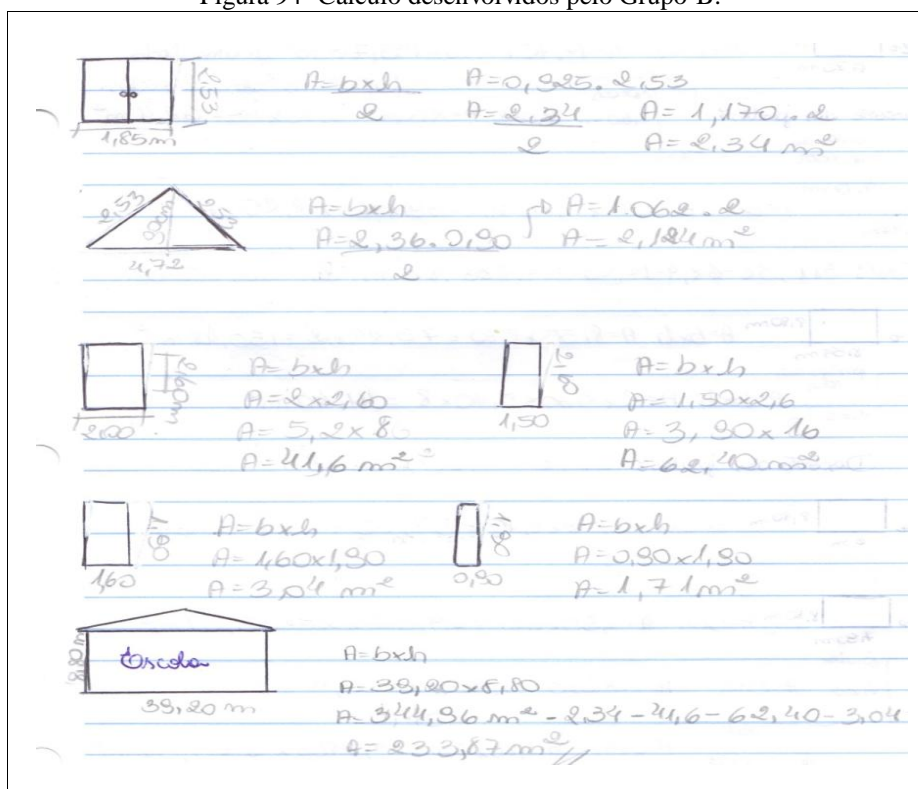
Figura 93- Cálculo da altura do prédio da escola.



Fonte: a pesquisa.

Demonstrar e representar: os resultados das diferentes situações e simulações trabalhadas pelos grupos foram apresentados e representados, considerando cálculos, gráficos e tabelas, desenhos de plantas, o que possibilitou inferências, apresentação de soluções possíveis, tomadas de decisões. As soluções encontradas foram, em todos os momentos, representadas e justificadas com base em argumentação. A figura 94 apresenta diferentes exemplos de cálculos realizados pelos estudantes do referido grupo, bem como representações de aspectos do prédio da escola a partir de desenhos de figuras geométricas.

Figura 94- Cálculo desenvolvidos pelo Grupo-B.



Fonte: a pesquisa.

Avaliar: o andamento do trabalho era constantemente avaliado pelos estudantes que, frequentemente, tinham que retomar e refazer plantas, cálculos, entre outros. Destaca-se, também, a reflexão crítica oportunizada aos estudantes ao se autoavaliarem e avaliarem os Projetos através de pareceres individuais e em grupo. A seguir, apresentam-se trechos da autoavaliação dos estudantes.

E 5: "Minha participação foi boa, fui um pouco chato, mas me esforcei e realizei todas as tarefas. Ajudei os colegas, mas confio na minha capacidade e poderia ter feito melhor".

E 23: "Foi boa. Me dediquei ao máximo e estive sempre presente em todas as tarefas na escola e fora dela".

E 29: "Me dediquei muito, aprendi muito com esse trabalho e com o professor".

Além dos verbos ligados à execução dos conteúdos procedimentais sugeridos por Coll et al (200), é possível afirmar que os estudantes aprimoraram a capacidade de encontrar informações, fazer perguntas, executar, lembrar, representar, ler com compreensão, registrar, estabelecer prioridades, programar o tempo, expressar ideias, colaborar, selecionar, decidir, entre outras.

A descrição das fases e procedimentos utilizados nos Projeto de Trabalho e a análise dos conteúdos procedimentais evidenciam a ligação intrínseca entre o desenvolvimento de um Projeto de Trabalho e os conteúdos procedimentais. Martins (2013) salienta que, para pôr em

prática um Projeto de Trabalho, é preciso que os alunos executem ações planejadas que os levem a atingir um objetivo esperado. Assim, em um trabalho com Projetos, é indispensável que o estudante mobilize e desenvolva conteúdos procedimentais, os quais possibilitem por em prática as ações exigidas pelo mesmo.

5.4.3 Articulações possíveis nos Projetos de Trabalho

A proposta inicial de trabalhar com Projetos elaborados e organizados pelos estudantes, mediados pelo professor, tinha como objetivo, também, buscar evidências ou possibilidades de que, no desenvolvimento dos mesmos, os alunos utilizassem diferentes recursos, procedimentos e estratégias, os quais contribuíssem para a solução dos problemas encontrados, bem como para a construção e consolidação de conhecimentos matemáticos.

