UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CLARISSA DE ASSIS OLGIN

CRITÉRIOS, POSSIBILIDADES E DESAFIOS PARA O DESENVOLVIMENTO DE TEMÁTICAS NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Canoas
2015

CLARISSA DE ASSIS OLGIN

CRITÉRIOS, POSSIBILIDADES E DESAFIOS PARA O DESENVOLVIMENTO DE TEMÁTICAS NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para a obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ensino de Ciências e Matemática.

Canoas
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

O45c Olgin, Clarissa de Assis.
Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no currículo de matemática do ensino médio / Clarissa de Assis Olgin. – 2015.
265 f. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2015.
Orientadora: Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald.

1. Currículo de matemática. 2. Ensino médio. 3. Ensino-aprendizagem. 4. Didática. 5. Temática. I. Groenwald, Claudia Lisete Oliveira. II. Título.

CDU 372.851

Bibliotecária responsável – Heloisa Helena Nagel – CRB 10/981

CLARISSA DE ASSIS OLGIN

CRITÉRIOS, POSSIBILIDADES E DESAFIOS PARA O DESENVOLVIMENTO DE TEMÁTICAS NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para a obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ensino de Ciências e Matemática.

APROVADA EM 01/06/2015.

Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald – Orientadora – ULBRA

____

Prof. Dr. Marcio Antonio da Silva – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

____

Profa. Dra. Célia Maria Carolino Pires – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

____

Prof. Dr. Maurício Rosa – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Prof. Dr. Arno Bayer – ULBRA

____

Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia - ULBRA

____

Canoas
2015

AGRADECIMENTOS

À professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pela orientação, dedicação, discussões, auxílio e amizade que possibilitaram a construção deste trabalho, através de seu incentivo e contínuo apoio desde a Graduação.

Ao professor Dr. Marcio Antonio da Silva, pelas contribuições e apoio, desde a pesquisa de Mestrado.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, em especial, ao professor Dr. Maurício Rosa, pelas suas críticas, sugestões e contribuições nas disciplinas do Doutorado, que muito auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Dra. Célia Carolino Pires, Dr. Arno Bayer e Dr. Rodrigo Dalla Vecchia, por terem contribuído na qualificação, com observações e sugestões enriquecedoras para a pesquisa.

Às editoras aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático, de 2012, por disponibilizarem exemplares para realização desta pesquisa.

À Direção das escolas em que esta pesquisa foi realizada, por autorizarem a aplicação das sequências didáticas propostas, e aos alunos que participaram.

Aos professores Ms. Ilisandro Pesente e Ms. Valmir Ninow, pela ajuda, pelo empenho, pela dedicação, e pela vontade de buscar diferentes formas de trabalhar a Matemática no Ensino Médio.

A minha família, que sempre me apoiou e incentivou, para seguir estudando. Em especial, a minha mãe Maria de Lourdes Nunes de Assis e a minha irmã Larissa Olgin da Silva, por toda ajuda nos momentos difíceis, pelas noites de estudo, pelos finais de semana de discussões e estudo conjunto, pela paciência em ler, ouvir e fazer sugestões neste trabalho.

Ao meu cunhado Felipe Soares da Silva e a minha sobrinha Sarah Caroline Olgin da Silva que sempre me incentivaram.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de doutorado, que viabilizou o desenvolvimento desta pesquisa.

De nada adianta provocações de mudanças no processo de ensino/aprendizagem que não discutam a maneira como o jovem aprende, e como constrói o seu conhecimento. Qualquer proposta de educação deve considerar, em primeiro plano, o aluno, suas necessidades, expectativas, interesses, aspirações e possibilidades (BARRETO, 2009).

RESUMO

Esta pesquisa buscou investigar temas de interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, com o seguinte problema de pesquisa: quais propostas temáticas, inspiradas em teorias curriculares contemporâneas, podem fornecer subsídios para o planejamento de outras formas de se apresentar a Matemática do Ensino Médio? O objetivo geral foi verificar quais os possíveis temas para serem trabalhados no Currículo de Matemática do Ensino Médio, considerando o que se deve ensinar, como ensinar e por que ensinar os conteúdos de Matemática, utilizando temas atuais, da realidade e que sejam considerados importantes para a formação dos estudantes do Ensino Médio. Para alcançar o objetivo geral desta investigação, foram elaborados os seguintes objetivos específicos: realizar uma ampla pesquisa bibliográfica referente a temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio em livros didáticos, no Exame Nacional do Ensino Médio e no Banco de Teses da CAPES; investigar quais são os critérios para escolha de temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio; investigar possibilidades metodológicas desenvolvendo sequências didáticas com os temas escolhidos; validar os temas através de experimentos com estudantes do Ensino Médio. Nos aportes teóricos, investigou-se a história do Ensino Médio no Brasil, buscando-se subsídios para a escolha de temas a serem desenvolvidos. Também, pesquisou-se o Currículo de Matemática, para compreendê-lo e propor temas relevantes para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos. De acordo com a fundamentação teórica que norteou os trabalhos educacionais, indica-se a necessidade de contextualizar os conteúdos matemáticos do Ensino Médio, de forma a propiciar ao estudante o aprender a conhecer, fazer, viver e ser. Nesse contexto, acredita-se que, desenvolvendo os conteúdos matemáticos através de temas de interesse, que envolvam aspectos relevantes da vida em sociedade, os estudantes conseguirão estabelecer relações entre a teoria e a prática. Para a escolha de tais temas, buscaram-se as contribuições de Skovsmose (2006), Doll Jr. (1997) e Silva (2009). A metodologia buscou investigar temas de interesse, que podem ser desenvolvidos no Ensino Médio para construção de conceitos matemáticos. O estudo permitiu a elaboração de uma classificação para os temas de interesse os quais podem ser trabalhados no Currículo de Matemática, dando significado ao conhecimento escolar, relacionando os conteúdos formais a situações práticas ou próprias da Matemática, podendo despertar a curiosidade dos estudantes para os conteúdos desenvolvidos, buscando formar sujeitos participativos, ativos e reflexivos na sociedade. Para isso, indicam-se caminhos para a prática docente, em sala de aula, através de trabalhos com temas de interesse, com exemplificação de três sequências didáticas com as temáticas: Contemporaneidade, Político-Social e Cultura. Duas sequências didáticas desenvolvidas com essas temáticas foram aplicadas em turmas do Ensino Médio, para análise das possibilidades e desafios do trabalho com as temáticas sugeridas. Após a aplicação da sequência didática, a análise foi realizada através dos dados coletados nas observações, filmagens, registros dos alunos, fotos, questionários, para mostrar a realidade da produção dos alunos nas atividades propostas nas sequências didáticas. As temáticas elencadas foram:

Contemporaneidade(Criptografia, Meios de Comunicação – Internet e Teoria dos Grafos), Político-Social (Economia, Educação Fiscal, Poluição Sonora, Trabalho e consumo, Imposto de renda, Dívida externa e interna e Programas Sociais), Cultura (Arte e Esporte), Meio Ambiente (Fontes de energia, Radioatividade, Agrotóxicos, Água, Reciclagem de lixo e Desmatamento), Conhecimento Tecnológico (Computação gráfica, Ondas sísmicas e Programa de posicionamento global – GPS) , Saúde (Doenças, Alimentação, Educação sexual e saneamento básico), Temas Locais (Trânsito e Impactos da mortalidade e natalidade) e Intramatemática (Números de Fibonacci, Números de Ouro, Fractais, Equações Diofantinas e Padrões matemáticos). Os resultados indicam que é possível indicar temáticas para serem desenvolvidas no Currículo de Matemática do Ensino Médio, inspiradas em teorias curriculares contemporâneas, contemplando os aspectos referentes ao que ensinar, como ensinar e porque ensinar.

Palavras-chave: Currículo de Matemática. Ensino Médio. Temas de interesse.

ABSTRACT

This research sought investigate themes of interest for Mathematics Curriculum of High School, with the following research problem: which proposed thematics, inspired by contemporary curriculum theories, can provide subsidies for the planning other forms of to present the High School Math? The overall objective was to verify what the possible themes to be worked in the Math Curriculum of High School considering what to teach, how to teach and why teach the mathematics contents using current themes, of the reality that are considered important for the formation of the High School students. To achieve the general objective of this research, the following specific objectives were elaborated: realise a bibliographical research wide regarding themes for Mathematics Curriculum High School, in textbooks, at the National High School Exam and in the CAPES Theses Database; investigate what are the criteria for the choosing themes for Mathematics Curriculum of High School; investigate methodological possibilities by developing didactic sequences on the chosen themes; validate the themes through experiments with High School students. In theoretical foundation, we investigated the history of High School in Brazil, seeking subsidies for the choice of themes to be developed. Also was researched the Mathematics Curriculum, to understand it and propose themes relevant to the development of mathematical contents. According to the theoretical foundation that guided educational work, indicates the need to contextualize the mathematical contents of the High School, of form to provide the student the learning to know, do, live and be. In this context, it is believed that by developing the mathematical contents through themes of interest, involving relevant aspects of life in society, students will be able to establish relations between theory and practice. For the choice of such themes, sought up the contributions of Skovsmose (2006), Doll Jr. (1997) and Silva (2009). The methodology sought to investigate themes of interest, which can be developed in High School for construction of mathematical concepts. The study allowed the development of a rating for themes of interest which can be worked in the Curriculum of Mathematics, giving meaning to school knowledge, by relating the formal content to practical situations or own of the Mathematics, it could arouse of students curiosity for contents developed, seeking to form participatory subjects, active and reflective in society. For that, indicates up paths for teaching practice, in the classroom, through work with themes of interest, with exemplification of three didactic sequences with the thematics: Contemporaneity, Political and Social and Culture. Two didactic sequences developed with these thematic were applied to High School classes, to analyze the possibilities and challenges of the working with the suggested thematics. After application of the didactic sequence, the analysis was performed through the collected data in the observations, filming, record of the students, photos, questionnaires, to show the reality of the production of the students in the proposed activities in the didactic sequences. The suggested thematics were: Contemporary (Cryptography, Communication Means – Internet and Graph Theory), Political and Social (Economics, Tax Education, Noise Pollution, Work and Consumption, Income Tax, External Debt and Internal Debt and Social Programs), Culture (Arts and Sport), Environment (Energy Sources, Radioactivity, Agrotoxics, Water, Recycling of Trash, Deforestation), Technological Knowledge (Computer graphics, seismic waves and global positioning Program - GPS), Health (Diseases, Feed, Sex Education and Basic Sanitation), Local themes (Transit and the mortality and birth Impacts) and Intra Mathematics (Fibonacci Numbers, Gold Numbers, Fractal, Diophantine Equations and Mathematical Patterns). The results indicate that it is possible to indicate themes to be developed in the Math Curriculum High School, inspired by curriculum theories contemporaries, contemplating aspects concerning what to teach, how to teach and why teach.

Keywords: Mathematics Curriculum. High School. Themes of interest.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentam-se a trajetória acadêmica da pesquisadora, a relevância da investigação, a temática de pesquisa e como foi estruturado o trabalho desenvolvido.

1.1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA[1]

No ano de 2001, iniciei minhas atividades acadêmicas na Universidade Luterana do Brasil, no curso de graduação em Direito. Porém, depois de algum tempo, não satisfeita com minha opção, solicitei a transferência para o curso de Licenciatura Plena em Matemática.

No decorrer dessa graduação, percebi que gostaria de ter novas experiências e avançar nos meus conhecimentos relativos à área de Educação, pois me identificara com o curso escolhido. Foi quando, na disciplina de Informática Aplicada à Educação I, conheci a Professora Liliana Passarino, que, satisfeita com o meu desempenho, convidou-me para participar da Ong Redespecial como voluntária. Ali foi o princípio de tudo: tive a oportunidade de aplicar meus conhecimentos matemáticos, interligando-os com a informática como um recurso didático no auxílio de jovens com Autismo, os quais apresentavam dificuldades de aprendizagem. Nesse estágio, percebi que ensinar era a minha vocação, pois a relação que mantinha com os alunos era muito harmoniosa e, a cada dia que apresentavam um avanço com relação ao que fora ensinado, me estimulavam a continuar estudando e pesquisando atividades para desenvolver com os alunos. O progresso deles era o que bastava para eu estar feliz. Via que o trabalho realizado com eles tinha um retorno positivo, mesmo dentro de suas limitações.

Minha segunda experiência ocorreu, no período de 2004 a 2006, através de um convite recebido da Professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald, para atuar como monitora no Laboratório de Matemática, onde aprimorei meus conhecimentos, auxiliando os professores das disciplinas de Estágios Supervisionados, executando tarefas como: elaboração de jogos educativos de Matemática, construídos com material concreto; pesquisas bibliográficas para elaboração de atividades práticas de conteúdos matemáticos; atendimento aos estudantes do Ensino Fundamental das redes particular e pública e aos colegas da própria universidade. Nesses atendimentos, eram desenvolvidas atividades lúdicas para que os estudantes reforçassem conteúdos já previamente trabalhados em sala de aula. Durante essa monitoria, adquiri maiores conhecimentos com relação a *softwares* educativos na área de Matemática,

---

[1] Optou-se em escrever esse item na primeira pessoa do singular, por se tratar da trajetória pessoal da pesquisadora.

aprendendo a utilizá-los em sala de aula como recurso didático para introduzir, aprimorar ou revisar os conteúdos matemáticos.

Inscrita, em 2005, na coordenação do curso de Matemática da própria Universidade, para estagiar na monitoria do Curso de Nivelamento em Matemática no Ensino à Distância – ULBRAORBE, fui chamada no mesmo ano para estágio com o Professor Ms. Janor Araujo Bastos. Nessa monitoria, adquiri experiência na área de ensino à distância, onde algumas das tarefas realizadas eram: auxiliar o tutor da disciplina e os alunos; elucidar dúvidas por meio do correio eletrônico e fórum; atender a cada aluno que solicitasse auxílio via telefone e pelo atendimento pessoal e particular.

Ainda naquele ano, muito entusiasmada com o curso, decidi prosseguir nos meus estudos, não parando apenas na graduação. A respeito do assunto, conversei com meus professores de monitoria, que me sinalizaram o caminho a seguir para atingir esse objetivo. Então, juntamente com meus colegas Clarissa Bastos e José Renato dos Santos Pereira e com o apoio do professor Janor Araujo Bastos, escrevemos nosso primeiro artigo, direcionado aos professores do Ensino Médio, que versava sobre a utilização de novas tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática. Para isso, a partir do tema Funções Exponenciais, desenvolvemos um *Software* Educativo contendo atividades a serem aplicadas aos alunos, em sala de aula, durante a introdução dos estudos de Potenciação, do desenvolvimento de Equações Exponenciais e da construção de Gráficos da Função Exponencial. Esse artigo foi apresentado no III Congresso Internacional de Ensino da Matemática (III CIEM), que foi organizado na ULBRA, pelo curso de Matemática, ministrado através de um minicurso.

No mês de setembro, comecei a trabalhar em um Contrato Temporário para Professor de Matemática, no município de Campo Bom. Para isso, tive que optar entre sair da monitoria do nivelamento de Matemática ou aceitar a contratação temporária. Pensei muito e aceitei trabalhar como professora de Matemática no Ensino Básico, o que está sendo, até os dias atuais, uma grande satisfação; a cada ano me motivo para estudar e levar novidades aos alunos, verificar novas situações de aprendizagem, buscar caminhos que tornem a aprendizagem deles mais atrativa, motivadora e significativa.

No ano de 2006, dediquei-me, paralelamente, à monitoria do laboratório de Matemática e ao trabalho em sala de aula no município de Campo Bom. Então, novamente, a Professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald convidou-me a participar da pesquisa em Teoria dos Números, no grupo de Pesquisa GECEM (Grupo de Estudos Curriculares em Educação Matemática). Fiquei muito feliz com a nova oportunidade, pois essa pesquisa possibilitou-me a apresentar trabalhos no IX ENEM – IX Encontro Nacional de Educação

Matemática, no IV CIEM – IV Congresso de Ensino da Matemática e no I CNEM – I Congresso Nacional de Educação Matemática.

O trabalho apresentado no IX ENEM, em 2007, foi o artigo Criptografia no Ensino Médio, que objetivava apresentar atividades didáticas relacionadas ao tema Criptografia para serem trabalhadas no Ensino Médio e avaliar o processo de ensino dos estudantes no desenvolvimento das atividades propostas.

Os artigos apresentados no IV CIEM, ainda em 2007, foram: Utilização de novas tecnologias no processo de aprendizagem na Matemática do Ensino Fundamental e Evolução histórica da criptografia e aplicação no Ensino Médio. O primeiro teve por objetivo desenvolver atividades didáticas que proporcionassem aos professores o trabalho com alunos da 7ª série utilizando *softwares* educativos, visando à sua promoção através de situações de ensino e aprendizagem no ambiente informatizado. O segundo apresentava atividades didáticas para estudantes do Ensino Médio, utilizando a Criptografia como um agente estimulador do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

No final do ano de 2007, graduei-me pela Universidade Luterana do Brasil em Licenciatura Plana em Matemática. Em 2008, realizei o curso de Pós-Graduação em Educação Matemática na mesma Universidade, na qual me dediquei a aprofundar a pesquisa realizada na graduação envolvendo Teoria dos Números explorando o tema Criptografia no Ensino Fundamental.

No ano de 2009, cheia de expectativas e querendo cada vez mais me dedicar à área de Educação Matemática e buscar novas experiências, para desenvolver em sala de aula, iniciei o mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), pela ULBRA. No mesmo ano, concluí o curso de especialização. No mestrado, procurei dar continuidade à pesquisa da especialização, explorando a utilização de atividades de códigos e senhas no Ensino Médio, visto que o tema Criptografia se mostrou um recurso para desenvolver atividades envolvendo os conteúdos de Função Linear, Função Quadrática, Função Exponencial, Função Logarítmica e Matriz apresentando atividades de codificação e decodificação que podem ampliar os conhecimentos dos alunos com relação aos conteúdos tratados.

Em 2011, concluí a pesquisa de mestrado e ingressei no doutorado, no PPGECIM da ULBRA. Em uma conversa com minha orientadora, professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pensamos que seria importante pesquisar quais são os temas que permitem desenvolver os conteúdos matemáticos e são importantes para os alunos do Ensino Médio ampliarem seus conhecimentos em relação à vida em sociedade e tomarem atitudes de cidadania juntamente com a formação desse aluno na disciplina de Matemática. Assim, ao longo de minha trajetória como professora de Matemática, na Educação Básica, percebi que se fazia necessário o planejamento de aulas que auxiliassem os alunos na construção dos conceitos matemáticos e dos conhecimentos para a vida, pois os alunos se sentiam mais próximos dos conteúdos quando eram trabalhados interligados a assuntos de seu cotidiano. Minhas reflexões aliadas às pesquisas da orientadora dessa tese levaram à pesquisa de doutorado sobre escolha de temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio que possibilitam a construção dos conceitos.

1.2 O TEMA DA INVESTIGAÇÃO

Esta investigação refere-se a temas para o Currículo de Matemática, no Ensino Médio, que sejam da atualidade e que abarquem os conteúdos matemáticos, verificando as possibilidades e desafios para sua implementação[2]. Para tanto, investigou-se a História do Ensino Médio no Brasil, concepções de Currículo e os critérios que podem nortear a seleção de temas. Também, na busca de subsídios para escolha de temas, foram analisados os Livros Didáticos do PNLD de 2012, Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 1998 a 2013 e o Banco de Teses da CAPES sobre a temática investigada, com a intenção de relacionar as temáticas já utilizadas no Ensino Médio.

1.3 RELEVÂNCIA DA INVESTIGAÇÃO

Esta investigação justifica-se pela importância do professor de Matemática buscar diferentes recursos metodológicos para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, dentro da disciplina de Matemática, que possam ser aplicadas em suas aulas (GROENWALD; FRANKE, 2007).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1998), os estudantes devem ser preparados para atuar, de forma efetiva, na sociedade na qual está inserido. Por isso, a disciplina de Matemática precisa buscar formas de trabalhar os conteúdos matemáticos, para que eles não fiquem dissociados das outras áreas do conhecimento, bem como, de assuntos da atualidade e que sejam importantes para a formação do estudante. Ainda, de acordo com Silva (2009), também, precisa-se proporcionar o trabalho com temas que relacionem a Matemática com a própria Matemática, com a sua história e aplicações e com a vida em sociedade.

---

[2] Implementação, nesta investigação, é utilizada no sentido de desenvolver, aplicar e avaliar as atividades didáticas aplicadas no Ensino Médio.

Isso pode desenvolver no estudante competências e habilidades em resolver problemas, saber comunicar-se, trabalhar em equipe, tomar decisões, criar estratégias de resolução de problemas matemáticos e do seu cotidiano.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM (1999) apontam para necessidade de contextualização dos conteúdos matemáticos dessa etapa de ensino, de forma a propiciar ao estudante o aprender a conhecer, fazer, viver e ser. Nesse sentido, acredita-se que, desenvolvendo os conteúdos matemáticos através de temas que abarquem aspectos relevantes da vida em sociedade, que possibilitem ao estudante fazer conexões entre os conteúdos aprendidos em sala de aula e o mundo em que vive, conseguir-se-á formar os adolescentes para a vida em sociedade, para o trabalho e estudos posteriores.

1.4 APRESENTANDO A TESE

O Currículo de Matemática do Ensino Médio busca novos caminhos para potencializar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos, pois, de acordo com os documentos oficiais e os referenciais curriculares, percebe-se que existe uma dissociação do conhecimento matemático das outras áreas, o que torna o seu ensino fragmentado.

Nesse contexto, essa investigação buscou apresentar possíveis temas que possam ser desenvolvidos no Currículo de Matemática do Ensino Médio, no intuito de contextualizar o ensino da mesma, possibilitando a construção de conceitos próprios dessa área de estudo e que possibilitem ao aluno revisar, aprofundar e construir conceitos matemáticos.

A tese está composta em 8 capítulos, distribuídos em *Introdução*, *Trajetória Metodológica da Investigação*, *Aportes Teóricos*, *A Busca de Subsídios*, *Classificação dos Temas de Interesse*, *Indicando Caminhos para Prática em Sala de Aula*, *Desenvolvendo Temas de Interesse no Ensino Médio* e *Considerações Finais*.

Na *Introdução,* buscou-se apresentar a trajetória acadêmica da pesquisadora, o tema da investigação, a relevância da investigação e a apresentação da tese.

Na *Trajetória Metodológica da Investigação,* apresentam-se o problema, os objetivos e a metodologia da investigação, baseada em uma pesquisa qualitativa.

No capítulo referente aos *Aportes Teóricos* são apresentados os fundamentos que nortearam a investigação, sendo eles a levantamento bibliográfico sobre alguns aspectos da organização curricular do Ensino Médio no Brasil, o Currículo de Matemática do Ensino Médio e os Critérios para a seleção de temas de interesse.

No capítulo referente *A Busca de Subsídios*, apresenta a análise dos livros didáticos dos PNLD (2012), as temáticas envolvidas no Exame Nacional do Ensino Médio e as contribuições do banco de dissertações e teses da CAPES.

Após a reflexão realizada a partir do referencial teórico e a escolha dos temas de interesse, elaborou-se o capítulo *Classificação dos Temas de Interesse*, no qual se indica uma classificação sugerindo temas que podem ser utilizados no Ensino Médio.

O capítulo, *Indicando Caminhos para Prática em Sala de Aula* apresenta três sequências didáticas envolvendo os temas de interesse Contemporaneidade, Político-Social e Cultura, que são exemplos de atividades didáticas explorando temas de interesse no Currículo de Matemática do Ensino Médio.

No capítulo *Desenvolvendo Temas de Interesse no Ensino Médio,* apresentam-se os experimentos realizados com as temáticas Político-Social e Cultura, bem como a análise dos dados obtidos durante a aplicação das mesmas.

No último capítulo, *Considerações Finais*, apresentam-se as conclusões desta pesquisa, mostrando os resultados coletados durante a elaboração da mesma, bem como a reflexão sobre os dados obtidos.

2 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA DA INVESTIGAÇÃO

Este capítulo trata do problema da investigação, dos objetivos e da metodologia de pesquisa, que se baseou em uma abordagem qualitativa, entendendo que essa metodologia permite que o pesquisador compreenda os dados através da análise e descrição dos objetos de estudo.

2.1 PROBLEMA DA INVESTIGAÇÃO

Segundo o referencial curricular do Rio Grande do Sul, atualmente, nas escolas, existe um currículo fragmentado por disciplinas específicas de cada área do conhecimento, o qual favorece a construção do mesmo através de memorização e repetição de procedimentos (RIO GRANDE DO SUL, 2009). Ainda, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM (1999) havia nas escolas um Currículo descontextualizado, compartimentalizado e baseado no acúmulo de informações. Hoje, exige-se um Currículo que dê significado ao conhecimento escolar, buscando contextualizar os conteúdos, indo contra a compartimentalização, sendo interdisciplinar, e que, além disso, incentive o raciocínio e a capacidade de aprender sozinho (desenvolvendo a autonomia) e coletivamente (desenvolvendo o trabalho em grupo e as relações sociais). Assim, a proposta desta tese é investigar que temas podem ser explorados no Currículo de Matemática do Ensino Médio, de forma que os conteúdos matemáticos não fiquem estanques, propiciem o trabalho em grupo, o desenvolvimento de competências formadoras e a construção de conceitos matemáticos. Entende-se que, para buscá-los, é necessário criar critérios para sua escolha e seleção, levando em consideração as competências e habilidades que devem ser desenvolvidas nos alunos dessa etapa do Ensino Básico.

Nesse sentido, surge o problema desta investigação: *quais propostas temáticas, inspiradas em teorias curriculares contemporâneas, poderiam fornecer subsídios para o planejamento de outras formas de se apresentar a Matemática do Ensino Médio?*

2.2 OBJETIVOS DA INVESTIGAÇÃO

O objetivo geral desta pesquisa foi verificar quais os possíveis temas para serem trabalhados no Currículo de Matemática do Ensino Médio, considerando o que se deve ensinar, como ensinar e por que ensinar os conteúdos de Matemática, utilizando temas atuais, da realidade e que sejam considerados importantes para a formação dos estudantes do Ensino Médio.

Nesse sentido, delinearam-se os seguintes objetivos específicos: realizar uma ampla pesquisa bibliográfica referente a temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio em livros didáticos, no Exame Nacional do Ensino Médio e no Banco de Dissertações e Teses da Capes; investigar quais são os critérios para escolha de temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio; investigar possibilidades metodológicas desenvolvendo sequências didáticas com os temas escolhidos; validar os temas escolhidos através de experimentos com estudantes do Ensino Médio.

2.3 METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

De acordo com Malta (2008), a palavra metodologia vem do grego *methodos*, que significa caminho para alcançar determinado fim, e *logia* que significa estudo. Assim, pode-se dizer que a palavra metodologia, refere-se ao estudo de caminhos para atingir os objetivos pretendidos.

Esta pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa, pois por meio dos dados descritivos propõe-se entender os fenômenos envolvidos na situação em estudo, buscando-se discutir sobre os temas que podem ser abordados no Ensino Médio para construção de conceitos matemáticos. Através, do aporte teórico, pretende-se argumentar a favor da necessidade de desenvolver os conteúdos de Matemática aliados a esses temas. Também, para verificar a potencialidade da utilização de temas no Currículo de Matemática do Ensino Médio, investigaram-se os critérios que fundamentaram a escolha de temáticas para elaborar uma classificação dos temas de interesse.

A partir dessa classificação, apresentam-se, como propostas de alternativas metodológicas, três sequências didáticas com as temáticas, Contemporaneidade, Político-Social e Cultura, as quais visaram exemplificar possibilidades de caminhos didáticos para a sala de aula de Matemática no Ensino Médio. Essas sequências são formadas por aulas planejadas e analisadas previamente, com o objetivo de observar situações de aprendizagem envolvendo os conceitos previstos no projeto elaborado pelo educador (ZABALA, 1998). Assim, as sequências didáticas envolvendo temáticas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio proporcionarão atividades didáticas com graus de complexidade distintos, que podem desencadear, no aluno, habilidades e competências que o tornem mais autônomo, participativo e ativo durante o seu processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Fachin (2006), caracterizam-se como pesquisa documental os dados coletados de forma escrita, oral ou visual, na qual se classificam, selecionam e utilizam várias formas de informações, como informações em texto, imagens e sons. Também, são considerados para a pesquisa documental, os documentos oficiais e jurídicos, leis, atas, relatórios, ofícios, inventários, escrituras, etc.

Na fase de aplicação da sequência didática, realizaram-se dois experimentos com as atividades didáticas envolvendo os temas pesquisados. Para a realização da investigação, foi solicitada permissão às Direções das Escolas (Apêndices A e G). Ainda, segundo Gomez, Flores e Jimenez (1996), na pesquisa qualitativa precisam-se coletar vários materiais para descrever a situação pesquisada. Dessa forma, a análise da fase de experimentação foi realizada, através dos dados coletados nas observações, filmagens, registros dos alunos, fotos (Apêndice B), questionários (Apêndices D, E e F), buscando-se mostrar a realidade da produção dos alunos no desenvolvimento das atividades propostas nas sequências didáticas.

Para elaboração dos questionários utilizaram-se questões fechadas, nas quais as respostas estavam relacionadas às alternativas apresentadas e questões abertas, nas quais as respostas poderiam ser escritas livremente (GOLDENBERG, 2005), pois se entendeu ser a opção adequada à pesquisa.

Nesse contexto, utilizou-se a abordagem qualitativa, visto que prioriza aspectos interpretativos, descritivos e observacionais do fenômeno em estudo, que segundo Goldenberg (2005), podem ser influenciados pelos sentimentos, intuições, percepções e conhecimento do pesquisador. Assim, esta investigação apresenta uma abordagem qualitativa que, de acordo com Godoy (1995), apresenta quatro características básicas. A primeira refere-se ao fato de que a pesquisa qualitativa utiliza o ambiente natural como fonte direta de dados, no qual o pesquisador é considerado um instrumento fundamental no processo de pesquisa. A segunda expõe que esse tipo de pesquisa é descritiva, preocupando-se em exibir os resultados dos dados obtidos, por meio de transcrições de entrevistas, anotações de campo, fotografias, filmagens, entre outras formas de documentação, com o objetivo de compreender o fenômeno que está sendo estudado. De acordo com Godoy (1995, p. 62), na pesquisa qualitativa, "[...] o ambiente e as pessoas nela inseridas devem ser olhados holisticamente: não são reduzidos a variáveis, mas observados como um todo", ou seja, a abordagem qualitativa não se preocupa unicamente com resultados da pesquisa, mas com o processo, verificando como o fenômeno ocorre no decorrer da situação proposta (Godoy, 1995). Ainda segundo Godoy (1995, p. 63), outra característica desse tipo de investigação é que "[...] o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida é a preocupação essencial do investigador", isto é, o pesquisador procura compreender o fenômeno em estudo a partir da visão dos participantes da pesquisa. Por fim, na pesquisa qualitativa, os pesquisadores seguem um enfoque indutivo na análise dos dados, pois utilizam não só dados coletados, como também observações do pesquisador (GODOY, 1995).

Ainda, segundo Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa leva em consideração os aspectos referentes ao processo de pesquisa envolvido, buscando descrever e analisar os dados obtidos. Dessa forma, essa abordagem foi escolhida, por entender-se que essa metodologia permite que o pesquisador compreenda os dados através da análise e descrição dos mesmos, visto que a pesquisa buscou investigar temas de interesse para o Currículo de Matemática, no Ensino Médio, que desenvolvessem os conteúdos matemáticos, possibilitando, aos alunos, revisar, aprofundar e construir conceitos matemáticos, além de apresentar as características elencadas pelo pesquisador Godoy (1995).

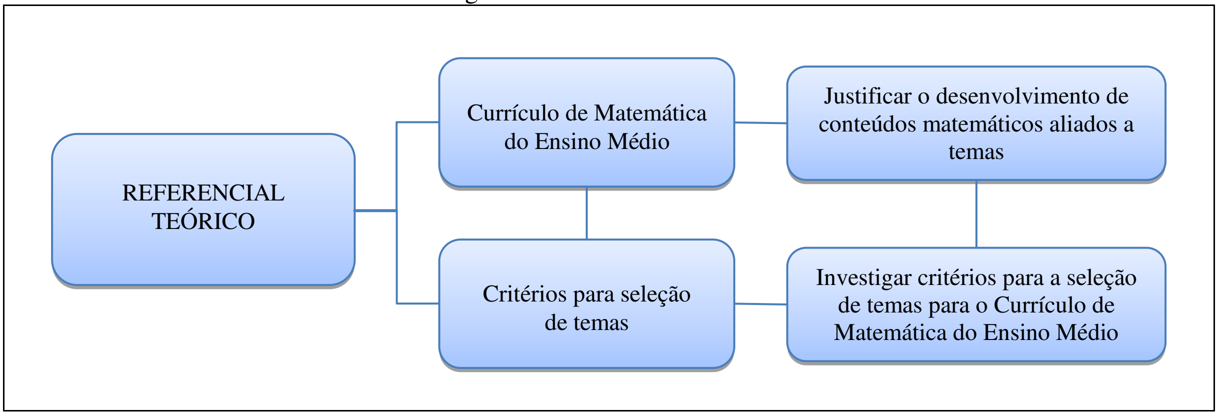
Entende-se que, para o desenvolvimento deste estudo, foi necessário seguir etapas que nortearam a busca dos temas. As etapas seguidas foram:

a) compreensão da Teoria de Currículo para propor temas para o Currículo de Matemática;

b) investigação de critérios para a seleção de um tema para o Ensino Médio;

Para ilustrar as etapas a, b e c, apresenta-se o esquema representado na Figura 1.

Figura 1 - Referencial Teórico.



Fonte: a pesquisa.

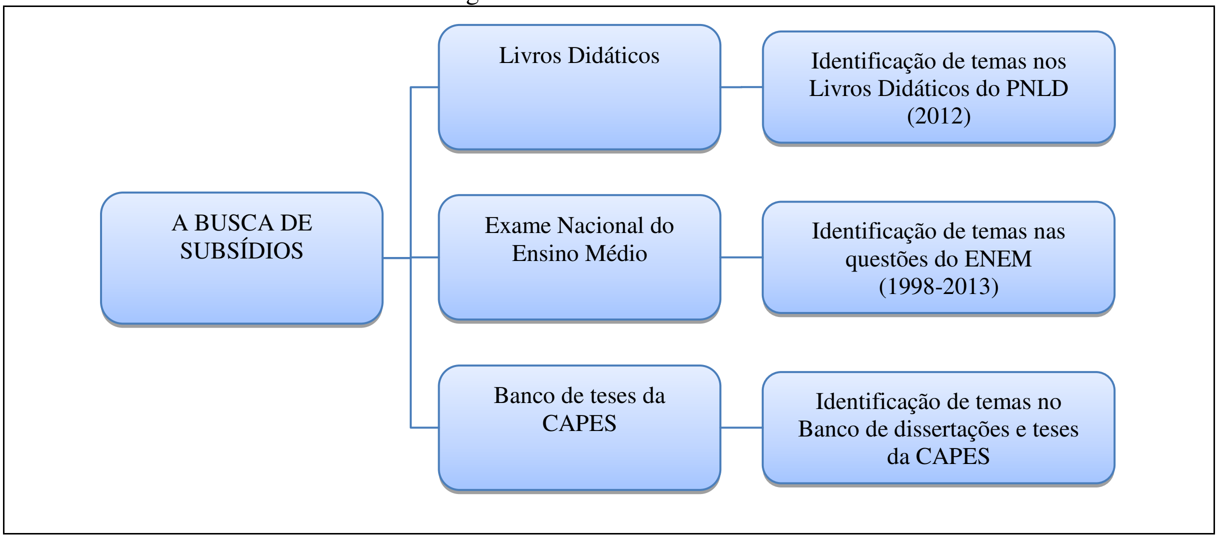
c) investigação em livros didáticos do Ensino Médio, aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2012, para verificar se apresentam os conteúdos matemáticos relacionados a temas e quais são esses temas;

d) pesquisa, nos Exames Nacionais do Ensino Médio (ENEM) do período de 1998 a 2013, para saber se as questões propostas apresentam temas e quais são eles;

e) realização de um levantamento bibliográfico, no Banco de Teses da Capes, referente a temas que vêm sendo trabalhados, no Currículo de Matemática do Ensino Médio;

Na Figura 2, apresenta-se o esquema dos subsídios para seleção de temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio.

Figura 2 - Buscando subsídios.



Fonte: a pesquisa.

f) seleção e classificação dos temas para o Ensino Médio, levando-se em consideração o tema, conteúdos relacionados ao tema e metodologia;

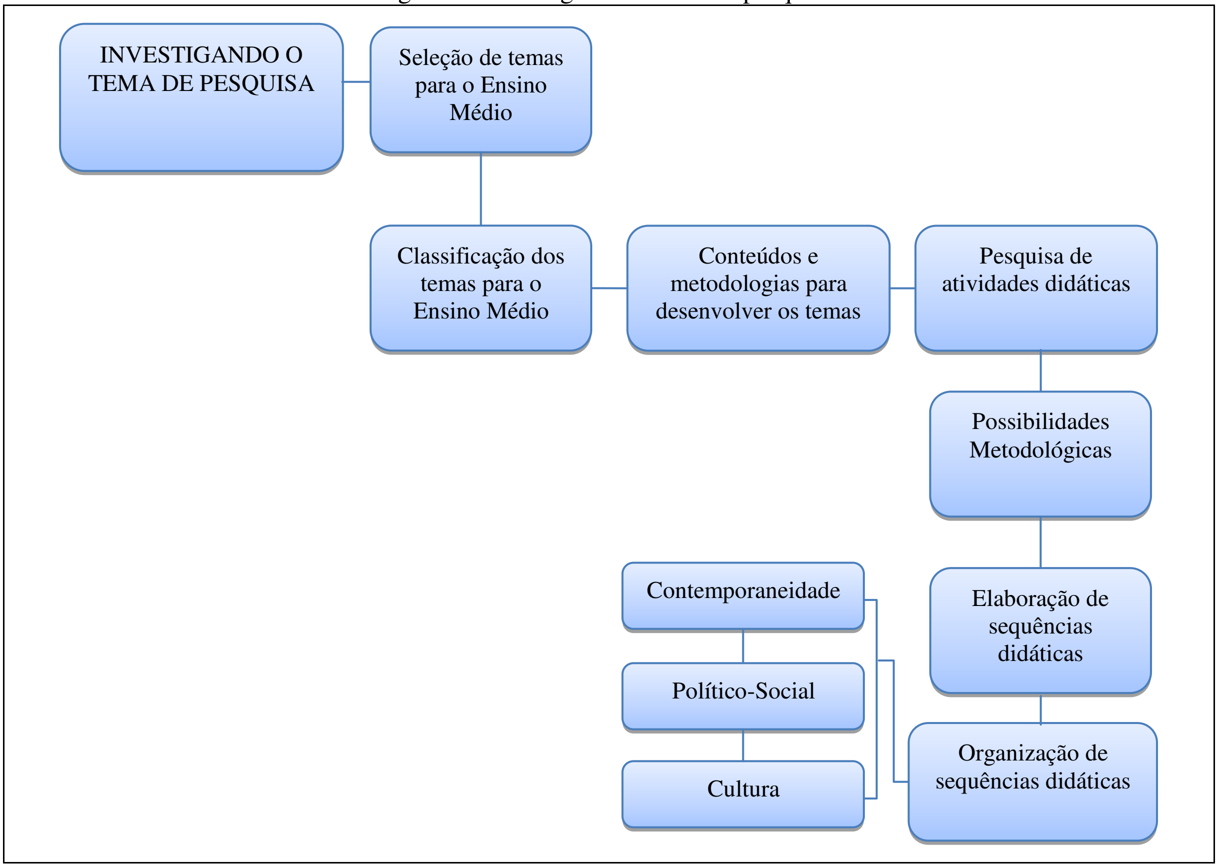
g) organização de duas sequências didáticas com os temas pesquisados, os quais proporcionem atividades didáticas com graus de complexidade distintos;

h) desenvolvimento de dois experimentos com alunos do Ensino Médio, utilizando as sequências desenvolvidas;

i) análise dos dados obtidos, através de filmagens, fotos, questionários, observações e produções dos alunos, coletados durante a aplicação do experimento.

A seguir, apresenta-se a investigação do tema de pesquisa (Figura 3).

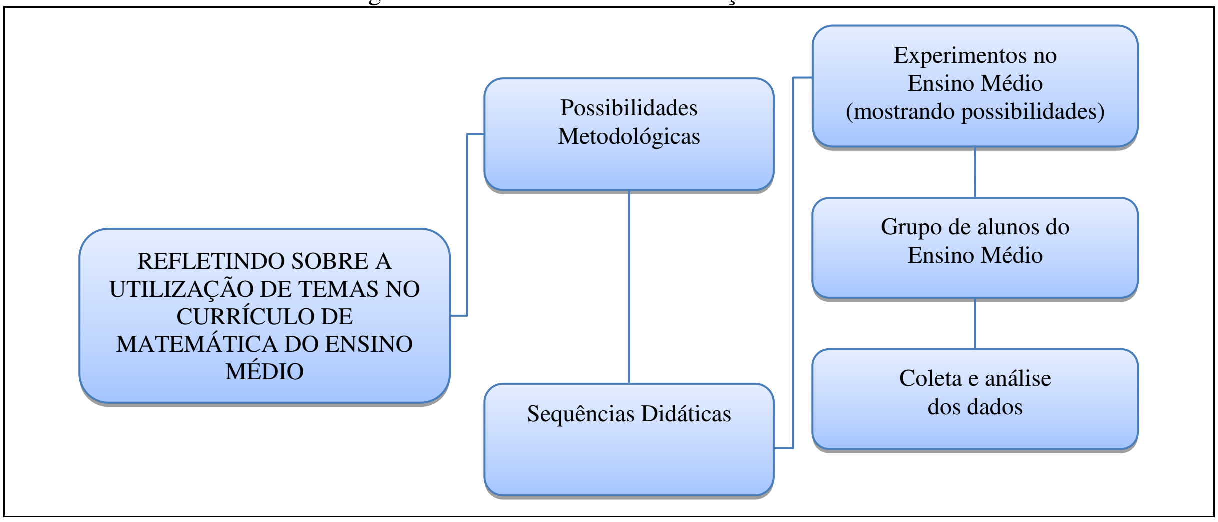
Figura 3 - Investigando o tema de pesquisa.



