UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

LUCIENE DA SILVA PEREIRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: SIGNIFICADO DA CONTEXTUALIZAÇÃO DO CONHECIMENTO MÁTEMÁTICO

Canoas, 2013

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

LUCIENE DA SILVA PEREIRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: SIGNIFICADO DA CONTEXTUALIZAÇÃO DO CONHECIMENTO MÁTEMÁTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

ORIENTADORA: **Profª Drª Carmen Teresa Kaiber**

Canoas, 2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P436e Pereira, Luciene da Silva

Ensino e aprendizagem da matemática no ensino médio: significado da contextualização do conhecimento matemático. / Luciene da Silva Pereira. – Canoas, 2013.

169 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, 2013

Orientação: Profa. Dra. Carmen Teresa Kaiber

1. Educação – ensino médio - matemática. 2. Matemática – ensino médio. 3. Contextualização. 4. Logaritmos. 5. ENEM. I. Kaiber, Carmen Teresa. II. Título.

CDU 372.851
373.5:51
51:373.5

Bibliotecária Responsável: Ana Lígia Trindade CRB/10-1235

LUCIENE PEREIRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: SIGNIFICADO DA CONTEXTUALIZAÇÃO DO CONHECIMENTO MÁTEMÁTICO

Aprovado em: ___/___/___.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr.Rodrigo Dalla Vechia

____

Prof. Dra. Eleni Bisognin

____

Prof. Dra. Jutta C Justo

Canoas, 2013

RESUMO

O presente trabalho se constitui em uma investigação sobre o significado da contextualização no âmbito da Matemática, do seu ensino e da sua aprendizagem, considerando a estrutura atual do currículo de Matemática no Ensino Médio e as demandas que emergem da escola nesse nível de ensino. Buscando desvelar tanto aspectos teóricos quanto práticos da temática apontada, a investigação se insere em uma perspectiva qualitativa, sendo que o percurso metodológico estabelecido foi estruturado em três etapas. Em um primeiro momento foi realizada pesquisa para embasamento teórico da investigação, onde foram abordadas as concepções de conhecimento matemático, sob as óticas filosóficas e pedagógicas, e a análise do significado da contextualização no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, bem como de suas possibilidades de concretização no âmbito do Ensino Médio. Posteriormente realizou-se uma análise crítica e reflexiva, a partir das questões que compõem a prova de Matemática e suas Tecnologias dos anos de 2009 e 2010 do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), tendo como foco as competências e habilidades abordadas, conhecimentos/conteúdos aos quais as questões se referem e a natureza da contextualização quando presente. Com relação a competências e habilidades, a análise realizada aponta que, de modo geral, todas as competências da matriz estão presentes nas provas analisadas. Porém, observou-se que as habilidades não foram exploradas de forma equitativa nas provas em estudo, havendo em uma mesma prova, questões que se referiam a uma determinada habilidade em detrimento de outra. A análise dos conhecimentos/conteúdos indicou a presença significativa de questões que envolviam conhecimentos elementares de aritmética, sendo escassas as questões que exigiam conhecimentos algébricos. A natureza da contextualização, no âmbito das questões das provas, está restrita a aplicação de conteúdos conceituais matemáticos elementares em atividades relacionadas a situações do cotidiano e, em situações pontuais, a problemas e fenômenos que emergem de outras áreas do conhecimento. Por fim, tomando como referência esses resultados, na terceira fase da investigação, desenvolveu-se uma intervenção didática junto a um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio, cujo objetivo consistiu em estruturar, analisar e investigar os resultados de um conjunto de atividades sobre Logaritmos tendo como foco a contextualização no sentido apontado pelas reflexões teóricas realizadas na primeira etapa. As atividades foram desenvolvidas tendo como foco elementos da teoria musical, chegando-se a construção de um modelo para a Função Logarítmica, bem como a construção de um instrumento musical chamado Vibrafone, utilizado pelos estudantes para executar peças musicais. A investigação apontou que a referida intervenção didática estimulou o desenvolvimento de competências, habilidades e conhecimentos/procedimentos matemáticos os quais enfatizam a exploração, a descoberta, a formulação de conjecturas, o raciocinar logicamente e o estabelecimento de generalizações acerca de Progressões Geométricas, aplicações e manipulação algébrica das propriedades operatórias dos Logaritmos, Funções Logarítmicas e conceitos iniciais de Acústica. Ancorados nestes resultados considera-se que os resultados da investigação evidenciam que foi possível contemplar o desenvolvimento de conhecimentos práticos e contextualizados, onde o critério central da contextualização oportunizou conexões entre conceitos matemáticos tanto no que diz respeito a suas aplicações quanto a sua constituição enquanto conteúdo de conhecimento a ser desenvolvido em nível médio.

Palavras chave: Ensino Médio. Contextualização. Logaritmos. ENEM

ABSTRACT

The present study reports the results of an investigation on the meaning of *contextualization* in the teaching and learning of Mathematics, taking into account the current structure of the high school Mathematics curriculum and the requirements that arise at this teaching level. In an attempt to unveil theoretical as well as practical aspects of the topic addressed, this investigation was carried out from a qualitative perspective, in a methodology divided in three stages. Initially, a survey on the theoretical framework of mathematical knowledge was carried out, in which notions were covered under philosophical and pedagogical standpoints. An analysis of the meaning of contextualization in the Mathematics teaching and learning process ensued, also addressing the possibilities to concretize contextualization in high school scenarios. After, a critical and reflexive analysis was conducted based on the questions on Mathematics and related technologies that were presented to students in the 2009 and 2019 editions of Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a test high school students take at the end of the 12^{th} grade. The analysis was focused on the competencies and skills covered, knowledge and contents these questions are about, and the nature of contextualization, when it was detected in the ENEM questions investigated. Regarding competencies and skills, the analysis indicated that, as a rule, all competencies of the matrix are present in the tests. However, we observed that skills were not equally explored in the ENEM tests, since one same test repeatedly presented questions addressing one given skill, to the detriment of another. The analysis of knowledge and contents revealed the significant occurrence of questions in the tests that evaluated elementary arithmetic contents, at the same time that questions assessing algebra contents were scarce. The nature of contextualization in these tests' questions is limited to the application of elementary conceptual mathematical contents in activities associated to everyday situations and, in some scenarios, to problems and phenomena that arise from other fields of knowledge. Finally, based on these results, the third stage of the investigation was developed as a didactic intervention in a 10^{th} grade group. The objective was to structure, analyze and investigate the outcomes of a series of activities covering Logarithms and focused on contextualization as outlined by the reflections on the theoretical framework review conducted in the first stage. The activities conducted covered elements of Musical Theory. A logarithm function model was developed and a musical instrument, called Vibrafone, was constructed, which was used by students to perform music. The investigation revealed that the didactic invention conceived stimulated the development of mathematical competencies, skills, knowledge and procedures that emphasized exploration, discovery, conjecturing and logical reasoning, as well as the setting up of generalizations on geometric progression, algebraic applications and manipulations of the properties of logarithmic operations, logarithmic functions and basic acoustic concepts. The results afforded to conclude that a work project focused on contextualization using Musical Theory elements as baseline topic, in connection with other knowledge fields and supported by technological r
represent a helpful tool in the conduction of contextualized activities that may be ad
different development levels.

Keywords: High School. Contextualization. Logarithms. ENEM.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Considera-se que propor um trabalho, em Matemática, que envolva os alunos e a comunidade escolar, de modo geral, não é uma tarefa simples, isso porque a ciência matemática carrega uma imagem pouco favorável junto a essa mesma comunidade. Para muitos a Matemática ainda é vista sob a perspectiva formalista e idealista onde, de acordo com Echeverría e Pozo (1998), as regras do bom pensar estariam comparadas com os procedimentos algorítmicos e heurísticos usados na solução de tarefas matemáticas. A ênfase na sua estrutura formal, a presença de problemas estritamente intramatemáticos envolvendo cálculos complexos vêm contribuindo para essa visão que estudantes, pais e até mesmo professores têm da Matemática.

Reconhece-se que muitos esforços têm sido realizados, especialmente por professores e pesquisadores, no sentido de constituir um currículo de Matemática que supere essa visão formal da disciplina, buscando o estabelecimento de uma Matemática escolar que, respeitando sua estrutura, incorpore elementos que a tornem significativa para os estudantes e reconhecidamente importante para os cidadãos.

Por meio de propostas metodológicas específicas vêm-se buscando, gradativamente, que a Matemática passe a ser aplicável à realidade dos indivíduos e, desta forma, parte integrante do cotidiano, voltada para a compreensão e para a construção da realidade social, chamando atenção para questões importantes e urgentes da sociedade e que se apresentam sob as mais variadas formas.

A partir de estudos tais como os trabalhos de Machado (1999), Mendonça(1993), Echeverría e Pozo (1998), Fonseca (1995), observa-se que é crescente o número de investigações a respeito da natureza do pensamento matemático que está, *a priori,* intimamente associada à lógica, a intuição e inúmeras outras relações formais. Por outro lado, são notórias as dificuldades que os estudantes apresentam em relação à Matemática desenvolvida na escola devido, em parte, ao distanciamento existente entre os objetos de estudo e o contexto em que os aprendizes estão inseridos.

Assim, emergem da sociedade demandas educacionais que encaminham outros olhares sobre o conhecimento matemático e como o mesmo deve se configurar como conhecimento a ser levado para estudantes da Educação Básica. Essas demandas surgem articuladas em propostas que estão postas em documentos oficiais emitidos pelas autoridades educacionais do país, bem como em propostas de ações concretas, como é o caso do Exame Nacional do Ensino Médio-ENEM.

O ENEM consiste em uma prova criada pelo Ministério da Educação (MEC) que é utilizada como ferramenta para avaliar a qualidade geral do Ensino Médio no país, como exame de acesso ao Ensino Superior em universidades brasileiras, e como ingresso em universidades privadas pelo Programa Universidade para Todos (PROUNI)[1].

Desse modo, entende-se como importante e necessário uma reflexão sobre qual é, de fato, a essência da contextualização na e da Matemática, em seus aspectos intuitivos e lógicos e, principalmente, no que se refere à perspectiva de promoção da cidadania e responsabilidade dentro da sociedade por meio da ampliação dos conhecimentos matemáticos.

Nesse sentido, o presente trabalho se constitui em uma investigação sobre o significado da contextualização no âmbito da Matemática no Ensino Médio a partir da análise das provas de Matemática e suas Tecnologias dos anos de 2009 e 2010 do ENEM, e como essa contextualização pode ser levada para a sala de aula no ensino de conhecimentos específicos.

Teoricamente, buscou-se em Barbosa (2003), Echeverría e Pozo (1998), Giardinetto (1999), Machado (2009) os aportes necessários para investigar o significado da contextualização no âmbito da Matemática, do seu ensino e aprendizagem. A natureza da pesquisa, bem como do questionamento gerador desta, levaram a adotar uma perspectiva qualitativa para a mesma, sendo utilizados, também, de dados quantitativos. Os dados foram analisados de maneira a investigar os significados, a compreensão e a interpretação sobre o objeto de estudo, a contextualização. A investigação teve como foco inicial a análise de conteúdo produzida nas provas de Matemática do ENEM dos anos de 2009 e 2010.

No capítulo 1 dessa dissertação, descreve-se o objeto em estudo, apresenta-se a justificativa para a investigação bem como os objetivos desta.

O capítulo 2 apresenta uma perspectiva histórica que consiste em subsídios para

[1] Programa que tem como finalidade a concessão de bolsas de estudo integrais e parciais a estudantes de cursos de graduação e sequenciais de formação específica, em instituições privadas de educação superior. Informações disponíveis em www.*siteprouni.mec.gov.br*.

compreensão do processo de fragmentação do conhecimento, que encaminha o surgimento das disciplinas.

O capítulo 3 dá destaque às orientações existentes nos documentos oficiais com relação a contextualização e interdisciplinaridade aliadas a reflexões pertinentes de autores que investigam esta temática e além destes, apresentam-se metodologias que podem oportunizar o desenvolvimento de atividades que tenham como foco a contextualização.

No capítulo 4 são apresentados os aspectos metodológicos da investigação enfatizando a organização da mesma, os sujeitos da investigação bem como os instrumentos de pesquisa.

Já o capítulo 5 apresenta a análise realizada nas provas do ENEM dos anos de 2009 e 2010, parte inicial da investigação proposta.

No capítulo 6 é apresentada uma proposta de intervenção didática experimental, de tema específico que, em princípio, foi pouco explorado nas provas do ENEM, bem como as etapas e aspectos do desenvolvimento dessa intervenção junto a estudantes do Ensino Médio.

Nas considerações finais apresenta-se a percepção da investigadora, destacando os aspectos positivos e negativos bem como as dificuldades encontradas.

1 DO OBJETO EM ESTUDO

Os referenciais dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio-PCNEM (BRASIL, 2000) evidenciam como objetivo deste nível de ensino a produção de conhecimento efetivo, de maneira que os aspectos e conteúdos tecnológicos, associados ao aprendizado científico e matemático, sejam parte essencial da formação do cidadão em um sentido universal e não somente de sentido profissionalizante. Particularmente no Rio Grande do Sul, em consonância com este instrumento, o Governo do Estado, apoiado na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional n° 9394/96 (BRASIL, 1996), apresentou, para o Ensino Médio, uma proposta baseada na dimensão da politecnia.

A educação politécnica, conforme Manacorda (1991), teve seu esboço inicial em meados do século XIX por Karl Marx e Friedrich Engels, que julgavam que a transformação da sociedade capitalista exploratória poderia ocorrer através do conhecimento a ser disseminado pelas escolas de forma integrada ao trabalho produtivo.

De acordo com o autor, nessa perspectiva, o ensino politécnico deveria abranger a literatura materna e estrangeira, línguas e ciências, aumentando assim o nível de conhecimento oportunizando o desenvolvimento do posicionamento crítico reflexivo. Além disso, as atividades físicas deveriam proteger a integridade e o desenvolvimento das crianças sendo que, os estudos tecnológicos oportunizariam aos estudantes aprender sobre o processo de produção e o manuseio de instrumentos das áreas industriais. Nesse sentido, Gramsci apud Saviani (2008) destaca que a formação politécnica é um processo educativo que busca formar o homem em sua totalidade abrangendo aspectos técnicos, políticos, sociais, culturais, afetivos e artísticos.

Analisando a proposta do Ensino Médio Politécnico[2] (Anexo A), as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2000, 2002) e a matriz de competências do Exame Nacional do Ensino Médio (BRASIL, 2009) emergiram inúmeros questionamentos sobre o trabalho efetivamente desenvolvido em sala de aula, o que remete a necessidade de elaborar e investigar propostas que venham a constituir ações efetivas junto aos estudantes.

Assim, a partir desse processo de reflexão e tomando como foco um aspecto bastante apontado como necessário no trabalho com a Matemática, que é a contextualização do

[2] Proposta também disponível em http://www.educacao.rs.gov.br/pse/html/ens_medio

conhecimento, surge o questionamento gerador dessa investigação: **Qual o significado da contextualização no âmbito da Matemática no Ensino Médio e como essa contextualização pode ser levada para a sala de aula no ensino de conhecimentos específicos da disciplina?**

1.1 JUSTIFICATIVA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 2000, 2002) indicam que a Matemática do Ensino Médio possui um caráter formativo e auxiliando na estruturação do pensamento e raciocínio dedutivo devendo, também, contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades presentes no cotidiano do aprendiz.

O significado da palavra contextualização, conforme esse documento, pode ser definido de forma que o ato de contextualizar deve partir do professor, buscando uma reorganização das informações de forma a reconhecer situações que facilitem o aprendizado, sendo que, contextualizar nada mais é do que o ato de vincular o conhecimento a sua origem e aplicação, ou seja, consiste em agrupar um conjunto de circunstâncias capazes de oportunizar o desenvolvimento de pontes conceituais entre várias áreas do saber. Ainda, segundo PCNEM (BRASIL, 2000),

> Esse processo, para o qual não existem protocolos, requer uma reorganização das informações. Em uma escola situada em uma área de grande população agropecuária, a realidade dos alunos será uma, e os assuntos usados como ponto de partida para a contextualização serão diferentes, por exemplo, dos de uma escola situada no meio de uma grande metrópole, onde os problemas e a realidade são distintos. (...) O professor deve ter presente que a contextualização pode - e deve - ser efetivada no âmbito de qualquer modelo de sala de aula. Existe a possibilidade de contextualização tanto em aulas mais tradicionais, expositivas, quanto em aulas de estudo do meio, experimentação ou no desenvolvimento de projetos (BRASIL, 2000, p.34-35).

Barbosa (2003) pondera que *contextualizar* em Matemática necessita de uma discussão urgente, isto porque o emprego deste termo remete à ideia de que existem atividades da Matemática escolar sem contexto, como se esta tivesse sido concebida em um universo paralelo. O autor argumenta, ainda, que o conhecimento matemático foi desenvolvido ao longo do tempo de acordo com as necessidades que surgiram em determinadas situações, sendo que os diferentes fatores econômicos e sociais de uma sociedade permitem e, ao mesmo tempo, exigem o avanço da ciência. Mas, “Para cada exigência nova que se descobre, é uma barreira que tem de se derrubar” (CARAÇA apud SILVA, 2009, p.3), determinando assim um processo constante de ruptura de paradigmas oportunizando uma crescente diferenciação entre um conhecimento matemático próprio da esfera intramatemática, em níveis de abstrações mais complexos, e um conhecimento matemático que instrumentalize o indivíduo a perceber e utilizar a Matemática nas mais diversas situações (desde a solução de uma situação elementar que se apresente no cotidiano até a solução de um problema mais complexo no âmbito de uma área científica).

Buscando explicitar o significado de contexto, Kistemann e Skovsmose (2011) consideram que as atividades escolares podem ser subdivididas em três contextos, sendo eles: a "Matemática Pura" onde a situação enquadra-se integralmente na Matemática acadêmica, a "Semirealidade" que envolve elementos cotidianos, mas abordam situações fictícias e, a "Realidade" que envolve situações pertinentes a situações cotidianas e científicas.

Uma reflexão sobre as ideias postas pelos autores e as propostas para o Ensino Médio, especialmente no que se refere ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), dão indícios de que esse exame e a matriz de referência que o subsidia poderão vir a ser considerados como os primeiros instrumentos oficiais que colocam em prática aspectos da contextualização e interdisciplinaridade mencionadas no PCNEM (BRASIL, 2000, 2002). Considera-se que, gradativamente o ENEM vem influenciando a forma de ver, conceber e desenvolver os conhecimentos no âmbito escolar, incluindo-se aí, a Matemática.

Ainda sobre o Ensino Médio, considera-se importante destacar que, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996), o mesmo se constitui na última etapa da Educação Básica, onde as áreas do conhecimento foram organizadas de forma a enfatizar a promoção de valores e atitudes e a buscar aprofundamento nas questões formais, tanto no tratamento da informação como dos procedimentos, atitudes e competências desenvolvidas, tendo em vista a maior maturidade intelectual do aprendiz.

Assim, tomando como base a realidade educacional do Ensino Médio, as demandas e expectativas sociais para esse nível de ensino, os grandes questionamentos que emergem sobre a qualidade do ensino que vem sendo desenvolvido e o que está posto como proposta pedagógica para o mesmo no PCNEM, além de outros documentos oficiais, como a Matriz de Referência do ENEM e no próprio ENEM, considera-se pertinente realizar uma investigação tendo como foco a questão da contextualização do conhecimento matemático, como forma de contribuir para a estruturação de um Ensino Médio que atenda as expectativas que dele se tem.

1.2 OBJETIVO GERAL

Buscando encontrar respostas e possíveis encaminhamentos à questão de pesquisa estabeleceu-se como objetivo geral investigar o significado da contextualização no âmbito da Matemática no Ensino Médio, a partir da análise das provas de Matemática e suas Tecnologias dos anos de 2009 e 2010 do ENEM, e como essa contextualização pode ser levada para a sala de aula no ensino de conhecimentos específicos a partir do desenvolvimento de intervenções didáticas aplicáveis ao Ensino Médio. Desse objetivo geral, derivam os seguintes objetivos específicos:

- investigar as competências e habilidades abordadas nas questões do Exame Nacional do Ensino Médio;
- investigar os conhecimentos matemáticos abordados nas questões do Exame Nacional do Ensino Médio;
- investigar a presença de questões contextualizadas no Exame Nacional do Ensino Médio bem como a natureza da contextualização empregada;
- estruturar, aplicar e analisar os resultados de uma intervenção didática experimental sobre um conhecimento/conteúdo matemático específico do Ensino Médio, que tem a contextualização como foco.

2 A FRAGMENTAÇÃO DO CONHECIMENTO: UMA HERANÇA CARTESIANA

Chervel (1990) aponta que, após a Primeira Guerra Mundial, têm-se os primeiros registros do termo disciplina, vinculado à ideia de hierarquização e estratificação, remontando a uma origem ligada à ordem e ao controle. Nesse sentido, o autor ainda destaca que as disciplinas constituem um saber que deve ser repassado de uma geração a outra, constituindo-se de uma parte de um todo maior, cientificamente elaborado, transposto para as situações de ensino e editado de maneira compatível com o nível de compreensão de seus destinatários.

Nicolescu (1999) pondera que, para uma compreensão efetiva sobre a fragmentação do conhecimento em disciplinas, é necessário analisar a influência do método filosófico proposto por Descartes após um período de grandes transformações no pensar e agir da comunidade científica.

Conforme Gottschall (2004), muitas das concepções atuais foram delineadas nos séculos XVI e XVII e acabaram se tornando a base do paradigma que dominou a nossa cultura nos últimos séculos e que, gradativamente, começa a ruir.

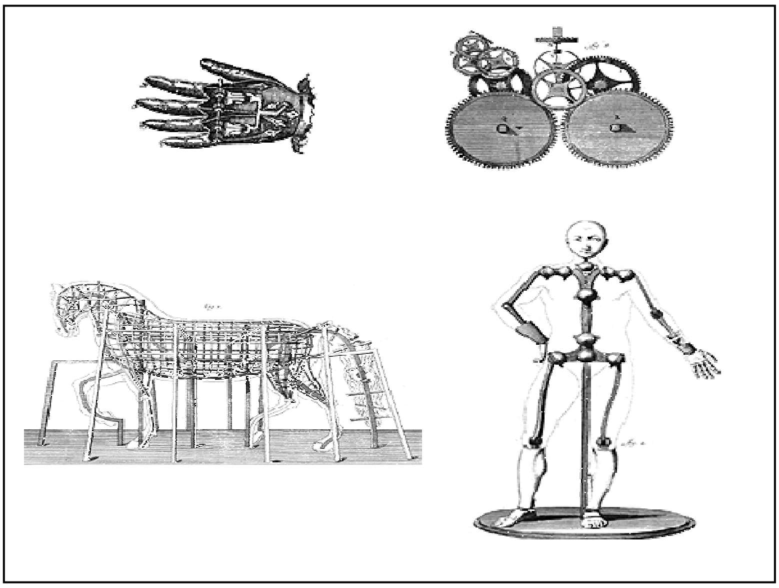
Segundo este autor, até meados do século XVI, os acontecimentos eram vinculados a fenômenos espirituais e materiais e pela subordinação de necessidades individuais às da comunidade e da estrutura científica, sendo que essa visão assentava-se em duas autoridades máximas e inquestionáveis: Aristóteles e a Igreja. Assim, baseavam-se na razão aristotélica e na fé sendo que eram consideradas de mais alta importância as questões referentes a Deus, à alma humana e à ética.

Gottschall (2004) destaca a presença de uma nova concepção nos séculos XVI e XVII: a noção do mundo como se este fosse uma máquina, o que se tornou uma metáfora dominante da era moderna. Essa visão ocorreu em função da ruptura dos paradigmas vigentes da Física e Astronomia, culminando nas realizações de Copérnico, Galileu e Newton onde a ciência passou a basear-se em um novo método de investigação, o qual envolvia a descrição matemática da natureza e o método analítico de raciocínio concebido por Descartes. Reale e Antiseri (1990) destaca que essa visão é descrita por Popper como:

> O mundo é um imenso relógio mecânico, composto de inúmeras rodas dentadas: os vórtices (turbilhão que se forma, sob determinadas condições, em meio a um fluido em escoamento) fazem com que se engrenem, de modo a impelirem-se uma à outra para adiante (POPPER *apud* REALE, 1990, p.378)

De acordo com o autor, a humanidade passa a ser vista e entendida como uma máquina e, portanto, é regida por princípios que regulam seus movimentos e suas relações. Essa metáfora homem-máquina é representada na Figura 1, onde os seres vivos são formados por engrenagens que evidenciam que o quadro mecânico da natureza tornou-se o paradigma dominante da ciência no período posterior a Descartes.

Figura 1 – A metáfora Homem Máquina



Fonte: http://www.france.diplomatie.fr/culture/france/biblio/folio/descartes/corps.html.

Reconhecendo o papel crucial da ciência na concretização dessas importantes mudanças, os historiadores passaram a definir os séculos XVI e XVII como a Idade da Revolução Científica.

Gottschall (2004) aponta que a Revolução Científica tem como um de seus precursores Nicolau Copérnico, o qual se opôs à concepção geocêntrica de Ptolomeu e da Bíblia, que havia sido aceita como dogma. De acordo com o autor, depois de Copérnico, a Terra deixou de ser o centro do universo para tornar-se um dos muitos planetas que circundam um astro secundário nas fronteiras da galáxia e o homem foi destituído de sua posição de figura central da criação de Deus. Johannes Kepler, cientista e místico que se empenhava em descobrir a harmonia das esferas, formulou, através de um trabalho laborioso com tabelas astronômicas, suas célebres leis empíricas do movimento planetário, as quais vieram corroborar o sistema de Copérnico (GOTTSCHALL, 2004).

O autor aponta, também, a influência de Galileu Galilei que se tornou conhecido em função de seu conflito com a Igreja. Destaca que seu papel na revolução científica transcende suas realizações no campo da astronomia, isto porque se dedicou a combinar a experimentação científica com o uso da linguagem matemática para formular as leis da natureza por ele descobertas. Estes experimentos deram a ele a denominação de “pai da ciência moderna” devido à abordagem empírica e o uso de uma descrição matemática da natureza, as quais se tornaram características dominantes da ciência no século XVII, vindo a ser um dos critérios mais importantes das teorias científicas até a atualidade, onde muitos cientistas permanecem aficionados pela quantificação das informações.

Em consonância com Galileu, Francis Bacon descrevia, na Inglaterra, o método empírico da ciência e, conforme Meneghetti (2010), tornou-se extremamente influente ao defender com vigor o novo método atacando ferozmente as escolas tradicionais de pensamento, além de ter desenvolvido uma verdadeira paixão pela experimentação científica. Ainda, segundo a autora, o “espírito baconiano” transformou profundamente a natureza e o objetivo da investigação científica, isto porque, desde a Antiguidade, os objetivos da ciência tinham sido a sabedoria, a compreensão da ordem natural e a vida em harmonia, onde a ciência era realizada para acompanhar a ordem natural da evolução.

Meneghetti (2010) aponta que no século XVII, o objetivo da ciência passou a ser aquele conhecimento que pode ser usado para dominar e controlar a natureza, de onde o cientista deveria extrair os seus segredos, com a ajuda de instrumentos mecânicos. Essa mudança, que viria a ser de suprema importância para o desenvolvimento subsequente da civilização ocidental, foi iniciada por Descartes e Newton.

A autora destaca, ainda, que Descartes é comumente considerado o fundador da filosofia moderna, e que o mesmo vislumbrou um método que lhe permitiria construir uma completa ciência da natureza baseada em princípios fundamentais que dispensam demonstração. A visão de Descartes despertou nele a firme crença na certeza do conhecimento científico; sua vocação na vida passou a ser distinguir a verdade do erro em todos os campos do saber (MENEGHETTI, 2010).

Para Gottschall (2004), a crença na certeza do conhecimento científico está na própria base da filosofia cartesiana e na visão de mundo que dela deriva, e foi a partir desta premissa que Descartes equivocou-se. A Física e a Matemática do século XX, conforme o autor, mostrou de maneira convincente que não existem verdades absolutas em ciência, que todos os conceitos e teorias são limitados e aproximados. Pondera que a crença cartesiana na verdade científica é, ainda hoje, muito difundida e reflete-se no cientificismo que se tornou típico de nossa cultura ocidental.

Nicolescu (1999) destaca que a certeza cartesiana é Matemática em sua natureza essencial. Segundo o autor, Descartes acreditava que a chave para a compreensão do universo era a sua estrutura Matemática, sendo que para ele, ciência era sinônimo de Matemática. Acreditava, também, que a linguagem da natureza era Matemática, e seu desejo de descrever a natureza em termos matemáticos levou-o à sua mais célebre descoberta. Mediante a aplicação de relações numéricas a figuras geométricas, tornou-se possível correlacionar Álgebra e Geometria e, assim estabeleceu-se um novo ramo da Matemática, hoje conhecido como Geometria Analítica.

Ainda segundo o autor, o método de Descartes propunha um novo método de raciocínio, o qual tinha por finalidade apontar o caminho para se chegar à verdade científica, apresentado em seu mais famoso livro, Discurso do Método. Embora essa obra tenha se tornado um dos grandes clássicos da filosofia, sua proposição original não era ensinar filosofia, mas sim um método que servisse de introdução à ciência.

Gottschall (2004) aponta que a base do método de Descartes era a dúvida. Ele duvidou de tudo o que podia ser submetido à dúvida, inclusive do conhecimento tradicional, as impressões de seus sentidos e até o fato de ter um corpo físico, chegando a uma coisa de que não podia duvidar: a existência de si mesmo como pensador. Assim chegou à sua famosa afirmação “Cogito, ergo sum”, “Penso, logo existo”, de onde acabou por deduzir que a essência da natureza humana reside no pensamento, e que todas as coisas que são concebidas clara e distintamente são verdadeiras.

Capra (1982) afirma que o método de Descartes é analítico e consiste em decompor pensamentos e problemas e organizá-los em ordem lógica, sendo esta, provavelmente, sua maior contribuição para a ciência, pois a mesma tornou-se uma característica essencial do moderno pensamento científico, tendo sido provado a sua utilidade no desenvolvimento de teorias científicas.

Em contrapartida, conforme o autor, a excessiva ênfase dada ao método cartesiano levou a fragmentação característica do nosso pensamento e das disciplinas escolares. Afirma que surge daí a atitude generalizada de reducionismo na ciência — a crença em que todos os aspectos dos fenômenos complexos podem ser compreendidos se reduzidos às suas partes constituintes. Cabe destacar, ainda, em Capra (1982):

> O método de Descartes nos ensinou a conhecermos a nós mesmos como egos isolados existentes ‘dentro’ dos nossos corpos; levou-nos a atribuir ao trabalho mental um valor superior ao do trabalho manual (...) (CAPRA, 1982, p.55).

Assim, a visão cartesiana que, segundo este autor, gerou a fragmentação característica do pensamento em geral e das disciplinas escolares, fez com que fosse iniciado um processo de análise das coisas em seus componentes cada vez menores, como se essas partes fossem isoladas e independentes.

Nas ciências humanas, de acordo com Capra (1982), a divisão cartesiana culminou com uma interminável confusão acerca da relação entre mente e cérebro e, na Física, tornou extremamente difícil aos fundadores da teoria quântica interpretar as observações dos fenômenos atômicos. O autor ainda destaca que, para Descartes, a existência de Deus era essencial à sua filosofia científica, mas, em séculos subsequentes, os cientistas omitiram qualquer referência explícita a este. As teorias foram desenvolvidas de acordo com a divisão cartesiana e, o universo material consistia em nada além de uma máquina, não havendo propósito, vida ou espiritualidade na matéria. Em consonância com o autor Gottschall (2004) destaca que a natureza funcionava de acordo com leis mecânicas, e tudo no mundo material podia ser explicado em função da organização e do movimento de suas partes.

As consequências adversas da abordagem cartesiana, conforme Reale (2002), tornaram-se evidentes, por exemplo, na medicina, impedindo médicos de compreender muitas das enfermidades. Hoje, embora as limitações do método cartesiano estejam tornando-se cada dia mais evidentes, a estrutura conceitual da ciência por ele desenvolvida foi de extrema importância, pois, a partir destas premissas delineadas, Isaac Newton pode desenvolver uma completa formulação matemática da concepção mecanicista da natureza sintetizando as obras de Copérnico, Kepler, Bacon, Galileu e do próprio Descartes.

A partir das perspectivas dos autores citados, e em consonância com Fino (2000) e Sommerman (2006) conjectura-se que a herança cartesiana contribuiu para o processo de fragmentação do conhecimento que acentou-se gradativamente, gerando um diálogo cada vez menor entre as ciências e consequentemente delimitando cada vez mais especialidades e assim contribuindo para o processo de disciplinarização.

3 ENTRE, ATRAVÉS E ALÉM DAS FRONTEIRAS DISCIPLINARES

Nicolescu (1999) destaca que a evolução dos saberes não tem precedentes na história humana, tendo atingido escalas até então inimagináveis, sendo que os conhecimentos sobre o Universo e os sistemas naturais acumulados durante o século XX ultrapassam aquilo que pôde ser conhecido durante todos os outros séculos reunidos. Este autor conjectura que a proliferação desordenada de disciplinas, a partir do método científico de Descartes, tornaram efêmera a unidade do conhecimento, sendo que o ser humano pode modificar a genética da sua espécie mas é incapaz de evoluir nas questões metafísicas.

O autor destaca, também, que o advento da informática poderia contribuir para um compartilhar de conhecimentos efetivo, porém, a evolução tecnológica acabou por tornar-se essencialmente comercial sendo crescente a dificuldade da humanidade em propor, construir e criar alternativas para superar as crises existentes, pois, embora estejamos vivendo em um momento onde a razão é soberana, o irracional é extremamente atuante.

Outro aspecto relevante, segundo Nicolescu (1999), deve-se ao fato de que, ao longo do século XX, ocorreu a instauração da complexidade que vem a ser nutrida pela pesquisa disciplinar e acaba por determinar a aceleração da multiplicação das disciplinas. Para o autor, o objetivo desta última consiste em esgotar o campo de atuação, porém, na visão clássica das disciplinas, é possível observar que a articulação das disciplinas é piramidal, estando em sua base a Física e a Matemática, e com o advento da complexidade, ocorre o denominado “big-bang disciplinar”. Em consonância com este autor, Wallerstein (1996) destaca:

> A criação de disciplinas múltiplas teve por premissa a crença segundo a qual a investigação sistemática exigia uma concentração especializada nos múltiplos e distintos domínios da realidade, um estudo racionalmente retalhado em ramos de conhecimento perfeitamente distintos entre si (WALLERSTEIN,1996, p.21).

Consequentemente, para Wallerstein (1996), o campo de cada uma das disciplinas torna-se mais estreito dificultando a comunicação entre elas sendo que a história intelectual do século XIX é marcada por um processo de disciplinarização que impede a associação entre trabalhos pertencentes a mesma área do saber. Nesse sentido Nicolescu (2000) pondera:

> Um dos maiores desafios de nossa época, como por exemplo, os desafios de ordem ética, exigem competências cada vez maiores. Mas a soma dos melhores especialistas em suas especialidades não consegue gerar senão uma incompetência generalizada, pois a soma das competências não é a competência: no plano técnico, a intercessão entre os diferentes

campos do saber é um conjunto vazio (NICOLESCU, 2000, p.10).

Nesse contexto, a configuração do saber em unidades curriculares, provoca a compartimentalização do conhecimento, o que favorece a especialização profissional. Contudo, não é possível perceber as conexões entre disciplinas, enxergando-as como módulos estáticos e dissociados que precisam ser cumpridos para obter uma habilitação que permita sua inserção no mercado de trabalho. Diante disto, Nicolescu (2000) enfatiza a necessidade da criação de laços entre as disciplinas que se materializaram na metade do século XX, com o surgimento da plurisdisciplinaridade e da interdisciplinaridade.

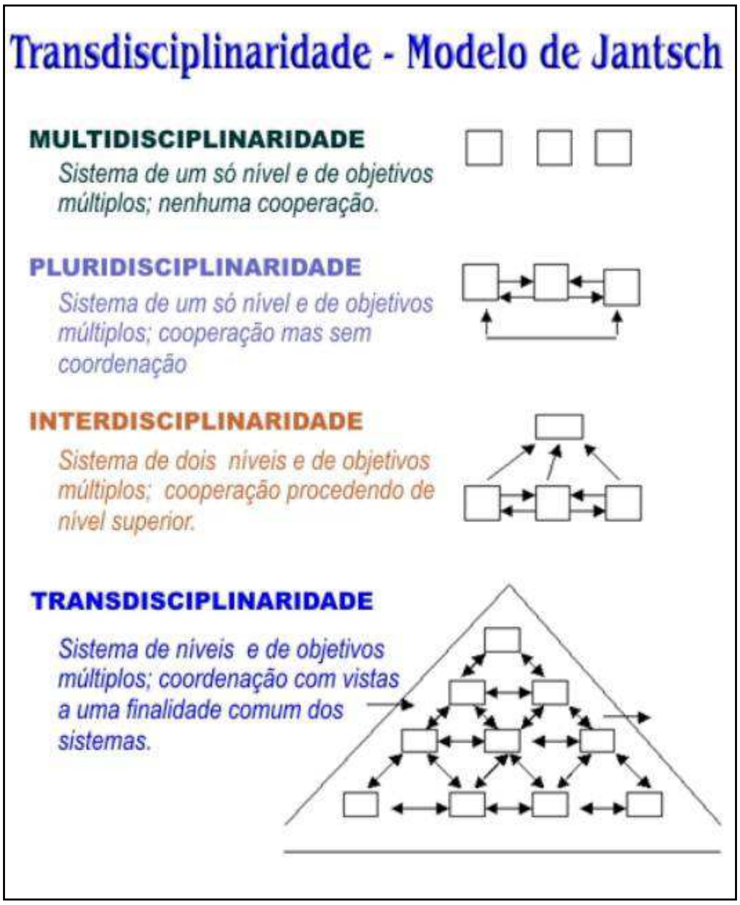
No Brasil, conforme Fazenda (1996), a interdisciplinaridade começou a ser mencionada no mesmo período e exerceu influência na elaboração da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional-LDB 5.692/71 e, recentemente, na 9.394/96 (BRASIL, 1996) a qual menciona, claramente, que é necessária a integração e articulação dos conhecimentos de forma que haja um processo permanente de interdisciplinaridade e contextualização. Também está destacado na lei, como uma das finalidades do Ensino Médio, o aprimoramento do educando como ser humano, sua formação ética, desenvolvimento de sua autonomia intelectual e seu pensamento crítico, bem como a preparação para o mercado de trabalho, representando um marco para a construção da identidade da terceira etapa da educação básica

Fazenda (1996) ainda destaca que a adoção de uma atitude interdisciplinar oportuniza a professores e alunos sairem da zona de conforto, onde ambos consideram-se proprietários epistemológicos de determinado saber, a fim de reintroduzir nas práticas de ensino a dimensão crítica, que pode, e deve, ser trabalhada através da interdisciplinaridade. A interdisciplinaridade, conforme Fazenda (1996), consiste, basicamente, em um trabalho comum através da interação das disciplinas, seus conceitos, metodologias, procedimentos e dados de organização de seu ensino.

Fazenda (1994) destaca que o termo “interdisciplinaridade” surgiu na Europa em meados de 1960 em um momento marcado por movimentos estudantis na Europa, Estados Unidos e alguns países da América Latina os quais reivindicavam um ensino que estivesse atrelado a questões de ordem social, política e econômica vigentes.

Hilton Japiassu, um dos precursores da interdisciplinaridade no Brasil, apresentou, em 1976, uma adaptação da classificação elaborada por Eric Jantsch sobre os termos derivados da interdisciplinaridade: multidisciplinaridade, pluridisciplinaridade e transdisciplinaridade. Essa classificação é apresentada de forma esquemática na Figura 2.

Figura 2– Modelo de Jantsch



Fonte: http://www.sociologia.org.br/tex/ap40.htm.

Conforme Japiassu (1976), a multidisciplinaridade pode ser definida como o primeiro nível de integração de saberes caracterizando uma ação simultânea de várias disciplinas em torno de uma única temática, porém não evidencia as relações existentes entre os conhecimentos disciplinares e não há articulação entre disciplinas. Diferentemente desta, a pluridisciplinaridade apresenta um nível razoável de interação entre os conhecimentos disciplinares, existindo uma ligação entre domínios disciplinares indicando a existência de alguma cooperação entre áreas do saber. Para Nicolescu (1999), a pluridisciplinaridade consiste no estudo de um objeto de uma mesma e única disciplina por várias disciplinas ao mesmo tempo, ou seja, o objeto de estudo é vinculado a outras áreas de saber interelacionando-as. Em contrapartida, a interdisciplinaridade diz respeito à transferência de métodos de uma disciplina para a outra podendo ser dividida em três níveis:

> a) um grau de aplicação. Por exemplo, os métodos da física nuclear transferidos para a medicina levam ao aparecimento de novos tratamentos para o câncer;
>
> b) um grau epistemológico. Por exemplo, a transferência de métodos da lógica formal para

> o campo do direito produz análises interessantes na epistemologia do direito;
>
> c) um grau de geração de novas disciplinas. Por exemplo, a transferência dos métodos da matemática para o campo da física gerou a física-matemática; Os da física de partículas para a astrofísica, a cosmologia quântica; os da matemática para os fenômenos meteorológicos ou para os da bolsa, a teoria do caos; os da informática para a arte, a arte informática. (NICOLESCU, 1999, p.52)

A partir dessa visão e em consonância com Rogers e Rizzo (2006), o enfoque interdisciplinar oportuniza a busca por conceitos originais, métodos e estruturas teóricas por meio da aglutinação dos conceitos, dos métodos e das estruturas teóricas de diferentes disciplinas.

Com relação à transdisciplinaridade, Santos (1995) destaca que o Congresso da Arrábia, em 1994, foi a primeira manifestação mundial desta, tendo sido divulgado neste evento a carta da transdisciplinaridade, composta de quinze artigos. A carta tem como anseio conduzir a formação de uma civilização capaz de um diálogo intercultural buscando interação entre ciência e tradição.

Para Nicolescu (1999) o prefixo "trans" pode ser entendido como "entre", logo a transdisciplinaridade pode ser entendida como aquela que está entre, através e além de qualquer disciplina sendo que seus pilares estão alicerçados em múltiplos níveis de realidade, na lógica do meio e na complexidade que orienta a pesquisa Destaca-se, ainda, que para Piaget (*apud* CHAVES 1998, p. 5) o conceito de transdisciplinaridade envolve "(...) não só as interações ou reciprocidade entre projetos especializados de pesquisa, mas a colocação dessas relações dentro de um sistema total, sem qualquer limite rígido entre as disciplinas", sendo que a atitude transdisciplinar não deve estar limitada as ciências duras e sim transcender as barreiras buscando reconciliar ciências exatas, humanas e a arte.

Com relação aos múltiplos níveis de realidade, Nicolescu (1999) destaca que o espaço entre as disciplinas e além delas tem inúmeras possibilidades, onde cada pesquisa aborda um fragmento desta. Nesta investigação assume-se como realidade tudo aquilo que o individuo tem acesso e considera como pertencente ao seu universo, permeando desde dogmas e crenças que podem emergir do senso comum até informações de caráter científico.

3.1 CONSIDERAÇÕES ACERCA DA CONTEXTUALIZAÇÃO

Conforme Gadamer (1997) o modo como a ciência entra em constante conflito com a consciência do valor humano evidencia a necessidade de se repensar o fato de que sendo o homem um ser único, o mesmo não quer apenas viver, mas saber; saber não para dominar sua existência, mas para encontrar respostas e permanecer buscando a capacidade de desenvolver sua transcendência intelectual. Nessa mesma linha de pensamento Morin (2000) pondera que,

> (...) o desafio da globalidade é também um desafio de complexidade. Existe complexidade, de fato, quando os componentes que constitui um todo (como o econômico, o político, o sociológico, o psicológico, o afetivo, o mitológico) são inseparáveis e existe um tecido interdependente, interativo e inter-retroativo entre as partes e o todo, o todo e as partes. Ora, os desenvolvimentos próprios de nosso século e de nossa era planetária nos confrontam, inevitavelmente e com mais frequência, com os desafios da complexidade (MORIN, 2000, p.14)

No que se refere à educação, a partir das colocações dos autores, entende-se, como necessária a integração de saberes de todas as áreas, em todos os níveis de ensino. Particularmente em relação à Matemática, considera-se que esta ciência deva ser vista e entendida não como algo perfeito e acabado, mas sim como uma ciência em constante processo de evolução e aperfeiçoamento. Conforme Ferriz e La Ferriere (1977), embora a maioria das pessoas sinta-se inibida diante da necessidade de pensar e raciocinar, optando por viver de dados e conclusões emprestadas, é possível adotar o ponto de vista de que existe ou podem existir relações entre a linguagem matemática e outras ciências, bem como das ações e necessidades advindas das relações do homem com o meio físico e social e do mundo do trabalho.

O cenário atual do ensino da Matemática revela que as relações entre o universo escolar e o universo cotidiano são muitas, porém, de acordo com Giardinetto (1999), escassas ou quase inexistentes são ações que coloquem em evidência essas relações. Isso ocorre, segundo o autor, devido ao fato do ensino de Matemática ter sido desenvolvido com ênfase na memorização e resolução de operações, desprezando os conhecimentos adquiridos na vivência cotidiana do indivíduo. Nesse sentido, chama-se atenção para Roegiers e Ketele (2004) quando definem como “analfabetos funcionais” os alunos que adquiriram conhecimentos, porém são incapazes de associá-los à vida cotidiana, diferenciando-os daqueles que vão além da simples memorização de conceito e são capazes de aplicá-los em diferentes situações, como por exemplo, na resolução de problemas. Um exemplo são os alunos que reconhecem fórmulas matemáticas, mas são incapazes de reconhecer a presença destas no contexto em que estão inseridos.

Observa-se, a partir de Giardinetto (1999) que frequentemente é mencionada a necessidade de abordar o conhecimento definido como “saber cotidiano” no ensino de Matemática, e, neste sentido, cabe destacar, segundo o autor, a existência de pesquisas que consideram o conhecimento cotidiano como premissa para o desenvolvimento da prática pedagógica, ocorrendo então o equívoco de minimizar a importância da apropriação do conhecimento matemático escolar sendo que este último é indispensável para o indivíduo resolver situações além do nível imediato.