Nesse contexto, destaca-se a utilização, em todos os Projetos, de recursos advindos das Tecnologias da Informação e Comunicação, as quais estão plenamente difundidas em nosso cotidiano escolar, porém ainda não foram totalmente incorporadas às práticas educacionais. Assim, tinha-se a intenção, desde o início do trabalho, de estimular a utilização das mesmas nas atividades desenvolvidas pelos diferentes grupos, buscando oportunizar aos estudantes um envolvimento que os auxiliasse em suas aprendizagens, bem como contribuísse para uma qualificação para o mundo tecnológico e do trabalho.

Levando em consideração esses aspectos, a incorporação das TIC nos Projetos foi uma experiência diferenciada para muitos dos estudantes da turma 302, os quais, até então, não tinham tido a oportunidade, na Escola, de utilizarem diferentes elementos e contextos tecnológicos como ferramentas auxiliares no desenvolvimento de suas atividades, tarefas e, por que não dizer, em suas aprendizagens.

Assim, nos Projetos desenvolvidos, foram empregadas diferentes ferramentas tecnológicas, as quais possibilitaram aos estudantes desenvolver pesquisas, coletar dados, filmar, gravar e fotografar as atividades, realizar cálculos, medir, construir gráficos, tabelas e plantas, modelar e simular situações diversas, resolver problemas, organizar as ideias, entre outros, além de terem sido utilizadas para a apresentação dos trabalhos e construção do portfólio.

Com relação ao *software* em específico, foram utilizados o GeoGebra, o Excel, o SketchUp e o Modellus, sendo que, pelo menos um desses, foi empregado pelos diferentes grupos como ferramenta para o desenvolvimento das atividades nos Projetos.

Destaca-se, no âmbito dos Projetos descritos e analisados nessa investigação que, no trabalho do Grupo-B, o *software* SketchUP foi empregado para criar os modelos das plantas baixa e em perspectiva, necessitando que os estudantes se utilizassem de diferentes estratégias e procedimentos para a construção e resolução dos problemas que surgiram durante a elaboração das plantas. Também foi um instrumento de verificação dos cálculos realizados, pois em cada parte da construção, no programa, é possível identificar a medida das áreas dos ambientes projetados, possibilitando a comparação com os cálculos produzidos anteriormente.

Destaca-se que a utilização do *software* SketchUP possibilitou aos estudantes ampliarem significativamente as formas de representação dos espaços da Escola. Assim, de uma planta baixa constituída a partir das medições dos diferentes ambientes, considerando uma escala adequada, foi possível aos estudantes chegarem a uma planta em perspectiva, a qual não só permitiu ter uma visão espacial dos prédios, como também possibilitou um importante trabalho com conceitos e propriedades de objetos da Geometria.

Com relação ao uso do *software* Modellus, os estudantes do Grupo-A realizaram estudos referentes ao uso do programa em tutorias e vídeos da *internet*, com exemplos de sua utilização, porém, no momento de trabalhar como o mesmo, o grupo não se adaptou a sua interface e seus comandos. As dificuldades em utilizar, de forma adequada, os parâmetros e os comandos próprios do programa causaram desânimo e, por fim, resistência e desistência de utilizá-lo. As tentativas do professor/pesquisador de retomada dos trabalhos com o *software* não encontraram, junto ao grupo, interesse e vontade em retomar os trabalhos com o Modellus.

Nesse contexto, a sugestão de trabalho, junto ao Grupo-A, com o *software* Excel, conduzida pelo professor/pesquisador, foi aceita pelos estudantes que o empregaram para a construção e análise de gráficos, bem como para determinar a lei de formação que representa a trajetória dos projéteis nos diferentes lançamentos, sendo os dados dessas construções, posteriormente, comparados com os elaborados pelos alunos com lápis e papel.

Cabe, também, destacar que, com o uso dos *software*, foi possível trabalhar conceitos e propriedades matemáticas durante o desenvolvimento das atividades e, principalmente, fazer aproximações através de gráficos e modelos matemáticos da situação real estudada nos diferentes lançamentos. Esse dados, gerados pelo programa, confirmaram os cálculos realizados com lápis e papel e que tinham o intuito de descrever matematicamente a situação. Além disso, os *software* possibilitaram aos estudantes verificar em qual procedimento tinham cometido erros e solucionar a situação-problema apresentada, gerando uma retomada nos trabalhos desenvolvidos e o aprofundamento dos conhecimentos relacionados ao uso do

software, propiciando o aprimoramento das técnicas de cálculo algébrico e do pensamento lógico em cada um dos estudantes.

Outro fator que deve ser ressaltado é com relação às mídias ou tecnologias voltadas para a comunicação. Nesse contexto, foi criado um único grupo no *Facebook*, que tinha como papel ser um ambiente de comunicação e de discussão entre professor/estudante, estudante/professor e estudante/estudante, porém foi mais utilizado pelo professor para acompanhar as atividades, postar materiais diversos, responder a questões pontuais e, pelos estudantes, para postar as atividades e construções e questionar ou tirar dúvidas pontuais.

Um aspecto que contribuiu para a não utilização do grupo no *Facebook*, de modo mais intenso, foi o fato de alguns estudantes se sentirem desconfortáveis em relação a expor dificuldades frente aos colegas, conforme colocação de uma aluna: “*Tenho vergonha de perguntar por lá e prefiro falar com o professor, acho melhor assim*” ou ainda, “*Prefiro que o senhor me explique às coisas, aí consigo entender melhor, por lá é mais complicado*”. Conjectura-se que essa pouca aceitação de um trabalho via um canal de comunicação por uma mídia ocorre devido à falta de familiaridade dos estudantes em utilizar esses ambientes para a discussão e socialização de conhecimentos. Foi possível perceber, muito fortemente, o receio que os alunos apresentavam em fazer um comentário, ou pergunta, relacionado a possíveis críticas que poderiam receber dos colegas, os quais poderiam considerá-las irrelevantes ou desnecessárias.