Fonte: a pesquisa.

Na Figura 4, está representado um esquema das ações realizadas na etapa de experimentação e análise do experimento.

Figura 4 - Refletindo sobre a utilização de temas.



Fonte: a pesquisa.

A partir das etapas propostas, buscou-se um aporte teórico para responder aos seguintes questionamentos:

1.As políticas públicas, no período de 1834 a 2011 sugerem o uso de temas para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática do Ensino Médio?

2.Os livros didáticos do PNLD de 2012 apresentam os conteúdos matemáticos integrados a temas?

3.Quais seriam os critérios para a escolha de temas para a formação dos estudantes do Ensino Médio?

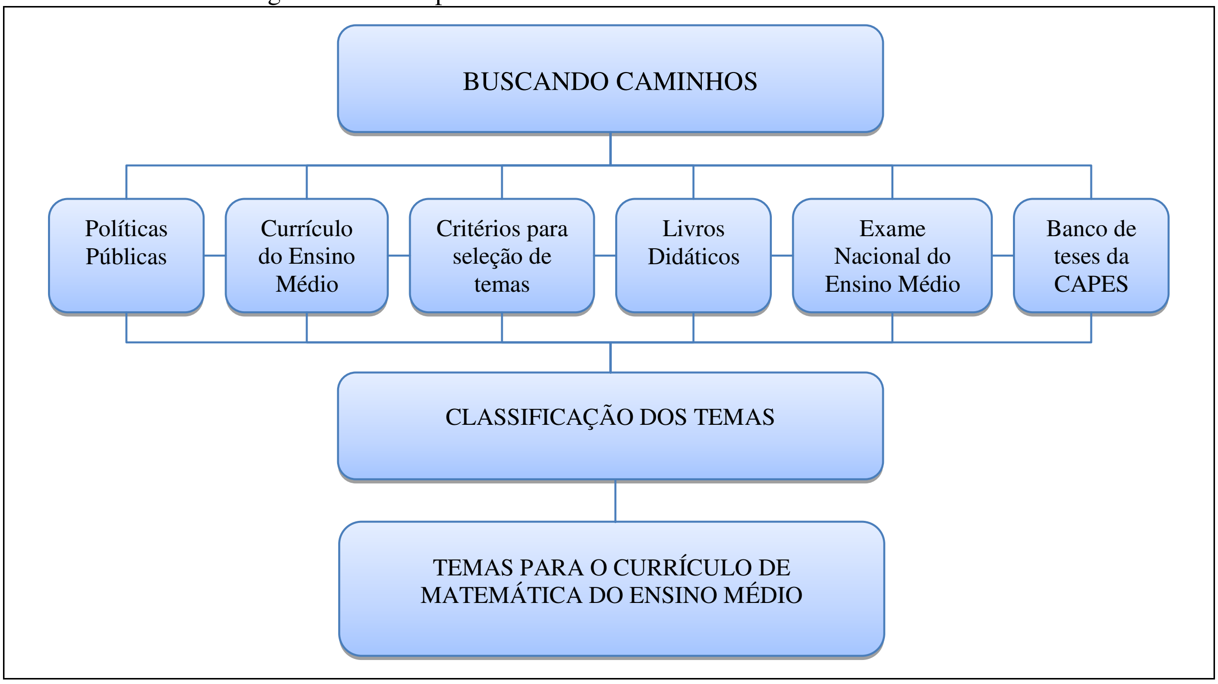
4.Quais assuntos podem ser utilizados como temas nas aulas de Matemática do Ensino Médio para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos?

5.Como poderiam ser classificados os temas para o Ensino Médio?

6.Quais as possibilidades metodológicas para o desenvolvimento dos temas propostos?

Na Figura 5, apresentam-se a contextualização, o aporte teórico e o levantamento de subsídios que fundamentaram as reflexões, análises e conclusões aos questionamentos colocados na pesquisa.

Figura 5 - Temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio.



Fonte: a pesquisa.

3 CONTEXTUALIZANDO A PESQUISA

Neste capítulo, apresentam-se as questões referentes ao levantamento bibliográfico sobre alguns aspectos da organização curricular do Ensino Médio no Brasil, a partir de 1834. Este estudo tem por objetivo conhecer o enfoque curricular do Ensino Médio, buscando, a partir da legislação, subsídios para escolha de temas para serem abordados nessa etapa da Educação Básica para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

3.1 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO SOBRE ALGUNS ASPECTOS DA ORGANIZAÇÃO CURRICULAR DO ENSINO MÉDIO NO BRASIL, A PARTIR DE 1834

Nessa seção, serão apresentadas questões referentes ao levantamento bibliográfico sobre alguns aspectos da organização curricular do Ensino Médio no Brasil, a partir de 1834. Este estudo tem por objetivo conhecer o enfoque curricular do Ensino Médio, buscando, a partir da legislação, subsídios para escolha de temas para serem abordados nessa etapa da Educação Básica para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

O Ensino Secundário, inicialmente, era ministrado por professores particulares, em aulas avulsas[3] e sem fiscalização. Com o passar do tempo, criaram-se os liceus provinciais que eram a reunião de aulas avulsas no mesmo prédio (ARANHA, 1996).

No ano de 1834, houve o Ato Adicional, que deu às províncias o direito de legislar sobre a instrução pública e criar estabelecimentos próprios para promovê-la, com exceção das Faculdades de Medicina, dos cursos jurídicos, das academias existentes e outros estabelecimentos que pudessem ser criados por lei geral (PILETTI, 1996). A partir desse ato, os ensinos primário e secundário tornaram-se responsabilidade das províncias e o Ensino Superior a cargo do governo federal.

O decreto de 2 de dezembro de 1837 transformou o Seminário de São Joaquim, no Rio de Janeiro, no Colégio D. Pedro II (ALMEIDA, 2000). Esse colégio representava o padrão de Ensino Secundário na época, pois era um estabelecimento com estudos organizados de forma seriada, o qual ficava sob a jurisdição da coroa. A partir da resolução legislativa de 30 de setembro de 1843, era o único autorizado a realizar exames para conferir grau de bacharel em Letras, dando direito a ingresso em qualquer curso superior, sem necessidade de novos exames, o que era indispensável para o acesso aos cursos de Ensino Superior (ARANHA, 1996; PILETTI, 1996). A criação dessa escola foi uma tentativa de organizar o Ensino Secundário no País.

[3] Segundo Almeida (2000), as aulas avulsas são aquelas que não são ligadas a uma instituição de ensino.

O Ato Adicional de 1834 gerou uma situação que permitiu criar dois sistemas paralelos de Ensino Secundário: o sistema regular e seriado oferecido, basicamente, pelo Colégio D. Pedro II e, eventualmente, pelos liceus provinciais e alguns estabelecimentos particulares; e o sistema irregular, constituído pelos cursos preparatórios e exames parcelados de ingresso ao Ensino Superior mantido pelos estabelecimentos provinciais e particulares (PILETTI, 1996). Essa situação foi gerada devido à forma de ingresso ao Ensino Superior, no qual não se exigia conclusão do Ensino Secundário regular, pois bastava comprovar a idade determinada e aprovação nos exames (PILETTI, 1996).

Segundo Niskier (1989), o governo solicitou ao poeta e sócio do Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro, Antônio Gonçalves Dias, através de um documento, que visitasse os estabelecimentos de ensino público das províncias do Norte e Nordeste do Brasil (Pará, Maranhão, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco e Bahia), para verificar como estava o ensino no País, conforme visto a seguir.

> Examinará Vm., com o maior cuidado, todos os liceus, colégios, escolas e quaisquer outros estabelecimentos destinados ao ensino e educação da mocidade, sejam públicos ou particulares, com exceção somente da Academia Jurídica de Olinda e a Escola de Medicina da Bahia (ambas subordinadas diretamente ao Ministério do Império), verificando o número de alunos de cada uma e o seu estado de adiantamento, a nacionalidade dos diretores, a época da fundação, as matérias que se ensinam, o método de ensino, os compêndios de que se usa, a moralidade que se observa e todas as circunstâncias que sirvam a habilitar o governo para julgar o estado de tais estabelecimentos e dar a solicitude que tão importante objeto reclama e todas as providências que tendam a remover os abusos e a promover o melhoramento e progressos do ensino e educação da mocidade, devendo, para isso, propor Vm. todas aquelas medidas que lhe pareçam necessárias, quando der conta a esta Secretaria de Estado sobre resultado da comissão que Sua Majestade, o Imperador, acaba de confiar-lhe (NISKIER, 1989, p. 131).

O poeta, Antônio Gonçalves Dias, observou que o ensino estava em uma situação deplorável, pois existiam diversas legislações em cada província, as matérias ensinadas eram insuficientes, havia má escolha de livros didáticos e programas desorganizados (ALMEIDA, 2000). O relatório de suas observações apontava que era necessária uma reforma no ensino, a qual permitisse uniformizar a instrução em todo o Império.

Em 17 de setembro de 1851, o governo foi autorizado a realizar as modificações necessárias na instrução pública primária e secundária da Capital, mas foi só em 1854 que o Ministro e Secretário do Império, Conselheiro Luiz Pedreira do Couto Ferraz, conhecido como Visconde de Bom Retiro, aprovou, através do decreto imperial 1331-A, o regulamento da instrução primária e secundária (ALMEIDA, 2000). Esse decreto estabeleceu que a instrução primária e secundária do Município da Capital seria inspecionada pelas seguintes pessoas: Ministro e Secretário do Império, Inspetor Geral, componentes do Conselho Diretor e Delegado do Distrito.

O Inspetor Geral era responsável pela inspeção de todas as escolas, colégio, casa de educação e estabelecimentos de instrução primária e secundária pública ou particular. Cabia a ele autorizar a abertura de escolas e estabelecimentos particulares de ensino, fornecer os regulamentos internos, presidir os exames de capacidade para o magistério e conferir títulos de aprovação. Também poderia rever os livros adotados nas escolas públicas, corrigi-los e substituí-los quando fosse necessário (BRASIL, 1854).

Os Delegados de Distrito eram nomeados pelo Governo, indicados pelo Inspetor Geral e não poderiam exercer o magistério público ou particular, primário ou secundário. Cabia a eles, inspecionar, uma vez ao mês, as escolas públicas dos respectivos distritos, verificando se eram cumpridos os regulamentos e as ordens superiores, prestando conta ao Inspetor Geral e propondo medidas que julgassem convenientes. Também, deveriam impedir que se abrisse alguma escola ou colégio sem autorização, visitar um estabelecimento particular autorizado a cada trimestre, observando se neles eram guardados os preceitos da moral e as regras higiênicas, bem como se o ensino dado não contrariava a Constituição, a moral e as Leis (BRASIL, 1854).

O Conselho Diretor era composto pelo Inspetor Geral (presidente), pelo Reitor do Colégio D. Pedro II, dois professores públicos e um particular, de instrução primária ou secundária, além de membros designados pelo conselho (ALMEIDA, 2000). O Conselho era responsável pelo exame dos melhores métodos e sistemas de ensino, a designação e revisão dos livros didáticos, a criação de novas disciplinas, por todos os assuntos referentes à instrução primária e secundária, além de ser responsável por julgar as infrações disciplinares dos professores e diretores públicos e particulares.

No regulamento, constava que o Ensino Secundário seria de sete anos e apresentaria as seguintes cadeiras: Latim, Grego, Inglês, Francês, Alemão, Filosofia, Retórica e Poética, que incluía o ensino da Língua e Literatura Nacional, História e Geografia, Matemática Elementar, a qual incluía aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, além de Ciências Naturais, Física, Química, Desenho, Música, Dança e Ginástica (BRASIL, 1854). Além disso, no Colégio D. Pedro II, poderiam ser admitidos alunos internos ou pensionistas, meio-pensionistas e externos. Também poderiam ingressar, gratuitamente, até 20 alunos internos e 12 meio-pensionistas (BRASIL, 1854).

O decreto 2006, de 24 de outubro de 1857, aprovou o regulamento para os colégios públicos de Instrução Secundária do Município da Corte e estabeleceu que o Colégio D. Pedro

II passaria a ter dois estabelecimentos de Instrução Secundária: internato e externato (NISKIER, P. 145). O internato era para alunos que morassem no colégio e o externato, para os que não residiam no mesmo. Após a proclamação da República, o local passou a se chamar “Instituto Nacional de Educação Secundária” e, com a reforma de 1890, transformou-se em Ginásio Nacional. Em 1911, ficou estabelecido que o colégio voltasse a se chamar Colégio Pedro II (NISKIER, 1989, p. 174).

Em 19 de abril de 1879, foi instituído o decreto 7247, que aprovou a reforma do ensino primário e secundário no município da Corte e o Ensino Superior em todo o Império, ficando conhecida como Reforma Leôncio de Carvalho (NISKIER, 1989, p. 157). Nesse decreto, ficaram estabelecidas as disciplinas que seriam ministradas no ensino primário: Instrução Moral, Instrução Religiosa, Literatura, Escrita, Noções Essenciais de Gramática, princípios elementares de aritmética, sistema legal de pesos e medidas, noções de História e Geografia do Brasil, elementos de Desenho Linear, Música, Ginástica, Costura Simples (para meninas). O Ensino Secundário daria continuação a essas disciplinas e acrescentaria as de princípios elementares de Álgebra e Geometria, Física, Química e História Natural, conteúdos esses interligados às aplicações na indústria e ao uso no cotidiano. Ainda, no Ensino Secundário, seriam desenvolvidas noções dos deveres do homem e do cidadão, noções de lavoura e horticultura, economia social (para meninos), economia doméstica (para meninas), prática manual de ofícios (para meninos) e trabalhos com agulhas (para meninas). Encontra-se, neste decreto, um fato interessante, que diz respeito ao ingresso de filhos de professores que houvessem trabalhado por 10 anos. Eles teriam direito à admissão gratuita nos estabelecimentos de Instrução Secundária criados pelo Estado (BRASIL, 1879).

No ano de 1890, ocorreu a Reforma Benjamin Constant, através do decreto 981, que aprovou o Regulamento da Instrução Primária e Secundária do Distrito Federal. Nesse documento, constava que o Ensino Secundário seria oferecido pelo Estado, no Ginásio Nacional, que ainda se mantinha dividido em externato e internato, com duração de 7 anos, e apresentava as seguintes disciplinas: Português, Latim, Grego, Francês, Inglês, Alemão, Matemática, Astronomia, Física, Química, História (natural, universal), Biologia, Sociologia e Moral, Geografia, Literatura, Desenho, Ginástica, Música. As disciplinas citadas eram obrigatórias, com exceção das Línguas Inglesa e Alemã, pois os alunos poderiam escolher entre uma ou outra para cursar e fazer o exame. Os exames poderiam ser: de suficiência, para as matérias que teriam de ser continuadas no ano seguinte, sendo que nesse exame eram realizadas provas orais; finais, para as matérias que já estivessem concluídas, sendo que nesse exame eram realizadas provas escritas, orais e práticas; de madureza[4], realizados ao final do curso integral e destinados a verificar se o aluno tinha a cultura intelectual necessária. O regulamento ainda dispunha sobre adoção do material escolar, quanto à aprovação dos livros para o ensino primário, secundário e normal (BRASIL, 1890).

Na constituição de 1891, o Ensino Secundário era de incumbência do Congresso, porém, não exclusivamente. Esse deveria criar instituições de Ensino Superior e Secundário nos Estados e fornecer a Instrução Secundária no Distrito Federal.

Em 1892, foi estabelecida a reforma da Instrução Secundária, através do decreto 1194, assinada pelo Ministro de Estado, Dr. Fernando Lobo (NISKIER, 1989), que apresentava a finalidade dessa etapa de ensino: "Proporcionar à mocidade brasileira a Instrução Secundária e fundamental, necessária e suficiente, assim, para a matrícula nos cursos superiores da República, como em geral para o bom desempenho dos deveres de cidadão na vida social." (BRASIL, 1892).

Essa reforma pretendia que a Instrução Secundária fosse voltada à preparação para o ingresso no Ensino Superior e para vida em sociedade.

O decreto 2857, de 30 de março de 1898, aprovou o regulamento para o Ginásio Nacional e o Ensino Secundário nos Estados (NISKIER, 1989). Em seu artigo 1º, apresentou a finalidade do Ginásio Nacional, que era proporcionar à mocidade brasileira a Instrução Secundária e Fundamental necessária e suficiente para o desempenho dos deveres de cidadão, para a matrícula nos cursos de Ensino Superior e para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências e Letras. Ainda, em seu artigo 2º, constava que o Ginásio Nacional continuaria dividido em dois estabelecimentos: internato e externato. Esses estabelecimentos teriam o mesmo regulamento e seu ensino seria feito em dois cursos simultâneos, um de seis anos, denominado curso propedêutico ou realista e outro de sete anos, denominado curso clássico ou humanista. Esses cursos teriam as disciplinas de Português, Latim, Grego, Francês, Inglês, Alemão, Matemática, Astronomia, Física, Química, Geografia, Mineralogia, Geologia, Meteorologia, Biologia, História Universal e do Brasil, Literatura Geral e Nacional, História da Filosofia, Desenho, Música, Ginástica, Esgrima e Natação (BRASIL, 1898). De acordo com o decreto, era obrigatório cursar todas as disciplinas do curso realista e o aluno passaria de um ano para outro por promoção, independente dos exames, pois, ao final dos trabalhos letivos, o diretor e o vice-diretor decidiriam, com base nas notas obtidas no ano letivo, no comportamento e na aplicação do aluno, se ele devia ou não passar para o ano seguinte. Ao

[4] O exame de madureza tinha por objetivo verificar se o nível intelectual dos alunos permitia-lhes ingressar ou não no curso superior.

final do realista, o aluno recebia um certificado de conclusão de estudos secundários. Ao candidato que fosse aprovado no exame madureza era conferido o grau de bacharel em Ciências e Letras. Ainda, nesse documento, constava o programa de ensino, a forma disciplinar exigida do estudante, a frequência às aulas, as recompensas (boas notas na grade escolar, saída para passeios, prêmios), duração das disciplinas e do ano letivo, deveres dos professores e a forma de administração dos estabelecimentos de ensino (BRASIL, 1898). Também, constavam as disposições referentes ao Ensino Secundário, fundadas pelos Estados ou por particulares.

Em 1º de janeiro de 1901, foi aprovado o Código dos Institutos Oficiais de Ensino Superior e Secundário, dependentes do Ministério da Justiça e Negócios Interiores, elaborado por Epitácio Pessoa (NISKIER, 1989). Nesse documento, ficou estabelecido que, aos estabelecimentos de Ensino Superior ou Secundário, fundados pelos Estados, pelo Distrito Federal, por associação ou indivíduo, poderiam ser concedidos, pelo Governo, os privilégios dos estabelecimentos federais, desde que satisfizessem as condições estabelecidas pelo decreto 3890:

> I. Constituir um patrimônio de 50 contos de réis pelo menos, representado por apólices da dívida pública federal e pelo próprio edifício em que funcionar ou por qualquer desses valores; II. Ter uma frequência nunca inferior a 60 alunos pelo espaço de dois anos; III. Observar o regime e os programas de ensino adotados no estabelecimento federal (BRASIL, 1901).

Segundo Niskier (1989), foi Epitácio Pessoa, no decreto 3914 de 23 de janeiro de 1901, que aprovou o regulamento para o Ginásio Nacional. No 1º artigo desse decreto, foi exposto que o Ginásio Nacional teria a finalidade de proporcionar a cultura intelectual indispensável para a matrícula nos cursos superiores e para a obtenção do grau de bacharel em Ciências e Letras. Continuaria dividido em dois estabelecimentos, o internato e o externato e seria regido pelo Código dos Institutos Oficiais de Ensino Superior e Secundário e por esse regulamento. As disciplinas seriam distribuídas por seis anos de estudo. Esse regulamento estabeleceu para o Ensino Secundário os programas de ensino, as formas de exames e as disciplinas avaliadas, bem como a forma de admissão dos alunos, a disciplina escolar dos alunos, além da frequência dos alunos às aulas (BRASIL, 1901). O decreto 3914 apresenta a disposição transitória, referente ao título de bacharel em Ciências e Letras e ingresso nos cursos superiores:

> Enquanto não estiver em execução o exame de madureza, o título de bacharel em Ciências e Letras será conferido aos alunos que forem aprovados em todas as matérias do 6º ano; o exame final de cada disciplina, excluída a revisão, valerá para a matrícula nos cursos superiores (BRASIL, 1901).

Pelo decreto 8659, de 5 de abril de 1911, foi criada a Lei Orgânica do Ensino Superior e do Fundamental, que ficou conhecida como Reforma Rivadávia Correia (NISKIER, 1989). Essa lei proporcionou autonomia didática aos institutos, cabendo-lhes a organização dos programas de seus cursos. Com isso, o Colégio Pedro II deveria libertar-se da condição de preparatório para os cursos superiores (BRASIL, 1911). Segundo Niskier (1989), nesse mesmo dia, o ministro assinou outros três decretos, dentre eles o decreto 8660, de 5 de abril de 1911, referente ao regulamento para o Colégio Pedro II, cujo artigo 1º apresenta:

> O Colégio Pedro II tem por fim proporcionar uma cultura geral, de caráter essencialmente prático, aplicável a todas as exigências da vida, e difundir o ensino das ciências e das letras, libertando-o da preocupação subalterna de curso preparatório (BRASIL, 1911).

Esse foi o primeiro momento, na história da educação, em que se pensou no Ensino Secundário não apenas voltado ao Ensino Superior, pois o objetivo não era preparar o estudante somente para progressão nos estudos, mas também para a vida em sociedade.

De acordo com Niskier (1989), o decreto 11530, de 18 de março de 1915, substituiu a Reforma de Rivadávia Correia, buscando reorganizar o Ensino Secundário e o Superior, ficando conhecido como Reforma Carlos Maximiliano. Nesse decreto, o Governo Federal comprometeu-se a continuar mantendo os seis institutos de Instrução Secundária e superior subordinados ao Ministério da Justiça e Negócios Interiores, permanecendo a autonomia didática e administrativa, de acordo com as disposições desse decreto (BRASIL, 1915). Além disso, constava que o Colégio Pedro II, em cinco anos, deveria fornecer aos alunos uma sólida instrução, que lhes permitiria prestar exame de vestibular (BRASIL, 1915; PILETTI, 1996).

O ministro da Justiça, João Luís Alves, elaborou uma nova reforma para o ensino no Brasil, conhecida como Reforma Rocha Vaz, aprovada pelo decreto 16782-A, de 13 de janeiro de 1925. Segundo Niskier (1989), ela criou o Departamento Nacional do Ensino, subordinado ao Ministério da Justiça e Negócios Interiores.

Com essa reforma, o Ensino Secundário passou a ser: “Base indispensável para a matrícula nos cursos superiores; preparo fundamental e geral para a vida; fornecedor da cultura média geral do País” (BRASIL, 1925).

O decreto 19890, de 18 de abril de 1931, era referente à organização do Ensino Secundário, estabelecendo que o mesmo, oficialmente reconhecido, era ministrado no Colégio Pedro II e seria formado por dois cursos seriados: fundamental e complementar. O curso fundamental teria cinco anos de duração e o complementar, dois anos de duração, sendo o último obrigatório para os alunos que fossem candidatar-se à matrícula em institutos de

Ensino Superior. Essa medida foi tomada para que o Ensino Secundário não ficasse meramente propedêutico, não considerando a formação geral do aluno (ARANHA, 1996). No decreto, os programas do Ensino Secundário e suas instruções sobre os métodos de ensino seriam expedidos pelo Ministério da Educação e Saúde Pública e revistos a cada três anos. O decreto também estabeleceu a forma de ingresso do aluno, o regime escolar, forma de inspeção do Ensino Secundário e o registro dos professores do Ensino Secundário. Segundo Niskier (1989), para não prejudicar os alunos que já estavam cursando a segunda série do Ensino Secundário, o decreto previa que essa reforma não se aplicaria aos mesmos, pois eles permaneceriam na legislação anterior, sendo aplicado aos que estivessem entrando na primeira série.

A Constituição de 1934 expõe que era de competência da União Federal fixar as diretrizes e bases da Educação Nacional. Também estabeleceu que o Conselho Nacional de Educação, os Estados e o Distrito Federal teriam autonomia para estruturar seus respectivos sistemas de ensino, além de implantar os Conselhos Estaduais de Educação com funções semelhantes à do Conselho Nacional de Educação, mas no âmbito de suas jurisdições. A União Federal ficou encarregada de elaborar o plano nacional de educação, que deveria: abarcar o ensino de todos os graus e ramos, comuns e especializados, coordenando e fiscalizando a sua execução, em todo o território do País (BRASIL, 1934); determinar as condições de reconhecimento oficial dos estabelecimentos que proporcionavam o Ensino Secundário e Superior, ficando responsável pela fiscalização de tais estabelecimentos; organizar e manter os sistemas educativos; manter, no Distrito Federal, o Ensino Secundário e superior; exercer ação supletiva, quando fosse necessário, por deficiência de iniciativa ou de recursos e incentivar a obra educativa em todo o País (BRASIL, 1934). Tem-se, ainda, que o plano nacional de educação deveria obedecer às seguintes normas:

> a) ensino primário integral gratuito e de frequência obrigatória, extensivo aos adultos; b) tendência à gratuidade do ensino educativo ulterior ao primário, a fim de torná-lo mais acessível; c) liberdade de ensino em todos os graus e ramos, observadas as prescrições da legislação federal e da estadual; d) ensino, nos estabelecimentos particulares, ministrado no idioma pátrio, salvo o de línguas estrangeiras; e) limitação da matrícula à capacidade didática do estabelecimento e seleção por meio de provas de inteligência e aproveitamento, ou por processos objetivos apropriados à finalidade do curso; f) reconhecimento dos estabelecimentos particulares de ensino somente quando assegurarem a seus professores a estabilidade, enquanto bem servirem, e uma remuneração condigna (BRASIL, 1934).

No plano nacional de educação, constava que o ensino primário deveria ser gratuito, mas já indicava a necessidade de estender a gratuidade ao Ensino Secundário.

Segundo Aranha (1996), durante o período do Estado Novo, no Brasil, houve algumas reformas no ensino. Uma foi em 1942, promovida pelo ministro Gustavo Capanema, através do decreto 4244, denominada Lei Orgânica do Ensino Secundário. Nessa lei, no Capítulo I – artigo 1º, constava a finalidade do Ensino Secundário:

> Formar, em prosseguimento da obra educativa do Ensino Primário, a personalidade integral dos adolescentes; acentuar a elevar, na formação espiritual dos adolescentes, a consciência patriótica e a consciência humanística; dar preparação intelectual geral que possa servir de base a estudos mais elevados de formação especial (BRASIL, 1942).

De acordo com essa lei, o Ensino Secundário seria ministrado em dois ciclos: o curso ginasial e o curso clássico e científico. O curso ginasial teria duração de quatro anos e seria destinado a fornecer aos adolescentes os elementos fundamentais do Ensino Secundário. Os cursos clássico e científico, cada qual com a duração de três anos, tinham por objetivo complementar a educação ministrada no curso ginasial, buscando desenvolvê-la e aprofundá-la. O artigo 5º determinava que os estabelecimentos de Ensino Secundário fossem de dois tipos: Ginásio e Colégio. O Ginásio seria destinado a ministrar o curso de primeiro ciclo. O Colégio forneceria o curso de ginásio e os dois cursos de segundo ciclo (curso clássico e o curso científico).

Os cursos clássico e científico buscavam aprofundar a educação do curso ginasial. O curso clássico era voltado à área dos conhecimentos humanos, no qual se abordava o estudo da filosofia e das letras e o curso científico era voltado ao estudo das ciências.

Aos alunos que concluíssem o curso clássico ou científico, mediante a realização dos exames de licença, seria assegurado o direito de ingresso no Ensino Superior, ressalvadas as exigências peculiares à matrícula nesses cursos. O curso ginasial apresentava as disciplinas de Português, Latim, Francês, Inglês, Matemática, Ciências Naturais, História Geral, História do Brasil, Geografia Geral, Geografia do Brasil, Trabalhos Manuais, Desenho e Canto Orfeônico. Os cursos clássico e científico apresentavam as disciplinas de Português, Latim, Grego, Francês, Inglês, Espanhol, Matemática, Física, Química, Biologia, História Geral, História do Brasil, Geografia Geral, Geografia do Brasil, Filosofia e Desenho. A lei estabeleceu que os programas das disciplinas deveriam ser simples, claros e flexíveis, indicando, para cada uma delas, o sumário da matéria e as diretrizes necessárias. Além disso, os trabalhos escolares deveriam ser na forma de lições, exercícios e exames, sendo o último de três ordens: de admissão, de suficiência e de licença. A lei estabeleceu que o Ensino

Secundário deveria adotar processos pedagógicos ativos[5], que dessem aos trabalhos o próprio sentido da vida (BRASIL, 1942).

A Constituição de 1946 decretou que a Educação é um direito de todos, devendo ser de responsabilidade da família e da escola, tendo por base os seguintes princípios: obrigatoriedade do ensino primário e sua gratuidade nas escolas públicas; o ensino oficial posterior ao primário seria gratuito para os que provassem falta de recursos; oferta de ensino primário pelas empresas industriais, comerciais e agrícolas, que tivessem mais de cem trabalhadores e para os seus filhos; obrigou as empresas industriais e comerciais a fornecer aprendizagem aos seus trabalhadores menores de idade; garantia obrigatória da disciplina de Ensino religioso, sendo a matrícula facultativa aos alunos. Essa Constituição estabeleceu que o Ministério da Educação e Cultura exerceria as atribuições de poder Público Federal com relação à Educação.

O decreto 34.638, de 17 de novembro de 1953, estabeleceu a Campanha de aperfeiçoamento e difusão do Ensino Secundário (C.A.D.E.S.), a qual pretendia promover a difusão do mesmo no País, buscando tornar a Educação Secundária ajustada aos interesses e possibilidades dos estudantes, levando em consideração as reais condições e necessidades do meio ao qual a escola servia, possibilitando um Ensino Secundário com maior eficácia e sentido social; também pretendia aumentar o número de jovens que teriam acesso à escola secundária (BRASIL, 1953).

Em 1954, foi criada uma lei para fornecer auxílio financeiro por parte da União ao ensino de grau médio, a qual instituiu o Fundo Nacional do Ensino Médio, com a qual se pretendia: melhorar e ampliar o sistema escolar do ensino de grau médio, fornecendo bolsas de estudos; contribuir, mediante convênio, a estabelecimentos de ensino médio para sua manutenção, obras de ampliação e equipamentos; contribuir, mediante convênio, a entidades públicas ou de direito privado destinadas ao aperfeiçoamento e à difusão do Ensino Médio (NISKIER, 1989).

Em 1961, foi criada a Lei de Diretrizes e Bases, conhecida como lei 4024, que apresentava os seguintes eixos: dos fins da Educação, do Direito à Educação, da Liberdade de Ensino, da Administração do Ensino, dos Sistemas de Ensino, da Educação de Grau primário, da Assistência Social Escolar e dos Recursos para a Educação. Nessa lei, se estabeleceu, no artigo 34, que:

---

[5] Os processos pedagógicos ativos referem-se ao uso de práticas pedagógicas diferentes das tradicionais, que despertem o interesse dos alunos para os objetivos, por meio de um trabalho ativo (D'AVILA, 1954).

> O ensino médio será ministrado em dois ciclos, o ginasial e o colegial, e abrangerá, entre outros, os cursos secundários, técnicos e de formação de professores para o ensino primário e pré-primário (BRASIL, 1961).

Segundo Kuenzer (2009), foram mudanças no mundo do trabalho, ou seja, o crescimento dos setores secundários e terciários que levaram à necessidade de implementar, no Ensino Médio, cursos não acadêmicos, com o objetivo de formar profissionais qualificados para agir no mercado de trabalho, possibilitando a oferta do ensino profissional juntamente com o regular. Constava, nessa lei, que cada ciclo apresentaria disciplinas e práticas educativas optativas e obrigatórias e o currículo das duas primeiras séries do ginasial teria matérias obrigatórias comuns a todos os cursos de Ensino Médio.

A Lei 4024/61 viabilizou, também, o acesso ao Ensino Superior, independente do tipo curso secundário que fosse escolhido pelo aluno.

A constituição de 1967 estabeleceu, em seu artigo 168, que:

> [...] a educação é direito de todos e será dada no lar e na escola; assegurada a igualdade de oportunidade, deve inspirar-se no princípio da unidade nacional e nos ideais de liberdade e de solidariedade humana (BRASIL, 1967).

A lei estabeleceu que o ensino fosse ministrado, nos diferentes graus, pelos Poderes Públicos, sendo livre, também, à iniciativa particular. Dentre os princípios e normas estabelecidos nessa lei, encontrava-se:

> I - o ensino primário somente será ministrado na língua nacional; II - o ensino dos sete aos quatorze anos é obrigatório para todos e gratuito nos estabelecimentos primários oficiais; III - o ensino oficial ulterior ao primário será, igualmente, gratuito para quantos, demonstrando efetivo aproveitamento, provarem falta ou insuficiência de recursos. Sempre que possível, o Poder Público substituirá o regime de gratuidade pelo de concessão de bolsas de estudo, exigido o posterior reembolso no caso de ensino de grau superior (BRASIL, 1967).

A emenda Constitucional de 1969 estabeleceu que o Ensino Secundário seria gratuito para aqueles que provassem não ter recursos para provê-lo. Segundo Niskier (1989), o documento apresentava os seguintes incisos com relação ao Ensino Secundário:

> III - o ensino público será igualmente gratuito para quantos, no nível médio e no superior, demonstrarem efetivo aproveitamento e provarem falta ou insuficiência de recursos; IV - o Poder Público substituirá, gradativamente, o regime de gratuidade no ensino médio e no superior pelo sistema de concessão de bolsas de estudos, mediante restituição, que a lei regulará (NISKIER, 1989, p. 409).

Entende-se que, na Constituição de 1967, o governo ofertaria ensino médio gratuito aos estudantes que quisessem prosseguir com seus estudos, demonstrando a preocupação com essa etapa do ensino. Mas, na emenda de 1969, tem-se que o ensino médio gratuito seria substituído por bolsas de estudo aos estudantes, desde que provassem não terem condições financeiras para a manutenção de seu ensino, visto que teriam que restituir o valor da bolsa.

A lei 5692/71 determinou as Diretrizes e Bases para o ensino de 1° e 2º graus, declarando que o ensino de 2º grau tinha por objetivo proporcionar ao educando a formação necessária para o desenvolvimento de suas potencialidades como elemento de autorrealização, qualificação para o trabalho e preparo para o exercício consciente da cidadania (NISKIER, 1989, p.418).

Essa lei estabeleceu que o currículo do ensino de 1º e 2º graus teria um núcleo comum, obrigatório em todo território nacional, e uma parte diversificada, que iria atender às peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos. Ainda, no artigo 21, encontra-se que o ensino de 2º grau destinava-se à formação integral do adolescente (BRASIL, 1971).

O aluno que desejasse ingressar no ensino de 2º grau deveria ter concluído o ensino de 1º grau ou equivalente. O ensino de 2º grau teria três ou quatro séries anuais. O aluno que estivesse no regime de matrículas por disciplina poderia concluir em dois anos, no mínimo, e cinco, no máximo, os estudos das três séries da escola de 2º grau. O aluno que terminasse o ensino de 2º grau na 3ª série estaria habilitado a prosseguir nos estudos de grau superior e os que concluíssem a 4ª série poderiam pedir aproveitamento dos estudos equivalentes no Ensino Superior.

A lei estabeleceu, também, que o Ensino de 1º e 2º Graus teria uma carga horária mínima de 720 horas, distribuídas no ano letivo com duração mínima de 180 dias.

Segundo Pires (2000), em 1980, aconteceu o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Nesse evento, foi criado um documento denominado Agenda para Ação, no qual se indicavam recomendações para Educação Matemática, tais como: dar ênfase na resolução de problemas no Currículo de Matemática; desenvolver um ensino mais abrangente do que as competências básicas em Matemática; estimular na Educação Matemática o uso de calculadoras e computadores em todos os níveis de ensino; utilizar padrões de eficácia e eficiência no ensino de Matemática; avaliar os programas de Matemática e a aprendizagem dos alunos mais amplamente, incluindo os aspectos relacionados às metas dos programas ao invés de recorrer apenas às avaliações convencionais; exigir estudo em Matemática e construir um Currículo flexível que forneça opções para atender as diversas necessidades dos estudantes; cada professor de Matemática deve se exigir um alto nível de profissionalismo; e apoio público ao ensino da Matemática devido à importância da compreensão Matemática para os alunos e a sociedade.

Esse documento, expos um conjunto de preocupações no ensino da Matemática, trazendo modificações para as políticas de ensino, tanto na prática escolar quanto na formação de professores.

Segundo Niskier (1989), em 1985, surgiu o programa "Educação para todos: Caminho para Mudanças", destinado ao ensino de 1º e 2º graus, o qual pretendia combater os problemas que afligiam essa etapa da educação no País, tais como: o centralismo administrativo, as desigualdades regionais, os baixos níveis de renda, as carências alimentares e de saúde de grande parte da população, as insuficiências e má distribuição espacial da rede escolar, os currículos inadequados, as deficiências na formação e a baixa remuneração dos professores. O programa apresentou o seguinte objetivo: "o desenvolvimento de ampla campanha nacional de valorização da educação como instrumento de viabilização da proposta de educação básica" (NISKIER, 1989, p. 477).

A Constituição de 1988 estabeleceu a Educação como direito de todos, sendo universal, gratuita, comunitária e de qualidade, pautando-se nos seguintes princípios:

> I - igualdade de condições para o acesso e permanência na escola; II - liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber; III - pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas e coexistência de instituições públicas e privadas de ensino; IV - gratuidade do ensino público em estabelecimentos oficiais; V - valorização dos profissionais da educação escolar, garantidos, na forma da lei, os planos de carreira, com ingresso exclusivamente por concurso público de provas e títulos, aos das redes públicas; VI - gestão democrática do ensino público, na forma da lei; VII - garantia de padrão de qualidade; VIII - piso salarial profissional nacional para os profissionais da educação escolar pública, nos termos de Lei Federal (BRASIL, 1988).

De acordo com Carneiro (2013), a Constituição de 1988, representa a conquista de cidadania, pois a Educação se tornou relevante, observando que o País se voltou para essa causa. Nessa constituição, o Estado tem o dever, com a Educação, de garantir: a Educação Básica obrigatória e gratuita dos quatro aos dezessete anos de idade, a oferta gratuita de ensino para todos que não tiveram acesso na idade própria; gradativa obrigatoriedade e gratuidade ao Ensino Médio; gradativamente, a universalização do Ensino Médio gratuito; atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, de preferência nos estabelecimentos da rede regular de ensino; o atendimento de alunos de zero a seis anos em creche e pré-escola; possibilidade de acesso a níveis elevados de ensino, pesquisa e criação artística; o ensino noturno regular; atendimento ao estudante, da Educação Básica, por meio de programas suplementares (material didático-escolar, transporte, alimentação e assistência à saúde).

De acordo com Pires (2000) , em 1995, a Secretaria de Educação do Ensino Fundamental, promoveu um projeto que oportunizou o encontro de professores dos diferentes níveis de ensino para discutirem as diretrizes curriculares nacionais para todo Ensino Fundamental no Brasil, denominados Parâmetros Curriculares Nacionais que buscam garantir as mudanças curriculares indicadas pelos professores, como: ampliar a discussão de assuntos relativos ao ensino da Matemática, difundindo as pesquisas realizadas, buscando planejar ações que tornem o ensino da Matemática menos seletivo; construção um referencial teórico que auxilie na prática educativa, garantindo o acesso ao conhecimento matemático que viabilize a inclusão do indivíduo, no mundo do trabalho e na sociedade; nortear a formação de professores e a produção de livros didáticos; e organizar as avaliações externas para que evidenciem a adequação ou não do processo de ensino e dos parâmetros.

Em 1996, foi criada a nova Lei de Diretrizes e Bases, segundo a qual a Educação Escolar foi dividida em Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio) e Educação Superior. Nessa lei, encontra-se que o Ensino Médio é a fase final da Educação Básica e tem por finalidade garantir o desenvolvimento do educando, fornecendo-lhe a formação comum, que é indispensável para o exercício da cidadania e continuação dos estudos. A formação comum propicia ao estudante uma base nacional comum de conteúdos de aprendizagem, a qual lhe permita migrar de uma escola para outra, entre sistemas de ensino, sem prejuízo a sua formação, podendo ser complementada por uma parte diversificada, com conteúdos ligados ao contexto regional e local, levando em consideração aspectos referentes às características locais de onde a escola encontra-se situada.

De acordo com essa lei, o Ensino Médio tem uma carga horária mínima de 800 horas por ano, em 200 dias letivos, não levando em consideração o tempo reservado a exames finais. Os conteúdos a serem desenvolvidos na Educação Básica devem levar em consideração as seguintes diretrizes:

> I - a difusão de valores fundamentais ao interesse social, aos direitos e deveres dos cidadãos, de respeito ao bem comum e à ordem democrática; II - consideração das condições de escolaridade dos alunos em cada estabelecimento; III - orientação para o trabalho; IV - promoção do desporto educacional e apoio às práticas desportivas não-formais (BRASIL, 1996).