O autor destaca, também, que a evolução dos conceitos para além do universo cotidiano caracteriza a necessidade de encontrar embasamento matemático-formal para auxiliar na resolução de problemas, pois o domínio do conhecimento matemático formal está presente tanto na esfera utilitária quanto na evolução tecnológica e científica. Assim, segundo o autor, o conhecimento que cada indivíduo elabora para sua vida cotidiana não é suficiente para atender às demandas da esfera utilitária, sendo necessário estar constantemente reelaborando esse conhecimento de onde é possível concluir que a própria vida cotidiana necessita de interferências do não-cotidiano. Com isso, a supervalorização do cotidiano restringe-o gerando limitações do acesso ao conhecimento não-cotidiano. Evidencia-se, assim, que o conhecimento escolar pode oportunizar, a compreensão e condições de orientação e desenvolvimento do conhecimento, sendo a escola é uma instituição mediadora, possibilitando a transição e a integração do saber utilitário ao saber matemático-formal (GIARDINETTO, 1999).

Lutfi (1992) destaca que o conhecimento dito cotidiano está vinculado às relações de domínio de uma sociedade, o que é fator determinante na forma como os indivíduos associam o conhecimento existente, onde a lógica utilitária estará a serviço dos interesses da ordem social vigente. Nesse sentido, Giardinetto (1999) destaca que do distanciamento existente entre a lógica prático-utilitária à serviço dos interesses do capital e o conhecimento matemático sistematizado, o qual utiliza-se de abstrações em níveis que superam o raciocínio pragmático do cotidiano, surge o distanciamento entre a Matemática dita do cotidiano e a Matemática escolar.

Existem inúmeras definições sobre o que é de fato, ciência e conhecimento científico, para tanto é necessário explicitar o que se entende por conhecimento bem como processos de conhecer, conforme destaca França (1994):

> Conhecer é uma atividade especificamente humana. Ultrapassa o mero ‘dar-se conta de’, e significa a apreensão, a interpretação. Conhecer supõe a presença de sujeitos; um objeto que suscita sua atenção compreensiva; o uso de instrumentos de apreensão; um trabalho de debruçar-se sobre. Como fruto desse trabalho, ao conhecer, cria-se uma representação do conhecido- que já não é mais o objeto, mas uma construção do sujeito. O conhecimento produz, assim, modelos de apreensão- que por sua vez vão instruir conhecimentos futuros (FRANÇA, 1994, p.140).

Neste trecho evidenciam-se os principais elementos envolvidos no processo de conhecer, isto porque o sujeito é cognoscente e o objeto uma vez conhecido através da percepção deste, passa a ser denominado através de duas dinâmicas opostas:

> Conhecer significa voltar-se para a realidade, e ‘deixar falar’ o nosso objeto. Mas conhecer

> significa também apreender o mundo através de esquemas já conhecidos, identificar no novo a permanência de algo já existente ou reconhecível. O predomínio de uma ou outra dessas tendências tem efeitos negativos, e é através de seu equilíbrio que se pode alcançar o conhecimento ao mesmo tempo atento ao novo e enriquecido pelas experiências cognitivas anteriores (FRANÇA, 2001, p.43).

Ainda, segundo a autora, trata-se de um processo de transformação onde as ciências almejam encontrar o conhecimento através de métodos a fim de poder agir e transformar a realidade buscando afastar o perigo eminente de reduzir a educação à mera instrução, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e cientes de suas responsabilidades.

Considerando essas reflexões, impõe-se a necessidade de se buscar uma educação que oportunize uma reflexão profunda sobre o quão convergentes podem ser os saberes formais e cotidianos se forem trabalhados como complementares, o que pode levar a uma diminuição do distanciamento existente entre a temida ciência dos números e o contexto em que os indivíduos estão inseridos.

Surge, assim, um cenário propício para discussões acerca da contextualização. Para Silva (2003), contextualização é entendida como um dos recursos para realizar aproximações/inter-relações entre conhecimentos escolares e fatos/situações presentes no dia-a-dia dos alunos. Contextualizar seria problematizar, investigar e interpretar situações/fatos significativos para os alunos de forma que os conhecimentos auxiliassem na compreensão e resolução dos problemas.

Westphal, Pinheiro e Teixeira (2005) destacam que, quando os documentos norteadores do Ensino Médio no Brasil tratam de contextualização estão, expressamente, apontando para uma contextualização sócio-cultural ambientada no cotidiano do aluno, em detrimento da contextualização histórica a qual atuaria como uma âncora ao período de construção do conhecimento. Apontam, ainda, que se de um lado a recontextualização e a contextualização sócio-cultural ambientada no cotidiano do aluno, apregoada pelos PCNEM, aproxima o objeto do aluno dando-lhe sentido e significado, de outro lado, a contextualização histórica ambientada na origem do conhecimento aproxima o aluno do cientista, do construtor, do produtor deste conhecimento, desmitificando a ciência e tornando o seu objeto de estudo mais palatável e motivador.

Os autores conjecturam, ainda, que a partir daí é possível atenuar a visão estereotipada do cientista como um ser sobrenatural, de inteligência sobre-humana e, por isso, inalcançável, bem como os julgamentos que conferem a certa cultura ou sociedade o *status* de atrasada ao analisá-la com os olhos do conhecimento atual.

As concepções de contextualização vem sendo amplamente discutidas e, nesse sentido, Lopes (2002) enfatiza as ambiguidades expressas nas concepções de contextualização dos PCNEM e o discurso curricular híbrido do documento:

> Tais concepções de ensino contextualizado, relacionadas com a valorização dos saberes prévios dos alunos e dos saberes cotidianos, bem como relacionadas com o caráter produtivo do conhecimento escolar, contribuem para a legitimidade dos PCNEM junto à comunidade educacional. É preciso considerar, todavia, o quanto tais concepções estão hibridizadas aos princípios do eficientismo social. Os saberes prévios e cotidianos são incluídos em uma noção de contexto mais limitada em relação ao Âmbito da cultura mais ampla. Contexto restringe-se ao espaço de resolução de problemas por intermédio da mobilização de competências (LOPES, 2002, p. 5).

A partir desta premissa, o autor entende que a educação deve integrar-se às experiências de vida do estudante como cidadão, pessoa e ser humano – a denominada "educação para a vida", a qual permitirá, ao aluno, desenvolver a sua capacidade de raciocínio e espírito crítico, mas não deve estar limitada somente a esta perspectiva, pois desta forma o conhecimento matemático terá sua abrangência limitada.

Em Rodrigues e Amaral (1996), contextualizar o ensino significa trazer a própria realidade do aluno, não apenas como ponto de partida para o processo de ensino e aprendizagem, mas como o próprio contexto de ensino. Os autores analisam criticamente este princípio nos cursos de formação de professores, buscando as possíveis origens deste discurso e procurando compreender conceito de "realidade" que está envolvido nesta tradição de ensino.

Ramos (2002) pondera que a contextualização do ensino é um recurso para ampliar as possibilidades de interação não apenas entre as disciplinas nucleadas em uma área de conhecimento (entre as próprias áreas de nucleação), como, também, entre esses conhecimentos e a realidade do aluno. Para a autora, busca-se, nesta abordagem, a inserção do conhecimento disciplinar em uma realidade plena de vivências, incluindo aspectos e questões presentes na sociedade e no cotidiano do aluno, tais como a melhoria da qualidade de vida e as relações entre Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS).

De acordo com Antonello (2006) o aprendizado sempre ocorre em função da atividade, contexto e cultura no qual se situa, o que "contrasta com a maioria das atividades em sala de aula, que envolvem conhecimentos abstratos, totalmente descontextualizados de situações concretas" (ANTONELLO, 2006, p. 205).

No âmbito da Matemática, Druck (2011) afirma, em entrevista, que a qualidade do ensino está em declínio, sendo indispensável a reflexão acerca das possibilidades de uma aprendizagem efetivamente significativa. Aponta que comumente é mencionada pelo corpo docente a necessidade de ensinar Matemática de forma "contextualizada", porém lança questionamentos acerca do real sentido da palavra contextualização.

Assim, pode-se afirmar que o desenvolvimento de componentes curriculares de Matemática, a partir de um conjunto de circunstâncias, caracteriza a adoção de contextos de ensino, contextos estes que são construídos a partir de uma rede de significados, devendo-se destacar que é indispensável a formulação de caminhos conceituais para que haja embasamento teórico para o desenvolvimento dos componentes curriculares. Nesse sentido Machado (2009) pondera que:

> Ao organizar as tarefas docentes, ao planejar um curso, um professor arquiteta um percurso sobre esta imensa teia; e sem sombra de dúvida, precisa ordenar os passos a serem dados, quase sempre linearmente, encadeando significações (MACHADO, 2009, p.63).

Evidencia-se, então, que não há um percurso conceitual único a ser percorrido, ou seja, é possível construir vários percursos, mesmo partindo de um mesmo contexto e, na composição destes revela-se a importância do papel do professor, o qual deve oportunizar a construção de pontes conceituais entre várias áreas do saber para que seja possível a construção de conhecimento com base na relação de múltiplos contextos e de diferentes características.

Ponte *et al* (2005) ponderam que o processo de criação matemática é constituído de avanços e retrocessos, contrastando com a imagem de que a ciência matemática é um corpo de conhecimento repleto de certezas absolutas e conhecimentos acabados. Conforme Caraça apud Ponte, Brocardo e Oliveira (2005):

> A ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir a maneira como foi sendo elaborada e o aspecto é totalmente diferente- descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só por um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições[...] encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com suas forças e as suas fraquezas subordinadas às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social (CARAÇA *apud* PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, et al, 2005, p.16).

Conjectura-se, a partir de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005), que o conhecimento matemático formal prima pelo desenvolvimento de investigações racionais acerca de objetos específicos e que o conhecimento matemático elementar constitui-se através das necessidades cotidianas, podendo-se afirmar que ambos são complementares. Isto porque o primeiro fundamenta as teorias e o segundo oportuniza uma visão global, visto que a ideia de que a integração de saberes obtida contribui para que o corpo discente seja capaz de relacionar várias áreas de saber e o conhecimento represente algo consistente e não simplesmente um amontoado de informações desconexas e fragmentadas que são resultantes de uma abordagem essencialmente mecânica.

Nesse sentido, o documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2006) evidencia de forma clara e objetiva que a contextualização efetiva não se resume a composição de cenários e narrativas que apresentem os conceitos em situações fictícias, de onde se destaca que:

> É na dinâmica contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar , seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua [...]. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de "ilustrar" o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola (BRASIL, 2006, p.83).

Assim, a contextualização pode e deve ser feita através de resolução de problemas que evidenciem o desenvolvimento de estratégias para resolução mobilizando uma diversidade de competências a fim de realizar tentativas de estabelecer e testar hipóteses para assim validar e comprovar suas respostas.

Ao discutir a ideia de contextualização, Gomes (2002) aponta que é crescente a substituição do conceito de cotidiano e de valorização dos saberes populares pelo conceito de contextualização, ocorrendo frequentemente a suposição de que trata-se do mesmo enfoque. Assim, negligencia-se o fato de que a contextualização é um dos processos de formação das competências necessárias ao trabalho em sociedade onde, a partir de um processo de formação cultural mais amplo, é possível conceber o mundo de forma a transformar as relações existentes.

As situações do cotidiano, de fato, têm grande importância na construção de significados de muitos dos componentes curriculares, mas deve-se considerar de forma igualmente importante a possibilidade de construir significados a partir de questionamentos que emergem da própria Matemática. Essa visão pode oportunizar uma compreensão real e abrangente do significado da Matemática, devendo-se destacar, ainda, que é no momento da construção e/ou elaboração de propostas curriculares que se define o tipo de sociedade que se deseja construir.

Brousseau (1996) afirma que todo contexto deve estar vinculado a uma situação que oriente a aprendizagem do conhecimento em questão para que, dessa forma, possam descontextualizar o saber produzido a partir de concepções muitas vezes caricaturadas do objeto em estudo e reconhecer neste um conhecimento efetivo. Em consonância com esta idéia, os PCNEM apontam que:

> Um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que serviram para lhe dar origem. Para que sejam transferíveis a novas situações e generalizadas, os conhecimentos devem ser descontextualizados, para serem novamente contextualizados em outras situações (BRASIL, 2001, p.36).

Em consonância com este, Brousseau (1996) destaca que para que a contextualização aconteça é necessário uma recontextualização do saber. A recontextualização do saber consiste na elaboração de situações que considerem um contexto que dê significado ao conteúdo a ser ensinado aos alunos. Neste processo, a recontextualização, tem, portanto, o objetivo de promover uma interação capaz de permitir ao aluno agir de forma autônoma, independente. Segundo Brousseau (2008):

> As concepções atuais do ensino exigirão do professor que provoque no aluno – por meio da seleção sensata dos “problemas” que propõe – as adaptações desejadas. Tais problemas, escolhidos de modo que o estudante os possa aceitar, devem fazer, pela própria dinâmica, com que o aluno atue, fale, reflita e evolua. Do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que se produz a resposta, o professor se recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir. O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. (BROUSSEAU, 2008, p.34-35)

Com relação ao contexto, Brousseau (1996) destaca que este pode ser uma situação que tem significado aos atores atuantes e participantes no processo em que estão envolvidos. Esta situação pode ser definida como “uma situação onde o que se faz tem um caráter de necessidade em relação a obrigações que não são arbitrárias nem didáticas” (BROUSSEAU, 1996, p.49).

Concordando com Brousseau (1996), Pavanello (2004) destaca, ainda, que contextualizar significa apresentar o conteúdo ao aluno por meio de uma situação problematizadora, compatível com uma situação real que possua elementos que dêem significado ao conteúdo matemático. Para autora contextualizar nada mais do que é provocar no aluno a necessidade de comunicar algo a alguém, é provocar a necessidade de representar uma situação, discutir sobre essa situação criada e o que está envolvido nela, o que evidencia o caráter interdisciplinar da contextualização.

A partir das reflexões realizadas, pondera-se que o conceito de interdisciplinaridade está tão distante de um consenso quanto o conceito de contextualização, sendo que esta também surge como diversas interpretações parciais de suas potencialidades didático pedagógicas sendo que, conforme os PCN (BRASIL,1999), uma delas seria a de auxiliar na ruptura com a dicotomia entre um ensino preparatório para o vestibular e uma formação profissionalizante. Considera-se que, através da contextualização, é possível atribuir sentido ao objeto em estudo e, a partir da interdisciplinaridade busca a superação da fragmentação disciplinar, tendo em vista que a mesma não se opõe às disciplinas, mas possibilita a exploração de seus limites e potencialidades que, em conjunto com transversalidade, oportuniza a reflexão sobre os pontos convergentes e divergentes entre as disciplinas.

No que se segue serão apresentados e discutidos aspectos sobre a abordagem dada a contextualização nas orientações curriculares.

3.2 A CONTEXTUALIZAÇÃO NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

A contextualização do ensino e a interdisciplinaridade, de acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - DCNEM (BRASIL, 1998), são alguns dos princípios norteadores do currículo do Ensino Médio:

> Interdisciplinaridade e contextualização formam o eixo organizador da doutrina curricular expressa na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (1996). Elas abrigam uma visão do conhecimento e das formas de tratá-los para ensinar e para aprender que permite dar significado integrador a duas outras dimensões do currículo de forma a evitar transformá-las em novas dualidades ou reforçar as já existentes: base nacional comum/parte diversificada, e formação geral/preparação básica para o trabalho (BRASIL, 1998, p.50).

Segundo as DCNEM (1998), é necessário que o currículo esteja orientado por alguns pressupostos, tais como a visão orgânica do conhecimento, interações entre as múltiplas disciplinas, sensibilidade para articular o aprendido com o observado, a teoria com aplicações práticas, a linguagem como sendo fundamental na constituição do conhecimento e de valores, conhecimento como construção coletiva, mobilização de afetos, relações interpessoais e emoções na aprendizagem. Com estas entende-se que a formação do indivíduo ocorrerá “mais pela constituição de competências, habilidades e disposições de condutas do que pela quantidade de informação” (BRASIL, 1998, p.87). O documento aponta, ainda, que para alcançar tais objetivos faz-se necessário que a organização do currículo priorize os conhecimentos e competências gerais, em detrimento de um currículo enciclopédico onde os componentes curriculares devem ser entendidos como meios, e não como fim, fazendo com que as estratégias criadas primem pela construção coletiva do conhecimento com o desenvolvimento de atividades que possibilitem a participação ativa do aprendiz, organizando os conteúdos por áreas interdisciplinares e projetos de onde, a partir da contextualização, estimular-se-á a autonomia do aluno.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 2000) não se constituem em uma imposição de conteúdos a serem ministrados nas escolas, mas sim propostas nas quais as secretarias de educação e as unidades escolares podem utilizar para basear seus próprios planos de ensino voltados para a compreensão e para a construção da realidade social, bem como dos direitos e responsabilidades do indivíduo, cabendo destacar que na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias os PCN+ (BRASIL, 2002) apontam três grandes competências como meta, são elas:

> • Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
> • Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
> • Contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural, na forma de análise crítica das idéias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico (BRASIL, 2002, p.110).

Observa-se que a contextualização, já desde os primeiros parâmetros emitidos (BRASIL, 1999) está intimamente associada à necessidade de que a aprendizagem tenha significado para o educando. Este documento destaca a existência de uma inegável distância a ser superada entre os conteúdos e a experiência do aluno. Assim sendo, a “aprendizagem significativa pressupõe a existência de um referencial que permita aos alunos identificar e se identificar com as questões propostas” (BRASIL, 1999, p.36).

Os PCNEM (2000) apontam que a equipe de formulação destes parâmetros baseou-se em Piaget e Vigotsky e consideraram que conhecer o contexto em que determinado saber foi concebido oportuniza a compreensão da dimensão histórico-filosófica da produção científica, bem como seu caráter de verdade científica, enfatizando que a organização curricular por áreas, numa perspectiva interdisciplinar e contextualizada, pode superar a visão até então segmentada do conhecimento.

Em Matemática, a contextualização apresenta-se como um instrumento facilitador no processo de ensino-aprendizagem, porém deve-se atentar para que esta seja abordada dentro de uma ótica efetivamente ampla não estando restrita somente ao universo do aprendiz, isto porque conforme os PCNEM (2000):

> O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (BRASIL, 2000 p. 43),

Evidencia-se a partir do texto citado que o Ensino Médio deve garantir o espaço para aprofundamento dos conhecimentos, desenvolvendo habilidades como a resolução de problemas, apropriando-se dos aspectos relevantes da linguagem simbólica, validação de argumentos, descrição de modelos e, especialmente, a capacidade de utilizar a Matemática como instrumento para interpretação e intervenção do real.

Destaca-se, ainda, que o discurso sobre a contextualização no PCNEM (BRASIL, 2000) aponta para abordagens distintas do termo contextualização: em momentos está vinculada a uma perspectiva de contextualização sócio-cultural, em outros, como um recurso metodológico ou ainda como um instrumento de aplicação para articular teoria e aplicação no mundo do trabalho. Porém, independente da perspectiva, é evidente que a Matemática pode e deve ser utilizada para interpretar e intervir na realidade. Em relação à contextualização, as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio(DCNEM) consideram que esta pode ser um *recurso* para ampliar as possibilidades de interação entre as disciplinas e, ao considerar que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto, destacam a importância da linguagem para o conhecimento escolar ao longo da transposição didática.

O documento reforça, ainda, a relação existente entre a contextualização com as competências ao destacar que “a contextualização evoca por isso áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural, e mobiliza competências cognitivas já adquiridas” (BRASIL,1999, p.91). A partir desta, alguns contextos tais como trabalho, cidadania, meio ambientes e saúde tornam-se relevante para fins de aproximar teoria e prática bem como atribuir significado ao que se pretende ensinar.

A preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar, com flexibilidade, às novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores são considerados como uma das finalidades do Ensino Médio. O contexto do trabalho é sinalizado nos PCNEM (BRASIL, 2000) como um dos mais importantes na estruturação curricular, o que é evidenciado na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) e na nova identidade de educação básica dada ao Ensino Médio. Nesse sentido os PCN (BRASIL, 1999) enfatizam que as tecnologias, desde as da linguagem até as relacionadas às ciências, “só podem ser entendidas de forma significativa se contextualizadas no trabalho” (BRASIL, 1999, p.93), sendo que a base legal dos programas de preparação profissional enfatiza este entendimento.

O exercício da cidadania, conforme PCN (BRASIL, 1999), consiste em um contexto relevante que não só pode como deve, permear o currículo estando articulado às práticas sociais, culturais e políticas, o que incentiva o desenvolvimento de projetos que contemplem aspectos técnicos, políticos e éticos. O ambiente das relações sociais, da informação, da comunicação de massa e científico, segundo as DCNEM (BRASIL, 1998), deve ser priorizado e o contexto é apontado como o meio privilegiado para dar significado ao que se pretende ensinar. Ainda, sobre o exercício da cidadania, é possível vincular o meio ambiente, corpo e saúde, alcançando significado em aproximação com as preocupações vividas pelos jovens sobre assuntos dessa natureza. Nesse sentido, os PCN (BRASIL, 1999) alertam que:

> Examinados os exemplos dados, é possível generalizar a contextualização como recurso para tornar a aprendizagem significativa ao associá-la com experiências da vida cotidiana ou com os conhecimentos adquiridos espontaneamente. É preciso, no entanto, cuidar para que essa generalização não induza à banalização, com o risco de perder o essencial da aprendizagem escolar que é seu caráter sistemático, consciente e deliberado. Em outras palavras: contextualizar os conteúdos escolares não é liberá-los do plano abstrato da transposição didática para aprisioná-los no espontaneísmo e na cotidianeidade (BRASIL, 1999, p.94).

Destaca-se, então, uma preocupação com os conhecimentos que os alunos já trazem para a sala de aula, de características espontâneas e ascendentes, conforme as Diretrizes Curriculares, e que em certa medida entram em confronto com o que se pretende ensinar e "sugere que o processo de aquisição do conhecimento sistemático escolar tem uma direção oposta à do conhecimento espontâneo: descendente, de níveis formais e abstratos para aplicações particulares" (BRASIL, 1999, p.95).

Pondera-se, de acordo com as DCNEM (BRASIL, 1998), que ambos os conhecimentos são interdependentes, pois se referem ao mundo físico, e que o conhecimento espontâneo pode contribuir para a atribuição de significado ao conhecimento escolar, sendo que "em ambas as direções estão em jogo competências cognitivas básicas: raciocínio abstrato, capacidade de compreensão de situações novas, que é a base da solução de problemas, para mencionar apenas duas." (BRASIL, 1999, p.96).

Conforme as DCNEM (BRASIL, 1998), a contextualização consiste em um recurso pedagógico para tornar a construção do conhecimento um processo permanente sendo que os princípios pedagógicos contidos neste documento, tais como autonomia, diversidade, identidade, interdisciplinaridade e contextualização, estão em consonância com a proposta de um currículo subdividido em uma base nacional comum e parte diversificada, formação geral e preparação para o trabalho, sendo que todas essas quatro abordagens são interdependentes e se contrapõem à dicotomia anteriormente presente no Ensino Médio. Assim sendo, tanto a base nacional comum como a parte diversificada, contemplarão a formação geral e a preparação para o trabalho.

A parte diversificada evidencia o princípio da autonomia da escola na elaboração de seu projeto político-pedagógico, para que este enfatize as necessidades locais, conforme os PCN (BRASIL, 1999), pode contemplar o desenvolvimento de projetos, o enriquecimento e a diversificação curricular e o aprofundamento de uma disciplina ou área isto porque "o seu objetivo principal é desenvolver e consolidar conhecimentos das áreas, de forma contextualizada, referindo-os a atividades das práticas sociais e produtivas" (BRASIL, 1999, p.37). Com relação à formação geral e preparação para o trabalho, os PCN (BRASIL, 1999) enfatizam que a preparação para o trabalho não equivale à formação profissional, mas envolve componentes curriculares e atividades pertencentes a habilitações profissionais em conjunto com as competências desenvolvidas ao longo do Ensino Médio, desde que assegurada a duração e a formação prevista na lei.

No texto específico da área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias dos PCN+ (BRASIL, 2002) apresentam-se subsídios para a implementação das Diretrizes Curriculares no Ensino Médio, sendo que o texto enfatiza que a interdisciplinaridade por ele proposta não se opõe à disciplinaridade do conhecimento, ressaltando que o conhecimento científico disciplinar é parte essencial da cultura do nosso tempo. O que se sugere é orientar a organização curricular a fim de se desenvolver "conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo" (BRASIL, 1999, p.207). Nesse sentido, busca-se desenvolver competências e habilidades onde um dos pontos de partida desse aprendizado seriam os "elementos do domínio vivencial dos educandos, da escola e de sua comunidade imediata" (BRASIL, 1999, p.208), a fim de atribuir maior significado ao que se pretende ensinar.

A Matemática, conforme os PCN (BRASIL, 1999), em seu caráter formativo e instrumental, poderá contribuir para a autonomia e capacidade de pesquisa do aluno, com vistas a um continuar aprendendo, destacando-se, ainda, a relação dessa área de conhecimento com o impacto da tecnologia no modo de vida atual. Um exemplo disso é o computador como instrumento relevante, que "exigirá do ensino da Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento" (BRASIL, 1999, p.252).

O texto dos PCN+ (BRASIL, 2002) assume uma posição mais ampla e abrangente de educação e considera importante o desenvolvimento de valores, habilidades e atitudes articuladas não somente ao conhecimento, mas também às relações interpessoais. Além disso, considera que é necessário redimensionar alguns dos assuntos tratados no ensino de Matemática sendo que "é preciso identificar, analisar e desfazer falsas semelhanças, traduzir linguagens diferentes usadas para o mesmo objeto ou distinguir linguagens iguais usadas para identificar conceitos diferentes" (BRASIL, 2002, p.19). Além disso, a articulação entre as três grandes competências e as áreas é ilustrada em tabelas que exemplificam os objetivos amplos, ou competências, para os quais cada disciplina daria sua contribuição, destacando-se, ainda, que o documento evidencia que a articulação interdisciplinar promove um aprendizado com contexto que difere de um produto suplementar a ser oferecido eventualmente se houver disponibilidade horária entre um componente curricular e outro.

A visão do contexto como uma das possibilidades para a interdisciplinaridade fica mais evidente quando os PCN+ (BRASIL, 2002) afirmam que "o fato do contexto ser usualmente transdisciplinar não dificulta seu tratamento em cada disciplina" (BRASIL, 2002, p.32). Supõe-se que o transdisciplinar é entendido como algo que transcende as disciplinas, retomando-se a questão da complexidade do objeto exigindo a interdisciplinaridade.

Assim, os PCN (BRASIL, 1999) e os PCN+ (BRASIL, 2002) salientam que "porque se aprende e se percebe o aprendido apenas em situações reais, que, numa abordagem por competências, o contexto e a interdisciplinaridade são essenciais" (BRASIL, 2002, p.35). Ainda é destacado, neste mesmo documento, que um ensino por competências impõe um desafio que consiste em organizar o conhecimento a partir não da lógica que estrutura a ciência, mas de situações de aprendizagem que tenham sentido para o aluno, que lhe permitam adquirir um conhecimento que dê subsídios para agir em diferentes contextos e, principalmente, em situações inéditas de vida. Novamente aparece a relação entre o contexto, ou a contextualização, e o que é significativo para o aluno consolidando-se que, de fato, existe uma estreita relação entre a interdisciplinaridade e a contextualização sugerindo, ainda, uma trilogia de ação pedagógica cujos aportes consistem em:

> -Contextualização, que dê significado aos conteúdos e que facilite o estabelecimento de ligações com outros campos de conhecimentos;
> -Respeito ao desenvolvimento cognitivo e afetivo, que garanta ao estudante tratamento atento a sua formação e seus interesses;
> -Desenvolvimento de competências e habilidades em consonância com os temas e conteúdos do ensino (BRASIL, 2002, p.87).

Os itens elencados sintetizam, de modo geral, o ideário do documento, onde cabe destacar que a Matemática transcende seu caráter instrumental e pode ser entendida como uma ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza. Enquanto ciência, sua dimensão histórica e sua estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas ampliam e aprofundam o espaço de conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas relações com outras áreas do saber.

Assim, percebe-se que a contextualização e interdisciplinaridade aparecem, em muitos momentos, articuladas destacando-se na presente investigação que a contextualização também é concebida no sentido preconizado nos PCNEM que apontam:

> (...) contextualizar o conteúdo que se quer aprendido significa, em primeiro lugar, assumir que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto(...)a contextualização evoca por isso áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural, e mobiliza competências cognitivas já adquiridas (BRASIL, 1999, p. 91).

Assim, a contextualização da Matemática pode ser feita considerando diferentes âmbitos e outras áreas do conhecimento, tanto pelo caráter instrumental quanto por seu caráter em conteúdo. E, a partir daí, surge a necessidade de ação, que se caracteriza pela ação interdisciplinar, onde, etimologicamente, de acordo com Fazenda (1994), o prefixo "inter" significa posição ou ação intermediária, o sufixo "dade" atribui o sentido de ação ou resultado de ação ao termo. Já "disciplina", núcleo do termo estudado, significa a *epistemé*, podendo ser caracterizada como ordem que convém ao funcionamento de uma organização, ou ainda regime de ordem imposta ou livremente consentida. Nesse sentido, Fazenda (1994) destaca que:

> Acreditando que o conhecimento deve partir do simples para o complexo, do concreto para o abstrato, do real para o imaginário, ressaltamos que a prática interdisciplinar oportuniza tudo isso, através de conteúdos cujos temas desencadeiam trabalhos com diversos enfoques. Sendo o princípio da máxima exploração das potencialidades de cada ciência, da compreensão de seus limites, o princípio da diversidade e da criatividade (FAZENDA, 1994, p. 38).

Entende-se, a partir daí, que a interdisciplinaridade pode oportunizar a superação da fragmentação dos conhecimentos e experiências escolares, permitindo a instalação de uma concepção abrangente e integradora dos conhecimentos e o estabelecimento de relações entre as áreas, favorecendo a exploração de contextos.

Considerando a orientação existente nos documentos oficiais e da revisão de literatura elaborada conclui-se que embora exista uma multiplicidade de concepções acerca de contextualização e interdisciplinaridade do ensino, considera-se que as mesmas não são contraditórias entre si. E, nesta investigação em consonância com Brousseau (1996), assume-se que contextualizar consiste em articular ou situar o conhecimento específico da disciplina junto a contextos mais amplos e abrangentes tais como o cotidiano do aluno, outras áreas de saber, a ciência, a história, a sociedade e a cultura.

Nesse sentido, quando se fala em contextualização e interdisciplinaridade, um desafio que se apresenta refere-se a como percorrer esses caminhos considerando as configurações atuais do currículo escolar. Assim, emergem dos estudos da Educação Matemática possibilidades que, entende-se, podem se constituir em caminhos possíveis de levar a contextualização e a interdisciplinaridade para a sala de aula de Matemática. Essas possibilidades referem-se a Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Projetos de Trabalho, utilizando como um dos recursos as Tecnologias da Informação e Comunicação. Todos esses elementos isoladamente, ou articulados, podem proporcionar ambientes onde a contextualização e interdisciplinaridade podem se desenvolver. Essas possibilidades apontadas passam a ser discutidas.

3.3 MODELAGEM E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – ALTERNATIVAS PARA A CONTEXTUALIZAÇÃO E RECONTEXTUALIZAÇAO NO ÂMBITO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Para Barbosa (2003), a Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas do saber, onde os conhecimentos em questão são discutidos dentro de um contexto e não de uma área específica.

O uso da Matemática como linguagem simbólica conduz a uma representação da situação problema em termos matemáticos e, de acordo com Bassanezi (2002), um modelo matemático pode ser entendido como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representa uma situação, um fenômeno ou um objeto real a ser estudado e que pode ser expresso através de gráficos, tabelas, equações, sistemas de equações, e outros.

No contexto educacional atual, Machado (1995) considera que um dos maiores desafios dos educadores não é construção do conhecimento, mas sim romper a linearidade acerca da apresentação destes que está impregnada no currículo. Fernandéz (2003) destaca que é indispensável desmistificar cinco paradigmas:

> -A resposta de um problema sempre existe, é numérica. Única e chega-se a ela por um só caminho.
> -A resolução deve ser rápida. Do contrário, isso indica que não se sabe resolver.
> -Se errar, não adianta investigar o erro, é preciso começar de novo.
> -Acerto só vê com esforço e prática para a memorização dos procedimentos.
> -Uma questão não pode gerar dúvida, pois o bom professor não pode fazer isso com a turma. (FERNANDÉZ, 2003, s.p.)

Neste sentido a Modelagem e a Resolução de Problemas surgem como uma possibilidade de transcender a linearidade, oportunizando que situações oriundas de outros contextos articuladas a conhecimentos matemáticos possam oportunizar o desenvolvimento de conhecimentos/conteúdo para o ensino de Matemática.

A Modelagem e a Resolução de Problemas, enquanto práticas educativas no contexto da Educação Matemática, apresentam inúmeras implicações no âmbito educacional e uma diversidade de tratamentos. Particularmente, a Modelagem Matemática é caracterizada por Burak (1998) como uma ferramenta eficaz para a compreensão e interpretação da realidade, oportunizando o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e contribuindo para fomentar o espírito da investigação matemática em sala de aula. Já com relação à Resolução de Problemas Echeverría e Pozo (1998) destacam que:

> A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes (Pozo, Echeverría, 1998, p.9).

Conjectura-se que tanto a modelagem quanto a resolução de problemas podem auxiliar no desenvolvimento da competência de aprender a aprender habituando os estudantes a buscar, por si próprios, respostas às questões que os inquietam, sejam elas questões escolares ou pertencentes ao contexto em que estão inseridos.

Burak (1998, 2004) sugere cinco etapas para o desenvolvimento de uma atividade com modelagem matemática, são elas: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema, finalizando com a análise crítica das soluções. Ainda, segundo o autor, essas etapas devem sempre ser encaminhadas levando-se em consideração as áreas de interesse do grupo e a obtenção de informações e dados do ambiente em estudo.

Com relação à escolha do tema Burak (1998, 2004) sugere que o professor, mediador neste processo, apresente aos alunos alguns temas e incentive-os a sugerir temas para pesquisa, sendo que estes não precisam necessariamente ter ligação direta com a Matemática e seus componentes curriculares.

Após a escolha do tema, deve ser iniciada por professores e alunos a pesquisa exploratória que deve fornecer subsídios para a investigação, devendo abranger aspectos teóricos e práticos do tema a investigar.

A pesquisa de campo para Burak (1998, 2004) é fundamental, porque para o autor o contato com o ambiente oportuniza ao aluno o desenvolvimento dos aspectos formativos e investigativos do tema em questão. E, a partir dos dados coletados, é possível que os alunos elaborem questionamentos pertinentes ao tema.

Nesse sentido, para Burak (1998, 2004) os problemas na perspectiva da modelagem apresentam-se com características distintas do livro didático, isto porque os problemas surgem a partir de dados dos próprios alunos e desenvolve nestes a capacidade de tomar decisões, de formular hipóteses, questionar as várias possibilidades de resolução de um mesmo problema. Durante a resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema em estudo, proporciona-se a abertura para a busca de respostas aos problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser apreendido a partir dos problemas por meio de exemplos simples e até mesmo de forma empírica, para posteriormente ser sistematizado. Realiza-se, assim, um caminho inverso ao convencional, pois o assunto, os problemas e questionamentos oriundos deste determinam os conteúdos a serem usados para resolução.

Mendonça (1993) considera a modelagem como um processo de sentido global que tem em uma situação real a ser problematizada, onde através de um modelo matemático buscar-se-á converter uma situação real em termos matemáticos verificando e validando o mesmo com dados reais. Em consonância com este, Meyer (1998) salienta, ainda, que o trabalho educacional com a modelagem matemática conduz a uma prática contextual próxima de um saber expresso de modo objetivo, crítico e extremamente útil.

Bassanezi (1994) destaca que o uso da modelagem conduz para o ensino de conteúdos matemáticos conectados com outras formas de conhecimento de onde entende-se que a modelagem pode fomentar a introdução de novas ideias e conceitos matemáticos caracterizando assim o conhecimento explorado de forma interdisciplinar, permitindo a compreensão da realidade vivida. Neste processo cabe destacar que o professor assume características diferentes e tem efetivamente o papel de mediador da relação ensino aprendizagem, deve orientar todo o trabalho e oportunizar, através de questionamentos, o posicionamento crítico reflexivo do aprendiz. Essa postura, conforme Barbosa (2001), acaba por redefinir o papel do docente que de detentor do saber passa a ser orientador no processo de construção do conhecimento.

Assim, sem pretender, nesse momento, suscitar uma discussão sobre as diferentes perspectivas a partir das quais a modelagem matemática é concebida ou mesmo suas possíveis relações com a resolução de problemas, destaca-se o potencial de ambos como elementos articuladores de um trabalho que considere situações, contextos e problemas advindos de diferentes áreas e que sejam passíveis de serem tratados matematicamente e que, quando usados em sala de aula, possam se revelar como estratégias de um ensino que proporciona vínculos da matemática escolar com a realidade, interdisciplinar e integrador de conteúdos da própria Matemática.

Entende-se que o desenvolvimento de projetos que busquem respaldo nos caminhos apontados tanto pela resolução de problemas como pela modelagem possam vir a contribuir para o estabelecimento de um currículo para o Ensino Médio que atendam as necessidades e demandas desse nível de ensino.

3.4 TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E REDES SOCIAIS – UMA FORMA DE CONECTAR O ENSINO

Para Moran (2007), a evolução sociocultural e tecnológica da atualidade revela um universo de possibilidades que exigem criatividade e autocrítica na obtenção da informação e na construção do conhecimento. Nas práticas pedagógicas, a inovação tecnológica apresenta-se como desafio, isto porque, o uso das novas tecnologias permite ao professor interpretar, refletir e criar processos de ensino e aprendizagem inovadores e, nesse sentido, destaca-se Levy (1993):

> Novas maneiras de pensar e de conviver estão sendo elaboradas no mundo das telecomunicações e da informática. As relações entre os homens, o trabalho, a própria inteligência dependem, na verdade, da metamorfose incessante de dispositivos informacionais de todos os tipos. Escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são capturados por uma informática cada vez mais avançada. Não se pode mais conceber a pesquisa científica sem uma aparelhagem complexa que redistribui as antigas divisões entre experiência e teoria (Levy, 1993, p. 7).

Nesse contexto, a escola se apresenta como um espaço para a apropriação e construção de conhecimento e tem como papel fundamental instrumentalizar estudantes e professores para pensar de forma criativa em soluções para os desafios atuais da sociedade. Sobre a educação, a qual tem espaço fora e dentro do ambiente escolar, Kenski (2007) pondera:

> A educação é um mecanismo de articulação das relações entre poder, conhecimento e tecnologias. Desde pequena, a criança é educada em um determinado meio cultural familiar, onde adquire conhecimentos, hábitos, atitudes, habilidades e valores que definem a sua identidade social. A forma como se expressa oralmente, como se alimenta e se veste, como se comporta dentro e fora de casa são resultado do poder em relação aos conhecimentos e ao uso das tecnologias que farão a mediação entre professores, alunos e os conteúdos a serem aprendidos.” (KENSKI, 2007, p.18).

Conforme os PCNEM (BRASIL, 2000), a educação básica deve transcender a mera instrução e garantir espaço para aprofundamento dos conhecimentos, desenvolvendo habilidades como a resolução de problemas, a partir da apropriação dos aspectos relevantes da linguagem simbólica, validação de argumentos, descrição de modelos e, especialmente, da capacidade de utilizar as diferentes disciplinas como instrumentos para interpretação e intervenção do real. Neste contexto, entende-se que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) podem contribuir para o desenvolvimento de tais habilidades, considerando-se, principalmente que se constituem em elemento que está definitivamente incorporado à vida do cidadão.

A integração de elementos da computação, telecomunicações e das artes e técnicas gráficas e visuais cria um espaço onde as novas tecnologias assumem um papel importante no processo de utilização e transformação do espaço pedagógico, bem como da ruptura de paradigmas vigentes. Conjectura-se que o uso de novas tecnologias nas práticas pedagógicas, permite o intercâmbio direto entre dois ou mais estudantes, geograficamente distantes, oferecendo-lhes um espaço comum de trabalho, discussão e construção do conhecimento, oportunizando ao aluno sair do seu isolamento e enriquecer sua aprendizagem através da realização de diálogos interativos e do acesso a material multimídia.

Em consonância com os objetivos dos PCNEM (BRASIL, 2000), as tecnologias permitem que os alunos transcendam as fronteiras da escola e ampliem seu conhecimento multiplicando as possibilidades de pesquisa, com amplo acesso ao conhecimento científico. Nesta perspectiva, o professor torna-se parceiro e organizador de um saber coletivo estando mais próximo dos alunos e tornando o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico e inovador. Considerando a utilização da tecnologia, Kenski (2007) pondera que não basta usar a televisão ou o computador, mas é indispensável saber utilizar estes recursos associando a relevância da tecnologia escolhida ao contexto em que o aprendiz está inserido.

Capobianco (2010) destaca que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) possuem recursos para favorecer e enriquecer as aplicações e os processos educacionais, multiplicando as possibilidades de utilização e o compartilhamento de informações. Ainda, segundo o autor, esses aspectos tornam-se possíveis pelo fato das tecnologias oferecerem versatilidade, interatividade e flexibilidade de tempo e de espaço no processo educacional, uma vez que as informações podem ser atualizadas constantemente.

Outro aspecto relevante, pondera Capobianco (2010), refere-se à interação entre os usuários, sendo que estas oportunizam a disseminação de informações que podem ser acessadas através de inúmeros aplicativos em dispositivos fixos ou móveis.

Há alguns anos, as redes sociais eram consideradas o futuro da Internet, e de fato, atualmente representam ampla capacidade de comunicação e conexão social, que possibilitam a atualização e divulgação de um grande volume de informações instantaneamente (SANCHES;PADOVAN;CARITÁ, 2011) e, diante da expansão do uso das redes sociais, a escola, não pode ficar alheia ao papel que estas exercem nas formas de se expressar e de se relacionar (ARAÚJO, 2010).

Frente às novas demandas formativas que estão surgindo neste contexto, é necessário que a educação também se renove e, para isso conjectura-se a partir dos autores que é possível trazer para as práticas escolares o uso das redes sociais, considerando que:

> o ensino via redes pode ser uma ação dinâmica e motivadora. Mesclam-se nas redes informáticas- na própria situação de produção e aquisição de conhecimentos – autores e leitores, professores e alunos. As possibilidades comunicativas e a facilidade de acesso às informações favorecem a formação de equipes interdisciplinares de professores e alunos, orientadas para a elaboração de projetos que visem à superação de desafios ao conhecimento; equipes preocupadas com a articulação do ensino com a realidade em que os alunos se encontram, procurando a melhor compreensão dos problemas e das situações encontradas nos ambientes em que vivem ou no contexto social geral da época em que vivemos (KENSKI, 2004, p.74).

As redes sociais são aplicações que suportam um espaço comum de interesses, necessidades e metas semelhantes para a colaboração, a partilha de conhecimento, a interação e a comunicação (PETTENATI et al., 2006, BRANDTZAEG et al., 2007) e, portanto, representam uma nova tendência de partilhar contato, informações e conhecimento.

As redes sociais, de acordo com Recuero (2005), possuem diversas possibilidades de aplicação: redes comunitárias, redes políticas, redes de troca de produtos, redes mercadológicas, redes de entretenimento, e especificamente, redes de ensino e aprendizado, traduzidas em diversas formas, como comunidades virtuais de aprendizagem, fóruns de discussão, redes de compartilhamento de arquivos, enciclopédias colaborativas online, entre outras finalidades que são atribuídas pelos seus usuários.

Uma das redes sociais mais utilizadas, o Facebook, proporciona uma vasta lista de ferramentas e aplicações que permitem aos usuários comunicar e partilhar informações (EDUCAUSE, 2007) havendo em sua interface aplicativos, que satisfazem diversas áreas de interesse, inclusive a educação. Esta ferramenta, além de ser de fácil de utilização, não necessita de desenvolvimento interno ou de aquisição de software, fornecendo alternativas de acesso a diferentes serviços e permitindo o controle de privacidade. Como facilitador pedagógico, algumas características desta rede são propícias para a educação, tais como a possibilidade de interação nas suas publicações, sejam estas de textos ou vídeos, sendo possível realizar intervenções na sequência deste.

3.5 PROJETOS DE TRABALHO: UMA FORMA DE ORGANIZAR OS CONHECIMENTOS ESCOLARES

O termo “Projeto de Trabalho”, conforme Rodriguez apud Mora (2004), que popularizou-se recentemente, possui origens remotas, sendo que alguns historiadores afirmam que já existiam ideias sobre o mesmo no período pré-colombiano e nas comunidades árabe, asiática e hindu, possuindo diferentes sentidos do ponto de vista pedagógico. Embora não seja possível definir um idealizador desta forma de trabalho o autor pondera que é um método que visa integrar os abismos que separam o mundo escolar e o mundo cotidiano, de forma a oportunizar a aplicação das idéias do corpo discente e integrá-las aos componentes curriculares.

De acordo com Rodriguez apud Mora (2004), filósofos da pedagogia dos séculos XVIII e XIX destacam que os aspectos mais importantes dos projetos devem-se ao fato de este permitir liberdade de expressão e desenvolvimento da criatividade dos alunos, objetivos fundamentais da educação, cabendo aos professores trabalharem de forma a primar pelo desenvolvimento integral das potencialidades do indivíduo. Sobre a postura e ação dos professores o autor destaca:

> Existem três tipos de professores. Uns que propõem a ostentar sabedoria, não ensinar. Outros que querem ensinar tanto que acabam por confundir o aluno. E outros, que estão ao alcance de todos, disponibilizando-se para a consultoria. Estes últimos são aqueles que conseguem educação (RODRIGUEZ apud MORA, 2004, p. 13)

Neste sentido, entende-se que, para o exercício de uma prática pedagógica, diferente da executada nas últimas décadas, é indispensável transcender paradigmas que primam pela reprodução desordenada de informações sem a reflexão.