Entende-se que, para um trabalho como o que foi desenvolvido, pode ser criado um único grupo, mas que esse canal de comunicação sirva apenas para tratar de assuntos gerais, postagem de matérias e recebimento de matérias de uso comum. Porém, para um trabalho mais focado, que estimule os estudantes a participarem, discutirem, tirarem suas dúvidas e solicitarem auxílio, entende-se que seria mais proveitoso montar um grupo no *Facebook* para cada grupo de estudantes. Conjectura-se, assim, que os alunos, no âmbito de seu grupo, estariam mais à vontade e menos constrangidos em expor suas dúvidas e questionamentos.

Por outro lado, em um grupo maior, a socialização seria mais ampla, com possibilidade de ampliação da discussão dos diferentes temas, onde a partir de um diálogo entre os próprios estudantes, dos diferentes grupos, poderia surgir solução para o problema, não necessitando esperar pelo auxílio do professor.

Uma análise sobre a utilização das tecnologias aponta que o uso das mesmas pode ser importante para o processo educativo, desde que sua utilização seja previamente planejada pelo professor, tenha focos específicos no ensino e na aprendizagem de conteúdos e esteja a serviço da construção de aprendizagens significativas. Quando bem utilizados, esses artefatos

tecnológicos podem despertar o interesse do aluno para questões de sala de aula e para uma futura atividade profissional, auxiliar na resolução de problemas matemáticos de outras áreas e contribuir para a apresentação de soluções originais e criativas pelos participantes do processo. Nesse sentido, entende-se que o envolvimento e utilização das tecnologias no âmbito dos projetos foi bastante produtiva, embora não muito explorada no sentido da comunicação.

Os projetos elaborados pelos diferentes grupos de estudantes surgiram a partir de temas ou problemas de seus interesses ou necessidades, o que pressupõe que a busca por soluções seria de interesse do grupo. Interesse, vontade ou necessidade de buscar são itens relacionados ao pressuposto básico da Resolução de Problemas, conforme destacado pelos autores de pesquisa da área. Por outro lado, problemas matemáticos, os quais foram o centro dos projetos desenvolvidos, podem necessitar de um modelo matemático pronto ou a ser elaborado para a sua resolução. Como exemplo, pode-se citar o projeto “Lançamento de Projéteis”, no qual os estudantes necessitaram encontrar e, em outros casos, utilizar modelos físicos e matemáticos, os quais foram adaptados para o desenvolvimento das atividades, assim, lançando mão de elementos advindos da Modelagem Matemática. Portanto, a Modelagem, além de permitir chegar a uma forma específica de resolver um problema matemático, possibilitou o envolvimento, a participação, a elaboração, a reconstrução e a interpretação coletiva e individual por parte dos participantes do processo, aspectos, também, relacionados à Resolução de Problemas no âmbito da Educação Matemática.

No projeto “Lançamento de Projéteis”, os estudantes, a partir de dados experimentais, os selecionaram e organizaram em tabelas e gráficos, segundo hipóteses por eles levantadas, buscando descrever ou se aproximar da situação estudada. Com esses dados, buscaram uma solução, em alguns casos, utilizando o Excel, e chegaram a modelos matemáticos que descreviam os lançamentos realizados. Após verificações e análises, os confrontaram com os modelos já conhecidos e perceberam que os mesmos se aproximavam da realidade estudada, sendo esse um processo caracterizado como Modelagem Matemática, segundo a visão de Bassanezi (2002). Assim, o modelo encontrado buscava descrever a situação real vivenciada, para a situação em específico, sendo passível de ser modificado ou reformulado, de acordo com as ideias ou hipóteses levantadas pelo grupo.

Já no Projeto “Reforma da Escola”, foram utilizados aspectos referentes à Resolução de Problemas, já que os estudantes necessitavam utilizar conhecimentos já desenvolvidos e outros que seriam desenvolvidos com pesquisas e discussões para resolver os problemas de caráter mais aberto que surgiam e outros pontuais, relacionados com a própria Matemática,

ligados ao tema em estudo. Nesse sentido, os estudantes atuavam de forma independente e autônoma, buscando ideias e estratégias para solucionar de forma adequada os problemas que surgiam à medida que o trabalho ia sendo realizado.

Pondera-se, também que, como estavam sendo desenvolvidos trabalhos com temas variados, surgiram problemas abertos, relacionados a situações reais, que necessitaram de criatividade e de investigação para resolvê-los, no qual consideraram o problema, em questão, como ponto de partida, exigindo dos estudantes a sua compreensão, elementos esses fortemente encontrados na Resolução de Problemas, conforme ideias preconizadas por Onuchic e Allevato (2005).

As articulações entre diferentes caminhos metodológicos, recursos, entre outros, nos Projetos de Trabalho, pode ser possível quando se está pensando em um ensino voltado para as novas tendências educativas, nos quais o conhecimento deve ser globalizado e ter caráter formador e transformador social. Assim, a partir da realidade dos estudantes, ou de seus interesses, podem ser desenvolvidos atividades ou trabalhos que possibilitam que os mesmos participem de forma ativa na construção de conhecimentos, tanto individualmente como em grupo. Os estudantes, nesse contexto, são levados e incentivados a utilizarem sua criatividade e autonomia para buscar soluções inovadoras para os problemas que surgem durante o processo, fazendo com que a Matemática faça sentido para a sua vida.