Essa mesma Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional determina que o Ensino Médio faça parte da Educação Básica, sendo que a Constituição de 1988 dizia que essa etapa, do ensino era dever do Estado, que deveria garantir, após o Ensino Fundamental, a progressiva obrigatoriedade e gratuidade ao Ensino Médio. A Emenda constitucional nº 14/1996 alterou a redação da Constituição, dispondo que deve ser progressiva a universalização do Ensino Médio gratuito. Essa modificação faz com que o Ensino Médio deixe de ser obrigatório, mas continua sendo dever do Estado o acesso a ele. Essa etapa como parte integrante da Educação Básica, deve fornecer ao estudante a base necessária para o exercício da cidadania, para exercer atividades profissionais, prosseguir os estudos e inserir-se na sociedade, atuando de forma ativa, como um cidadão crítico e responsável (BRASIL, 1999).

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, Lei 9394, 1996), o Ensino Médio apresenta as seguintes finalidades:

> a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos; a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posterior; o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico; a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática no ensino de cada disciplina.

A Lei n° 9394/96 modificou as intenções para o Ensino Médio, contidas na Lei nº 5692/71 (figura 6), onde essa etapa de ensino tinha a função de preparar para estudos posteriores e para o trabalho (BRASIL, 1999). Ela associa a educação escolar ao mundo do trabalho, na qual o estudante deve: aprimorar a formação adquirida no Ensino Fundamental; desenvolver capacidades que lhe permitam ter autonomia intelectual e pensamento crítico para continuar aprendendo e avançar nos estudos; preparar-se para as exigências do mundo do trabalho; aprimorar-se como pessoa, desenvolvendo valores éticos e morais.

Na etapa final da Educação Básica, espera-se que o estudante esteja preparado para atuar na sociedade na qual está inserido, de forma efetiva, sabendo comunicar-se claramente, resolver problemas do dia a dia e do trabalho, tomar decisões, trabalhar com eficiência e em cooperação.

Figura 6 - Quadro comparativo das Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

LEIS DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL		
Lei 4024/61	**Lei 5692/71**	**Lei 9394/96**
Ensino primário Ciclo Ginasial do Ensino Médio Ciclo Colegial do Ensino Médio Ensino Superior	Ensino de Primeiro Grau Ensino de Segundo Grau Ensino Superior	Educação Básica: •Educação Infantil •Ensino Fundamental •Ensino Médio Educação Superior
Considerações	**Considerações**	**Considerações**
Cada ciclo apresentava disciplinas e práticas educativas optativas e obrigatórias e o currículo das duas primeiras séries do ginasial teria matérias obrigatórias comuns a todos os cursos de Ensino Médio. Viabilidade de acesso ao Ensino Superior, independente do tipo de curso secundário que fosse escolhido.	O currículo do ensino de 1º e 2º graus teria um núcleo comum e uma parte diversificada. O Ensino de Segundo Grau teria duração de 3 anos, não para Cursos Profissionalizantes. Carga horária anual de 720 horas, com 180 dias letivos no mínimo.	O Ensino Médio está incluído na Educação Básica, juntamente como Ensino Fundamental e Educação Infantil. O Currículo na Educação Básica precisa apesentar uma base nacional comum e outra diversificada. Carga horária anual de 800 horas, com 200 dias letivos no mínimo.

Fonte: adaptado de Carneiro (2013).

Em 2011, aprovou-se o Plano Nacional de Educação referente ao decênio 2011-2020, no qual se pretende universalizar, até 2016, esta etapa do Ensino Básico, para que, em 2020, 85% de alunos de 15 a 17 anos estejam matriculados no Ensino Médio.

Para alcançar o objetivo traçado por este plano, foram determinas algumas estratégias, tais como:

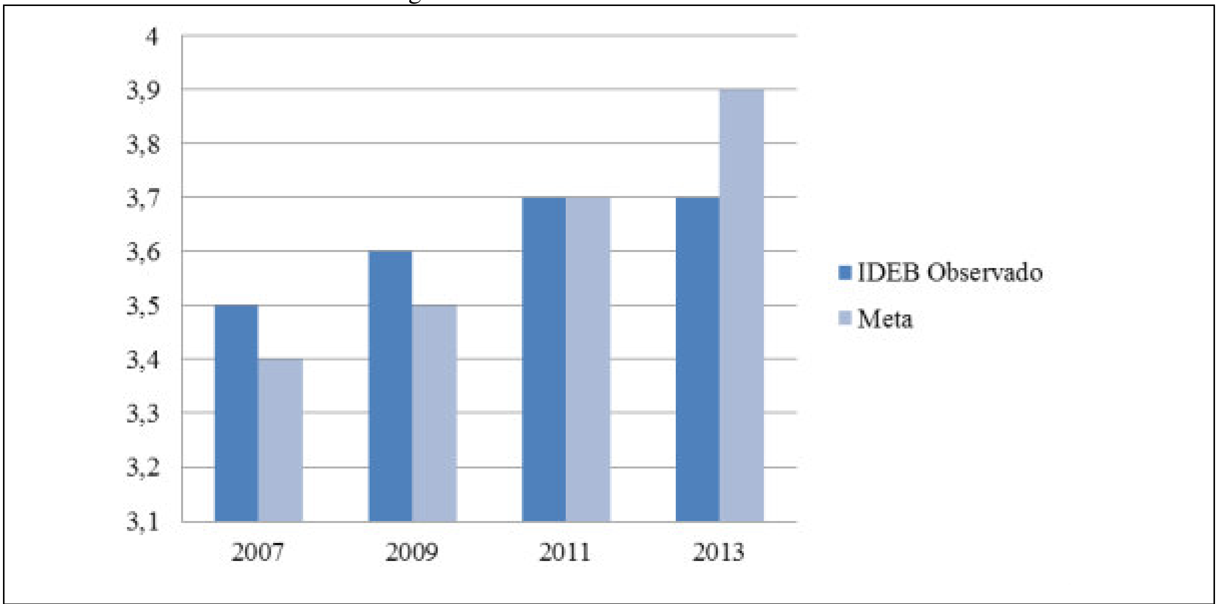
> Institucionalizar um programa nacional de diversificação curricular do Ensino Médio, a fim de incentivar abordagens interdisciplinares estruturadas pela relação entre teoria e prática, discriminando-se conteúdos obrigatórios e conteúdos eletivos, articulados em dimensões temáticas, tais como ciência, trabalho, tecnologia, cultura e esporte, apoiados por meio de ações de aquisição de equipamentos e laboratórios, produção de material didático específico e formação continuada de professores; utilizar exame nacional do ensino médio como critério de acesso à educação superior, fundamentado em matriz de referência do conteúdo curricular do ensino médio e em técnicas estatísticas e psicométricas que permitam a comparabilidade dos resultados do exame; estimular a expansão do estágio para estudantes da educação profissional técnica de nível médio e do ensino médio regular, preservando-se seu caráter pedagógico integrado ao itinerário formativo do estudante, visando ao aprendizado de competências próprias da atividade profissional, à contextualização curricular e ao desenvolvimento do estudante para a vida cidadã e para o trabalho; universalizar o acesso à rede mundial de computadores em banda larga de alta velocidade e aumentar a relação computadores/estudante nas escolas da rede pública de educação básica, promovendo a utilização pedagógica das tecnologias da informação e da comunicação nas escolas da rede pública de ensino médio (BRASIL, 2011).

Percebe-se que existe uma preocupação, no Ensino Médio, no que tange à organização curricular, pois é colocado, claramente, que se precisa dar ênfase às abordagens interdisciplinares, relacionando teoria e prática. Os conteúdos se aproximem da prática e a sugestão é trabalhá-los por temáticas, por exemplo, trabalho, tecnologia, cultura etc. Outro aspecto, que vem a ressaltar a necessidade de modificar a forma de ver os conteúdos do

Ensino Médio, é o fato de utilizar o Exame Nacional do Ensino Médio como acesso ao Ensino Superior, visto que ele avalia o estudante por quatro áreas de conhecimento, sendo elas: Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias, e Linguagens, Códigos e suas Tecnologias. Entende-se que, ao avaliar por áreas, os conteúdos curriculares estão interligados, o que leva à necessidade da modificação elencada anteriormente, que é trabalhar interdisciplinarmente ou por temáticas, onde não se estudam as disciplinas separadamente, mas tem-se uma temática e os conteúdos são trabalhados em torno do assunto. Uma das características ou finalidades do Ensino Médio é preparar o estudante para o trabalho, mas isso não envolve somente ter um currículo que possibilite isso, também é preciso proporcionar locais onde ele possa aplicar a teoria à prática, que permita ocorrer o fluxo teoria-prática e prática-teoria. A universalização do acesso à rede mundial de computados e o aumento do número de computadores por alunos nas escolas permitirão uma abordagem diferenciada dos conteúdos, porém, não se deve esquecer que planejar uma aula com recursos tecnológicos requer formação continuada para os professores, para que possam utilizar as ferramentas que são disponibilizadas por esses recursos.

Também se encontram, no Plano Nacional de Educação, as estratégias para elevar o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). No Brasil, o IDEB aponta que foram alcançadas as metas nacionais, nos anos de 2007 a 2011. No ano de 2013, o IDEB ficou abaixo da meta Nacional (Figura 7). De acordo com Sueli Pereira (2012), é necessário melhorar o IDEB, pois está abaixo do mínimo proposto pela UNESCO, que é a média 6 para o Brasil.

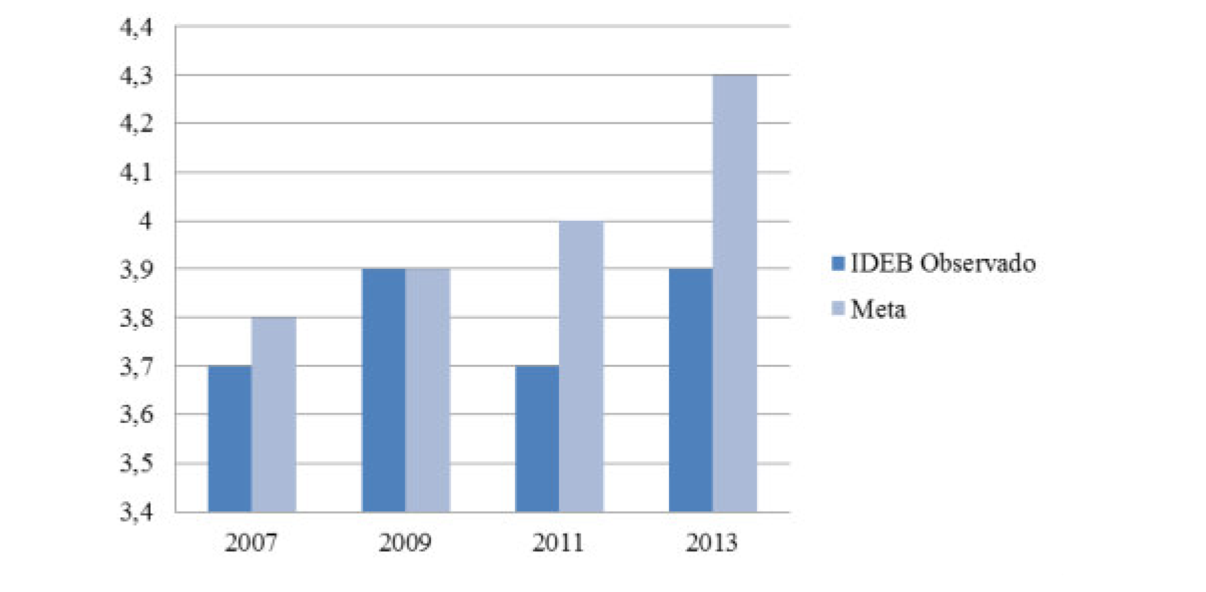
Figura 7 - Gráfico com o IDEB Nacional.



Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

No Rio Grande do Sul, em pesquisa realizada no *site* do INEP, buscou-se todas as redes de Ensino o IDEB, e pode-se observar que ficou abaixo da meta do estado, nos anos de 2007, 2011 e 2013, conforme Figura 8.

Figura 8 - Gráfico com o IDEB do Rio Grande do Sul.



Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

As estratégias propostas, no Plano Nacional de Educação, para atingir as médias para o IDEB são: executar os planos de ações que permitam desenvolver estratégias de apoio técnico e financeiro voltadas à melhoria da gestão educacional, à formação de professores e profissionais de serviços e apoio escolar, ao desenvolvimento de recursos pedagógicos e à melhoria e expansão da infraestrutura física da rede escolar; selecionar tecnologias educacionais no ensino fundamental e médio, levando-se em consideração a diversidade de metodologias e acompanhar os resultados obtidos nos sistemas de ensino que utilizarem esse recurso; incentivar o uso de tecnologias educacionais e de novas práticas pedagógicas nos sistemas de ensino, buscando melhoria no fluxo escolar e na aprendizagem dos estudantes; garantir, em todas as escolas públicas de educação básica, água tratada, saneamento básico, energia elétrica, acesso à rede mundial de computadores, acessibilidade à pessoa com deficiência, acesso a bibliotecas, acesso à prática de esportes, acesso à cultura e à arte, equipamentos e laboratório de Ciências; relacionar a educação formal com a educação popular, para que a mesma seja responsabilidade de todos (BRASIL, 2011).

Essas estratégias foram elaboradas, para que se alcancem as seguintes médias nacionais para o IDEB, conforme tabela 1.

Tabela 1 - Metas para o IDEB Nacional.

IDEB	**2015**	**2017**	**2019**	**2021**
Ensino Médio	4,3	4,7	5,0	5,2

Fonte: Plano Nacional da Educação 2011- 2020.

No Rio Grande do Sul (RS), foi elaborada a proposta pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio, devido à necessidade de mudanças nessa etapa da Educação Básica, que apresenta um currículo fragmentado e dissociado da realidade sócio histórica (RIO GRANDE DO SUL, 2011).

Segundo essa proposta, apresentada pela Secretaria de Educação do RS, é uma necessidade do mundo contemporâneo a reestruturação da educação profissional, a fim de permitir a inclusão dos estudantes no mundo do trabalho. Para isso, precisa-se construir um currículo que contemple as dimensões relativas à formação humana e científico-tecnológica (RIO GRANDE DO SUL, 2011).

Essa proposta pedagógica constitui-se na formação de um Ensino Médio Politécnico, baseado na articulação das áreas de conhecimento e suas tecnologias com os eixos cultura, ciência, tecnologia e trabalho. Para a execução dessa proposta, entende-se que os conteúdos formais devem ter por base os conteúdos sociais.

Segundo Gramsci, o ensino politécnico foi proposto pela necessidade de:

> [...] pensar políticas públicas voltadas para a educação escolar integrada ao trabalho, à ciência e à cultura, que desenvolva as bases científicas, técnicas e tecnológicas necessárias à produção da existência e a consciência dos direitos políticos, sociais e culturais e a capacidade de atingi-los (GRAMSCI apud RIO GRANDE DO SUL, 2011, p.14).

O ensino politécnico não visa profissionalizar os estudantes do Ensino Médio, mas apresentar uma nova organização curricular, que mostre novas formas de seleção e organização dos conteúdos, de forma a contemplar o diálogo entre as diferentes Áreas do conhecimento, levando-se em consideração a prática social. Nele, o currículo precisa estabelecer um conjunto de relações desafiadoras das capacidades de todos, dando sentido ao mundo real e concreto percebido pelos alunos, em que os conteúdos são organizados de forma a considerar a realidade vivida pelos mesmos (RIO GRANDE DO SUL, 2011).

Nesse sentido, entende-se que o Currículo de Matemática do Ensino Médio deve levar em consideração os aspectos referentes às necessidades da vida moderna, a fim de propiciar aos estudantes que os conteúdos formais sejam abordados através de temas que possibilitem contextualizá-los, relacionando teoria e prática, permitindo que o aluno estabeleça relações entre temas e o conteúdo, preparando-o para o mercado de trabalho e possibilitando que ele avance em seus estudos, formando um cidadão comprometido e atuante na sociedade moderna.

Através da pesquisa realizada, referente à História do Ensino Médio, pode-se dizer que foi, a partir de 1996, com a Lei de Diretrizes e Bases, que surgiu a necessidade de se contextualizar os conteúdos das diversas áreas do conhecimento, para alcançar as finalidades propostas para essa etapa da Educação Básica. A escola precisa preparar o estudante para que, ao final do Ensino Médio, ele saiba utilizar seus conhecimentos para o trabalho, o convívio em sociedade e estudos posteriores. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio indicam que, para desenvolver tais habilidades e competências, necessita-se desenvolver um trabalho interdisciplinar e contextualizado.

O Currículo do Ensino Médio, através dos conteúdos trabalhados e da organização escolar deve permitir que, ao final da Educação Básica, o estudante esteja preparado para atuar na sociedade, na qual está inserido, de forma efetiva, sabendo comunicar-se claramente, resolver problemas do dia a dia e do trabalho, tomar decisões, trabalhar com eficiência e em cooperação. O grande problema é: como desenvolver tais habilidades no Currículo de Matemática? Será que a utilização de recursos computacionais permite chegar às finalidades do Ensino Médio? Trabalhar com temas que estão ligados a aspectos da vida em sociedade, e que permitam desenvolver os conteúdos auxiliaria no processo de aprendizagem?

Uma das diretrizes propostas para o Currículo do Ensino Médio é a de adotar metodologias de ensino e de avaliação que estimulem os estudantes. Nesse sentido, é pertinente a pergunta: Quais estratégias/metodologias poderiam ser utilizadas pelos professores, a fim de permitir a ação do estudante no desenvolvimento das atividades propostas na disciplina de Matemática, permitindo ao professor assumir a postura de mediador nesse processo?

A análise documental permitiu identificar o perfil dos estudantes nas fases pela qual a Educação passou de 1934 aos dias atuais, conforme o quadro apresentado na Figura 9.

Figura 9 - Quadro com perfil do egresso do Ensino Médio.

PERFIL DO ESTUDANTE EGRESSO DO ENSINO MÉDIO	
Brasil Império (1822-1888)	1834 a 1878 – preparar para o Ensino Superior. 1879 – formar para o trabalho nas indústrias e uso no cotidiano.
República Velha (1889-1964)	1890 – preparar para o Ensino Superior. 1892 – proporcionar a Instrução Secundária para a matrícula nos cursos superiores e preparar para o desempenho dos deveres de cidadão. 1898 – auxiliar no desempenho dos deveres de cidadão e preparar para o Ensino Superior. 1911 – preparar para o Ensino Superior e para a cidadania. 1925 – preparar para a matrícula nos cursos superiores, para a vida e fornecer a cultura média geral do País. 1931 – preparar para a vida. 1942 – formar a personalidade integral dos adolescentes; a formação espiritual, a consciência patriótica e humanística; preparar para o Ensino Superior. 1961 – Cursos Secundários técnicos e de formação de professores para o ensino primário e pré-primário.
Regime Militar (1965 – 1985)	1971 – formar para o desenvolvimento de suas potencialidades, qualificação para o trabalho e o exercício da cidadania.
Nova República	1996 – preparar para o trabalho e cidadania; aprofundamento dos conhecimentos do Ensino Fundamental; formação ética, crítica e autônoma; compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos, relacionando teoria e prática. 1999 – favorecer a aquisição de conhecimentos básicos, preparação científica e desenvolvimento da capacidade de utilizar distintas tecnologias. 2011 – promover uma formação integral, articulada com as áreas de conhecimento e suas tecnologias, contemplando os eixos cultura, ciência, tecnologia e trabalho.

Fonte: a pesquisa.

4 APORTES TEÓRICOS

Neste capítulo, apresentam-se os fundamentos teóricos que nortearam esta investigação. Os itens investigados foram: a história do Ensino Médio no Brasil, buscando subsídios para o trabalho com temáticas no desenvolvimento dos conteúdos matemáticos; o Currículo de Matemática, para subsidiar a indicação de possíveis temáticas para o Ensino Médio; critérios para escolha e análise de temas, baseados nas ideias de Doll Jr., Skovsmose e Silva.

4.1 UM OLHAR PARA O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

O termo Currículo vem do latim, das palavras *curriculum* e *currere*, que significa caminho a ser percorrido (MATTOS, 2009). De acordo com Pacheco (2005), esse termo foi dicionarizado em 1663, quando significava um curso de estudo. Para o autor, esse termo é recente e tem como significado a organização do ensino.

De acordo com Pacheco (2005), Currículo advém de duas tradições distintas. A primeira teve início na Idade Média, caracterizada por uma perspectiva técnica de escolarização e formação. Nessa tradição, entende-se que o Currículo serve para organizar a aprendizagem, estabelecendo os conteúdos a serem ensinados e o plano de ação pedagógica que precisa ser implementado. Ele representa as intenções educativas, as quais relacionam o processo de aprendizagem aos planos de ensino que buscam predeterminar os resultados a serem obtidos. A segunda tradição remete-se ao Currículo como um projeto que é resultado das intenções educativas e de seu respectivo plano para efetiva realização, baseando-se numa estrutura organizacional. Ele baseia-se nas experiências educativas vivenciadas no contexto escolar, decorrentes das intenções pré-estabelecidas, com propósitos flexíveis, que estão em aberto e podem ser alterados, levando-se em consideração as condições de sua aplicação.

O Currículo não é previsto e prescritivo, pois está organizado em função das finalidades educativas e dos saberes, atitudes, crenças e valores que os componentes curriculares apresentam e que podem ser realizados no processo de ensino e aprendizagem formais ou informais (PACHECO, 2005).

Nesse contexto, ressalta D'Ambrósio (1997), o Currículo precisa refletir o momento vivenciado pela sociedade. O processo curricular busca questionar-se sobre *onde* e *quando* o mesmo tem espaço e o problema do processo curricular está no fato de interligar os diferentes momentos sociais, locais e de tempo, na forma de objetivos, conteúdos e métodos.

Pode-se, ainda, mencionar o currículo numa perspectiva política da Educação, na qual ele atua como uma forma de escolarização, que mostra as relações entre escola e sociedade, interesses individuais e de grupo e interesses políticos e ideológicos. Nesse sentido, é visto como uma prática pedagógica que resulta do diálogo e convergência das estruturas políticas, administrativas, econômicas, culturais, sociais e escolares, as quais possuem interesses concretos e responsabilidades que precisam ser compartilhadas (PACHECO, 2005).

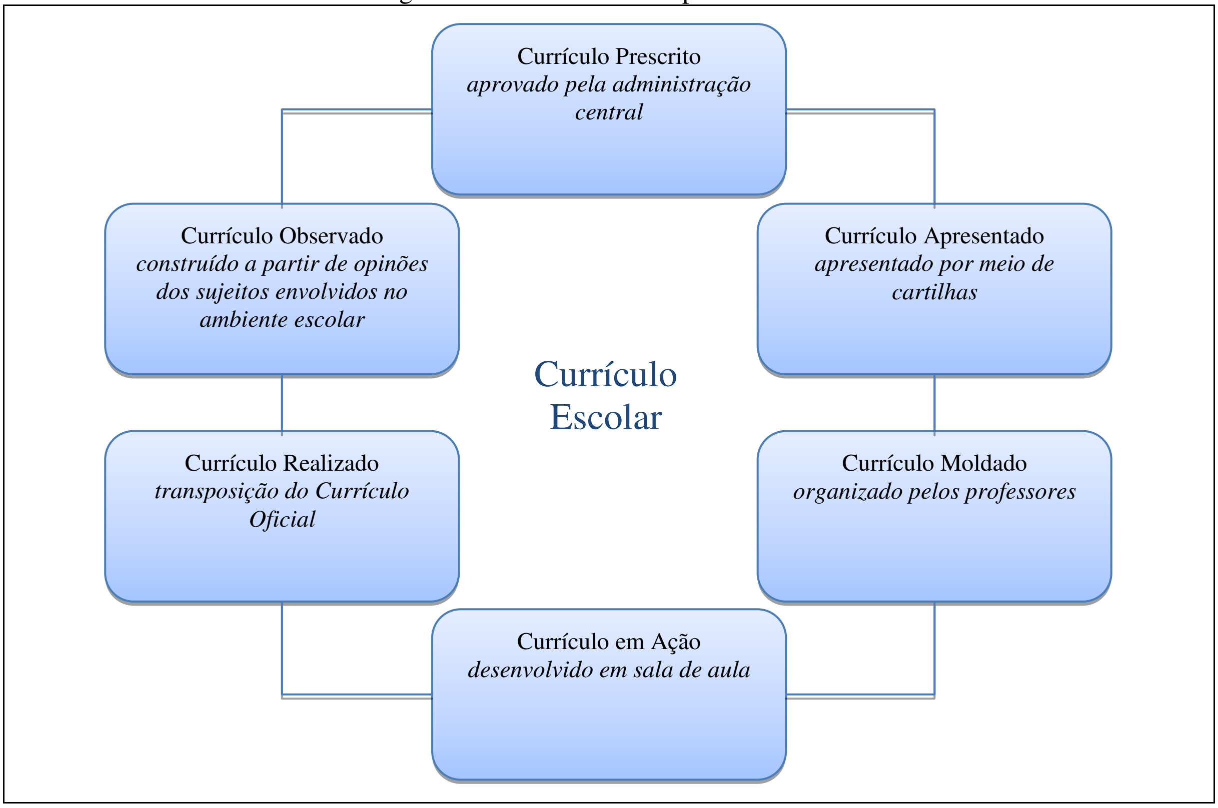
Para Coll (1999), o Currículo refere-se a um projeto que guia as ações educativas, definindo suas intenções e fornecendo subsídios para o trabalho dos professores. Assim, os elementos que o constituem, propiciando as informações necessárias para efetivamente realizar as suas funções, são: o que ensinar, quando ensinar, como ensinar e como e quando avaliar.

De acordo com Sacristán e Gómez (2007), o Currículo apresenta duas perspectivas, ou seja, por um lado, tem-se o Currículo prescrito, o qual é uma ideia do que se almeja nas escolas; por outro lado, ele representa o que realmente acontece nas instituições de ensino. Dessa forma, pode-se dizer que o mesmo apresenta duas concepções: a intenção e a realidade. A intenção representa o plano de ação com os pressupostos, concepções e valores. A realidade está relacionada ao como passar da intenção para a prática.

De acordo com Pacheco (2005), a construção do Currículo acontece em três contextos de decisão curricular: o político e administrativo, que ocorrem na administração central; o de gestão, o qual ocorre na escola e na administração regional; o de realização, desenvolvido em sala de sala. Nesses contextos, surgem as fases de desenvolvimento do Currículo (Figura 10), que representam, tanto o projeto socioeducativo de um País, como o projeto curricular e didático do espaço escolar. Inicialmente, tem-se a orientação oficial, denominada *Currículo Prescrito/Currículo Oficial/Currículo Escrito*, que é o Currículo aprovado pela administração central e será utilizado por "uma estrutura organizacional escolar" (PACHECO, 2005, p. 51). Em seguida, tem-se o *Currículo Apresentado* aos professores, por meio de manuais, cartilhas ou livros textos, no qual não se trabalha propriamente com o Currículo Oficial. No contexto do projeto político-pedagógico escolar, ele é programado coletivamente e planificado pelos professores, constituindo-se em um *Currículo Moldado/Percebido*. De acordo com Sacristán (2000), essa modulação efetuada pelos professores são estratégias que podem inovar ou melhorar a qualidade das práticas de ensino, podendo enriquecer ou enfraquecer as propostas curriculares. A fase seguinte, do *Currículo Real/Currículo em Ação/ Currículo como atividade de sala de aula* refere-se ao Currículo desenvolvido a cada dia, em sala de aula, que representa o *Currículo Operacional*, constituindo-se no Currículo realizado na prática. O

Currículo Realizado/Currículo Experiencial decorre da interação didática vivenciada pelos professores, alunos e indivíduos envolvidos no contexto escolar, no qual se realiza a transposição do currículo oficial, a partir da interpretação dos mesmos, nas atividades diárias que perpassam o ambiente escolar. Já o *Currículo Observado* investiga o Currículo a partir de opiniões dos sujeitos envolvidos.

Figura 10 - Currículo e suas possibilidades.



Fonte: adaptado de Sacristán (2000) e Pacheco (2005).

Com relação aos documentos oficiais, como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei 9394/96), o Currículo da Educação Básica precisa ter uma Base Nacional Comum e uma diversificada que atenda as necessidades de cada região do País, considerando as características dos indivíduos que ali residem, sua cultura e economia. Essa lei destaca que o Currículo do Ensino Médio precisa salientar a importância da Educação Tecnológica, do processo histórico da sociedade e de sua cultura, buscando metodologias de ensino que permitam maior autonomia aos alunos (BRASIL, 1996).

De acordo com Brasil (2000), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicam o Currículo como instrumento de cidadania precisa estabelecer quais os conteúdos e as estratégias de ensino que permitem aos estudantes desenvolverem capacidades para a vida em sociedade, atividades do trabalho e experiências subjetivas. Para tanto, uma proposta curricular precisa apresentar quatro premissas, indicadas pela UNESCO, para estruturação da

Educação. A primeira é *aprender a conhecer* a importância de ter uma base educacional ampla, que permita ao estudante continuar aprendendo, para que consiga satisfazer as necessidades advindas da vida em sociedade. A segunda é o *aprender a fazer* que implica o desenvolvimento da capacidade de enfrentar novos problemas a partir do conhecimento educacional. O currículo precisa viabilizar atividades que favoreçam a aplicação da teoria em situações práticas desenvolvidas em sala de aula. A terceira é *aprender a viver*, que se refere ao aprender a viver coletivamente em harmonia, sabendo resolver conflitos, realizar projetos em prol do bem comum. A quarta premissa, *aprender a ser,* refere-se à formação do aluno, como cidadão autônomo, crítico e com juízos de valor, tornando-se capaz de tomar decisões quando necessário (BRASIL, 2000).

Em Brasil (2000), tem-se que o currículo deve estar articulado com eixos básicos, que orientem a seleção de conteúdos significativos, levando em consideração as competências e habilidades a serem desenvolvidas no Ensino Médio. Os eixos mencionados são: eixo histórico-cultural, que permite estudar o valor histórico e social dos saberes/conhecimentos e o eixo epistemológico, o qual permite reconstruir os processos de conhecimento.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio estabelecem a divisão dos conhecimentos escolares por áreas, pois, dessa forma, os conhecimentos que têm objetos de estudos comuns teriam maior interação, o que possibilitaria práticas escolares interdisciplinares em cada área. As áreas são: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias (BRASIL, 1999).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1999) indicam, ainda, a necessidade de desenvolver os conteúdos de forma interdisciplinar, o que pode ser interessante para os estudantes, visto que possibilita aos mesmos perceber que os conteúdos não são estanques em cada área do conhecimento. Os PCNEM (BRASIL, 1999, p. 132) apontam, também, o conceito de interdisciplinaridade:

> O conceito de interdisciplinaridade fica mais claro quando considera o fato trivial de que todo conhecimento mantém diálogo permanente com outros conhecimentos, que pode ser de questionamento, de confirmação, de complementação, de negação, de ampliação, de iluminação de aspectos não distinguidos.

Nesse sentido, desenvolver os conteúdos matemáticos de forma interdisciplinar e contextualizada pode possibilitar a interação entre as disciplinas e diversos temas que permeiam a sociedade na qual o estudante está inserido, permitindo que ele perceba as relações pertinentes entre os conteúdos abordados.

A interdisciplinaridade e contextualização foram propostas como princípios pedagógicos estruturadores do currículo, para atender o que a lei estabelece quanto às competências de:

> [...] vincular a educação ao mundo do trabalho e à prática social; • compreender os significados; ser capaz de continuar aprendendo; preparar-se para o trabalho e o exercício da cidadania; ter autonomia intelectual e pensamento crítico; ter flexibilidade para adaptar-se a novas condições de ocupação; compreender os fundamentos científicos e tecnológicos dos processos produtivos; relacionar a teoria com a prática (BRASIL, 1999, p.161).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio apontam que o Currículo é a representação dinâmica das intenções da escola e do sistema de ensino para o desenvolvimento dos estudantes. Ainda menciona que o Currículo do Ensino Médio precisa incentivar o trabalho interdisciplinar, pois esse recurso permite aos alunos contextualizarem os conhecimentos/saberes escolares (BRASIL, 2006).

Na Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada do Rio Grande do Sul, o Currículo representa o conjunto das ações de todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, buscando atribuir sentido ao mundo real percebido pelos alunos, através dos conteúdos (BRASIL, 2011).

Nas propostas curriculares, percebe-se que o Ensino Médio precisa desenvolver os conteúdos de Matemática de forma contextualizada, buscando que o aluno estabeleça relações que possam ser utilizadas no seu cotidiano:

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o a compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p. 111).

Percebe-se que apresentar a Matemática como uma disciplina que faz parte do contexto do aluno possibilita envolvê-lo no conteúdo que está sendo trabalhado, permitindo que o conhecimento construído, fique próximo de suas vivências, proporcionando o desenvolvimento de competências e habilidades. No âmbito educacional, é saber resolver um problema de qualquer natureza (social, cultural, político, etc.), utilizando os conhecimentos já construídos para solucioná-lo. Envolve o saber agir frente ao problema, é o pensar como recorrer às situações comparáveis que já foram vistas e que podem solucionar o problema (ARGUDÍN, 2005).

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), encontra-se que o Currículo precisa viabilizar ao aluno, através dos conteúdos matemáticos, a capacidade de: resolver problemas do cotidiano; modelar fenômenos das distintas Áreas do conhecimento; compreender a Matemática como conhecimento social e construído ao longo da história; entender a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

Percebe-se, ao longo das descrições sobre o Currículo, realizadas por pesquisadores, documentos oficiais, propostas, diretrizes e orientações curriculares que o mesmo apresenta diferentes conceitos, mas que o relacionam a uma construção cultural, que tem a função de socializar, que cria recursos para compreensão da prática pedagógica, está relacionado ao trabalho docente, que apresente componentes pedagógicos, políticos, administrativos, entre outros. Assim, o Currículo visa organizar a prática escolar, por meio de projetos de inovação, aperfeiçoamento dos professores e melhoria da qualidade de ensino (SACRISTÁN, 2000).

Nesse contexto, Sacristán (2007) apresenta princípios para escolher conteúdos relevantes para o Currículo, tais como: avaliar quais são os conteúdos essenciais e relevantes das diferentes Áreas do conhecimento; refletir sobre as disciplinas, na medida do possível, como algo que pode ser questionado; viabilizar as possíveis relações interdisciplinares entre as disciplinas; construir capacidades transversais, como, por exemplo, o hábito de ler; preparar para o desenvolvimento de atividades humanas; conscientizar todos os indivíduos da sociedade sobre os temas e/ou problemas que prejudicam o mundo, tais como, a fome, esgotamento de bens naturais, desigualdades, entre outros; assumir uma postura pluricultural no desenvolvimento dos conteúdos, quando possível; analisar as contribuições que auxiliaram o progresso humano; utilizar aspectos da cidadania, em uma sociedade democrática, nos conteúdos e diretrizes para as disciplinas, professores e ações pedagógicas. Entende-se que esses princípios podem nortear, também, a escolha de temas para o Currículo de Matemática.

Dessa forma, para que a Matemática que se ensina, no Ensino Médio, tenha sentido para o aluno, é importante trabalhar com temas importantes para formação dos estudantes. Segundo Azcárate (1997), a partir de uma perspectiva integradora, o currículo de Matemática poderia ser organizado por uma rede de problemas potenciais que permitissem ao aluno uma melhor compreensão e interação com a realidade social, cultural, política e natural. Para autora, problemas são todos os “[...] temas que interessam, preocupam ou são obstáculos para o estudante e estão relacionados a diferentes aspectos da vida” (AZCÁRATE, 1997, p. 83). Por isso, é importante buscar temas que permitam o desenvolvimento de conteúdos matemáticos que sejam necessários para a vida cotidiana desses estudantes (AZCÁRATE, 1997). Desse modo, talvez se consiga atingir o objetivo da Educação Matemática, que é desenvolver estratégias intelectuais as quais permitam a construção de uma Matemática como corpo de conhecimento, de técnicas e procedimentos úteis para satisfazer as necessidades sociais (AZCÁRATE, 1997, p. 80).

Azcárate (1997, p. 84) apresenta grandes núcleos de problemas, que abordam as seguintes temáticas:

> [...] alternativas de energia, fontes e escassez de energia, custos de energia; crescimento da população, a produção de alimentos, as questões referentes à fome no mundo e fontes de alimentos; ciclo da água, fontes e consumo de água; divisão da terra, uso de pesticidas, limites de concentração de espécie no ambiente, herbicidas, fertilizante por metro quadrado e sua porcentagem; qualidade do ar e da atmosfera, uso racional do planeta; análise do consumo em excesso e suas consequências; saúde e enfermidades humanas, dietas equilibradas, estudos epidemiológicos, fatores hereditários e muitos outros, como a astronomia, a tecnologia de guerra, etc.

Segundo a autora, esses temas possibilitam desenvolver vários conteúdos matemáticos, entre eles: cálculo numérico, porcentagem, proporção, estatística, probabilidade, organização e interpretação de informações, representação e comunicação de dados, etc. São exemplos que podem ser abordados no Currículo de Matemática para o desenvolvimento de conteúdos, os quais também trabalham questões sociais, que afetam a vida em sociedade, e com os quais o estudante do Ensino Médio precisa ter contato, para aprender a valorizar o ambiente no qual vive e criar estratégias para melhoria da qualidade de vida da sua comunidade.

Para alcançar as finalidades do ensino, é necessário um currículo que atenda aos princípios referidos. Neste trabalho, o conceito de currículo está fundamentado em Coll (1999, p. 45):

> Currículo é o projeto que preside as atividades educativas escolares, define suas intenções e proporciona guias de ação adequados e úteis para os professores, que são diretamente responsáveis pela sua execução. Para isso, o currículo proporciona informações concretas sobre o que ensinar, quando ensinar, como ensinar e que, como e quando avaliar.

Ainda, conforme o autor, o currículo é a realização do planejamento curricular, tomada de decisão dos objetivos que se desejam alcançar, organização dos conteúdos, elaboração das estratégias didáticas, definição da metodologia de ensino.

Outro ponto chave no processo de ensino e aprendizagem, para Coll, (1999, p.55) é a funcionalidade:

> A educação escolar deve sempre ocupar-se de que os conhecimentos adquiridos – conceitos, habilidades, valores, normas etc. – sejam funcionais, isto é, possam ser efetivamente utilizados quando as circunstâncias nas quais o aluno se encontrar assim exigirem.

O currículo precisa levar em consideração os aspectos de funcionalidade dos conteúdos para os alunos, no qual se proponham atividades didáticas que os levem a visualizarem a aplicabilidade dos mesmos em situações dentro ou fora do ambiente escolar, no cotidiano ou na história.

A escolha de temas para o Ensino Médio precisa possibilitar o uso de conteúdos de Matemática, permitindo que o aluno aprofunde os já trabalhados em séries anteriores, crie estratégias de resolução de problemas, tenha autonomia na resolução das atividades didáticas e trabalhe em grupo, buscando aprimorar a sua formação acadêmica e social.

Os temas escolhidos para o Ensino Médio precisam viabilizar o desenvolvimento dos três tipos de conteúdos: conceituais, procedimentais e atitudinais. Segundo Coll et al. (2000), são conteúdos conceituais os que devem ser compreendidos, os quais os alunos devem ser capazes de dotar de significado, de forma a estabelecer relações significativas que os levem a compreendê-los. Os conteúdos procedimentais são um conjunto de ações as quais permitem chegar a um determinado objetivo. Referem-se ao saber fazer ou saber agir frente a um problema (ZABALA, 1998). De acordo com Coll et al. (2000, p.95), tem-se:

> Aprender procedimentos não significa somente aprender os enunciados das fórmulas, das regras de atuação, das instruções sob os quais são apresentados, mas também saber pô-los em prática. [...] Não parece lógico, então, propor como único critério de avaliação da aprendizagem procedimental que o aluno recorde os passos ou a sequência de ações do procedimento. Deve-se solicitar, também, o uso, a aplicação, dessa informação.

Os conteúdos atitudinais referem-se aos valores, atitudes e normas. Para Zabala (1998), valores são os princípios ou as ideias éticas que permitem às pessoas emitir um juízo sobre as condutas e seu sentido. Para o autor, atitudes são as tendências ou predisposições relativamente estáveis das pessoas para atuar de certa maneira. E as normas são padrões ou regras de comportamento os quais se deve seguir em determinadas situações (ZABALA, 1998).

A intenção é escolher temas que desenvolvam, no aluno, respeito à estratégia de resolução do colega, participação nas atividades didáticas, cooperação no trabalho em grupo, respeito ao material didático, interesse e autonomia nas resoluções, a partir de sequências didáticas elaboradas para alcançar tais fins. Para Moraes et al. (2008), o trabalho em grupo, em sala de aula, pode proporcionar a interação entre os alunos, o que pode melhorar a aprendizagem dos conceitos abordados e promover a ajuda mútua, a discussão e a troca de experiências. O Plano Nacional de Educação (2001) coloca que o Ensino Médio deve preparar os estudantes para os desafios da vida moderna, conforme visto a seguir:

> Deverá permitir aquisição de competências relacionadas ao pleno exercício da cidadania e da inserção produtiva: auto-aprendizagem; percepção da dinâmica social e capacidade para nela intervir; compreensão dos processos produtivos; capacidade de observar, interpretar e tomar decisões; domínio de aptidões básicas de linguagens, comunicação, abstração; habilidades para incorporar valores éticos de solidariedade, cooperação e respeito às individualidades (BRASIL, 2001).

Os temas selecionados devem permitir que os estudantes desenvolvam habilidades as quais podem ser utilizadas no ambiente de trabalho e no convívio em sociedade. Nesse sentido, Pires (2000, p.155) apresenta que as exigências do mundo do trabalho de acordo com Pollak, que são:

> Ser capaz de propor problemas com as operações adequadas. Conhecer técnicas diversas para propor e resolver problemas. Compreender as implicações matemáticas de um problema. Poder trabalhar em grupo sobre um problema. Ver a possibilidade de aplicar ideias matemáticas tanto a problemas comuns como a complexos. Estar preparado para enfrentar-se com problemas abertos, já que a maioria dos problemas reais não estão bem formulados. Acreditar na utilidade e na validade da Matemática.