A apropriação de conhecimentos por meio de projetos de trabalho faz com que os alunos tenham um papel determinante no desenvolvimento deste, uma vez que o método baseia-se no diálogo, participação e cooperação do corpo discente na elaboração de um trabalho cujo assunto deve ser pertinente ao contexto em que está inserido, devendo tratar-se de um problema preferencialmente de relevância social, mediante um processo de participação ativa destes.

Na segunda metade do século XVII, os projetos de trabalho tornaram-se conhecidos após a utilização destes na Academia Real de Paris, que concebia a educação de forma tal que estivesse estreitamente associada ao trabalho de jovens e crianças, baseando-se na busca de um método para desenvolvimento da aprendizagem de forma que houvesse participação constante dos alunos e fosse de um tema relevante e que pudesse auxiliá-los por toda a vida (RODRIGUEZ apud MORA, 2004). Hoje, associa-se aos projetos a necessidade de uma perspectiva do conhecimento globalizado, existindo atividades de pesquisa voltadas para a construção do conhecimento, tanto nas ciências exatas como nas ciências humanas.

De maneira ampla, o termo projeto é definido como:

> Plano de trabalho a ser executado, uma idéia que formamos quando desejamos realizar algo, uma intenção de realizar alguma coisa pré-estabelecida, através de um esquema, ou então se pensarmos em termos puramente educacionais, podemos inferir que projeto é um esboço preparatório ou provisório de um texto, de um trabalho a ser realizado, apresentado ou implementado ou ainda, um projeto institucional, um plano curricular ou planos que os professores fazem para ministrar suas aulas (SILVA, 2005, p.1).

Hernandez e Ventura (1998) apontam que os Projetos de Trabalho se constituem em um instrumento facilitador na criação de estratégias para a organização dos conhecimentos escolares, onde é evidenciada a possibilidade da existência de uma aprendizagem significativa, sendo o aluno sujeito atuante na construção do saber. Possibilitam estabelecer relações entre conhecimentos até então fragmentados, através de um modelo que venha a oportunizar a apreensão do conhecimento, em detrimento a homogeneização do aprendizado, onde os alunos participam e são capazes de interagir com os colegas, compartilhando idéias e desenvolvendo novas competências integrando os conteúdos de outras disciplinas. Os autores elencam como fatores essenciais dos projetos:

> 1. Abordar um sentido da globalização em que as relações entre as fontes de informação e os procedimentos para compreendê-la e utilizá-la fossem levados adiante pelos alunos, e não pelo professorado, como acontece nos enfoques interdisciplinares.
> 2. Introduzir uma nova maneira de fazer do professor, na qual o processo de reflexão e interpretação sobre a prática fosse a pauta que permitisse ir tornando significativa a relação entre o ensinar e aprender.
> 3. Gerar uma série de mudanças na organização dos conhecimentos escolares. (HERNANDEZ; VENTURA, 1998, p. 29)

Destaca-se, baseado nos autores, que um Projeto de Trabalho deve partir das necessidades dos alunos tendo como tema uma situação concreta pertencente ao cotidiano, devendo superar as fronteiras e trabalhar efetivamente de forma interdisciplinar, o que leva os participantes do projeto estruturar o trabalho de forma a atender seus interesses. Esse tipo de trabalho pode proporcionar um aumento considerável na motivação dos alunos já que se trata de um objeto de estudo que oportuniza a análise de um problema de forma livre de métodos pré-estabelecidos pelas disciplinas científicas. Barbosa & Horn (2008), destacam que os projetos podem ser organizados seguindo a seguinte ordem: 1) escolha do tema; 2) planejamento do professor e dos alunos; 3) busca por informações; 4) estratégias de trabalho para as informações; 5) documentação ou dossiê do que foi trabalhado. Alguns autores definem outras formas de organização, porém, em síntese, todos trabalham com um tema ou problema e estratégias para a exploração desse tema ou solução do problema.

A sociedade contemporânea e as instituições de ensino enfrentam novos desafios em um tempo de incertezas, com novos saberes sobre o aprender e sobre os sujeitos pedagógicos, e, nesse sentido Hernandéz (2004) destaca:

> A perspectiva educativa dos projetos de trabalho se situa nos esforços de repensar a escola e sua função educadora em um mundo de complexidades, onde há outras formas de consentir a informação que não passam pelo livro didático. É uma sociedade na qual o corpo e não apenas a mente é uma referência essencial para aprender, desde o diálogo até a relação com o outro e com ele mesmo. Uma sociedade na qual aprender a dar sentido se converte em um desafio. Os projetos de trabalho tratam de superar a gramática da escola que foi definida no final do século XIX e começo do XX, que divide os tempos, os espaços, as disciplinas e os sujeitos de forma hierárquica e seguindo um modelo de controle social que pouco tem a dizer sobre as sociedades atuais. (HERNÁNDEZ, 2004, p. 3).

Assim, entende-se que os Projetos de Trabalho constituem uma alternativa para o desenvolvimento de intervenções didáticas experimentais, tendo em vista a possibilidade de articular situações advindas de áreas de interesse dos estudantes, envolvendo-os desde a escolha do tema até a resolução do problema. Possibilita, também, a análise, interpretação e a crítica por parte dos alunos além de oportunizar o desenvolvimento de conexões entre diversas áreas do saber.

No desenvolvimento de um projeto percebe-se, ainda, a possibilidade de integração de distintos caminhos metodológicos (resolução de problemas, modelagem) ou de recurso (à tecnologia, por exemplo), aos quais se podem lançar mão para a concretização das ações que constituem o mesmo. Entende-se que os caminhos e recursos apontados podem ser utilizados articulados ou separadamente, de acordo com o tema ou atividade do projeto.

4 METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Lakatos e Marconi (1996, p.15) ponderam que “Pesquisar não é apenas procurar a verdade; é encontrar respostas para questões propostas, utilizando métodos científicos.” A referida afirmação vai ao encontro dos objetivos da presente investigação, de cunho qualitativo, que busca investigar o significado da contextualização no âmbito da Matemática no Ensino Médio e como essa contextualização pode ser levada para a sala de aula no ensino de conhecimentos específicos. No que se refere a natureza qualitativa do estudo Garnica (2004) o caracteriza da seguinte forma:

> (a)a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p. 86).

As características acima descritas apenas norteiam de forma ampla o significado da análise dos dados desta intervenção, a qual prioriza processos descritivos. Nesse mesmo sentido, Bogdan e Biklen (1994) destacam que a pesquisa qualitativa compreende um conjunto de diferentes técnicas interpretativas que devem descrever a realidade e devem ser capazes de contribuir para a compreensão dos fenômenos, buscando a compreensão do contexto e integrar estes resultados com o objeto em estudo.

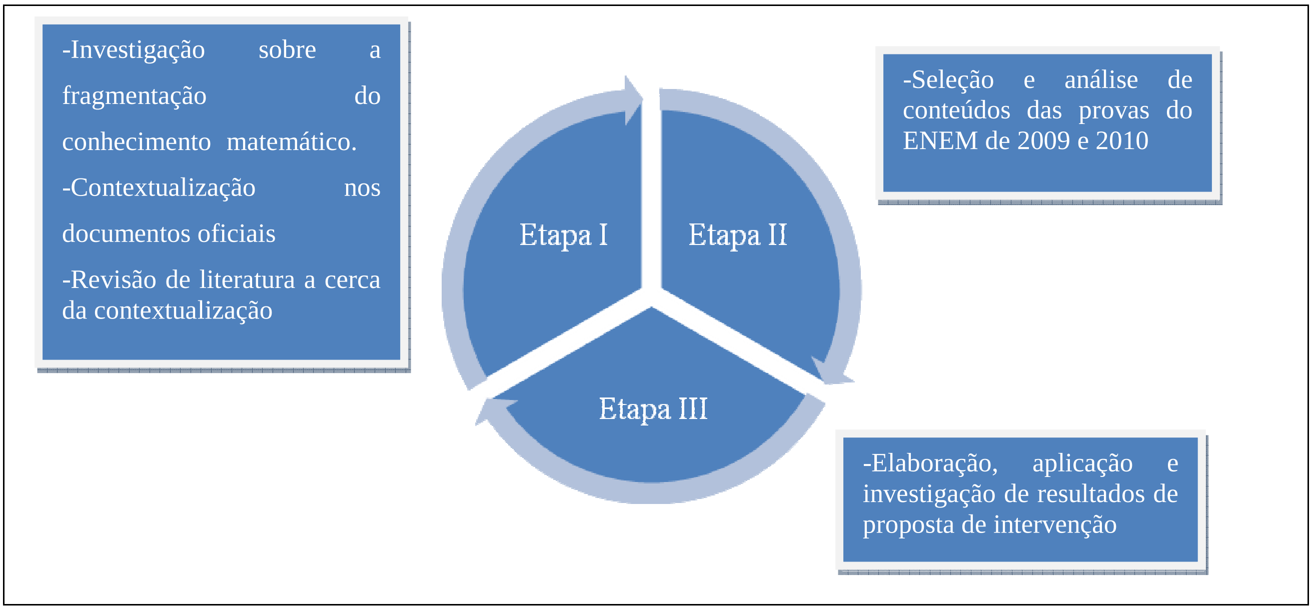
Godoy (1995) afirma que em se tratando de uma pesquisa qualitativa, o foco principal não é a forma com que os fatos se revestem, mas sim, o seu sentido, sendo possível caracterizá-la pelo fato do pesquisador ser um instrumento fundamental na coleta de dados, seu caráter descritivo e o enfoque indutivo.

Assim, embasado na perspectiva dos autores supracitados e em consonância com os objetivos da investigação, o caminho metodológico escolhido prevê que os dados serão analisados buscando averiguar os significados, a compreensão e a interpretação sobre os aspectos investigados e serão complementados por informações quantitativas.

4.1 A ORGANIZAÇÃO DA INVESTIGAÇÃO

A presente investigação está estruturada em três etapas articuladas entre si e das quais derivam ações que, em conjunto, buscam atender aos objetivos de pesquisa. O quadro da Figura 3 apresenta uma síntese do desenvolvimento das diferentes etapas da investigação.

Figura 3- Etapas da Investigação



Fonte: a pesquisa.

A primeira etapa da investigação consiste na realização de pesquisa teórica para embasamento da mesma, onde é abordada a concepção de fragmentação do conhecimento matemático sob uma perspectiva histórica, bem como o significado da *contextualização* tendo como base o que é preconizado pelos documentos oficiais e as contribuições de autores que investigam este tema. Esta etapa justifica-se não só para delimitação da abrangência do problema de pesquisa, mas também, para definir a estratégia de pesquisa mais adequada para a investigação das concepções existentes acerca da *contextualização.*

A partir da discussão teórica com relação a contextualização, inicia-se a segunda etapa da investigação, a qual consiste na análise das questões das provas do Exame Nacional do Ensino Médio- ENEM pertencentes às provas de Matemática e suas Tecnologias dos anos de 2009 e 2010.

Optou-se por utilizar o ENEM como balizador para análise dos níveis de contextualização considerando as competências e habilidades preconizadas em sua matriz e o fato de que a mesma está alinhada e, de certa forma, sintetiza o que está posto nos diferentes documentos oficiais referentes ao Ensino Médio já mencionados (Parâmetros e Orientações Curriculares, Diretrizes...). A referida matriz enfatiza a capacidade do estudante estabelecer novas conexões, operando mentalmente linguagens abstratas, manipulando conceitos e procedimentos específicos para compreender os fenômenos, resolução de problemas, discussão e analise de estruturas argumentativas e capacidade de transformar a teoria em propostas e aplicações prático-concretas (CONDEIXA *et al.*, 2005).

Em suas primeiras edições, o ENEM apresentava 63 questões de múltipla escolha e uma proposta de redação dissertativa. Em 2009, o MEC alterou a estrutura e aplicação da prova que passou a ter um total de 180 questões e uma proposta de redação dissertativa.

As provas do ENEM de 2009 e 2010 são compostas por quatro provas objetivas aplicadas em escolas de todo o Brasil, sendo que cada uma das provas possui 45 questões de múltipa escolha, e uma proposta de redação. As provas objetivas foram divididas nas seguintes áreas de conhecimento:

- Prova I – Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Redação: Língua Portuguesa, Língua Estrangeira (Inglês ou Espanhol), Artes e Educação Física;
- Prova II – Matemática e suas Tecnologias: Matemática;
- Prova III – Ciências Humanas e suas Tecnologias: História, Geografia, Filosofia e Sociologia;
- Prova IV – Ciências da Natureza e suas Tecnologias: Química, Física e Biologia.

Com relação a prova I, as opções de língua estrangeira disponíveis são o inglês ou espanhol, sendo que o idioma é escolhido pelo candidato no momento da inscrição. Destaca-se que as provas possuem quatro diferentes cores (azul, amarela, branca e rosa) que caracterizam a diferença na ordem de apresentação das questões. As provas são aplicadas em dois dias sendo que no primeiro dia os candidatos realizam a prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias, enquanto no segundo dia realizam prova de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias.

Assim, na segunda etapa da investigação, foi realizada uma análise crítico reflexiva sobre as questões do Exame Nacional do Ensino Médio da prova de Matemática e suas Tecnologias[3] dos anos de 2009(Anexo B) e 2010 (Anexo C) de cor azul, cujo foco foi o de identificar as competências e habilidades requeridas nas questões, os conteúdos e o nível de contextualização

[3] Disponível também em http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-anteriores

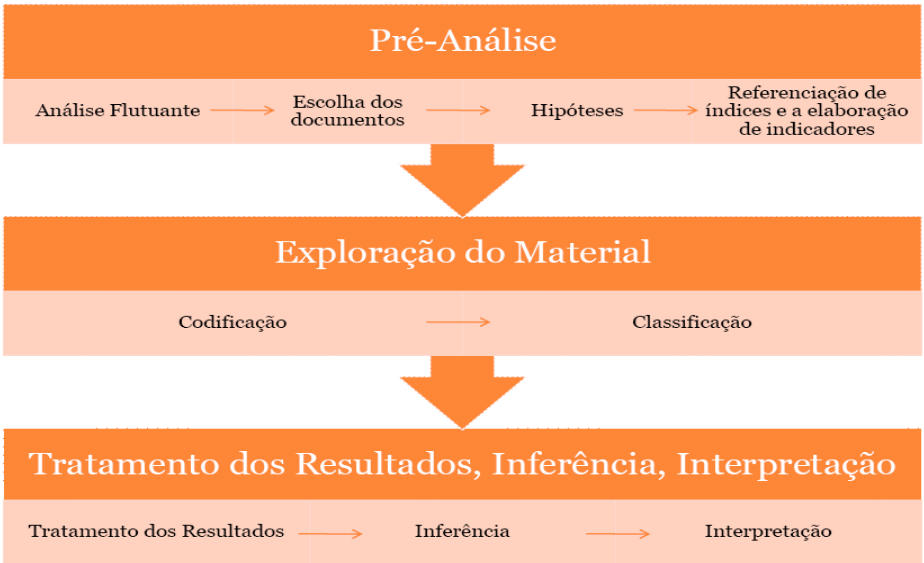
presente nas questões.

Para realização da referida análise foram utilizadas técnicas de análise de conteúdo conforme proposto por Bardin (2002). Essa análise consiste em um processo criterioso com inúmeros aspectos observáveis, cuja pretensão é a de fornecer técnicas precisas e objetivas que sejam suficientes para garantir à descoberta do “verdadeiro significado”, externando tudo aquilo que está implícito em determinada situação observada.

Destaca-se, também, que segundo a autora, toda a análise está fundamentada e é influenciada pelas concepções do pesquisador, onde o conhecimento científico resulta da composição entre razão, experiência, imaginação e verificação.

A partir de Bardin (2002) a organização da análise das provas do ENEM de Matemática e suas Tecnologias dos anos de 2009 e 2010 foi estruturada em três fases, organizada conforme esquema apresentado na Figura 4:

Figura 4- Desenvolvimento de uma análise de conteúdo.



Fonte: baseado em Bardin (2002, p.102).

A Pré-Análise se constitui na organização e seleção do material, objeto do estudo, a fim de torná-lo operacional e sistematizar as ideias iniciais. Ainda, na Pré-Análise foi efetuada a “leitura flutuante” que consistiu em estabelecer o contato inicial com as provas dos anos de 2009 e 2010 para obtenção das impressões iniciais que gradativamente tornaram-se mais precisas. A seleção dos documentos foi constituída pela delimitação do material a analisar e, para esta delimitação, foram utilizadas as seguintes regras: Regra da Exaustividade, que consistiu em esgotar a totalidade do acervo e ou coleção; Regra da Representatividade, que evidenciou que a amostra deveria representar o universo em questão; Regra da Homogeneidade, onde os dados referiram-se ao mesmo tema, sendo obtidos por técnicas iguais e selecionados por indivíduos semelhantes; Regra da Pertinência; que ressaltou que os documentos necessitavam adaptar-se ao conteúdo e objetivos previstos; Regra da Exclusividade, a qual definiu que um elemento não deveria ser classificado em mais de uma categoria.

A partir daí efetuou-se a preparação do material bem como as operações de codificação e estabelecimento de referenciação de índices e elaboração de indicadores para o tratamento dos resultados obtidos. A partir dessa análise inicial, constatou-se que uma mesma questão pode estar aferindo mais de uma competência, tendo sido utilizado como critério para classificação a competência predominante de acordo com a avaliação da investigadora.

Tomando como referência as análises realizadas, na terceira etapa da investigação foram estruturadas intervenções didáticas experimentais cujo objetivo foi propor um conjunto de atividades sobre temas específicos de Matemática que busquem a contextualização no sentido apontado pelas reflexões teóricas realizadas, pela análise produzida nas provas do ENEM considerando sua matriz de referência. Das “intervenções didáticas experimentais” elaboradas, uma foi escolhida para ser desenvolvida junto a uma turma de estudantes do Ensino Médio noturno da rede pública de ensino no município de Taquari. Considera-se que o trabalho conduzido junto aos estudantes é parte fundamental da investigação, pois é o momento em que pode se tentar colocar em prática o que os referenciais e documentos oficiais apontam como “o que deve ser realizado” no Ensino Médio.

4.2 LOCUS E SUJEITOS DA APLICAÇÃO DA INTERVENÇÃO DIDÁTICA

O município de Taquari localiza-se na região central do Rio Grande do Sul (Figura 5), pertence à Mesorregião do Centro Oriental Rio-Grandense e à Microrregião de Lajeado-Estrela. Segundo dados do ultimo censo do IBGE[4] (2012), o município tem em torno de 26.000 habitantes distribuidos em uma área territorial de 349 Km². A economia do município está fortemente baseada na silvicultura de reflorestamento do Eucalipto e da Acácia para atender à demanda das indústrias de beneficiamento de papel, celulose e produção de painéis de madeira instaladas na região.

[4] http://www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1

Figura 5- Localização Município de Taquari no Estado do Rio Grande do Sul

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Taquari

A cidade possui sete escolas municipais, onze escolas estaduais e uma escola particular, sendo que a intervenção didática será aplicada junto a alunos do Instituto Estadual de Educação Pereira Coruja.

O Instituto Estadual de Educação Pereira Coruja[5], cuja fachada principal é destacada na Figura 6, foi fundado em 1902 e tem como filosofia “agir para transformar com autonomia, coerência, responsabilidade e solidariedade”.

A Escola considera a autonomia uma condição indispensável para que o indivíduo, com liberdade e independência, possa tomar decisões e buscar alternativas de solução diante dos desafios diários. E, nesse sentido, enfatiza a coerência como uma atitude essencial na formação de um cidadão que saiba construir sua própria história e a história coletiva, com harmonia entre o pensar, o falar e o agir. Destaca, ainda, que a responsabilidade e solidariedade são condições indispensáveis

[5] Informações disponíveis em http://pereiracoruja.com.br/principal/filosofia/index.html

para que homens e mulheres possam construir sua vivência em comunidade realizando-se através de prática do bem comum.

Figura 6- Fachada do Instituto Estadual de Educação Pereira Coruja, em Taquari-RS

Fonte: http://*www.* pereiracoruja.com.br/

A Escola tem aproximadamente 1.100 alunos, 70 professores e 19 funcionários distribuídos em turmas de Educação Infantil, Ensino Fundamental de oito e nove anos, Ensino Médio, Ensino Médio Politécnico, Ensino Médio modalidade Normal, Técnico em Química e Técnico em Meio Ambiente.

Na Escola, os sujeitos da investigação são alunos do Ensino Médio noturno, pertencentes a uma turma de segundo ano com idades entre 16 e 37 anos.

4.3 INSTRUMENTOS DE INVESTIGAÇÃO

Na aplicação de intervenções didáticas experimentais deve ser possível validar a abordagem do objeto de estudo, sendo necessário selecionar instrumentos que serão utilizados para a coleta dos dados. Um dos instrumentos recorrentes, conforme Fiorentini & Lorenzato (2009), para as investigações é a observação com o respectivo registro em diário de campo ou de bordo, por abranger a perspectiva descritiva e interpretativa, e oportunizar ao investigador, a partir destes registros, a impressão de suas reflexões. Ainda, segundo os autores, o diário tem como objetivo registrar de maneira detalhada e cronológica, os acontecimentos, as rotinas e as conversas que contribuirão no processo de análise das ocorrências observadas.

Nesta investigação, a fim de oportunizar uma interação entre os sujeitos da investigação e o investigador além dos momentos disponíveis em sala de aula, optou-se por utilizar uma espécie de diário de bordo eletrônico, tendo sido realizado inicialmente um diagnóstico juntamente aos alunos sobre a facilidade ou não do acesso destes à internet e redes sociais, decidindo-se, em conjunto, por utilizar o Facebook como um diário on-line para envio, postagem e discussão de todas as etapas da intervenção.

Destaca-se, ainda, de acordo com Fiorentini & Lorenzato (2006), que o desenvolvimento de uma investigação associa-se a uma série de etapas organizadas em consonância com a opção metodológica escolhida e de acordo com os procedimentos de coleta de dados decorrentes desta que encaminham a interpretação das informações colhidas, a análise.

Os dados foram coletados durante todas as etapas do desenvolvimento da referida intervenção didática, através de registros diários de observação, filmagens, gravação de voz e pareceres escritos sobre o trabalho em desenvolvimento efetuados pelos alunos. Destaca-se que todos os alunos envolvidos assinaram, juntamente com seus pais, um termo de consentimento (Apêndice A) para uso de imagens e expressão oral e verbal dos alunos.

Ressalta-se que as decisões sobre as técnicas e instrumentos para coleta de estão fortemente vinculados a avaliação da investigadora, sobre a forma como esta a concebe e das características que essa apresenta, considerando as circunstâncias, as perspectivas e contextos de análise.

A culminância do trabalho será com a exposição destes na feira denominada “Feira Ideias ao Vento”. Além disso, os alunos deverão confeccionar um artigo seguindo normas pré-estabelecidas pela investigadora com relação a organização do mesmo, elementos, normas para apresentação (Associação Brasileira de Normas Técnicas-ABNT).

5 ANÁLISE DAS PROVAS DO ENEM

As provas de Matemática e suas Tecnologias do ENEM são apresentadas em quatro cores sendo que para a presente análise foram escolhidas as provas de cor azul dos anos de 2009 e 2010, que juntas totalizam 90 questões. Como já destacado as diferentes cores da prova do ENEM caracterizam a diferente ordem de apresentação das questões, embora todas as provas contemplem as mesmas questões.

Selecionaram-se para a análise as provas de 2009 e 2010 por serem as primeiras avaliações aplicadas após a reestruturação da matriz de referência do ENEM. A análise foi realizada considerando três diferentes aspectos observados nas questões que compõe as provas: competências e habilidades, conhecimento/conteúdo e dimensões de contextualização.

5.1 COMPETÊNCIAS E HABILIDADES NAS PROVAS DO ENEM DE 2009 E 2010

Conforme o Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)[6], o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), consiste em uma prova criada pelo Ministério da Educação e Cultura do Brasil (MEC) que é utilizada como ferramenta para avaliar a qualidade geral do Ensino Médio no país, como exame de acesso ao Ensino Superior em universidades brasileiras, e como ingresso em universidades privadas pelo Programa Universidade para Todos (PROUNI). O PROUNI é um programa que tem como finalidade a concessão de bolsas de estudo integrais e parciais a estudantes de cursos de graduação e sequenciais de formação específica, em instituições privadas de educação superior. Criado pelo Governo Federal em 2004 e institucionalizado pela Lei nº 11.096, em 13 de janeiro de 2005, ele oferece, em contrapartida, isenção de alguns tributos àquelas instituições de ensino que aderem ao Programa.

Criado em 1998, o ENEM teve, inicialmente, por princípio, avaliar anualmente o aprendizado dos alunos do Ensino Médio em todo o país, para auxiliar o MEC na elaboração de

[6] Informações sobre o ENEM disponíveis no site oficial do INEP: http://enem.inep.gov.br

políticas pontuais e estruturais de melhoria do ensino brasileiro, promovendo alterações nos mesmos conforme indicassem o cruzamento de dados e as pesquisas sobre os resultados do ENEM. Trata-se da primeira iniciativa de avaliação geral do sistema de ensino implantado no Brasil. O primeiro modelo de prova do Enem, utilizado entre 1998 e 2008, consistia em 63 questões objetivas e uma redação aplicadas em um dia de prova.

Em 2009, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) apresentou a proposta de unificar o vestibular das universidades federais utilizando um novo modelo de prova para o ENEM, argumentando a necessidade de existência de um exame nacional unificado, desenvolvido com base em competências, habilidades e conteúdos mais relevantes, passando a definir a política educacional e o conteúdo a ser ensinado.

A partir de então, as provas passam a ter 45 questões objetivas de cada uma das quatro áreas do conhecimento e uma prova de redação. As áreas são assim divididas: Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Física, Química e Biologia); Ciências Humanas e suas Tecnologias (História, Geografia, Filosofia e Sociologia); Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Redação (Língua Portuguesa, Literatura, Língua Estrangeira, Artes Visuais e Redação); Matemática e suas Tecnologias (Matemática).

O INEP aponta que o ENEM está estruturado a partir de competências definidas como modalidades estruturais da inteligência, ações e operações que são utilizadas para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que se deseja conhecer, e habilidades, definidas como decorrentes das competências adquiridas e que se referem ao plano imediato do saber fazer, articulando-se por meio das ações e operações.

A Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias foi estruturada, de acordo com o INEP, para fundamentar a elaboração das provas e está organizada em sete competências as quais se subdividem em distintas habilidades. Na Figura 7, apresenta-se a matriz segundo a qual foram elaboradas as provas dos anos de 2009 e 2010.

Figura 7- Competências e habilidades – Matriz do ENEM.

COMPETÊNCIAS	HABILIDADES
Área 1 – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.	H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais. H2 – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem. H3 – Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos. H4 – Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas. H5 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Área 2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.	H6 – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional. H7 – Identificar características de figuras planas ou espaciais. H8 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma. H9 – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano
COMPETÊNCIAS	**HABILIDADES**
Área 3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.	H10 – Identificar relações entre grandezas e unidades de medida. H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano. H12 – Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas. H13 – Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente. H14 – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.
Área 4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.	H15 – Identificar a relação de dependência entre grandezas. H16 – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais. H17 – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação. H18 – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.
Área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.	H19 – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas. H20 – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas. H21 – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos. H22 – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação. H23 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.
Área 6- Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.	H24 – Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências. H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos. H26 – Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.
Área 7 – Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.	H27 – Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de freqüências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos. H28 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade. H29 – Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação. H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Fonte: Matriz de Referência do ENEM disponível em: http://enem.inep.gov.br

Entende-se que a matriz do ENEM se constitui em importante aporte para investigações de questões relativas ao Ensino Médio, além de representar uma evolução importante no processo de avaliação dos estudantes, sendo pautada com ênfase nas habilidades consideradas essenciais para a sociedade contemporânea. A Matriz preconiza ainda, que a competência de ler, compreender, interpretar e produzir textos, no sentido amplo do termo, não está limitado a abordagem na prova de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, mas perpassa todas as provas.

Questiona-se o fato do exame, sua matriz de competências e o atual currículo do Ensino Médio possuírem, muitas vezes, estruturas diferentes e, nesse sentido, entende-se como necessário compatibilizar a matriz com os diversos currículos estaduais para que, assim, o ENEM possa ser consolidado como uma avaliação efetivamente democrática e norteadora da educação básica, e, além disso, um critério de classificação e um indicador da qualidade de aprendizagem.

Moretto (2002) destaca que as transformações da sociedade estão contribuindo para uma transformação cultural e modificando as formas de produção e apropriação dos saberes. E nesse sentido, competências e habilidades ganharam destaque no âmbito educacional, pois estão vinculadas simultaneamente ao cotidiano social e educacional. O autor ainda destaca que educar para competências consiste em contribuir para o desenvolvimento e fortalecimento de recursos que deverão ser mobilizados para resolver determinada situação e as habilidades decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do "saber fazer" onde por meio das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam-se, possibilitando nova reorganização das competências

Nesse sentido, a análise de competências e habilidades nas provas de Matemática de 2009 e 2010 aponta que, de modo geral, todas as competências da matriz estão presentes nas provas analisadas. Porém, observou-se que as habilidades não foram exploradas de forma equitativa nas provas em estudo, havendo em uma mesma prova, repetidas vezes, questões que se referiam a uma determinada habilidade em detrimento de outra. Além disso, constatou-se que as fronteiras que separam as diferentes habilidades são muito frágeis, o que pode limitar o processo de categorização.

A Figura 8 apresenta uma tabela comparativa com o número de abordagens de cada uma das habilidades das provas em estudo, obtida a partir da análise realizada, na qual são evidenciadas as disparidades na distribuição das habilidades nos anos de 2009 e 2010. Conjectura-se que a ênfase dada a determinadas habilidades nas provas está relacionada ao fato de que certas habilidades envolvem um grau de complexidade maior para serem avaliadas no âmbito de uma prova objetiva. Por exemplo, como avaliar em uma prova objetiva "propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos [...]"?

Figura 8- Distribuição Habilidades/n° de questões nos anos de 2009 e 2010

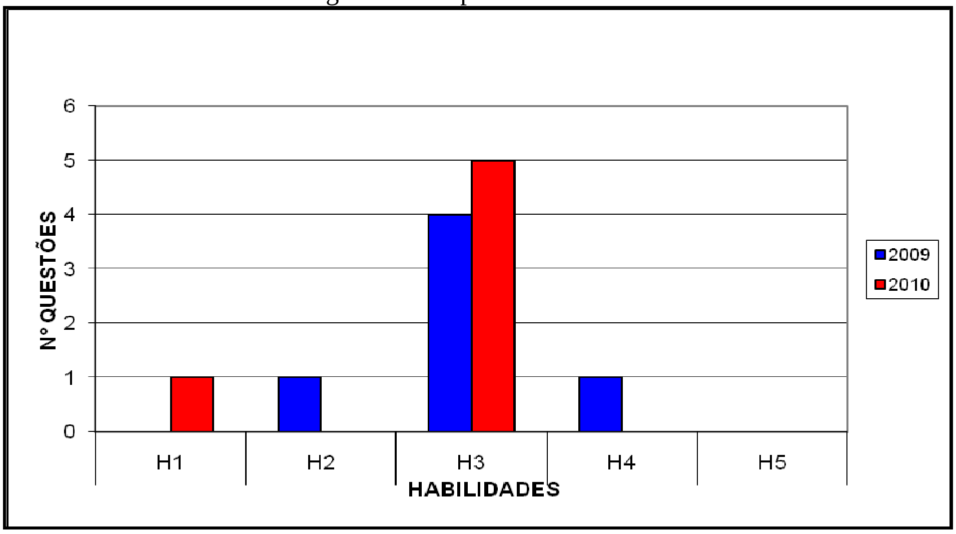
COMPETÊNCIAS/HABILIDADES		2009	2010
	H1	-	1
	H2	1	-
	H3	4	5
	H4	1	-
Competência da Área 1	H5	-	-
	H6	2	2
	H7	-	1
	H8	11	10
Competência da Área 2	H9	-	3
	H10	-	1
	H11	2	1
	H12	7	-
	H13	-	-
Competência da Área 3	H14	-	-
	H15	-	2
	H16	2	1
	H17	-	-
Competência da Área 4	H18	-	-
	H19	-	-
	H20	1	-
	H21	3	3
	H22	-	-
Competência da Área 5	H23	-	-
	H24	1	1
	H25	4	7
Competência da Área 6	H26	-	1
	H27	2	2
	H28	2	2
	H29	2	2
Competência da Área 7	H30	-	-

Fonte: a pesquisa

A seguir são apresentados aspectos específicos do estudo realizado nas provas, no que se refere às habilidades avaliadas, por meio da elaboração de gráficos comparativos para auxiliar no encaminhamento da análise. Apresenta-se e discute-se a abordagem das habilidades nas provas em estudo, sendo que em azul têm-se o número de questões da prova de 2009 e, em vermelho os dados de 2010, seguindo-se de considerações sobre os resultados encontrados.

A competência da área 1 - construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais - contempla cinco habilidades, sendo que nem todas foram abordadas nas provas analisadas, conforme representado da Figura 9.

Figura 9- Competência da área 1



Fonte: a pesquisa.

Com relação a habilidade 1 - reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações- naturais, inteiros, racionais ou reais -, a mesma foi abordada em uma única questão no ano de 2010. Observa-se, também, que os Números Complexos não estão contemplados no descritor da referida habilidade, embora seja um componente curricular com grande ênfase nos livros didáticos e nos componentes curriculares trabalhados junto aos alunos de nível médio.

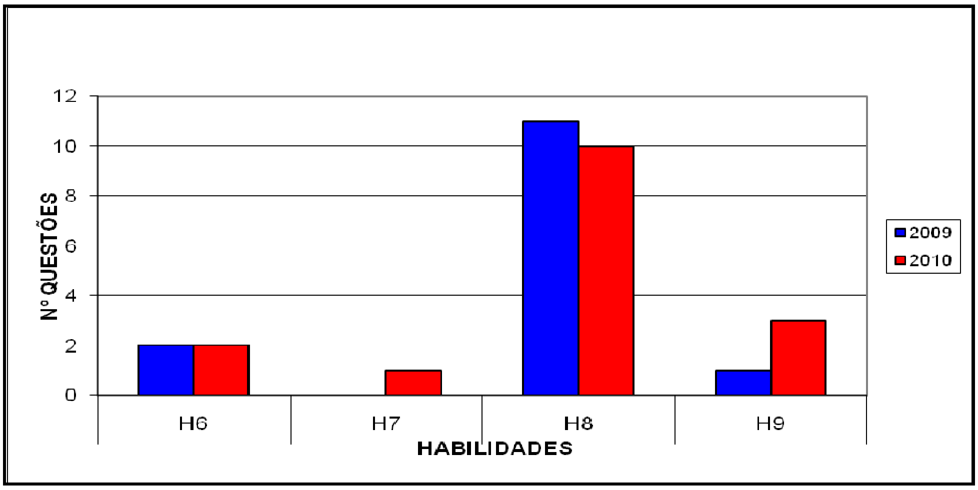
A habilidade 2- identificar padrões numéricos ou princípios de contagem - explorada em uma única questão da prova de 2009, além de constituir uma situação passível de contextualização, trata-se de uma habilidade que deve ser melhor explorada isto porque o estudo de algumas relações funcionais, através da exploração de padrões em sequências numéricas, oportuniza generalizações e a compreensão da natureza das representações algébricas e, a partir destas, é possível explorar as primeiras noções de Álgebra.

Conjectura-se que, no âmbito de uma prova objetiva, determinadas habilidades, por sua natureza, envolvem certo grau de complexidade de serem avaliadas, como no caso da habilidade 5 - avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos - não abordada em nenhuma das provas em estudo. Já com relação a habilidade 4, a qual aponta que o individuo seja capaz de avaliar a razoabilidade de uma situação pertencente ao seu contexto conhecimentos numéricos, entende-se que a mesma refere-se a situações passíveis de serem contextualizadas, mas que foi pouco explorada nas provas (apenas uma questão na prova de 2009).

Em contrapartida, a habilidade 3 que versa sobre a resolução de situações problema envolvendo conhecimentos numéricos foi amplamente explorada nas provas de 2009 e 2010, uma vez que não há o compromisso de contemplar a "avaliação de propostas de intervenção", podendo as questões se referirem a problemas intramatemáticos e até extramatemáticos, porém com um caráter que não exija que estejam vinculadas a situações efetivamente contextualizadas.

A competência da área 2 - utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela - abrange quatro habilidades também abordadas nas provas de 2009 e 2010, porém existe uma grande ênfase à habilidade 8, conforme pode ser visto na Figura 10:

Figura 10- Competência da área 2



Fonte: a pesquisa.

A competência da área 2 contemplou cerca de vinte e nove questões nos dois anos em estudo e cerca de 72% (21 questões) estão limitadas a abordagem da habilidade 8 que refere-se sobre resolução de situação problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma. Cabe destacar, baseado em Fini (2005), que esta competência, bem como a prova num contexto geral, não valoriza significativamente a memorização ou a mera rapidez de pensamento, mas a capacidade de relacionar as informações dispostas pelo próprio item, enfatizando a capacidade do estudante estabelecer novas conexões para lidar com questões que sejam verdadeiros desafios.

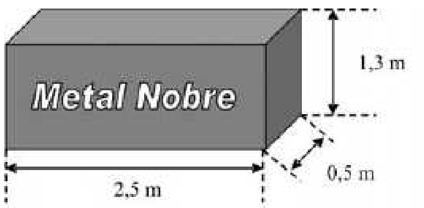
A habilidade 6 - interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional - abordada em duas questões em cada ano das provas em estudo revela a importância da exploração deste tipo de habilidade pois nesta tem-se, intrínseca, a necessidade de produzir e analisar transformações, ampliações e reduções de figuras, identificando a partir daí, seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança aprofundando noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.

A habilidade 7, que tem como finalidade a identificação de características de figuras planas ou espaciais, não foi explorada na prova de 2009 e abordada uma única vez na prova de 2010. A questão que foi identificada como a que envolve essa habilidade é apresentada na Figura 11:

Figura 11- Questão 146

Questão 146

A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.



O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza

A massa.
B volume.
C superfície.
D capacidade.
E comprimento.

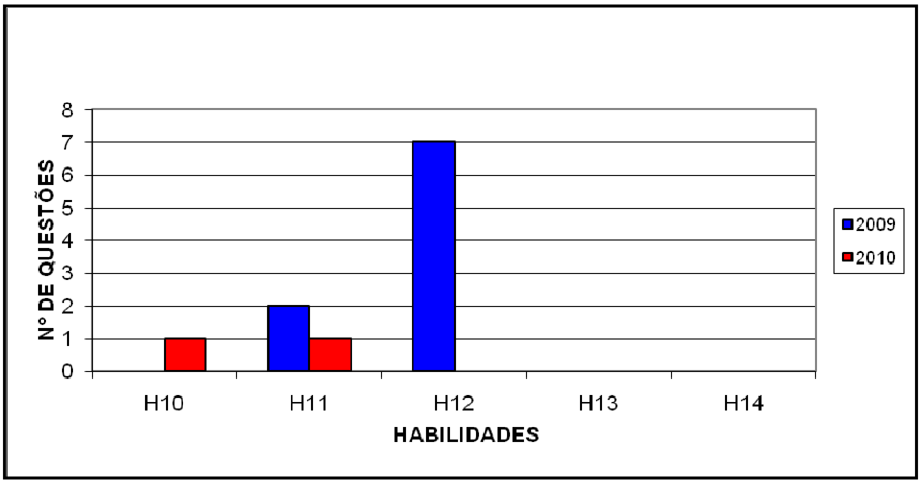
Fonte: Enem 2010

Observando-se a questão nota-se que esta é puramente conceitual e, pode ser resolvida por um aluno que apenas memorizou o conceito que envolve o cálculo de volume, não necessitando de nenhuma reflexão para tal.

Com relação a habilidade 9 - utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano-, está fortemente vinculada a ideia de contextualização, isto porque sugere que devem ser vinculados o conhecimento escolar a uma situação pertinente ao universo do aprendiz. Porém, essa habilidade foi explorada somente em uma questão no ano de 2009 e, em três questões no ano de 2010. De fato, a abordagem da linguagem da Geometria, especificamente na utilização de conhecimentos geométricos de Espaço e Forma, pode ser vinculada a esta habilidade desde que oportunize a compreensão de fenômenos em variados contextos. Entende-se que questões envolvendo essa habilidade devem enfatizar a reflexão e argumentação, sendo possível a partir daí uma real ação sobre a realidade, conforme o que é preconizado pela área.

A competência da área 3 tem como objetivo a construção de noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano, sendo que, conforme o gráfico da Figura 12, a maior parte das habilidades englobadas por esta competência não foram abordadas nas provas utilizadas para este estudo.

Figura 12- Competência da área 3



Fonte: a pesquisa

A habilidade 10 - identificar relações entre grandezas e unidades de medida -, embora tenha sido explorada em uma única questão no ano de 2010, refere-se a uma habilidade passível de contextualização, especialmente quando está vinculada ao contexto histórico, isto porque construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social oportuniza a análise de situações ao longo da história da humanidade que motivaram sua construção e desenvolvimento.

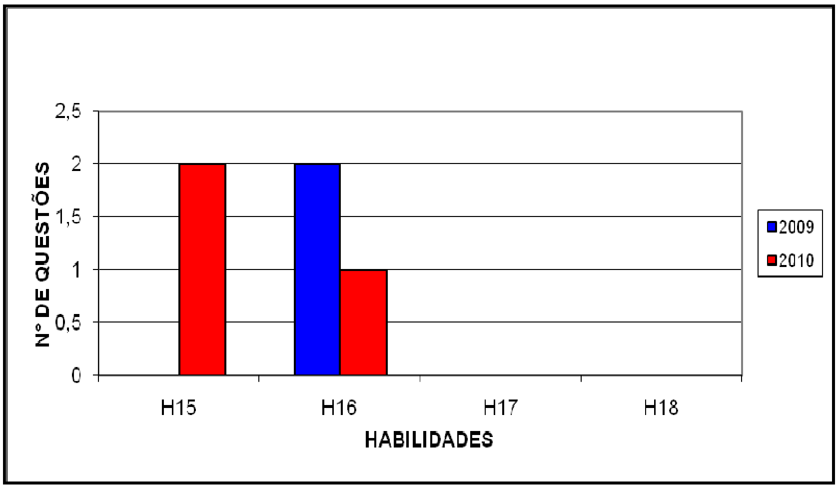
A habilidade 11 - utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano - foi explorada em duas questões no ano de 2009 e uma única questão em 2010. Destaca-se que esta habilidade oportuniza desenvolver o raciocínio quanto à leitura e representação de grandezas de extensão (leitura e interpretação de informações expressas em mapas, ampliação/redução de figuras, cálculo de razão) sendo que, a partir da mesma, é possível serem evidenciadas as relações espaciais e a própria consciência do mundo físico e social.

Entende-se pertinente a ênfase dada a exploração da habilidade 12, a qual abrange a resolução de situação-problema que envolva medidas de grandeza, pois um tratamento consistente a questões que envolvem grandezas e medidas pode encaminhar o desenvolvimento das habilidades pertencentes à área 4 (construir noções de variação de grandezas para compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano), a partir da solução de situações problema contextualizadas bastante comuns quando se trabalha com a noção de variação e relação de dependência.

Destaca-se, também, que as habilidades 13 e 14 as quais versam respectivamente sobre a avaliação do resultado de uma medição na construção de um argumento consistente e avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas, ambas podendo ser fortemente vinculadas a uma perspectiva contextualizada, não foram abordadas nas provas em estudo, e estas constituem efetivamente situações passiveis de contextualização com forte vinculo ao universo do indivíduo e maior abrangência. Desta forma, entende-se que existe a possibilidade de articulação destas três habilidades, tendo em vista que uma delas enfatiza a resolução de problemas e as outras duas sugerem a avaliação de resultado e proposta de intervenção, sendo que todas emergem de uma situação problema que pode ser comum a todas.

A competência da área 4 refere-se à construção de noções de variação de grandezas e tem como objetivo verificar os conhecimentos sobre relações entre grandezas proporcionais, ou não, voltadas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano. Especificamente em relação a habilidade 16 - resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais - observa-se uma ênfase na prova de 2009 e uma redução na prova de 2010, o que parece ser uma tentativa de equilibrar a abordagem das habilidades da área no âmbito da prova que no ano de 2009 estava focada em uma única habilidade (a habilidade16). A Figura 13 mostra a abordagem dada às habilidades da área nas provas analisadas.

Figura 13- Competência da área 4



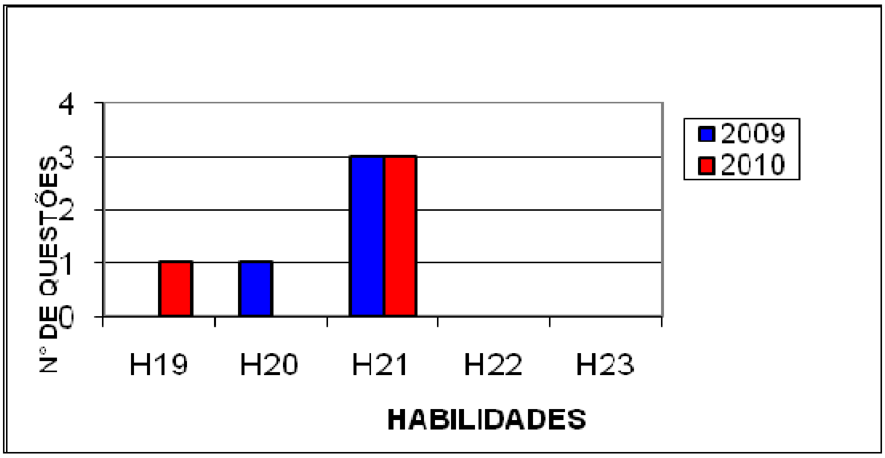
Fonte: a pesquisa.