Assim, considera-se que essas análises apontam para uma possibilidade bastante promissora de se desenvolver um trabalho com Projetos no qual distintos caminhos metodológicos e/ou ferramentas possam ser utilizados. As metodologias de Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e as TIC, segundo Groenwald, Silva e Mora (2004), buscam tirar o aluno de sua forma passiva e torná-lo agente transformador de seu próprio conhecimento, alterando, também, a postura do professor, que de transmissor e acumulador do conhecimento, passa a ser um mediador e incentivador do processo de ensino e aprendizagem. Assim, considera-se possível, por meio dos Projetos de Trabalho, desenvolver e articular diferentes metodologias, procedimentos, estratégias e recursos visando ao desenvolvimento dos mesmos à construção de conhecimentos.

5.4.4 O Papel do Professor nos Projetos de Trabalho

As concepções e os conhecimentos do professor influenciam, tanto diretamente, como indiretamente, na preparação e condução das aulas, bem como na sua postura e conduta frente aos estudantes. Assim, cada ação realizada pelo docente vai interferir no processo de ensino e aprendizagem, cabendo-lhe, também, a tarefa de buscar caminhos que conduzam os estudantes a apropriação dos conhecimentos e propor estratégias que desenvolvam as capacidades intelectuais dos mesmos.

Segundo Vasconcelos (2009), o professor, deve, também, conhecer o nível intelectual e as informações que os alunos possuem sobre os temas que serão abordados, além de utilizar estratégias condizentes com os interesse dos alunos, bem como fornecer-lhes um *feedback*, por meio de uma avaliação formativa, que deve estar presente no processo de ensino e aprendizagem.

No que se refere ao papel do professor nos Projetos, Martins (2013) afirma que o mesmo deve auxiliar o estudante a aprender, estimulá-lo e orientá-lo a aprender e não dar apenas informações, organizando estratégias que facilitem a transformação e o desenvolvimento dos alunos. O docente tem como responsabilidade orientá-los a buscar os caminhos e a produzir o conhecimento dentro do seu contexto, partindo do que já sabem.

Entende-se, portanto, que o professor atua no processo de ensino e aprendizagem, nos Projetos, como um mediador, orientador, organizador e facilitador da obtenção de novos conhecimentos e aprofundamento de outros já de domínio dos estudantes. Partindo desse princípio, ao longo do trabalho com os projetos, o professor/pesquisador procurou não fornecer as respostas, nem as soluções aos questionamentos e problemas trazidos pelos estudantes, e sim, fazer apontamentos e indicar caminhos que facilitassem o aprendizado dos mesmos.

Uma estratégia utilizada, pelo professor/pesquisador, durante o desenvolvimento dos trabalhos, foi promover discussões entre os participantes, ao término de cada atividade elaborada, conforme foi apresentado na análise dos projetos descritos, no intuito de fazer com que percebessem os eventuais erros cometidos e para que desenvolvessem a capacidade de dialogar e de autocrítica, buscando, assim, torná-los sujeitos capazes de refletirem sobre as ações e o trabalho realizado. Cabe ressaltar, aqui, que o ato de apontar ou mostrar os erros cometidos, conforme mencionado na análise dos projetos, não pode ser visto apenas como

mostrar o que havia de equívoco, mas sim, mostrar que o erro serve de aprendizado e para que isso ocorra é necessária uma retomada nos conceitos e uma profunda reflexão, por todos os participantes, sobre o processo desenvolvido. Portanto, o diálogo entre todos os participantes foi uma postura que o professor/pesquisador se esforçou por manter ao longo dos trabalhos.

Nos Projetos, durante os momentos de descoberta e síntese por parte dos estudantes, o professor precisa participar e acompanhar as atividades que estão sendo desenvolvidas, contribuindo com colocações ou apontamentos, os quais despertem a curiosidade e possibilitem a discussão e reflexão, bem como a retomada de conteúdos já trabalhados e a possibilidade de novos conteúdos serem desenvolvidos.

Cabe ao professor, também, estabelecer condições e prover materiais, para que os estudantes possam realizar pesquisas em diferentes fontes: livros, revistas, vídeos e sites na *internet*, disponibilizando tempo e espaço para que os mesmos possam rever conceitos e estratégias, chamando-os a se envolver, buscar e propor soluções, caminhando para uma construção sólida de conhecimentos.

Durante o desenvolvimento dos projetos descritos, o professor/pesquisador procurou estar presente em todos os momentos, tanto em sala de aula como fora dela, considerando que esse acompanhamento é de vital importância para que o planejamento seja cumprido e o êxito do trabalho seja atingido. É nesses períodos de trabalho intenso que a aprendizagem acontece, surgem dúvidas e questionamentos e onde o professor pode atuar como mediador, buscando oportunizar discussões, lançar desafios e indicar caminhos.

O trabalho com Projetos possibilita espaços abertos para que os estudantes desenvolvam as atividades com maior liberdade, porém, em determinados momentos, o professor precisa intervir de forma mais expressiva, para que o trabalho prossiga no seu curso. Isso se deve ao fato de os estudantes, em muitos casos, não estarem preparados para desenvolver um trabalho autônomo, além de não possuírem a maturidade adequada para tomar certas decisões, cabendo ao professor estar presente para auxiliar na tomada de decisões na organização de tarefas.

Cabe ressaltar, também, que, como foram desenvolvidos trabalhos com temas variados, sendo alguns desconhecidos ou com pouco conhecimento por parte do professor/pesquisador, coube a ele apropriar-se dos temas, buscando ampliar sua gama de conhecimentos, no intuito de auxiliar e promover o desenvolvimento de conhecimentos pelos estudantes. Considera-se esse procedimento adotado pelo professor de fundamental importância para a realização dos projetos, pois possibilitou ao mesmo traçar caminhos e objetivos que pretendia alcançar com o tema proposto pelos grupos.