Nesse contexto, precisa-se preparar os jovens do Ensino Médio para o mundo do trabalho, desenvolver habilidades e competências que possibilitem a inserção dos mesmos na sociedade de forma igualitária. Para inseri-los no mundo das relações sociais, a escola deverá ser um ambiente que propicie relações sociais de igualdade, de trabalho em grupo, de reconhecimento das individualidades do grupo, de respeito às diferenças, etc. Uma forma de estimular o desenvolvimento dessas habilidades é "[...] propondo aulas de Matemática que estimulem a participação, valorizem a iniciativa, os avanços individuais, o crescimento coletivo, o respeito mútuo" (PIRES, 2000, p.156).

De acordo com Coll (1999), foi o pesquisador Raths que propôs doze princípios para ajudar o professor a justificar a necessidade de se incluir ou não uma atividade no Currículo. Assim Coll (1999, p. 80-82) afirma que uma atividade é preferível a outra, se:

> [...] permite ao aluno tomar decisões razoáveis quanto ao modo de desenvolvê-la e verificar as consequências da sua escolha; atribuir ao aluno um papel ativo em sua realização; exigir do aluno uma pesquisa de ideias, processos intelectuais, acontecimentos ou fenômenos de ordem pessoal ou social e estimulá-lo a comprometer-se com a mesma; permite que o aluno interaja com sua realidade; puder ser realizada por alunos de diversos níveis de capacidade e com interesses diferentes; permite que o aluno examine, num novo contexto, uma ideia, conceito, lei, que já conhece; permite que o aluno examine ideias ou acontecimentos que normalmente são aceitos sem discussão pela sociedade; colocar o aluno e o educador numa posição de sucesso, fracasso ou crítica; leva o aluno a reconsiderar e revisar seus esforços iniciais; leva o aluno a aplicar e dominar regras significativas, normas ou disciplinas; oferecer ao aluno a possibilidade de planejá-la com outros, participar do seu desenvolvimento e comparar os resultados obtidos; for relevante para os propósitos e interesses explícitos dos alunos.

Observando esses princípios, tem-se que os temas devem permitir: que o aluno elabore estratégias de resolução e verifique a sua validade; tenha autonomia para verificar qual é o melhor caminho para encontrar a solução, mobilizando seus conhecimentos e tornando-se ativo no processo de ensino e aprendizagem; trabalhar com a história da Matemática como um recurso didático; revisar e reforçar os conteúdos já trabalhados, possibilitando aos estudantes revisitar os conteúdos num contexto no qual ele precisa utilizar-se dos conhecimentos já adquiridos para resolver um problema; o desenvolvimento de atividades didáticas que exijam concentração dos alunos e troca de experiências, pois está em jogo, em sala de aula, o respeito ao colega e cooperação na realização.

O Currículo de Matemática necessita que se estabeleçam relações entre ela e as demais disciplinas e os conteúdos atitudinais, de forma a possibilitar que a Matemática não seja mais vista como uma disciplina à parte, isolada das demais áreas do conhecimento, mas que necessita das Tecnologias da Informação e Comunicação, como computadores e calculadoras, como recursos que podem ser utilizados na realização de tarefas exploratórias, de investigação e de verificação de resultados (PIRES, 2000).

Nesse sentido, entende-se que o Currículo de Matemática no Ensino Médio precisa oportunizar aos estudantes ampliar a sua rede de conhecimentos, não só os formais, referentes a cada área do saber, mas também os conhecimentos advindos de temas importantes para os estudantes e para o Currículo de Matemática, buscando contribuir para a formação de um sujeito atuante em sua comunidade.

Assim, as reflexões realizadas nesta pesquisa fundamentada no referencial de Currículo levam à compreensão do Currículo considerando algumas perspectivas que são: um Currículo precisa ser flexível, aberto às mudanças do mundo contemporâneo, possibilitando o trabalho com temáticas; precisa objetivar que a formação dos estudantes seja permeada por diferentes práticas pedagógicas, que propiciem diversidade de temas, que levem a reflexões sociais e políticas, visão crítica da sociedade, postura autônoma, desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, possibilitando uma formação integral desse sujeito. Um Currículo com tais características levará em consideração os aspectos levantados por Doll Jr., Skovsmose e Silva, que se apresentam no capítulo a seguir tratando de critérios para seleção de temas para o Currículo de Matemática.

4.1.1 Caracterizando os Temas Transversais, Temas Geradores e Temas de Interesse

Em decorrência das novas exigências das propostas curriculares, foram indicados temas transversais a serem desenvolvidos no Currículo, de modo a contemplar a saúde, o consumo, o meio ambiente, a convivência, entre outros. Essas temáticas remetem a uma forma de trazer para o Currículo questões educativas que não estão inseridas nos conteúdos das diferentes disciplinas curriculares (YUS, 1998).

Os temas transversais são os que buscam viabilizar no Currículo o trabalho com questões sociais. Segundo Yus (1998), esses temas são um conjunto de assuntos indicados para serem desenvolvidos transversalmente em todo o Currículo Escolar, sendo eles: Ética, Meio Ambiente, Pluralidade Cultural, Saúde, Orientação Sexual, Trabalho e Consumo.

De acordo com os PCN, para a escolha dos temas transversais, foram utilizados alguns critérios, tais como: urgência social, a qual se refere à escolha de assuntos que envolvam questões de cidadania; abrangência nacional, que se refere à seleção de temas os quais possam ser trabalhados em âmbito Nacional; possibilidade de ensino e aprendizagem no ensino fundamental, ou seja, a escolha de temas que possam ser desenvolvidos para essa etapa de escolarização; favorecer a compreensão da realidade e a participação social que se refere à seleção de temas que possibilitem o desenvolvimento de competências e habilidades para formação de um cidadão ativo e participativo em sua comunidade.

Segundo Yus (1998), os temas transversais no Currículo apontam para uma dimensão pedagógica a qual retoma os princípios levantados por Lucini, segundo o qual a escola precisa: estar aberta aos conhecimentos escolares e populares, pois a mesma precisa alicerçar na realidade cotidiana para o desenvolvimento de tais conhecimentos; estabelecer o diálogo entre os conteúdos formais e os trazidos pelos alunos através de sua experiência com a realidade com a qual está em permanente contato; priorizar atitudes críticas e construtivas a partir do desenvolvimento de valores éticos; buscar a conexão entre o desenvolvimento das capacidades intelectuais, afetivas, sociais, motoras e éticas.

O tema Ética refere-se à conduta humana adequada para a formação de um cidadão. O tema Pluralidade Cultural diz respeito à forma como são tratadas as questões de gênero, étnicas e grupos sociais para que se tenha uma sociedade democrática. O tema meio Ambiente refere-se ao respeito às diferentes formas de vida, pois elas fazem parte de ruma rede de seres que estão conectados e são interdependentes. O tema Saúde refere-se às questões relacionadas às condições de vida dos seres humanos. O tema Orientação Sexual trata de informar os alunos sobre as questões da sexualidade e gênero. Os temas Locais tratam de oportunizar, no currículo, aspectos que dizem respeito à comunidade na qual ele está inserido (BRASIL, 1997).

Para Marcondes (2008), os temas transversais não se caracterizam como uma disciplina escolar, mas são assuntos que permeiam todas elas, visto que permitem refletir e compreender tais temas por meio dos conteúdos desenvolvidos em sala de aula. Para isso, o autor coloca que existe uma necessidade do professor trabalhar conceitos envolvendo aspectos relacionados à realidade e às relações que as constituem, oportunizando atividades que relacionem os conteúdos formais a atitudes e valores, levando-se em consideração os elementos culturais e sociais do contexto no qual a escola está inserida.

O trabalho com temas geradores teve seu início com as pesquisas de Paulo Freire, na obra *Pedagogia do Oprimido*, na qual o autor expõe que se faz necessário propor ao povo questões existenciais e concretas, que lhes desafiem e exijam respostas, não só intelectuais, mas que possam se tornar ações. Dessa forma, Freire (2014) coloca que se precisa buscar o diálogo na Educação como uma prática para a liberdade, através do trabalho com temas geradores, buscando investigar não os sujeitos, mas o seu pensamento sobre a realidade e o seu olhar sobre o mundo que o cerca, para então encontrar os temas.

Para o autor, desenvolver trabalhos com temas geradores, através de uma metodologia conscientizadora, viabiliza pensar criticamente sobre o seu mundo, pois pesquisar temas geradores é compreender "o pensamento dos homens referido à realidade, é investigar seu atuar sobre a realidade" (FREIRE, 2014, p. 136). Nesse sentido, tais temas existem nos sujeitos e nas suas vivências com o mundo e podem gerar fatos concretos. Desses fatos podem surgir vários temas geradores, que podem ou não estar relacionados ao fato, mas podem ser percepções dos sujeitos envolvidos.

Para o autor, os temas são geradores, pois, independente de sua natureza, bem como o entendimento por ele causado "[...] contêm em si a possibilidade de desdobrar-se em outros tantos temas que, por sua vez, provocam novas tarefas que devem ser cumpridas" (FREIRE, 2014, p. 130). Assim, o tema é considerado gerador, pois de uma dada situação percebida pelos educandos, em sua realidade, pode surgir uma série de temas e, a partir desses, têm-se novas temáticas que irão oportunizar a compreensão do todo.

Conforme Freire (2014), a educação libertadora precisa que os indivíduos se sintam sujeitos do pensar, no qual eles podem discutir a sua visão do mundo, manifestando-se ou dando as suas opiniões e sugestões, pois essa educação alicerça-se no diálogo com o povo.

Segundo Corazza (1998), os temas geradores têm como principal objetivo uma educação voltada para a liberdade, na qual o processo de ensino e aprendizagem está baseado nas práticas populares. Esses temas precisam levar em consideração as necessidades da comunidade local, para atender as suas expectativas, necessidades e interesses. Nesse sentido, eles são temas da realidade na qual a escola está inserida e nessa realidade se trabalham os conteúdos de cada área do saber.

Assim, para o desenvolvimento de trabalhos envolvendo temas geradores, é preciso que os professores tenham um diálogo com a comunidade, para saber que temas seriam propícios, os quais revelam situações concretas da realidade vivenciada pela comunidade e refletem as suas vidas cotidianas.

Neste trabalho, entende-se que temas de interesse são assuntos relevantes para a formação do estudante, temas modernos e que possam potencializar o Currículo de Matemática do Ensino Médio, permitindo o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos. Possibilitando proporcionar, aos estudantes, valores sociais, culturais, políticos, econômicos, de forma a atender as necessidades e objetivos dos sujeitos envolvidos nessa relação, que permitam a formar um cidadão atuante e comprometido.

Nesse sentido, entende-se que os temas de interesse precisam estar adequados às necessidades dos alunos e do Currículo, considerando que o mundo atual está em constante transformação, sendo responsabilidade da escola atender a essa demanda, proporcionando aos estudantes os conhecimentos necessários para uma formação básica atualizada, de acordo com as necessidades da vida moderna.

4.2 CRITÉRIOS PARA A SELEÇÃO DE TEMAS[6] PARA O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

As considerações levantadas nos documentos oficiais implicam a necessidade de criar critérios para a escolha de temas que possam contextualizar o Currículo de Matemática do Ensino Médio. Assim, neste capítulo, será apresentado o referencial teórico referente à escolha de temas, baseando-se nos trabalhos de Skovsmose (2006), Doll Jr. (1997) e Silva (2009). No desenvolvimento desse capítulo, ao mencionar as pesquisas de Skovsmose, Doll Jr. e Silva, propõem-se exemplos, como forma de exemplificar uma leitura plausível dos critérios para escolha dos temas a serem sugeridos para formação do estudante do Ensino Médio, que propiciem o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos relacionados aos mesmos.

---

[6] Temas, nesta pesquisa, são assuntos importantes para a formação do estudante do Ensino Médio que permitam o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos.

4.2.1 Contribuições de Skovsmose para a seleção de critérios para temas do Ensino Médio

> *[...] O conteúdo curricular não deve ser imposto à criança; em vez disso, os potenciais da criança devem ser desenvolvidos em um meio rico e estimulante (SKOVSMOSE, 2006, p.27).*

Na busca de subsídios para a escolha de critérios que possibilitem selecionar temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, buscou-se suporte nas ideias de Skovsmose (2006), que realiza pesquisas em Educação Matemática Crítica (EMC).

Na década de 1980, esse autor iniciou a EMC, um movimento cuja preocupação fundamental é relacionar a Matemática com aspectos sócio-políticos.

O pesquisador apresenta trabalhos envolvendo EMC, nos quais a questão norteadora é a democracia, procurando levar à reflexão e discussão de como o trabalho com projetos e/ou modelagem pode contribuir para o desenvolvimento de temas relevantes à Educação Matemática (EM).

Segundo Skovsmose (2006), o Currículo precisa ser aberto e flexível, para que haja a participação efetiva dos estudantes (SKOVSMOSE, 2006). Para se desenvolver uma atitude democrática, através da educação, o professor não pode ter apenas um papel decisivo e prescritivo, pois o processo de ensino e aprendizagem tem por base o diálogo (SKOVSMOSE, 2006).

Levando-se em consideração o que foi mencionado, percebe-se a importância de desenvolver, no Currículo, os aspectos relacionados à visão sociocrítica, na qual se tem por base os aspectos socioculturais que podem surgir nas temáticas abordadas no Currículo de Matemática.

Assim, nesta pesquisa de doutorado, para a construção de critérios, reconhece-se a importância do diálogo entre professor e alunos para o desenvolvimento de temas a serem estudados, porque se acredita que o envolvimento do estudante no processo de escolha pode levá-lo a vincular o tema a sua necessidade, a qual pode ser um problema que está sendo enfrentado na comunidade local, uma curiosidade em descobrir aspectos que sejam relevantes, relativos à determinado assunto, etc. Além disso, promover esse diálogo viabiliza a autonomia do estudante na escolha de um tema e criação de argumentos que mostram a relevância do tema escolhido, o qual precisa ser pesquisado.

Segundo Skovsmose (2006, p.19), existem cinco questões relacionadas a um Currículo Crítico:

> 1) A aplicabilidade do assunto: quem o usa? Onde é usado? Que tipos de qualificação são desenvolvidos na EM? 2) Os interesses por detrás do assunto: que

> interesses formadores de conhecimento estão conectados a esse assunto? 3) Os pressupostos por detrás do assunto: que questões e que problemas geraram os conceitos e os resultados na Matemática? Que contextos têm promovido e controlado o desenvolvimento? 4) As funções do assunto: que possíveis funções sociais poderia ter o assunto? Essa questão não se remete primariamente às aplicações possíveis, mas à função implícita de uma EM nas atitudes relacionadas a questões tecnológicas, nas atitudes dos estudantes em relação a suas próprias capacidades etc. 5) As limitações do assunto: em quais áreas e em relação a que questões esse assunto não tem qualquer relevância.

Essas questões permitem fazer uma análise do porque utilizar determinado tema, se é adequado ao que se pretende desenvolver, se permite trabalhar os conteúdos matemáticos, criar conceitos matemáticos, realizar discussões sociais e se essas questões são importantes para a escolha de temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio.

Ainda, conforme Skovsmose (2006), o universo educacional pode relacionar-se a problemas existentes fora do contexto escolar. Para a escolha dos mesmos, o autor sugere dois critérios: o subjetivo, no qual o problema deve ser relevante para os estudantes e pode ser definido através das experiências e do quadro teórico dos mesmos; o objetivo, no qual o problema precisa relacionar-se com problemas sociais existentes. Na EC, os problemas estão interligados a situações e conflitos sociais e é essencial que o estudante os assuma como seus.

Segundo o autor, na Dinamarca, no Ensino Básico e Superior, utilizam-se duas estratégias no desenvolvimento de uma prática de EC: a tematização ou a organização em projetos. A tematização é bastante utilizada nas escolas de Ensino Fundamental e Médio, pois se torna viável o trabalho com EC, desde que se integrem diferentes componentes curriculares e exista trabalho em conjunto entre professores. Já a organização em projetos é utilizada nas universidades, visto que precisa não só de uma reestruturação do programa de estudo, como também uma organização de espaços no ambiente escolar, já que o estudante necessita de um local para trabalhar com o seu grupo.

Estabelecidas essas duas estratégias para o trabalho em EC, Skovsmose (2006) indica a relevância de estabelecer alguns critérios para a escolha de um problema a ser tratado em EM, são eles:

> 1) Deveria ser possível para os estudantes perceber que problema é de importância. Isto é, deve ter relevância subjetiva para os estudantes. Deve estar relacionado a situações ligadas às experiências deles. 2) O problema deve estar relacionado a processos importantes na sociedade. 3) De alguma maneira e em alguma medida, o engajamento dos estudantes na situação-problema e no processo de resolução deveria servir como base para um engajamento político e social (posterior) (SKOVSMOSE, 2006, p. 34).

Para o autor, esses critérios fazem parte das intenções da EC, mas os mesmos não são discutidos quando se fala em conteúdos na EM, tendo em vista que em EM os critérios estão relacionados à própria Matemática, ou seja, “[...] à lógica das estruturas matemáticas, como o estruturalismo; à aplicabilidade da Matemática, como no pragmatismo; ou ao modo matemático de pensar, como na orientação-ao-processo.” (SKOVSMOSE, 2006, p.34). Para o Ensino Médio, considera-se que, ao escolher temas, é importante selecionar os que possibilitam aos estudantes perceberem a sua importância e seu impacto na Matemática e na sociedade, conforme as indicações do autor. Isso permitirá alcançar a finalidade dessa etapa da Educação Básica, que é preparar para a vida em sociedade, para o trabalho, para o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos, etc.

Conforme Skovsmose (2006), para identificar um assunto importante da Educação, em especial da EM, pode-se utilizar o argumento social de democratização, composto por três declarações. A primeira declaração diz que a Matemática apresenta um amplo campo de aplicações, visto que é utilizada na economia, no planejamento industrial, na tecnologia, etc. Porém, as escolas da Educação Básica dificilmente apresentam exemplos de aplicações reais. Outra declaração é que a Matemática tem a função de “formatar a sociedade”, pois, atualmente, tem-se uma sociedade tecnológica e a Matemática tem um papel importante na formação da tecnologia. O último argumento refere-se à compreensão das aplicações da Matemática para o exercício dos direitos e deveres democráticos, no qual o aluno deve estar apto a interpretar as decisões tomadas, tendo por base os modelos matemáticos. O argumento social de democratização explicita a importância das aplicações da Matemática e da construção de modelos matemáticos de forma a permitir que o estudante perceba a utilidade dessa área do conhecimento, pois a construção de modelos não serve apenas para motivar, nem como introdução de conteúdos, mas é, de fato, uma forma de oportunizar aos alunos a investigação das implicações sociais de um modelo matemático, permitindo verificar suas funções sociais (SKOVSMOSE, 2006).

Além disso, o autor apresenta o argumento pedagógico de democratização, que enfatiza os aspectos sociais da Matemática relacionados ao processo educacional, o qual apresenta as seguintes declarações: os estudantes não aprendem o que o professor propõe que aprendam, pois há uma lacuna entre o que foi ensinado e o aprendido; os estudos matemáticos deveriam melhorar a habilidade dos alunos em estruturar e resolver problemas, mas os mesmos estimulam os estudantes a seguir prescrições estabelecidas como “determine as raízes da equação...”, “calcule o valor de...”, o sistema escolar precisa conter atividades democráticas, para que sejam desenvolvidas atitudes democráticas. Por meio dessas declarações, entende-se que a Matemática se utiliza do estruturalismo, no qual o estudante constrói seu conhecimento, por meio de estruturas e conteúdos predeterminados, visto que ele não participa do planejamento curricular e isso não favorece a construção de atitudes democráticas.

Skovsmose, no livro intitulado “Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica”, de 1999, apresenta algumas condições, descritas a seguir, para contextualizar a Matemática básica através de temáticas. Primeiramente, o tema deve ser conhecido pelos alunos ou possível de ser descrito em termos não matemáticos, além de pertencer a situações do cotidiano estudantil. É necessário evitar aqueles cujo significado só pode ser explicado se for desenvolvido todo o assunto. A segunda condição aponta a necessidade dos alunos terem acesso ao conteúdo em diferentes níveis, podendo desenvolver o tema, mesmo que tenham habilidades diferentes. Por isso, o tema não precisa ter nenhum nível predeterminado de dificuldade ou algum tipo de classificação ou agrupamento, de acordo com as habilidades dos alunos. A condição seguinte é a necessidade do tema possuir um valor em si mesmo, pois o trabalho com temáticas não deve ser considerado uma introdução à parte nova da teoria Matemática. Por último, o trabalho com temas precisa possibilitar a criação de conceitos matemáticos, ideias acerca da sistematização ou de onde e como usar a Matemática, propiciando o desenvolvimento de habilidades matemáticas (SKOVSMOSE, 1999).

Para Skovsmose (2006, p.101), uma educação será crítica, se ela:

> [...] discutir condições básicas para obtenção do conhecimento, devendo estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa. Uma educação crítica não pode ser um simples prolongamento da relação social existente. Não pode ser um acessório das desigualdades que prevalecem na sociedade. Para ser crítica, a educação deve reagir às contradições sociais.

Desenvolver os conteúdos matemáticos aliados a temas implica relacionar o conhecimento matemático construído nas escolas a saberes relacionados à vida em sociedade, com a intenção de conscientizar os estudantes da importância de serem cidadãos críticos, que sabem enfrentar situações esperadas e inesperadas e que, quando se fala em economizar luz, não é somente importante para a economia doméstica, mas para o Meio Ambiente, pois a construção de novas usinas causa um grande estrago ao ambiente. Dependendo do lugar onde forem construídas, famílias têm que ser removidas, árvores apodrecem devido à inundação, espécies de peixes desaparecem pela modificação climática, animais fogem para lugares secos, etc.

Acredita-se que desenvolver, em sala de aula, temas que levem aos estudantes reflexões sobre questões trabalhistas, tais como: contribuições sindicais, leis trabalhistas, fundo de garantia, previdência social, entre outros, é uma necessidade no Ensino Médio, para que os alunos tenham uma visão crítica e consciente da importância desses temas na sociedade, buscando compreender qual é a função dos impostos, taxas e contribuições, ou seja, ampliem seus conhecimentos políticos. Temas como Educação Fiscal fazem parte da vida em sociedade e podem ser trabalhados aliados aos conteúdos matemáticos, de forma a proporcionar uma Educação Matemática Crítica. Nesse sentido, concorda-se com os PCN (BRASIL, 1999), que indicam esse tema no Ensino Médio.

4.2.2 Contribuições de Doll Jr. para a seleção de critérios para temas do Ensino Médio

Segundo as ideias de Doll Jr. (1997), o currículo pós-moderno[7], caracterizado como um Currículo que está sempre em transformação, vai além do transmitir conhecimento, pois se adapta às questões do mundo moderno. Para o autor, o mesmo baseia-se em:

> [...] um processo, – não o de transmitir o que é (absolutamente) conhecido, mas o de explorar o que é desconhecido; e, através dessa exploração, os alunos e professores "limpam o terreno" juntos, transformando, assim, o terreno e eles próprios (DOLL JR., 1997, p. 171-172).

O autor propõe os quatro "Rs" como critérios para avaliar um currículo pós-moderno, que não se baseia nos três "Rs" do final do século XIX, no qual os três "Rs" de *Readin*, que se referia à *Reading* (leitura), *Ritin*, que fazia menção ao *Writing* (escrita) e *Rithmetic* de *Arithmetic* (aritmética), que configurava o currículo de uma sociedade a qual estava em um período de desenvolvimento industrial. Nos três "Rs", tinha-se uma leitura voltada aos aspectos funcionais de compreensão de notas de venda e "conhecimento de embarque" de cargas (DOLL JR., 1997, p.190). A escrita era basicamente a caligrafia e a aritmética era a adição, subtração, multiplicação e divisão, os quais eram conhecimentos voltados para o trabalho nas indústrias e comércio, pois era necessário que os funcionários mantivessem as notas ficais e os livros-caixa organizados (DOLL JR., 1997).

Doll Jr. (1997) propõe utilizar os quatro "Rs", de riqueza, recursão, relações e rigor para construção de um currículo pós-moderno, que apresente características construtivas e não lineares. O autor esclarece que o currículo construtivo precisa da participação e diálogo dos indivíduos envolvidos, pois ele não é pré-estabelecido. A matriz desse currículo não estabelece um início e fim determinados, mas contém fronteiras e pontos de intersecções, o que lhe confere um caráter não linear e nem sequencial, porém limitado e com pontos que se cruzam, determinando uma rede de significados. Dessa forma, o autor expõe que "[...] quanto

---

[7] Atualmente, não se está mais vivendo em um mundo "moderno", mas pós-moderno, no qual não é possível definir pós-modernismo, pois é um movimento muito recente para se definir o que é, porém, pode-se defini-lo em termos do que deixou de ser (DOLL JR., 1997, p.20).

mais rico o currículo, mais haverá pontos de intersecção, conexões construídas, e mais profundo será o seu significado" (DOLL JR., 1997, p. 178).

Ainda, Doll Jr. (1997) menciona que os problemas decorrentes do processo de ensino e aprendizagem necessitam de uma abordagem prática e não só teórica. A intenção do autor não é dar ênfase à prática, colocando-a acima da teoria, mas fundamentar a teoria através da prática, buscando desenvolvê-la com base na prática. Segundo Doll Jr. (1997), o conceito chave em um currículo é o de transformação, pois professores e alunos têm a necessidade de elaborar o seu currículo num processo de interação entre eles, partindo de uma organização geral, ampla e indeterminada, que pode ser proveniente de livros didáticos, orientações curriculares, Secretarias de Educação, tradições anteriores, entre outros, uma vez que a determinância resultará do processo de construção do currículo, ou seja, através das reflexões recursivas, ponderando os resultados das atitudes tomadas no passado como ponto de partida para as próximas ações. Para auto-organizar o currículo, de acordo com Doll Jr. (1997), uma condição é a existência de uma perturbação ou desordem, pois isso faz com que ocorra uma transformação, a fim de que o currículo permaneça operando. A perturbação será eficaz se o currículo for construído em um meio rico, aberto e flexível, permitindo múltiplos olhares, interpretações e perspectivas. O currículo baseado na auto-organização e na transformação leva em consideração a capacidade do indivíduo de produzir, planejar, executar e analisar, pois, quando ocorre uma ação, tem-se uma modificação, ou seja, no currículo isso pode ser percebido nos planos de aula, que precisam ser flexíveis, já que no encaminhamento da aula vai se delineando o assunto, através da interação entre professor e alunos (DOLL JR., 1997).

No currículo pós-moderno, o papel do professor na avaliação é fundamental para o processo, mas não único. A avaliação seria conjunta e interativa, num processo recursivo, no qual o aluno faria a atividade, receberia críticas construtivas, faria novamente, receberia novas críticas, sendo um processo de construção e reconstrução (DOLL JR., 1997).

Assim, esse currículo transformador, auto-organizado, construtivo seria avaliado pelos quatro "Rs". O primeiro "R", proposto por Doll Jr., refere-se ao critério Riqueza que, para o autor, é relativo à investigação de questões propostas pelo currículo, as quais envolvem conceitos, definições, significados, possibilidades ou interpretações. Segundo ele, os alunos e professores, em um currículo pós-moderno, têm a necessidade de se transformar e serem transformados. Para isso, o currículo requer um grau de indeterminância, irregularidade, instabilidade, desequilíbrio, desregramento, vivência, etc. Mas, o fato dele necessitar de certa quantidade de indeterminação não deve ser um problema, considerando-se que isso ocorre no cotidiano, sendo fundamental para que se tenha um currículo rico e transformador. Isso quer dizer que as inquietações são aspectos próprios do mesmo, os quais lhe dão riqueza. O autor menciona que, na Matemática, a aritmética computacional adquire sua forma de riqueza ao brincar com padrões, o qual pode ser através de simples combinações numéricas, como a sequência de Fibonacci ou ao descobrir padrões em fractais.

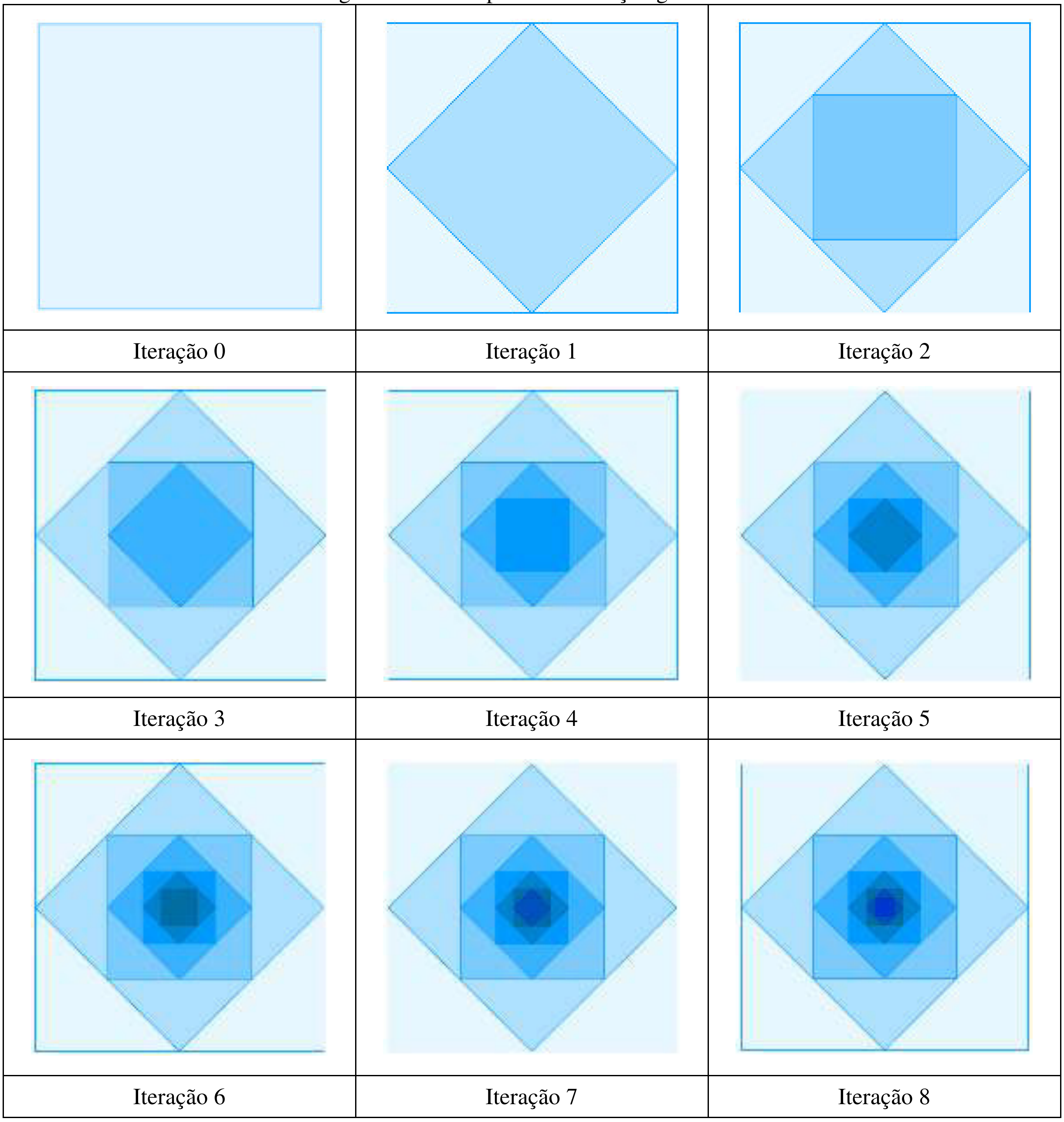
Um exemplo de atividade que explora esse critério é o triângulo de Sierpinski, uma vez que, para fazê-lo, constrói-se um triângulo qualquer. Em seguida, se marcam os pontos médios dos lados, obtendo um novo triângulo com vértices nos pontos médios determinados, compondo quatro triângulos com lados iguais à metade do triângulo inicial. Para gerar o triângulo de Sierpinski, retira-se o interior do triângulo central. Para continuar a construção, repete-se o mesmo procedimento em cada um dos triângulos que restaram (SALLUM, 2012). Essa atividade aborda um tema moderno e possibilita revisitar conteúdos já estudados na Geometria do Ensino Fundamental, permitindo que os alunos ampliem seus conceitos, percebam os conteúdos já estudados em outras situações, além de fazê-los perceber a evolução da teoria em novas atividades. Além disso, o professor pode explorar outros fractais com Geometria para revisitar conteúdos já explorados, ampliando a compreensão dos estudantes e possibilitando conhecer novas aplicações. Dessa forma, obtém-se a Figura 11.

Figura 11 - Triângulo de Sierpinski.

Fonte: Sallum (2012, p.5).

Outro exemplo é a construção apresentada na Figura 12. Inicialmente, constrói-se um quadrado. Em seguida, marcam-se os pontos médios de cada um dos lados do quadrado e une-os por segmentos, dividindo o quadrado original em quatro triângulos semelhantes e um quadrado menor. Na próxima iteração, marcam-se novamente os pontos médios de cada um dos lados do novo quadrado e, unem-se os pontos médios por segmentos, e assim, sucessivamente. Essa atividade, envolvendo padrões possibilita aos estudantes revisitar e ampliar conceitos já abordados no Ensino Fundamental, tais como, ponto médio, congruência de triângulos, a relação entre o comprimento dos lados no quadrado inicial e no quadrado obtido na iteração 1, a relação existente entre o perímetro do quadrado inicial e o perímetro do quadrado obtido na iteração 1, a relação existe entre a área do quadrado inicial e a área do quadrado obtido na iteração 1.

Figura 12 – Exemplo de construção geométrica.



Fonte: a pesquisa.

Para o autor, a recursão está relacionada à operação matemática da iteração, ou seja, à repetição, pois, na iteração, utiliza-se uma fórmula matemática repetidamente. Apoiado nas ideias de Bruner, o autor expõe que a recursão, para a Epistemologia e a Pedagogia, não se refere tanto a Matemática, mas à predisposição do ser humano em fazer com que os pensamentos se relacionem, pois essa correlação entre eles permite que se criem significados, oportunizando ao aluno construir conceitos (DOLL JR., 1997). Doll Jr. enfatiza o fato de um currículo que usa recursão não ter um início ou final, pois cada final é um início para um novo projeto. Ainda, quanto a esse critério, recursão e repetição diferem-se, pois uma não repercute na outra. A repetição busca aprimorar a execução da atividade, pois o processo de reflexão assume um papel ineficaz, visto que ocorre uma automatização de procedimentos, que segue repetidamente o mesmo processo. Apresenta-se como exemplo, o professor que quer ensinar resolução de equações do 1º grau, chega à sala de aula e escreve no quadro “calcule $x + 1 = 3$”, realiza os procedimentos e chega ao resultado $x = 2$, solicitando que seus alunos façam o mesmo para $x + 4 = 6$. Percebe-se que, nessa atividade os alunos podem repetir o procedimento utilizado pelo professor para chegar à resposta; por outro lado, se o professor propõe aos alunos uma situação problema e questiona os mesmos sobre as informações relevantes do mesmo, as possíveis estratégias, hipóteses e resultados, isso refere-se à recursão, pois “[...] visa desenvolver a competência, a capacidade de organizar, combinar, inquirir, utilizar as coisas heuristicamente” (DOLL JR., 1997, p. 195). A recursão se utiliza da reflexão, pois é no ato de refletir que ideias se relacionam, traçam caminhos, planos e estratégias. Porém, na recursão, tem-se a necessidade de outros olhares, opiniões, críticas e análises do que foi realizado ou projetado, porque a essência da recursão está no diálogo, caso contrário, ela não seria reflexiva.

No tema Criptografia, percebe-se o critério recursão, pois as atividades didáticas podem possibilitar aos estudantes recorrerem várias vezes ao mesmo conteúdo em uma nova situação que envolve codificação e decodificação, utilizando-se os conceitos de função inversa num grau de complexidade maior. Os alunos, também podem verificar suas estratégias de resolução, pois eles têm que calcular a imagem da função para criptografar e fazer o cálculo da função inversa, a fim de decifrar o texto. Nesse processo, os alunos podem construir novos conhecimentos, aprofundar os conteúdos e conhecer uma temática do mundo atual. A seguir, apresenta-se um exemplo com o tema Criptografia, da autora Olgin (2011). Inicialmente, associa-se um número inteiro de 1 a 26, para cada letra do alfabeto, em que A=1, B=2, C=3, etc. Em seguida, codifica-se a mensagem “A vida é bela.”, utilizando o Código com Função Linear, sabendo que a função codificadora é $f(x) = 5x + 1$.

Para resolver a questão, o aluno precisa sistematizar as informações relevantes e elaborar estratégias para a resolução. Primeiramente, ele terá que observar que as letras viraram números, há uma chave que codifica a mensagem, essa chave refere-se a um conteúdo matemático, sendo necessário descobrir como usar essa chave na resolução da questão. Nesse momento, o aluno pode fazer várias inferências. A partir dessas percepções, ele poderá começar a resolver a situação proposta, fazendo o levantamento das informações relevantes, que são: A = 1, B = 2, C = 3, ... e $f(x) = 5x + 1$, pensando que é preciso encontrar a sequência numérica do texto dado, que é: 1 – 22 – 9 – 4 – 1 – 5 – 2 – 5 – 12 – 1, que precisará realizar o cálculo da imagem da função para cada número que corresponde a uma letra, tal que: $f(1) = 5.1 + 1 = 6$, $f(22) = 5.22 + 1 = 111$, $f(9) = 5.9 + 1 = 46$, $f(4) = 5.4 + 1 = 21$, $f(5) = 5.5 + 1 = 26$, $f(2) = 5.2 + 1 = 11$, $f(12) = 5.12 + 1 = 61$, encontrando, como texto codificado, a imagem de cada número: 6 – 111 – 46 – 21 – 6 – 26 – 11 – 26 – 61 – 6. Por fim, precisará pensar qual estratégia utilizar para verificar os resultados, esperando-se que ele faça o cálculo da função inversa, ou seja, encontre $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{5}$ e calcule a imagem para cada número.

Já o critério Relações, em um currículo pós-moderno, caracteriza-se por dois tipos de relações: pedagógica e cultural. A primeira refere-se às relações intrínsecas do currículo, o que lhe deixa cada vez mais rico. As pedagógicas evidenciam as possíveis associações na organização curricular, o que lhe proporciona maior profundidade. No entanto, essas relações, em um currículo pós-moderno, precisam ser construídas num processo recursivo de fazer, refletindo sobre esse fazer, e será nesse processo que o currículo desenvolverá a sua riqueza.

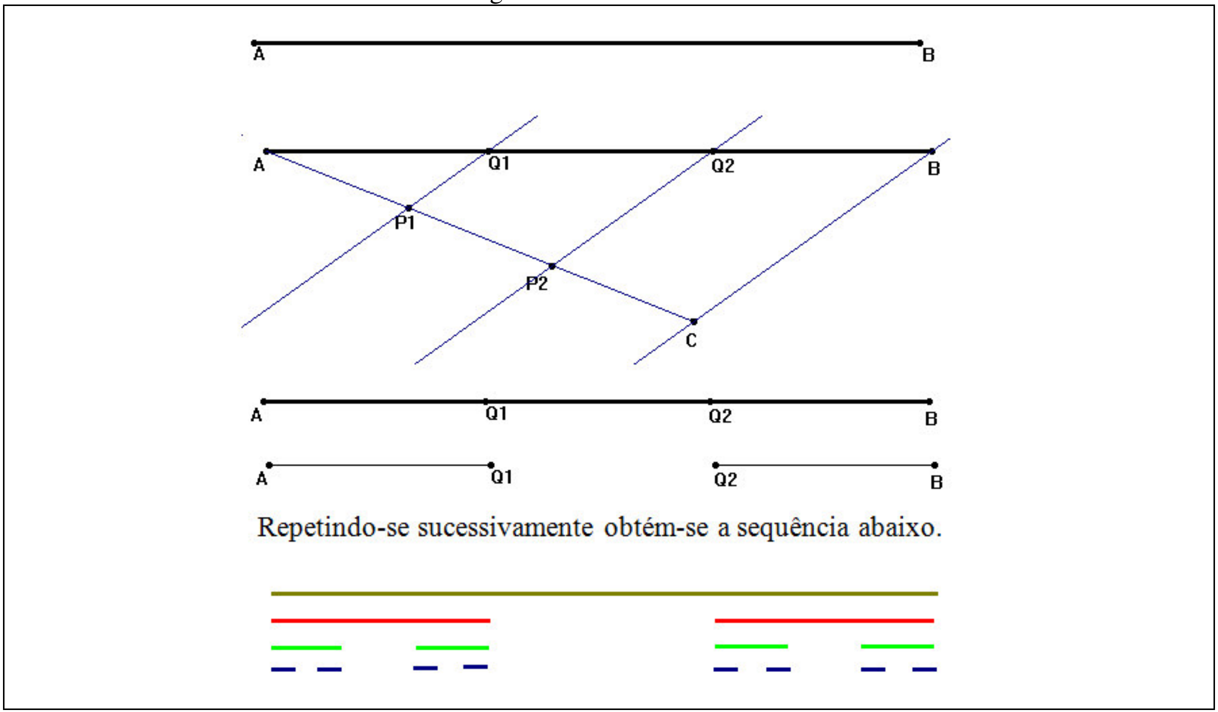
A segunda refere-se às relações culturais extrínsecas do currículo, que formam uma rede, na qual ele está vinculado. As relações culturais ressaltam a importância da narração e do diálogo como meios de interpretação. Da narração resultam os conceitos de história, linguagem e lugar. O diálogo permite que os elementos da narração interajam, de forma a propiciar um juízo de cultura, que pode ser local ou global. Local, pois as relações trazidas pelos alunos referem-se à cultura local deles e global, devido às várias culturas locais que se relacionam ao serem discutidas em sala de aula.

Um tema o qual pode explorar o critério relações é o tema Arte, visto que pode mostrar a Matemática existente em diferentes culturas, por meio da música, dança, pintura, teatro, etc.