Ainda com relação à competência da área 4, a qual menciona a 'solução de problemas do cotidiano', aponta-se que neste sentido, os PCNEM (BRASIL, 2001) orientam que deve-se integrar o conhecimento matemático formal e o conhecimento fragmentado que se manifesta e se desenvolve em função da necessidade de resolver situações cotidianas. Sobre essa questão, Skovsmose (2001, p. 99) pondera que "se 'subtrairmos' a competência matemática da nossa sociedade altamente tecnológica, o que fica? O resto não poderia ter muito em comum com a nossa sociedade atual. Isso significa que a matemática tornou-se parte da nossa cultura". Assim entende-se que o objetivo de cada área do conhecimento deve primar pelo desenvolvimento de forma integrada de conhecimentos práticos que atendam às necessidades da vida contemporânea de forma articulada ao desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e que exigem um maior nível abstração articulando assim aspectos que permeiam várias áreas do saber.

A habilidade 15 - identificar a relação de dependência entre grandezas - envolve a relação de dependência entre grandezas, isto é, a variação de uma conforme as mudanças sofridas pela outra, sendo que a partir destas relações tem-se uma lei de formação algébrica que relaciona conjuntos através de operações matemáticas. Entende-se que os problemas que envolvem esta habilidade são passíveis de contextualização e a mesma pode ser articulada a outras habilidades, tal como as habilidades 17 (analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação) e habilidade 18 (avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas)

A competência da área 5 refere-se a modelagem e resolução de problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas, cuja abordagem, nas provas, está expressa na Figura 14:

Figura 14- Competência da área 5



Fonte: a pesquisa

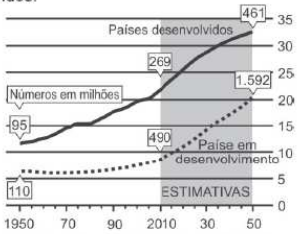
De maneira sucinta, a partir dos referenciais estudados, a modelagem matemática pode ser entendida como uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação não-matemática da realidade, e é ao desenvolvimento dessa competência que a área 5 se refere. Observa-se, a partir da figura 14, que a habilidade 19 (identificar representações algébricas que expressem relação entre grandezas) e habilidade 20 (interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas) foram exploradas em anos alternados. Conjectura-se que a habilidade 21 (resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos), abrange as demais tendo sido explorada de forma homogênea nas duas provas em estudo e com uma frequência satisfatória (3 questões em cada ano).

Ainda com relação a habilidade 21, cabe destacar que algumas das questões, como as apresentadas na Figura 15, enfatizam apenas parte dos requisitos a ela pertinentes.

Figura 15- Questões 138 e 175

Texto para as questões 138 e 139

A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: "Perspectivas da População Mundial", ONU, 2009

Disponível em: www.economist.com.
Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

Questão 138

Suponha que o modelo exponencial $y = 363e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

- **A** 490 e 510 milhões.
- **B** 550 e 620 milhões.
- **C** 780 e 800 milhões.
- **D** 810 e 860 milhões.
- **E** 870 e 910 milhões.

Questão 175

O Indicador do CadÚnico (ICadÚnico), que compõe o cálculo do Índice de Gestão Descentralizada do Programa Bolsa Família (IGD), é obtido por meio da **média aritmética** entre a taxa de cobertura qualificada de cadastros (TC) e a taxa de atualização de cadastros (TA), em que $TC = \frac{NV}{NF}$, $TA = \frac{NA}{NV}$, NV é o número de cadastros domiciliares válidos no perfil do CadÚnico, NF é o número de famílias estimadas como público alvo do CadÚnico e NA é o número de cadastros domiciliares atualizados no perfil do CadÚnico.

Portaria nº 148 de 27 de abril de 2006 (adaptado).

Suponha que o IcadÚnico de um município específico é 0,6. Porém, dobrando NF o IcadÚnico cairá para 0,5. Se $NA + NV = 3.600$, então NF é igual a

- **A** 10.000.
- **B** 7.500.
- **C** 5.000.
- **D** 4.500.
- **E** 3.000.

Fonte: Enem 2009

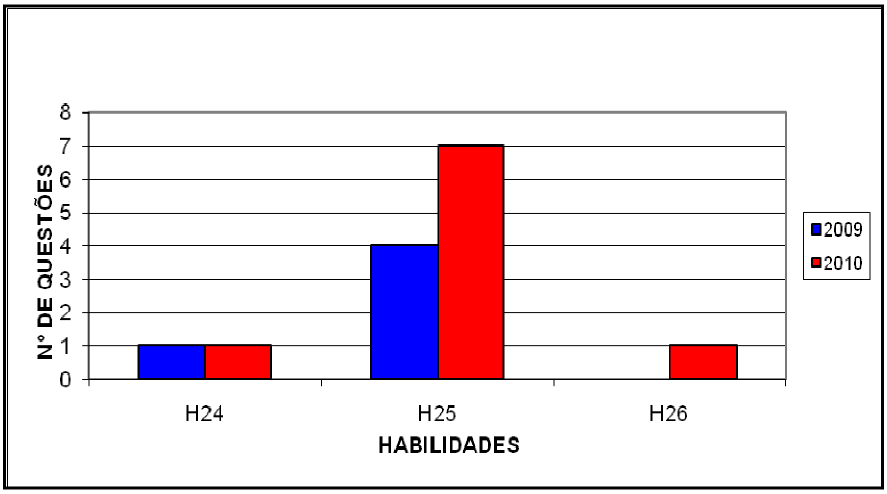
Observa-se que é enfatizado, ora a resolução de uma situação problema que não envolve a modelagem matemática (questão 138) e, em outras situações, tem-se potencialmente uma situação de modelagem, porém a solução pedida pode ser alcançada sem que, de fato, a modelagem seja feita (questão 178). Sobre a possibilidade de contextualização considerando a modelagem, Barbosa (2003) pondera que é passível a realização de contextualizações a partir da modelagem, tendo em vista a vastidão de temas que permeiam o universo da modelagem e, além disso, segundo o autor, não são os componentes curriculares que determinam o problema, mas o contrário.

As habilidades 22 (utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação) e habilidade 23 (avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos) no contexto da modelagem, tal como preconiza a competência, oportuniza produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos, observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. Conjectura-se que esta competência pode permear as habilidades vinculadas a todas as áreas, podendo ser considerada a competência geratriz de todas as demais, destacando-se, porém, que as mesmas não foram abordadas em nenhuma das provas em estudo.

Entende-se que a modelagem oportuniza o envolvimento com situações-problema de considerável interesse nas quais a superação da dificuldade proposta dependerá da mobilização de estratégias de raciocínio mais elaboradas do que aquelas suficientes na resolução de exercícios de aplicação. Além disso, dadas as características do exame, poderão ser elaboradas questões que tenham suas informações vinculadas a situações pertencentes a outras áreas do saber.

A competência da área 6 objetiva a interpretação de informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação sendo que estes temas são amplamente empregados em situações cotidianas e das Ciências. Analisando o gráfico da Figura 16 é possível observar uma grande ênfase na habilidade 25 (resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos) e a ausência da abordagem da habilidade 26 (analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recursos para a construção de argumentos) no ano de 2009.

Figura 16- Competência da área 6



Fonte: a pesquisa.

A habilidade 24 (utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências), explorada em uma única questão em 2009 e em outra em 2010 remete a necessidade de compreender a descrição dos dados coletados e a partir daí tomar decisões, fazer predições ou inferências, destacando-se nesta a possibilidade do aluno estabelecer conexões lógicas, interpretar e tomar decisões, o que está em consonância com o que é preconizado pela competência.

Conforme classificação da investigadora, observa-se que a habilidade 25 (resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos) foi amplamente explorada, especialmente na prova de 2010. Presume-se que esta ênfase deve-se ao fato desta exigir a habilidade de resolução de problemas apresentados a partir de informações fornecidas em gráficos e tabelas. Destaca-se que para Duval (1995) o domínio da compreensão e análise de informações apresentadas em gráficos e tabelas pressupõe o domínio da habilidade de construção desses dois tipos de representação, bem como a conversão de dados e informações apresentados a partir de um tipo de representação em outro. A visão de um objeto matemático a partir de diferentes formas de representação (e sem perder referência ao objeto) se constitui, segundo o autor, em elemento essencial para a compreensão e aprendizagem em Matemática.

Já a habilidade 26 (analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos) foi explorada em uma única questão na prova de 2010, conforme apresentado na Figura 17:

Figura 17- Questão 180

Questão 180

Para conseguir chegar a um número recorde de produção de ovos de Páscoa, as empresas brasileiras começam a se planejar para esse período com um ano de antecedência. O gráfico a seguir mostra o número de ovos de Páscoa produzidos no Brasil no período de 2005 a 2009.

Revista Veja. São Paulo: Abril, ed. 2107, nº 14, ano 42.

De acordo com o gráfico, o biênio que apresentou maior produção acumulada foi

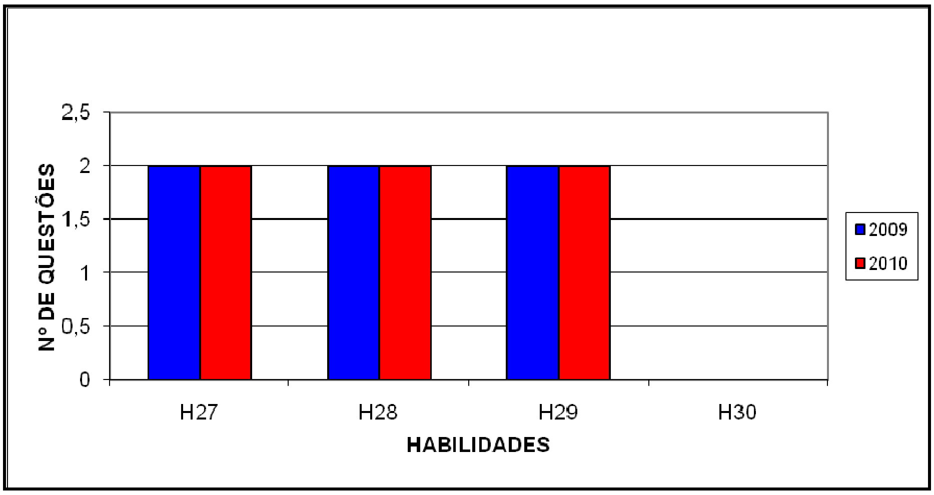
A 2004-2005.
B 2005-2006.
C 2006-2007.
D 2007-2008.
E 2008-2009.

Fonte: Enem 2010

Entende-se que a questão é bastante elementar e, de fato, exige apenas uma análise quantitativa sem que a construção de algum tipo de explicação ou argumentação seja necessária. Conjectura-se que a questão poderia articular informações de forma que fosse necessário analisar e refletir sobre estimativas e aproximações, bem como decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema. Este tipo de abordagem caracteriza uma das necessidades do atual mercado de trabalho que consiste em analisar interpretar e tomar decisões e que está em consonância com o que é preconizado pelos PCNEM (BRASIL, 2000).

A competência da área 7 enfatiza a compreensão do caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística. Destaca-se, e pode ser observado por meio do gráfico da Figura 18, que esta competência apresentou a maior homogeneidade na abordagem nos anos de 2009 e 2010, embora a habilidade 30 não tenha sido explorada.

Figura 18- Competência da área 7



Fonte: a pesquisa.

A competência da área 7, embora não expresse nenhuma habilidade que esteja vinculada ao domínio das linguagens, ou seja, que esteja vinculada a identificação e interpretação de fatos específicos, de padrões de procedimentos e de conceitos, trata-se da competência que apresentou maior regularidade na sua abordagem nas provas em estudo, a exemplo das habilidades 27 (calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos), habilidade 28 (resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade) e habilidade 29 (utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação) exploradas em duas questões em cada uma das provas em estudo.

Tomando como base o que é preconizado pelos PCNEM (BRASIL, 2000), destas habilidades emergem a necessidade de análise de um conjunto de situações e problemas onde as questões são apresentadas de forma que favoreça o desenvolvimento do pensamento matemático, bem como a capacidade de leitura e interpretação, sendo que os principais componentes curriculares vinculados a esta competência são aqueles que envolvem conhecimentos de estatística e probabilidade, representação e análise de dados, medidas de tendência central (médias, moda e mediana), desvios e variância e noções de probabilidade.

A habilidade 30 que abrange a avaliação propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade, embora contemple uma vasta gama de opções para elaborações de questões, isto porque abrange e incentiva a capacidade de análise crítica em situações pertinentes ao universo do aprendiz, a exemplo das informações veiculadas pela mídia, considerando-se uma habilidade passível de contextualização, não foi abordada em nenhuma das provas em estudo.

5.2 A EXPLORAÇÃO DOS COMPONENTES CURRICULARES

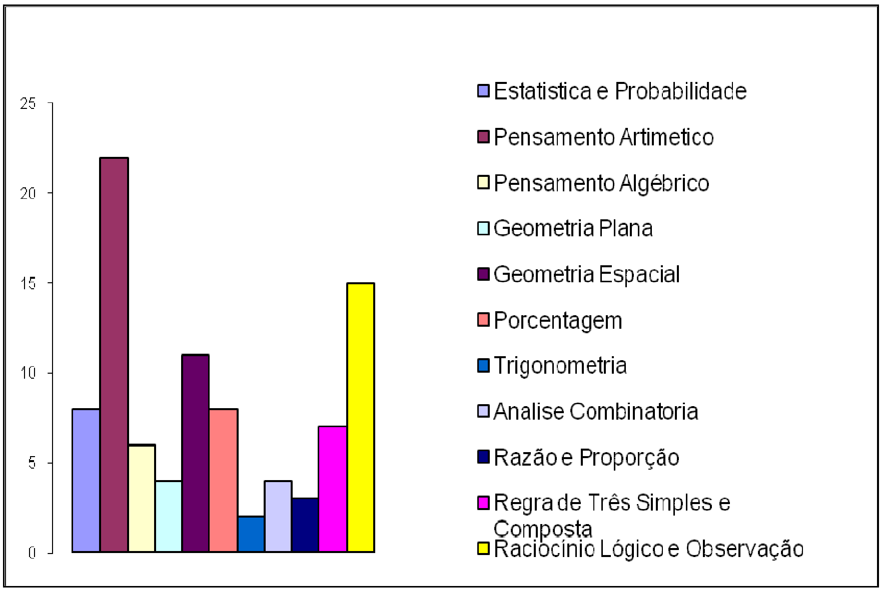
Anexo à Matriz de Referência do ENEM são elencados os denominados objetos de conhecimento, os quais constituem uma espécie de listagem dos componentes curriculares a serem abordados vinculados às competências e habilidades, organizados da seguinte forma:

- **Conhecimentos numéricos –** operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem;
- **Conhecimentos geométricos** – características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo;
- **Conhecimentos de estatística e probabilidade –** representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade;
- **Conhecimentos algébricos –** gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas;
- **Conhecimentos algébricos/geométricos** – plano cartesiano; retas; circunferências;paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

Tomando como base os objetos de conhecimento elencados, optou-se por identificar os principais componentes curriculares abordados nas provas de 2009 e 2010 e, a partir daí, verificar o tipo de ênfase na abordagem de determinado bloco de conhecimento.

O gráfico da Figura 19 representa quantitativamente o somatório do número de questões em relação aos conhecimentos ou conteúdos nas duas provas em estudo. Inicialmente as questões foram agrupadas de acordo com os grupos de objetos de conhecimento estabelecidos na matriz de referência do ENEM e descritos anteriormente. Porém, a partir de um grupo de conhecimento aqueles conteúdos cuja frequência foi acentuada foram postos em destaque.

Figura 19- Questões categorizadas por conteúdo/conhecimento



Fonte: a pesquisa.

Observando o gráfico da Figura 19, destaca-se que foram enfatizadas as questões que envolviam conhecimentos elementares de aritmética que exigiam, basicamente, leitura e interpretação de dados. Em contrapartida, escassas foram as questões que necessitavam de conhecimentos algébricos.

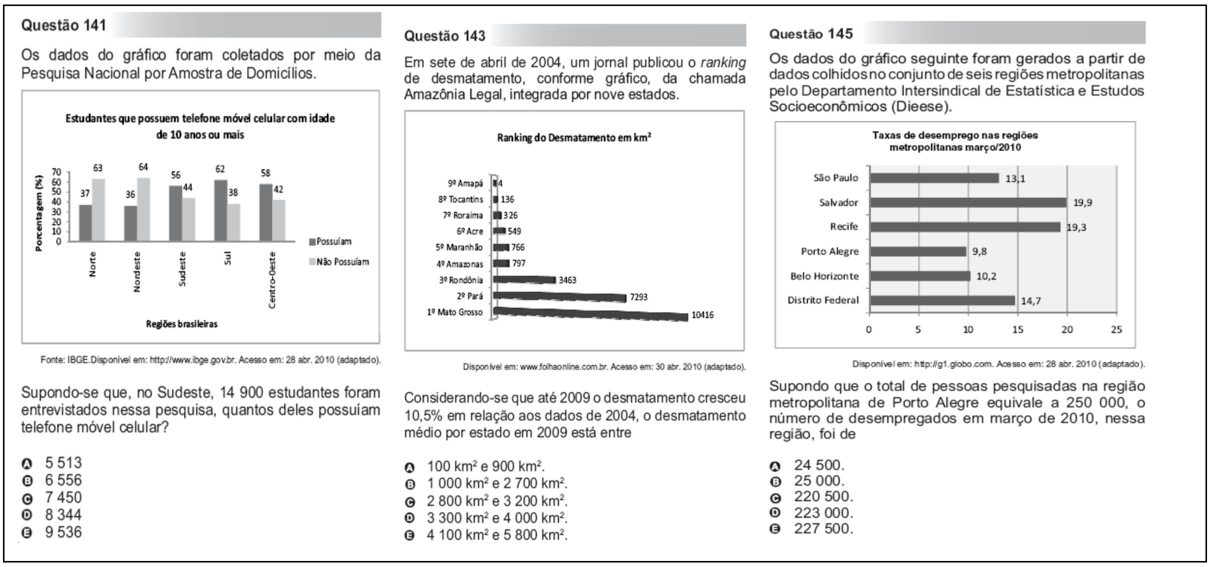
Destaca-se que para esta análise são caracterizadas como questões que envolvem pensamento aritmético todas aquelas que para resolução é necessário apenas a utilização das quatro operações. Com relação ao pensamento algébrico, caracterizam-se as questões que podem ser resolvidas sem que seja necessária uma formalização algébrica propriamente dita que, segundo Krieger (2007) caracteriza um “pensar” algébrico.

Além dos conhecimentos/conteúdos elencados no gráfico da Figura 19, pode-se afirmar que a leitura e interpretação de dados estão fortemente presentes nas provas, o que em muitas situações pode configurar como uma simplificação desta, isto porque através da realização de uma leitura superficial é possível resolver as questões sem efetuar a interpretação e análise do contexto em que está inserido. Pondera-se que a capacidade de ler e interpretar, se bem articulada, transcende os limites da linguagem e é capaz de abranger múltiplos contextos estando em consonância com os objetivos do PCNEM (BRASIL, 2000) que em várias passagens destacam o desenvolvimento de instrumentos para reflexão e raciocínio como indispensáveis para a construção efetiva do conhecimento matemático.

Comparando os conhecimentos/conteúdos abordados nas provas de 2009 e 2010 considera-se que a prova de 2010 teve um nível de exigência significativamente inferior ao da prova de 2009, pois, embora existam questões nas quais é necessário a mobilização de conhecimentos e procedimentos específicos, são notáveis as questões que para resolução necessitam apenas de observação.

Considera-se que os conhecimentos/conteúdos abordados na prova de 2010 estiveram limitados e excessivamente repetitivos, cabendo destacar a abordagem de porcentagem e volume de sólidos. Selecionaram-se questões da referida prova cuja resolução envolve porcentagem conforme apresentado na Figura 20:

Figura 20- Questões ENEM 2010-Porcentagem



Questão 141

Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.

Fonte: IBGE.Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Supondo-se que, no Sudeste, 14 900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?

A) 5 513
B) 6 556
C) 7 450
D) 8 344
E) 9 536

Questão 143

Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o *ranking* de desmatamento, conforme gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.

Disponível em: www.folhaonline.com.br. Acesso em: 30 abr. 2010 (adaptado).

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre

A) 100 km² e 900 km².
B) 1 000 km² e 2 700 km².
C) 2 800 km² e 3 200 km².
D) 3 300 km² e 4 000 km².
E) 4 100 km² e 5 800 km².

Questão 145

Os dados do gráfico seguinte foram gerados a partir de dados colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (Dieese).

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Supondo que o total de pessoas pesquisadas na região metropolitana de Porto Alegre equivale a 250 000, o número de desempregados em março de 2010, nessa região, foi de

A) 24 500.
B) 25 000.
C) 220 500.
D) 223 000.
E) 227 500.

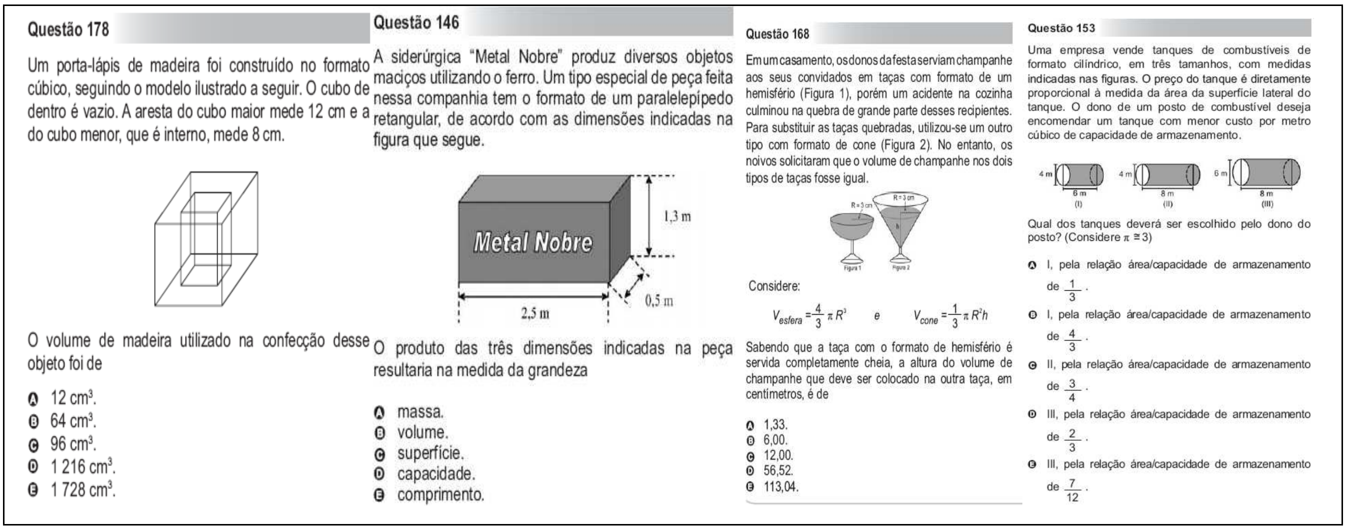
Fonte: Enem 2010

No total têm-se nove questões que envolvem a temática porcentagem e, destas, observa-se que pelos menos as três questões mostradas na figura 20 têm a mesma organização, abordagem e resolução limitando a exploração de outros contextos bem como outras habilidades igualmente pertinentes.

Conjectura-se, desta forma, que os objetos do conhecimento podem e devem ser abordados com maior qualidade, aplicabilidade e profundidade, para que as questões tenham uma pertinência significativa e um nível de dificuldade satisfatório.

Com relação ao conteúdo/conhecimento volume de sólidos, este foi abordado em seis questões na prova de 2010. A figura 21 apresenta exemplos considerados relevantes:

Figura 21- Questões Enem 2010 - Volume



Questão 178

Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.

O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de

A 12 cm^3.
B 64 cm^3.
C 96 cm^3.
D 1 216 cm^3.
E 1 728 cm^3.

Questão 146

A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.

O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza

A massa.
B volume.
C superfície.
D capacidade.
E comprimento.

Questão 168

Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

Considere:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad e \quad V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de

A 1,33.
B 6,00.
C 12,00.
D 56,52.
E 113,04.

Questão 153

Uma empresa vende tanques de combustíveis de formato cilíndrico, em três tamanhos, com medidas indicadas nas figuras. O preço do tanque é diretamente proporcional à medida da área da superfície lateral do tanque. O dono de um posto de combustível deseja encomendar um tanque com menor custo por metro cúbico de capacidade de armazenamento.

Qual dos tanques deverá ser escolhido pelo dono do posto? (Considere $\pi \cong 3$)

A I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{1}{3}$.
B I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{4}{3}$.
C II, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{3}{4}$.
D III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{2}{3}$.
E III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{7}{12}$.

Fonte: Enem 2010

Nota-se que, via de regra, as questões exigem aplicação com pouca reflexão sobre o conceito de volume. Observa-se, a partir da análise, que um terço da prova está limitado a cálculo de porcentagem e volume dos sólidos diante da inúmera gama de possibilidades de temas a explorar.

Faz-se necessário a articulação adequada das competências, habilidades e objetos de conhecimento, para que haja uma distribuição equitativa dos conteúdos sugeridos e dos níveis descritos e mantendo a objetividade dos questionamentos, sem contextos forçados para que a prova possa atender plenamente ao fim a que se propôs.

Apesar da lista de objetos de conhecimento apresentada anexa à matriz de referência de Matemática e suas Tecnologias constituírem uma evidente evolução em relação aos extensos programas apresentados pela maioria dos exames de ingresso nas Instituições de Ensino Superior, entende-se ser possível detalhá-la em seus subitens de forma que seja possível ter a real compreensão sobre o que, de fato, é necessário ser trabalhado e, a partir daí, enfatizar o estudo de componentes efetivamente relevantes para o aprendiz.

5.3 DIMENSÕES DE CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENEM 2009 E 2010

Tomando como base o que foi apresentado e discutido no referencial teórico da presente investigação e, a partir das técnicas análise de conteúdo proposta por Bardin (2002), elaboraram-se três dimensões para classificação das questões do ENEM das provas de 2009 e 2010.

Destaca-se que nesta investigação, em consonância com Silva (2003) entende-se que a contextualização consiste em um recurso para realizar aproximações entre conhecimentos escolares e fatos/ situações que tenham alguma relevância no universo do aprendiz. A parti daí tem-se as seguintes categorias, a saber:

-Aplicação do Conhecimento Matemático-ACM

-Descrição do Conhecimento Matemático-DCM

-Compreensão do conhecimento matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto -CCMT.

A dimensão Aplicação do Conhecimento Matemático- ACM abrange as questões da esfera intramatemática onde sua resolução está fortemente vinculada a manipulação de algoritmos. A questão é apresentada a partir de uma situação hipotética e, para sua resolução é necessário a aplicação de fórmulas matemáticas expressas ou não no enunciado das questões, não necessitando de qualquer reflexão sobre os dados apresentados. Para elaboração desta dimensão baseou-se em Lutfi (1992), que em seu trabalho “Os Ferrados e Cromados: Produção social e apropriação privada do conhecimento Químico” destaca os estudos do cotidiano, caracterizado pela exploração de situações corriqueiras ligadas ao dia-a-dia das pessoas nas situações de ensino com caráter exclusivamente motivacional, com único propósito de ensinar conteúdos.

Assim, considera-se que na categoria ACM predomina uma perspectiva formalista diante do componente curricular apresentado, sendo que o enunciado tem pouca ênfase na solução de problemas e na formação de capacidades analíticas, porém sua resolução exige a manipulação de algoritmos que podem permear desde operações elementares até cálculos complexos.

As dimensões seguintes são baseadas nos trabalhos de Skovsmose (2000) que defende que a Matemática pode, e deve, apresentar informações que reflitam questões significativas na sociedade. Afirma, ainda, que se deve não somente ensinar aos alunos a usar modelos matemáticos, mas antes levá-los a questionar o porquê, como, para quê e quando utilizá-los percebendo toda a abrangência que está intrínseca nas fórmulas matemáticas.

A dimensão intitulada Descrição do Conhecimento Matemático-DCM, envolve questões apresentadas a partir de uma situação hipotética onde a temática abordada está em função dos componentes curriculares, sendo que os conhecimentos matemáticos estão postos de modo a fornecer explicações para fatos e não possui conexão direta com informações reais. Desta forma, são consideras questões pertencentes à DCM aquelas que tem como temática uma situação hipotética e que necessitam de alguma reflexão e articulação para sua resolução.

A dimensão definida como Compreensão do conhecimento matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto –CCMT abrange as questões que são apresentadas a partir de uma situação problema, havendo conexões diretas com fatos e/ou informações verídicas oportunizando a compreensão do conhecimento matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto. Esta dimensão está em consonância com as concepções de Skovsmose (2000), tendo em vista que esta deve abranger as questões em que existe uma ligação direta com a realidade envolvendo fatos reais cuja base tem seus dados extraídos de fontes como jornais e revistas.

Finalizada esta estruturação de concepções, elaborou-se uma tabela síntese para fins de classificação, apresentada na Figura 22, onde são destacadas as correlações pertinentes aos seus respectivos níveis de contextualização.

Figura 22 - Critérios – Dimensões de contextualização

Dimensões	**Contexto**	**Enfoque**	**Tipo de Contextualização**
Aplicação do Conhecimento Matemático-ACM.	Situação hipotética	Manipulação de algoritmos.	Não apresenta.
Descrição do Conhecimento Matemático-DCM.	Situação hipotética	Relação moderada, onde não existem conexões diretas com fatos e/ou informações verídicas.	Retoma o tema necessitando de alguma reflexão.
Compreensão do Conhecimento Matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto –CCMT	Situação-problema verídica	Relação forte, onde existem conexões diretas com fatos e/ou informações verídicas.	Apresenta uma situação que necessita de reflexão e entendimento crítico do problema.

Fonte: a autora.

Ainda sobre a classificação realizada, entende-se como situação hipotética uma situação qualquer (do cotidiano, ligado a outras áreas) que não é real. Já uma situação problema verídica remete a uma situação verdadeira que tem potencial de problematização, sendo expressas relações com os conhecimentos de diversas áreas do saber e problematiza a verdade, sendo necessária a reflexão e entendimento critico do problema para sua resolução.

O passo seguinte pode ser definido através da exploração do material e pode ser caracterizada como a etapa mais longa da análise, onde ocorre a efetivação das decisões tomadas na pré-análise, sendo que os dados brutos são transformados de forma organizada e agregados em unidades que permitiram descrever as características pertinentes ao conteúdo.

Efetuadas as classificações nos níveis definidos no desenvolvimento da análise e, de acordo com o que sugere Bardin (2002) para organização de análise de conteúdo, têm-se como resultado o quadro resumo expresso na Figura 23:

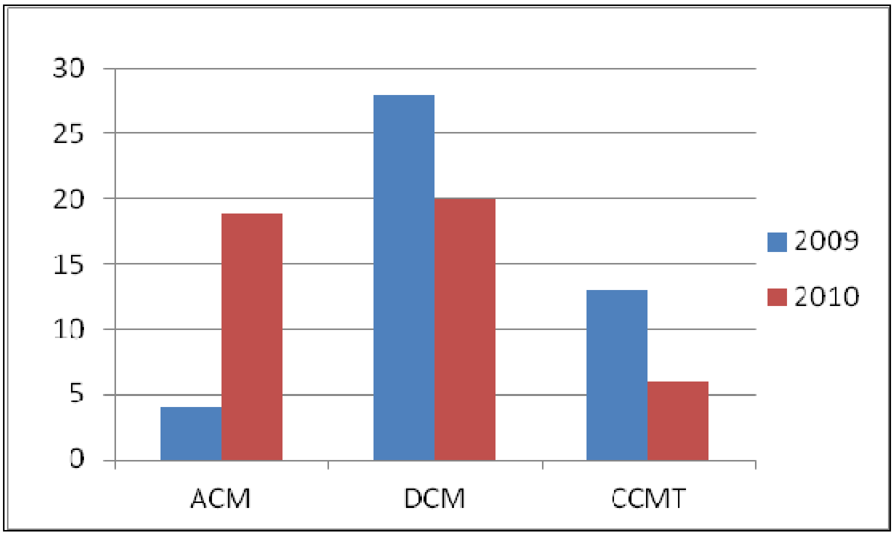
Figura 23- Dimensões de Contextualização

DIMENSÕES DE CONTEXTUALIZAÇÃO			
Questões prova 2009		Questões prova 2010	
136	DCM	136	ACM
137	DCM	137	DCM
138	DCM	138	ACM
139	DCM	139	ACM
140	DCM	140	CCMT
141	CCMT	141	DCM
142	DCM	142	DCM
143	DCM	143	DCM
144	CCMT	144	CCMT
145	DCM	145	DCM
146	DCM	146	ACM
147	DCM	147	ACM
148	ACM	148	DCM
149	DCM	149	ACM
150	DCM	150	DCM
151	DCM	151	ACM
152	DCM	152	CCMT
153	DCM	153	DCM
154	DCM	154	DCM
155	DCM	155	DCM
156	CCMT	156	DCM
157	DCM	157	ACM
158	CCMT	158	CCMT
159	DCM	159	ACM
160	CCMT	160	DCM
161	DCM	161	ACM
162	DCM	162	ACM
163	CCMT	163	CCMT
164	DCM	164	DCM
165	DCM	165	ACM
166	DCM	166	DCM
167	CCMT	167	DCM
168	DCM	168	ACM
169	CCMT	169	DCM
170	CCMT	170	ACM
171	CCMT	171	DCM
172	CCMT	172	CCMT
173	ACM	173	ACM
174	ACM	174	ACM
175	DCM	175	ACM
176	ACM	176	ACM
177	CCMT	177	DCM
178	CCMT	178	ACM
179	DCM	179	DCM
180	DCM	180	DCM

Fonte : a pesquisa.

As informações apresentadas na Figura 23 são apresentadas, também, no gráfico da Figura 24. Observa-se que na prova de 2009, cerca de 9% das questões foram classificadas pela investigadora como pertencentes a categoria ACM - aplicação do conhecimento matemático - o que representa que cerca de quatro questões de um total de 45 estiveram limitadas a aplicação onde o contexto em que foram apresentadas teve apenas caráter motivacional. Porém, nota-se que na prova de 2010, a categoria ACM representou cerca de 42% das questões, sendo possível observar a ocorrência, no que se refere à contextualização, do que Santos e Mortimer (2002, p.8) denominam de "dourar a pílula", isto é, "[...] introduzir alguma aplicação apenas para disfarçar a abstração excessiva de um ensino puramente conceitual, deixando, à margem, os reais problemas sociais".

Figura 24- Representação gráfica abordagem Contextualização



Fonte: a pesquisa.

Observa-se que a dimensão de contextualização DCM - Descrição do Conhecimento Matemático - foi predominante nas provas em estudo, tendo sido identificadas 62% das questões da prova de 2009. Na prova de 2010, observa-se novamente a predominância de questões também vinculadas a DCM, porém com uma ênfase um pouco menor, abrangendo cerca de 44% das questões da prova. Vale destacar que nesta categoria as questões não remetem a necessidade de articulação entre teoria e prática, conhecimento e aplicação, descoberta e operacionalização. Conjectura-se a ausência desta articulação representa obstáculos e amplia lacunas na compreensão efetiva do conhecimento matemático que envolve as questões.

A abordagem das questões categorizadas como CCMT - Compreensão do conhecimento matemático e transformação do contexto em que o conhecimento matemático está inserido -, representaram cerca de 29% da prova de 2009 e somente 13% da prova de 2010. Destaca-se que esta categoria engloba questões que articulam as competências gerais, as competências de área e as habilidades a ela vinculadas, compondo um cenário de temáticas relevantes para construção do vínculo necessário entre as competências gerais, conteúdos disciplinares e aplicação destes oportunizando o desenvolvimento de questões efetivamente contextualizadas.

A análise realizada aponta que as habilidades que mencionam "avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando [...]"; presente em cinco das sete áreas, não foram identificadas como habilidades predominantes em nenhuma das questões analisadas. Conjectura-se que a não presença de questões envolvendo essa habilidade deve-se ao fato de que, no âmbito de uma prova objetiva é de grande complexidade que este tipo de habilidade seja abordado de forma efetiva.

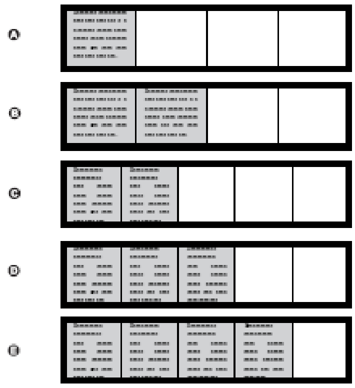
Entende-se que a complexidade deste tipo de abordagem deve-se, em parte, a forma de organização e aplicação das provas do ENEM. Em cada um dos dias de aplicação é necessário a resolução de noventa questões que envolvem duas áreas distintas, cuja apresentação possui enunciados extensos e que necessitam de leitura e interpretação. Assim, uma questão que atenda o que a habilidade enfatiza necessita de um tipo de apresentação diferenciada, provavelmente com um enunciado ainda mais extenso do que os habituais.

Destaca-se, ainda, que a forma como a habilidade está posta "avaliar propostas de intervenção na realidade" nas diferentes áreas, sugere que a mesma deve contemplar a análise crítica diante de determinadas situações, de onde conjectura-se ser necessário mudanças no fazer e no ser. Nesse sentido, entende-se que para intervir na realidade é importante a promoção de ações e, estas ações são possíveis mediante a articulação de teoria e prática o que pode ocorrer com a realização de uma intervenção didática experimental, a qual tenha como foco a reflexão e o entendimento de como a Matemática está relacionada e pode ser utilizada em situações presentes no universo do aprendiz, ou de interesse no âmbito das demais disciplinas que compõem o currículo. As intervenções mencionadas estão em consonância com que os PCNEM (BRASIL, 2000) preconizam que, conforme já citado, deve garantir espaço para utilizar as diferentes disciplinas como instrumentos para interpretação e intervenção do real.

A seguir destacam-se questões que exemplificam a análise produzida, sendo que nestas é destacado cada uma das habilidades da matriz do ENEM, apresentando uma questão onde a mesma foi explorada identificando o conteúdo ao qual a questão se refere e a dimensão de contextualização.

A questão apresentada na Figura 25 aponta para o vínculo entre dois conhecimentos específicos (porcentagem e números fracionários), revelando uma questão com abordagem intramatemática, referindo-se a habilidade 1.

Figura 25- Questão 136

Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme a figura seguinte.  Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas desta vez, utilizando 40% do espaço dela. Uma representação possível para essa segunda situação é:	

Fonte: Enem 2010

Nesta perspectiva, não se percebe vínculo dos conhecimentos abordados a sua origem e aplicação, o que caracterizaria a contextualização (PCNEM, BRASIL, 2000) sendo então classificada como uma questão de Aplicação do Conhecimento Matemático-ACM.

A habilidade 2 que versa sobre a identificação de padrões numéricos ou princípios de contagem foi explorada somente em uma questão do ano de 2009, destacada na Figura 26, tendo sido apresentada da seguinte forma:

Figura 26- Questão 165

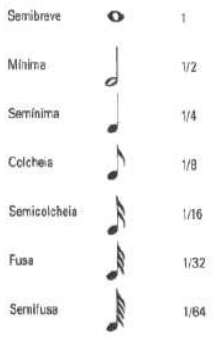
Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de aberturado torneio foi escolhido da seguinte forma: Primeiro foram sorteados quatro times para compor o grupo A. Em seguida, entre os times do grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante. A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de :	A) uma combinação e um arranjo, respectivamente. B) um arranjo e uma combinação, respectivamente. C) um arranjo e uma permutação, respectivamente. D) duas combinações E) dois arranjos

Fonte: Enem 2009.

Os conhecimentos envolvidos nesta questão sugerem uma reflexão conceitual sobre os conhecimentos abordados, o que segundo Micotti (1999), caracteriza as capacidades necessárias e que necessitam ser desenvolvidas em todas as áreas de estudo, pois exigem muito mais do que a simples solução mecânica de exercícios, primam pelo domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio e capacidade de análise e abstração. Destaca-se que este tipo de questão caracteriza-se como uma questão de Descrição do Conhecimento Matemático – DCM pois a situação apresentada aparenta ser de cunho hipotético, não havendo conexão direta com informações verídicas.

A habilidade 3, amplamente explorada nos anos de 2009 e 2010, enfatiza a resolução de situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos. Destaca-se neste bloco a questão apresentada na Figura 27 :

Figura 27- Questão 144

A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte:  	Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for 1/2, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheia, sendo possível a combinação de diferentes figuras. Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é ¾, poderia ser preenchido com a) 24 fusas. b) 3 semínimas. c) 8 semínimas. d) 24 colcheias e 12 semínimas. e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

Fonte: Enem 2009.

Desta questão emerge uma relação intrínseca da Matemática com a Arte. Entende-se que a mesma vai ao encontro do PCNEM (BRASIL,2000 p.31), quando esse documento destaca que “a matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação” alinhada, também, com a perspectiva posta nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCNEF) (BRASIL, 1997 p.32) de Artes a qual refere “(...) o universo da arte caracteriza um tipo particular de conhecimento que o ser humano produz a partir das perguntas fundamentais que desde sempre se fez com relação ao seu lugar no mundo”. Matemática e Arte, embora pertençam a eixos tecnológicos diferentes podem ser complementares tendo em vista que o homem encontra-se fortemente vinculado a um universo sonoro e o estudo deste fenômeno é de pertinência das Ciências. Além disso, possui um enfoque real, baseado na teoria musical, e apresenta uma situação que oportuniza a reflexão e entendimento crítico do problema caracterizando-se como uma questão que envolve a Compreensão do Conhecimento matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto –CCMT.

A habilidade 4 destaca a avaliação da razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas, conforme exemplo apresentado na Figura 28:

Figura 28- Questão 178

João deve 12 parcelas de R$ 150,00 referentes ao cheque especial de seu banco e cinco parcelas de R$ 80,00 referentes ao cartão de crédito. O gerente do banco lhe ofereceu duas parcelas de desconto no cheque especial, caso João quitasse esta dívida imediatamente ou, na mesma condição, isto é, quitação imediata, com 25% de desconto na dívida do cartão. João também poderia renegociar suas dívidas em 18 parcelas mensais de R$ 125,00. Sabendo desses termos, José, amigo de João, ofereceu-lhe emprestar o dinheiro que julgasse necessário pelo tempo de 18 meses, com juros de 25% sobre o total emprestado. A opção que dá a João o menor gasto seria	a) renegociar suas dívidas com o banco. b) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação das duas dívidas. c) recusar o empréstimo de José e pagar todas as parcelas pendentes nos devidos prazos. d) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagar as parcelas do cartão de crédito. e) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.

Fonte: Enem 2009.

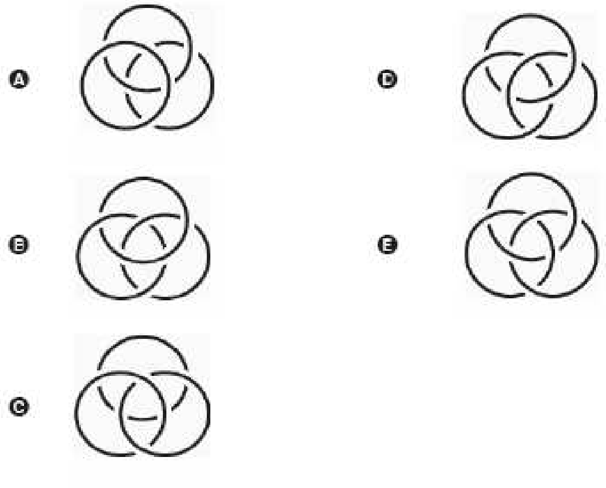
A questão apresentada na figura 28 foi classificada nesta investigação como pertencente a categoria Compreensão do conhecimento matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto –CCMT, pois oportuniza não só a compreensão do conhecimento matemático como a reflexão crítica sobre a administração do orçamento doméstico. E, apesar desta habilidade ter sido identificada em uma única questão pertencente a prova de 2009, esta destaca um aspecto importante que consiste na necessidade do desenvolvimento de recursos que enfatizem o saber fazer, transpondo a simples memorização e oportunizando a aplicação dos conhecimentos matemáticos em diferentes situações, como por exemplo, na resolução de problemas cotidianos, convergindo para a integração dos saberes formais e cotidianos.

A habilidade 5, que não foi identificada em nenhuma das provas em estudo, constitui uma situação passível de contextualização, pois esta propõe a avaliação de propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos. Entende-se que a habilidade, da forma como está posta, é de extrema importância no que tange a temática da contextualização pois menciona a intervenção na realidade, o que segundo Fonseca (1995), se aproximaria da contextualização que reside na compreensão de fatores externos aos que normalmente são explicitados na escola de modo que os conteúdos matemáticos possam ser compreendidos dentro de um panorama histórico, social e cultural em que foram concebidos.

A habilidade 6 consiste em interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional e para resolução destas utiliza-se essencialmente a leitura e interpretação das informações apresentadas e, destaca-se a abordagem abaixo na Figura 29:

Figura 29- Questão 149

<table>
<tr>
<td>Em Florença, Itália, na Igreja de Santa Croce, é possível encontrar um portão em que aparecem os anéis de Borromeo. Alguns historiadores acreditavam que os círculos representavam as três artes: escultura, pintura e arquitetura, pois elas eram tão próximas quanto inseparáveis:

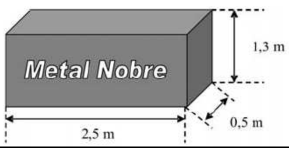
Scientific American, ago. 2008.</td>
<td>Qual dos esboços a seguir melhor representa os anéis de Borromeo?
</td>
</tr>
</table>

Fonte: Enem 2009.

Analisando a questão independente do objetivo avaliativo com que foi concebida, observa-se que para resolução desta é necessário apenas a observação do plano da imagem, não sendo incorporados a esta aspectos pertinentes tais como a “Teoria dos Nós”, não sendo oportunizada uma compreensão clara sobre os conhecimentos abordados e vínculos sobre sua origem e aplicação o que conforme o PCNEM (BRASIL, 2000) caracterizaria a contextualização, sendo então classificada como uma questão de descrição do conhecimento matemático-DCM.