De uma forma geral, as principais estratégias adotadas pelo professor/pesquisador, durante o desenvolvimento dos diferentes projetos, foram: promover a reflexão e a discussão, disponibilizar diferentes matérias para estudo e pesquisa, acompanhar as atividades desenvolvidas, retomar os erros e trabalhar com eles, apontar caminhos, possibilitar aos estudantes espaços para que utilizassem sua criatividade e capacidade de resolver problemas, aprofundar-se sobre os temas abordados, encaminhar atividades para os grupos, indicar conteúdos matemáticos que ampliassem os trabalhos, entre outros.

Por fim, salienta-se que com a utilização da proposta de Projetos de Trabalho, o professor precisa ser muito atuante, assumindo uma postura de mediador entre o conhecimento e os estudantes. Necessita estar preparado e aberto para situações novas pois nesse tipo de trabalho, nunca se sabe o que poderá surgir e quais problemas serão enfrentados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente investigação buscou responder a seguinte questão: Como organizar e articular diferentes estratégias, procedimentos e recursos em torno de Projetos de Trabalho que favoreçam o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos por estudantes do Ensino Médio? Essa questão foi formulada pelo professor/pesquisador que, ciente das exigências atuais da educação, do mercado de trabalho e da sociedade, buscou incorporar à sua prática pedagógica atividades que ultrapassassem os espaços da sala de aula e da transmissão de conteúdos e conhecimentos, retirando o aluno de uma postura passiva e receptora. Para tal, foi proposto a um grupo de estudantes do Ensino Médio, o desenvolvimento de projetos, no contexto das aulas de Matemática, mas não restrito a elas, buscando não só a apropriação de conhecimentos matemáticos pelos estudantes, mas também a possibilidade dos mesmos se envolverem em um trabalho ativo, autônomo, onde seriam desafiados a buscar solução para situações novas e, muitas vezes, inéditas.

Assim, ao finalizar a presente investigação, destacam-se aspectos e elementos do desenvolvimento de Projetos de Trabalho, relacionados aos objetivos propostos, os quais se referem a: analisar os conteúdos conceituais matemáticos envolvidos nos temas ou problemas escolhidos pelos estudantes em seus projetos; analisar os conteúdos procedimentais utilizados no desenvolvimento dos projetos; analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes e pelo professor durante o desenvolvimento dos projetos; investigar a possível articulação entre Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação na estruturação de Projetos de Trabalho.

Com relação aos conteúdos conceituais previstos para o terceiro ano do Ensino Médio, conforme a proposta curricular da Escola, os mesmos foram trabalhados e desenvolvidos concomitantemente e, em grande parte, a partir dos projetos, evidenciando que é possível desenvolver Projetos de Trabalho e cumprir o programa previsto para o ano letivo. Assim, foi possível desenvolver, a partir dos Projetos, conteúdos referentes à Geometria Plana e Espacial, aspectos da Geometria Analítica, bem como retomar, em outra perspectiva, e aprofundar conceitos e procedimentos envolvendo Funções de Primeiro e Segundo graus. Foram retomados e aprofundados, também, conhecimentos referentes a Trigonometria, porcentagem, regra de três, médias e elementos da Matemática Financeira. Destaca-se, também, a importante relação que ficou estabelecida entre a Matemática e a Física, o que possibilitou o desenvolvimento de ideias e conceitos dessa área.

O trabalho com Projetos possibilitou, também, que os estudantes trabalhassem com assuntos presentes no cotidiano, aproximando os conteúdos matemáticos de situações da vida dos alunos, mostrando, assim, que a Matemática não se separa de questões da realidade em que estão inseridos. A partir do enfrentamento de situações, aparentemente simples, ligadas a um tema específico, os estudantes depararam-se com questões matemáticas, muitas vezes complexas, e buscaram soluções as quais permitiram a revisão e o desenvolvimento de conteúdos.

Os conteúdos procedimentais também foram destacados e analisados, permitindo verificar que novos procedimentos foram desenvolvidos e adotados. Tais procedimentos não seriam necessários em uma aula expositiva e dialogada, o que evidencia que por meio de Projetos de Trabalho, é possível incorporar e desenvolver tais conteúdos. Isso fez com que os estudantes aprimorassem a capacidade de encontrar informações, fazer perguntas, executar, lembrar, representar, ler com compreensão, registrar, estabelecer prioridades, programar e planejar o tempo, expressar ideias, colaborar, selecionar, decidir, entre outras.

Com relação ao uso das Tecnologias de Informação e Comunicação, destaca-se que foram utilizadas diferentes ferramentas tecnológicas as quais possibilitaram aos estudantes realizar pesquisas, coletar dados, filmar e fotografar as atividades, realizar cálculos, medir, construir gráficos, tabelas e plantas, modelar e simular situações diversas, resolver problemas, organizar as ideias, entre outros, além de terem sido usadas para a apresentação dos trabalhos e construção do portfólio. Considera-se, assim, que a incorporação de diferentes ferramentas tecnológicas contribuiu para o ensino e aprendizagem de conteúdos de Matemática e possibilitou que os estudantes desenvolvessem novos conhecimentos relacionados ao meio tecnológico. Destaca-se, aqui, a utilização dos *software* SketchUp, Excel e GeoGebra, utilizados não só nos projetos aqui descritos, mas também nos demais desenvolvidos pela turma 302.