Segundo Doll Jr. (1997), o Rigor é o critério mais importante, pois impede que um currículo transformativo se reduza a um relativismo. Afirma que seu conceito de rigor tem elementos de todas as tendências, ou seja, um pouco da lógica escolástica, representada pela frase “assim é demonstrado”, da observação científica e da precisão na Matemática. Em um currículo pós-moderno, para analisar um assunto, precisa-se fazer um levantamento das possíveis interpretações. Para isso, o rigor representa a vontade de buscar distintos caminhos, alternativas, associações, relações, comparações e conexões, procurando elucidar as hipóteses, para que se tenha um currículo significativo e transformador.

O tema fractal pode contribuir para explorar esse critério, pois, para a construção do mesmo necessita-se de um rigor, visto que é preciso repetir padrões que podem ter muitas variações. Um exemplo de atividade envolvendo esse tema é a construção do fractal denominado "Poeira de Cantor", no qual o aluno iniciará sua construção a partir de um segmento de reta unitário. Em seguida, dividirá esse segmento em 3 partes iguais, retirando o seu terço médio. No próximo nível, retirará o terço médio de cada um dos segmentos restantes, fazendo o mesmo procedimento sucessivamente (Figura 13). De acordo com Leivas (2012), na construção desse fractal, pode-se utilizar o Teorema de Tales para divisão de um segmento em partes iguais, pois o autor indica que essa construção pode ser útil para representação dos números racionais na reta real.

Figura 13 - Poeira de Cantor.



Fonte: Leivas (2012).

Segundo Sallum (2012), o professor pode organizar uma tabela de anotações para construção desse fractal (Tabela 2), pois assim o aluno poderá observar que o comprimento de um segmento, a cada etapa, tende a zero, à medida que ocorrem mais interações.

Tabela 2 - Modelo de tabela para construção do fractal Poeira de Cantor.

Nível	Número de segmentos	Comprimento de um segmento	Comprimento total
0	1	1	1
1	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
2	2^2	$\frac{1}{3^2}$	$\frac{2^2}{3^2}$
3			
...	...	...	...
N	2^n	$\left(\frac{1}{3}\right)^n$	$\left(\frac{2}{3}\right)^n$

Fonte: Leivas (2012).

Ao propor atividades com esse tema, o professor pode trabalhar o cálculo da área e da dimensão de um fractal que permite desenvolver o conteúdo matemático de logaritmo.

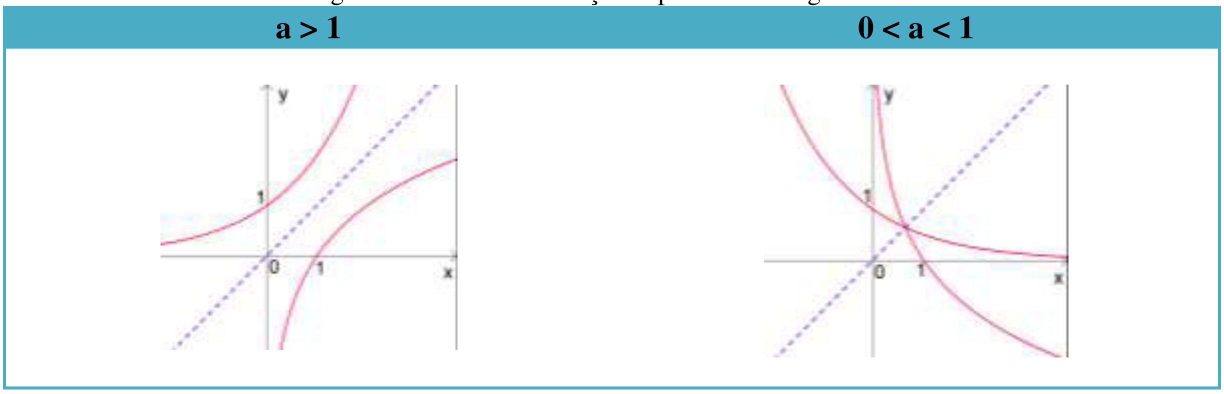
4.2.3 Contribuições de Silva para a seleção de critérios para temas do Ensino Médio

O pesquisador Silva, em sua tese de doutorado, defendida no ano de 2009, com o título "Currículo no Ensino Médio: em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos", sugere quatro critérios para escolha dos conteúdos matemáticos (riqueza, reflexão, realidade e responsabilidade) e quatro critérios para organização (recursão, relações, rigor e ressignificação) dos mesmos no Ensino Médio.

Entende-se que os critérios para escolha dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio, elencados pelo pesquisador Silva (2009) podem contribuir para escolha de temas de interesse, pois evidenciam caminhos para determinar se um tema é pertinente ou não.

Segundo Silva (2009), o primeiro critério para a escolha de conteúdos no Ensino Médio está relacionado às "[...] problemáticas, perturbações e possibilidade" (DOLL JR., 1997, p. 192-193) que lhe conferem um grau de "riqueza". Conforme o autor, o critério "riqueza" salienta a ideia de que um currículo não pode ser visto como uma camisa de força, que gerencia a utilização dos conteúdos. A "riqueza" remete à viabilidade de ajustar os conteúdos às várias práticas existentes no universo escolar, como, por exemplo, o trabalho com projetos que oportunizem o desenvolvimento de aspectos específicos da comunidade na qual a escola está inserida. De acordo com Silva (2009), esse critério vislumbra a possibilidade de trabalhar elementos da própria Matemática, buscando mostrar sua diversidade, certezas e incertezas. Um exemplo proposto pelo autor, para mostrar a riqueza de um conteúdo, seria trabalhar as funções exponencial e logarítmica, que são funções inversas, e sua representação gráfica, permite visualizar que seus gráficos são simétricos, tendo como referência o eixo das bissetrizes, conforme a Figura 14.

Figura 14 - Gráfico da função exponencial e logarítmica.



Fonte: adaptado de Smole e Diniz (2010).

O segundo critério, “reflexão”, apontado por Silva (2009), discute a questão do papel social da Matemática, como uma forma de transformar a sociedade. Para o autor, está relacionado ao saber conversar sobre conflitos locais que, por meio dos conteúdos matemáticos, podem sugerir respostas ou encaminhamentos que solucionem o problema. Conforme Silva (2009), a reflexão pode permitir o desenvolvimento de temas relacionados às questões político-sociais, como: aumento do número de veículos nas grandes capitais; problemas na área da Saúde; o pagamento de impostos e taxas sobre mercadorias e serviços; gasto público dos municípios, estados e união; desmatamento e poluição; distribuição de renda, entre outros. Um exemplo de atividade que pode ser desenvolvida, no Ensino Médio, é com o tema Energia Elétrica, devido a sua importância e má utilização pela sociedade, visto que a atual situação dos recursos naturais exige um melhor aproveitamento, o que é reforçado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (1999), os quais apontam que o uso intenso dos recursos naturais pode implicar em seu esgotamento, o que compromete a dinâmica natural dos diversos ciclos. Nesse sentido, pode-se trabalhar com os estudantes do Ensino Médio o consumo adequado e necessário dos recursos naturais, através da construção e compreensão de funções, gráficos e tabelas.

Para Silva (2009), o critério “realidade” refere-se a uma prática que propicie trabalhar com os diversos contextos, sejam eles culturais, políticos, sociais ou econômicos, buscando que os mesmos permeiem a comunidade, visto que os problemas advindos de uma comunidade representam a realidade do grupo social ali inserido e os conteúdos matemáticos poderiam auxiliar na modelação e resolução dos mesmos, não para obter uma resposta matematicamente correta, mas buscando caminhos ou possibilidades que possam contribuir para que a comunidade encontre uma solução. Silva (2009) recomenda a metodologia de

Modelagem Matemática e Projetos de Trabalhos para auxiliar no desenvolvimento de conteúdos que envolvam esse critério, argumentando que essas metodologias viabilizam trabalhar com problemas importantes para a comunidade, tendo em vista que essas metodologias relacionam teoria e prática.

O trabalho apresentado por Albé e Groenwald (2001) é um exemplo de modelagem e simulação utilizando o tema energia elétrica. Nele, as autoras propõem desenvolver aplicações de modelos matemáticos que representem situações reais, envolvendo a redução no consumo de energia, salientando a importância da preservação do Meio Ambiente. O estudo foi desenvolvido em três etapas. A primeira foi a sensibilização, através da leitura, interpretação e análise de contas de energia elétrica. Os alunos também pesquisaram a fórmula do consumo de energia e realizaram a leitura de um texto referente ao consumo de energia elétrica no Brasil. Em seguida, foi desenvolvido o conteúdo de função polinomial de 1º grau e, utilizando as contas de energia elétrica dos alunos, construíram uma tabela com os campos consumo, preço e seus respectivos pares ordenados, o que permitiu construir o gráfico que representava o preço em função do consumo. A partir da representação, gráfica foi construído o modelo matemático. Na última etapa, foi realizada a conjectura do consumo de energia elétrica durante um mês, na qual simularam a redução do consumo de equipamentos, eletrodomésticos e iluminação da residência.

Segundo Silva (2009), o critério "responsabilidade" refere-se a como são utilizados os conteúdos matemáticos, ou seja, está relacionado à forma de seleção dos conteúdos, mais propriamente na escolha daqueles que possam ser desenvolvidos totalmente, oportunizando o estabelecimento de associações entre eles ou com outros conteúdos matemáticos, envolvendo distintos graus de complexidade. Para o autor, a Matemática desenvolvida no Ensino Médio é uma "[...] história contada pela metade" (SILVA, 2009, p. 195), pois, segundo ele, quando se abordam os conteúdos de matrizes e determinantes, nada se fala sobre sua relação com a Álgebra Linear. Assim, Silva (2009, p.196) questiona:

> Será que o atual currículo de Matemática no Ensino Médio possui esse caráter de responsabilidade? Até que ponto um aluno tem a oportunidade de conhecer "as Matemáticas" e suas ricas relações entre vários campos? As construções do século passado não podem tornar-se conteúdos tratados na Educação Básica? Quantos séculos esperaremos para que geometrias não-euclidianas, lógicas não-euclidianas e outros temas sejam incorporados ao currículo? Até quando ficaremos discutindo apenas sobre a inclusão de fractais como novo conteúdo de Matemática na Educação Básica, como se fosse uma grande revolução? Apenas disciplinas como a Biologia, História, Geografia continuarão a tratar de assuntos da atualidade?

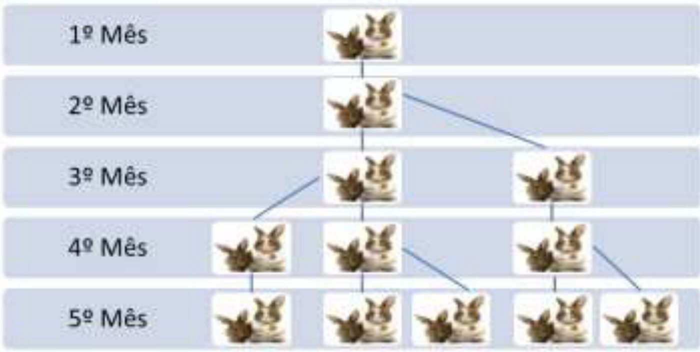
Nesse sentido, será que, nas escolas de Educação Básica, trabalham-se questões importantes do mundo moderno, relacionadas aos conteúdos de Matemática? Como exemplo, tem-se a conscientização ambiental, com o objetivo de formar cidadãos ativos e conscientes quanto às questões de preservação do Meio Ambiente, o que é enfatizado pela lei 9795 (1999), referente à Política Nacional de Educação Ambiental que, em seu artigo 2º, expõe que "A educação ambiental é um componente essencial e permanente da educação nacional, devendo estar presente, de forma articulada, em todos os níveis e modalidades do processo educativo, em caráter formal e não-formal" (BRASIL, 1999).

Segundo Müller (1997), Educação Ambiental são as ações práticas que possibilitam construir e estabelecer relações de responsabilidade e harmonia com o Meio Ambiente, viabilizando a perpetuação e manutenção da espécie humana e demais seres vivos do planeta dentro de um padrão que permita ter uma boa qualidade de vida. Nessa perspectiva, os objetivos da Educação Ambiental são: fazer com que os indivíduos da sociedade se conscientizem dos problemas ambientais locais e globais; contribuir para que as pessoas se tornem comprometidas com os valores ambientais, motivando-as a participar ativamente de projetos para melhoria e proteção da qualidade ambiental; conscientizá-las de que o objetivo do desenvolvimento é melhorar a qualidade de vida. Assim, o ensino da Matemática não deve ficar restrito aos conteúdos matemáticos, e uma alternativa seria desenvolvê-los integrados às outras áreas do conhecimento, pois a mesma possibilita que se tenha uma interpretação consciente de gráficos e percentagens referentes à poluição, agrotóxicos, desmatamento, condição de vida da população, entre outros aspectos, permitindo que o indivíduo reflita criticamente sobre suas ações no Meio Ambiente. A Matemática, aliada à Educação Ambiental, permite que o indivíduo assuma uma postura de vida consciente e responsável e os conteúdos matemáticos auxiliarão na interpretação do mundo que o cerca (MÜLLER, 1997). Um outro exemplo de tema que pode ser estudado é a reciclagem de lixo, pois conscientizando os estudantes quanto à separação do mesmo, em casa, e a participação da comunidade na coleta seletiva permite uma melhor distribuição e destino ao lixo produzido. Além disso, a coleta seletiva beneficia famílias, gerando renda através da reciclagem de materiais. Também é possível discutir com os alunos a questão dos aterros sanitários, quanto a sua capacidade de suportar resíduos sólidos produzidos pela população através de gráficos e dados estatísticos.

Quanto aos critérios para organização dos conteúdos, para Silva (2009), tem-se o critério "recursão", que trata da possibilidade do aluno rever o conteúdo em novos contextos, com diferentes graus de complexidade. De acordo com o autor, a "recursão" refere-se à possibilidade de trabalhar os conteúdos a partir de outros temas, ou seja, seria a elaboração de várias atividades que permitissem revisitar os conteúdos.

Como exemplo do critério recursão, apresenta-se a Sequência de Fibonacci, pois o professor pode utilizar atividades relacionadas a esse assunto para trabalhar o conteúdo de Progressões, em um novo contexto, como propor ao aluno resolver o seguinte problema: “Um homem pôs um par de coelhos num lugar cercado por todos os lados por um muro. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir desse par em um ano se, supostamente, todo mês cada par reproduz e gera um novo par, que é fértil a partir do segundo mês?” (SUNG, 2012), conforme a Figura 15.

Figura 15 - Problema dos coelhos.



Fonte: Cruz, Mizukashi e Santos (2006, p.4).

Para resolver o problema, o aluno precisará cuidar o processo de procriação dos casais de coelhos, no qual, no primeiro mês, o casal ainda não é fértil, no segundo mês já pode dar a luz a um novo par, no terceiro mês há dois casais de coelhos, o primeiro casal e o novo par de coelhos. No quarto mês, há dois casais de coelhos que podem procriar e um que ainda não. Realizando esse procedimento até o décimo segundo mês, serão encontrados no cercado 144 casais de coelhos. Após a resolução do problema, o professor pode comentar que esse problema originou a sequência de Fibonacci, que pode ser observada na organização das sementes de um girassol, no crescimento dos galhos de uma planta, entre outros. O professor também pode apresentar aos alunos a sequência 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, ..., do matemático francês Edouard Anantolle Lucas, que tem o mesmo padrão da sequência de Fibonacci.

O docente pode comentar com os alunos que a sequência de Fibonacci é formada por sequências denominadas recorrentes, que são aquelas nas quais cada termo é determinado por uma dada função dos termos anteriores, tais que: $f_1 = f_2 = 1$, $f_3 = f_1 + f_2$, $f_4 = f_2 + f_3$, $f_5 = f_3 + f_4,\dots$, $f_n = f_{n-2} + f_{n-1}$.

A sequência de Fibonacci apresenta algumas propriedades as quais podem ser exploradas, em sala de aula, como, por exemplo, a propriedade referente à soma dos *n* primeiros números de Fibonacci, na qual se pode propor aos alunos que reescrevam os termos (Figura 16) em função de seus posteriores.

Figura 16 - Termos de Fibonacci.

Termos	Reescrita 1	Reescrita 2
$f_1 + f_2 = f_3$	$f_1 = f_3 - f_2$	$f_2 = f_3 - f_1$
$f_2 + f_3 = f_4$	$f_2 = f_4 - f_3$	$f_3 = f_4 - f_2$
$f_3 + f_4 = f_5$	$f_3 = f_5 - f_4$	$f_4 = f_5 - f_3$
$f_{n-2} + f_{n-1} = f_n$	$f_{n-2} = f_n - f_{n-1}$	$f_{n-1} = f_n - f_{n-2}$
$f_{n-1} + f_n = f_{n+1}$	$f_{n-1} = f_{n+1} - f_n$	$f_n = f_{n+1} - f_{n-1}$
$f_n + f_{n+1} = f_{n+2}$	$f_n = f_{n+2} - f_{n+1}$	$f_{n+1} = f_{n+2} - f_n$

Fonte: a pesquisa.

Utilizando os termos da reescrita 1, tem-se que:

$f_1 = f_3 - f_2$

$f_2 = f_4 - f_3$

$f_3 = f_5 - f_4$

:

$f_{n-2} = f_n - f_{n-1}$

$f_{n-1} = f_{n+1} - f_n$

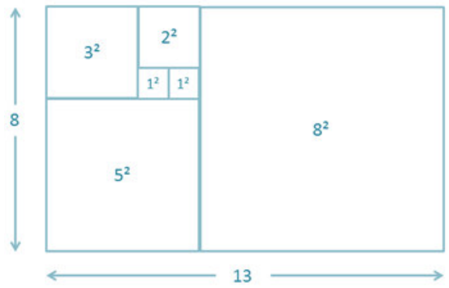
$f_n = f_{n+2} - f_{n+1}$

Somando os dois lados da igualdade, obtém-se: $f_1+f_2+f_3+...+f_{n-1}+f_n=f_{n+2}-f_2$

Para $S_n = f_1+f_2+f_3+...+f_{n-1}+f_n$, e $f_2=1$, tem-se que: $S_n = f_{n+2} - 1$ (CERIOLI, 2004).

Um exemplo de atividade utilizando está propriedade é a decomposição de um retângulo de lados f_n e f_{n+1} em n quadrados de lados f_1, f_2, f_3, ..., f_n (Figura 17).

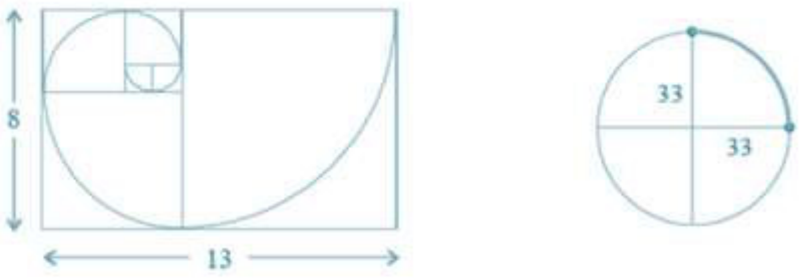
Figura 17 - Decomposição de um retângulo.



Fonte: Alves e Watanabe (2001, p.58).

Segundo Alves e Watanabe (2001), no retângulo, constrói-se a espiral composta por arcos de 90º de circunferência, na qual os raios correspondem aos termos da sequência de Fibonacci (Figura 18).

Figura 18 - Espiral composta por arcos de 90º.



Fonte: Alves e Watanabe (2001, p.59).

Além disso, de acordo com Alves e Watanabe (2001), quando se multiplicam ambos os membros de $f_1 + f_2 + f_3 + ... + f_{n-1} + f_n = f_{n+2} - 1$ por $\frac{\pi}{2}$, tem-se $\frac{\pi}{2}f_1 + \frac{\pi}{2}f_2 + \frac{\pi}{2}f_3 + ... + \frac{\pi}{2}f_{n-1} + \frac{\pi}{2}f_n = \frac{\pi}{2}(f_{n+2} - 1)$, que corresponde à soma dos comprimentos dos *n* primeiros arcos da circunferência que equivale a $\frac{1}{4}$ da circunferência de raio $(f_{n+2} - 1)$.

Trabalhar essa sequência, em sala de aula, permite aos alunos identificarem padrões, construírem generalizações, deduzirem fórmulas e resolverem uma situação-problema.

O segundo critério, "relações", conforme Silva (2009), baseado nas pesquisas de Doll Jr., diz respeito a duas dimensões: a pedagógica e a cultural. A primeira discute os elementos que estão relacionados à estrutura interna do currículo e a segunda propõe examinar as características da cultura local, mas essas dimensões não se afastam, bem pelo contrário, elas se complementam. A dimensão pedagógica aborda a questão do tempo no processo de ensino e aprendizagem como tendo um papel secundário, visto que a relação entre o currículo e o tempo precisa ser feita da melhor forma possível, pois o currículo não pode levar em consideração apenas a organização linear dos conteúdos. É preciso que o professor saiba com que profundidade que deve abordar os conteúdos que serão trabalhados com seus alunos. A segunda dimensão refere-se à influência da cultura nas relações que permeiam o ambiente escolar.

O critério "rigor" refere-se às características organizacionais e metodológicas envolvidas na prática docente. De acordo com Silva (2009), em um Currículo Pós-Moderno, o rigor caracteriza-se por mostrar diferentes formas de prova e conjecturas. Trata da organização dos conteúdos e do planejamento conjunto entre professores, alunos, coordenação pedagógica e direção na tomada de decisão referente às estratégias metodológicas que serão utilizadas. Assim, esse critério remete a um currículo que possibilite ao professor pensar e repensar, planejar e replanejar, elaborar e reelaborar.

O critério "ressignificação" refere-se à recontextualização de um conteúdo em outro tema, como, por exemplo, a construção de conceitos com base na História da Matemática. Segundo Silva (2009), quando se promovem diferentes contextos para compreensão dos conteúdos matemáticos, pode-se produzir novas interpretações que propiciam aos alunos o estabelecimento de relações significativas.

4.2.4 Reflexões sobre as contribuições de Skovsmose, Doll Jr. e Silva para a seleção de critérios para a escolha de temas do Ensino Médio

Para a construção de critérios para a seleção de temas de interesse, entende-se que é preciso refletir sobre as questões sugeridas por Skovsmose (2006), porque, ao trabalhar com temas, também é necessário verificar quais são as aplicabilidades dos mesmos, buscando responder às questões: A quem esse tema interessa, ao aluno, ao professor, à escola ou à comunidade? Onde vai ser utilizado? Como vai ser desenvolvido? Com quais objetivos se pretende desenvolver esse assunto? Essas indagações precisam ser respondidas quando se pretende trabalhar com temas ao longo do Currículo. Além disso, quando se pensa em buscar critérios, há necessidade de justificar os interesses por detrás do assunto, ou seja, quais são as expectativas/objetivos do professor e dos alunos ao desenvolver esse tema, que conhecimento pretende-se construir ao estudá-lo.

A respeito dos pressupostos por detrás do assunto, elencados por Skovsmose (2006), nesse trabalho, tem-se a necessidade de investigar quais são os encaminhamentos para que o assunto gere questões e problemas que possam ser representados e explicados em termos matemáticos. Quanto às funções do assunto, o professor e o aluno precisam ter clareza do porquê da pesquisa, para justificar as implicações que ela produz. Também é imprescindível verificar quais são as limitações do tema, ou seja, quando ele não tem importância para o que se pretende pesquisar.

Os quatro "Rs" investigados por Doll Jr. (1997), para avaliar um Currículo Pós-Moderno, podem contribuir para escolha de temas. Ao indicar os que podem ser desenvolvidos em sala de aula, pretende-se que o currículo seja construtivo, ou seja, que o professor e os alunos conversem sobre os encaminhamentos da pesquisa, haja a participação ativa do estudante nas atividades a serem propostas e que se construam conceitos matemáticos. O critério "riqueza" permitirá que professores e alunos transformem e sejam transformados, através de temas que possibilitem desenvolver diversas atividades, construir conceitos, revisar ou ampliar os conteúdos matemáticos. O critério "recursão" refere-se à possibilidade de escolha de temas que permitam ao aluno refletir sobre o fazer, buscando pensar e repensar sobre os caminhos adotados para a resolução das atividades. O critério "relações" é importante na escolha de temas, pois ele evidencia as possíveis conexões entre os temas e os conteúdos matemáticos num processo recursivo de fazer, refletindo sobre esse fazer. O critério "rigor" pode estar relacionado à escolha de temas que permitam desenvolver os conteúdos matemáticos, buscando, conforme as indicações de Silva (2009), verificar as possibilidades metodológicas e organizacionais de aplicação do tema.

Os critérios propostos por Silva (2009) para escolha e organização dos conteúdos também podem ser explorados na seleção de temas para o Currículo de Matemática, pois os que serão desenvolvidos precisam apresentar aspectos relacionados à "reflexão", em que os temas podem tratar os conteúdos matemáticos a partir de assuntos relacionados à economia familiar, saneamento básico, entre outros, que também permitem desenvolver problemas locais, o que leva aos critérios "realidade" e "responsabilidade", pois verificar possibilidades de solução ou formas de amenizar os impactos de problemas dessa natureza, pode proporcionar aos estudantes perceber a importância da disciplina de Matemática na construção da sociedade em que vivem. Além disso, o critério "ressignificação" está presente na escolha de temas que desenvolvem os conteúdos matemáticos em novos contextos.

Os autores Skovsmose (2006), Doll Jr. (1997) e Silva (2009) fazem com que se pense sobre a construção de atividades que permitam trabalhar os conteúdos matemáticos do Ensino Médio, buscando o conhecimento matemático e a compreensão de como a Matemática pode contribuir para formação do cidadão através do desenvolvimento de temáticas.

Portanto, é preciso que se reflita sobre o Currículo de Matemática da Educação Básica, pois são necessárias algumas mudanças, uma vez que pesquisas na área de ensino da Matemática avançam e o mesmo não parece ocorrer com o Currículo. Uma possibilidade seria desenvolver os conteúdos matemáticos aliados a temas, buscando relacionar o conhecimento matemático construído nas escolas a saberes relacionado à vida em sociedade, com a intenção de conscientizar os estudantes sobre a importância de serem cidadãos críticos e participativos.

No capítulo seguinte busca-se investigar os temas que vem sendo desenvolvidos nos livros didáticos dos PNLD (2012), nas questões do Exame Nacional do Ensino Médio e nas dissertações e teses presentes no banco da CAPES.

5 A BUSCA DE SUBSÍDIOS

Neste capítulo, apresenta-se a fundamentação realizada para a seleção e classificação de temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio. No primeiro momento, investigaram-se livros didáticos de Matemática do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do ano de 2012. Após, investigaram-se as provas de 1998 a 2013 do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), para analisar se apresentavam questões relacionadas a temas. Também buscou-se, no banco de teses da CAPES, que temas vêm sendo investigados em pesquisas de dissertações e teses para o Currículo de Matemática do Ensino Médio.

5.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Nesse capítulo, busca-se evidenciar se as coleções de livros didáticos aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2012 apresentam atividades envolvendo os conteúdos matemáticos a temáticas no Ensino Médio, buscando ver o que já existe de possibilidades no trabalho envolvendo temáticas.

Entende-se que é importante analisar os livros didáticos, visto que é um recurso importante no processo de ensino e aprendizagem, sendo distribuído gratuitamente para alunos e professores de escolas públicas do Ensino Fundamental e Médio, pelo Governo Federal do Brasil (Tabela 3).

Tabela 3 - Livros didáticos distribuídos ao Ensino Médio (Regular) em 2012.

Ano de aquisição	**Quantidade de Livros distribuídos no Brasil**	**Alunos Atendidos no Brasil**	**Quantidade de Livros distribuídos no RS**[8]	**Alunos atendidos no RS**
2012	79.565.006	7.981.590	3.759.920	365.309

Fonte: Ministério da Educação - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.

Os dados permitem observar que o Rio Grande Sul recebe 4,73% da quantidade de livros didáticos distribuídos e representa 4,58% da população de alunos atendidos nacionalmente pelas coleções indicadas pelo PNLD de 2012.

Nesse contexto, salienta-se a importância de se utilizar adequadamente esse recurso, pois ele também pode ser um material de pesquisa para o professor, conforme indicação dos PCN (1997, p. 67):

> [...] é um material de forte influência na prática de ensino brasileiro. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser

[8] A sigla refere-se ao Estado do Rio Grande do Sul (RS).

> utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento.

De acordo com Romanatto (1997), cabe ao professor a seleção e uso do livro didático, sendo necessário identificar alguns aspectos no mesmo, tais como: se serve como material de atualização; se atende às necessidades e interesses dos alunos; se ajuda o professor e/ou aluno a alcançarem os objetivos educacionais; se contribui para a formação de um sujeito crítico e reflexivo e se está em consonância com o projeto educativo da escola.

Para auxiliar o professor nessa tarefa, o guia de Livros Didáticos apresenta um resumo de cada coleção aprovada pelo PNLD, na qual evidencia a avaliação de aspectos referentes à abordagem e organização dos conteúdos, metodologia utilizada pelos autores, contextualização dos conteúdos, linguagem, características gráficas e o manual do professor.

De acordo com Brasil (2011), o Livro Didático tem a função de auxiliar o aluno: na construção de saberes fundamentais para vida em sociedade; na consolidação, ampliação, integração e aprofundamento de conhecimentos; no desenvolvimento de competências e habilidades, que oportunizem atitudes autônomas; na formação social e cultural do indivíduo e no desenvolvimento da capacidade de comunicação, buscando ser um cidadão participativo em sua comunidade.

No que se refere à função do Livro Didático, para o professor, o mesmo pode contribuir no planejamento das aulas e construção de saberes profissionais, além de colaborar na formação didático-pedagógica do professor e na avaliação da aprendizagem dos alunos.

Segundo Schubring (2003), existem duas formas de construir o saber matemático, a primeira é através da comunicação pessoal ou oral e a segunda é por meio de textos escritos, denominados livros impressos ou livros didáticos, que possibilitam difundir informações e desenvolver saberes, podendo ser utilizados pelo professor na preparação de suas aulas ou como complemento escolar, na realização de exercícios extras de revisão ou aprofundamento. Os alunos podem utilizá-lo como material de apoio nas atividades diárias de sala de aula ou de casa, desde que os mesmos apresentem os conceitos de forma clara e compreensível, proponham exercícios interessantes, problemas desafiadores e jogos didáticos que possibilitem o trabalho individual e em grupo, com foco na participação ativa do estudante.

Para a análise da abordagem de temáticas nas coleções aprovadas no PNLD 2012 foram construídas três categorias (Figura 19), a partir do objetivo da pesquisa, sendo elas: temas encontrados nos livros didáticos do PNLD (2012), conteúdos relacionados aos temas e momento em que são desenvolvidas as atividades com temáticas e sua classificação.

Figura 19 - Categorias de análise.

Temas nos livros didáticos	Conteúdos relacionados aos temas	Momento de desenvolvimento dos temas
Referem-se à verificação dos temas abordados nos livros didáticos do Ensino Médio.	Caracteriza-se pela identificação de que conteúdos são abordados nas temáticas.	Evidenciar se os temas são trabalhados como introdução aos conteúdos, exercícios, desafios ou outras situações didáticas.

Fonte: a pesquisa.

As coleções analisadas foram doadas pelas editoras, na versão do professor. Cabe ressaltar que nesse capítulo foi analisado o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, buscando verificar se os livros didáticos de Matemática apresentam os conteúdos relacionados com temáticas. Assim, não se analisaram as orientações para o professor.

Para facilitar a compreensão e análise das coleções dos livros didáticos aprovados pelo PNLD de 2012, serão utilizadas as seguintes siglas: C1 para nomear a coleção Conexões com a Matemática; C2 para Matemática: contexto e aplicações; C3 para Matemática Paiva; C4 para Matemática: ciência e aplicações; C5 para Matemática: ciência, linguagem e tecnologia; C6 para Matemática Ensino Médio e C7 para Novo Olhar: Matemática.

5.1.1 Temas presentes nos livros didáticos de Matemática

Na coleção Conexões com a Matemática, da autora Juliane Matsubara Barroso, da editora Moderna, editado no ano de 2010, a cada unidade didática, a autora apresenta uma situação contextualizada para tratar os conhecimentos prévios para o desenvolvimento do conteúdo a ser abordado. Apresentam-se, nessa coleção, exemplos e exercícios resolvidos para o professor explorar em sala de aula, ou podem ser utilizados pelos estudantes para estudo complementar em casa. Observa-se que, no decorrer de cada capítulo, há pequenas notas informativas ou questionadoras denominadas *Observação* e *Reflita*. Para exercitar e aprofundar os conteúdos, encontram-se na coleção os exercícios propostos e complementares. Nos exercícios complementares, há aplicações, desafios e o aprofundamento dos conteúdos. Ao final de cada capítulo, o autor proporciona um resumo dos conteúdos e o tópico Autoavaliação, que apresenta atividades para os alunos testarem os conhecimentos construídos.

Na Figura 20, destacam-se os temas desenvolvidos, na coleção C1, subdivididos nas três categorias de análise.

Figura 20 - Análise da coleção C1.

Temas nos livros didáticos	Conteúdos relacionados aos temas	Momento de desenvolvimento dos temas
Tributos, desmatamento, criptografia, aquecimento global e lixo.	Organização e apresentação de dados	•Introdução. •Exercícios: propostos, resolvidos e complementares. •Compreensão de texto.
Esporte, meio ambiente, saúde e intramatemática.	Conjuntos	•Introdução. •Exercício: resolvidos e complementares. •Resolução comentada.
Água, previdência, saúde e população idosa.	Funções	•Exercício resolvidos, propostos e complementares; •Autoavaliação; •compreensão de texto;
Tributos, construção civil, tecnologia e esporte.	Função afim	•Introdução. •Exercícios resolvidos, propostos e complementares. •Resolução comentada.
Esporte e lançamento de projétil.	Função quadrática	•Introdução. •Exercícios resolvidos e propostos.
Arqueologia	Função modular	•Compreensão de texto.
Crescimento populacional, finanças e música.	Função exponencial	•Introdução. •Exercícios propostos e complementares. •Autoavaliação.
Diversidade de espécies, finanças intensidade sonora e saúde.	Função logarítmica	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares. •Resolução comentada.
Números de Fibonacci e esporte.	Sequência	•Introdução. •Exercícios propostos e complementares.
Astronomia, números de ouro, dança, esporte, construção civil, saúde e alimentação.	Introdução à trigonometria: Semelhança e os triângulos, triângulo retângulo	•Introdução. •Exercícios propostos e resolvidos. •Resolução comentada. •Compreensão do texto.
Roda gigante, saúde, poluição, cidade litorânea (maré) e onda sonora.	Trigonometria	•Introdução. •Exercícios resolvidos, propostos e complementares. •compreensão do texto.
Arte e intramatemática.	Superfícies poligonais, círculo e áreas	•Introdução; •Exercícios resolvidos, propostos e complementares; •Resolução comentada.
Construção civil, rotação da Terra e reciclagem.	Geometria Espacial	•Reflita. •Exercícios resolvidos. •Compreensão de texto.
Música, meio ambiente e esporte.	Matrizes e determinantes	•Introdução. •Exercícios resolvidos e complementares.

Dieta alimentar, salário e intramatemática.	Sistemas lineares	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares. •Compreensão do texto.
Criptografia, loteria, esporte, saúde e imposto de renda.	Análise combinatória e probabilidade	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares.
Empréstimos, saúde, financiamento e uso de tecnologia.	Matemática Financeira	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares. •Resolução comentada.
Analfabetismo, doenças, energia elétrica e político-social.	Estatística	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares. •Exemplos. •Resolução comentada.
Sistema de posicionamento global (GPS), intramatemática e arte.	Geometria analítica	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares. •Reflita. •Autoavaliação.
Intramatemática.	Números completos	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares.
Economia e intramatemática.	Polinômios e equações polinomiais	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares.

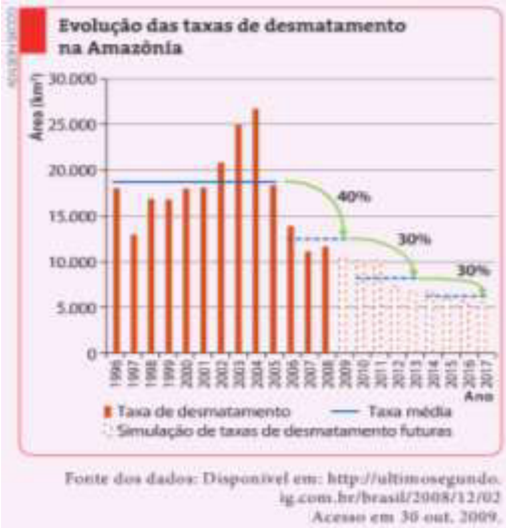
Fonte: a pesquisa.

Observa-se que, nessa coleção, a autora, em cada capítulo, faz uma introdução, mostrando a aplicação dos conteúdos e sua relação com outras Áreas do conhecimento e percebe-se que os temas são abordados nos exercícios propostos, resolvidos e complementares, na compreensão de texto, no item *reflita,* que se refere a questionamentos aos alunos e na *resolução comentada,* que têm problemas contextualizados de vestibulares.

Um exemplo de temática desenvolvida nessa coleção está presente nos exercícios complementares da página 31, no volume 1, envolvendo o conteúdo de organização e apresentação de dados e o tema desmatamento, conforme a Figura 21.

Figura 21 - Exemplo de atividade didática presente na coleção C1.

O desmatamento da Amazônia tem sido muito discutido por ambientalistas e outros cidadãos preocupados com o futuro do planeta. Em meados de 2009, o governo brasileiro apresentou uma proposta de redução da taxa de desmatamento, de acordo com o gráfico abaixo. Nele, as linhas horizontais azuis indicam a média do período que abrange.



a) Quais os valores aproximados das médias indicadas pelas linhas horizontais?
b) Considerando o valor médio do período 1996 a 2005, verifique, com uma calculadora, se as taxas de redução da proposta do governo levam de fato aos valores médios obtidos no item a.
c) Com uma régua, meça a parte das colunas de 2002, 2003 e 2004 que estão acima da linha média do período e atribua a essas medidas o sinal + (mais). Meça também as partes que faltam para as demais colunas do período chegarem na linha média e atribua-lhes o sinal - (menos). A seguir some todas essas medidas e verifique que, desconsiderando possíveis erros de precisão, a soma é zero. Discuta com um colega e redijam uma explicação para esse resultado.
d) Seguindo esse projeto, de 2009 até 2017, qual é a previsão (em km2) para a área a ser desmatada?
Compare esse valor com a soma das áreas desmatadas em 2002 a 2004.
e) No caderno, construa um gráfico de linha equivalente ao gráfico de colunas dado.

Fonte: retirado de Barroso (2010, p. 31).

Neste exemplo percebe-se que o tema desmatamento é utilizado para introduzir a atividade, mas as perguntas propostas aos alunos são de tratamento exclusivamente matemático, não levando a uma reflexão ou discussão do tema.

Na coleção Matemática: contexto e aplicações, do autor Luiz Roberto Dante, da editora Ática, editado no ano de 2011, cada capítulo é introduzido por um contexto no qual o autor explora os conteúdos matemáticos. Também utiliza notas explicativas para questionamentos e dúvidas sobre simbologia, linguagem e termos próprios da Matemática. Os exemplos propostos apresentam a resolução, bem como, na seção intitulada *tim-tim por tim-tim*, o autor traz uma situação-problema, na qual ele mostra os passos para se trabalhar com a metodologia de resolução de problemas. Ainda, ao longo das unidades didáticas, há situações-problema, a Matemática nas práticas sociais, atividades adicionais e leituras que oportunizam a contextualização de conteúdos.

Na Figura 22, destacam-se os temas desenvolvidos na coleção, C2, subdivididos nas três categorias de análise.

Figura 22 - Análise da coleção C2.