A habilidade 7 abrange a identificação de características de figuras planas ou espaciais e foi abordada em uma única questão de 2010, apresentada na Figura 30:

Figura 30- Questão 146

<table>
<tr>
<td>A siderúrgica “Metal Nobre” produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue:

</td>
<td>O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza.

a) massa.
b) volume.
c) superfície
d) capacidade
e) comprimento</td>
</tr>
</table>

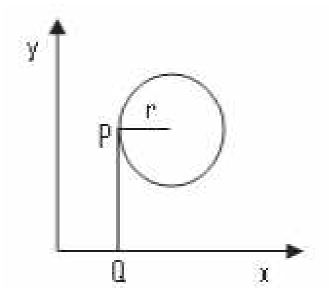
Fonte: Enem 2010

Observa-se que nesta questão a situação problema apresentada não está em consonância com os fundamentos teórico metodológicos do ENEM que tem como pressuposto que os conteúdos apreendidos devem estar a serviço da inteligência e do resgate dos sentidos e significados humanos presentes nos componentes curriculares, isto porque o questionamento apresentado exige apenas uma compreensão superficial sobre o cálculo do produto de três dimensões, sendo então uma questão de aplicação do conhecimento matemático-ACM.

A habilidade 8 consiste em resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma e possui o maior número de questões a ela vinculadas em questões que abordam desde conhecimentos de aritmética elementar até funções trigonométricas, cabendo destacar a questão na Figura 31:

Figura 31- Questão 174

Considere um ponto P em uma circunferência de raio r no plano cartesiano. Seja Q a projeção ortogonal de P sobre o eixo x, como mostra a figura e suponha que o ponto P percorra, no sentido anti-horário, uma distância d ≤ r sobre a circunferência.



Então, o ponto Q percorrerá no eixo x, uma distância dada por

A $r\left(1-\text{sen}\dfrac{d}{r}\right)$.

B $r\left(1-\cos\dfrac{d}{r}\right)$.

C $r\left(1-\text{tg}\dfrac{d}{r}\right)$.

D $r\,\text{sen}\left(\dfrac{r}{d}\right)$.

E $r\cos\left(\dfrac{r}{d}\right)$.

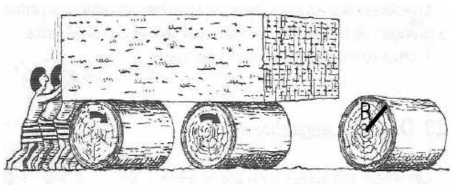
Fonte: Enem 2009.

Ressalta-se que esta questão não está de acordo com o eixo estruturador no ENEM que prima pela abordagem de uma situação-problema, pois caracteriza uma questão de aplicação do conhecimento matemático-ACM já que seu enfoque está limitado à manipulação de algoritmos.

A habilidade 9 propõe a utilização de conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano abordada somente na prova de 2010 destacando-se a questão apresentada na Figura 32:

Figura 32- Questão 163

A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides



BOLT, Brian. **Atividades matemáticas** Ed.Gradiva.

Representado por R o raio da base dos rolos cilíndricos, em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar, é:

a) y=R
b) y= 2R
c) y= πR
d) y= 2πR
e) y= 4 Πr

Fonte: Enem 2010.

A questão foi classificada como uma questão que oportuniza Compreensão do conhecimento matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto –CCMT, considerando-se que sintetiza o objetivo geral da competência da área 2 que consiste em apresentar situações nas quais o conhecimento situa-se em uma situação real, ultrapassando a fragmentação que normalmente predomina no ambiente de aprendizagem pois exige um domínio conceitual básico e, a partir daí, faz-se necessário a generalização e a correlação de conceitos para resolução.

A habilidade 10, explorada em uma questão na prova de 2010 consiste em identificar relações entre grandezas e unidades de medida, cujo enunciado utilizado está expresso na Figura 33:

Figura 33- Questão 176

A disparidade de volume entre os planetas é tão grande que seria possível colocá-los uns dentro dos outros. O planeta Mercúrio é o menor de todos. Marte é o segundo menor: Dentro dele cabem três Mercúrios. Terra é o único com vida: dentro dela cabem sete Martes. Netuno é o quarto maior: Dentro dele cabem 58 Terras. Júpiter é o maior dos planetas: Dentro dele cabem 23 Netunos.	Seguindo o raciocínio proposto, quantas Terras cabem dentro de Júpiter? a) 406 b) 1334 c) 4002 d) 9338 e) 28014

Fonte: Enem 2010.

A questão classificada como pertencente a esta habilidade, necessita para sua resolução do uso de aritmética elementar, porém é necessário que haja leitura e interpretação, o que acaba por abranger múltiplos contextos estando em consonância com os objetivos do PCNEM (BRASIL, 2000), que em várias passagens destacam o desenvolvimento de instrumentos para reflexão e raciocínio como indispensáveis para a construção efetiva do conhecimento matemático e, considerando estes elementos, considerando estes aspectos, classificou-se a questão como de aplicação do conhecimento matemático-ACM.

A habilidade 11 refere-se à utilização da noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano tendo sido abordada na questão 137, da prova de azul de 2010, conforme descrito na Figura 34:

Figura 34- Questão 137

No monte de Cerro Amazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficará o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42m de diâmetro, “o maior olho do mundo voltado para o céu.” Disponível em: http://www.estadao.com.br. Acesso em: 27 abr.2010. (Adaptado) Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1cm.	Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado? a) 1:20 b) 1:100 c) 1:200 d) 1:1000 e) 1:2000

Fonte: Enem 2010.

A análise realizada aponta que esta questão tenta buscar uma referência interdisciplinar, porém, conforme Barthes (1988):

> O interdisciplinar de que tanto se fala não está em confrontar disciplinas já constituídas das quais, na realidade, nenhuma consente em abandonar-se. Para se fazer interdisciplinaridade, não basta tomar um “assunto” (um tema) e convocar em torno duas ou três ciências. A interdisciplinaridade consiste em criar um objeto novo que não pertença a ninguém. O texto é, creio eu, um desses objetos (BARTHES, 1988, p. 99).

Entende-se, assim, que para uma abordagem efetivamente interdisciplinar é necessário não somente uma relação entre áreas distintas, e sim a articulação do significado efetivo do conhecimento, o que não ocorre nesta questão cuja temática é utilizada para realização de suposições que não evidenciam o vínculo dos conhecimentos abordados a sua origem e aplicação, caracterizando-se como uma questão intramatemática de descrição do conhecimento matemático-DCM.

A habilidade 12 explora a resolução de situação-problema que envolva medidas de grandeza, amplamente explorada na prova de 2009, com a identificação de sete questões pertencentes a esta, cabendo destacar a questão 179 expressa na Figura 35:

Figura 35- Questão 179

A cisterna é um recipiente utilizado para armazenar água da chuva. Os principais critérios a serem observados para captação e armazenagem de água da chuva são: a demanda diária de água na propriedade; o índice médio de precipitação (chuva), por região, em cada período do ano; o tempo necessário para armazenagem; e a área de telhado necessária ou disponível para captação. Para fazer o cálculo do volume de uma cisterna, deve-se acrescentar um adicional relativo ao coeficiente de evaporação. Na dificuldade em se estabelecer um coeficiente confiável, a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA) sugere que sejam adicionados 10% ao volume calculado de água. Desse modo, o volume, em m3, de uma cisterna é calculado por Vc = Vd × Ndia, em que Vd = volume de demanda da água diária (m³), Ndia = número de dias de armazenagem, e este resultado deve ser acrescido de 10%. Para melhorar a qualidade da água, recomenda-se que a captação seja feita somente nos telhados das edificações. Considerando que a precipitação de chuva de 1 mm sobre uma área de 1 m2 produz 1 litro de água, pode-se calcular a área de um telhado a fim de atender a necessidade de armazenagem da seguinte maneira: área do telhado (em m2) = volume da cisterna (em litros)/precipitação. Disponível em: www.cnpsa.embrapa.br. Acesso em: 8 jun. 2009 (adaptado).	Para atender a uma demanda diária de 2.000 litros de água, com período de armazenagem de 15 dias e precipitação média de 110 mm, o telhado, retangular, deverá ter as dimensões mínimas de a) 6 metros por 5 metros, pois assim teria uma área de 30 m². b) 15 metros por 20 metros, pois assim teria uma área de 300 m². c) 50 metros por 60 metros, pois assim teria uma área de 3.000 m². d) 91 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 2.730 m². e) 110 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 3.300 m².

Fonte: Enem 2009.

Ressalta-se que esta questão atende ao que é preconizado pelos PCNEM (BRASIL, 2000) devido ao fato de abranger a compreensão de processos bem como seus mecanismos de controle e regulação sendo classificada como uma questão de Descrição do Conhecimento Matemático-DCM. Conjectura-se que sua abrangência e complexidade poderia ser ampliada se para encontrar a resposta correta, além de utilizar as operações aritméticas elementares, fosse fomentada uma análise a cerca da importância fundamental da água para a vida, visto que esta temática se constitui como uma reflexão pertinente para a formação de valores e atitudes dos cidadãos do século XXI, tendo em função destes aspectos

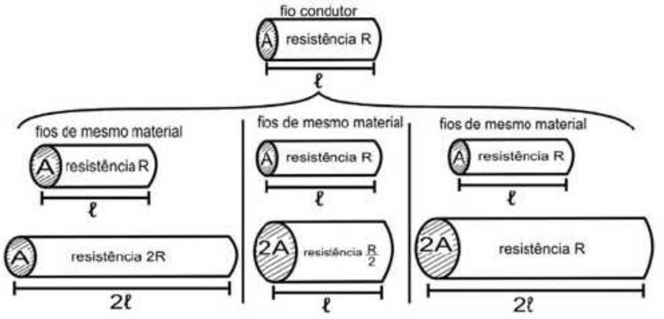
A habilidade 15, abordada em duas questões na prova de 2010 explora a identificação da relação de dependência entre grandezas, sendo exemplificada pela questão apresentada na Figura 36:

Figura 36- Questão 144

A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:

- Resistência (R) e o comprimento (l), dada a mesma secção transversal (A);
- Resistência (R) e a área da secção transversal (A) dado o mesmo comprimento (l) e
- Comprimento (l) e a área da secção transversal (A, dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes.



Disponível em: http://www.efeitojoule.com. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R)e comprimento (l) e área da secção transversal (A) são respectivamente,

a) direta, direta e direta..
b) direta, direta e inversa.
c) direta, inversa e direta.
d) inversa, direta e direta.
e) inversa, direta e inversa.

Fonte: Enem 2010.

Esta questão contempla uma característica considerada pelos PCN+ (BRASIL, 2002) como fundamental, que é a de assimilar dados e informações que envolvem uma situação-problema transversal implicando na tomada de decisão diante de um contexto onde a análise é a ferramenta indispensável para tomada de decisão. A partir das estratégias necessárias para resolução, considerou-se que esta questão oportuniza compreensão do conhecimento matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto –CCMT sendo desta forma classificada.

A habilidade 16 consiste em resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais tendo sido explorada nas duas provas em estudo, cabendo destacar a seguinte abordagem apresentada na Figura 37:

Figura 37: Questão 141

Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodiesel ao óleo diesel comercializado nos postos. A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodiesel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodiesel, bem como possibilita a redução da importação de diesel de petróleo. Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).	Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodiesel ao diesel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodiesel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final diesel/biodiesel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodiesel com a adição de 3%? a) 27,75 milhões de litros. b) 37,00 milhões de litros. c) 231,25 milhões de litros. d) 693,75 milhões de litros. e) 888,00 milhões de litros.

Fonte: Enem 2009

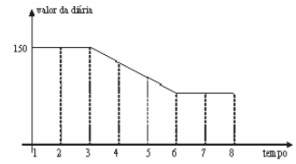
A referida questão envolve conhecimentos elementares de porcentagem para sua resolução, porém a articulação das informações no enunciado está em consonância com o objetivo da competência a qual está vinculada. De acordo com esta, devem ser abordadas temáticas que envolvam o domínio da linguagem bem como sobre fenômenos onde, a partir dos quais fosse construída e explorada a argumentação pertinente. Assim, classificou-se a questão como pertencente a CCMT - Compreensão do conhecimento matemático e aplicação/transformação do mesmo a partir de um contexto, sendo desta forma classificada.

A competência 5 objetiva modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas, porém as habilidades pertencentes a esta competência foram exploradas de forma irregular nos instrumentos analisados.

A habilidade 20 consiste na interpretação de gráficos cartesianos que representem relações entre grandezas. Tomando como exemplo a questão 146, apresentada na Figura 38, para sua resolução é necessário apenas a interpretação dos dados apresentados não havendo qualquer necessidade de modelagem conforme a proposta da competência a qual está vinculada, o que levou a caracterizá-la como uma questão de Descrição do Conhecimento Matemático-DCM.

Figura 38- Questão 146

Uma pousada oferece pacotes promocionais para atrair casais a se hospedarem por até oito dias. A hospedagem seria em apartamento de luxo e, nos três primeiros dias, a diária custaria R$ 150,00, preço da diária fora da promoção. Nos três dias seguintes, seria aplicada uma redução no valor da diária, cuja taxa média de variação, a cada dia, seria de R$ 20,00. Nos dois dias restantes, seria mantido o preço do sexto dia. Nessas condições, um modelo para a promoção idealizada é apresentado no gráfico a seguir, no qual o valor da diária é função do tempo medido em número de dias.



De acordo com os dados e com o modelo, comparando o preço que um casal pagaria pela hospedagem por sete dias fora da promoção, um casal que adquirir o pacote promocional por oito dias fará uma economia de

a) R$90,00
b) R$110,00
c) R$130,00
d) R$150,00
e) R$170,00

Fonte: Enem 2009.

Nesse sentido, conjectura-se que para uma abordagem mais abrangente é necessário que haja um convite a indagação e investigação de situações oriundas de contextos externos, discutindo a matemática a luz de um contexto que não se refere a esta diretamente.

A habilidade 21 consiste na resolução de situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos. Abaixo a questão 159, apresentada na Figura 39, está vinculada a esta habilidade:

Figura 39: Questão 159

Embora o Índice de Massa Corporal (IMC) seja amplamente utilizado, existem ainda inúmeras restrições teóricas ao uso e às faixas de normalidade preconizadas. O Recíproco do Índice Ponderal (RIP), de acordo com o modelo alométrico, possui uma melhor fundamentação matemática, já que a massa é uma variável de dimensões cúbicas e a altura, uma variável de dimensões lineares. As fórmulas que determinam esses índices são:

$IMC = \dfrac{massa(kg)}{[altura(m)]^2}$	$RIP = \dfrac{altura\ (cm)}{\sqrt[3]{massa\,(kg)}}$

ARAUJO, C. G. S.; RICARDO, D. R. **Índice de Massa Corporal: Um Questionamento Científico Baseado em Evidências**. Arq. Bras. Cardiologia, volume 79, nº 1, 2002 (adaptado).

Se uma menina, com 64 kg de massa, apresenta IMC igual a 25 kg/m2, então ela possui RIP igual a

a) 0,4 cm/kg$^{1/3}$.
b) 2,5 cm/kg$^{1/3}$.
c) 8 cm/kg$^{1/3}$.
d) 20 cm/kg$^{1/3}$.
e) 40 cm/kg$^{1/3}$.

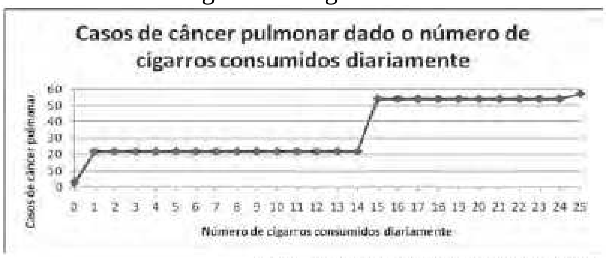
Fonte: Enem 2010.

Ressalta-se que para resolução desta questão é necessário apenas a aplicação das fórmulas enunciadas no problema, caracterizando-se como aplicação do conhecimento matemático-ACM, não havendo a necessidade de modelagem e sim a manipulação algébrica a partir de dados apresentados em determinada situação problema.

A habilidade 24 consiste em utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências, exemplificada na questão 142 apresentada na Figura 40:

Figura 40- Questão 142

A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir.



Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS
Summer Course – 1992 (adaptado).

De acordo com as informações do gráfico,

a) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.

b) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.

c) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.

d) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.

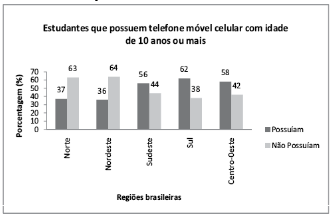
e) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

Fonte: Enem 2009.

Esta abordagem oportuniza a inferência e, o contexto, de fato, é pertinente e relevante, porém não oportuniza a reflexão e entendimento crítico do problema sendo caracterizada como uma questão de descrição do conhecimento matemático-DCM.

A habilidade 25 consiste na resolução de problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos. Na prova de 2010, esta habilidade foi explorada, porém limitada a resolução por meio de regra de três simples e ou aritmética elementar, conforme exemplo apresentado na Figura 41:

Figura 41- Questão 141

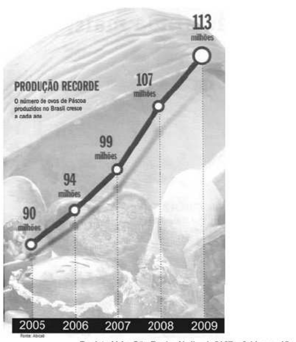
Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.  Fonte: IBGE.Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).	Supondo-se que, no sudeste, 14 900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular ? a) 5513 b) 6556 c) 7450 d) 8344 e) 9536

Fonte: Enem 2010

Ressalta-se que esta questão foi classificada como descrição do conhecimento matemático-DCM. Conjectura-se que a partir desta representação gráfica poderiam ter sido explorados aspectos mais abrangentes e que exigissem uma relação entre informações, e não somente o cálculo de porcentagem. De acordo com os PCNEM (BRASIL, 2000), o estudo estatístico contribui para a formação do cidadão, auxiliando na tomada de decisões no meio em que vivem através da inferência com base nos dados, de uma informação que está explícita ou necessita de análise que transcende o que é representado graficamente e é nesse sentido que, entende-se, que as questões devem ser formuladas.

A habilidade 26 consiste na analise de informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos, cabendo destacar a questão cujo enunciado está expresso na Figura 42:

Figura 42- Questão 180

Para conseguir chegar a um número recorde de produção de ovos de Páscoa, as empresas brasileiras começam a se planejar para esse período com um ano de antecedência. O gráfico a seguir mostra o número de ovos de Páscoa produzidos no Brasil no período de 2005 a 2009  **Revista Veja**. São Paulo: Abril, ed. 2107, nº 14, ano 42.	De acordo com o gráfico, o biênio que apresentou maior produção acumulada foi a) 2004-2005 b) 2005-2006 c) 2006-2007 d) 2007-2008 e) 2008-2009

Fonte:Enem 2010.

Para resolução desta questão de descrição do conhecimento matemático- DCM, é necessário a observação dos dados representados graficamente e, nesse sentido, Curcio (1989) destaca que a leitura de dados explícitos exige um nível cognitivo de compreensão elementar. Segundo o autor, o que se deve exigir é a leitura entre os dados e/ou além dos dados isto porque, para tal é necessário a inferência lógica, que inclui a comparação e interpretação de dados expressos ou não nos gráficos para que haja uma resposta coerente à questão.

A habilidade 27 consiste em calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos, cabendo destacar a questão cujo enunciado está na Figura 43:

Figura 43- Questão 168

Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$73,10	2007
Dezembro	R$81,60	2007
Janeiro	R$82,00	2008
Fevereiro	R$85,30	2008
Março	R$84,00	2008
Abril	R$84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

a) R$ 73,10
b) R$ 81,50
c) R$ 82,00
d) R$ 83,00
e) R$85,30

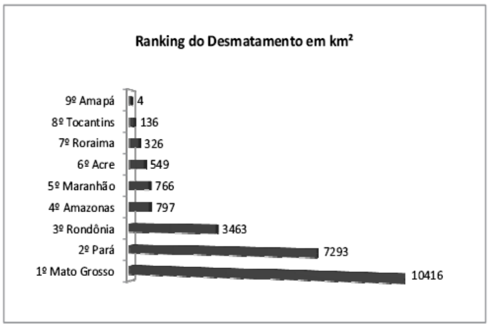
Fonte: Enem 2009

Cabe destacar que a referida questão é caracterizada como de Descrição do Conhecimento matemático-DCM, isto porque, embora seja apresentado dentro de um contexto, não sugere a reflexão e articulação entre as informações apresentadas, considerando que para sua resolução é necessário realizar apenas a aplicação de uma fórmula matemática específica.

A habilidade 28 tem como objetivo resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade cujo exemplo é apresentado na Figura 44:

Figura 44: Questão 143

Em sete de abril de 2004 um jornal publicou o ranking de desmatamento, conforme gráfico da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.



Disponível em: www.folhaonline.com.br. Acesso em: 30 abr. 2010 (adaptado).

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre

a) 1000 Km² e 2700 Km²
b) 100 Km² e 900 Km²
c) 2800 Km² e 3200 Km²
d) 3300 Km² e 4000 Km²
e) 4100 Km² e 5800 Km²

Fonte: Enem 2010.

A questão pode ser resolvida através da operação direta do cálculo da média aritmética, o que já é explicito na introdução do problema, o que levou a classificá-la como Descrição do Conhecimento Matemático-DCM, pois existe um contexto, mas não é necessária a reflexão sobre este.

A habilidade 29 almeja a utilização de conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação sendo que em uma das abordagens efetuadas é descrita na Figura 45:

Figura 45- Questão 170

Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso, candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

a) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
b) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
c) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
d) Paulo, pois obteve maior mediana.
e) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

Fonte: Enem 2010

Para resolução desta questão de cunho hipotético, onde não há retomada ao contexto mencionado, é necessário uma compreensão conceitual do tema abordado, ou seja, através da aplicação de fórmulas e análise numérica destes resultados é possível encontrar a resposta correta, sendo caracterizada como uma questão de aplicação do conhecimento matemático-ACM.

Com base no estudo realizado observa-se a existência de uma quantidade considerável de questões que contemplam assuntos do Ensino Fundamental, deixando de lado aspectos importantes trabalhados no Ensino Médio. As questões propostas são interdisciplinares, ou seja, procuram reunir conhecimentos de diversas áreas em uma mesma questão, relacionando-os.

Com base no que está posto no referencial teórico desta investigação, nos resultados da análise produzida, conjectura-se que as habilidades que tem como objetivo intervenção na realidade oportunizando um processo de reflexão, análise e avaliação no âmbito de uma prova objetiva exigem que a questão tenha uma série de informações que podem torná-la tão extensa quanto às abordagens efetuadas nas provas analisadas.

Diante destas reflexões e conjecturas julgou-se pertinente elaborar uma proposta que pudesse contribuir para a reflexão sobre o estudo teórico desenvolvido, avaliar a relevância das atividades planejadas e verificar se uma atividade prática pode efetivamente contribuir para que a contextualização aconteça de fato.

6 INTERVENÇÕES DIDÁTICAS EXPERIMENTAIS

O cenário atual da educação encontra-se em um período de transição, isto porque, de acordo com Zabala (1998), a sociedade do século XXI está se reconstruindo permanentemente. Nesse sentido, a escola que se constitui como um agente que atua junto ao desenvolvimento dos sujeitos necessita formar-se e reformar-se para atender as demandas existentes.

A partir daí, faz-se necessário que os docentes introduzam em suas práticas de ensino intervenções didáticas que oportunizem desenvolver aprendizagens diversificadas para potencializar o desenvolvimento das capacidades dos discentes, gerando meios e os espaços para que seja oportunizado o seu desenvolvimento integral.

Zabala (1998) pondera que, para a concretização dessa flexibilidade, é importante conhecer as experiências dos alunos bem como seus interesses possibilitando uma aproximação da organização pedagógica do trabalho docente com as várias trilhas de aprendizagens e estrutura curricular.

Assim, no que se considera o fechamento da presente investigação, foram elaboradas intervenções didáticas experimentais a serem desenvolvidas junto a estudantes do Ensino Médio. Considera-se que o trabalho de investigação produzido referente à análise das provas do ENEM no que se refere fundamentalmente ao aspecto da contextualização ficaria, de certa forma, incompleto se não fosse, de alguma forma, levado aos estudantes do Ensino Médio. Após as reflexões teóricas e primeiras análises realizadas ficaram as seguintes questões: E agora, como posso contribuir para que um trabalho com foco na contextualização chegue à sala de aula?

Assim, as intervenções didáticas experimentais elaboradas referem-se a componentes curriculares específicos considerados pertinentes ao Ensino Médio e que, a partir da análise produzida perceberam-se pouco explorados no âmbito das provas do ENEM, mas que são fortemente presentes nos currículos escolares. Entende-se que conhecimentos específicos se abordados com maior qualidade, aplicabilidade e profundidade, podem contribuir para a superação do paradigma do exercício, adentrando-se no universo da aplicação, contextualização e interdisciplinaridade. Conjectura-se que através das referidas intervenções (ou intervenção) é possível estabelecer um ambiente de aprendizagem que leve os alunos a tornarem-se mais participativos e compreender a presença do conhecimento escolar no seu dia a dia, superando as dificuldades encontradas e estabelecendo conexões entre o conhecimento em estudo e outras áreas do saber.

Diante dos resultados da análise das provas do ENEM, reflexões sobre as dificuldades de ensino e aprendizagem deste componente curricular específico, foram elaboradas atividades que proporcionassem a construção, reflexão e articulação sobre os conhecimentos envolvidos. Estruturou-se dois projetos: o Projeto Loga-Ritmo, o qual refere-se ao estudo dos Logaritmos, e o Projeto Números Complexos: Uma aplicação eletrizante voltado para o desenvolvimento de idéias e conceitos relativos aos Números Complexos. Nessa dissertação será apresentado o desenvolvimento, acompanhamento e avaliação do Projeto Loga-Ritmo.

6.1 PROJETO LOGA-RITMO

O ensino dos Logaritmos no Ensino Médio, via de regra, tem sua ênfase em aspectos formais da Matemática, no estudo de definições e propriedades, na manipulação algébrica e na representação geométrica. O trabalho com Logaritmos se apresenta, para os professores, como um grande desafio, já que se trata de um componente curricular onde os alunos apresentam dificuldades de compreensão (BRASIL, 2000). Nesse contexto, o projeto Loga-Ritmo com o objetivo de integrar o ensino formal dos Logaritmos e a aplicabilidade prática destes em contextos pertencentes ao universo do aprendiz, considerado, aqui, não só a partir de situações que emergem do cotidiano, mas também, a partir das relações que o estudante estabelece com as outras áreas do conhecimento na escola e até mesmo relações no mundo do trabalho. Optou-se por evidenciar, no projeto, a relação dos Logaritmos com a música considerando que a mesma está presente no cotidiano dos indivíduos sendo uma área de interesse dos jovens.

Em termos metodológicos, o desenvolvimento do projeto buscou respaldo nos pressupostos dos Projetos de Trabalho, conforme destacado no referencial dessa dissertação.

A turma participante do projeto era formada, no início do projeto, por 34 alunos do segundo ano do Ensino Médio, ressaltando-se que nem todos chegaram a desenvolvê-lo integralmente (ao final do projeto a turma contava com 28 alunos). Trata-se de uma turma do turno da noite e os alunos, em sua maioria, trabalham na área de comércios e serviços, o que representa um desafio a implementação de projetos pois, via de regra, estes necessitam ser desenvolvidos, em algumas situações, em horários extra classe.

A fim de transpor esta barreira, foi sugerido pela professora/investigadora, em acordo com os estudantes, a criação de grupos via Facebook, o qual se constituiu em espaço para discussões, reflexões, esclarecimento de dúvidas, contando com a participação e suporte da professora. Esse contato via rede social se constitui no denominado “diário de bordo eletrônico”.

As atividades desenvolvidas ao longo do projeto foram organizadas a partir de cinco ações planejadas antecipadamente e das quais derivam tarefas que compõem o quadro geral de atividades desenvolvidas. Essa organização do projeto, com a descrição de ações e tarefas, é apresentado no quadro da Figura 46:

Figura 46 - Quadro síntese organização Projeto Loga-Ritmo

AÇÕES	TAREFAS	ESPAÇOS E TEMPO ESTIMADO
1ªAÇÃO- Organização e expectativas	-Criação de grupo via Facebook -Postagem e discussão sobre as seguintes questões: +Gosto de Matemática? Porque? +Quais as expectativas para o projeto? +Como gostariam que fossem as aulas de Matemática ?	-Atividade extra classe tendo como tempo para conclusão uma semana.
2ªAÇÃO- Conhecimentos prévios sobre Logaritmos	-Resolução de um conjunto de questões envolvendo. conhecimentos sobre logaritmos (APENDICE B.)	-Atividade realizada durante duas horas/aula da disciplina de Matemática.
3ª AÇÃO - Pesquisa bibliográfica e atividade de modelagem matemática	-Pesquisa bibliográfica sobre os seguintes temas: +Logaritmos: histórico e aplicações. +Relações entre logaritmos e progressões geométricas +Prática de modelagem do termo geral de Progressões Geométricas denominada “Prática de Modelagem: Progressões Geométricas”.	-A pesquisa bibliográfica teve prazo de postagem de cerca de uma semana para cada tópico abordado. -A prática de modelagem que foi realizada em sala de aula teve a duração de cinco horas/aula.
4ªAÇÃO- Construção do Vibrafone	-Conceituar termos da teoria musical. -Pesquisa sobre Temperamento Musical. -Construção do Vibrafone utilizando a escala de Zarlino. -Construção do Vibrafone utilizando o temperamento musical. - Escolha de uma música a ser executada no Vibrafone.	-As atividades foram realizadas ao longo de três semanas. - As pesquisas bibliográficas foram realizadas ao longo de duas semanas. -A construção do Vibrafone foi efetuada e discutida ao longo de oito horas/aula.
5ªAÇÃO- Exposição dos trabalhos- Feira Ideias ao Vento	-Apresentação de uma música utilizando o Vibrafone que deve ter sido afinado utilizando o temperamento musical.	-As atividades foram realizadas durante quatro horas/aula nas dependências da escola.

Fonte: a pesquisa.

Ainda sobre a organização do projeto, destaca-se que os grupos formados via Facebook, se constituíram nos grupos de trabalho que realizaram as tarefas. A culminância do projeto ocorreu no momento da realização da feira “Ideias ao Vento”, proposta no âmbito do projeto e realizada na escola, onde os alunos apresentaram seus Vibrafones executando a música escolhida. Também como finalização do projeto os alunos deveriam confeccionar um artigo sobre o trabalho desenvolvido seguindo orientações estabelecidas pela professora/investigadora e baseado nas normas Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

6.2 LOGA-RITMO EM AÇÃO

A intervenção didática experimental intitulada “Loga-Ritmo” aborda o componente curricular Logaritmo dentro da perspectiva da música, permeando outras aplicabilidades deste em situações pertinentes ao universo do aprendiz. Conforme relato dos alunos, o estudo no primeiro ano foi realizado de forma bastante formal, limitado a um trabalho com representações gráficas em função de ter sido ministrado ao final do ano letivo.

As etapas da referida intervenção foram planejadas antecipadamente conforme já descrito. Apresenta-se, a seguir, o desenvolvimento do trabalho, sendo também destacados resultados e considerações pertinentes.

6.2.1 Primeira Ação: Organização e expectativas

Em um primeiro momento a professora/investigadora apresentou a proposta do projeto aos alunos, o qual seria desenvolvido ao longo do terceiro trimestre concomitante ao desenvolvimento dos conteúdos previstos para o mesmo (Matrizes e Progressões). Foi discutido o aspecto que o projeto iria vincular Matemática e Música, especificando que dentre os componentes curriculares envolvidos estavam Logaritmos e Progressões[7], ambos componentes curriculares já estudados durante o primeiro ano do Ensino Médio.

A partir dessa conversa inicial os alunos organizaram-se em grupos por afinidade e, como primeira tarefa deveriam criar grupos no Facebook, os quais teriam como componentes os membros do grupo organizado em sala de aula e a professora investigadora. Para a criação dos grupos, estes deveriam nomeá-lo de acordo com suas preferências e, se possível vinculando o nome deste ao tema do projeto já apresentado.

Também foi estabelecido com o grupo o desenvolvimento das atividades: a professora indicaria atividades para serem realizadas incluindo a postagem nos grupos para discussão entre os membros, podendo haver a intervenção da professora a qualquer momento. Encerrado o prazo

[7] O plano de estudos da escola prevê o estudo dos Logaritmos e Progressões Geométricas no primeiro ano do Ensino Médio e Progressões Aritméticas no segundo ano.

ajustado para realização das discussões, o tema pesquisado seria discutido em sala de aula, havendo neste momento a socialização de todos os grupos e articulação sobre as informações analisadas.

A Figura 47 apresenta comentários dos alunos durante ao desenvolvimento da tarefa de criação dos grupos via Facebook.

Figura 47 - Criação dos grupos no Facebook

Fonte: a pesquisa.

Papert (1994) destaca que a rápida evolução tecnológica teve alguns impactos no ensino e exigiu, de certa forma, que a escola se tornasse um ambiente estimulante, que valoriza a invenção e a descoberta, possibilitando o seu envolvimento no processo de construção do conhecimento de maneira crítica e criativa, proporcionando um movimento de parceria, de trocas de experiências, de afetividade no ato de aprender. Nesse sentido, as redes sociais, no tipo de atividade proposta, permitem essa conexão em tempo real, possibilitando a atualização constante, sendo possível observar que, via de regra, os alunos demonstram interesse por este tipo de atividade. Observa-se, também, que oportuniza a integração entre professor e aluno após o horário de aula, embora exija de todos maior dedicação, visto que o horário das publicações e discussões ocorre, na maioria das vezes, durante a madrugada e aos finais de semana. Com relação às expectativas dos estudantes em relação ao trabalho proposto, destacam-se os comentários apresentados na Figura 48.

Figura 48 - Expectativas dos estudantes

Fonte: a pesquisa.

A manifestação dos alunos aponta para a dualidade no ensino da Matemática, onde esta aparece fortemente atrelada à rigidez e formalismos característicos da disciplina. Observa-se uma inquietação, um inconformismo, uma insatisfação crescentes frente a esse ensino, os quais se traduzem em expectativas, por parte dos alunos, diante da possibilidade de realização de projetos que enfatizem o saber fazer e a aplicabilidade da Matemática formal.

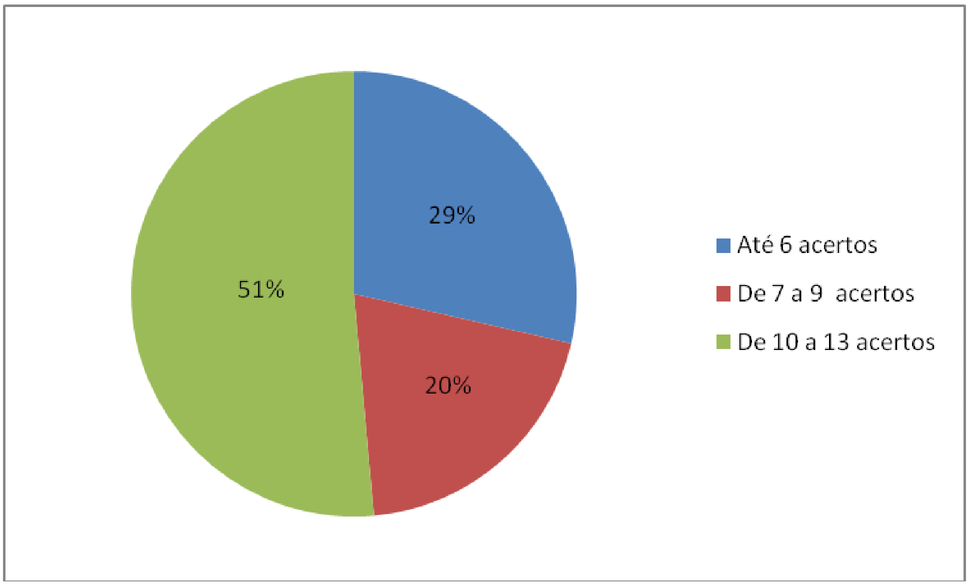
6.2.2 Segunda Ação - Conhecimentos prévios sobre Logaritmos

Considerando que os Logaritmos se constituíam em componente curricular já estudado pelos alunos, foi solicitado que estes resolvessem individualmente, em sala de aula, treze questões (Apêndice B), as quais tinham como objetivo verificar o nível de compreensão destes sobre aspectos já estudados.

A referida atividade abrangeu aspectos formais dos Logaritmos tais como definições e propriedades operatórias, sendo que apenas duas questões se referiam a situações de aplicação.

O gráfico da Figura 49 apresenta o desempenho dos estudantes na atividade, evidenciando o número de acertos de cada aluno.

Figura 49 – Percentual de acertos na atividade individual avaliada.



Fonte: a pesquisa.

O gráfico permite observar que 51% dos alunos acertaram mais de dez questões, o que representa um desempenho satisfatório considerando que a média para aprovação, na escola, é 5. Além destes, outros 29% dos alunos tiveram um número de acertos acima da média para aprovação praticada escola. Desta forma 79% dos alunos foram aprovados na avaliação realizada, podendo-se afirmar que estes possuíam um nível de conhecimento razoável sobre Logaritmos.

Assim, a partir da avaliação de que os estudantes tinham um domínio satisfatório com relação a noções básicas que envolvem os Logaritmos (definição, cálculo, propriedades) considerou-se que esses conhecimentos poderiam ser ampliados e consolidados a partir do desenvolvimento de tarefas que envolvessem o estabelecimento de relações com conhecimentos oriundos de outras áreas do saber envolvendo, neste caso, a modelagem matemática.

6.2.3 Terceira Ação - Pesquisa bibliográfica e atividade de modelagem matemática

Inicialmente solicitou-se que os alunos realizassem uma pesquisa sobre o histórico e as aplicações dos Logaritmos sendo que o resultado destas foi publicado via grupos do Facebook. A Figura 50 apresenta um exemplo do desenvolvimento dessa tarefa que foi realizada em horários extraclasse e contou com interações entre os componentes dos grupos e a professora.

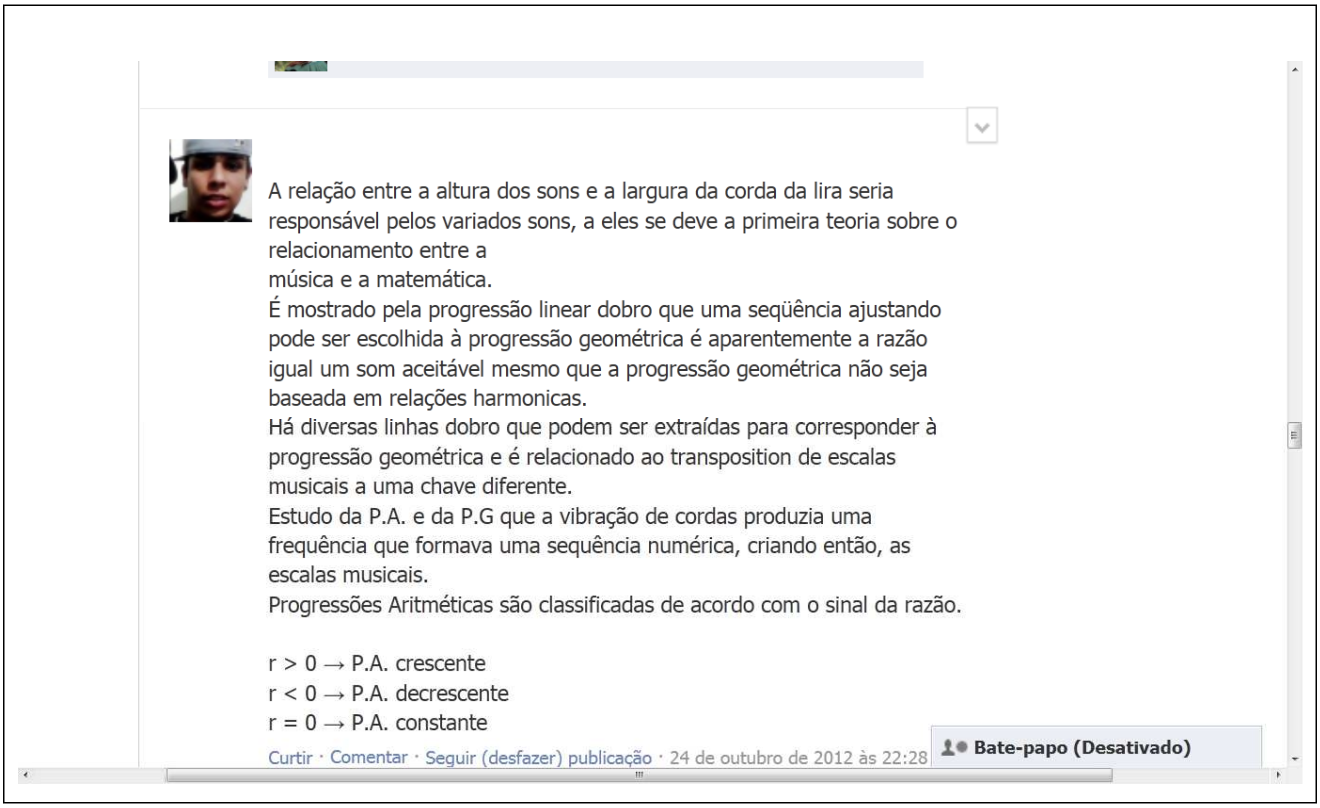
Figura 50 - Histórico dos Logaritmos

Fonte: a pesquisa.

A partir das pesquisas desenvolvidas sobre o histórico dos logaritmos e suas aplicações e das discussões realizadas em sala de sala de aula foi elaborado um texto, com a formatação final realizada pela professora, o qual se encontra no Apêndice C. Ressalta-se que durante esta atividade foi possível discutir com os alunos sobre a importância de utilizar fontes de referência confiáveis tendo em vista a diversidade de informações contraditórias e em algumas situações errôneas que surgiram ao longo das discussões.

Finalizadas as discussões sobre o histórico e aplicações dos Logaritmos, os estudantes receberam outra tarefa que seria a de pesquisar sobre possíveis relações entre os Logaritmos e Progressões Aritméticas e Geométricas bem como suas possíveis relações com a Música. Evidências dessas relações foram publicadas nos grupos e discutidas e estão apresentadas, a título de exemplo, na Figura 51.

Figura 51- Apresentação e discussões sobre PA e PG



Fonte: a pesquisa.

Destaca-se que houve inúmeras dificuldades em vincular as progressões às partituras musicais, visto que apenas um grupo reduzido de alunos tinha alguma experiência vinculada à música. A partir daí elaborou-se o material, disponível no Apêndice D, com base nos estudos de Netto (2002) buscando oportunizar a todos o acesso a um material de estudos sobre a função das progressões na música, bem como o quanto existe de progressões nas partituras musicais. Este material viria a servir como subsídio para a realização da atividade Prática de Modelagem: Progressões Geométricas.

Para a realização da atividade de prática de modelagem sobre Progressões os alunos permaneceram dispostos em grupos e todos poderiam se manifestar à medida que julgassem pertinente interromper para questionar e/ou argumentar sobre a atividade realizada, sendo que ficou acertado que as intervenções seriam precedidas do ato de “levantar a mão” indicando a necessidade de se manifestar e tão logo outro colega finalizasse sua argumentação este poderia se manifestar.

Na Figura 52 apresenta-se a descrição detalhada da atividade desenvolvida:

Figura 52- Descrição da atividade Prática de Modelagem: Progressões Geométricas

Inicialmente regulou-se um Metrônomo conforme mostra a Figura 1 em um tempo de 90 a 100 batidas por minuto.

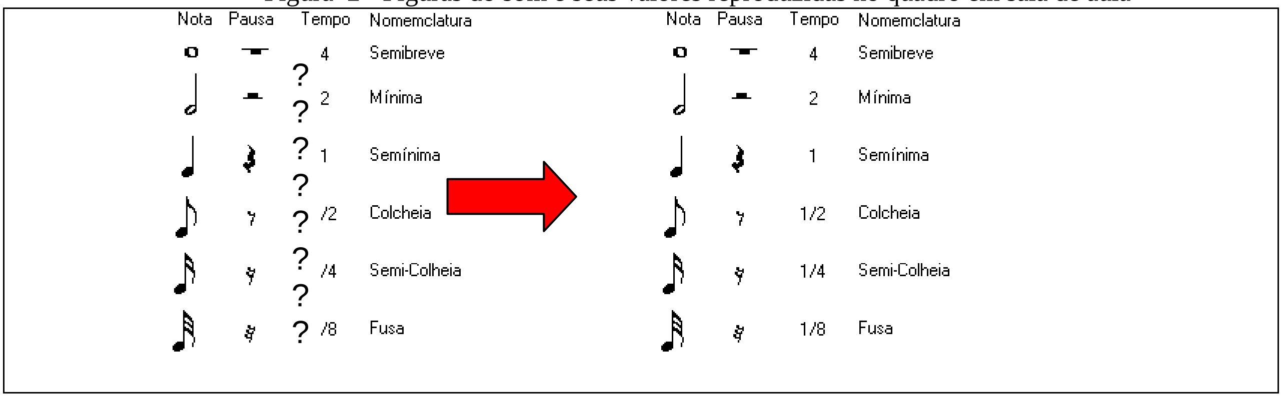
Figura 1- Metrônomo

Fonte: www.auladeviolao.net

A seguir solicitou-se a um aluno que tocava violão que tocasse as notas postas no quadro negro da sala de aula (Figura 2), enquanto os demais contavam quantas notas seria necessário para preencher um compasso 4/4.