Ainda, com relação às tecnologias digitais, destaca-se a utilização de um grupo criado no *Facebook*, o qual serviria de canal de comunicação entre os estudantes da turma ao longo do trabalho. Porém, essa utilização foi bastante tímida. Os estudantes não se sentiram à vontade para discutir as questões específicas dos grupos em um grupo maior, o que levou o professor a utilizar mais o grupo no *Facebook* para postar e receber materiais, combinar encontros e trabalhos, além de tirar dúvidas pontuais. Os estudantes, a todo momento, mencionavam que não se sentiam à vontade em registrar, por escrito, suas dúvidas, expondo-as aos colegas. Conjectura-se, assim, que eles não estavam preparados para utilizar essa forma de comunicação como meio socializador de conhecimentos e como ferramenta para

desenvolver debates e discussões. Nesse sentido, considera-se que grupos específicos para cada um dos projetos poderiam ter sido mais produtivos em relação a discussões referentes aos temas trabalhados. Porém, como primeira experiência, pode-se ressaltar que esse grupo foi útil para colocar os estudantes em contato com uma atividade desse gênero.

No que se refere à Modelagem Matemática, considera-se que elementos da mesma foram utilizados durante o trabalho com os dados obtidos de forma experimental, tanto quando os estudantes realizaram aproximações a modelos já existentes, utilizando lápis e papel, como quando utilizaram o Excel para modelar a situação estudada, fazendo aproximações e criando um modelo matemático para representar os fenômenos estudados, buscando soluções para os problemas que surgiram durante os trabalhos. Assim, cálculos foram confrontados e avaliados, hipóteses foram verificadas e soluções que não atendiam ao problema em questão puderam ser descartadas.

Com relação à Resolução de Problemas, considera-se que a mesma foi utilizada nos diferentes projetos, para resolver situações de caráter geral e questões específicas da Matemática, exigindo dos estudantes uma atitude ativa, um esforço para buscar as próprias respostas e desenvolver o seu conhecimento. Dos temas propostos para os Projetos emergiram muitas questões as quais, para serem resolvidas, exigiam conhecimentos e procedimentos matemáticos que foram buscados e organizados pelos alunos, objetivando resolvê-las. Assim, problemas abertos, que exigiam soluções particulares, foram uma constante nos Projetos.

Os principais pontos a destacar durante os trabalhos dos grupos foram o interesse e a participação dos estudantes, demonstrados durante a realização das atividades, tanto em sala de aula quanto em ambientes extraclasse, conforme pode ser observado nos apontamentos realizados durante a análise das atividades e nos comentários dos estudantes durante a realização das mesmas. Esses fatores permitiram que o professor/pesquisador, na medida do possível, pudesse incorporar, nos trabalhos, novas ideias e conteúdos matemáticos que ampliassem e aprofundassem os temas propostos pelos diferentes grupos.

Um ponto bastante discutido foi com relação ao trabalho em grupo. Alguns grupos tiveram problemas internos que necessitaram da intervenção do professor/pesquisador para auxiliar a resolver a situação, mas a maioria dos problemas foi resolvida pelos próprios estudantes através de discussões e reflexões mediadas pelo professor/pesquisador.

Outro fator mencionado pelos estudantes para o bom andamento das atividades foi a participação ativa do professor/pesquisador, como pode ser observado no parecer que o Grupo-I apresentou: *“O professor esteve presente em todas as etapas do Projeto, colaborando, assim, para a melhor conclusão do mesmo, sempre disposto a saciar nossas*

duvidas e indicar o caminho pelo qual o trabalho deveria ser encaminhado". Ou ainda, segundo o Grupo-C: *"Nos momentos de dúvida, por exemplo, os relacionados ao fato de não sabermos como usar corretamente o programa do computador, o professor da disciplina estava sempre disposto a tirar nossas duvidas e, assim, colaborar com a conclusão do projeto"*. Sobre essa questão, destaca-se que o acompanhamento de um grande número de projetos, do andamento do trabalho de cada grupo, com temas diferentes e específicos, demanda, por parte do professor, uma forte organização e uma considerável disponibilidade de tempo, o que pode dificultar a aceitação do desenvolvimento de projetos.

Como os Projetos de Trabalho necessitam de um bom planejamento, o professor precisa utilizar diferentes estratégias, sendo que as principais adotadas pelo professor/pesquisador para o desenvolvimento dos projetos relatados foram: promover a reflexão e a discussão, disponibilizar diferentes matérias para estudo e pesquisa, acompanhar as atividades desenvolvidas, retomar os erros e trabalhar com eles, apontar caminhos, possibilitar aos estudantes espaços para que utilizassem sua criatividade e capacidade em resolver problemas. Cabe, também, ao professor aprofundar-se sobre os temas abordados e, quando necessário, intervir, encaminhar atividades para os grupos, indicar conteúdos matemáticos que ampliem e aprofundam os trabalhos, entre outros.

Assim, considera-se que os Projetos de Trabalho são uma possibilidade de modificar o papel do estudante e do professor, possibilitando aos estudantes tornarem-se sujeitos atuantes, participativos e criativos, com condições de construir o próprio conhecimento. Um dos principais motivos para essa mudança na postura do estudante refere-se à possibilidade de uma aplicação correta de conceitos matemáticos, possibilitando que o aluno interaja com diferentes situações e verifique onde estão sendo aplicados os conhecimentos desenvolvidos e em desenvolvimento. Além disso, as informações e os conhecimentos que se apresentam em sala de aula tornam-se mais significativos. Da mesma forma, o professor deixa de ser detentor do saber ou ponto central do processo de ensino e aprendizagem e passa a exercer o papel de mediador, instigador e colaborador do processo, onde tanto professor como estudantes trabalham em conjunto e desenvolvem novos conhecimentos.