Temas nos livros didáticos	**Conteúdos relacionados aos temas**	**Momento de desenvolvimento dos temas**
Intramatemática.	Produtos notáveis e fatoração	•Atividades.
Números de Fibonacci, esporte, tecnologia, índice de massa corporal, intensidade sonora, fontes de energia elétrica e intramatemática.	Conjuntos e conjuntos numéricos	•Atividades e atividades adicionais. •Situação-problema. •Exercícios propostos. •A Matemática e as práticas sociais. •Leituras.
Desmatamento, finanças, agricultura, obesidade e desemprego.	Funções	•Atividades e atividades adicionais. •Exercícios propostos. •Tim-tim por tim-tim. •A Matemática e as práticas sociais.
Poluentes, meio ambiente, esporte, expectativa de vida e fontes de energia.	Função afim	•Exercícios propostos. •Tim-tim por tim-tim. •A Matemática e as práticas sociais. •Atividades adicionais.
Esporte, número de ouro e conflitos diplomáticos.	Função quadrática	•Exercícios propostos. •A Matemática e as práticas sociais.
Intramatemática e finanças.	Função modular	•Tim-tim por tim-tim. •Exercícios propostos. •Atividades adicionais.
Radioatividade, finanças e saúde.	Função exponencial	•Tim-tim por tim-tim. •Exercícios propostos. •A Matemática e as práticas sociais. •Desafio.
Fractal, crescimento demográfico, terremotos e intensidade sonora.	Logaritmo e função logarítmica	•Atividades. •A Matemática e as práticas sociais. •Atividades adicionais.
Comunicação e finanças.	Progressões	•Tim-tim por tim-tim. •Problemas.
Questões trabalhistas, finanças e Sistema Financeiro Nacional.	Matemática financeira	•Problemas. •Tim-tim por tim-tim. •A Matemática e as práticas sociais. •Atividades adicionais.
Esporte e intramatemática.	Trigonometria no triângulo retângulo	•Atividades. •Exercícios propostos.
Intramatemático e conflito pela terra.	Geometria plana	•Exercícios propostos. •A Matemática e as práticas sociais. •Atividades adicionais.
Cultura e intramatemática.	Trigonometria: resolução de triângulos quaisquer	•Tim-tim por tim-tim. •A Matemática e as práticas sociais. •Atividades adicionais.
Astronomia, esporte e intramatemática.	Arcos e ângulos	•Atividades e atividades adicionais. •Tim-tim por tim-tim. •A Matemática e as práticas sociais. •Exercícios propostos.
Intramatemática.	Seno, cosseno e tangente na circunferência trigonométrica	•Atividades e atividades adicionais.
Astronomia e	relações trigonométricas	•Tim-tim por tim-tim.

intramatemática.		•Exercícios adicionais.
Intramatemática e ergonomia.	Transformações trigonométricas	•Atividades; •Tim-tim por tim-tim.
Esporte, fluxo de pessoas e saúde.	Funções trigonométricas	•Atividades; •Tim-tim por tim-tim; •Exercícios propostos.
Tributos, alimentação, computação gráfica e cultura.	Matrizes	•Atividades •Tim-tim por tim-tim; •Aplicações; •Exercícios propostos; •A Matemática e as práticas sociais.
Saúde.	Determinantes	•Tim-tim por tim-tim
Programação linear, economia, saúde, grafo, biocombustíveis e esporte.	Sistemas lineares	•Exemplos; •Exercícios propostos; •A Matemática e as práticas sociais; •Atividades adicionais.
Intramatemática.	Geometria espacial	•Exercícios propostos; •Atividades adicionais.
Esporte e cultura.	Poliedros	•Exemplo; •Exercícios propostos; •Exercícios adicionais.
Cultura e água.	Corpos redondos	•Tim-tim por tim-tim; •A Matemática e as práticas sociais
Esporte e loteria.	Análise combinatória	•Exemplos; •Atividades adicionais.
Esporte, genética e saúde.	Probabilidade	•Tim-tim por tim-tim; •Aplicações; •A Matemática e as práticas sociais •Atividades adicionais.
Intramatemática.	O princípio de indução finita	•Tim-tim por tim-tim; •Exercícios propostos.
Esporte, questões trabalhistas, crescimento populacional, balança comercial, eleições e desemprego.	Estatística	•Exercícios propostos; •Exemplos; •A Matemática e as práticas sociais; •Atividades adicionais.
Reforma agrária, esporte, astronomia intramatemática e construção civil.	Geometria analítica	•Tim-tim por tim-tim; •Exercícios propostos; •Exemplos; •A Matemática e as práticas sociais; •Atividades adicionais; •Desafio.
Intramatemática e energia elétrica.	Números complexos	•Atividades e atividades adicionais; •Tim-tim por tim-tim; •Exercícios propostos; •Atividades adicionais.
Transgênicos.	Polinômios	•A Matemática e as práticas sociais
Velocidade, aceleração e intramatemática.	Noções intuitivas sobre derivada	•Exercícios propostos; •Exemplos; •Aplicações.

Fonte: a pesquisa.

A coleção C2 apresenta o trabalho com temáticas em atividades didáticas desenvolvidas em algumas seções de abertura dos capítulos que trazem atividades relacionadas à História da Matemática ou temas, nos exemplos que são exercícios ou problemas que apresentam a sua resolução, no tim-tim por tim-tim, que busca explicar detalhadamente as fases de resolução de um problema. Também nos exercícios propostos, que são atividades para aprofundar e fixar os conteúdos desenvolvidos e nos desafios.

Como exemplo de atividade proposta nessa coleção, apresenta-se o tema reforma agrária, que é desenvolvido na seção *A Matemática e as práticas sociais*, conforme se observa na Figura 23.

Figura 23 - Exemplo de atividade didática presente na coleção C2.

Reforma agrária

Reforma agrária é o conjunto de medidas para promover a melhor distribuição da terra, mediante modificações no regime de posse e uso, a fim de atender aos princípios de justiça social, desenvolvimento rural sustentável e aumento de produção. A concepção é estabelecida pelo Estatuto da Terra. Na prática, a reforma agrária proporciona:

- a desconcentração e democratização da estrutura fundiária;
- a produção de alimentos básicos;
- a geração de ocupação e renda;
- o combate à fome e à miséria;
- a diversificação do comércio e dos serviços no meio rural;
- a interiorização dos serviços públicos básicos;
- a redução da migração campo-cidade;
- a democratização das estruturas de poder;
- a promoção da Cidadania e da Justiça Social.

De acordo com as diretrizes estabelecidas no II Programa Nacional de Reforma Agrária, implantado em 2003. a reforma agrária executada pelo Incra (Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária) deve ser integrada a um projeto nacional de desenvolvimento, massiva, de qualidade, geradora de trabalho e produtora de alimentos. Deve, ainda, contribuir para dotar o Estado dos instrumentos para gerir o território nacional.

Segundo um balanço das políticas de Reforma Agrária divulgado em 2009, no período de 2003 a 2008 o Brasil contabilizou 43 milhões de hectares destinados à Reforma Agrária, sendo assentadas 519 111 famílias e implantados 3 089 assentamentos pelo governo federal.

Fontes: Incra (www.incra.gov.br) e Carta Maior (www.cartamaior.com.br).
Acesso em 8/12/2009.

CALCULANDO E COMPREENDENDO MELHOR O TEXTO

1. Uma família, por meio da reforma agrária, foi beneficiada com uma terra em forma de região triangular. Para confirmar se a área cedida estava correta, o Incra utilizou um GPS e, a partir de um sistema de coordenadas cartesianas, identificou que os vértices do triângulo eram os pontos A(1, 1), B(2,1) e C(2, 2). Sabendo que as unidades são dadas em km, qual é a área recebida pela família?

2. Uma fazenda improdutiva foi desapropriada para a reforma agrária. Em uma região da fazenda, foram assentadas duas famílias. Exatamente no ponto médio do segmento de reta que une as casas das duas famílias encontra-se um poço, onde diariamente as famílias vão retirar água. A partir de um mesmo sistema de coordenadas cartesianas, as casas das duas famílias podem ser representadas pelos pontos A(1,1) e B(4, 5). Qual é a distância que cada família percorre da sua casa até o poço?

3 José Carlos mora em um assentamento. Todo dia, para ir à escola, ele sai de sua casa, que se encontra no ponto A(2, 3) de um mapa, e caminha até uma estrada, dada pela equação $3x + 4y + 2 = O$ (com x e y em km), onde pega um ônibus. Calcule a menor distância que José Carlos percorre de sua casa até a estrada onde pega o ônibus.

PESQUISANDO E DISCUTINDO

4. Em equipe, pesquisem e produzam um texto sobre os temas abaixo, elaborem cartazes com fotos, ilustrações, gráficos, etc.

a) Má distribuição de terra no Brasil e importância da reforma agrária para o futuro do País.

b) Invasão de terras públicas, Movimento dos Trabalhadores Sem Terra e grilagem.

VEJA MAIS SOBRE O ASSUNTO

Procure mais informações em jornais, revistas e nos sites www.incra.gov.br, www.mst.org.br e www.ecodebate.com. br/tag/reforma-agraria.

Fonte: retirado de Dante (2011, p. 76).

O exemplo abordando o tema reforma agrária apresenta limitações, visto que traz aspectos referentes ao assunto, mas as questões propostas no *calculando e compreendendo melhor o texto* estão desvinculadas do tema, explorando somente os conteúdos matemáticos. No item *pesquisando e discutindo*, propõe-se desenvolver o assunto, porém sem a necessidade da utilização da Matemática.

Na coleção Matemática, do autor Manoel Paiva, da editora Moderna, editado no ano de 2009, os capítulos apresentam uma situação-problema relativa ao conteúdo abordado, a qual é denominada *Além da teoria*. Percebe-se, ao longo dos capítulos, o trabalho com a História da Matemática, aplicações, tanto no desenvolvimento dos conteúdos, quanto nos exercícios. Ao final de cada capítulo, apresenta-se a *Matemática sem fronteiras* que relaciona a teoria a aspectos práticos, buscando contextualizações para os conteúdos tratados.

Na Figura 24, destacam-se os temas desenvolvidos na coleção, C3, subdivididos nas três categorias de análise.

Figura 24 - Análise da coleção C3.

Temas nos livros didáticos	**Conteúdos relacionados aos temas**	**Momento de desenvolvimento dos temas**
Economia, tecnologia, alimentação, questões trabalhistas, esporte e intramatemático.	Conjuntos	•Exemplos. •Exercícios propostos e resolvidos. •Matemática sem fronteiras.
Impostos, inflação, questões trabalhistas, finança, balança comercial e tabagismo.	Temas básicos da álgebra e Matemática financeira	•Exercícios resolvidos, propostos e complementares. •Matemática sem fronteiras.
Intramatemática e arte.	Geometria Plana: triângulos e proporcionalidade	•Exercícios propostos. •Matemática sem fronteiras.
Questões trabalhistas, bolsa de valores, efeito estufa, esporte, enchente, inflação e desmatamento.	Funções	•Exercícios propostos, resolvidos e complementares. •Matemática sem fronteiras.
Crescimento populacional, taxa de lixo, inflação e astronomia.	Função polinomial do 1º grau	•Exercícios propostos e complementares. •Matemática sem fronteiras.
Energia, saúde e paraboloides.	Função polinomial do 2º grau	•Exercícios propostos. •Matemática sem fronteiras.
Esporte e eleições.	Função modular	•Exercícios resolvidos e propostos. •Matemática sem fronteiras.
Lixo atômico, alimentação, bactérias e idade dos fósseis.	Função exponencial	•Exercícios propostos e resolvidos. •Matemática sem fronteiras.
Taxas, meio ambiente, crescimento populacional, som e tecnologia.	Função logarítmica	•Exercícios propostos, resolvidos e complementares. •Matemática sem fronteiras.
Números de Fibonacci, desmatamento, eleições, padrões e fractal.	Sequências	•Exercícios propostos, resolvidos e complementares. •Matemática sem fronteiras.
Imagem digital, intramatemática, astronomia e cartografia.	Geometria Plana: circunferência, círculo e	•Além da teoria. •Exercícios propostos, resolvidos e

	cálculo de áreas	complementares. •Matemática sem fronteiras.
Astronomia e som.	Trigonometria	•Matemática sem fronteiras. •Exercícios complementares.
Alimentação e computação gráfica.	Matrizes	•Exercícios propostos e complementares. •Matemática sem fronteiras.
Esporte e economia.	Sistemas Lineares	•Além da teoria. •Matemática sem fronteiras.
Intramatemática.	Determinantes e aplicações	•Exercícios propostos.
Tecnologia e esporte.	Os princípios da análise combinatória	•Exercícios propostos e complementares.
Construção civil.	Geometria de posição e poliedros	•Exercícios propostos e complementares.
Volume de um *iceberg* e poliedros de Arquimedes.	Prismas e pirâmides	•Além da teoria.
Fuso horário.	Corpos redondos	•Matemática sem fronteiras.
Expectativa de vida.	Probabilidade	•Matemática sem fronteiras.
Esporte, balança comercial, hidroelétricas, queimadas, pesca predatória, mortalidade infantil e questões trabalhistas.	Noções de estatística	•Além da teoria. •Exercícios propostos e resolvidos. •Matemática sem fronteiras.
Meio Ambiente, dívida externa, efeito estufa, interpolação linear, análise de tendências (evolução dos índices de inflação), cultura, programação linear e custo de produção.	Geometria analítica	•Além da teoria. •Exercícios propostos, resolvidos e complementares. •Matemática sem fronteiras.
Astronomia, movimentos no plano e intramatemática.	Números complexos	•Além da teoria. •Exercícios propostos, resolvidos, e complementares. •Matemática sem fronteiras.
Economia, fluxo de veículos e intramatemático.	Polinômios	•Além da teoria. •Exercícios propostos, resolvidos e complementares. •Matemática sem fronteiras.

Fonte: a pesquisa.

Na coleção C3, observa-se que as atividades didáticas com temáticas são desenvolvidas nos exercícios propostos e complementares para os alunos exercitarem os conteúdos, nos exercícios resolvidos, na seção A*lém da teoria,* que se refere a uma situação-problema no início do capítulo e na *Matemática sem fronteiras,* que é uma seção que apresenta aplicações dos conteúdos desenvolvidos.

Um exemplo de atividade envolvendo a intramatemática (Figura 25) é apresentado no conteúdo matemático de conjuntos numéricos, na seção de exercícios resolvidos, na qual o autor explora as propriedades dos números inteiros tratados ao longo do capítulo, através de exercícios envolvendo demonstrações matemáticas, explicando o significado e a leitura de cada símbolo matemático em quadros com notas informativas.

Figura 25 - Exemplo de atividade didática presente na coleção C3.

Demonstrar que o quadrado de um número inteiro é par se, e somente se, esse número é par, isto é, x^2 é par $\Leftrightarrow$ x é par, com $x \in Z$.

Resolução

A proposição "x^2 é par $\Leftrightarrow$ x é par, com $x \in Z$ " pode ser decomposta nas duas proposições:

I) x é par $\Rightarrow$ x^2 é par, com $x \in Z$;

II) x^2 é par $\Rightarrow$ x é par, com $x \in Z$.

• Demonstração de (I) (ver observação)
Pela hipótese, x é par; logo, podemos representar x por 2n, com $n \in Z$. Então:

$x^2 = (2n)^2 = 4n^2 = 2.\ 2n^2$
Como, por P5, $2n^2$ é inteiro, concluímos que $2.2n^2$ é par.
Assim, demonstramos que x^2 é par.

Propriedade 5 (P5): O produto de dois números inteiros quaisquer é um número inteiro.

• Demonstração de (II) (ver observação)
Faremos essa demonstração por absurdo.
Consideremos que x não seja par, isto é, que x seja ímpar. Então, podemos representar x por 2n + l, com $n \in$ Z.
Assim:
$X^2 = (2n + l)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + l$
Como, por P3 e por P5, $(2n^2 + 2n)$ é inteiro, então $x^2 = 2(2n^2 + 2n) + l$ é ímpar. Mas isso é um absurdo, pois, por hipótese, x^2 é par. Como, admitindo x ímpar, chegamos a um absurdo, concluímos que x não pode ser ímpar, portanto x é par. Assim, está demonstrada a parte (II).
Pela demonstração de (I) e (II), provamos que: x^2 é par $\Leftrightarrow$ x é par, com $x \in Z$

Propriedade 3 (P3): A soma de dois números inteiros quaisquer é um número inteiro.

Observação: Em um teorema do tipo "p $\Rightarrow$ q", a proposição p é chamada de hipótese do teorema e q é chamada de tese. Uma técnica de demonstração desse tipo de teorema, chamada demonstração direta, consiste em deduzir a tese a partir da hipótese.
Outra técnica de demonstração desse tipo de teorema, chamada de demonstração por absurdo (ou demonstração indireta), consiste em anexar à hipótese p a negação da tese q (essa negação é indicada por ~q) e provar que, ao se admitir p e (~q), chega-se a um absurdo, com o que se conclui que p $\Rightarrow$ q.

Fonte: retirado de Paiva (2009, p. 25).

Na coleção Matemática: ciência e aplicações, dos autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida, da editora Atual, editado no ano de 2010, nos capítulos dessa coleção encontram-se exemplos para ajudar o aluno a compreender os conteúdos e fazer conexões da Matemática com outras áreas. Os exercícios, exercícios resolvidos, exercícios complementares, testes e desafios são atividades para praticar os conteúdos, além da seção *aplicações,* que oportuniza a contextualização dos conteúdos. Percebe-se, ao longo da coleção, que o item *observação* mostra aspectos da própria Matemática, bem como esclarecimentos referentes a essa Área do conhecimento.

Na Figura 26, destacam-se os temas desenvolvidos na coleção, C4, subdivididos nas três categorias de análise.

Figura 26 - Análise da coleção C4.

Temas nos livros didáticos	Conteúdos relacionados aos temas	Momento de desenvolvimento dos temas
Doenças e intramatemática.	Teoria dos conjuntos	•Exemplos. •Testes.
Astronomia, número de ouro e tabagismo.	Conjuntos numéricos	•Exercícios. •Um pouco de história. •Testes.
Esporte, saúde, escolaridade dos brasileiros, produção de veículos, fecundidade, cartão de crédito, finanças, saúde, som e desmatamento.	Funções	•Exemplos. •Exercícios e exercícios complementares. •Testes.
Esporte, questões trabalhistas, economia, finanças e doenças.	Função afim	•Exercícios. •Aplicações. •Testes.
Esporte, receita máxima e lançamento de projétil.	Função quadrática	•Exemplos. •Aplicações. •Testes.
Imposto de renda, taxas, energia elétrica e padrões.	Função modular	•Introdução. •Exemplos. •Exercícios complementares. •Desafio.
Radioatividade, meia-vida, contaminação da água, aquecimento global e padrões.	Função exponencial	•Aplicações. •Exercícios e exercícios complementares. •Desafio.
Escala de acidez, finanças, intramatemática, terremotos, fiscalização de trânsito, sons, meio ambiente e esporte.	Função logarítmica	•Aplicações. •Desenvolvimento dos conteúdos. •Exemplo. •Exercícios e exercícios complementares. •Desafio. •Testes.
Intramatemática.	Funções	•Exemplo. •Exercícios. •Testes.
Finanças, esportes, tecnologia, sequência de Fibonacci e fractal.	Progressões	•Exercícios e exercícios complementares. •Um pouco de história. •Testes.
Questões trabalhistas, finanças, doenças, esporte e alimentação.	Matemática comercial e financeira	•Desenvolvimento dos conteúdos. •Exercícios e exercícios complementares. •Exemplo. •Aplicações. •Testes.
Padrões e intramatemática.	Semelhança e triângulos retângulos	•Exercícios. •Exemplos. •Desafio.

Intramatemática.	Trigonometria no triângulo retângulo	•Exemplos. •Exercícios.
Astronomia, roda gigante (fenômenos periódicos) e intramatemática.	Trigonometria	•Aplicações. •Exercícios e exercícios complementares. •Exemplos. •Testes.
Questões trabalhistas, dengue, mortes no trânsito por causa do consumo abusivo de álcool, esporte, computação gráfica, alimentação, meio ambiente e economia.	Matrizes	•Desenvolvimento dos conteúdos. •Exercícios e exercícios complementares. •Aplicações. •Testes.
Intramatemática.	Sistemas lineares	•Exemplo. •Exercícios e exercícios complementares.
Intramatemático, fontes de energia e esporte.	Área de figuras planas	•Exemplos. •Exercícios e exercícios complementares. •Teste.
Cultura e esporte.	Geometria Espacial	•Exemplos. •Exercícios. •Testes. •Desafio.
Códigos, esporte e cultura.	Análise combinatória	•Exercícios. •Testes.
Loteria, doenças e esporte.	Probabilidade	•Aplicações. •Testes.
Programação linear, cidadania, esporte, arte e astronomia.	Geometria analítica	•Exercícios e exercícios complementares. •Exemplos. •Aplicação.
Intramatemática.	Números complexos	•Exercícios. •Exemplos. •Testes.
Arte.	Polinômios	•Testes.
Censos demográficos, eleições, desmatamento, público em eventos, saúde, salário, urbanismo e finanças.	Estatística	•Aplicações. •Exercícios e exercícios complementares. •Testes.

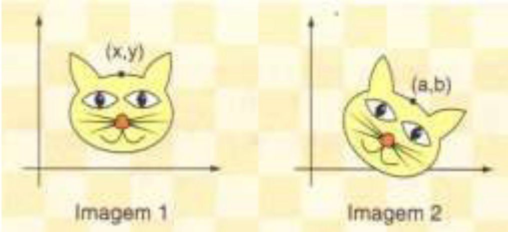
Fonte: a pesquisa.

A coleção C4 apresenta desafios, exemplos, exercícios resolvidos, atividades envolvendo temas, bem como, exercícios de fixação, denominados pelos autores de exercícios complementares. Encontra-se ainda, na seção de testes, na qual há questões de vestibular e ENEM, atividades com temas.

Nos exercícios complementares, encontra-se um exemplo de atividade envolvendo o tema computação gráfica (Figura 27), na qual se desenvolvem os conteúdos de operações com matrizes, matriz inversa e sistemas lineares para determinar a solução da questão proposta, permitindo aos alunos conectar esses conteúdos a situações contextualizadas, como as animações gráficas que utilizam o conteúdo de matrizes para realizar os movimentos dos objetos por meio de rotação e translação.

Figura 27 - Exemplo de atividade didática presente na coleção C4.

Em computação gráfica, quando um programa altera a forma de uma imagem, está transformando cada ponto de coordenadas (x, y), que forma a imagem, em um novo ponto de coordenadas (a, b). A figura a seguir ilustra a transformação da imagem 1 na imagem 2.



Um dos procedimentos que consiste em transformar o ponto (x, y) no ponto (a, b) é realizado, através de operações com matrizes, de acordo com as seguintes etapas:

Etapa 1: Fixe duas matrizes invertíveis M e E , de ordem 2, e considere $M-1$ a matriz inversa de M.

Etapa 2: Tome P e Q como as matrizes cujas entradas são as coordenadas dos pontos (x, y) e (a, b), respectivamente, isto é, $P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ e $Q = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Etapa 3: Obtenha Q a partir de P por meio da expressão $Q = E\,M^{-1}\,P$.

Considerando essas etapas e as matrizes $M = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ e $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, determine:

a) a inversa de M;

b) o ponto (a, b) que é obtido do ponto (2, 3) por meio da expressão $Q = EM^{-1}P$.

Fonte: retirado de Iezzi et al. (2010, p. 161-162).

Na coleção Matemática: ciência, linguagem e tecnologia, do autor Jacson Ribeiro, da editora Scipione, editada no ano de 2010, o autor oportuniza a contextualização dos conteúdos matemáticos nas seções: introdução, *conectando ideias*, *um pouco de história*, *saiba mais* e *leitura*. A obra também apresenta, em todos os volumes, notas explicativas e observações pertinentes ao desenvolvimento que está sendo tratado, além de apresentar exercícios resolvidos e exercícios propostos aos alunos para exercitar o estudo dos conteúdos. Na seção *prepare-se*, presente no final de cada unidade didática, há atividades e questões de vestibulares para os alunos exercitarem os conteúdos. No *finalizando a conversa*, busca-se, ainda, identificar quais foram os conceitos construídos pelos alunos, referentes aos conteúdos trabalhados em cada unidade didática. Essa coleção explora o uso da calculadora e o trabalho em grupo em várias atividades didáticas.

Na Figura 28, destacam-se os temas desenvolvidos na coleção C5, subdivididos nas três categorias de análise.

Figura 28 - Análise da coleção C5.

Temas nos livros didáticos	**Conteúdos relacionados aos temas**	**Momento de desenvolvimento dos temas**
Intramatemática, acidentes de carro, saúde, esporte, concentração de álcool no sangue e o trânsito, tecnologias e números de Fibonacci.	Conjuntos	•Exemplos. •Exercícios propostos. •Saiba mais. •Prepare-se.
Saúde, trabalho e consumo, desperdício de água, salário, esporte, imposto de renda, índice de massa corporal e consumo de energia.	Noções de função	•Exemplos. •Exercícios propostos. •Saiba mais. •Prepare-se.
Saúde, água, biocombustível esporte, trabalho, consumo e Índice de Desenvolvimento Humano.	Função afim	•Exercícios propostos. •Saiba mais. •Conectando ideias. •Prepare-se.
Meio Ambiente, intramatemática, esporte, cultura e tecnologia.	Função quadrática	•Introdução. •Em grupo. •Exercícios propostos. •Conectando ideias. •Prepare-se.
Pré-sal, balança comercial e trânsito.	Função modular	•Exercícios propostos. •Exercícios resolvidos. •Conectando ideias.
Finanças, Meio Ambiente, tecnologia, saúde, astronomia e radioatividade.	Função exponencial	•Introdução. •Exercícios propostos. •Desafio. •Saiba mais. •Conectando ideias. •Prepare-se.
Saúde, música, astronomia, som, saúde e finanças.	Função logarítmica	•Exercícios resolvidos. •Desafio. •Exercícios propostos. •Saiba mais. •Conectando ideias.

		•Prepare-se.
Esporte, saúde, fractal, números de Fibonacci, Meio Ambiente, astronomia e comunicação.	Progressões aritmética e geométrica	•Introdução. •Em grupo. •Exercícios propostos e resolvidos. •Conectando ideias. •Prepare-se. •Leitura.
Meio Ambiente, construção civil e cultura.	Relações métricas no triângulo retângulo	•Exercícios propostos.
Esporte, cultura, político social (adaptações em locais públicos para pessoas portadoras de necessidades especiais), astronomia e construção civil.	Relações trigonométricas	•Exercícios propostos. •Saiba mais. •Conectando ideias.
Político-social, eleições, salário, tabagismo, energia elétrica, questões trabalhistas, finanças, saúde, trabalho e consumo.	Matemática Financeira	•Em grupo. •Exercícios resolvidos e propostos. •Exemplos. •Saiba mais. •Conectando ideias. •Prepare-se. •Leitura.
Astronomia, esporte, finanças e propagação ultrassônica.	Funções trigonométricas	•Exercícios propostos. •Desafio. •Saiba mais. •Conectando ideias. •Prepare-se.
Cultura, saúde, esporte, lançamento de projétil e astronomia.	Relações, equações e transformações trigonométricas	•Introdução. •Exercícios resolvidos e propostos. •Em grupo. •Saiba mais. •Conectando ideias. •Prepare-se. •Leitura.
Saúde, esporte, questões trabalhistas e criptografia.	Matrizes e determinantes	•Exercícios propostos e resolvidos. •Introdução. •Em grupo. •Saiba mais. •Conectando ideias. •Prepare-se.

Biocombustível, cultura, eleições, imposto e tecnologia.	Sistemas lineares	•Introdução. •Em grupo. •Exercícios propostos. •Conectando ideias •Prepare-se.
Tecnologia, cultura, esporte e padrões.	Análise combinatória e binômio de Newton	•Introdução. •Em grupo. •Exercícios resolvidos e propostos. •Saiba mais. •Prepare-se.
Loteria, esporte, eleições e saúde.	Probabilidade	•Introdução. •Exercícios propostos e resolvidos. •Em grupo. •Desafio. •Conectando ideias. •Prepare-se.
Meio Ambiente, cultura, Índice de Desenvolvimento Infantil, produção de energia, consumo de água, renda familiar, desperdício de alimentos, eleições e saúde.	Introdução à Estatística	•Exercícios resolvidos e propostos. •Em grupo. •Saiba mais. •Prepare-se
Investimentos, questões trabalhistas, energia elétrica, consumo de água, salário, esporte e político-social.	Estatística	•Em grupo. •Exemplo. •Exercícios propostos. •Saiba mais. •Prepare-se. •Leitura.
Astronomia, arte, intramatemática, cultura, volume de um *iceberg*, político-social, esporte e otimização de produtos.	Geometria	•Em grupo. •Saiba mais. •Exercícios propostos. •Saiba mais. •Prepare-se.
Sistema de posicionamento global, terremotos, som e astronomia.	Geometria analítica	•Conectando ideias. •Saiba mais.
Energia elétrica.	Números complexos	•Conectando ideias.
Saúde, fractais e intramatemático.	Polinômios	•Em grupo. •Conectando ideias. •Leitura.

Fonte: a pesquisa.

Nessa coleção, percebe-se que os temas são desenvolvidos nos exercícios propostos, desafios e nos exercícios em grupo, nos quais se procura exercitar, praticar e aprofundar os conteúdos. Na seção *conectando ideias*, *saiba mais* e *leitura,* buscam explorar temáticas no desenvolvimento dos conteúdos como um complemento para o estudo dos conteúdos matemáticos.

Nos exercícios propostos para serem realizados *em grupo* apresenta-se uma atividade que envolve o conteúdo matemático de corpos redondos (Figura 29), que traz a questão do bloqueio de celulares em presídios. Neste exercício percebe-se que o tema foi utilizado para introduzir uma questão Matemática, envolvendo o cálculo de áreas de círculos. Salienta-se que o professor pode questionar os alunos sobre os benefícios que poderia gerar para a sociedade se tal fato ocorresse e os problemas para as comunidades próximas aos presídios que teriam dificuldades na comunicação com telefone móvel, buscando aliar essas discussões aos conteúdos matemáticos.

Figura 29 - Exemplo de atividade didática presente na coleção C5.

Com a crise nas penitenciárias brasileiras, decorrente de rebeliões simultâneas em várias instituições, houve discussões sobre o uso de bloqueadores de celulares.

> "O princípio do bloqueio é gerar, por meio de uma antena instalada internamente no presídio, uma interferência na frequência da rede celular e que seja mais forte do que o sinal da operadora".
> Fonte: Eduardo Neger, em entrevista publicada por IDG NOW! www.idgnow.com.br em 16/05/2006. Acesso em 20/07/2006.

A dificuldade, porém, está em evitar que o bloqueio extrapole a área do presídio. Supondo um determinado presídio inteiramente contido em um círculo com raio de 500m no qual a antena para o bloqueio esteja instalada no centro desse círculo e o bloqueio de celulares extrapole esse círculo em 10% do raio, assinale a alternativa que corresponde à área indevidamente bloqueada fora desse círculo:

A) $52.000\pi m^2$ B) $52.500\pi m^2$ C) $53.000\pi m^2$ D) $53.500\pi m^2$ E) $54.000\pi m^2$

Fonte: retirado de Ribeiro (2010, p. 135).

Na coleção Matemática: Ensino Médio, das autoras Kátia Cristina Stocco Smole e Maria Ignez de Souza Diniz, editada no ano de 2010, há ao longo das unidades didáticas de cada coleção, as seções: *ler para resolver*, que tem por objetivo auxiliar os alunos na leitura e interpretações de textos da área de Matemática; exercícios e problemas resolvidos; *invente você*, que oportuniza aos estudantes a elaboração ou construção de exercícios; *saia dessa,* que são problemas e desafios; atividades didáticas envolvendo jogos matemáticos; *no computador* e *calculadora,* que busca utilizar recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática; *para saber mais,* que apresenta aplicações e contextualizações da Matemática; *para recordar,* que busca tirar dúvidas ou aprofundar conteúdos; cálculo rápido, o qual refere-se a exercícios para revisar e exercitar os conteúdos das unidades didáticas;

sugestão de *projetos* que podem ser desenvolvidos; *conexões* que relacionam a Matemática a outras áreas.

Na Figura 30, destacam-se os temas desenvolvidos na coleção C6, subdivididos nas três categorias de análise.

Figura 30 - Análise da coleção C6.

Temas nos livros didáticos	**Conteúdos relacionados aos temas**	**Momento de desenvolvimento dos temas**
Intramatemática, número áureo e astronomia.	Conjuntos numéricos e intervalos na reta real	•Para saber mais. •Conexões.
Meio Ambiente, saúde, crescimento populacional, dengue, tecnologia, contagem e projeção populacional.	Estatística	•Exercícios e problemas. •No computador.
Arte, fractais, água, imposto de renda, salário mínimo, desmatamento, sistema de posicionamento global e tecnologia.	Funções	•Para saber mais. •Exemplos. •Problemas e exercícios. •Invente você. •No computador. •Conexões.
Tecnologia e questões trabalhistas.	Função afim	•No computador. •Problemas e exercícios.
Tecnologia e esporte.	Função quadrática	•No computador. •Problemas e exercícios. •Conexões.
Fractal, sequência de Fibonacci e bolsa de valores.	Sequências e progressões	•Introdução. •Para saber mais. •Problemas e exercícios. •Conexões.
Meio ambiente, tecnologia e radioatividade.	Função exponencial	•Pra saber mais. •No computador. •Conexão.
Astronomia, tecnologia, álcool no sangue, saúde e ondas sísmicas.	Logaritmo e função logarítmica	•Problemas e exercícios. •No computador. •Saia dessa. •Conexões.
Tecnologia, intramatemática e esporte.	Operações entre funções	•No computador. •Para saber mais. •Ler para resolver. •Saia dessa.
Tecnologia, triangulação a laser, cristalografia, ondas sonoras, esporte e arte.	Trigonometria	•Conexão. •Para saber mais. •No computador.
Crescimento populacional, trânsito, eletricidade, distribuição de renda, energia elétrica, tecnologia, questões trabalhistas e esporte.	Estatística, contagem e probabilidade	•Problemas e exercícios. •No computador. •Ler para resolver. •Cálculo rápido.
Fractal, arte, intramatemática, população mundial, urbanismo, cultura, projeções ortogonais e astronomia.	Geometria Espacial	•Para saber mais. •No computador. •Conexões.

		•Saia dessa. •Problemas e exercícios.
Tecnologia, biocombustível e programação linear.	Sistemas lineares	•No computador. •Para recordar. •Conexões.
Computação gráfica e controle de tráfego.	Matrizes	•Para saber mais. •No computador. •Conexões.
Tecnologia e nanotecnologia.	Determinantes	•No computador. •Conexões.
Finanças, trabalho e consumo.	Matemática financeira	•Problemas e exercícios. •Conexões.
Tecnologia, Meio ambiente, Extinção de espécies, programação linear, arte e cosmologia.	Geometria analítica	•Problemas e exercícios. •Ler para resolver. •Conexão. •Para saber mais. •Saia dessa. •No computador.
Urbanização, transporte, tecnologia, questões trabalhistas, água, meteorologia e climatologia, tecnologia e ciência forense.	Estatística	•Introdução. •Problemas e exercícios. •Invente você. •Conexões. •No computador.
Cidadania.	Trigonometria	•Conexões.
Cultura, político social, criptografia e engenharia de trânsito.	Polinômios	•Saia dessa. •Conexões.
Arte e aerodinâmica.	Números complexos	•Para saber mais. •Conexões.
Tecnologia e alimentação.	Taxa de variação de funções	•No computador. •Conexões.

Fonte: a pesquisa.

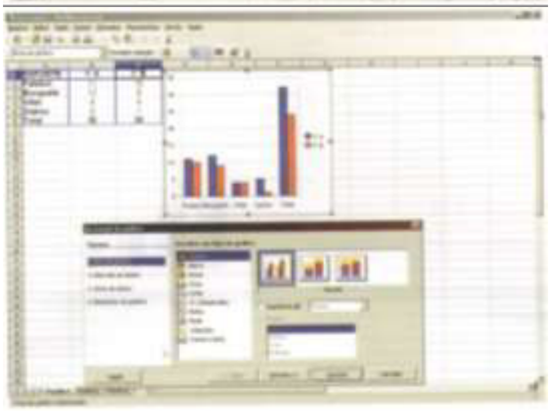
Os temas na coleção C6 estão presentes nas atividades didáticas dos problemas e exercícios que, de acordo com as autoras, proporcionam a reflexão e exercitação dos conteúdos, nas seções *invente você*, *saia dessa*, *para recordar*, *para saber mais*, *ler para resolver*, *conexões* e *no computador*. Essas seções apresentam temáticas relacionadas aos conteúdos matemáticos, bem como buscam incentivar o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação com a finalidade de favorecer o processo de ensino e aprendizagem.

Percebe-se a preocupação de apresentar aos alunos atividades didáticas para serem desenvolvidas com o uso de tecnologias. Na seção *no computador*, as autoras mostram recursos computacionais para construir gráficos, elaborar planilhas e fazer simulações *on-line*. Um exemplo envolvendo planilhas eletrônicas (Figura 31) é desenvolvido ao longo do capítulo de análise de dados, no qual é apresentado o *software BrOffice.org,* que pode ser baixado gratuitamente. Nesse capítulo, é explorada a construção de tabela e gráfico a partir de exemplos desenvolvidos na explicação dos conteúdos. Entende-se que o exemplo proposto pode ser ampliado, utilizando-se esse recurso para realizar o controle de despesas (luz, água, telefone, alimentação), fazer compras no supermercado, gerenciar atividades, entre outras situações, nas quais ter um conhecimento tecnológico pode contribuir para o trabalho que se deseja realizar.

Figura 31 - Exemplo de atividade didática presente na coleção C6.

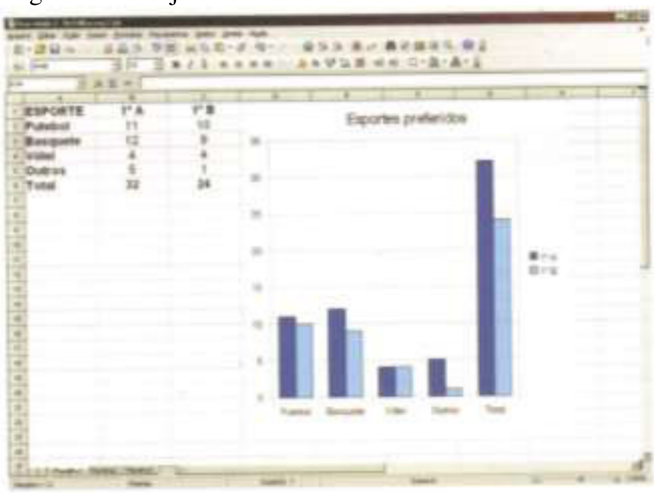
Da tabela ao gráfico: assim como fazer tabelas, é possível construir gráficos por meio da planilha eletrônica do BrOffice.org. O programa utiliza os dados da tabela e você escolhe o tipo de gráfico que deseja. Veja como isso é feito.

1ª etapa: selecione os dados da tabela que devem constar no gráfico e clique no ícone "gráfico", na barra de ferramentas.



Observe que o programa já sugere um tipo de gráfico, mas é possível escolher outro.

2ª etapa: seguindo a sugestão de tipo de gráfico do BrOffice.org, clique no item 4, à esquerda, em Elementos do gráfico, para dar um título ao trabalho e escolher a posição da legenda. Clique em "Concluir". Agora é possível formatar o gráfico. Por exemplo, selecione o título do gráfico e altere sua fonte, troque a cor das colunas, altere as linhas de grade etc. Veja:



3ª etapa: salve o gráfico em um novo documento, selecione-o e descubra o que mais pode ser feito.

Fonte: retirado de Smole e Diniz (2010, p. 58-60).

Na coleção, Novo Olhar Matemática, do autor Joamir Souza, editado no ano de 2010, as unidades iniciam-se com um texto que visa estimular os alunos para os conteúdos a serem desenvolvidos. O autor utiliza notas explicativas para ampliar assuntos tratados ou como dicas para o desenvolvimento de parte do mesmo. A obra apresenta desafios, atividades resolvidas e exercícios e atividades complementares para revisão, fixação e aprofundamento de conteúdos. As seções *contexto* e *explorando o tema* apresentam o conteúdo matemático aplicado a diferentes áreas ou assuntos. Também tem-se um momento de pensar sobre os conhecimentos construídos na seção *refletindo sobre o capítulo*.

Na Figura 32, destacam-se os temas desenvolvidos na coleção, C7, subdivididos nas três categorias de análise.

Figura 32 - Análise da coleção C7.

Temas nos livros didáticos	**Conteúdos relacionados aos temas**	**Momento de desenvolvimento dos temas**
Meio ambiente, saúde, tecnologia, sequência de Fibonacci, fractal e esporte.	Conjuntos	•Introdução. •Contexto. •Atividades. •Explorando o tema. •Atividades complementares. •Desafio.
Tecnologias, biodiesel, lixo, água, criptografia, impostos, economia, esporte, vítimas de acidente de trânsito (lei seca) e estimativa populacional.	Funções	•Introdução. •Exemplo. •Contexto. •Atividades e atividades complementares.
Água, biodiesel, impostos, cultura e saúde.	Função afim	•Introdução. •Exemplo. •Contexto. •Atividades e atividades resolvidas e complementares. •Explorando o tema.
Esporte, arte, padrões, regularidades e meio ambiente.	Função quadrática	•Contexto. •Desafio. •Atividades e atividades complementares. •Explorando o tema.
Tabagismo, esporte, radioatividade, fractal, idade de um fóssil e música.	Função exponencial	•Atividades e atividades complementares. •Contexto. •Explorando o tema.

Fractal, música, terremoto, Índice de Desenvolvimento Humano, intensidade sonora, saúde e alimentação.	Função logarítmica	•Atividades e atividades complementares. •Contexto. •Explorando o tema.
Esporte e fuso horário.	Função modular	•Atividades. •Contexto.
Poluição e saúde.	Progressões	•Atividades. •Contexto.
Cultura, esporte, astronomia, ondas sonoras e saúde.	Trigonometria	•Atividades e atividades complementares. •Desafio. •Contexto. •Explorando o tema.
Economia, Seguro Social, água, lixo, questões trabalhistas, desmatamento e qualidade de vida.	Matemática financeira e estatística	•Atividades e atividades complementares. •Desafio. •Contexto. •Explorando o tema.
Criptografia e saúde.	Matrizes	•Contexto.
Tecnologia e desmatamento.	Determinantes	•Contexto. •Atividades complementares.
Otimização de custos, mosaicos e Pré-sal.	Sistemas lineares	•Contexto. •Atividades complementares.
Desmatamento, números de Fibonacci, saúde e arte.	Geometria: área de figuras planas	•Atividades e atividades complementares. •Contexto.
Esporte, criptografia, loteria e arte forense.	Análise combinatória	•Atividades. •Contexto. •Explorando o tema.
Meio ambiente, esporte, saúde e rede de esgoto.	Probabilidade	•Atividades e atividades complementares. •Contexto.
Comunicação, alimentação, água, impostos, esporte, petróleo, Índice de Desenvolvimento Humano, Acidente de trânsito, meio ambiente e biodiesel.	Estatística	•Introdução. •Atividades e atividades complementares. •Contexto. •Explorando o tema.
Cultura, esporte, meio ambiente, arte e fontes de energia limpa (gás natural veicular).	Geometria espacial	•Atividades e atividades complementares. •Contexto. •Explorando o tema.
Astronomia, esporte e navegação de longa distância.	Geometria analítica	•Contexto. •Atividades resolvidas e

		complementares.
Esporte, energia elétrica e intramatemática.	Números complexos	•Atividades resolvidas. •Contexto. •Explorando o tema.
Fractal e economia.	Polinômios	•Introdução. •Contexto. •Atividades complementares.

Fonte: a pesquisa.