O processo foi repetido diversas vezes até que houvesse consenso entre os estudantes sobre todas as notas desenhadas e que se pudesse preencher o quadro da Figura 2 corretamente:

Figura 2 - Figuras do som e seus valores reproduzidas no quadro em sala de aula



Fonte:http*://www.* blognotasmusicais.blogspot.com/

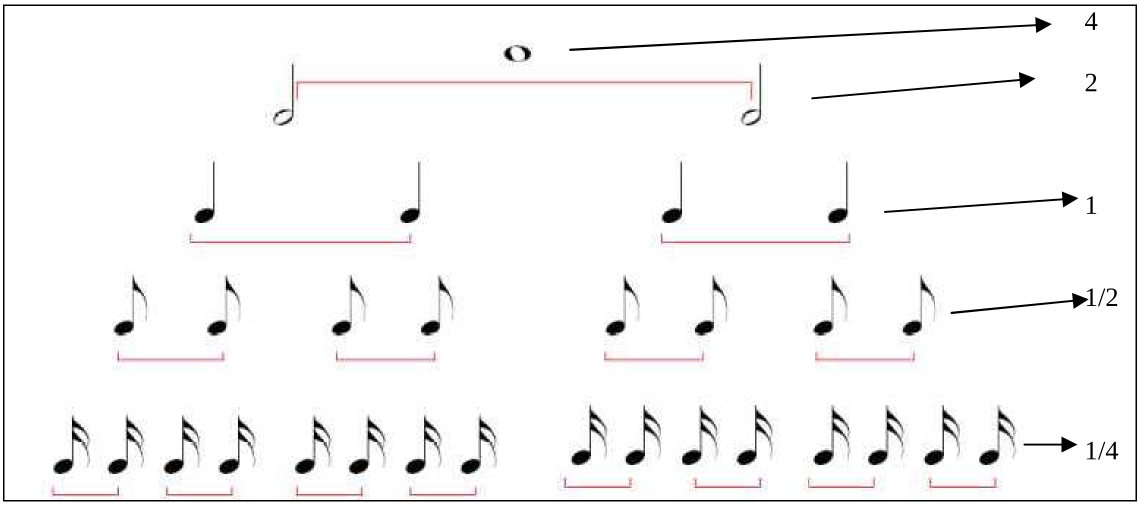
Observação: Metrônomo é uma espécie de relógio que mede o tempo (andamento) musical. Produzindo pulsos de duração regular, ele pode ser utilizado para fins de estudo ou interpretação musical. O metrônomo mecânico consiste num pêndulo oscilante cujas oscilações, reguladas pela distância de um peso na haste do pêndulo, podem ser mais lentas ou mais rápidas, sendo que a cada oscilação corresponde um tempo do compasso.

Fonte: a pesquisa.

Após o preenchimento do quadro houve uma pausa para reflexão sobre a possível relação entre o tempo necessário para cada nota musical, e se havia uma relação entre os valores encontrados, o que foi realizado em grupo.

Após inúmeras discussões sobre os resultados encontrados, chegou-se ao consenso de que se tratava de uma proporção cujo primeiro termo representava o algarismo 1 e, por eliminação foi verificado que se tratava de uma progressão geométrica conforme expresso na Figura 53:

Figura 53- Notas musicais e a PG decrescente



Fonte: http:// osnildo.files.wordpress.com/2008/10/modulo-2.pdf

Destacam-se, na Figura 54, comentários dos alunos com relação a este processo de construção e generalização.

Figura 54- Transcrição do processo de modelagem de progressão I

PROFESSORA: Quantas batidas durou essa nota?
[Sem consenso, alguns alunos responderam quatro e outros um. Observando a discordância, a professora reformulou a pergunta.]
PROFESSORA: Quantas batidas do metrônomo são necessárias para tocar uma semi breve ?
ALUNOS:Quatro.
[Indicando ter compreendido a relação entre as batidas do metrônomo e a nota musical (semi breve), os alunos foram respondendo análise das demais notas musicais.
Para mínima houve unanimidade em mencionar que seriam duas batidas e para seminimima, uma única batida.]
PROFESSORA: E para colcheia?
[Na primeira execução não houve manifestação ao que a professora solicita a repetição da nota musical e questiona:]
PROFESSORA: E agora ?
[Os alunos permaneceram em silêncio, a professora repetiu a sequência até que um aluno arriscou:]
ALUNO D: Existe meia batida ?
[A professora perguntou aos demais alunos o que eles pensavam de acordo com tudo que viram. Um aluno mencionou que observando ouvindo com atenção o som que estava sendo reproduzido ele acreditava que havia sim meia batida e outras frações.]
Professora: E a Semicolcheia ?
ALUNOS(A,B,C, F e G): um quarto
PROFESSORA: O que vocês observam nesta relação ?
ALUNO A : Como assim professora ? [sintetizando a manifestação de outros nove alunos]
PROFESSORA: A sequência numérica ?
ALUNO D: Ela é decrescente ! [sintetizando resposta apresentada por outros doze alunos]
ALUNO F: Tem a ver com progressões não é ?
PROFESSORA: Se tem sequência, temos uma progressão. Existe como criar um modelo para isso ?
ALUNO C: Deve ter professora. [sintetizando resposta apresentada por outros seis alunos]
A professora solicita que observem a sequência e discutam uma forma de generalizar isso.
ALUNO B: Uma é a metade da anterior

Fonte: a pesquisa

Neste momento, a professora solicita aos alunos que iniciem um processo de generalização considerando os formalismos necessários da escrita matemática, conforme destacado na Figura 55:

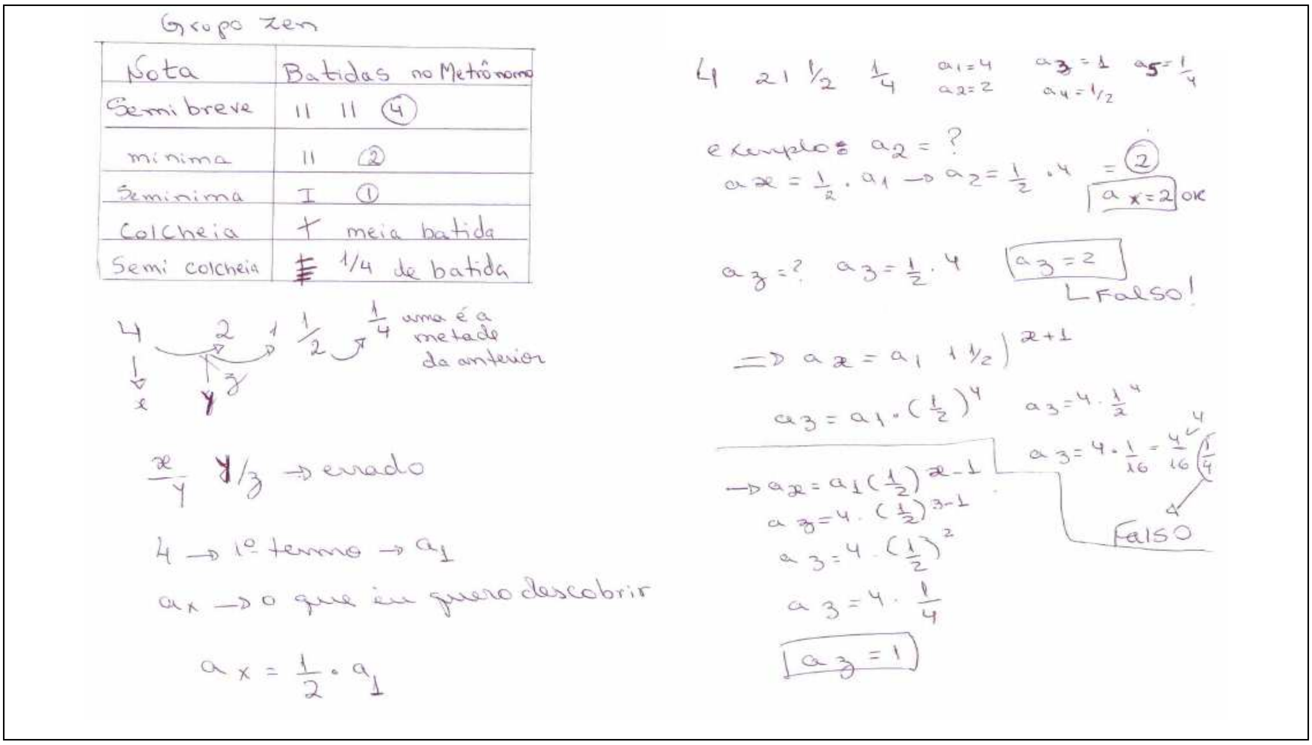
Figura 55- Descrição modelagem de progressão II

PROFESSORA: E matematicamente, como escrevemos ?
ALUNO C:O primeiro dividido pelo segundo. [sintetizando resposta apresentada por outros oito alunos]
PROFESSORA: Como assim ?
ALUNO B: Tipo x/y
PROFESSORA: E o próximo termo, como será ?
ALUNO B: Deixa eu pensar...Estou me confundindo com x e y. [sintetizando resposta de todos os alunos presentes (28)]
PROFESSORA: Que tal utilizarem a_1 para o primeiro termo ?
ALUNO B: Deixa eu pensar professora.
ALUNO A:Então é certo chamar de a_x o termo que quero descobrir? [sintetizando reflexão de sete alunos]
PROFESSORA: É correto.
ALUNO: Então já sei que para encontrar $a_x = a_{1\,...}$ Temos que pensar no resto
ALUNO C: Se um é a metade do outro então tem ½ na história ?
PROFESSORA: Podemos ter ½ sim, mas onde ?
ALUNO B: Vou ver se faço um numero que tenho certeza. [sintetizando reflexão apresentada por outros treze alunos]
PROFESSORA: Lembre-se que se um exemplo der certo isto não quer dizer que seja válido para todas as situações existentes, ok ?
ALUNO C: Pode deixar professora ... Sei que na Matemática uma fórmula só é válida se valer para 'todo mundo''
PROFESSORA: Mãos a obra !
Os alunos discutiram em grupo por um período de tempo estimado em cerca de 30 minutos.
ALUNO B: Professora, usando a lógica, o ½ deve estar multiplicando o termo que chamei de $a_{1\,!}$
PROFESSORA: Mas como tu chegou nesta conclusão?
ALUNO B: Eu e o aluno C pensamos assim: Se a_x é o que eu quero saber e ele é igual a a_1 então se eu multiplicar ele por ½ vou encontrar a metade do número.
PROFESSORA: Até aí tudo bem, mas está faltando alguma coisa, sabe por que ? Vou te dar uma prova que a tua fórmula não vale para todo mundo.
ALUNO C: Como assim ?
PROFESSORA: Calcule o a_4. Nós já sabemos que ele assume o valor de ½ por ser uma colcheia, veja se usando esta tua fórmula você encontra este valor.
Os alunos elaboram a questão e concluem:
ALUNO B: Realmente, é um contra exemplo... Está faltando algo... [sintetizando resposta apresentada por outros onze alunos]
ALUNO C: Vem cá, se usarmos os expoentes... Porque o expoente lá no ½ vai diminuindo as frações...
ALUNO B: Boa ideia, mas neste caso temos que usar todas as variáveis envolvidas ... O x que quero saber tem que estar envolvido. [sintetizando reflexão apresentada por outros sete alunos]
ALUNO A: Se considerarmos como expoente de ½ o x+1
ALUNO B: Mas se está decrescendo tem que ser x-1.
ALUNO C: Vou testar aqui ... [sintetizando resposta apresentada por outros oito alunos]

Fonte: a pesquisa.

Além do diálogo transcrito, destaca-se que os alunos acompanharam o desenvolvimento das atividades realizando produções escritas para apoiar o processo de generalização, sendo que dentre o material produzido destaca-se, na Figura 56, a produção do Grupo Zen:

Figura 56- Rascunhos Grupo Zen



Fonte: a pesquisa.

Registros similares ao apresentado pelo Grupo Sem foram realizados por todos os grupos. Desta forma os alunos conseguiram generalizar a sequência descrita através de um modelo matemático sendo que, o modelo gerado foi:

$$a_x = a_1.(1/2)^{x-1}$$

Após discussões e explicações ocorreram questionamentos, por parte da professora/investigadora, sobre a validade da expressão encontrada para todas as sequências.

Neste momento, alguns alunos se manifestaram destacando a “fórmula” encontrada seria válida somente para esta sequência e que para obtenção de um modelo geral seria necessário que o valor estabelecido para o exemplo em estudo como ½ deveria ser substituído por uma letra “y” que representaria a razão de modo geral. Assim, os estudantes chegaram a expressão:

$$a_x = a_1.\, y^{x-1}$$

Destaca-se que, embora os alunos tivessem conhecimentos sobre Progressões Aritméticas e Geométricas (conteúdo já estudado), demonstraram inúmeras dificuldades na compreensão deste quando articulado com uma situação prática. Houve unanimidade entre estes ao afirmar que este tipo de atividade prática deveria ser evidenciado em todas as disciplinas por auxiliá-los na compreensão de situações aparentemente distantes da matemática.

6.2.4 Quarta ação - Construção de um Vibrafone

A etapa seguinte teve inicio com a construção do mencionado Vibrafone utilizando como recurso para afinação a escala de Zarlino que havia sido mencionado nas pesquisas dos alunos. Nesta etapa, fez-se a exibição do vídeo *"A Matemática da Música"*, o qual aborda a Matemática presente em diversas áreas do universo musical e como esta auxilia na formação das escalas, padrões rítmicos do samba, jazz e blues ou ainda nas complexas sinfonias criadas por grandes autores clássicos. Além disso, situa fatos e personagens históricos que ajudaram a fundamentar a música como ciência. Após esta exibição, em caráter de demonstração, a professora construiu um Vibrafone. Essa construção foi permeada por explicações, discussões e cálculos matemáticos.

A discussão teve início a partir de informações fornecidas pela professora sobre as escalas musicais. A professora informou que todas as escalas musicais empregadas na música ocidental não passam de variantes da escala diatônica que tem sua origem na antiga Grécia. Quando uma corda esticada é posta em vibração, ela produz certo som. Se o comprimento da corda vibrante for reduzido à metade, um som mais agudo é produzido, que tem uma relação com o primeiro. Quando submetida à certa tensão, se a corda vibra em toda a sua extensão, ela produz um som de uma certa frequência, que se convencionou chamar de dó.

O instrumentista varia o comprimento da corda vibrante, pondo o dedo em certas posições na corda. A divisão de uma corda segundo a sequência de frações gera as notas musicais hoje conhecidas. Assim, as notas musicais são geradas a partir de relações de números simples com a frequência fundamental, destacadas na Figura 57:

Figura 57 - Notas Fiscais e frequências de frações

Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si	Dó
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

Fonte: http://www.elsaposabio.com/musica/?p=418

Para construção deste Vibrafone foram necessárias oito garrafas de vidro idênticas, fita crepe, barbante e cabo de vassoura, calculadora e medidores de volume.

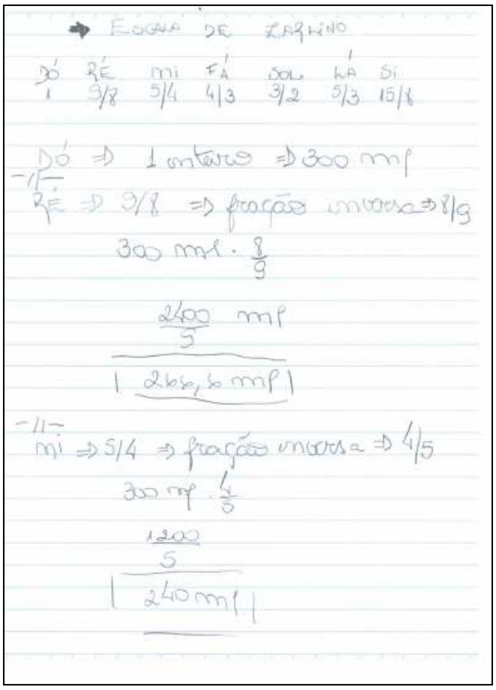
A construção inicia com a fixação das garrafas penduradas por um barbante, sendo que o número pode variar de 8 a 19 garrafas, dependendo da cifra escolhida. No caso, foi utilizada a escala de Zarlino, sendo utilizadas 8 garrafas conforme apresentado na Figura 58:

Figura 58- Vibrafone construído em sala de aula

Fonte: a pesquisa.

Destaca-se que para construção do instrumento devem ser utilizadas as frações inversas para cálculo de volume de água. As garrafas utilizadas tinham capacidade para 300 ml, desta forma a primeira garrafa considerada como tônica, ou seja, a nota musical “Dó” recebeu o volume total de líquido. A segunda garrafa, que deveria ter o som da nota “ré” foi preenchida com 266,7ml, isto porque se efetuou o cálculo, conforme apresentado na Figura 59:

Figura 59- Cálculo de volume de garrafa para notas musicais



Fonte: a pesquisa.

O resultado do volume de água necessário está sintetizado na figura 60:

Figura 60- Volume de água nas garrafas

Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si	Dó
300ml	266,6ml	240ml	225ml	200ml	180ml	160ml	150ml

Fonte: a pesquisa.

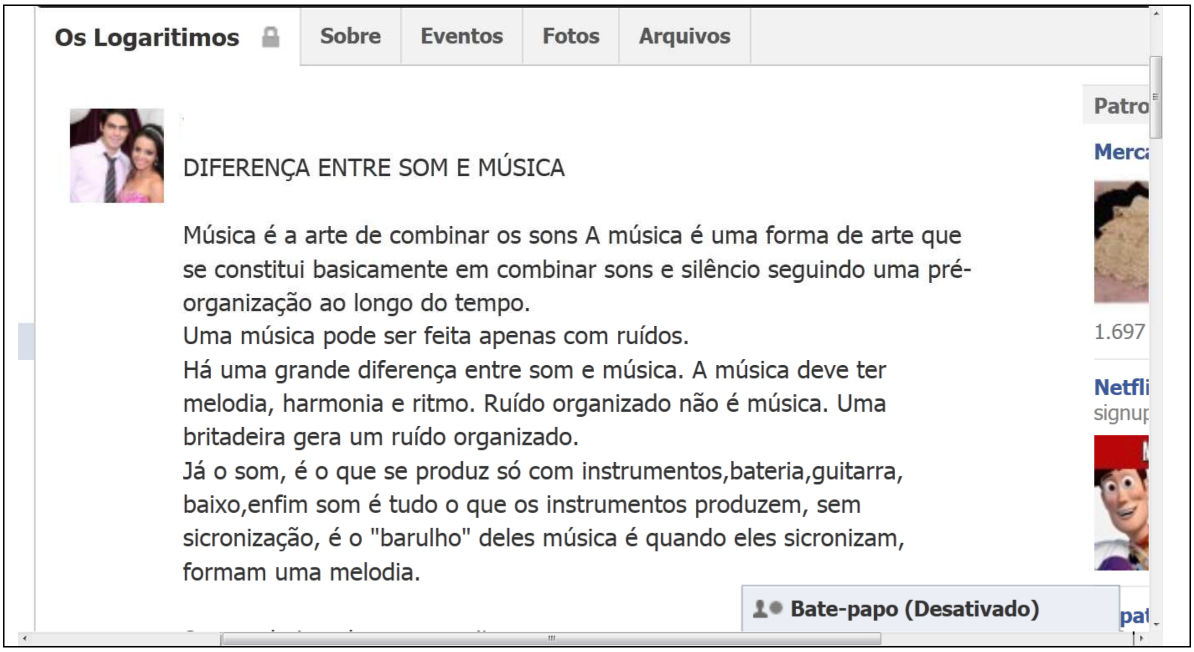
Após a construção deste Vibrafone utilizando a escala musical de Zarlino, a professora investigadora demonstrou durante algum tempo os sons que este reproduzia e explicou, com exemplos práticos, alguns termos presentes na teoria musical. Ao fim da atividade solicitou aos alunos que complementassem as informações recebidas, pesquisando e discutindo entre os elementos do grupo as seguintes questões:

1)O que diferencia musica do som ?

2)Conceitue : Frequência; Consonância; Dissonância; Compasso; Escala; Tom; Semitom

Os resultados desta atividade também foram postados nos grupos, dos quais se destacam aqueles que buscaram sintetizar e transcrever com suas palavras as definições encontradas, o que pode ser visto no exemplo da Figura 61:

Figura 61- Definições da Música



Fonte: a pesquisa.

Observa-se que os alunos apresentam dificuldade em articular e sintetizar os conceitos que foram discutidos em sala de aula e para os quais se solicitou uma ampliação, a partir da pesquisa, buscando produzir um texto sobre os principais conceitos sobre a temática envolvida.

Após explanação sobre as publicações efetuadas no Facebook e nova discussão destes conceitos em sala de aula, foi solicitado aos alunos que em grupos, elaborassem pesquisa sobre o temperamento musical, conforme se destaca na Figura 62:

Figura 62- Pesquisas Temperamento Musical

Fonte: a pesquisa.

Após as publicações, realizou-se a discussão em sala de aula no grande grupo, buscando organizar as idéias e conhecimentos que os estudantes estavam articulando. Posteriormente, os grupos foram orientados a escolher uma música de comum acordo, verificar quais as notas musicais envolvidas nesta e, a partir daí construir um Vibrafone utilizando como escala para afinação temperamento musical. As discussões transcritas no quadro da Figura 63 evidenciam como esta construção foi realizada:

Figura 63- Diálogo para construção de Vibrafone utilizando o temperamento musical

PROFESSORA: Vamos agora fazer um compacto de tudo que vocês publicaram e começarmos a verificar as aplicações dos logaritmos, ok?
ALUNO A: Está valendo professora. [sintetizando resposta apresentada por outros oito alunos]
PROFESSORA: Vamos lá, quem se habilita a falar um pouco sobre o temperamento musical de acordo com o que vocês pesquisaram?
ALUNO B: Professora, não sei se está certo mas entendi que, existem vários tipos de afinação, conforme vimos algumas em aula, assim como a de Zarlino. E, existem algumas notas que não ficavam muito sintonizadas...
PROFESSORA: Você quer dizer harmônicas ?
ALUNO B: Isso mesmo, me faltou a palavra... E continuando e o temperamento musical surgiu dessa necessidade de evoluir na escala de afinação.
PROFESSORA : Mas o que tem na escala temperada que não nas outras escalas ?
ALUNO C: A divisão da escala de Zarlino é feita ...
ALUNO D: Deixa eu falar também! Olha só, professora, o temperamento musical é dividido em doze intervalos musicais iguais. E as freqüências partem de um valor padrão que dá origem as outras.
PROFESSORA: Me fala mais, que valor padrão é este ?
ALUNO E: Tem a ver com PG
ALUNO F: È mais ou menos assim que ele quer dizer: Se os intervalos são iguais deve existe um número que multiplica pelo outro e vai gerando os demais e isso, até onde eu sei é PG.
PROFESSORA: Correto ! E o que mais você tem a dizer sobre isso ?
ALUNOS D e G: Mas tem um detalhe...
PROFESSORA: Qual ?
ALUNO D: Observando na escala que vimos do temperamento observa-se que o valor máximo é 2, então o numero que devo multiplicar deve ser menor do que 2 e o intervalo tem q ter a potência 12, porque são doze intervalos.
PROFESSORA: Então tu está me dizendo que para encontrar o valor padrão que vocês mencionaram eu vou elevar uma variável na potência 12 e igualar a 2 ?
ALUNO H: Isso aí professora, mas agora teremos uma raiz que eu nunca calculei
ALUNO B: Eu pesquisei na internet e a raiz que no lugar do 2 que é quadrado tem o doze é chamada duodécima.
PROFESSORA: Vamos nos organizar e escrever isso: A raiz utilizada é a ducodécima porque na execução de uma oitava ela percorre doze intervalos e do inicio ao fim a freqüência dobra.
ALUNO E: Professor, pergunta burra ... Não consigo entender direito ... O que é uma oitava ?
PROFESSORA: Não existe pergunta burra !!! Vocês devem perguntar tudo... Mas vamos ao que interessa.. A oitava nada mais é do que um intervalo e outro com a metade ou o dobro da sua frequência.
ALUNO E: E a frequência ? [sintetizando indagação de outros nove alunos]
ALUNO A: Deixa que esta eu respondo professora!!! A freqüência é o som que nós ouvimos, que pode ser mais agudo ou mais grave.
PROFESSORA: Dúvidas esclarecidas ?
ALUNO E: Acho q sim, qualquer coisa eu interrompo. [sintetizando resposta apresentada por outros nove alunos]
PROFESSORA: Continuando ... Se extrairmos a raiz duodécima de dois, que vamos encontrar ?
ALUNO A: A frequência que gera todas as notas ?!
PROFESSORA: Isso mesmo...
ALUNO B: Deixa eu ver se consigo calcular na minha cientifica... Professora, achei 1,059 e mais um monte de números...
PROFESSORA: Diga todos os dígitos, pois se arredondarmos acho que o som não ficará tão bom, não acha ?
ALUNO B: Esqueci deste detalhe... Então o valor é 1,0594631
ALUNO C : Professora, eu achei em um site todas as notas da escala temperada com a tal da raiz medonha que vocês estão calculando... Achei em um site de educação
PROFESSORA: Deixa eu ver ... [a professora observa o material impresso apresentado pelo aluno o qual é apresentado na figura 66]
PROFESSORA: Ok, temos um resumo dos valores de cada uma das notas musicais. Mas como vamos calcular a freqüência delas?
ALUNO E: Usando este valor que achamos.
PROFESSORA: Vamos calcular !!! Cada um resolve uma das notas musicais e vamos organizar aqui no quadro.

Fonte: a pesquisa.

Os cálculos efetuados pelos alunos tomando como base os dados do temperamento musical (Figura 64) foram sintetizados e estão apresentados na figura 65:

Figura 64 - Temperamento Musical

NOTA	DÓ	DÓ#	RÉ	RÉ#	MI	FÁ	FÁ#	SOL	SOL#	LÁ	LÁ#	SI	DÓ
Temperado	1	$2^{1/12}$	$2^{2/12}$	$2^{3/12}$	$2^{4/12}$	$2^{5/12}$	$2^{6/12}$	$2^{7/12}$	$2^{8/12}$	$2^{9/12}$	$2^{10/12}$	$2^{11/12}$	2

Fonte: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/livro_didatico/matematica.pdf

Utilizando as informações sobre temperamento musical da Figura 64 como base, foram efetuados os cálculos de frequência de cada uma das notas musicais, sendo que cada grupo de alunos efetuou parte deles e após foram apresentando seus resultados no quadro da sala de aula, sendo que o processo de cálculo era aferido pelos demais.

Figura 65- Cálculo de frequência-temperamento musical

do = **16,352**Hz
do#= **16,352 x 1,0594631** = 17,325 Hz
re = 17,325 x 1.0594631 = 18,3545 Hz
re# = 18,3545 x 1.0594631 = 19,445 Hz
mi = 19,445 x 1.0594631 = 20,602 Hz
fa = 20,620 x 1.0594631 = 21,827 Hz
fa# = 21.827 x 1.059461 = 23,125
sol = 23,125 x 1.0594631 = 24,500
sol# = 24,500 x 1.0594631 = 25,957
la = 25,957 x 1.0594631 = 27,500
la# = 27,500 x 1.0594631 = 29,135
si = 29,135 x 1.0594631 = 30,868
do = 30,868 x 1.0594631 = **32,704**

Fonte: a pesquisa.

A discussão a respeito do temperamento musical seguiu sendo realizada, sendo que, deve-se destacar, que neste momento começaram a ser realizadas reflexões sobre o que de fato significava o valor encontrado, ou seja, qual seria o vínculo deste com os sons a reproduzir. Dessa discussão derivaram os diálogos apresentados na Figura 66:

Figura 66- Comentários dos alunos sobre as operações efetuadas.

PROFESSORA: Gente vocês encontraram exatamente o dobro analisando os intervalos ?
ALUNO A: Sim, está certinho.
PROFESSORA: Mas o que isto quer dizer
ALUNO C: O tipo de som que vamos encontrar, do mais agudo até o mais grave.
PROFESSORA: Agora vamos formalizar algumas coisas:

Fonte: a pesquisa.

A construção do Vibrafone utilizando temperamento musical exigiu que fossem utilizados os conhecimentos de mudança de base de Logaritmo, cujos discussões estão destacados na Figura 67.

Figura 67- Relacionando propriedades dos Logartimos para construção do Vibrafone

PROFESSORA: Pela definição de logaritmos, temos que 1/12 é o logaritmo de q na base 2 e mudando da base 2 para a base 10, segue que: $1/12 = \log_2 q = \log q / \log 2$. Para confecção das marimbas vocês devem primeiramente selecionar a música a tocar para posteriormente verificar o número de garrafas necessárias na confecção, que neste caso varia de 8 a 13 garrafas.
[Segue a descrição dos passos do processo de generalização da mudança de base e conclusões elaboradas pelos alunos.]
PROFESSORA: Então pessoal, que tal agora unirmos teoria e prática ?
ALUNO A: Professora isto está mais para sopa de letrinhas... [sintetizando resposta apresentada por outros dezessete alunos]
ALUNO B:Eu concordo... É um tal de letra que sobe e número que desce ... Tenho medo de não entender !!!
PROFESSORA: Vocês estão muito ansiosos. Agora é hora de começar a estabelecer as relações entre teoria e aplicação.
Vamos lá, vocês relembraram as propriedades dos logaritmos e para este trabalho vamos nos concentrar na mudança de base.
ALUNO C: Mudança de base até vai professora ... Mas daí a fazer música ? Não que eu não acredite na senhora ... Mas está difícil ... [sintetizando resposta apresentada por outros cinco alunos]
PROFESSORA: Vocês vão se surpreender....
Vamos refletir sobre o que conversamos sobre propriedades dos Logaritmos.
Observamos que a base em que o Logaritmo é apresentado na calculadora é a base 10 e diferentemente disso, a afinação utilizando o temperamento musical tem como base a raiz duodécima, que podemos converter em logaritmos.
ALUNO A: Agora lembrei, quando estudamos logaritmos você disse que o inverso deles é a exponencial.
PROFESSORA: Exato! Se temos uma potência, podemos transformá-la em logaritmos.
Mas primeiro vamos pensar em mudança de base, fazendo uma troca letras rápido. Guardem este resumo com vocês. [Professora escreve no quadro esquema para a mudança de base.]
PROFESSORA: Vamos lá pessoal, organizando tudo que vimos até aqui:
Sabemos o valor na escala conforme tabela que o colega nos trouxe e descobrimos o valor da frequência.
ALUNO A: Professora tenho que igualar o valor da escala com um logaritmo ?
PROFESSORA: Porque ?
ALUNO B: Bom, preciso calcular a quantidade de água, mas no expoente pequenino fica mais difícil, então posso calcular a frequência de cada nota. [sintetizando resposta apresentada por outros quinze alunos]

Fonte: a pesquisa

Neste momento a professora interfere chamando a atenção dos alunos sobre como é possível relacionar o volume de água e o som das notas musicais, conforme descrito na Figura 68:

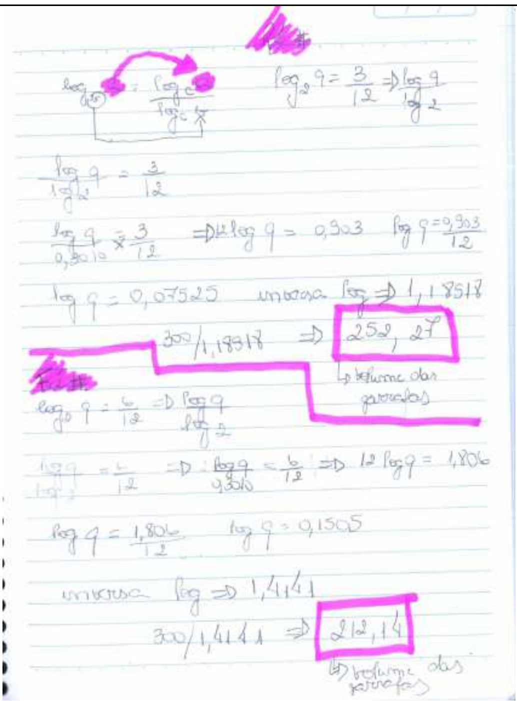
Figura 68- Diálogo alunos- Temperamento musical

PROFESSORA: Como pode fazer isso ?
ALUNO A: Se eu igualar a frequência a um logaritmo. [sintetizando resposta apresentada por outros cinco alunos]
PROFESSORA: Qual logaritmo ?
ALUNO B: Logaritmo de base 2. [sintetizando resposta apresentada por outros oito alunos]
PROFESSORA: Porque ?
ALUNO B: Por que a escala temperada tem uma relação com o dobro... A oitava de dó a dó percorre doze intervalos e o último valor é o dobro do primeiro.
PROFESSORA: Não é isso... Pensa mais um pouco.
ALUNO D: Não é porque a base dois é a base da potência e se eu não tenho calculadora cientifica uso o inverso do expoente que é o logaritmo. Assim fujo do cálculo da raiz e descubro a freqüência rapidinho.
ALUNO A: Professora, se no vestibular eu tiver que fazer uma conta, ao invés de chamar a "duodécimo" só aplico uns logaritmos e está tudo resolvido.
PROFESSORA: Isso mesmo. Os logaritmos servem para simplificar e não complicar !!!
PROFESSORA: Muito bem! E agora ?
ALUNO C: Se eu fizer o seguinte, igualar os dois e trocar a base ? [sintetizando resposta apresentada por outros oito alunos]
PROFESSORA: Vamos tentar...
ALUNO A: Seu começar pelo Dó normal ele vale 1,059 , não tenho muito o que fazer.
PROFESSORA: Então vocês não calculam o dó ?
ALUNO B: Calculamos sim professora, deixa só eu tentar entender como...
ALUNO E: Se eu dividir o volume da garrafa pela freqüência que eu encontrei, vou achar um valor e pode ser a quantidade necessária de água para reproduzir uma nota musical.
PROFESSORA: Vamos tentar ! Organizamos assim, cada grupo calcula três ou quatro notas da escala temperada.
ALUNO C: Depois colocamos a água e vamos ver o som que ela reproduz!
PROFESSORA: Mãos à obra !!!

Fonte: a pesquisa.

Inicialmente, os cálculos foram efetuados nos grupos e depois compartilhados com os demais colegas, conforme recortes apresentados na Figura 69:

Figura 69- Temperamento musical- cálculo alunos



Fonte: a pesquisa.

Para elaboração deste protótipo no grande grupo, considerou-se uma garrafa de 300ml, efetuando os cálculos com das 13 notas e realizando a troca de base têm-se os seguintes dados na Figura 70:

Figura 70- Notas musicais e logaritmos

Nota	**Valor Escala**	**Conversão Temperamento Musical**	**Frequência**	**Cálculos necessários**	**Volume nas garrafas**
Dó	1	1	1,059	300 / 1,059	283,29
Ré	$2^{2/12}$	$Log_2q=2/12$	1,1220	300/1,1220	267,37
Ré#	$2^{3/12}$	$Log_2q=3/12$	1,18918	300/1,18918	252,27
Mi	$2^{4/12}$	$Log_2q=4/12$	1,2597	300/1,2597	238,15
Fá	$2^{5/12}$	$Log_2q=5/12$	1,3347	300/1,3347	224,77
Fá#	$2^{6/12}$	$Log_2q=6/12$	1,4141	300/1,4141	212,14
Sól	$2^{7/12}$	$Log_2q=7/12$	1,4983	300/1,4983	200,23
Sol#	$2^{8/12}$	$Log_2q=8/12$	1,5873	300/1,5873	189
Lá	$2^{9/12}$	$Log_2q=9/12$	1,6819	300/1,6819	178,37
Lá#	$2^{10/12}$	$Log_2q=10/12$	1,7815	300/1,7815	168,39
Si	$2^{11/12}$	$Log_2q=11/12$	1,8876	300/1,8876	158,93
Dó	2	$Log_2q= 1$	0,3010	300/0,3010	150,02

Fonte: a pesquisa.

Tomando como base os cálculos efetuados e as reflexões realizadas em conjunto, a professora solicitou aos alunos que observassem e refletissem sobre todo o processo de construção observando e relacionado teoria e prática e deste conjunto de situações destacam-se os seguintes comentários (Figura 71):

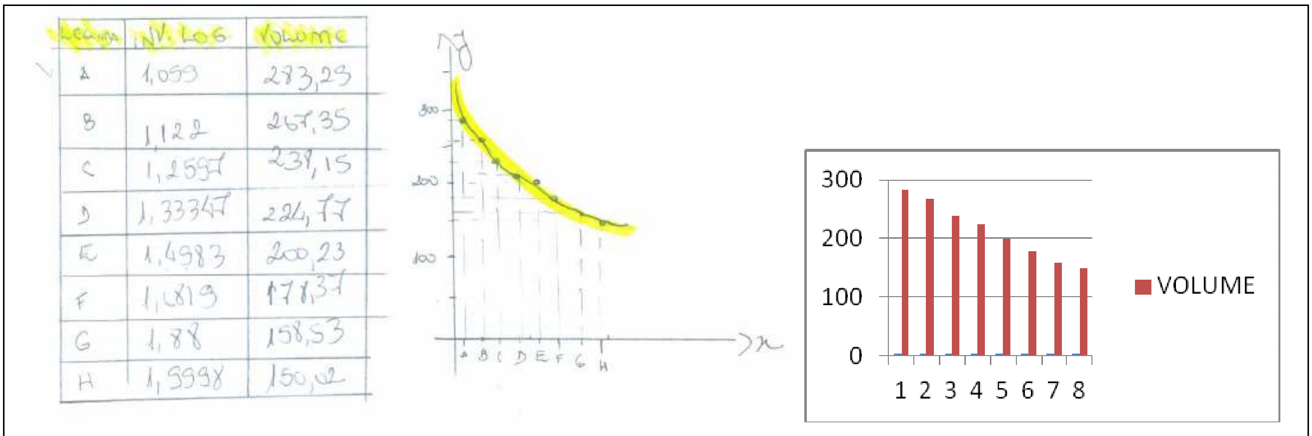
Figura 71- Reflexões sobre Temperamento Musical

ALUNO C: Mas professora, nós não fizemos doze cálculos, e sim treze ?
PROFESSORA: Mas porque você acha que fizemos isso ?
ALUNO A: São 13 porque o último Dó está uma oitava acima do primeiro,
ALUNO D: É um dó mais agudo ? [sintetizando indagação de sete alunos]
PROFESSORA: Isso mesmo, neste caso, após 12 intervalos a freqüência dobra, pois a altura do som é caracterizada pela freqüência da onda sonora.
ALUNO A: Um som de pouca freqüência é grave, e um som de grande freqüência é agudo ? [sintetizando indagação de treze alunos]
PROFESSORA: Correto, por isso que o primeiro Dó corresponde ao número 1 e o último, ao número 2, isto é, dobrou.

Fonte: a pesquisa.

Tendo efetuado os cálculos em conjunto com os alunos, a professora sugeriu que estes efetuassem a representação gráfica em seu material que foi confrontado com a representação gráfica gerada em planilhas de Excel, evidenciando que os valores encontrados remetem a uma função logarítmica conforme expresso na Figura 72:

Figura 72- Função Logaritmica



Fonte: a pesquisa.

As conclusões dos grupos foram amplamente discutidas em sala de aula. Por fim concluiu-se que estabelecendo a relação entre as notas e suas respectivas frequências é possível perceber que a quantidade de água nas garrafas que produzem estes sons crescerá de maneira inversamente proporcional, ou seja, quanto mais alta for a frequência menor será a quantidade de água na garrafa e, consequentemente, menor será o comprimento de onda.

Os grupos em suas pesquisas puderam verificar que a afinação utilizando o temperamento musical está presente nos mais diferente ritmos e assim, em comum acordo, decidiram focar seus trabalhos em músicas temáticas.

6.2.5 Quinta ação - Exposição dos trabalhos- Feira Ideias ao Vento

A apresentação dos Vibrafones na feira “Ideias ao Vento”, em 05.12.2012, e entrega de artigo elaborado a partir das pesquisas desenvolvidas, concretizaram o trabalho desenvolvido ao longo do trimestre, constituindo-se na culminância do projeto.

Um dos grupos, devido à época da realização da feira, optou por explorar a temática natalina, sendo que a Figura 73 destaca o protótipo apresentado na feira.

Figura 73- Grupo Natalino

Fonte: a pesquisa.

A música escolhida pelo grupo foi a composição intitulada “Noite Feliz” que tem na sua cifra cerca de seis notas musicais, conforme cifra apresentada na Figura 74.

Figura 74- Cifra Noite Feliz

D7 Em Em/C# G D7 G

G G
Noite feliz, noite feliz
D7 G
Ó senhor, Deus de amor
C G
Pobrezinho nasceu em Belém
C G
Eis na lapa Jesus, nosso bem
D7 Em Em/C#
Dorme em paz, ó Jesu_______us
G D7 G
Dorme em paz, ó Jesus

G G
Noite feliz, noite feliz
D7 G
Ó Jesus, Deus da luz
C G
Quão afável é teu coração
C G
Que quiseste nascer nosso irmão
D7 Em Em/C#
E a nós todos salva_______ar
G D7 G
E a nós todos salvar

(intro) D7 Em Em/C# G D7 G

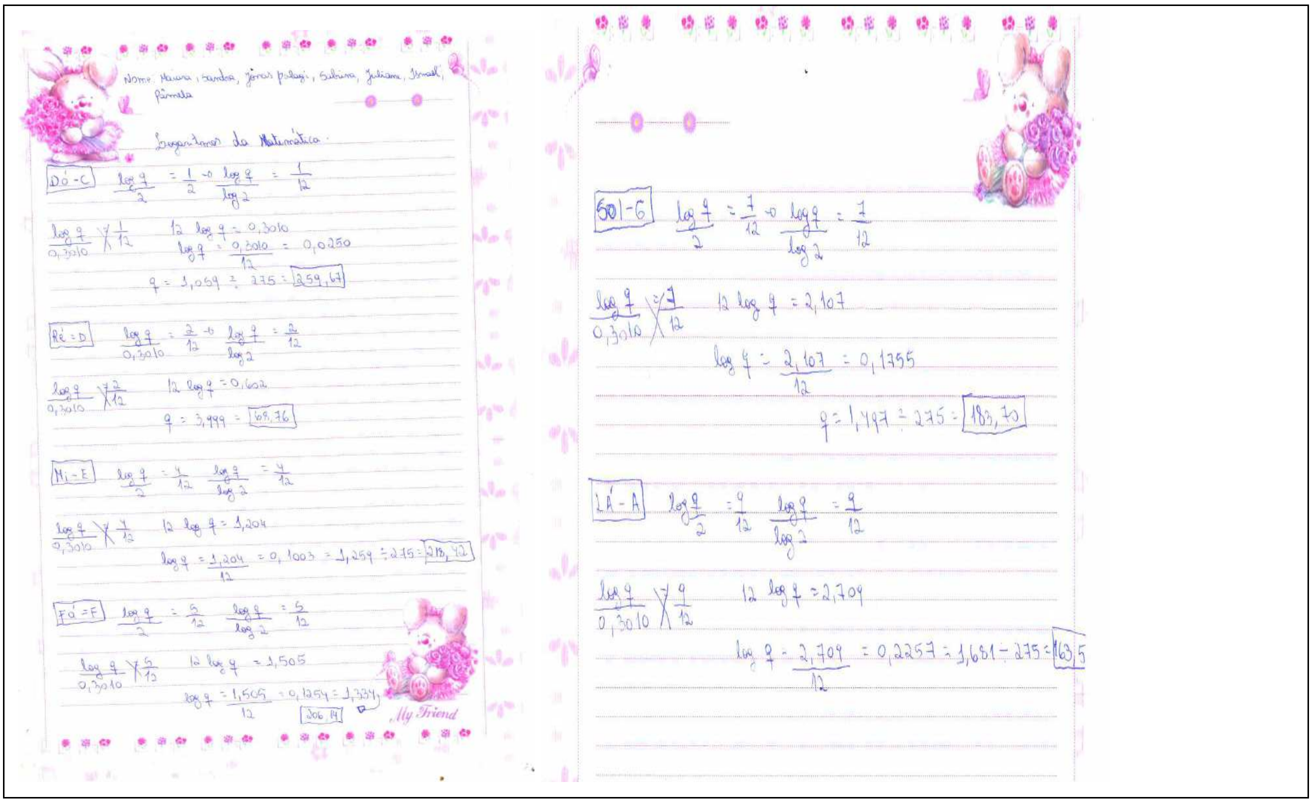
G G
Noite feliz, noite feliz
D7 G
Eis que no ar vem cantar
C G
Aos pastores, seus anjos no céu
C G
Anunciando a chegada de Deus
D7 Em Em/C#
De jesus Salvado______or
G D7 G
De jesus Salvador

(intro) D7 Em Em/C# G D7 G

Fonte: www.cifras.com

A partir dessas cifras o grupo efetuou os cálculos para verificar o volume que deveria ser inserido nas garrafas para reprodução das notas musicais desejadas. A Figura 75 apresenta os cálculos efetuados pelo Grupo Noite Feliz, sendo que no Apêndice E encontra-se o registro em áudio e vídeo de uma apresentação do Grupo, bem como registros fotográficos do evento.

Figura 75- Conversão de volumes para "Noite Feliz"



Fonte: a pesquisa

Observa-se com relação à Figura 75, que embora houvesse a solicitação da professora de que o trabalho final fosse elaborado em formato de artigo onde todas as informações fossem digitadas através de processador de texto, os alunos justificaram que não conseguiram efetuar esta operação tendo em vista o fato do laboratório de informática da escola operar somente com o software Linux e não disponibilizar nenhum monitor que pudesse auxiliá-los nas dúvidas com relação à digitação do material. Frente a este desafio, cabe destacar Balanskat e Blamire apud Passerino (2010) que destacam que os fatores que afetam o processo de apropriação das Tecnologias das Informação e Comunicação não está limitado as dificuldades dos professores em se adaptar ao uso destas e sim a barreiras que envolvem desde os softwares até a estrutura disciplinar e, neste caso existe a carência de recursos humanos.

Na Figura 76 apresenta-se um grupo que optou por explorar as músicas para relaxamento, tendo organizado uma sala temática onde tudo convergia para a meditação e relaxamento.

Figura 76- Sala Zen

Fonte:a pesquisa.