Por fim, aponta-se que, com a utilização da proposta de Projetos de Trabalho para o ensino e aprendizagem da Matemática, abre-se um vasto campo de possibilidades para que o professor possa introduzir novos procedimentos, estratégias e recursos que contribuam para uma educação de qualidade. Pondera-se, porém, que ainda são necessários novos trabalhos que busquem articular outras possibilidades, juntamente com os Projetos de Trabalho, e busquem novas evidências que qualifiquem tais procedimentos.

Nesse contexto, entende-se que novas pesquisas devem ser desenvolvidas, buscando apontar novos caminhos e possibilidades para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos e de outras áreas de forma mais significativa para os participantes de todo o processo educacional, além de uma reflexão em torno do currículo escolar sob a perspectiva dos Projetos. Aponta-se, aí, a necessidade do diálogo entre as áreas, para que os Projetos possam ser desenvolvidos, integrando-as, bem como abrangendo e incorporando diferentes estratégias, como aqui foi proposto.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BOGDAN, Roberto; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Traduzido por: Maria João Alves, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal, Porto Editora Ltda, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Mònica. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation**. New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BOUTINET, Jean Pierre. **Antropologia do Projeto**. Porto Alegre: Artmed, 2002.

BRANCA, N. A. Resolução de Problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, S.; REYES, R. E. (Org). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias/ Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/ SEF, 2006, v.2.

_____. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática – 5ª a 8ª série**. Brasília: MEC/ SEF, 1998, v. 3.

_____. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. PCN+ Ensino Médio: **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/ SEF, 2002.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio** Brasília, MEC/SEMT, 1999.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. **Leis e Decretos**. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Dispõe sobre as diretrizes e bases da Educação Nacional.

_____. Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep). **Censo Educacional 2012**. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/painel/educacao.php?lang=&codmun=430790&search=rio-grande-do-sul|farroupilha|infograficos:-escolas-docentes-e-matriculas-por-nivel>>. Acesso em: 25 jan. 2014.

BUCK INSTITUTE FOR EDUCATION. **Aprendizagem Baseada em Projetos: guia para professores de ensino fundamental e médio**. Buck Institute for Education. Tradução: BUENO, Daniel. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2008, p. 200.

COLL, César. et al. **Os Conteúdos na Reforma: ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

COSTA, Jaqueline de Moraes. et al. O Ensino de Matemática por meio de Projetos de Trabalho. In: III Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia. Ponta Grossa, 2012. **Anais**. III SINECT. Ponta Grossa. Paraná, 2012. CD- ROM.

DIZOTTI, Fernanda Pimentel. **A Aprendizagem da Matemática por meio de Projetos Interdisciplinares**. Disponível em:
<http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebiapem2008/upload/120-1Agt11_dizotti_ta.pdf>
Acesso em: 9 Jan 2014.

FARROUPILHA. **Dados Demográficos**. Disponível em:
<http://www.farroupilha.rs.gov.br/index.php?option=com_content&task=view&id=5&Itemid=5> Acesso em: 15 Jan 2014.

FROTA, Maria Clara Resende; BORGES, Oto. **Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na Educação Matemática**. Trabalho apresentado ao Encontro da Associação Nacional de Pós- Graduação e Pesquisa em Educação. Caxambu, MG, 2004. Sociedade Democracia e Educação. Rio de Janeiro: ANPED, 2004.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; SILVA, Carmen Kaiber da; MORA, Castor David. **Perspectivas em Educação Matemática**. 2004. Disponível em:
<<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/129/117>>. Acesso em: 07 maio 2014

HERNÁNDEZ, Fernando; VENTURA, Montserrat. **A Organização do Currículo por Projetos de Trabalho**. 5º ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

_____. **Transgressão e mudança na educação: os projetos de trabalho**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

_____. **Cultura visual, mudança educativa e projeto de trabalho**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

HENDRES, Cláudia Assis. KAIBER, Carmen Teresa. A utilização da informática como recurso didático nas aulas de Matemática. In: **Acta Scientiae, Revista de Ciências Naturais**, Canoas, v. 7, n. 1, p. 25-38, Jan/Jul. 2005.

JACOBINI, Otávio Roberto. **A Modelagem Matemática como Instrumento de Ação Política na Sala de Aula**. 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

JOLIBERT, Josette. **Formando crianças leitoras**. MAGNE, Bruno. (trad.). Porto Alegre: Artes médicas, 1994.

KAIBER, Carmen Teresa; VECCHIA, Rodrigo Dalla. Potencialidades Mediáticas da Lousa Digital Frente a Softwares no Ensino e Aprendizagem da Matemática. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 2, p. 25-34, 2012.

KATO, Lilian Akemi. et al. Situações Matemáticas sob o olhar da Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Investigação Matemática. Salvador, 2010. **Anais. X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador. Bahia, 2010. CD- ROM.

MACEDO, Lino de. Jogo e projeto: irreduzíveis, complementares e indissociáveis. In: ARANTES, Valéria Amorim. (org.) **Jogo e projeto: pontos e contrapontos**. São Paulo: Summus, 2006.

MACHADO, Nilson José. **Educação: projetos e valores**. 2. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2000.

_____. A vida, o Jogo, o Projeto. In: ARANTES, Valéria Amorim. (org.). **Jogo e Projeto: pontos e contrapontos**. São Paulo: Summus, 2006.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos, **A Produção Matemática dos Alunos em Ambiente de Modelagem**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNESP, Rio Claro, 2004.

_____. **Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem Matemática**. 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro/SP, 2008.

_____. Algumas interseções entre projetos e modelagem no contexto da Educação Matemática. **Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. V. 13, N. 1 (2011). P. 71-86.

_____. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e Educação Matemática. **Bolema**. Rio Claro, SP. V. 26, n° 43, pp. 89-110. Ago. 2012.