Observa-se, na coleção C7, que os temas são tratados, na introdução de conteúdos, nas atividades resolvidas que apresentam situações-problema que envolvem temáticas, nas atividades e atividades complementares para exercitar os conteúdos, na seção *explorando o tema* e *contexto,* que apresenta assuntos relacionados à História da Matemática, aplicações e curiosidades. Nos *desafios,* o autor propõe atividades que implicam o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas.

Na seção contexto, o autor busca apresentar os conteúdos desenvolvidos relacionados a conhecimentos gerais, como, por exemplo, o desenvolvimento do assunto Índice Nacional de Preços ao Consumidor (Figura 33), trabalhando o conteúdo de Matemática Financeira, na qual o estudante vai compreender o que é esse índice e o seu impacto na economia doméstica.

Figura 33 - Exemplo de atividade didática presente na coleção C7.

O Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) é estimado e divulgado mensalmente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) desde setembro de 1979. Ele tem como objetivo oferecer a variação dos preços no mercado varejista, mostrando o aumento do custo de vida da população. Esse índice é calculado a partir dos índices de Preços ao Consumidor Regionais e abrange famílias com rendimentos mensais entre 1 e 6 salários mínimos, residentes nas regiões metropolitanas de São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte, Porto Alegre, Curitiba, Salvador, Recife, Fortaleza e Belém, além do Distrito Federal e do município de Goiânia. A pesquisa é realizada em domicílios (para verificar valores de aluguel), estabelecimentos comerciais, concessionárias de serviços públicos e prestadores de serviços. Os preços obtidos são os efetivamente cobrados para pagamento à vista ao consumidor.

Nove grupos de produtos e serviços são considerados para o cálculo do índice: artigos de residência, despesas pessoais, alimentação e bebidas, habitação, comunicação, educação, transportes, saúde e cuidados pessoais, vestuário. Tais grupos são subdivididos em itens e, ao todo, são consideradas as variações de preços de 465 deles.

Na tabela, estão dispostas as variações do INPC divulgadas pelo IBGE de janeiro a junho de 2009 que, no acumulado desse período ficaram em 2,75%, abaixo do INPC de igual período do ano anterior, que foi 1 4,26%.

Região	**Peso regional (%)**	**Variação do INPC (%)**					
		*Jan.	*Fev.	**Marc.	**Abr.	***Maio	***Jun.
Porto Alegre	7,54	0,21	0,48	-0,01	1,05	0,84	0,21
Belém	6,94	1,14	0,49	0,38	1,00	0,00	0,12
Curitiba	7,16	0,69	0,52	0,44	0,90	0,37	0,84
São Paulo	25,64	0,28	0,38	0,42	0,63	0,35	0,47
Goiânia	5,11	0,22	-0,10	0,14	0,56	1,50	0,42
Fortaleza	6,39	0,16	-0,13	0,04	0,55	0,75	0,99
Brasília	2,26	0,37	0,00	0,23	0,49	0,49	0,12
Belo Horizonte	11,08	1,50	0,18	-0,07	0,47	0,51	0,19
Rio de Janeiro	10,16	0,99	0,18	0,03	0,40	0,69	0,40
Recife	7,13	-0,09	0,85	0,25	0,22	0,77	0,33
Salvador	10,59	1,28	0,19	0,06	-0,08	1,00	0,38
Brasil	100,00	0,64	0,31	0,20	0,55	0,60	0,42

*Fonte: <www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/ipca-inpc_200902comentarios.pdf>. Acesso em: 29jul. 2009.

**Fonte: <www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/ipca-inpc_200904comentarios.pdf>. Acesso em: 29 jul. 2009.

***Fonte: <www.ibge.gov.br/home/estatística/indicadores/precos/inpc_ipca/ipca-inpc_200906comentaríos.pdf>. Acesso em: 29 jul. 2009.

Dentre os índices regionais apresentados, no mês de maio, por exemplo, Goiânia obteve a maior variação, devido ao aumento dos preços de passagens dos ônibus urbanos.

a) Em março, qual região apresentou a menor variação do INPC? E a maior?

b) De acordo com as informações apresentadas, qual é a variação do INPC acumulada no Brasil de janeiro a maio?

c) Calcule a variação do INPC acumulada de janeiro a junho em Fortaleza.

d) Esboce um gráfico de barras que represente a variação do INPC de janeiro a junho no Brasil.

e) Os hábitos de consumo de duas famílias não são os mesmos, pois as quantidades de bens e serviços consumidos são diferentes. Por que uma família não é afetada pela inflação do mesmo modo que outra?

Inflação ⇨ é o aumento médio nos preços, de mercadorias e serviços, que tende a ocorrer naturalmente no decorrer do tempo. Uma das causas da inflação é a lei da oferta e da procura, ou seja, quando a procura é maior do que a oferta, os vendedores tendem a aumentar os preços de mercadorias e serviços para obter mais lucro.

Fonte: retirado de Souza (2010, p. 70).

As coleções indicadas pelo PNLD de 2012 permitem que o professor trabalhe com temáticas, por meio de exercícios ou explorando o tema, para desenvolver conteúdos matemáticos, pois apresenta atividades didáticas variadas para o trabalho em sala de aula, nas quais se pode desenvolver a temática ou trabalhar tópicos durante o desenvolvimento dos conteúdos. Percebe-se, ainda, que alguns livros didáticos exploram os temas de forma superficial, sem relacioná-los aos conteúdos matemáticos, conforme alguns exemplos mencionados nesta seção.

5.2 AS TEMÁTICAS ENVOLVIDAS NAS QUESTÕES DO ENEM

Em 1998, foi criado o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), do Ministério da Educação. Consiste em uma prova que visa avaliar o desempenho dos estudantes ao final da Educação Básica (EB), com a intenção de contribuir para melhoria da qualidade de ensino nessa etapa da Educação.

O exame do ENEM enfatiza a importância da interdisciplinaridade e contextualização dos conteúdos no ensino, conforme se pode observar, ao longo do capítulo da História do Ensino Médio, no qual os PCN, PNE (2011-2020) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) indicam a necessidade de relacionar a teoria com aspectos da prática.

Os eixos teóricos que estruturam o ENEM são: competências e habilidades; situação-problema; interdisciplinaridade[9] e contextualização (BRASIL, 2005). A interdisciplinaridade e a contextualização serão tratadas neste capítulo, visto que é relevante para este trabalho conhecer como o exame aborda a questão da contextualização nessa avaliação da área de conhecimento Matemática e suas Tecnologias.

Segundo o Exame Nacional do Ensino Médio: Fundamentação Teórico-Metodológica, proposto por Brasil (2005), existe uma preocupação com a estruturação do trabalho escolar envolvendo os seus objetivos, pois os mesmos vão além dos objetivos específicos de cada disciplina ou área, já que o conhecimento precisa estar a serviço dos estudantes, ou seja, o foco deve estar em seus projetos e não nos conteúdos. Nesse sentido, percebe-se que, se os conteúdos forem contextualizados, é possível um ensino voltado para as aspirações futuras os alunos. E um trabalho transdisciplinar[10] pode contribuir para isso. Ainda, de acordo com Brasil (2005):

> [...] é necessário repensar-se a própria concepção de conhecimento, incrementando-se a importância da imagem do mesmo como uma rede de significações, em contraposição e complementação à imagem cartesiana do encadeamento,

---

9 Segundo Brasil (2005, p.49), a interdisciplinaridade tem por objetivo "[...] o estabelecimento de uma intercomunicação efetiva entre as disciplinas, por meio do enriquecimento das relações entre elas".

10 De acordo com Brasil (2005, p. 49), a "[...] ideia de transdisciplinaridade está o fato de que, na organização do trabalho escolar, as pessoas, e não os objetos ou os objetivos disciplinares, deveriam estar no centro das atenções".

> predominante no pensamento ocidental. Ao lado do acentrismo e da metamorfose, a heterogeneidade é uma característica das redes de significações que constitui um natural convite ao trabalho transdisciplinar.

Dessa forma, entende-se que nesse exame busca-se contextualizar os conteúdos, indo além da associação entre as disciplinas. Conforme Brasil (2005, p. 53), contextualizar é um recurso essencial na construção de significados, consequentemente "[...] muito do que se busca por meio de rótulos como interdisciplinaridade, transdisciplinaridade, ou mesmo transversalidade atende pelo nome de contextuação".

Com relação às provas do ENEM, de 1998 a 2008, elas apresentavam 63 questões objetivas interdisciplinares e contextualizadas, que tinham por base uma matriz com 21 habilidades, das quais cada uma era avaliada por meio de três questões. Nas provas desse período, percebeu-se que algumas questões que envolviam os conteúdos matemáticos apresentavam as temáticas, conforme Figura 34.

Figura 34 - Temáticas abordadas nas questões do ENEM (1998 – 2008).

TEMAS	**ANOS**										
	1998	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**
Meio Ambiente	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Cultura	X			X	X		X		X		X
Tecnologia					X						
Intramatemática	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Político-Social	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Fonte: a pesquisa

Em 2009, esse exame foi modificado e o resultado obtido pôde ser utilizado para certificação de conclusão do Ensino Médio, passando, também, a ser utilizado como forma de seleção para ingresso no Ensino Superior. No mesmo ano, as provas passaram a conter 180 questões, divididas em quatro matrizes por área de conhecimento (Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias; Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias). Nas provas dos anos de 2009 a 2013, verificou-se que apresentavam as temáticas apresentadas na Figura 35.

Figura 35 - Temáticas abordadas nas questões do ENEM (2009 – 2013).

TEMAS	ANOS				
	2009	2010	2011	2012	2013
Temas Atuais		X			
Meio Ambiente		X		X	X
Cultura	X	X		X	X
Tecnologia	X		X		
Intramatemática	X	X	X	X	X
Político-Social	X	X	X	X	

Fonte: a pesquisa.

Para apresentar exemplos de questão do ENEM envolvendo temáticas, optou-se pelas provas aplicadas nos anos de 2009 a 2012, pois, a partir de 2009, houve a reestruturação desse exame por áreas de conhecimento. Assim, buscou-se verificar, nessas provas, se as questões apresentavam temáticas.

Um exemplo do tema Arte, na prova do ENEM de 2009, é explorada na questão envolvendo a escultura do artista Emanuel Araújo, que desenvolve o conteúdo matemático de Geometria Espacial (Figura 36). Nessa questão, o estudante precisa retirar as informações da questão, ou seja, que os prismas I e III são perpendiculares ao prisma IV e ao poliedro II, que todos os prismas e poliedros são retos com base triangular e que as faces laterais do poliedro II são perpendiculares à face superior, que é um triângulo congruente ao triângulo base dos prismas. Assim, pode-se concluir que o prisma IV tem faces laterais paralelas ao poliedro II, pois suas faces triangulares são congruentes. Ocorrendo a intersecção do plano com a escultura, conforme indicações do problema, o poliedro II e o prisma IV delimitam dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.

Figura 36 - Exemplo de questão envolvendo o tema Arte.

Suponha que, na escultura do artista Emanoel Araújo, mostrada na figura a seguir, todos os prismas numerados em algarismos romanos são retos, com bases triangulares, e que as faces laterais do poliedro II são perpendiculares à sua própria face superior, que, por sua vez, é um triângulo congruente ao triângulo base dos prismas. Além disso, considere que os prismas I e III são perpendiculares ao prisma IV e ao poliedro II.

Imagine um plano paralelo à face α do prisma I, mas que passe pelo ponto P pertencente à aresta do poliedro II, indicado na figura. A interseção desse plano imaginário com a escultura contém:

A) dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.
B) dois retângulos congruentes e com lados correspondentes paralelos.
C) dois trapézios congruentes com lados correspondentes perpendiculares.
D) dois paralelogramos congruentes com lados correspondentes paralelos.
E) dois quadriláteros congruentes com lados correspondentes perpendiculares.

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Outro exemplo, na prova do ENEM de 2009, é o assunto Dígito Verificador do Cadastro de Pessoas Físicas (CPF), que é um assunto que precisa ser trabalhado no Currículo de Matemática Médio, conforme indicações de Olgin (2011), em sua dissertação de Mestrado, visto que o dígito verificador consiste em um padrão matemático que tem a função de detectar erros de digitação em conta bancária, códigos de livros, título eleitoral, códigos de barra, CPF, entre outros, permitindo que os dados sejam informados sem erros (Figura 37).

Figura 37 - Exemplo de questão envolvendo o assunto dígito verificador.

Para cada indivíduo, a sua inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas (CPF) é composto por um número de 9 algarismos e outro número de 2 algarismos, na forma d1d2, em que os dígitos d1 e d2 são denominados dígitos verificadores. Os dígitos verificadores são calculados, a partir da esquerda, da seguinte maneira: os 9 primeiros algarismos são multiplicados pela sequência 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 (o primeiro por 10, o segundo por 9, e assim sucessivamente); em seguida, calcula-se o resto r da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11 e, se esse resto r for 0 ou 1, d1 é zero, caso contrário d1 = (11 – r). O dígito d2 é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência dada são contados a partir do segundo algarismo, sendo d1 o último algarismo, isto é, d2 é zero se o resto da divisão por 11 das somas das multiplicações for 0 ou 1, caso contrário, d2 = (11 – s).

Suponha que João tivesse perdido seus documentos, inclusive o cartão de CPF e, ao dar queixa da perda na delegacia, não conseguisse lembrar quais eram os dígitos verificadores, recordando-se apenas que os nove primeiros algarismos eram 123.456.789. Nesse caso, os dígitos verificadores d1 e d2 esquecidos são, respectivamente,

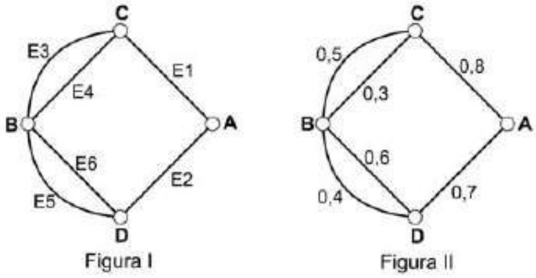
A) 0 e 9.
B) 1 e 4.
C) 1 e 7.
D) 9 e 1.
E) 0 e 1.

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

O tema Teoria dos Grafos foi desenvolvido na prova do ENEM de 2010 (Figura 38), na qual se tem um problema de engarrafamento para ir de uma cidade a outra, mas é indicada a probabilidade de congestionamento, no deslocamento por dois caminhos. Para que a pessoa pegue menos engarrafamento o aluno terá que utilizar o conteúdo matemático de Probabilidade para determinar o melhor caminho.

Figura 38 - Exemplo de questão envolvendo o tema Grafo.

A figura I, abaixo, mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade A com a cidade B. Cada número indicado na figura II representa a probabilidade de pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada. Assim, há uma probabilidade de 30% de se pegar engarrafamento no deslocamento do ponto C ao ponto B, passando pela estrada E4, e de 50%, quando se passa por E3. Essas probabilidades são independentes umas das outras.



Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível.

O melhor trajeto para Paula é

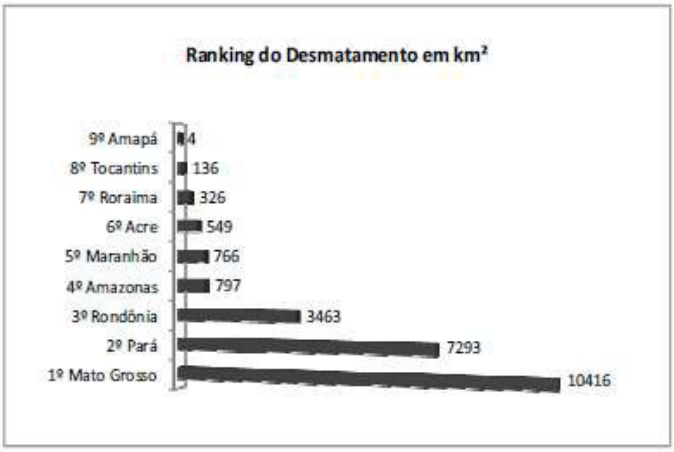
A) E1E3. B) E1E4.
C) E2E4. D) E2E5.
E) E2E6.

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Também, a prova do ENEM de 2010, o tema Meio Ambiente foi explorado na questão envolvendo o assunto desmatamento por km² da chamada “Amazônia Legal” (Figura 39). A “Amazônia Legal” refere-se a uma área composta por nove estados do Brasil, conforme indicado na questão. Assim a proposta do problema é que o estudante utilize o conteúdo de Estatística para determinar o desmatamento médio por estado no ano de 2009.

Figura 39 - Exemplo de questão envolvendo o tema Meio Ambiente.

Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o ranking de desmatamento, conforme o gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.



Disponível em: www.folhaonline.com.br. Acesso em: 30 abr. 2010 (adaptado).

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre

A.100 km² e 900 km². B. 1 000 km² e 2 700 km².
C. 2 800 km² e 3 200 km². D. 3 300 km² e 4 000 km².
E. 4 100 km² e 5 800 km².

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Em 2009, uma das questões da prova do ENEM abordou o assunto Tecnologia, por meio do assunto armazenamento de imagens (Figura 40). Na questão, desenvolveu-se o tópico unidades de armazenamento em computadores e suas respectivas relações.

Figura 40 - Exemplo de questão envolvendo o tema Tecnologia.

A resolução das câmeras digitais modernas é dada em megapixels, unidade de medida que representa um milhão de pontos. As informações sobre cada um desses pontos são armazenadas, em geral, em 3 bytes. Porém, para evitar que as imagens ocupem muito espaço, elas são submetidas a algoritmos de compressão, que reduzem em até 95% a quantidade de bytes necessários para armazená-las. Considere 1 KB = 1.000 bytes, 1 MB = 1.000 KB, 1 GB = 1.000 MB.

Utilizando uma câmera de 2.0 megapixels, cujo algoritmo de compressão é de 95%, João fotografou 150 imagens para seu trabalho escolar. Se ele deseja armazená-las de modo que o espaço restante no dispositivo seja o menor espaço possível, ele deve utilizar

A) um CD de 700 MB.
B) um pendrive de 1 GB.
C) um HD externo de 16 GB.
D) um memory stick de 16 MB.
E) um cartão de memória de 64 MB.

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

O tema Político-Social, na prova do ENEM de 2012, é explorado na questão envolvendo o assunto emprego formal (Figura 41). A questão mostra, graficamente, o comportamento do Emprego Formal em determinado período no ano de 2010, conforme o Cadastro Geral de Empregados e Desempregados (Caged) no Brasil. Para encontrar a solução do problema proposto na questão, o estudante precisará desenvolver o conteúdo de estatística.

Figura 41 - Exemplo de questão envolvendo o tema Político-Social.

O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o Caged, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

A) 212 952.
B) 229 913.
C) 240 621.
D) 255 496.
E) 298 041.

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Portanto, percebe-se que o ENEM apresenta algumas questões contextualizadas, envolvendo temáticas que podem ser trabalhadas, ao longo do Currículo de Matemática do

Ensino Médio, buscando que o aluno estabeleça relações entre a Matemática e outras temáticas.

5.3 CONTRIBUIÇÕES DO BANCO DE DISSERTAÇÕES E TESES DA CAPES[11]

Neste capítulo, busca-se apresentar as contribuições acadêmicas para o estudo de temas no Currículo de Matemática, a partir das dissertações e teses do banco da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Para melhor visualização dos dados obtidos nesta análise, apresenta-se a Figura 42, referente às dissertações de mestrado apresentadas no período de 1999 a 2012, envolvendo temas para a Educação Matemática no Ensino Médio, nos Programas de Pós-Graduação, nas áreas de Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, Ensino de Ciências e Educação Matemática, Educação em Ciências e Matemática, Matemática e Ensino de Matemática.

Devido ao aperfeiçoamento do repositório de dissertações e teses da CAPES, não estão disponíveis as teses a partir de 2013, conforme uma nota explicativa que se encontra disponível no site.

Frente às diversas pesquisas existentes no Banco de Dissertações e Teses da CAPES nas áreas mencionadas, foram delimitadas algumas palavras-chave, a partir do quadro teórico estabelecido para busca no repositório, tais como: temas transversais, temas geradores, temas, temáticas e temas de interesse, sendo somente consideradas as pesquisas voltadas à Educação Básica.

Para melhor visualização das Instituições de Ensino Superior, optou-se por apresentar as Instituições por suas respectivas siglas, sendo: Universidade de São Paulo (USP), Universidade Metodista de Piracicaba (UNIMEP), Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Universidade Santa Úrsula (USU), Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC GOIÁS), Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Universidade Estadual de Londrina (UEL), Universidade Federal do Pará (UFPA), Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Universidade Severino Sombra (USS), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN),

---

[11] A sigla CAPES refere-se à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Federal do Ceará (UFC), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Universidade São Francisco (USF) e Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS).

Figura 42 - Dissertações envolvendo temas.

Autor	**Título da dissertação**	**Ano**	**Instituições**	**Área**	**Tema**	**Conteúdo Matemático**
Laerte Francisco Rosolem	Fractal na Sala de Aula: Contribuição para o Ensino de Uma Nova Geometria	1997	UNIMEP	Educação	Fractal	Geometria não-Euclidiana
Afonso Henriques	Ensino e Aprendizagem da Geometria Métrica: Uma Sequência Didática com auxílio do *Software Cabri-Geometre II*	1999	UNESP	Educação Matemática	Intramatemática	Geometria
Chang Kuo Rodrigues	A função do Cotidiano e o Cotidiano das funções	1999	USU	Educação Matemática	Intramatemática Temas Atuais (tecnologia, comunicação)	Funções
Adelino Cândido Pimenta.	O Ensino de Funções Lineares numa Abordagem Dinâmica e Iterativa	2001	PUC GOIÁS	Educação	Intramatemática	Funções
Roberto Brasil da Silveira	Energia solar no ensino da Matemática: uma proposta para o Ensino Médio	2003	ULBRA	Ensino de Ciências e Matemática	Meio Ambiente	Porcentagens Funções Porcentagens Teorema de Pitágoras Geometria Álgebra
Rosane Maria Jardim Filippsen	Educação Matemática e Educação Ambiental Educando para o Desenvolvimento Sustentável	2003	ULBRA	Ensino de Ciências e Matemática	Meio Ambiente	Funções
Vera Soeiro de Souza Nunes	A Matemática no Ensino Médio a partir da sua História: Uma Experiência com a Trigonometria	2003	PUCRS	Educação	Intramatemática	Trigonometria
Adriana Correia de	Trabalhando Matemática	2004	UNICAMP	Educação	Educação Fiscal	Matemática Financeira

Almeida	Financeira em uma sala de aula do Ensino Médio da escola pública					
Adriana Quimentão Passos	Geometria Analítica - Pontos e Retas: uma Engenharia Didática com Software de Geometria Dinâmica	2004	UEL	Ensino de Ciências e Educação Matemática	Intramatemática	Geometria Analítica
Hamilton Cunha de Carvalho	Geometria Fractal: Perspectivas e possibilidades para o ensino de Matemática	2005	UFPA	Educação em Ciências e Matemáticas	Fractal	Geometria Fractal
Maria Isaura de Albuquerque Chaves	Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de Funções na 1ª série – EM	2005	UFPA	Educação em Ciências e Matemáticas	Meio Ambiente	Funções
Sílvio Quintino de Mello	O ensino de Matemática e a Educação Profissional: a aplicabilidade dos números complexos na análise de Circuitos Elétricos	2005	ULBRA	Ensino de Ciências e Matemática	Trabalho	Números Complexos
Alzenir Virginia Ferreira Soistack	A Modelagem Matemática no Contexto do Ensino Médio: possibilidades de relação da Matemática com o cotidiano	2006	UEPG	Educação	Custo da Produção de Soja	Funções
Daniele Lozano	Modelagem Matemática e Aplicações do problema de Coloração em Grafos	2007	UNESP	Matemática	Grafos	Polinômios
Eduardo Sad da	As Equações Diofantinas	2007	PUCSP	Educação Matemática	Equações Diofantinas	Álgebra

Costa	Lineares e o Professor de Matemática do Ensino Médio				Lineares	
Helenara Regina Sampaio	Uma abordagem histórico-filosófica na Educação Matemática. Contribuições ao processo de aprendizagem de trigonometria no Ensino Médio	2008	UEL	Ensino de Ciências e Educação Matemática	História e Filosofia da Matemática	Trigonometria
Lucas Nunes Ogliari	A Matemática no cotidiano e na sociedade: perspectivas do aluno do Ensino Médio	2008	PUCRS	Educação em Ciências e Matemática	Sociedade	Matemática Financeira
Wagner Marcelo Pommer	Equações Diofantinas lineares: um desafio motivador para alunos do Ensino Médio	2008	PUCSP	Educação Matemática	Equações Diofantinas Lineares	Matemática Discreta
Gláucia Sarmento Malta	Grafos no Ensino Médio: Uma Inserção Possível	2008	UFRGS	Ensino de Matemática	Grafos	Matemática Discreta Análise combinatória
Candido dos Santos Silva	O uso do software Modellus no ensino de função afim através da simulação de situações-problema: um estudo de caso lido pelo referencial de campos conceituais	2010	ULBRA	Ensino de Ciências e Matemática	Intramatemática	Função
Luiz Godoi Santana	Integrando a Educação Matemática Crítica a Alfabetização Científica no Ensino Médio	2011	Universidade Cruzeiro do Sul	Ensino de Ciências e Matemática	Ciência, Tecnologia e Sociedade	Estatística
Alex Ferranti Pelicioli	A Relevância da Educação Financeira na Formação de Jovens	2011	PUCRS	Ensino de Ciências e Matemática	Educação Fiscal	Matemática Financeira
Tatiane da Cunha Puti	A produção de significados durante o	2011	UNESP	Educação Matemática	Padrões	Equações polinomiais

	processo de ensino-aprendizagem-avaliação de equações polinomiais					do 1º; Equações polinomiais do 2º grau.
Vanderlei Toledo Severino	Experimento de Ensino de Covariação no dcontexto do Homem Vitruviano	2011	UNIAN	Educação Matemática	Arte	Estatística
Celio Roberto Melillo	Modelagem Matemática no Futebol: Uma atividade de crítica e criação encaminhada pelo método do caso	2011	UFOP	Educação Matemática	Esporte	Estatística
Clarissa de Assis Olgin	Currículo no Ensino Médio: uma experiência com o tema Criptografia	2011	ULBRA	Ensino de Ciências e Matemática	Criptografia	Funções Aritmética modular Matrizes
Edilson de Moura	O conceito Fractal e sua presença pedagógica na Educação Básica	2011	UFMS	Educação Matemática	Fractal	Funções Progressões Números complexos.
Lia Marques Marocci	O movimento das significações probabilísticas proporcionado pela resolução de problemas e pela prática colaborativa numa turma de 1º ano do Ensino Médio	2011	USF	Educação	Intramatemática	Probabilidade
Aparecida Santana Chiari	A utilização do escalonamento na resolução de sistemas lineares por alunos do Ensino Médio	2011	UFSM	Educação Matemática	Intramatemática	Sistemas Lineares
Camila de Oliveira da Silva	Um estudo sobre a noção de limite de progressões geométricas infinitas com alunos de Ensino Médio	2011	UFSM	Educação Matemática	Intramatemática	Progressões Geométricas Infinitas
Alessandra Cristina da Silva	Possibilidades e limites vivenciados por	2012	UFMG	Educação	Educação Financeira (pacote de	Funções

	uma professora em sua primeira experiência com Modelagem na Educação Matemática				telefonia)	
Viviane da Silva Stellet	Ensino de Funções: uma abordagem contextualizada do Tratamento da Informação no Ensino Médio	2012	USS	Educação Matemática	Criptografia	Funções
Rejane Waiandt Schuwartz Faria	Padrões Fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos	2012	UNESP	Educação Matemática	Fractal	Geometria Progressões
Keilla Cristina Arsie	A Expressão Gráfica e o Ensino das Geometrias Não Euclidianas	2012	UFPR	Educação em Ciências e em Matemática	Fractal	Geometria não Euclidiana Geometria Plana Função Exponencial Progressão Geométrica Números Complexos
Jorge Henrique Gualandi	Investigações Matemáticas com Grafos para o Ensino Médio	2012	PUCMINAS	Ensino de Ciências e Matemática	Grafos	Matrizes Análise combinatória
Laercio Lucio de Oliveira	Ensino de Matemática, CTS e formação para a Cidadania:eExperiência vivenciada na comunidade de Três Marias, Em Peri- Mirim/Ma	2012	Universidade Cruzeiro Do Sul	Ensino de Ciências e Matemática	Cidadania	Estatística
Margarete Farias Medeiros	Geometria Dinâmica no Ensino de Transformações no Plano: uma experiência com professores da Educação Básica	2012	UFRGS	Ensino de Matemática	Arte	Geometria

Fonte: a pesquisa.

Dessa forma, foram encontradas 37 dissertações de Mestrado, percebendo-se que a maior concentração de dissertações envolvendo temáticas estão relacionadas às áreas de Educação Matemática e Ensino de Ciências e Matemática (Tabela 4).

Tabela 4 - Dissertações envolvendo temáticas por Área.

Área	Número de pesquisas encontradas	% (Percentual)
Educação	7	18,92
Educação Matemática	12	32,43
Ensino de Ciências e Matemática	10	27,03
Educação em Ciências e Matemática	4	10,81
Matemática	1	2,70
Ensino de Matemática	2	5,41
Ensino de Ciências e Educação Matemática	1	2,70
Total	**37**	**100**

Fonte: a pesquisa.

A partir desse levantamento, observa-se que, para o desenvolvimento de um mesmo conteúdo, pode se utilizar diferentes temáticas, conforme a Figura 43.

Figura 43 - Relação dos conteúdos matemáticos relacionados às possíveis temáticas.

Conteúdos Matemáticos	Temáticas
Funções	Intramatemática Meio Ambiente Custo de Produção Criptografia Educação Fiscal Padrões
Geometria	Intramatemática Fractais Arte
Geometria Não Euclidiana	Fractal
Números Complexos	Trabalho Fractal
Progressões	Fractal Intramatemática
Matemática Financeira	Educação Fiscal Sociedade
Estatística	Cidadania
Trigonometria	Meio Ambiente Intramatemática História da Matemática
Sistemas Lineares	Intramatemática
Polinômio	Grafos
Matemática Discreta	Equações Diofantinas
Matrizes	Criptografia Grafos
Análise Combinatória	Grafos

Fonte: a pesquisa.

Um exemplo de atividade didática que aborda o assunto Teoria dos Grafos é apresentado por Malta (2008). Nesse assunto, pode-se trabalhar o conteúdo de análise combinatória no problema do caixeiro-viajante: "Um caixeiro-viajante trabalha em quatro cidades conhecidas e quer descobrir o menor caminho que lhe permita visitar cada cidade exatamente uma vez e então voltar à cidade de partida. Sabe-se que as distâncias entre as cidades são dadas na Figura 44, em quilômetros. Faça uma representação na forma de um grafo para a situação colocada. Encontre tal caminho, sabendo que o caixeiro inicia seu trajeto no ponto A." (MALTA, 2008, p. 132). A partir do problema exposto, os alunos precisam construir um grafo que o represente e encontre o caminho, sabendo que o trajeto inicia no ponto A.

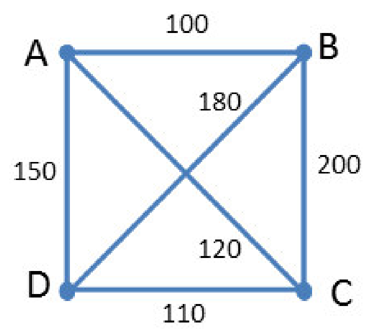
Figura 44 - Distância entre as cidades.

	A	**B**	**C**	**D**
A	0	100	120	150
B	100	0	200	180
C	120	200	0	110
D	150	180	110	0

Fonte: retirado de Malta (2008, p. 132).

Para resolver esse problema, os alunos teriam que construir um modelo de grafo que representasse a situação descrita, na qual os vértices são as cidades e os lados representam as distâncias entre as cidades, conforme a Figura 45.

Figura 45 - Exemplo de grafo para o problema.



Fonte: adaptado de Malta (2008).

Nesse problema, tem-se que calcular um circuito de menor distância, denominado "Grafo de Hamilton". Após a construção do grafo, utiliza-se o conteúdo de análise combinatória para verificar todas as permutações possíveis entre os vértices, fazendo o fatorial de 3!, pois é uma permutação circular definida por P(n) = (n - 1)!. Encontram-se 6 ciclos Hamiltonianos (Figura 46), com os quais calculam-se as distâncias entre as cidades de cada ciclo.

Figura 46 - Ciclos Hamiltonianos do problema.

Ciclo Hamiltoniano	Distância entre cidades	Ciclo inverso
A-B-C-D-A	100 + 200 + 110 + 150 = 560	A-D-C-B-A
A-C-D-B-A	120 + 110 + 180 + 100 = 510	A-B-D-C-A
A-D-B-C-A	150 + 180 + 200 + 120 = 650	A-C-B-D-A

Fonte: adaptado de Malta (2008).

Assim, conclui-se que a menor distância a ser percorrida é o ciclo A-C-D-B-A e o seu inverso A-B-D-C-A, no qual o caixeiro percorrerá 510 quilômetros. Esse tipo de grafo é importante para distribuição de cartas, otimização de custos, otimização de distância para transporte de mercadorias e pessoas, planejamento de rotas, coleta de lixo, entre outros. Porém, deve-se mencionar que sua resolução torna-se difícil quando o número de permutações é muito grande.

As teses de doutorado envolvendo temas no Ensino Médio estão presentes na Figura 47.

Figura 47 - Teses envolvendo temas.

Autor	Título da tese	Ano	Instituições	Área	Tema	Conteúdo Matemático
Iran Abreu Mendes	Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a História da Matemática	2001	UFRN	Educação	História da Matemática	Geometria
Regina Coeli Moraes Kopke	Geometria, Desenho, Escola e Transdisciplinaridade: Abordagens "possíveis" para a Educação	2006	UFRJ	Educação	Arte	Geometria
Rosana Nogueira De Lima	Equações algébricas no Ensino Médio: uma jornada por diferentes mundos da Matemática	2007	PUCSP	Educação Matemática	Intramatemática	Equações Algébricas
Elizabeth Matos Rocha	Uso das tecnologias digitais no ensino de Matemática: compreender para realizar	2008	UFC	Educação	Intramatemática	Aritmética Geometria Álgebra
Ana Lúcia Vaz da Silva	Números Reais no Ensino Médio: identificando e possibilitando imagens conceituais	2009	PUC-Rio	Educação	Intramatemática	Números Reais

Antonio Luiz de Oliveira Barreto	A análise da compreensão do conceito de funções mediado por ambientes computacionais	2009	UFC	Educação	Intramatemática	Funções
Almir Cesar Ferreira Cavalcanti	Educação Matemática e Cidadania: um olhar através da resolução de problemas	2010	UFPB	Educação	Cidadania	Função Geometria Matemática Financeira
Maria Jose Araujo Souza	Aplicações da Sequência Fedathi na aprendizagem da Geometria mediada por tecnologias Digitais	2010	UFC	Educação	Intramatemática	Geometria
Marcia Maioli	A Contextualização na Matemática do Ensino Médio	2012	PUCSP	Educação Matemática	Saúde História da Matemática Esporte	Funções Geometria Estatística

Fonte: a pesquisa.

Foram encontradas 9 teses envolvendo temáticas na Educação Básica, das quais 7 são da área de Educação e 2 da área de Educação Matemática. Na Figura 48, apresentam-se os conteúdos matemáticos relacionados às temáticas encontradas nas teses de Doutorado do período de 1999 a 2012.

Figura 48 - Relação dos conteúdos matemáticos relacionados às possíveis temáticas.

Conteúdos Matemáticos	**Temáticas Possíveis**
Funções	Intramatemática Saúde História da Matemática Esporte Cidadania
Geometria	História da Matemática Cidadania Intramatemática Saúde Esporte Arte
Números Reais	Intramatemática
Matemática Financeira	Cidadania
Estatística	Saúde História da Matemática Esporte
Álgebra	Intramatemática

Fonte: a pesquisa.

Um exemplo explorando a temática Arte, aliado aos conteúdos matemáticos, é apresentado por Kopke (2006). No exemplo, encontra-se o conteúdo de progressão geométrica na forma algébrica (Figura 49).

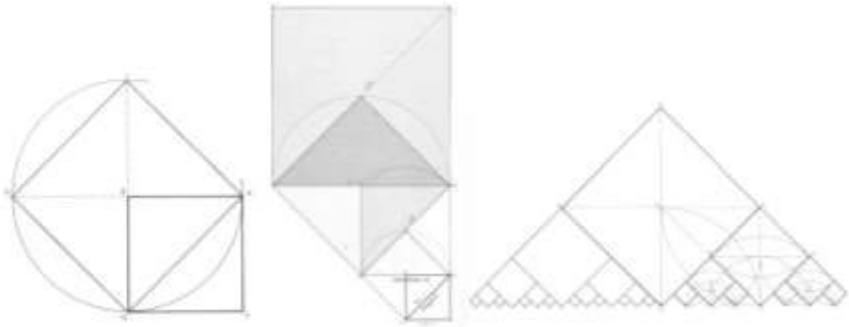
Figura 49 - Exemplo da formulação matemática da progressão geométrica.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{2}{2\sqrt{2}} \; etc. \qquad \frac{a}{b} : \frac{b}{c} : \frac{c}{d} \; etc.$$

Fonte: Kopke (2006, p.79).

Na Figura 50, apresenta-se a progressão geométrica numa série de quadrados que se constroem a partir de suas diagonais, através de sucessões contínuas.

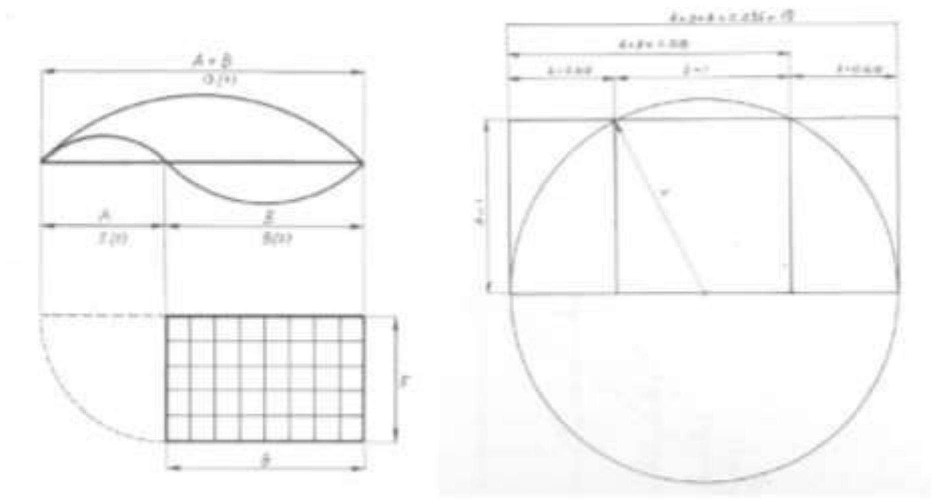
Figura 50 - Exemplo da progressão geométrica do quadrado.



Fonte: Kopke (2006, p.79).

Segundo Kopke (2006), pode-se explorar a construção clássica da seção áurea, a partir da proporção que decorre do número de ouro, construindo-se a seção áurea com um quadrado inscrito num semicírculo (Figura 51).

Figura 51 - Exemplo da aproximação do retângulo áureo.



Fonte: Kopke (2006, p.80).

Assim, entende-se que as pesquisas apontam atividades didáticas que podem ser desenvolvidas no Ensino Médio, aliadas aos conteúdos matemáticos, que possibilitam aos estudantes relacionar os conteúdos desenvolvidos na disciplina de Matemática conectados a distintas temáticas, as quais podem ser trabalhadas em torno de um único conteúdo.

6 CLASSIFICAÇÃO DOS TEMAS DE INTERESSE

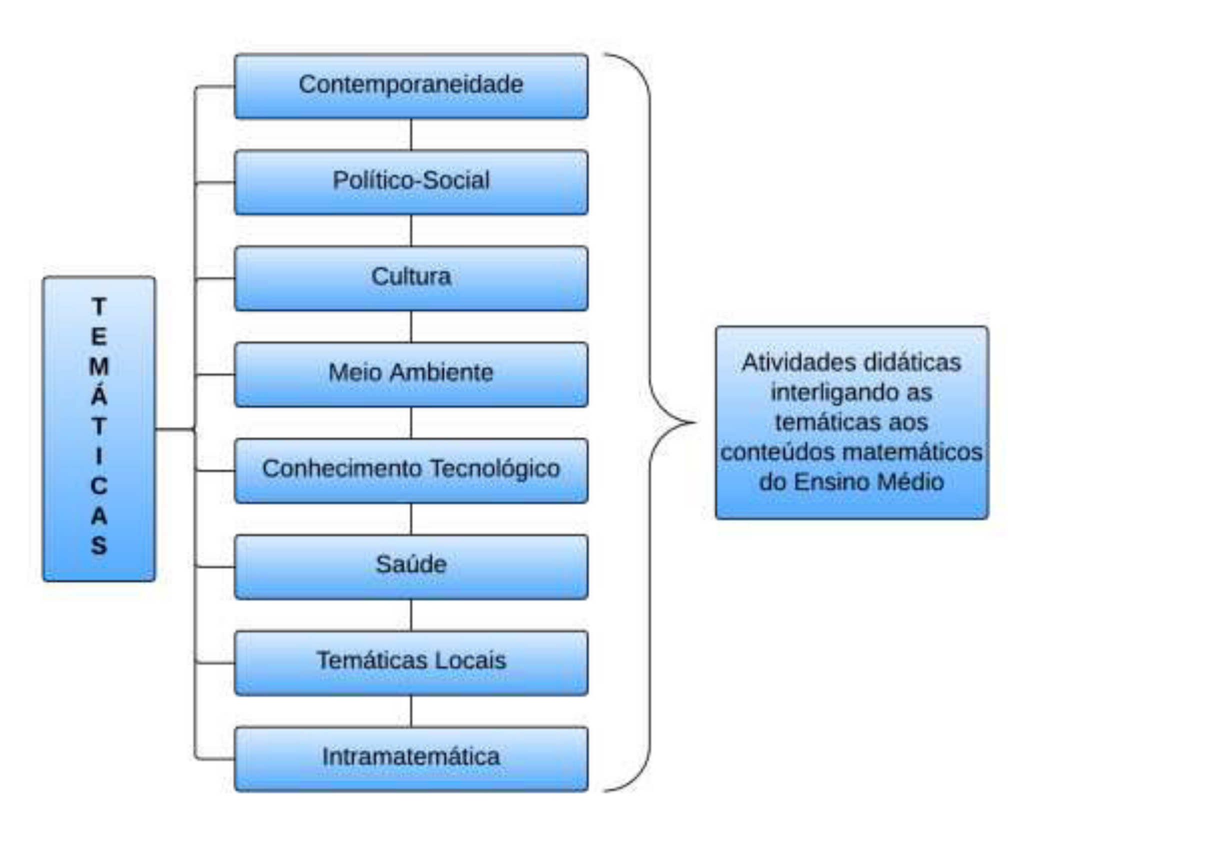
As reflexões realizadas com a fundamentação teórica já descrita contribuíram com a classificação dos temas de interesse. Identificar temáticas no Ensino Médio visa subsidiar os professores na seleção de assuntos que podem ser desenvolvidos ao longo do Currículo da Educação Básica, de forma a propiciar a formação de um cidadão crítico e reflexivo, que saiba tomar decisões conscientes na vida em sociedade, valorizando os princípios da democracia e da igualdade para todos.