A cifra escolhida envolve músicas utilizada para técnicas de relaxamento, sendo que o ambiente também estava organizado para tal, tendo sido disponibilizado aos visitantes a realização de meditação e exercícios funcionais de Yoga. Na Figura 77 apresenta-se a cifra escolhida pelo grupo :

Figura 77- Cifra Música Zen

Sonidos Del Silencio

Musica Instrumental

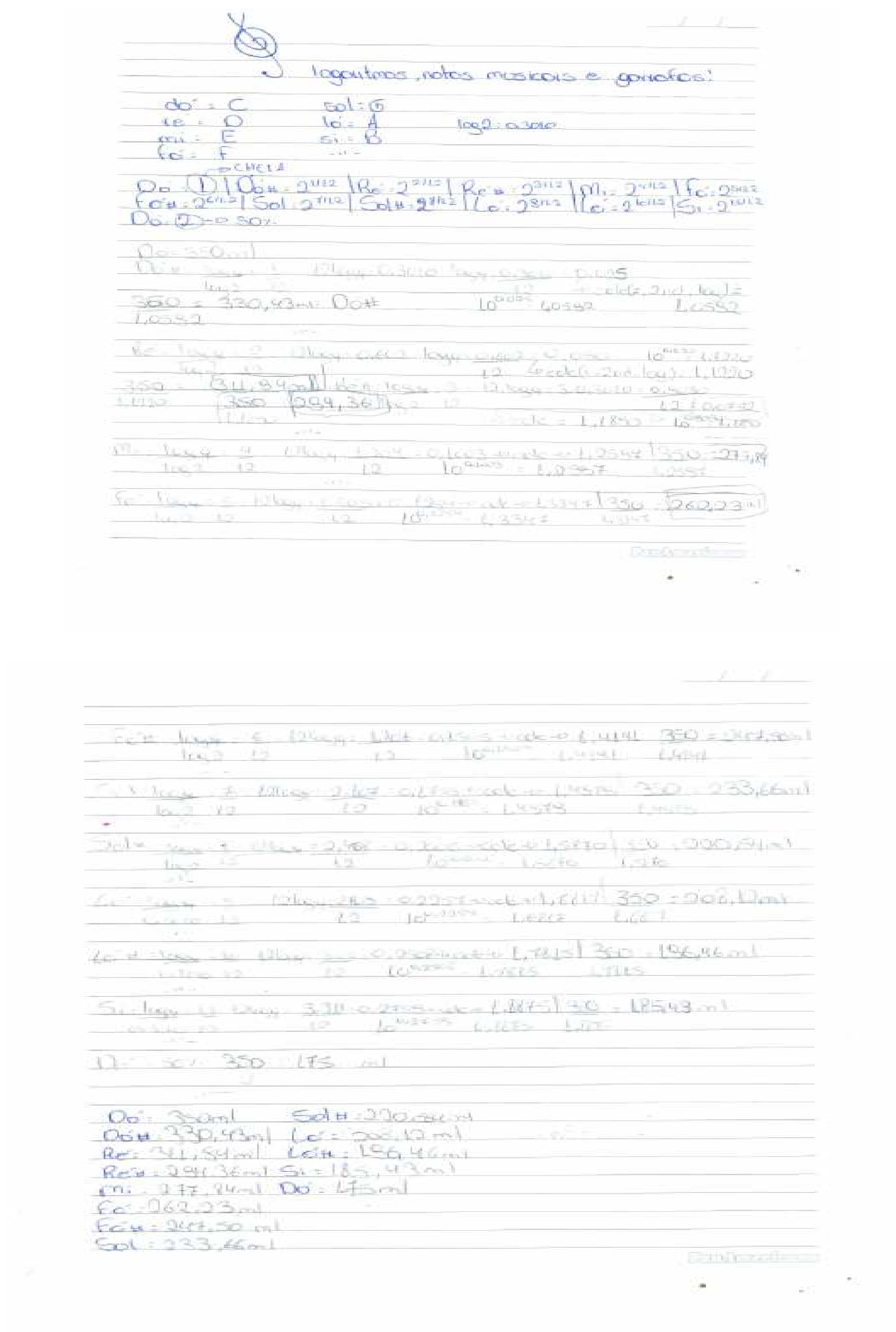
Compositor: Sergio Denis
Tom: C

```
Am              G                        Am
Vieja amiga oscuridad... otra vez quisiera hablar
                         F     C
porque he tenido n u e v a m e n t e....
                       F     C
una visión que s u a v e m e n t e....
        F                     C
iba cambiando... mi manera depensar - la oigo hablar
            Em       Am
la escucho en el... silencio....

                  G                          Am
En sueños caminaba yo... entre la niebla y la ciudad
                        F   C
por calles fríias d e s o l a d a s....
                          F   C
cuando una luz blanca y h e l a d a....
         F                     C
hirió mis ojos... y también la oscuridad - la vi brillar
        Em      Am     Am Am
la veo en el... silencio....

                  G                          Am
En medio e la luz miré... vi mil personas tal vez más
                     F      C
gente que hablaba sin poder hablar....
                  F   C
gente que oía sin poder oír...
      F                        C

y esa luz... las envolvía sin piedad - lo puedo oír
        Em      Am     Am Am
sonidos del... silencio....

                      G                          Am
Entonces yo les quise hablar... entonces les quise ayudar
                     F   C
quise tomarles de las m a n o s....
                         F   C
quise sentirles como h e r m a n o s....
          F                     C
pero ellos no... no podían comprender - ni entender
          Em      Am     Am Am
me undí en el... silencio....

                  G                       Am
Se arrodillaban a rezar... aquella luz era su Dios
                           F   C
yo les grité que d e s p e r t a r a n....
                         F   C
que la verdad alla no e s t a b a....
          F                      C
que los profetas... no son luces de neón - y que Dios
               Em      Am     Am Am
siempre habla en el... silencio....
```

Fonte: www.cifras.com

Os cálculos seguiram o mesmo processo do Grupo Noite Feliz, diferindo apenas nas notas musicais envolvidas e no volume das garrafas utilizadas, conforme relato apresentado na Figura 78:

Figura 78- Cálculos grupo sala Zen


logaritmos, notas musicais e gráficos:

dó = C   sol = G
re = D   lá = A   log2 = 0,3010
mi = E   si = B
fá = F

Dó: 350ml
Dó#: 330,43ml
Re: 311,84ml
Re#: 294,36ml
mi: 277,84ml
Fá: 262,23ml
Fá#: 247,50 ml
Sol: 233,66ml
Sol#: 220,54ml
Lá: 208,12 ml
Lá#: 196,46ml
Si: 185,43ml
Dó: 175ml

Fonte: a pesquisa

Destaca-se que o Grupo Zen, nas suas explanações, enfatizou que apesar da utilização do temperamento musical ter se tornado padrão, a entonação dos intervalos a utilizar é determinada pela técnica e musicalidade de cada instrumentista, considerando que durante a execução da música mudaram em alguns momentos a sequência de execução por considerar que algumas alternâncias nas notas musicais tornaram a audição mais agradável aos ouvintes, segundo a percepção destes. Nesta ação identifica-se que a atividade prática oportunizou aos estudantes a buscar alternativas para algo que os inquietava, no caso, a harmonia dos sons sendo que esta ação está em consonância aspectos destacados por Pozo e Echeverría (1998) e Burak (1998, 2004).

Durante o trabalho, um dos grupos observou que o desenvolvimento da teoria musical aparecia frequentemente vinculado a música clássica e, por se identificarem com um outro estilo, optaram por desenvolver um melodia que utilizasse a música eletrônica, muito conhecida entre os jovens, mas não mencionada nas bibliografias pesquisadas.

A partir daí, o grupo nomeado “Vibe School” elaborou uma sala temática com efeitos audiovisuais que simularam uma festa conforme destacado na Figura 79:

Figura 79 – Grupo Vibe School

Fonte: a pesquisa.

O grupo explorou fortemente os recursos audiovisuais sendo que, efetuou os cálculos do volume de água necessário para as notas finais desejadas, aferindo estas com um afinador eletrônico. A partir daí com o auxilio de um sintetizador (que multiplica timbres) e o sequenciador (software que escreve sequências com precisão e as repete indefinidamente) oportunizaram uma produção sonora baseada no trabalho da banda alemã Kraftwerk[8] uma das pioneiras (final da década de 70) e referência da música eletrônica que introduziu o uso de sintetizadores e vocais eletrônicos e amplificados em suas músicas refletindo universo amplo e por vezes caótico de diversidades rítmicas, melódicas e harmônicas. Observa-se neste contexto que o uso das tecnologias oportunizou a criação por parte dos alunos de um novo objeto de ensino que abrangeu aspectos da atividade proposta integrando recursos tecnológicos os quais eram de conhecimento dos alunos e, nesse sentido cabe destacar em consonância com PCNEM(2000) que esta integração oportunizou pontes conceituais entre várias áreas do saber.

Os grupos, em geral, apontaram nas considerações finais que a escala temperada, utilizando os Logaritmos, altera a sonoridade natural e de ordem numérica da escala, modificando artificialmente o comprimento inteiro da corda e dividindo-a exponencialmente em doze partes, baseado na raiz duodécima de 2 (considerando as pesquisas realizadas sobre o tema). Isso fez com que a diferença fosse ajustada, possibilitando uma ampliação infinita de relações entre estas notas musicais para a composição, bem como a execução conjunta dos mais diversos instrumentos musicais.

Destaca-se, ainda, que durante a pesquisa sobre teoria musical, em várias passagens foi enfatizado que a utilização da escala temperada consolidou-se na segunda metade do no século XX, devido a globalização da cultura que foi possibilitada pelos avanços nos meios de comunicação.

Além da confecção dos Vibrafones, os alunos produziram um artigo relatando todo o processo da experiência seguindo algumas normas preestabelecidas pela professora/investigadora e que descrevem o processo investigativo. Além disso, deve-se salientar que a descrição detalhada das etapas de desenvolvimento do projeto foi realizada a fim de elaborar uma sugestão de metodologia que permite ensinar Logaritmos articulado a Teoria Musical de forma integradora e que possuem inúmeros outros enfoques a abordar. Exemplos de artigos produzidos pelos estudantes encontram-se no Apêndice F.

---

[8] http://www.kraftwerk.com

6.3 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO DIDATICA

A análise da intervenção didática destaca aspectos relevantes das dimensões observadas ao longo da referida investigação, a fim de oportunizar uma análise crítica sobre cada etapa do desenvolvimento desta. A análise está articulada em torno de cinco dimensões, a saber: a) Matemática, porque e para quê?; b) competências e habilidades trabalhadas/desenvolvidas; c) conhecimentos e procedimentos matemáticos produzidos; d) Tecnologias da Informação e Redes Sociais; e) reflexões dos alunos sobre as atividades propostas.

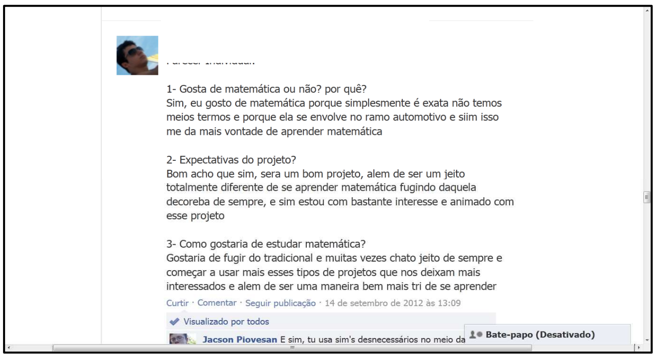
A dimensão denominada “Matemática, porque e para quê ?” destaca aspectos qualitativos com relação às perspectivas dos alunos para realização deste tipo de atividade bem como sua relação com a Matemática. Posteriormente a dimensão “Competências e habilidades trabalhadas/desenvolvidas” apresenta aspectos com relação às competências e habilidades desenvolvidas pelos alunos ao longo da investigação.

Na dimensão “Conhecimentos e procedimentos matemáticos produzidos” destacam-se os conhecimentos/conteúdos que puderam ser revisados e aprofundados a partir do desenvolvimento da intervenção didática experimental. A dimensão “Tecnologias da Informação e Redes Sociais” apresenta reflexões da professora investigadora sobre as atividades propostas. A analise é finalizada, com a apresentação de dados referente à dimensão “Reflexões dos alunos sobre as atividades propostas”.

6.3.1 Matemática, porque e para quê?

O inicio da intervenção didática teve como objetivo verificar a receptividade dos alunos com relação à disciplina, bem como seus anseios e perspectivas para realização de uma atividade utilizando como metodologia os projetos de trabalho. Diante de vários posicionamentos apresentados, destaca-se o comentário apresentado na Figura 80.

Figura 80- Parecer sobre a disciplina I


1- Gosta de matemática ou não? por quê?
Sim, eu gosto de matemática porque simplesmente é exata não temos meios termos e porque ela se envolve no ramo automotivo e siim isso me da mais vontade de aprender matemática

2- Expectativas do projeto?
Bom acho que sim, sera um bom projeto, alem de ser um jeito totalmente diferente de se aprender matemática fugindo daquela decoreba de sempre, e sim estou com bastante interesse e animado com esse projeto

3- Como gostaria de estudar matemática?
Gostaria de fugir do tradicional e muitas vezes chato jeito de sempre e começar a usar mais esses tipos de projetos que nos deixam mais interessados e alem de ser uma maneira bem mais tri de se aprender

Curtir · Comentar · Seguir publicação · 14 de setembro de 2012 às 13:09

Visualizado por todos

Jacson Piovesan E sim, tu usa sim's desnecessários no meio da

Bate-papo (Desativado)

Fonte: a pesquisa.

Observa-se no comentário do aluno apresentado na Figura 80 que este reconhecem a importância da disciplina, mas gostariam de compreendê-la e aprendê-la de maneira diferenciada, o que também foi mencionado nos pareceres apresentados na Figura 81.

Figura 81- Parecer sobre a disciplina II

1 - Gosta de matemática ou não? Por quê?
Eu gosto de matemática, acho a matéria extremamente interessante, pois, na maioria das vezes (e se a conta estiver certa) não existe um meio termo, é exato, não tem nada de subentendido ou nas entrelinhas só existem os números, as fórmulas e as operações é simples, é lógico. Acho que é mais ou menos por isso que gosto de matematica. ^^

2 - Expectativas do projeto?
Não é como se eu estivesse super empolgado e dando pulos de alegria por causa do projeto, mas estou sim interessado em ver como as coisas se desenvolvendo e melhorando através do meu próprio esforço.

3 - Como gostaria de estudar matemática?
Acho que da mesma maneira que eu gosto de estudar qualquer outra matéria, com calma, de boa, com pratica, mas sem escrever muito (sou razoavelmente preguiçoso), com um pouco de assistência e talvez silêncio também.

Curtir · Comentar · Seguir (desfazer) publicação · 14 de setembro de 2012 às 01:52

Visualizado por todos

Bate-papo (Desativado)

dia-a-dia !

EXPECTATIVAS PARA O PROJETO

Minha expectativa é que o trabalho será excelente, pois vai requerer muita dedicação.. Sem sombra de duvidas iremos adquirir bastante conhecimento..

COMO GOSTARIAM QUE FOSSEM AS AULAS?

Com mais aplicações, pesquisas e dinâmicas.

COMO VOCÊS ENTENDEM A RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM OUTRAS ÁREAS DO SABER?

A matemática envolve nossa idade, peso, altura, a hora no relógio, a posição em uma lista classificatória, a data de aniversário, o nosso endereço, constituem-se em várias situações de nossa vida nas quais necessitamos recorrer aos números. Por este motivo que há uma enorme relação com as demais áreas.

Curtir · Comentar · Seguir publicação · 14 de setembro de 2012 às 01:05

Visualizado por todos

Bate-papo (Desativado)

Fonte: a pesquisa.

De maneira geral, observa-se que o parecer dos estudantes indica que estes anseiam por metodologias de trabalho que articulem teoria e prática. Percebe-se, então, uma necessidade de integração das aquisições de ensino que devem corresponder à argumentação da quantidade e da acessibilidade das informações, dando sentido às aprendizagens, havendo eficiência e equidade nos sistemas educacionais, o que está em consonância com o que é preconizado pelos PCNEM (BRASIL, 2000). Neste sentido, a metodologia de projetos de trabalho proposta por Hernandéz (2004) pode auxiliar neste processo de articulação entre objeto de estudo e sua aplicação.

6.3.2 Competências e habilidades trabalhadas/desenvolvidas

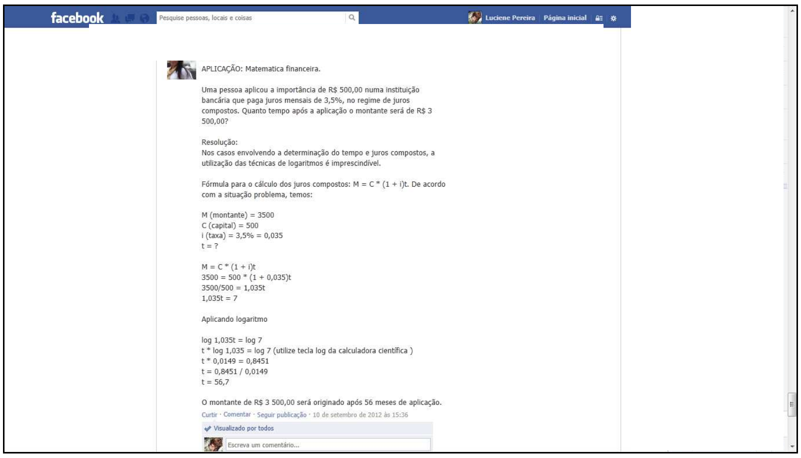
Ao longo da investigação, além de buscar respostas e possíveis encaminhamentos a pergunta de pesquisa, almejou-se que os estudantes se apropriassem de conceitos e de técnicas matemáticas, enquanto enfrentavam as situações propostas, de tal modo que pudessem mobilizar os conhecimentos científicos adequados para dar respostas a partir de um corpo coerente de conhecimentos, competências e habilidades.

Na aplicação da intervenção didática buscou-se oportunizar aos alunos situações efetivamente contextualizadas onde o estudo dos Logaritmos foi desenvolvido a partir de aspectos da teoria musical, com ênfase em competências expressas a partir do desenvolvimento da capacidade de:

- evidenciar a presença da Matemática em diferentes realidades;

A presença da Matemática, especificamente dos Logaritmos em outras áreas do saber pode ser verificada pelos alunos, destacando-se o exemplo expresso (Figura 82):

Figura 82- Evidenciar a presença da Matemática em diferentes realidades.



Fonte: a pesquisa.

Em sala de aula, a aluna após sua postagem indagou a professora sobre o exemplo encontrado, conforme diálogo transcrito na Figura 83:

Figura 83- Diálogo com aluna S

ALUNA S: Professora, você viu o que eu postei sobre Logaritmos. PROFESSORA: Vi sim, mas não vi sua resposta sobre o que você entendeu e achou interessante na pesquisa sobre as aplicações dos Logaritmos. ALUNA S: Professora, eu jamais imaginava que os Logaritmos tinham aplicações na Matemática Financeira. PROFESSORA: E tem muito mais a descobrir... ALUNA S: Calma professora, eu já estou descobrindo e ainda estou publicando as coisas que encontrei... Descobri também que a escala Richter, aquela que mede a intensidade dos terremotos também é formada por Logaritmos... Logo logo vou estar muito sabida de Logaritmos! (risos)

Fonte: a pesquisa.

Esta transcrição evidencia, o que Ponte (2005) destaca como necessário para romper a fragmentação do conhecimento. A integração dos saberes, segundo o autor, pode integrar necessidades mais imediatas como no caso, a resolução de uma tarefa proposta, mas que gradativamente pode contribuir para que os sujeitos possam perceber a existência de relações entre a Matemática e áreas distintas desta.

- usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real;

Dentre as postagens realizadas, observa-se que, em geral, os alunos reconhecem esta competência da Matemática, tal como preconizam os PCNEM (BRASIL, 2000) à destacar considerações expressas no parecer da Figura 84:

Figura 84-Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real

Fonte: a pesquisa.

Porém, de maneira geral, os alunos criticaram a ausência de atividades que evidenciem a aplicabilidade dos conhecimentos matemáticos nos atuais modelos de ensino. Em consonância com Capobianco (2010) destaca-se que, o uso das redes sociais contribuiu não só para a ampliação do conhecimento e disseminação de informações mas, nesta atividade, demonstrou possuir potencial para enriquecer as aplicações e os processos educacionais constituindo-se como um forte canal de comunicação entre professores e alunos bem como de ampliação de saberes sobre aspectos pouco evidenciados em sala de aula, a destacar as aplicabilidades e integração entre eixos tecnológicos distintos.

Com relação ao grupo de competências vinculadas ao desenvolvimento das capacidades de: formular e resolver problemas, comunicar resultados, utilizar a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade; transcender problemas de rotina, fazendo interpretações e ligações em diferentes situações; conceituar, generalizar e utilizar informações baseados em suas investigações e consequentemente realizar a elaboração de modelos com base nos dados encontrados; desenvolver e trabalhar com modelos, identificando restrições e especificando suposições; destaca-se que as mesmas se fizeram presentes ao longo do processo de desenvolvimento da intervenção didática experimental. Foi possível identificá-las, especialmente, na realização das atividades “Atividade Prática de Modelagem: Progressões Geométricas” e “Construção do Vibrafone utilizando o temperamento musical” já descritas. Os diálogos transcritos na Figura 85 permitem acompanhar como os alunos foram gradativamente delineando o desenvolvimento de cada uma delas.

Figura 85 – Recorte diálogo alunos Atividade Prática de Modelagem: Progressões Geométricas I

ALUNO B: Vou ver se faço um numero que tenho certeza.
PROFESSORA: Lembre-se que se um exemplo der certo isto não quer dizer que seja válido para todas as situações existentes, ok ?
ALUNO C: Pode deixar professora ... Sei que na Matemática uma fórmula só é válida se valer para ‘todo mundo’’
PROFESSORA: Mãos a obra !
Os alunos discutiram em grupo por um período de tempo estimado em cerca de 30 minutos.
ALUNO B: Professora, usando a lógica, o ½ deve estar multiplicando o termo que chamei de a_1 !
PROFESSORA: Mas como tu chegou nesta conclusão?
ALUNO B: Eu e o aluno C pensamos assim: Se a_x é o que eu quero saber e ele é igual a a_1 então se eu multiplicar ele por ½ vou encontrar a metade do número.
PROFESSORA: Até aí tudo bem, mas está faltando alguma coisa, sabe por que ? Vou te dar uma prova que a tua fórmula não vale para todo mundo.
ALUNO C: Como assim ?
PROFESSORA: Calcule o a_4. Nós já sabemos que ele assume o valor de ½ por ser uma colcheia, veja se usando esta tua fórmula você encontra este valor.
Os alunos elaboram a questão e concluem:
ALUNO B: Realmente, é um contra exemplo... Está faltando algo...
ALUNO C: Vem cá, se usarmos os expoentes... Porque o expoente lá no ½ vai diminuindo as frações...
ALUNO B: Boa ideia, mas neste caso temos que usar todas as variáveis envolvidas ... O x que quero saber tem que estar envolvido.
ALUNO A: Se considerarmos como expoente de ½ o x+1
ALUNO B: Mas se está decrescendo tem que ser x-1.
ALUNO C: Vou testar aqui ...

Fonte: a pesquisa

Neste recorte observa-se a identificação de restrições e suposições elaboradas pelos alunos na tentativa de responder aos questionamentos efetuados pela professora e colegas, sendo que este processo de elaboração de estratégias está em consonância com Brousseau (1996) o qual destaca o processo de recontextualização do saber como um processo capaz de permitir ao aluno agir de forma autônoma e independente dando significado às aprendizagens.

Com relação às competências as quais se referem ao desenvolvimento das capacidades de: selecionar, comparar e avaliar estratégias para a solução de problemas e para tratamento dos dados; trabalhar estrategicamente, usando pensamentos e habilidades de raciocínio, representações apropriadas, caracterizações simbólicas e formais e discernimento pertinentes a essas situações; foi possível percebê-las quando do processo de modelagem envolvendo Progressões Geométricas, quando os estudantes desenvolveram estratégias utilizando pensamentos e habilidades de raciocínio, representações apropriadas (simbólicas e formais), além do discernimento pertinente a estas situações. O diálogo destacado na Figura 86 evidencia esse entendimento.

Figura 86- Recorte diálogo alunos Atividade Prática de Modelagem: Progressões Geométricas II

ALUNO F: Professora, o modelo que encontramos $a_x = a_1.(1/2)^{x-1}$ serve para todas as situações ou só para essa ?
PROFESSORA: Com base no que nós estudamos, o que você pensa sobre isso ?
ALUNO G: Eu não sei não, acho que vale só para esta situação...
PROFESSORA: Porque ?
ALUNO A,B e C: Se não existiram somente progressões decrescentes ..
PROFESSORA: E o que mais ?
ALUNO G: Vocês têm razão... Existem as progressões crescentes...
ALUNO A: Então este é um exemplo professora?
PROFESSORA: Sim, e como podemos generalizá-lo para que ele possa servir para todas as situações?
ALUNO D: Simples, tem que substituir o ½ por y.
PROFESSORA: Por que?
ALUNO D: Porque é a razão que define que tipo de progressão nós temos. Se a razão for uma fração tipo ½ ou ¼ ela será decrescente e se for 2, 4 ou outro número maior, elevado a um expoente vai deixar o valor maior ainda, ou seja crescendo...

Fonte: a pesquisa.

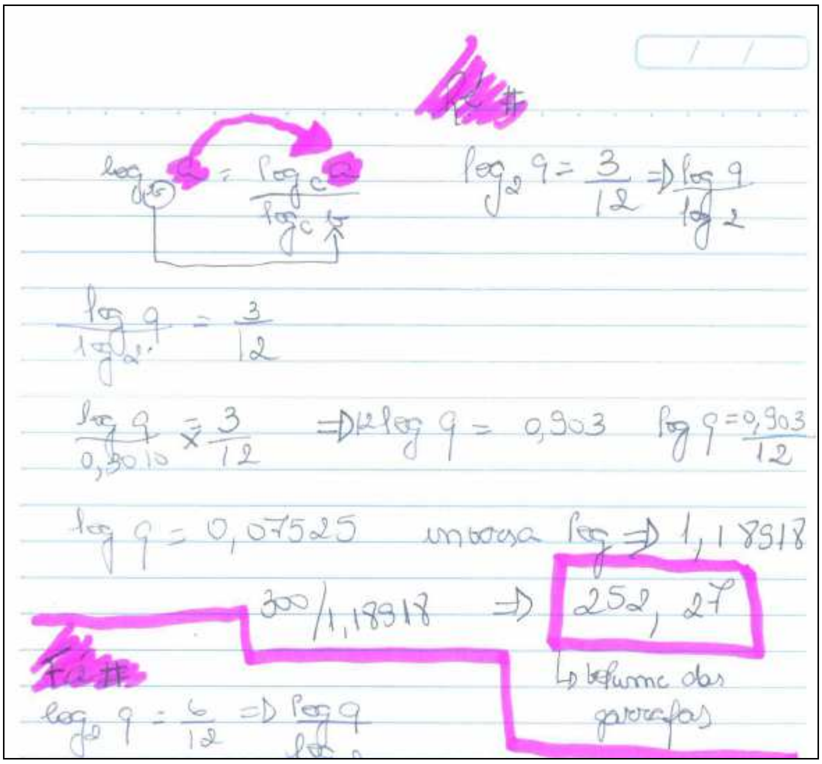
Entende-se que, a partir desse diálogo (transcrito na Figura 86), é possível perceber o movimento de reflexão sobre as ações e a tentativa de formular e comunicar as interpretações e raciocínios, bem como a elaboração de estratégias para a solução de problemas e para o tratamento dos dados.

Tomando como base os recortes de trancrições apresentados, considera-se que o desenvolvimento destas competências está em consonância com as concepções de Kistemann e

Skovsmose (2011) quando destacam que deve ser colocada uma situação aplicada que propicie determinadas ações e discussões, onde o ambiente de Modelagem associa-se a problematização e investigação para, então, construir-se um conhecimento reflexivo.

Já com relação ao desenvolvimento da capacidade de reflexão sobre ações, formulando e comunicando interpretações e raciocínios, entende-se que a mesma foi evidenciada durante a apresentação dos trabalhos na Feira onde o público teve acesso ao processo de cálculos efetuado para a construção do Vibrafone utilizando o temperamento musical, bem como argumentação oral a cerca da validade deste tipo de processo de cálculo. Destaca-se o conteúdo expresso na Figura 87, onde os estudantes apresentaram o processo de cálculo de forma clara, sequencial e organizada, buscando oportunizar ao público em geral a observação sobre o processo de cálculo.

Figura 87- Memória de cálculo-Temperamento Musical



Fonte: a pesquisa.

Destaca-se que os comentários efetuados informalmente pelo público que prestigiou as apresentações, apontaram que a argumentação oral apresentada pelos alunos foi consistente, oportunizando a todos uma compreensão clara sobre o objeto em estudo e a abrangência da Matemática.

No âmbito do desenvolvimento da intervenção didática, entende-se que o processo de construção do Vibrafone, utilizando o temperamento musical, está em consonância ao destacado por Mendonça (1993), onde a partir de uma situação problematizada, é possível desenvolver um modelo matemático onde sejam efetuadas as validações e verificações necessárias. Foi possível, a partir da atividade, além do desenvolvimento de um modelo, ter a validade deste ser consolidada através da reprodução harmônica dos sons que poderia ser executada, inclusive pelos visitantes, o que demonstra a consistência do objeto em estudo e das construções efetuadas.

A proposta do desenvolvimento das competências mencionadas também está relacionada a objetivos mais amplos postos para a intervenção didática, os quais relacionam-se à:

- contribuir para uma atitude positiva face à Ciência e a Matemática;
- estimular os processos de pensamento ao invés de realizar apenas a manipulação de algoritmos;
- oportunizar ao estudante os processos de decisão sobre as ferramentas mais adequadas para a resolução da situação construída;
- promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade;
- integrar eixos tecnológicos.

No desenvolvimento da intervenção a professora/investigadora atuou como mediadora das situações de aprendizagem. Nesse sentido, orientou com relação às ferramentas matemáticas necessárias a serem utilizadas e organização das ideias, para que fosse possível aos alunos buscar o desenvolvimento da capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção na realidade.

A análise de situações onde o contexto é pertinente, a geração de modelos matemáticos que permitiram a sua interpretação e resolução, a seleção de estratégias para resolver problemas, a formulação de hipóteses e previsão de resultados são orientações que contribuíram para que estes percebessem a Matemática não como uma ciência pronta e acabada mas que está em permanente processo de construção e reconstrução.

A aprendizagem baseada no trabalho autônomo sobre a Música oportunizou o aprofundamento dos conceitos introduzidos no desenvolvimento do trabalho, contribuiu para o desenvolvimento da auto-confiança dos estudantes criando-lhes oportunidades para se exprimirem, fundamentarem as suas opiniões e revelarem espírito crítico, de rigor e confiança nos seus raciocínios.

Além disso, foi possível o desenvolvimento de competências profissionais através do desenvolvimento da comunicação (através dos conceitos, do raciocínio, ideias) com clareza e progressivo rigor lógico. A organização dos alunos em pequenos grupos, propiciou o desenvolvimento do espírito de tolerância, de cooperação, do respeito pela opinião dos outros e a aceitação das diferenças, e pode contribuir para o desenvolvimento de interesses pela pesquisa.

6.3.3 Conhecimentos e procedimentos matemáticos produzidos

A elaboração da intervenção didática experimental permitiu a professora/pesquisadora trabalhar de maneira direcionada aos objetivos específicos, considerando o nível de conhecimento dos estudantes sobre Logaritmos optou-se por desenvolver uma proposta que oportunizasse o aprofundamento dos conhecimentos bem como as aplicabilidades deste. A estruturação desta proposta busca, também, oportunizar aos estudantes que ainda encontravam dificuldades, a superação destas, que, em sua maioria, estavam vinculados a aplicação das propriedades operatórias dos logaritmos.

A pesquisa desenvolvida buscou na Teoria Msical aplicações matemáticas que se trazidas para dentro da sala de aula pudessem auxiliar na consolidação de exemplos através da aplicação dos logaritmos.

A atividade que tinha por objetivo identificar os conhecimentos dos alunos sobre o tema foi proposta para mensurar a compreensão de conceitos, processos e também as técnicas operatórias, ou seja, proporcionar aos alunos uma atividade de síntese sobre os Logaritmos articulados a outros componentes curriculares também já estudados.

Destaca-se que para resolução da questão apresentada na Figura 88 seria necessário uma articulação entre os conhecimentos de Progressões e Logaritmos. Na mesma figura apresenta-se uma solução considerada correta dada por um dos estudantes.

Figura 88- Questão 1 da atividade Revendo Logaritmos

ENUNCIADO: Os números *a*, *b* e *c* são tais que seus logaritmos decimais *log a*, *log b* e *log c*, nesta ordem, estão em progressão aritmética. Sabendo que *log b = 2*, determine o produto *abc*.

1) $\begin{cases} \log b = \log a + \log c \\ \log b = 2 \Rightarrow b = 10^2 \end{cases} \Rightarrow \log(ac) = 2 \log b \Rightarrow \log b(ac) = 2(2) = (ac) = 10^4$

$\Rightarrow abc = 10^4 \cdot 10^2 = 10^6$

Fonte: a pesquisa.

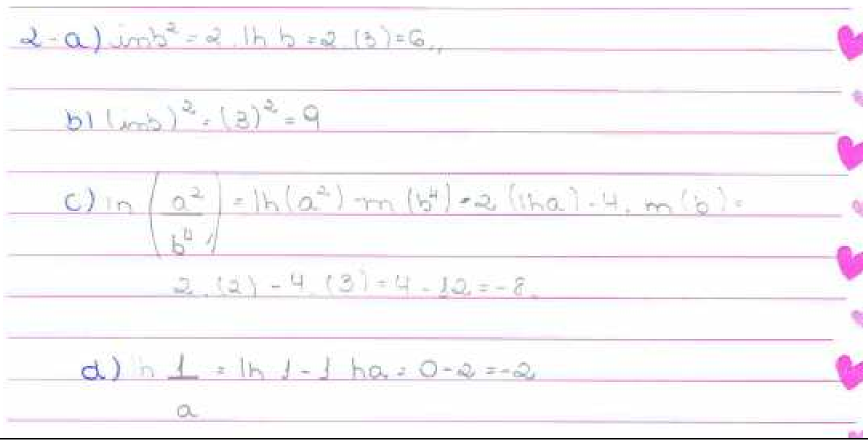
Resoluções semelhantes a apresentada, as quais articulavam conhecimentos que envolviam progressões e logaritmos, foram elaboradas por cerca de 57% dos estudantes, o que evidencia a capacidade dos mesmos de lançar mão de conhecimentos já aprendidos, interelacionando-os quando necessário.

Em outra atividade, destacada na Figura 89, solicitou-se aos alunos a aplicação de propriedades logarítmicas, tão questionadas por estes devido à falta de articulação com uma atividade prática.

Figura 89- Questão 2 da atividade Revendo Logaritmos

ENUNCIADO: Suponha que $\ln a = 2$ e $\ln b = 3$. Determine:

a) $\ln b^2 =$ b) $(\ln b)^2 =$ c) $\ln\left(\dfrac{a^2}{b^4}\right) =$ d) $\ln \dfrac{1}{a} =$

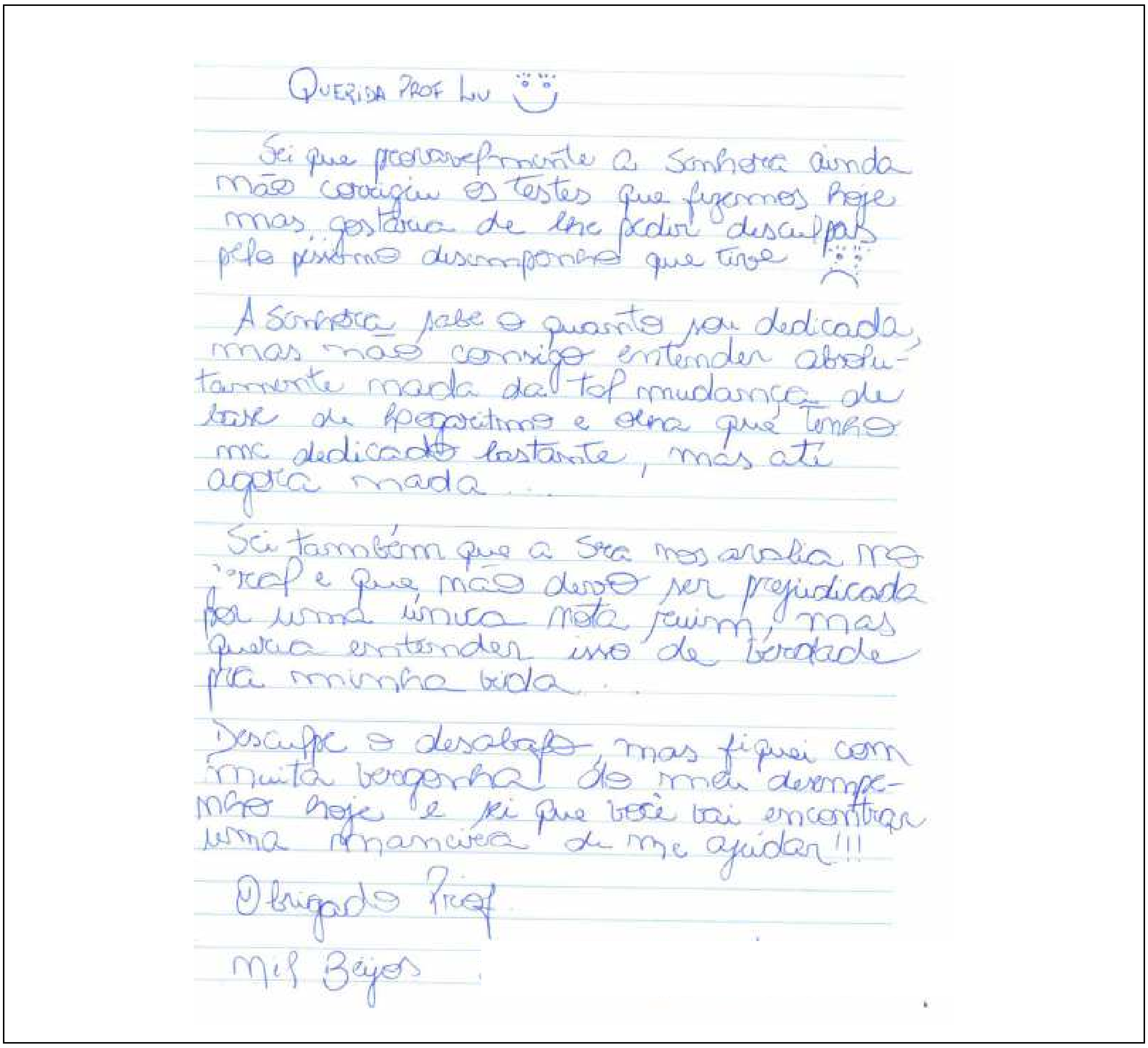

2-a) $\ln b^2 = 2 . \ln b = 2 (3) = 6$
b) $(\ln b)^2 = (3)^2 = 9$
c) $\ln\left(\dfrac{a^2}{b^4}\right) = \ln(a^2) - \ln(b^4) = 2 (\ln a) - 4 . \ln(b) =$
$2 . (2) - 4 (3) = 4 - 12 = -8$
d) $\ln \dfrac{1}{a} = \ln 1 - \ln a = 0 - 2 = -2$

Fonte: a pesquisa.

Destaca-se que cerca de 30% dos alunos apresentaram algum tipo de erro na resolução destas questões o que evidenciou a necessidade de rever o processo de ensino que envolve as propriedades operatórias deste, tendo em vista o grande número de erros ocorrido neste tipo de questão.

As questões em que era necessário realizar a mudança de base apresentaram resultados impactantes, havendo um percentual de erros por volta de 53%. Em função disto, o foco da abordagem dos logaritmos na teoria musical deu-se em torno da análise da propriedade de mudança de base que foi considerada pelos alunos uma operação mecânica e sem sentido, conforme relato de aluna em carta deixada para professora, apresentada na Figura 90:

Figura 90- Relato de uma aluna



Querida Prof Lu

Sei que provavelmente a Senhora ainda não corrigiu os testes que fizemos hoje mas gostaria de lhe pedir desculpas pelo péssimo desempenho que tive

A Senhora sabe o quanto sou dedicada, mas não consigo entender absolutamente nada da tal mudança de base de logaritmos e olha que tenho me dedicado bastante, mas até agora nada...

Sei também que a Sra nos avalia no "todo" e que não devo ser prejudicada por uma única nota ruim, mas queria entender isso de verdade pra minha vida...

Desculpe o desabafo, mas fiquei com muita vergonha! do meu desempenho hoje e sei que você vai encontrar uma maneira de me ajudar!!!

Obrigado Prof

Mil Beijos

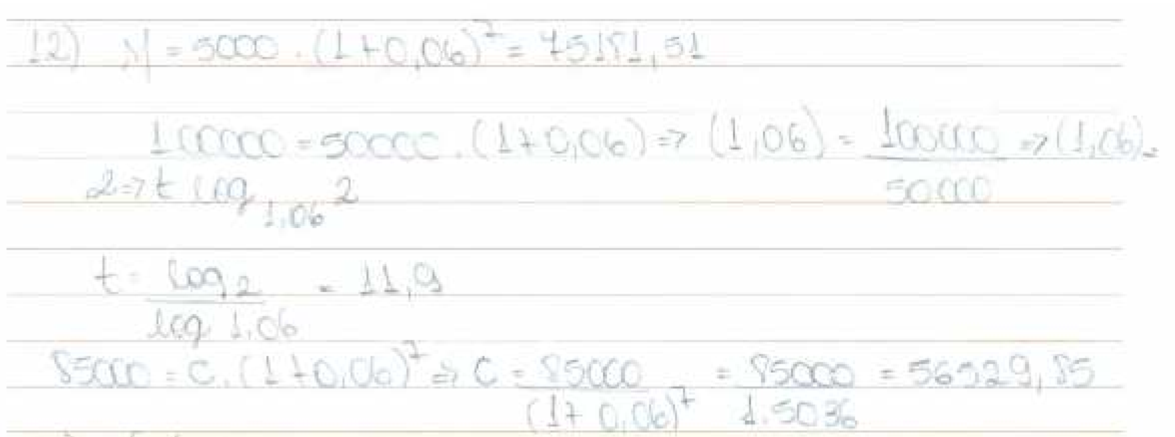
Fonte: a pesquisa

As questões que envolviam resolução de problemas em que eram apresentadas situações hipotéticas ou não apresentaram um percentual de acerto considerado satisfatório, cerca de 83% dos alunos resolveram as questões com êxito, conforme exemplo apresentado na Figura 91:

Figura 91- Questão 3 da atividade Revendo Logaritmos

Suponha que a taxa de juros que um determinado banco europeu oferece, aos seus clientes, é de 6% ao ano, em regime de juros compostos.

a) Determine o capital acumulado ao fim de 7 anos, por um cliente que depositou 50.000 euros.
b) Quantos anos terá de esperar, o referido cliente, para obter um capital acumulado de 100.000 euros?
c) Qual seria o depósito inicial efetuado por este cliente, para obter 85.000 euros ao fim dos mesmos 7 anos?


12) $M = 5000 \cdot (1+0,06)^7 = 75181,51$

$100000 = 50000 \cdot (1+0,06) \Rightarrow (1,06) = \frac{100000}{50000} \Rightarrow (1,06) =$
$2 \Rightarrow t \log_{1,06} 2$

$t = \frac{\log 2}{\log 1,06} = 11,9$

$85000 = C \cdot (1+0,06)^7 \Rightarrow C = \frac{85000}{(1+0,06)^7} = \frac{85000}{1,5036} = 56529,85$

Fonte: a pesquisa.

Conjectura-se que a temática envolvida contribuiu para que o índice de acertos fosse considerado satisfatório, considerando que a situação apresentada era pertinente ao universo do aprendiz (matemática financeira).

Cabe destacar que, por tratar-se de um componente curricular já estudado foi possível consolidar a aprendizagem dos alunos com relação os seguintes conhecimentos:

- expressar matematicamente padrões e regularidades em sequências numéricas ou de sons;
- modelar o termo geral de Progressões Geométricas;
- resolver problemas que envolvam Progressões Geométricas;
- refletir sobre as propriedades da interpolação geométrica;
- aplicar o significado de logaritmos para a representação de números muito grandes ou muito pequenos, em diferentes contextos;
- reconhecer a existência de relações entre a produção do som e as funções periódicas;
- resolver equações e inequações simples, usando propriedades de potências e logaritmos e função inversa;
- operar frações para construção de Vibrafone através da escala de Zarlino;

- construir e afinar o Vibrafone utilizando as propriedades operatórias dos Logaritmos e consequentemente o temperamento musical;
- identificar a relação entre frequência e tonicidade de nota musical;
- compreender conceitos iniciais de Acústica.

Entende-se que as conexões desta intervenção às experiências dos alunos oportunizaram condições para que estes atribuíssem significado ao conceito de Logaritmo no contexto de sua aplicação. Especificamente, o trabalho com o conceito de Logaritmo e propriedades de expressões e funções logarítmicas, no contexto de modelos que envolviam a teoria musical e os Logaritmos, enfatizou o envolvimento da Matemática com conhecimentos anteriores e experiências dos alunos.

Em consonância ao que foi exposto no referencial teórico através da perspectiva de Burak (1998, 2004) observa-se que a intervenção didática suscitou o desenvolvimento de situações de questionamento entre a professora e os alunos, os quais oportunizaram a elaboração de conjecturas para desenvolvimento e análise de modelos matemáticos, bem como foi possível delinear em conjunto os caminhos a percorrer durante o processo de desenvolvimento da investigação. Nesse sentido destaca-se, ainda, que as discussões realizadas pelos alunos em sala de aula foi considerada por estes como de extrema importância, considerando que das perguntas e discussões que surgiram ao longo do trabalho, foi possível chegar a sistematização de ideias e conceitos através de um modelo matemático construído em conjunto, considerando relações estabelecidas a partir de componentes curriculares já estudados.