MARTINS, Jorge Santos. **O trabalho com projetos de pesquisa: do ensino fundamental ao ensino médio**. 8. ed. Campinas, SP: Papyrus, 20013.

MORA, Castor David. **Aprendizaje y enseñanza: proyectos y estrategias para una educación matemática del futuro**. LaPaz, Bolivia: Campo Iris, 2003.

MORAES, Maria Cândida. **O paradigma Educacional Emergente**. 5. ed. Campinas: Papiros, 2000.

MOURA, Dácio Guimarães; BARBOSA, Eduardo. **Trabalhando com Projetos-Planejamento e Gestão de Projetos Educacionais**. Editora Vozes, Petrópolis-RJ, 2006.

NOGUEIRA, Nilbo Ribeiro. **Pedagogia dos projetos: uma jornada interdisciplinar rumo ao desenvolvimento das múltiplas inteligências**. São Paulo: Érica, 2001.

_____. **Pedagogia dos projetos: etapas, papéis e atores**. São Paulo: Érica, 2005.

NIQUNI, Débora Pinto. **Informática na Educação: implicações didático- pedagógicas e construção do conhecimento**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, 1996.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas** (Seminários e Debates). São Paulo: UNESP, 2005.

OLIVEIRA, Gerson. **Estratégias didáticas em educação matemática: as tecnologias de informação e comunicação como mediadoras**. Anais do IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática- IV SIPEM. Brasília: SBEM, 2009. CD- ROM.

PETITTO, Sônia. **Projetos de Trabalho em Informática: desenvolvendo competências**. Campinas: Papirus, 2003.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Helia. **“Investigações Matemática na sala de aula”**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RICHIT, Adriana. **Projetos em Geometria Analítica usando Software de Geometria Dinâmica: repensando a formação inicial docente em Matemática**. Rio Claro: UNESP, 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

RIPARDO, Ronaldo Barros; OLIVEIRA, Marcelo de Sousa; SILVA, Francisco Hermes da. **Modelagem Matemática e Pedagogia de Projetos: aspectos comuns**. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.87-116, jul. 2009.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática e suas Tecnologias**. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

_____. Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio 2011-2014**. Novembro 2011.

SANTOS, Beatriz Marques dos. **Os projetos de Trabalho em Ação: construindo um espaço interdisciplinar de aprendizagem**. Rio de Janeiro: Mauad X, 2011.

SEIBERT, Tânia. **Matemática e educação ambiental: uma proposta com projetos de trabalho no ensino fundamental**. Canoas: ULBRA, 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, 2005.

UNESCO. **Protótipos Curriculares de Ensino Médio e Ensino Médio Integrado: Resumo Executivo**. Brasília, Debates ED, n.1, maio 2011.

VASCONCELOS, Cláudia Cristina. **Ensino-aprendizagem da matemática: velhos problemas, novos desafios**. Revista Millenium, n° 20. São Paulo, 2009.

WORM, Rosane de Fátima. **Matemática Financeira: uma proposta com Projetos de Trabalho no Ensino Superior**. Canoas: ULBRA, 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, 2009.

ZABALA, Antoni. **Como trabalhar os conteúdos procedimentais em aula.** 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas Sul Ltda, 1999.

_____. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A- TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA

AUTORIZAÇÃO

Eu....., abaixo assinado, responsável pela (o)....., autorizo a realização do estudo....., a ser conduzido pelo professor/pesquisador Valmir Ninow. Fui informado pelo responsável do estudo sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual represento. Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Farroupilha,..... dede 20.....

Assinatura e carimbo do responsável Institucional

APÊNDICE B- INSTRUMENTO DE INVESTIGAÇÃO I

1. Esta cursando terceiro ano o do Ensino Médio pela primeira vez?.....
2. Sexo: () masculino ()feminino
3. Qual sua Idade?.....
- 4- Local onde reside. () cidade ()interior
5. Exerce uma atividade profissional? Qual?.....
6. Se sim, em qual setor:
() indústria () comércio ()prestação de serviço () outros
- 7- Faz curso profissionalizante? Qual?.....
- 8- Pretende cursar um curso de nível Superior?Qual?.....
- 9- Gostaria de desenvolver um trabalho com projetos onde a Matemática poderia estar relacionada com seus interesses? Justifique?

APÊNDICE C- INSTRUMENTO DE INVESTIGAÇÃO II

- 1- Como foi sua participação no desenvolvimento do projeto? Justifique?

- 2- Como você analisa os conhecimentos adquiridos com o desenvolvimento dos projetos? Justifique?

- 3- Como era sua participação nas aulas de Matemática antes do início do trabalho com os projetos? Justifique?

- 4- Você acha adequado utilizar situações práticas para o ensino e aprendizagem da Matemática? Justifique?

- 5- Atribua uma nota pela sua participação em todo o desenvolvimento do projeto. Justifique?

- 6- Escreva um parecer sobre o trabalho desenvolvido com projetos.

APÊNDICE D- TERMO DE CONSENTIMENTO DOS ESTUDANTES

Prezado Estudante

Durante o segundo semestre de 2013 foram desenvolvidos Projetos junto à turma 302 do Colégio Estadual Farroupilha. Como a pesquisa é de abordagem qualitativa, algumas atividades foram filmadas e fotografadas. Por isso peço, através desse termo, a autorização para uso de imagens e expressões orais e verbais coletadas no decorrer dos projetos. Esses dados serão utilizados na minha dissertação ou em congressos onde apresentarei os resultados dessa pesquisa.

Farroupilha, 20 de novembro de 2013.

Valmir Ninow

Assinatura do estudante

Assinatura do responsável