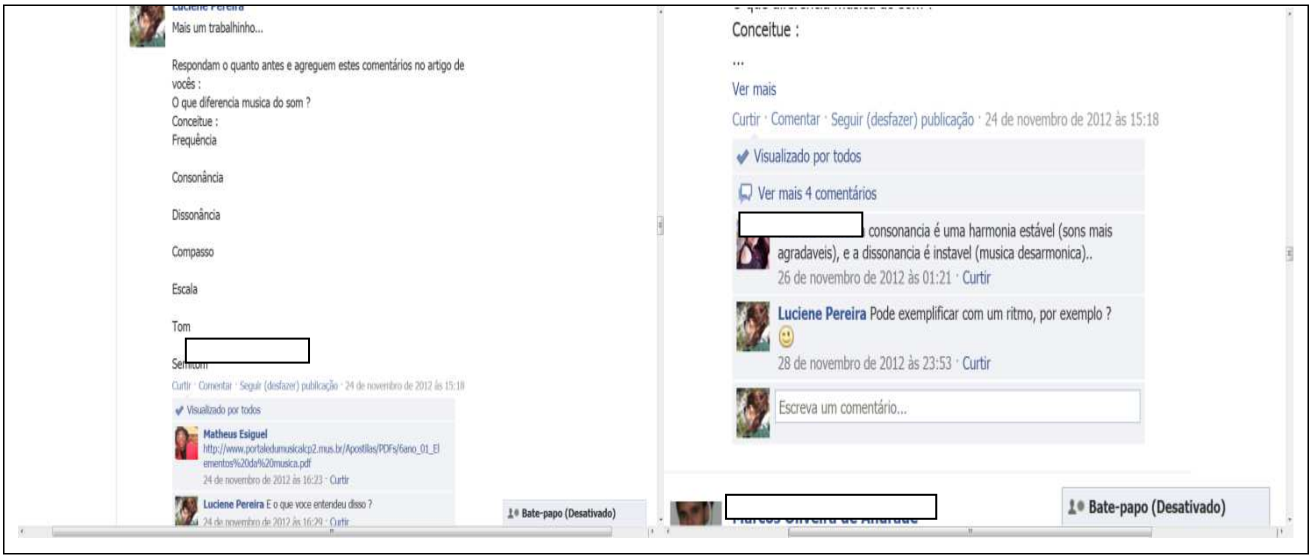
6.3.4 Tecnologias da Informação e Redes Sociais

O uso das tecnologias da informação, especialmente redes sociais, oportuniza ao professor tornar-se parceiro e organizador de um saber coletivo estando mais próximo dos alunos e tornando o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico e, inovador. Neste sentido Kenski (2007) pondera que é indispensável saber utilizar estes recursos de forma pedagogicamente correta à tecnologia escolhida e ao contexto em que o aprendiz está inserido. A partir da referida intervenção didática o uso das redes sociais como ferramenta pedagógica oportunizou a integração entre lazer, trabalho e aprendizagem.

Inicialmente, os alunos manifestaram muita disposição em desenvolver a atividade envolvendo o recurso a tecnologia, porém, demonstraram preocupação com relação ao processo de avaliação pois, em sua maioria, trabalham durante o dia e estudam à noite, sendo que um pequeno grupo não possuía acesso à internet. Destaca-se que ao investigar da possibilidade dos alunos acessarem o Facebook no laboratório de informática da escola, a professora teve como justificativa que isto não seria possível considerando que este, no entendimento da escola, não se constitui como uma ferramenta pedagógica.

Os alunos dividiram-se em grupos no Facebook, organizando-se por afinidade e passaram a receber solicitações de postagem sendo que neste momento, começaram a aparecer diferenças entre estes: os grupos que tinham maior número de componentes com acesso à rede realizavam a tarefa com rapidez; outros, bem mais lentamente. Ao final do trabalho, todos os grupos apresentaram aspectos bastante semelhantes: postaram, em sua maioria, as informações solicitadas porém, quase sempre, mencionavam a totalidade de artigos publicados com pouca ou nenhuma articulação e com muitas dificuldades em responder aos questionamentos sobre o tema. Exemplo dessa situação é apresentado na Figura 92, quando da apresentação do trabalho sobre conceitos musicais:

Figura 92- Trabalho sobre conceitos musicais



Fonte: a pesquisa.

Os aspectos que mais se diferenciaram de um grupo para outro foram relativos ao número de postagens, ao tipo de formato dos objetos, à interação com a professora investigadora e ao número de alunos participantes do grupo que postaram ativamente. A Figura 93 apresenta interação da professora/pesquisadora com uma estudante referente a postagem sobre Logaritmos.

Figura 93- Interação professora e alunos I

Fonte: a pesquisa.

Conforme expresso na figura acima se observa que a aluna efetuou a postagem e tão logo foi questionada, respondeu a origem da informação, porém não apresentou nenhuma reflexão sobre o que foi solicitado e nem a sua reflexão e/ou entendimento sobre o tema.

De forma geral, todos os grupos realizaram as postagens solicitadas utilizando objetos nos mais diferentes formatos como textos, fotos e vídeos além de informações extras sobre a temática em estudo.

Em relação à interação com a professora investigadora pode-se dizer que, de modo geral foi mediana, isto porque mesmo realizando várias postagens nos grupos (perfis) o índice de respostas e interações foi inferior ao planejado, destacando-se na Figura 94:

Figura 94: Interação professora e alunos II

Fonte: a pesquisa.

Observa-se na figura 94 que o aluno efetuou a postagem solicitada, porém não informou as referências desta, além disso, não apresentou nenhum tipo de argumentação que evidenciasse a sua compreensão sobre a pesquisa solicitada. Evidencia-se a partir destas situações que os estudantes demonstram habilidades em utilizar as ferramentas tecnológicas, mas possuem inúmeras dificuldades em organizar e articular suas idéias, o que conforme os PCN (BRASIL, 1999), é necessário para contribuir para a autonomia e capacidade de pesquisa do aluno, contribuindo para que este permaneça em constante processo de aperfeiçoamento.

No entanto, em sala de aula os alunos questionavam constantemente sobre as atividades e sobre o que postaram perguntando a professora se o material era suficiente, entre outros questionamentos, o que, entende-se, demonstravam o interesse de todos os envolvidos.

Apesar de todos os grupos terem realizados diversas postagens sobre os diferentes aspectos solicitados, ficou aquém do esperado pela professora/pesquisadora. O quesito “reflexão e articulação”, bem como a solicitação de análises e sínteses sobre o que estava sendo publicado tornou visível a dificuldade em realizar este tipo de atividade, o qual exigia uma análise mais complexa sobre as informações obtidas ao longo do trabalho de pesquisa.

O uso das redes sociais, em especial, do Facebook, utilizando neste estudo, demonstrou possuir potencialidade como ferramenta pedagógica em sala de aula, considerando a facilidade de acesso, e a atualização instantânea. (SANCHES; PADOVAN; CARITÁ, 2011), porém é necessário uma mudança de visão da escola para vislumbrar a utilização das redes sociais como ambientes pedagógicos, e não somente como entretenimento seria fundamental, pois desta forma seria possível oportunizar aos alunos a realização do trabalho no espaço escolar. A interação via rede social, considerada de nível médio, dá indícios que a interação face a face, para os alunos, ainda é primordial. Porém deve-se ressaltar que este foi o primeiro trabalho executado na escola que utilizava as redes sociais como ferramenta de ensino.

Embora tendo sido divulgado nas reuniões pedagógicas dos professores do ensino médio noturno e solicitado o apoio aos demais professores para orientação na redação dos textos, organização das atividades entre outros processos que permeiam a realização de um evento, houve pouca adesão e participação de outros professores.

Algumas das dificuldades na implementação de uma prática pedagógica diferenciada residem no fato dos alunos do período noturno trabalharem e possuírem reduzido horário disponível para atividades extraclasse. Além disso, o laboratório de informática possui indisponibilidade de acesso a diversos sites caracterizando algumas das dificuldades enfrentadas.

Uma análise geral do trabalho realizado com a criação dos grupos via Facebook permite estabelecer que houve motivação por parte dos alunos para a realização do trabalho, prova disso é o fato das páginas terem continuado ativas e recebendo postagens, mesmo após encerramento do trabalho pela professora evidenciando que as redes sociais podem representar um canal de acesso com inúmeras possibilidades de trabalho. Apesar de se considerar que os resultados não foram plenamente exitosos, considerando o baixo nível de reflexão e articulação entre elementos de um mesmo grupo considera-se que a atividade foi validade e pode ser utilizada em novas propostas de ensino.

Trabalhar com tecnologias é sempre tarefa desafiadora e requer o preparo para a mudança tanto de alunos como de educadores e da própria escola. Para fazer frente a esse cenário será sempre preciso contar com profissionais da educação atualizados e motivados para assumirem, no espaço escolar, novos desafios a cada dia.

6.3.5 Reflexões dos alunos sobre as atividades propostas

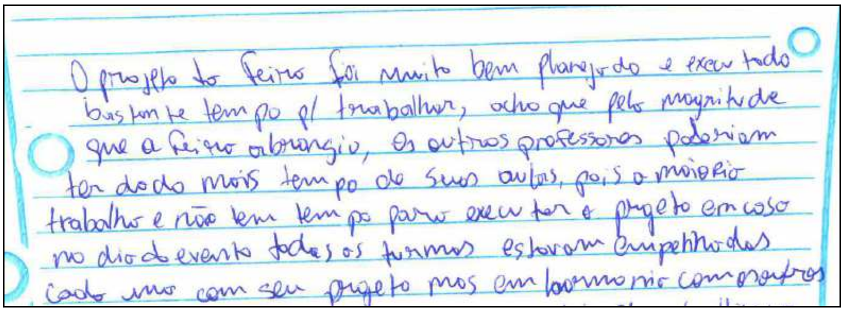
O desenvolvimento de projetos tem ênfase na pesquisa a qual, de acordo com Demo (2005), compreende-se como um processo constante onde se acompanha a evolução do aluno respeitando as diversidades existentes, primando pelo desenvolvimento do progresso autônomo. Demo (2005) destaca, em relação a pesquisa, a necessidade de formulação dos seguintes indicadores de desempenho de acordo com o processo de formação das competências, sendo eles:

> -Interesse pela pesquisa, sobretudo no sentido da iniciativa em procurar materiais, dados, informações, textos, etc.;
> - Êxito nas formulações próprias, propostas e contrapropostas pessoais, apresentação de textos, realizações alcançadas, etc;
> - Nível de participação individual e como membro de grupos de trabalho.
> (DEMO, 2005, p. 37)

Nesta perspectiva evidencia-se a promoção de uma avaliação de forma global onde se realizou uma observação diária sobre os avanços e retrocessos do desenvolvimento do projeto. A avaliação de proposta formativa, ocorreu a partir da participação da professora/investigadora, observando os trabalhos realizados em pequenos grupos, analisando os questionamentos e comentários realizados, avaliando a qualidade da pesquisa bibliográfica realizada, bem como a culminância da atividade com apresentação realizada na Feira e a apresentação dos trabalhos escritos.

Outro instrumento utilizado no processo de avaliação foi a autoavaliação onde foi oportunizado aos alunos avaliarem a sua postura e interesse no decorrer do projeto, a validade da atividade para a disciplina, sendo que deveriam evidenciar a ampliação ou não dos conhecimentos em estudo, sendo que todas as opiniões emitidas deveriam ser justificadas. Também foi solicitado uma avaliação das ações da professora/pesquisadora, bem como do projeto como um todo. No âmbito da proposta entende-se, que a partir destes pareceres, possam ser evidenciados aspectos a serem aprimorados na realização de outros projetos de trabalho. Destacam-se os pareceres emitidos e apresentados na Figura 95:

Figura 95-Parecer aluno I

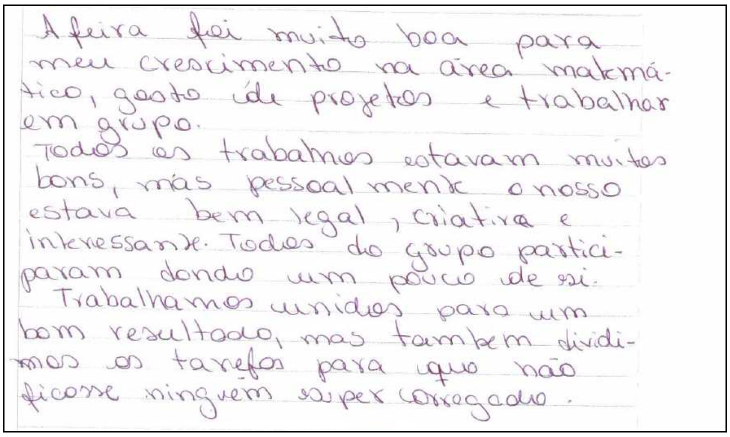

O projeto da feira foi muito bem planejado e executado
bastante tempo p/ trabalhar, acho que pela magnitude
que a feira abrangiu, os outros professores poderiam
ter dado mais tempo de suas aulas, pois a maioria
trabalha e não tem tempo para executar o projeto em caso
no dia do evento todas as turmas estavam empenhadas
cada uma com seu projeto mas em harmonia com outros

Fonte: a pesquisa

Observa-se no relato acima que os alunos sentiram a ausência de apoio de outros professores na orientação dos trabalhos, o que poderia contribuir para a integração de um objeto em estudo a outras áreas do saber, o que para Nicolescu (1999) caracteriza a pluridisciplinaridade.

Na figura 96, observa-se um parecer extremamente positivo, com relação ao evento:

Figura 96-Parecer com relação ao evento

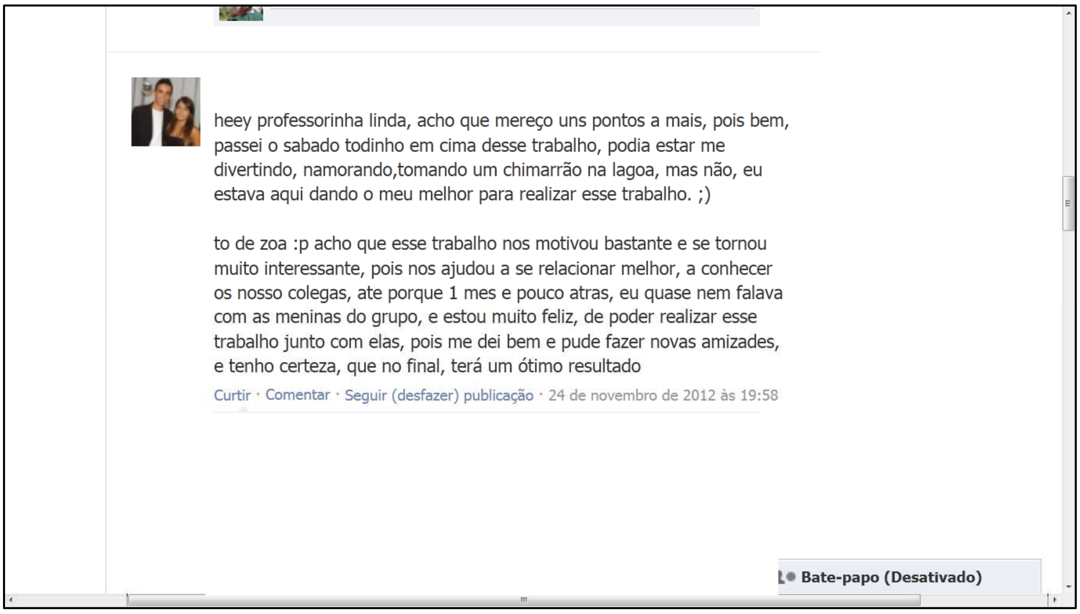

A feira foi muito boa para
meu crescimento na área matemá-
tico, gosto de projetos e trabalhar
em grupo.
Todos os trabalhos estavam muitos
bons, mas pessoalmente o nosso
estava bem legal, criativo e
interessante. Todos do grupo partici-
param dando um pouco de si.
Trabalhamos unidos para um
bom resultado, mas também dividi-
mos as tarefas para que não
ficasse ninguem super carregado.

Fonte: a pesquisa.

Observa-se neste parecer que os alunos estiveram efetivamente envolvidos e trabalhando em grupos por um objetivo comum, além de enfatizar que identifica-se com este metodologia de trabalho que transcende o ensino formal e destaca a aplicação prática dos conhecimentos, o que está em consonância com Giardinetto (1999) que menciona a carência de atividades que revelem as relações entre o universo escolar e o universo dito cotidiano.

A Figura 97 destaca o parecer enviado por um aluno cerca de dez dias antes da finalização do trabalho:

Figura 97: Parecer Aluno III



Fonte: a pesquisa

Observa-se que de forma geral, os alunos demonstraram ao longo do desenvolvimento das atividades estarem satisfeitos com a integração e os conhecimentos desenvolvidos de forma coletiva que este tipo de metodologia oportuniza, devendo-se destacar que a metodologia desenvolvida na execução do projeto de trabalho permitiu o acompanhamento por parte da investigadora do desenvolvimento dos alunos, sendo possível interferir, através da avaliação formativa, em cada etapa, por meio de questionamentos, que estimularam a construção de uma postura questionadora também por parte dos alunos com relação às informações analisadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente investigação teve como objetivo geral investigar o significado da contextualização no âmbito da Matemática no Ensino Médio, e como essa contextualização pode ser levada para a sala de aula no ensino de conhecimentos específicos, a partir do desenvolvimento de intervenções didáticas aplicáveis ao Ensino Médio.

Nesse sentido desenvolveu-se, inicialmente, uma pesquisa investigação sobre as competências, habilidades e conhecimentos matemáticos abordados nas questões do Exame Nacional do Ensino Médio na prova de Matemática e suas Tecnologias dos anos de 2009 e 2010, bem como uma análise sobre a natureza da contextualização empregada nas questões deste exame.

Com relação a competências e habilidades, a análise realizada aponta que, de modo geral, todas as competências da matriz estão presentes nas provas analisadas. Porém, observou-se que as habilidades não foram exploradas de forma equitativa nas provas em estudo, havendo em uma mesma prova, um maior número de questões que se referiam a uma determinada habilidade em detrimento de outra. Além disso, considera-se que as fronteiras que separam as diferentes habilidades são muito frágeis, o que pode ter contribuído para tornar o processo de categorização fortemente personalizado, ou seja, a interpretação e categorização das questões tem a marca da pesquisadora de modo acentuado.

A análise produzida permitiu estabelecer que, no que se refere aos conteúdos conceituais, foram enfatizadas questões que envolvem conhecimentos elementares de aritmética (soma, subtração, multiplicação, divisão e regra de três simples e composta) as quais exigiam, basicamente, leitura e interpretação de dados. Em contrapartida, escassas foram as questões que necessitavam de conhecimentos algébricos.

Além disso, comparando os conhecimentos/conteúdos abordados nas provas de 2009 e 2010 considera-se que a prova de 2010 teve um nível de exigência significativamente inferior ao da prova de 2009, pois, embora existam questões nas quais é necessária a mobilização de conhecimentos e procedimentos específicos, são notáveis as questões que para resolução necessitam apenas de observação e análise pontuais. Considera-se que os conhecimentos/conteúdos abordados na prova de 2010 estiveram limitados e excessivamente repetitivos, cabendo destacar a abordagem de porcentagem e volume de sólidos em um número significativo de questões.

Ainda, a partir da investigação produzida foi possível perceber que o PCNEM (BRASIL, 2000, 2002) e a Matriz do ENEM (BRASIL, 2009) apresentam visões que convergem para uma contextualização efetiva onde os conhecimentos devem estar vinculados ao universo do trabalho, cultura, tecnologia e ciência, sendo que para a composição de propostas deste gênero está intrínseco o trabalho da contextualização e interdisciplinaridade.

Respondendo a um dos questionamentos que permeou toda a investigação - O ENEM é uma avaliação contextualizada? - destaca-se que esta avaliação tem como premissa se constituir em uma prova contextualizada, porém, ao longo da análise produzida nas provas, foi possível observar inconsistências tanto na abordagem das habilidades envolvidas bem como no que se refere à contextualização. De um total de noventa questões, apenas 21% destas foram consideradas como efetivamente contextualizadas, o que representa que continuam predominando na prova questões que envolvem conhecimentos estritamente disciplinares. Destaca-se o fato de que da lista de objetos de conhecimento da área de Matemática e suas Tecnologias associados à matriz, os conhecimentos algébricos relativos a Funções, especialmente Exponenciais e Logaritmos foram pouco evidenciados, assim como Geometria Analítica e Números Complexos.

A análise produzida nas provas do ENEM, considerando a atual estrutura curricular do Ensino Médio, dá indícios da necessidade de uma revisão nas abordagens das mesmas, isto porque, algumas situações recorrentes merecem destaque tais como a existência de formatos de questão excessivamente simplificados, imprecisos ou ainda explorados em excesso. Entende-se, nesse sentido, que as provas do ENEM devem valorizar a formação de relações, o pensar de forma abstrata e a capacidade do estudante de utilizar e rearranjar os conhecimentos previamente adquiridos, que valorizem o acesso do aluno ao mundo da leitura e da interpretação.

Assim, considerando os estudos teóricos realizados tendo como foco a contextualização, bem como a análise produzida nas provas do ENEM, julgou-se pertinente elaborar a proposta de intervenção didática experimental prevista na investigação em torno de aspectos pouco presentes nas provas analisadas, tendo sido escolhido como tema os Logaritmos e sua relação com a Música.

A Música é considerada como uma das expressões artísticas mais populares do planeta, sendo que a maioria das pessoas desconhece o fato de que atrás de um chorinho, ou de uma complexa sinfonia de Bach ou Villa-Lobos, existem relações matemáticas que ao lado do talento dos homens, auxiliam na combinação artística dos sons. Nesse sentido, a abordagem dos Logaritmos a partir da sua relação com a música foi considerada como pertinente, tendo em vista a presença deste nos currículos com ênfase na sua natureza teórica e pouco vinculada às artes em geral.

Durante a intervenção didática as etapas foram sendo delineadas considerando a modelagem matemática, onde a indagação permeou todo o seu desenvolvimento e, nesse contexto, argumentos e dúvidas foram discutidas em todas as etapas sendo que a construção dos modelos foi uma consequência das atividades propostas.

O uso das redes sociais como uma ferramenta de comunicação e a culminância das discussões das atividades em sala de aula facilitaram o diálogo entre professora e alunos, possibilitando não só a troca de informações, mas, revelando uma produção contextualizada com ênfase no desenvolvimento de competências, habilidades e conhecimentos/procedimentos matemáticos que enfatizam a exploração, a descoberta, as generalizações, o fazer conjecturas e raciocinar logicamente.

O foco na contextualização, que predominou nas atividades, estimulou competências intelectuais e, auxiliou no entendimento de conceitos relacionados ao cenário musical, tais como notas, intervalos, escalas musicais, dissonância, ressonância, frequência, escala de Zarlino, temperamento musical entre outros, sendo que estes contribuíram para que fosse possível dar novos significados às aprendizagens.

Ressalta-se que a análise dos dados da aplicação da intervenção didática indicou que, em geral, os alunos demonstraram interesse pelas atividades propostas, visto que os comentários ao longo do trabalho evidenciaram que, por meio do estudo proposto, tiveram a oportunidade de perceber que os elementos que unem a Matemática a outras áreas, em especial à Música, são muito abrangentes, apesar de comumente trabalhados de forma distinta e individualizada. Além disso, os depoimentos dados pelos estudantes, ao longo das atividades, apontam que os mesmos tem a visão de que o ensino com ênfase em situações problema pertencentes ao contexto em que estão inseridos se constitui como facilitador do aprendizado.

Considera-se, porém, que uma proposta que vise articular elementos do cotidiano ou de outras áreas do conhecimento ao desenvolvimento de conteúdos específicos de Matemática exige uma preparação do docente nas áreas referidas. Por exemplo, um professor de Matemática que queira utilizar essas atividades deve conhecer os conceitos de intervalo e nota musical, conhecimentos esses básicos e que podem ser adquiridos com uma leitura mais atenta de uma bibliografia especializada e, um professor de música deve também relembrar conceitos de Matemática que já foram estudos no currículo normal da escola.

Assim, ancorados nos resultados obtidos nesta investigação, foi possível verificar que a matemática articulada a outras áreas do conhecimento tendo como suporte os recursos tecnológicos pode contribuir no processo de desenvolvimento cognitivo do aprendiz e pode estar articulada a outras áreas do saber, neste caso, a música.

Apropriando-se destes recursos, sugere-se a realização de práticas que, por exemplo, a utilização de um software específico da área musical, onde o computador possa se tornar um laboratório de simulação. Assim, o aluno é levado a experimentar fenômenos sonoros e rítmicos desencadeando a habilidade de aprender a aprender, ou seja, conhecer por meio da investigação e da prática.

Considera-se que, os projetos de trabalhos associados à modelagem matemática constituem um caminho metodológico de ensino e aprendizagem que pode e deve ser adaptado a diferentes contextos e situações. Cabe destacar que o projeto desenvolvido durante as aulas de Matemática, além de ter a contextualização como foco, assumiu um caráter interdisciplinar tendo em vista que para a sua execução fez-se necessário a utilização de conhecimentos em Língua Portuguesa na leitura, escrita, interpretação de textos e expressão oral, em Artes Visuais, que se fez presente na confecção do Vibrafone e apresentação musical; em conhecimentos em informática para a digitação de trabalhos e interação através das redes sociais o que demonstrou que esta última possui potencial como ferramenta pedagógica para interação entre professores e alunos.

Destaca-se, ainda, que nas sete áreas da Matemática, conforme a Matriz da Matemática e suas Tecnologias, as habilidades de "resolver problemas, interpretar e argumentar" permeou o desenvolvimento desse projeto, pois no seu desenvolvimento os alunos buscaram informações, se posicionaram frente ao tema pesquisado e propuseram alternativas para superar as dificuldades encontradas.

Diante das reflexões desenvolvidas ao longo desta investigação é possível concluir que os objetivos da investigação foram atendidos. No entanto, existem alguns questionamentos que ficaram em aberto e que podem se constituir em objetos de investigações futuras, sendo eles:

- É possível desenvolver um trabalho, o qual considere fortemente a contextualização no âmbito da dimensão da politecnia?
- Como pode ser elaborada uma estrutura curricular na área de Matemática que tenha a contextualização como foco ou que a valorize?
- Os professores estão preparados para desenvolver um currículo que tenha a contextualização como foco?

Espera-se, ainda, que esta pesquisa possa subsidiar discussões e reflexões em torno do Exame Nacional do Ensino Médio no que se refere, principalmente, aos conteúdos matemáticos abordados bem como na forma de abordagem.

Considera-se que esta investigação foi desenvolvida em consonância com o que é preconizado pelos PCNEM (BRASIL, 2000), e seus resultados evidenciaram que é possível contemplar o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados e que estejam vinculados com as necessidades do universo em que o aprendiz está inserido.

REFERÊNCIAS

ANTONELLO, Cláudia Simone. Aprendizagem na ação revisitada e sua relação com a noção de competência**. Revista Comportamento organizacional e gestão,** v. 12, n. 2, 2006, p. 199 a 220.

ARAUJO, Verônica Danieli de Lima. O impacto das redes sociais no processo de ensino e aprendizagem. In: Simpósio Hipertexto e Tecnologias na Educação Redes Sociais e Aprendizagem, 3, 2010, Recife. **Anais**...Recife, 2010. Disponível em:<http://www.nehte.org/simposio2010/livro-de-resumos/resumos-hipertexto2010.pdf>.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica**.In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática e os professores: A questão da formação. In: **Bolema**, ano 14, pp 5 a 23, 2001.

BARBOSA, Maria C. S.; HORN, Maria da Graça S. **Projetos pedagógicos na Educação Infantil**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2002.

BASSANEZI, Rodney.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002.

BARTHES, Roland**. O Rumor da Língua**. São Paulo: Brasiliense, 1988.

BOGDAN, Roberto C; BIKLEN, Sari Knopp**. Investigação Qualitativa em Educação**. Porto Editora, LDA, 1994.

BRASIL, LDB. Lei 9394/96 – **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em < www.planalto.gov.br >. Acesso em: 09 Jul 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais : arte / Secretaria de Educação Fundamental. –** Brasília : MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro06.pdf Acesso em 12 de novembro de 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes curriculares nacionais para o ensino médio.** Brasília: MEC/CNE, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação**.** Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência para o ENEM 2009**. Disponível em:< http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=310&id=13318&option=com_content&view=article>. Acesso em: 10 out. 2010.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC / SEMT, 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Matemática/ Secretaria da Educação Fundamental**. – Brasília:MEC/ SEF, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?id=12598:publicacoes&option=com_content&view=article Acesso em 09 Jul 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: Ensino de quinta a oitava séries.** Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Ciência da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/ Semtec, 2002

BRASIL, **Exame Nacional do Ensino Médio (Enem): fundamentação teórico-metodológica /Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. – Brasília : O Instituto,2005. Disponível em http://www.nota10serie.com.br/wp-content/uploads/FundamentoTeoricoMetodologico1.pdf. Acesso em 13 de novembro de 2011.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C; C, Saiz, 1. et al. **Didática da Matemática; reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BROUSSEAU, Guy**. Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

BURAK, Dionísio. **Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. Pró-Mat**. – Paraná, Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. Anais. Londrina: UEL, 2004.

CAPOBIANCO, Ligia. **Comunicação e Literacia Digital na Internet – Estudo etnográfico e análise exploratória de dados do Programa de Inclusão Digital AcessaSP** – PONLINE. Dissertação (Mestrado em Ciências da Comunicação). Escola de Comunicação e Artes, Universidade de São Paulo, 2010.

CAPRA, Fritjof. **O ponto de mutação: a ciência, a sociedade e a cultura emergente**. São Paulo: Pensamento, 1982.

CHAVES, Mário M**. Complexidade e Transdisciplinaridade: uma abordagem multidimensional do setor saúde**. 1998. Disponível em: <www.ufrrj.br/leptrans/3.pdf>. Acesso em: 20 de fevereiro de 2012

CHERVEL, André. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa.** Teoria e Educação. Porto Alegre, nº 2, p. 177-229, 1990.

CONDEIXA, Maria Cecilia Guedes. et al. **Competência I.** In: BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio(Enem): fundamentação teórico-metodológica. Brasília, 2005. p. 71-74

CONGRESSO DE ARRABIA, **Primeiro Congresso Mundial da Transdisciplinaridade. Carta de Transdisciplinaridade**, Portugal, Convento de Arrábia, 1994. Disponível na Internet: http://perso.club-internet.fr/nicol/ciret/bulletin/12/bcgpor.htm. Acesso em 29 de dez 2011.

COSTA, André P. da. **Educação à distância e o argumento da solidão**. Boletim Técnico do SENAC. São Paulo: v. 20, n.1, p. 2-12, jan/abril, 1994

DRUCK, Suely. **O drama do ensino da Matemática**. Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u343.shtml . Acesso em: 31 dez 2011.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**.São Paulo:Editora Ática, 1990

DEMO, Pedro**. Educar pela Pesquisa**. Campinas, SP: Autores Associados, 2005.

DEWEY, John. Democracia e Educação: **Introdução à Filosofia da Educação.** 4ª ed. São Paulo, Editora Nacional, 1979, 420p. (Seleção, digitação, diagramação e impressão de José Lino Hack. Pelotas, FaE/UFPel, janeiro de 2002).

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.** Berna: Peter Lang. 1995.

ECHEVERRIA, Maria Del Puy Perez ; POZO, Juan Ignácio. A prender a resolver, resolver para aprender.In: POZO, Juan Ignácio. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998

EDUCAUSE,**Things You Should Know About Facebook II.** [Online]; disponível em:<http://net.educause.edu/ir/library/pdf/ELI7025.pdf>. 2007.

FAZENDA, Ivani C. A. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa.** 4. ed.Campinas: Papirus, 1994.

FAZENDA, Ivani C. A. **Integração e Interdisciplinaridade no ensino Brasileiro: Efetividade ou Ideologia**. São Paulo: Editora Loyola, 4ª edição, 1996.

FERNANDÉZ, Domingos. **Resolução de Problemas: Investigação, Ensino, Avaliação e Formação de Professores.** Sala do Professor. 2003 Disponível em: http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/publicacoes/i_cinco_tabus.html.

FERRIZ, David. e LA FERRIÈRE,Serge Raynaude. **Eu realizei a deus através da Matemática**. Peru:Hemus,1977

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S**. Investigação em educação matemática: percursos teóricos**

e metodológicos. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2009. 240 p.

FINI, Maria. Eliza. **Erros e acertos na elaboração de itens para a prova do Enem**. In: BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)*:* fundamentação teórico-metodológica. Brasília, 2005. p. 101-106.

FINO, Carlos Manuel. **Novas tecnologias, cognição e cultura: um estudo no primeiro ciclo do ensino básico.** (tese de Doutoramento). Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (pp. 27-31), 2000.

FONSECA, Maria C. F. R. **Por que ensinar Matemática**. Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v.1, n. 6, mar/abril, 1995.

FRANÇA, Vera Regina, **Teorias da Comunicação: busca de identidade e de caminhos**. Revista. Esc.Biblioteconomia: UFMG, n° 23, p.138-152, 1994.

FRANÇA, Vera Regina, O objeto da comunicação – a comunicação como objeto. In: Hohlfeldt, A.; Martino, L. e França, V. (Orgs). **Teorias da Comunicação: Escolas, conceitos, tendências**. (pp. 39-60). Petrópolis : Vozes, 2001.

GADAMER, Hans Georg. **Verdade e método-Traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica.**Trad. Flavio Paulo Meurer.Petrópolis:Vozes,1997.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti**. História Oral e educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GIARDINETTO, Jose Roberto B**. Matemática escolar e matemática da vida cotidiana**. Campinas, SP: Autores Associados, 1999.

GODOY, Arilda S. Pesquisa Qualitativa- tipos fundamentais**.** In: **Revista da Administração de Empresas**, v.35, n°3, Mai/Jun.1995, p.20-29

GOMES, Maria Margarida. A contextualização e as áreas de ciências da natureza e ciências humanas nos PCN para o ensino médio**.** In: ENDIPE, 11.,2002, Goiânia. **Anais XI Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino,** Goiânia, CD-Rom. Goiânia, 2002.

GOTTSCHALL, Carlos Antonio Mascia. **Do mito ao pensamento científico: A busca da realidade, de Tales a Einstein.** São Paulo: Atheneu, 2004

HERNANDEZ, Fernando; VENTURA, Montserrat. **A Organização do Currículo por projetos de trabalho.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS(INEP**). Eixos cognitivos do ENEM. 2007**. Disponível em: http://historico.enem.inep.gov.br. Acesso em 20 de Maio de 2012

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro:Imago, 1976.

KENSKI, Vani Moreira**. Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 2ª Ed. Campinas,SP: Papirus, 2004.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas, SP, Papirus: 2007.

KISTEMANN JUNIOR M; SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática** Crítica. Campinas: Papirus, 2008. Bolema: Boletim de Educação Matemática, América do Norte, 23, jan. 2011. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4309/3453. Acesso em: 09 Jul. 2011.

KRIEGER, Shelley. **Just what is algebraic thinking?.** Disponível em: <http:// www.math.ucla.edu/~kriegler/index.html> Acesso em: 27 ago. 2012.

LAKATOS, Eva Maria ; MARCONI, Marina de Andrade. **Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados.** 3. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência. O futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LOPES, Alice Casimiro. Os Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização. **Educ. Soc.**, Campinas , v. 23, n. 80, Sept. 2002 . Available from <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73302002008000019&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 10 de Dezembro de 2012.

LUTFI, Mansur. **Os Ferrados e Cromados: produção social e apropriação privada do conhecimento químico.** Ijuí, Ed. UNIJUÍ: 1992.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente.** São Paulo: Cortez, 1995.

MACHADO, Nilson José. Educação**: Competência e Qualidade**. São Paulo: Escrituras, 2009.

MAGINA, Sandra et al. **Repensando adição, subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais.** 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MANACORDA, Mario Alighiero. **Marx e a Pedagogia Moderna.** São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1991.

MARTINS, Josemar, **Anotações em torno do conceito de Educação para Convivência com o Semi-Árido. In: Educação para a convivência com o Semi-Árido Brasileiro: reflexões teóricopráticas**. Bahia: RESAB, 2004.

MENDONÇA, Maria do Carmo Domite. **Problematização: Um caminho a ser percorrido em Educação Matemática.** 307 p. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campi nas, Campinas. 1993.

MENEGHETTI, Renata Cristina G. **Constituição do Saber Matemático: Reflexões Filosóficas e Históricas.** Londrina: EDUEL,2010

MEYER, João F. da C.A. **Modelagem Matemática: do fazer ao pensar.** Anais VI ENEM- Encontro Nacional de Educação Matemática. São Leopoldo-RS, p.67 s 70, 1998.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. **O ensino e as propostas pedagógicas**. Ln: BICUDO, Maria Aparecida

MORA, David. Aprendizaje **y Enseñanza: proyetos y estratégias para uma educación matemática del futuro.** Campos Iris: La Paz: Bolivia, 2004.

MORAN, José Manuel. **A educação que desejamos novos desafios e como chegar lá**. Campinas: Papirus, 2007

MOREIRA, M.A; SOUSA, C.M.S.G. **Dificuldades de alunos de Física Geral com o conceito de potencial elétrico**. Projeto de pesquisa em andamento,2002.

MORETTO, Vasco P. **Construtivismo, a produção do conhecimento em aula**. 3ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

MORIN, Edgar**. Ciências com Consciência**. 2ª edição, Rio de Janeiro: Bertrand,1998.

NICOLESCU, Basarab**. O Manifesto da Transdisciplinaridade**. Triom : São Paulo, 1999.

NICOLESCU, Basarab. **Um novo tipo de conhecimento: transdisciplinaridade**. In: Educação e Transdisciplinaridade , 1, p. 9-25. Brasília, UNESCO, 2000. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/leptrans/link/conhecimento.pdf>. Acesso em: 26 Dez. de 2011.

PAPERT, Seymour M. (1994). **A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática.** Porto Alegre: Artes Médicasp.

PASSERINO, Liliana M. **Apontamentos para uma reflexão sobre a função social das tecnologias no processo educativo.** TEXTO DIGITAL. Vol. 6, Nº1, 2010. Disponível em http://www.journal.ufsc.br/index.php/textodigital/article/view/14338/13164. Acesso em: 11 Dez. 2012.

PAVANELLO, Regina Maria. Contextualizar, o que é isso**?** In: NOGUEIRA, Clélia; BARROS, Rui. (orgs) **Conversas e experiências de quem gosta de ensinar Matemática**. Maringá-PR: Manoni, 2004.

PETTENATI, Maria Chiara e RANIERI, Maria; Informal learning theories and tools to support knowledge management in distributed CoPs**.** In: **Innovative Approaches for Learning and Knowledge Sharing, EC-TEL.** Workshop Proceeding,2006.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte/MG: Autêntica,2005.

POZO, Juan Ignácio. & ECHEVERRÍA, Maria Del Puy Perez. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

RAMOS, Marise Nogueira. **A educação profissional pela Pedagogia das Competências: para além da superfície dos documentos oficiais.** Educação & Sociedade, Campinas, v. 23, n. 80, p. 405-427, 2002.

REALE, Giovanni; ANTISERI, Dario**. História da filosofia**. 2ª ed. São Paulo: Paulus, 1990.

REALE, Miguel, **Introdução à filosofia.** 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

RECUERO, Raquel. **Comunidades Virtuais em Redes Sociais na Internet: Uma proposta de estudo**. Ecompos, Internet, v. 4, 2005.

RODRIGUES, C. L.; AMARAL, M. B. **Problematizando o óbvio: ensinar a partir da realidade do aluno**. In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓSGRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 19., Caxambu, 1996. Anais. Caxambu: Anped, 1996. p. 197.

ROEGIERS, Xavier; KETELE, Jean Marie. **Uma Pedagogia da Integração: competências e aquisições no ensino.** Porto Alegre: Artmed, 2004.

ROGERS, Yvonne; RIZZO, Antonio. **Isn't Multidisciplinarity Enough? When Do We Really Need Interdisciplinarity?** Disponível em: http://www.irit.fr/ACTIVITES/GRIC/>
Acesso em: 10 de Dez de 2011.

SANCHES, Leandro Manuel Pereira; PADOVAN; Victor de Toni; CARITÁ Edilson Carlos. **Uso de redes sociais no processo de ensino-aprendizagem: avaliação de suas características.** São Paulo: Ribeirão Preto, 2011. Disponível em:<http://www.abed.org.br/congresso2011/cd/61.pdf>

SANTOS, Boaventura de S. **Pela Mão de Alice- O social e o político na pós-modernidade**.5.ed., São Paulo: Cortez,1999.

SANTOS, Renato P. Transdisciplinaridade. **Cadernos de Educação**, Lisboa, v. 8, n.8, p. 7-9, 1995.

SANTOS, Wildson Luis Pereira dos; MORTIMER, Eduardo Fleury. **Uma análise de pressupostos teóricos C-T-S (Ciência, Tecnologia e Sociedade) no contexto da educação brasileira**. Ensaio: Ensaio- Pesquisa em Educação em Ciências, v. 2, n. 2, p. 1-23, 2002.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações**. São Paulo: Cortez-Autores Associados. Coleção Polêmicas do Nosso Tempo, 1991.

SKOVSMOSE, Olé. **Cenários para Investigação**. Bolema, Rio Claro, n°14,p.66-91,2000.

SKOVSMOSE, Olé. **Educação matemática crítica: A questão da democracia**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SILVA, Rejane Maria Ghisolfi. Contextualizando aprendizagens de Química na educação escolar**.** ***Química Nova na Escola***, n.18, p. 26-30, 2003.

SILVA, Maristela Alberton**. O Trabalho com Projetos: um convite à descoberta**. Disponível em< http://www.nuted.edu.ufrgs.br/oficinas/criacao/trabalhoprojetos.pdf> Acesso em 15 set. 2009

SILVA, Neide de Melo Aguiar**. Matemática e Educação Matemática: Re(construção de sentidos com base na representação social de acadêmicos**. Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/matematica.pdf Acesso em 30.05.2012

SOMMERMAN, Americo. **Inter ou transdisciplinaridade: da fragmentação disciplinar ao novo diálogo entre saberes.** São Paulo: Paulus, 2006.

WALLERSTEIN, Immanuel. **Para Abrir as Ciências Sociais**. São Paulo: Cortez, 1996.

WESTPHAL, Murilo; PINHEIRO, Thais Cristine; TEIXEIRA, Cristiano da S. PCN-EM: contextualização ou recontextualização**.** In: **XVI SNEF - Simpósio Nacional de Ensino de Física**, 2005, Rio de Janeiro – RJ.

ZABALA, Antoni. A Avaliação. In: ZABALA, Antoni. **A Prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO

Prezados alunos e pais,

Durante o período de Agosto a Dezembro de 2012, estarei desenvolvendo junto aos alunos do Ensino Médio Noturno do IEE Pereira Coruja intervenções didáticas que serão objeto de estudo da dissertação de mestrado intitulada "**Ensino e Aprendizagem da Matemática no Ensino Médio: Significado da Contextualização do Conhecimento Matemático.**"

Como esta pesquisa é de abordagem qualitativa, fez-se necessário filmar e fotografar alguns momentos no decorrer desse ano. Então peço, através desta carta, a autorização do aluno e de seus responsáveis para o uso de imagens e expressões orais e verbais coletadas no transcorrer desse projeto. Esses dados serão utilizados na minha Dissertação e em congressos onde apresentarei os resultados da minha pesquisa.

Desde já agradeço.

Taquari, 1° de Agosto de 2012

Luciene Pereira

Luciene da Silva Pereira

Assinatura do aluno(a)

Assinatura do responsável

APÊNDICE B

ALUNO____

LISTA DE LOGARITMOS

1) Os números *a*, *b* e *c* são tais que seus logaritmos decimais *log a*, *log b* e *log c*, nesta ordem, estão em progressão aritmética. Sabendo que *log b = 2*, determine o produto *abc*.

2) Suponha que $\ln a = 2$ e $\ln b = 3$. Determine:

a) $\ln b^2 =$ b) $(\ln b)^2 =$ c) $\ln\left(\frac{a^2}{b^4}\right) =$ d) $\ln\frac{1}{a} =$

3) (ITA-SP) Calcule o valor de $\log_2 16 - \log_4 32$.

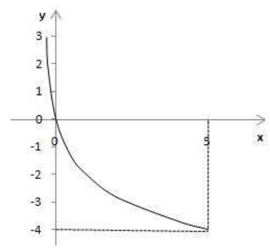
4) (UCS-RS) Calcule o valor de $\log_{\frac{1}{3}}(\log_5 125)$.

5) (UE-PI) Se $\sqrt{9^{p+1}} = 3^{\sqrt{2}}$ e $\log_2(q-1) = \frac{1}{2}$, calcule $p^2 + p.q + q^2$.

6) (UFJF-MG) Considere a função $f : IR \to IR$ definida por $f(x) = \log_{10}(x^2 - 6x + 10)$. Marque a opção que expressa o valor de *f(6) – f(- 2)*.

a) 26 b) $\log_{10} 26$ c) 1 **d)** $\log_{10}\frac{5}{13}$ e) $1 + \log_{10} 26$

7) (UF-MG) Nessa figura, está representado o gráfico da função $f(x) = \log_2\left(\frac{1}{ax+b}\right)$. Qual o valor de *f(1)*?



8) (PUC-RS) Encontre o conjunto solução da equação $\log_x(10 + 3x) = 2$, em lR.

9) (FGV-RJ) Expresse na forma de intervalo o domínio da função $y = \log(-x^2 + 2x + 3)$.

10) (UFSCar-SP) O domínio de definição da função $f(x) = \log_{x-1}(x^2 - 5x + 6)$ é:

a) x < 2 ou x > 3 b) 2 < x < 3 c) 1 < x < 2 ou x > 3 d) x < 1 ou x > 3 e) 1 < x < 3

11) (UF-MG) Resolva a equação $2\log_{10} x = 1 + \log_{10}\left(x + \frac{11}{10}\right)$. O conjunto solução de todos os valores reais é:

a) {- 1, 11} b) {5, 6} c) {10} d) {11}

12) Suponha que a taxa de juros que um determinado banco europeu oferece, aos seus clientes, é de 6% ao ano, em regime de juros compostos.

a) Determine o capital acumulado ao fim de 7 anos, por um cliente que depositou 50.000 euros.
b) Quantos anos terá de esperar, o referido cliente, para obter um capital acumulado de 100.000 euros?
c) Qual seria o depósito inicial efetuado por este cliente, para obter 85.000 euros ao fim dos mesmos 7 anos?

13) (UF-AL) A expressão $N(t) = 1500.2^{0,2t}$ permite o cálculo do número de bactérias existentes em uma cultura, ao completar *t* horas do início de sua observação (*t = 0)*. Após quantas horas da primeira observação haverá 250000 bactérias nessa cultura? (Dados: log2 = 0,30 log3 = 0,48).

ANEXOS