As temáticas sugeridas nesta pesquisa são um conjunto de assuntos que possibilitam ser utilizados pelos professores de Matemática para o desenvolvimento dos conteúdos e que possibilitam contemplar, no Currículo desta disciplina, uma Educação Crítica, transformadora, reflexiva, rica em contextos, permitindo ao estudante envolver-se em cada assunto de forma a revisar, aprofundar, exercitar e estudar os conteúdos dessa área do saber. Essa é uma proposta de classificação dos temas considerados importantes para a formação dos estudantes do Ensino Médio, que foi sendo construída com base no referencial teórico estudado, na análise dos Livros Didáticos, nas questões do ENEM e nas pesquisas referentes a temas presentes no banco de teses da CAPES.

Entende-se que as temáticas abordadas na Figura 52 podem ser tratadas individualmente, mas também se relacionam, podendo o professor abordar, em sala de aula, uma única temática ou várias temáticas integradas aos conteúdos matemáticos. É importante salientar que a classificação apresentada neste trabalho é uma sugestão, podendo ser ampliada, de acordo com os objetivos da escola, o perfil dos estudantes que a escola pretende formar, tratando-se de temáticas contemporâneas que abordam temas da atualidade.

Nesta proposta, o professor, a partir da temática ou das temáticas de interesse, desenvolve atividades didáticas para revisar ou desenvolver os conteúdos matemáticos.

Figura 52 - Temáticas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio.



Fonte: a pesquisa.

Sugere-se, para inclusão no Currículo de Matemática do Ensino Médio, a temática Contemporaneidade, pois se entende que a mesma é importante para o Currículo de Matemática, possibilitando o envolvimento dos alunos em uma rede de assuntos que lhes permitem interagir com os conteúdos, mostrando a aplicabilidade dos mesmos na vida na sociedade atual. De acordo com Selbach (2010) os alunos aprendem quando atribuem significado ao que lhes é ensinado, tornando-se aptos a utilizarem o conhecimento aprendido em novas situações.

A temática Político-Social é importante para o Currículo de Matemática, pois trata de assuntos relevantes à formação dos alunos como sujeitos críticos, reflexivos e comprometidos com a sociedade. Através dela, é possível trabalhar questões relacionadas à realidade, aos interesses dos alunos, aos direitos e deveres do cidadão, permitindo que a Matemática auxilie no desenvolvimento de habilidades relacionadas à resolução de problemas advindos da sociedade.

Segundo Moraes et al. (2008), se faz necessário compreender criticamente o mundo para atuar de forma efetiva na sociedade. Assim, trabalhar com temas político-sociais, pode permitir o desenvolvimento de uma visão abrangente, mas concisa da realidade, para que os estudantes construam habilidades que permitam questionar e intervir nas práticas sociais, buscando uma sociedade justa e igualitária.

A temática Cultura permite desenvolver assuntos relacionados à arte musical, cênica, visual e ao Esporte, considerando-se os aspectos relacionados às tradições locais, nas quais os alunos estão inseridos. Ela possibilita que o Currículo de Matemática contemple os saberes relativos ao contexto sociocultural de cada região. De acordo com Marques (2011), desenvolver o assunto Arte possibilita conhecer a história da construção do pensamento, do conhecimento e do autoconhecimento, pois o homem busca, na arte, compreender a si, ao outro e ao mundo, por meio da música, pintura, cinema, teatro, poesia, escultura, etc. Essas manifestações artísticas permitem, por exemplo, a "alfabetização do olhar"[12], pois o estudante, ao observar uma obra de arte se questiona quanto aos elementos, movimentos, cores, formas e intencionalidade, fazendo uma análise da imagem, para compreender o significado da mesma. Esse processo pode desenvolver no aluno o olhar crítico que vai além da observação estética, pois o artista, através de sua arte, expressa um pensamento que é contextualizado no tempo-espaço.

A arte está presente em diversos meios formais e informais, tais como: revistas, jornais, televisão, livros, internet, museus, galerias, teatros, entre outros. Pode auxiliar no trabalho pedagógico, propondo atividades didáticas que abarquem diferentes culturas, viabilizando diferentes percepções e compreensões do mundo, por meio de assuntos que podem ressignificar os conteúdos matemáticos desenvolvidos em sala de aula.

Considera-se também pertinente, a temática Meio Ambiente, pois traz a questão dos conflitos sociais existentes em virtude dos distintos modos de exploração dos bens ambientais que são garantidos por lei[13] como de direito comum a todos. Segundo Carvalho (2011), existe um acesso desigual aos bens ambientais, no qual os interesses privados superam os coletivos, pois ocorre a extração ilegal de madeira e areia, captura de animais selvagens, e captação de água para propriedades particulares. Esses são alguns exemplos de uso inadequado dos bens naturais para comercialização, na qual prevalecem os interesses particulares.

Percebe-se, ainda, que é necessário trabalhar as questões ambientais em todas as Áreas do conhecimento, buscando amenizar os impactos causados pelo homem ao Meio Ambiente.

[12] Segundo Marques (2011), a alfabetização do olhar refere-se à habilidade de interpretar elementos, cores, símbolos, contexto, cultura e pode ser comparada à alfabetização ortográfica, que busca desenvolver as habilidades de leitura, interpretação e análise crítica.

[13] Todos têm direito ao meio ambiente ecologicamente equilibrado, bem de uso comum do povo e essencial à sadia qualidade de vida, impondo-se ao Poder Público e à coletividade o dever de defendê-lo e preservá-lo para as presentes e futuras gerações (BRASIL, 1988).

De acordo com Carvalho (2011), através da valorização da cultura local, pode-se ter práticas adequadas e menos agressivas ao ambiente.

Nesse sentido, entende-se que oportunizar atividades didáticas, no Currículo de Matemática, que possibilitem relacionar os conteúdos aos problemas socioambientais, de forma a permitir que os estudantes percebam as inter-relações existentes entre o meio ambiente e o mundo natural e social, tendo como base os conhecimentos locais (cultura e tradição) e científicos, podendo contribuir para que eles busquem mudanças sociais, culturais e locais, tornando-os sujeitos com responsabilidade ética e social.

Portanto, é necessário trabalhar as questões de uso, consumo e distribuição dos recursos naturais, bem como articular situações de aprendizagem que permitam identificar problemas/conflitos que prejudicam o ambiente, viabilizando aos estudantes a construção de conceitos, tanto da Matemática, quanto do mundo que os cerca.

Outra temática importante é a do Conhecimento Tecnológico, pois, atualmente, vive-se em uma sociedade que está na *era da informação*[14], na qual as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) apresentam diferentes formas de comunicação social, tais como, as redes sociais, *blog*, *twitter*, *youtube*, *skype*, *wiki*, entre outros, as quais vêm transformando a sociedade, pois os indivíduos estão constantemente interagindo por meio da comunicação eletrônica, o que os torna autoconfiantes e questionadores.

Com tal característica, percebe-se que a escola precisa acompanhar essa evolução e ensinar a conhecer os mecanismos do mundo, pois as tecnologias podem auxiliar e enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, visto que facilitam as pesquisas, as trocas de informações, permitem fazer simulações de ambientes reais, etc.

Utilizar tecnologias na Educação permite ter acesso a diferentes espaços de aprendizagem, tendo em vista seu potencial para criar ambientes virtuais de aprendizagem, que podem facilitar a visualização de alguns fenômenos. Dessa forma, no ensino podem-se utilizar os *softwares* para exercitar e praticar as atividades didáticas, apresentando questões para trabalhar o ensino de fatos, conceitos e/ou procedimentos. Esses *softwares* variam na forma de interação com o usuário, através da escolha de alternativas, ou animação gráfica, mas não exploram a discussão dos erros e acertos.

Como exemplo de *software* de exercício e prática, apresenta-se o *software GeoGebra*, um recurso o qual pode ser utilizado nas aulas de Matemática que permite associar Geometria,

[14] De acordo com Piva Jr. (2013), a "era da informação" é caracterizada pela interação entre computador e recursos tecnológicos com a sociedade.

Cálculo e Álgebra, através das construções que viabilizam a modificação de objetos dinamicamente.

O *software GeoGebra* foi desenvolvido nos Estados Unidos pelo pesquisador Markus Hohenwarter. O mesmo é um software livre que está disponível gratuitamente no site http://www.geogebra.org/cms. Nesse endereço eletrônico, ainda, encontram-se exemplos de construções e um fórum de discussões, que pode ser utilizado por todos os usuários (PEREIRA, T., 2014).

Por ter propriedades que possibilitam que uma figura geométrica se altere, sem modificar as propriedades geométricas estabelecidas durante a construção, esse *software*, é considerado um *software* de Geometria Dinâmica (PENTEADO; AMARAL; BORBA, 2000). Esse recurso pode ser útil na construção de conceitos matemáticos, visto que, podem permitir aos alunos novas experiências, a partir de situações didáticas propostas pelo professor, que favoreça a descoberta das relações possíveis entre os objetos matemáticos abordados.

Outra forma de se utilizar os *softwares* são os tutoriais, os quais apresentam uma sequência de ensino que pode ser linear ou ramificada. Na primeira, os estudantes seguem uma sequência de tópicos programada e, na segunda, será o grau de compreensão do estudante que determinará o caminho da apresentação dos tópicos. Um exemplo de *software* tutorial é o Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), que faz parte da pesquisa Inovando o Currículo de Matemática através da Incorporação das Tecnologias[15]. Esse recurso baseia-se num sistema inteligente que auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos a partir de uma sequência didática, a qual possui duas formas de utilização, sendo a primeira para estudar o conteúdo e realizar testes e a segunda para realizar o teste e estudar os conceitos em que teve dificuldades. Isso propicia uma recuperação individualizada, visto que cada aluno aprende ao seu tempo no SIENA (GROENWALD, 2013).

Também, há os *softwares* de simulação, os quais se caracterizam por proporcionar ao aluno a manipulação de variáveis, na qual se podem observar os resultados advindos dessa intervenção. As simulações oportunizam a criação de modelos computacionais que viabilizam aos alunos o aprender por meio da prática e da manipulação. Um exemplo que pode ser utilizado no ensino da Matemática é o *Modellus,* que possibilita realizar experiências por meio da construção e manipulação de modelos matemáticos.

---

[15] Pesquisa realizada pelo Grupo de Estudos Curriculares em Educação Matemática (GECEM) da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, em parceria com o Grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna - ULL.

O conhecimento tecnológico, no Currículo, pode ocorrer de diversas formas e auxiliar os alunos a desenvolver habilidades para criação, organização, seleção de dados por meio de programas, como as planilhas eletrônicas, que podem, por exemplo, ser utilizadas para controle, análise e visualização de gastos mensais, bem como para planejamentos futuros.

No Brasil, a Constituição Federal de 1988 garante que a Saúde é Direito dos cidadãos e dever do Estado para com os mesmos. Explorar a temática Saúde, no Currículo de Matemática, refere-se ao desenvolvimento de assuntos, tais como, prevenção e controle de doenças, cuidados na alimentação, saneamento básico, habitação adequada, qualidade do ar e da água, entre outros. Desenvolver esses assuntos, aliados aos conteúdos matemáticos, pode auxiliar no modo de vida dos estudantes, na escolha de hábitos pertinente a uma vida saudável.

O estudante do Ensino Médio precisa compreender as relações entre as condições de vida e seus impactos na sua saúde para, então, ter subsídios que o ajudem a compreender e/ou transformar seu estilo de vida.

Desenvolver Temáticas Locais, no Currículo do Ensino Médio, permite relacionar os conteúdos matemáticos a assuntos da realidade na qual o estudante está inserido. Assim, propor essas temáticas é viabilizar a discussão de questões relativas às práticas sociais e conflitos locais, de forma a levar o aluno a refletir, compreender e buscar soluções para os mesmos. Essa temática permite contemplar, no Currículo, a base diversificada, na qual se trabalham as necessidades e interesses de cada localidade, observando-se as características culturais, políticas e econômicas para buscar formas de solução ou maneiras de amenizar os problemas enfrentados pelos sujeitos. Na Figura 53, indicam-se alguns assuntos que podem ser tratados nessa temática, pois se entende que, os temas locais precisam ser pertinentes à realidade local dos sujeitos envolvidos em determinada região, estado ou município, bem como, perceber a importância do tema em determinado tempo, levando em consideração as questões relativas ao espaço-tempo, como por exemplo, a questão da falta de água na região Nordeste, que tem maior importância para essa região em particular, do que em outros estados do Brasil.

Também, considera-se importante desenvolver tópicos específicos da Matemática que foram desenvolvidos ao longo da história, mostrando sua necessidade para o desenvolvimento, tanto dessa área do conhecimento, quanto da sua influência para o desenvolvimento de diversas áreas, como engenharia, computação, urbanismo, contabilidade, etc. Nesse sentido, indica-se a temática Intramatemática, pois se entende que explorar temas matemáticos pode ser um recurso que promova o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, que pode ocorrer, por exemplo, através da descoberta de padrões.

Assim, desenvolveu-se a classificação de temáticas, bem como os possíveis conteúdos matemáticos que podem ser explorados, conforme a Figura 53. Entende-se que, as temáticas sugeridas, nesta proposta, se inter-relacionam, porém optou-se pela classificação.

Figura 53 - Temáticas para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio.

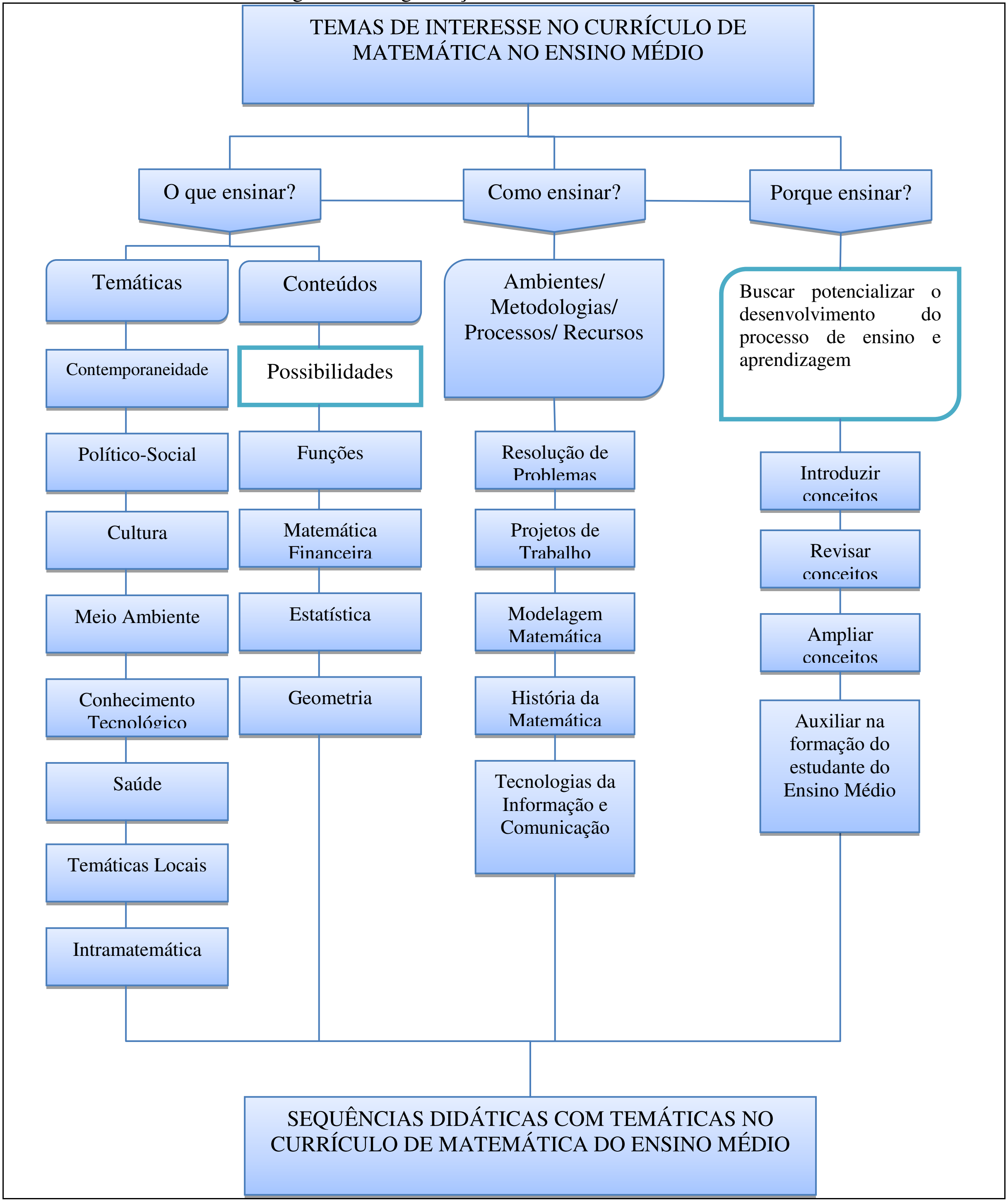
TEMÁTICAS POSSÍVEIS	TEMAS	POSSÍVEIS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS
CONTEMPORANEIDADE	Criptografia	•Aritmética. •Aritmética Modular. •Função Linear. •Função Quadrática. •Função Exponencial. •Função Logarítmica. •Polinômios. •Matrizes.
	Meios de Comunicação (internet)	•Funções.
	Teoria dos Grafos	•Conceito de Grafo. •Elementos De Um Grafo (Arestas, Vértices, Faces, Grau De Um Vértice, Caminho, Circuito).
POLÍTICO SOCIAL	Economia	•Função.
		•Matemática Financeira.
		•Progressões.
	Educação Fiscal	•Função.
		•Estatística.
	Poluição Sonora	•Função Logarítmica.
	Trabalho e Consumo	•Matemática Financeira.
	Imposto de Renda	•Matemática Financeira.
	Dívida externa e interna	•Estatística.
	Programa Sociais (Fome Zero, Bolsa Família)	•Estatística.
CULTURA	Arte	•Progressões. •Função Logarítmica. •Função Exponencial.
		•Geometria.
	Esporte	•Função Quadrática. •Trigonometria.
MEIO AMBIENTE	Fontes de Energias	•Trigonometria no Triângulo Retângulo. •Trigonometria em Triângulos Quaisquer.
		•Estatística Construção de Gráficos.

		•Interpretação de Gráficos. •Função.
		•Probabilidade; •Estatística.
	Radioatividade	•Função Exponencial.
	Agrotóxicos	•Função Linear; •Função Quadrática. •Cálculo de Área de Figura Plana.
	Água	•Porcentagem. •Função. •Gráfico.
	Reciclagem de Lixo	•Porcentagem. •Estatística. •Função.
	Desmatamento	•Estatística. •Função.
CONHECIMENTO TECNOLÓGICO	Computação gráfica	•Matrizes.
	Ondas Sísmicas	•Função Logarítmica.
	GPS - Sistema de Posicionamento Global	•Função Linear.
SAÚDE	Doenças	•Estatística.
	Alimentação	•Função. •Estatística.
	Educação Sexual	•Estatística
	Saneamento Básico	•Matemática Financeira.
TEMÁTICAS LOCAIS	Trânsito	•Função.
	Impactos da Mortalidade e Natalidade	•Estatística.
INTRAMATEMÁTICA	Números de Fibonacci	•Progressões.
	Números de Ouro	•Geometria.
	Fractais	•Progressões Geométricas. •Geometria Espacial. •Cálculo de Área e Perímetro.
	Equações Diofantinas	•Equação do 1º Grau. •Conceito de Identidade. •Sistema do 1º Grau. •Equações Diofantinas Lineares.
	Padrões Matemáticos	•Função. •Trigonometria.

Fonte: a pesquisa.

Entende-se, a partir da classificação sugerida para o desenvolvimento das temáticas que: o que ensinar refere-se ao desenvolvimento de atividades didáticas relacionadas a temas de interesse envolvendo os conteúdos matemáticos de Função do 1º Grau, Função do 2º Grau, Função Exponencial, Função Logarítmica, Matemática Financeira (porcentagem, regra de três e juros), Estatística (gráficos e tabelas), Geometria Plana e Geometria Espacial; o como ensinar está relacionado ao processo de desenvolvimento do trabalho com temas, desde a seleção do tema pertinente, a sequência de atividades, estabelecimento dos objetivos pretendidos, vantagens e limitações das atividades propostas, bem como, a definição da metodologia de ensino adequada; por que ensinar utilizando temáticas está relacionado à potencialização do processo de ensino e aprendizagem para o Ensino Médio, buscando assim, atingir os objetivos propostos no Plano Nacional da Educação (Figura 54).

Figura 54 - Organização do trabalho com temáticas.



Fonte: a pesquisa.

Nesta pesquisa, os temas de interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio precisam considerar o que ensinar, que se entende no trabalho com temáticas como a relação dos conteúdos matemáticos aos temas importantes para formação dos estudantes do Ensino Médio. O como ensinar, neste trabalho, caracteriza-se pelas metodologias, recursos didáticos, ambientes e processos que podem ser utilizados no desenvolvimento do trabalho com temáticas, podendo-se utilizar diferentes maneiras para cada temática, pois não são preestabelecidas e ligadas a uma única metodologia. O porquê ensinar utilizando temáticas relaciona-se à possibilidade de potencializar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, através de temas que possam viabilizar a construção de conceitos matemáticos, bem como a ampliação e revisão de conteúdos estudados anteriormente, em sala de aula, por meio de atividades didáticas, explorando temáticas importantes para a formação do sujeito que se pretende formar ao final da Educação Básica.

Entende-se que no desenvolvimento das temáticas seria adequado o trabalho com: Resolução de Problemas, Projetos de Trabalho, Modelagem Matemática, História da Matemática como recurso didático e utilização de recursos tecnológicos.

Indica-se a metodologia de resolução de problemas, porque permite ao professor pesquisar ou desenvolver atividades que possibilitem aos alunos construírem estratégias de resolução pertinentes a solução do problema colocado. Conforme Groenwald et al. (2004), à resolução de problemas permite aos alunos uma aprendizagem pautada na motivação, interesse, trabalho em grupo com a colaboração de todos, trocas de experiências e olhar crítico dos participantes do grupo. Esses aspectos permitem que essa metodologia seja adequada ao trabalho com temáticas, pois viabiliza o trabalho autônomo, no qual o estudante busca os seus caminhos para resolução de um problema que poderá fazê-lo pensar e repensar as estratégias adotadas, num movimento de recursão (DOLL JR., 1997). Além disso, segundo Mora (2005) a resolução de problemas possibilita que os professores de Matemática trabalhem com problemas intramatemáticos (relaciona-se a problemas da própria Matemática) e extramatemáticos (relaciona-se a problemas de diferentes áreas). De acordo com Tenreiro e Vieira (2001), essa metodologia permite desenvolver o pensamento crítico, pois o aluno precisa formular, testar, analisar e avaliar as hipóteses levantadas, para determinar a solução dos problemas. Nesse movimento, ele desenvolve competências e habilidades em resolver problemas, tanto da Matemática, como da vida em sociedade. De acordo com os PCN:

> A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve

> quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca, na memória, um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas (BRASIL, 2002, p.112).

Assim, ao trabalhar com temáticas, busca-se que os alunos sejam envolvidos em atividades didáticas que lhes permitam relacionar os conhecimentos matemáticos a problemas locais, sociais e culturais que sejam do interesse do Currículo de Matemática, possibilitando-lhes interagir, de forma consciente, no mundo em que estão inseridos.

Os conteúdos matemáticos do Ensino Médio devem levar em consideração o avanço tecnológico e proporcionar aos estudantes o uso do computador, calculadoras, *softwares* educativos, etc. Segundo Ponte (2001), o professor dessa área precisa inovar suas aulas, utilizando as mais diversas Áreas do conhecimento, devendo pesquisar diferentes possibilidades metodológicas para o ensino as quais possam ser aplicadas, buscando potencializar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. De acordo com Borba e Penteado (2001, p. 25):

> [...] o acesso à informática deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares, o estudante deve poder usufruir de uma educação que, no momento atual, inclua, no mínimo, uma "alfabetização tecnológica". Tal alfabetização deve ser vista não como um curso de informática, mas, como um aprender a ler essa nova mídia. Assim, o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções especiais etc. E, nesse sentido, a informática na escola passa a ser parte da resposta a questões ligadas à cidadania.

Por isso, acredita-se que, na escolha e seleção de temas, é necessário considerar a importância de se trabalhar, em sala de aula, com recursos tecnológicos e com temas atuais, que fazem parte do cotidiano, pois isso pode estimular e facilitar a compreensão do conteúdo abordado pelo professor. Para D'Ambrósio (1997, p. 80):

> A Matemática é, sem dúvida, uma das matérias mais temidas pelos alunos em geral e, como tal, pode-se ver que, quanto mais recursos e meios reais forem utilizados numa aula, maior será o aproveitamento da matéria. A escola não se justifica pela apresentação do conhecimento obsoleto e ultrapassado, e sim em falar em ciências e tecnologia. Além da disposição de fontes alternativas de pesquisa que temos e que já foram descritas anteriormente, temos o auxílio da informática e com o crescente ramo de programação, há vários softwares que possuem o objetivo de aprender, ensinar e trabalhar com a Matemática. A Informática e Comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro.

Os recursos computacionais também fazem parte do mundo do trabalho e uma das finalidades do Ensino Médio é preparar o estudante para sua inserção no mercado de trabalho. Para isso, a escola deve proporcionar o uso de recursos tecnológicos em todas as Áreas do conhecimento, pois, além de ajudar na parte profissional, poderá auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Toledo e Toledo (1997, p. 12):

> [...] é primordial repensar os objetivos da Matemática. Se antes era necessário fazer conta rápida e corretamente, hoje é importante saber por que os algoritmos funcionam, quais as ideias e os conceitos neles envolvidos, qual a ordem de grandeza de resultados que se pode esperar de determinados cálculos e quais as estratégias mais eficientes para se enfrentar uma situação-problema, deixando para a máquina as atividades repetitivas, a aplicação de procedimentos-padrões e as operações de rotina.

O educador, frente à Tecnologia da Informação e Comunicação, precisa propor temáticas que incentivem o conhecimento tecnológico, bem como o manuseio de recursos tecnológicos. Assim, o professor de Matemática precisa preocupar-se em levar o aluno a dedicar mais tempo à reflexão para resolução das atividades do que nos cálculos.

Nesse sentido, os recursos tecnológicos podem contribuir nos processos de ensino e aprendizagem, podendo auxiliar na resolução de problemas, permitindo aos estudantes que sejam mais autônomos na resolução das atividades e que trabalhem com dados reais, por isso faz-se necessária a utilização de tais recursos no Ensino da Matemática do Ensino Médio.

A metodologia de Projetos de Trabalho se mostra adequada ao desenvolvimento de temáticas, pois a escolha do tema pode emergir tanto do professor quanto dos alunos.

Segundo Mora (2004), o trabalho com Projetos apresenta diferentes etapas, sendo elas: escolha do tema a ser pesquisado; discussão do tema escolhido; elaboração de um cronograma de ações para realização do projeto; desenvolvimento do projeto, no qual os alunos pesquisam sobre o tema e buscam alcançar o objetivo do projeto; finalização do projeto, que corresponde à apresentação dos resultados das pesquisas.

Sugere-se o trabalho com Projetos, pois o professor pode, a partir de uma temática, explorar os conteúdos matemáticos durante o desenvolvimento do projeto, podendo tornar a Matemática significativa para o aluno, pois aplica a teoria em assuntos do interesse do Currículo e dos estudantes do Ensino Médio.

Trabalhar as questões da história da Matemática, no desenvolvimento de temáticas, pode ser um recurso facilitador no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos próprios dessa área, os quais podem ser explicados, através da história, mostrando a sua necessidade ao longo da história, considerando seus erros e acertos, para construção do atual conhecimento matemático.

Ainda, sugere-se o trabalho com Modelagem Matemática para o desenvolvimento de temáticas, visto que permite trabalhar com problemas enfrentados pela comunidade, ou seja, problemas reais, buscando solucioná-los por meio dos conteúdos matemáticos.

Os problemas para a Modelagem Matemática, de acordo com Groenwald et al. (2004, p. 43), precisam estar relacionados:

> [...] as situações e as informações têm que ser reais; quer dizer, elas devem ser recolhidas da vida real e de fenômenos verdadeiros; as situações problemáticas devem ser claramente entendidas por todos os estudantes. Elas não devem conter, preferivelmente, informações difíceis de compreender e trabalhar durante o desenvolvimento de uma unidade de ensino; as situações iniciais devem conter, dentro do possível, informações ricas em conteúdos interessantes para os estudantes e incluir diversas interrogações, o que permitirá um trabalho diversificado e diferenciado de acordo com as características do curso; as situações reais devem, dentro do possível, incorporar outras Áreas do conhecimento científico, o que possibilita uma Educação Matemática holística e temática; as situações realistas devem permitir o tratamento de amplos e variados conteúdos matemáticos, em correspondência com o nível de onde se desenvolve o processo de ensino e aprendizagem.

Nesse contexto, entende-se que as temáticas podem possibilitar ao professor de Matemática desenvolver trabalho de Modelagem, no qual os conteúdos estão interligados a assuntos importantes para o estudante e que abarquem as mudanças da sociedade contemporânea.

7 INDICANDO CAMINHOS PARA A PRÁTICA EM SALA DE AULA

Neste capítulo, apresentam-se três sequências didáticas envolvendo as temáticas Contemporaneidade, Político-Social e Cultura. São exemplos que podem ser desenvolvidos no Ensino Médio, proporcionando que os conteúdos estejam interligados a temas importantes para os estudantes do Ensino Médio.

Para elaboração das sequências didáticas buscou-se aporte nas pesquisas do banco de teses da CAPES, nos livros didáticos de Matemática aprovados pelo PNLD de 2012 e nas questões do ENEM.

A sequência didática envolvendo a temática Contemporaneidade foi retida da pesquisa de mestrado da pesquisadora, na qual investigou o tema Criptografia para o desenvolvimento de atividades didáticas para o Ensino Médio.

A sequência com a temática Político-Social foi desenvolvida pela pesquisadora, pois a partir do estudo sobre Currículo e a busca de subsídios nos livros didáticos percebeu-se a importância de se trabalhar as questões trabalhista. A realização dessa sequência foi um grande desafio, pois elaborar uma série de atividades didáticas que permitissem aos alunos irem percebendo a relevância desse tema para o mundo do trabalho, exigiu pesquisas em livros de contabilidade e leis trabalhistas. Nas pesquisas realizadas observou-se que para os cálculos trabalhistas utilizavam-se as planilhas eletrônicas, levando a explorar esse recurso na sequência proposta.

Na temática Cultura, a sequência didática foi construída pela pesquisadora a partir do livro *Descobrindo Matemática na Arte: atividades para o Ensino Fundamental e Médio* (FAINGUELERNT; NUNES, 2011). A atividade envolvendo a obra do artista Abraham Palatnik foi escolhida por entender que permitia relacionar os conteúdos matemáticos ao tema Arte. Para construção dessa sequência, entendeu-se ser necessário pesquisar a biografia do artista Palatnik e suas obras para introduzir as atividades propostas. Também, considerou-se importante verificar *softwares* que contribuísse para a visualização dos objetos matemáticos presentes na sequência. Inicialmente, pensou-se no *software Solid Edge*, utilizado para construção de objetos no ramo da engenharia. Surgindo, então, outro desafio a ser enfrentado, estudar o *software* e construir os objetos matemáticos da sequência, como é um *software* para engenharia, vários termos eram desconhecidos o que dificultava a utilização desse recurso. Devido ao nível de dificuldade para construção das figuras geométricas no *software*, entendeu-se não ser o mais adequado ao desenvolvimento da sequência. Assim, retornou-se a busca pelo *software* e foi pesquisando em artigos acadêmicos que se verificou que no *software GeoGebra* é possível construir figuras espaciais. Então, buscou-se verificar como eram construídas as figuras espaciais nesse recurso.

7.1 TEMÁTICA CONTEMPORANEIDADE

Para tratar a temática Contemporaneidade, escolheu-se o tema Criptografia, que foi estudado durante a dissertação de mestrado da pesquisadora (OLGIN, 2011). Entende-se que esse tema pode ser explorado no Currículo de Matemática, pois reflete os critérios elencados por Doll Jr. (1997) e Silva (2009), visto que é um tema atual que possibilita o desenvolvimento de atividades didáticas, as quais podem ser desenvolvidas no Ensino Básico, possibilitando que os alunos aprimorarem seus conhecimentos, segundo Tamarozzi (2001).

Neste tema, percebe-se o critério *riqueza* como uma possibilidade de recurso para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, podendo contribuir para enriquecer as aulas e possibilitando ao professor desenvolver atividades e jogos de codificação e decodificação com os conteúdos que são trabalhados no Ensino Médio.

O critério *recursão,* por sua vez, pode contribuir para que o aluno reflita sobre os conteúdos desenvolvidos a partir de atividades didáticas envolvendo esse tema. Nas atividades de Criptogramas, por exemplo, os alunos podem resolver por tentativa e erro, evoluindo para formulação e testagem de hipóteses na resolução do problema proposto. Dessa forma, a *recursão* pode ocorrer, durante o processo da ação do aluno frente à situação, na qual ele pode fazer o levantamento das informações relevantes, elaboração de hipóteses, verificação e validação das mesmas.

O critério *ressignificação* por explorar os conteúdos de função linear, função quadrática, função exponencial, função logarítmica e matrizes através do tema. Nesse sentido, esse tema auxilia os alunos no desenvolvimento de competências e habilidades em resolver problemas e criar estratégias de resolução (GROENWALD; FRANKE, 2007; GROENWALD; FRANKE; OLGIN, 2009; OLGIN; GROENWALD, 2013).

As atividades didáticas elaboradas com o tema Criptografia visam oportunizar, em sala de aula, o desenvolvimento de uma temática relacionada a questões contemporâneas, por meio da introdução do tema com uma abordagem histórica, na qual se buscou identificar quando surgiu a necessidade de se utilizar a Criptografia, para manter o segredo de mensagens a serem enviadas. Visa, ainda, apresentar as formas utilizadas ao longo da história para guardar o segredo de uma mensagem, o que Olgin (2011) denominou *aplicações do tema*. Esse tema também apresenta atividades envolvendo criptogramas (letras que viram números), que podem ser utilizados para introduzi-lo, buscando revisar os conteúdos de Aritmética, através da resolução de problemas, considerando os aspectos enunciados por Tenreiro e Vieira (2001), nos quais se espera que os estudantes formulem, testem e analisem as hipóteses estabelecidas, buscando resolver o problema apresentado.

Na Figura 55, apresentam-se as atividades, objetivos e conteúdos desenvolvidos na sequência com o tema Criptografia.

Figura 55 - Sequência didática com o tema Criptografia.

Atividade	**Objetivo**	**Conteúdo**
Criptograma	Aplicar os conhecimentos de Aritmética em uma situação que envolve descoberta de números representados por letras, buscando introduzir, o conceito de Criptografia.	Aritmética
Código com Função Linear	Revisar, aprofundar e reforçar o conceito de função, imagem da função, cálculo de função inversa, buscando ampliar os conhecimentos referentes ao conteúdo de Função Linear.	Função Linear
Código com Função Quadrática	Revisar, aprofundar e reforçar o conceito de função, imagem da função, cálculo de função inversa, buscando ampliar os conhecimentos referentes ao conteúdo de Função Linear.	Função Quadrática
Código com Função Exponencial e Logarítmica	Revisar as propriedades da potenciação, equações exponenciais, cálculo da imagem de uma função, logaritmo mudança de base e utilizar as funções da calculadora, por exemplo, potenciação e fração ou dízima periódica, buscando reforçar esses conteúdos.	Função Exponencial e Logarítmica
Código com Matrizes	Revisar o conceito de matriz, multiplicação de matrizes, operações com matrizes, matriz transposta, cálculo de matriz inversa, buscando reforçar esses conteúdos.	Matrizes

Fonte: adaptado de Olgin (2011).

Segundo Olgin (2011), os conteúdos de função, função inversa, matrizes e matrizes inversas foram selecionados, pois o tema Criptografia pode permitir o desenvolvimento desses conteúdos e suas propriedades, podendo viabilizar que os estudantes revisem e ampliem seus conhecimentos.

7.1.1 Atividades didáticas envolvendo o tema Criptografia

Apresentam-se atividades didáticas, utilizando o tema Criptografia, que podem ser desenvolvidas no Ensino Médio, envolvendo os conteúdos Função Linear, Função Quadrática, Função Exponencial, Função Logarítmica e Matrizes.

Para resolver essas atividades, os alunos podem fazer uso da calculadora científica 35s da HP (Figura 56), com o objetivo de aprender a utilizar os recursos dessa ferramenta.

Figura 56 - Imagem da calculadora HP 35s.

Fonte: retirado de Olgin (2011).

A organização da sequência seguiu as seguintes etapas, conforme a Figura 57:

Figura 57 - Organização da sequência didática.

MOMENTOS	DESCRIÇÃO
1° Momento	Apresentação do tema e sua história.
2° Momento	Aplicação de atividades didáticas envolvendo a história do tema.
3° Momento	Aplicação de atividades envolvendo problemas de descoberta e criptogramas.
4° Momento	Desenvolvimento de atividade envolvendo os conteúdos matemáticos do Ensino Médio.

Fonte: a pesquisa.

Atividade de descoberta: Um problema envolvendo descoberta é: *Qual é o número com 9 dígitos distintos, de 1 a 9 que, quando se lê da esquerda para direita, o número formado por dois de seus dígitos é divisível por 2, por três de seus dígitos é divisível por 3, por quatro de seus dígitos é divisível por 4 e assim sucessivamente (adaptado de Vázquez et al., 1989)?*

Resolução da atividade: sabendo que a soma dos dígitos de 1 a 9 resulta em um número divisível por 9, que o 5º dígito deve ser 5, para ser um número divisível por 5 e que o 2º dígito deve ser par, para ser divisível por 2, é possível concluir que os 3 primeiros dígitos podem ser:

121	122	123	124	126	127	128	129	141	142	143	144	146	147	148	149
161	162	163	164	166	167	168	169	181	182	183	184	186	187	188	189
221	222	223	224	226	227	228	229	241	242	243	244	246	247	248	249
261	262	263	264	266	267	268	269	281	282	283	284	286	287	288	289
301	302	303	304	306	307	308	309	321	322	323	324	326	327	328	329
341	342	343	344	346	347	348	349	361	362	363	364	366	367	368	369
381	382	383	384	386	387	388	389	421	422	423	424	426	427	428	429
441	442	443	444	446	447	448	449	461	462	463	464	466	467	468	469
481	482	483	484	486	487	488	489	621	622	623	624	626	627	628	629
641	642	643	644	646	647	648	649	661	662	663	664	666	667	668	669
681	682	683	684	686	687	688	689	721	722	723	724	726	727	728	729
741	742	743	744	746	747	748	749	761	762	763	764	766	767	768	769
781	782	783	784	786	787	788	789	821	822	823	824	826	827	828	829
841	842	843	844	846	847	848	849	861	862	863	864	866	867	868	869
881	882	883	884	886	887	888	889	921	922	923	924	926	927	928	929
941	942	943	944	946	947	948	949	961	962	963	964	966	967	968	969
981	982	983	984	986	987	988	989								

Retirando os números com algarismos repetidos tem-se:

123	124	126	127	128	129	142	143	146	147	148	149	162	163	164	167
168	169	182	183	184	186	187	189	241	243	246	247	248	249	261	263
264	267	268	269	281	283	284	286	287	289	321	324	326	327	328	329
341	342	346	347	348	349	361	362	364	367	368	369	381	382	384	386
387	389	421	423	426	427	428	429	461	462	463	467	468	469	481	482
483	486	487	489	621	623	624	627	628	629	641	642	643	647	648	649
681	682	683	684	687	689	721	723	724	726	728	729	741	742	743	746
748	749	761	762	763	764	768	769	781	782	783	784	786	789	821	823
824	826	827	829	841	842	843	846	847	849	861	862	863	864	867	869
921	923	924	926	927	928	941	942	943	946	947	948	961	962	963	964
967	968	981	982	983	984	986	987								

Para ser divisível por 3, a soma dos algarismos deve ser divisível por 3. Retirando os números não divisíveis por 3 tem-se:

123	126	129	147	162	168	183	186	189	243	24	249	261	264	267	321
324	327	342	348	369	381	384	387	423	426	429	462	468	483	486	489
621	624	627	642	648	681	684	687	723	726	729	741	762	768	783	786
789	843	846	849	861	864	867	921	924	927	942	948	963	981	984	987

Para que o número seja divisível por 4, os dois últimos algarismos precisam resultar em um número divisível por 4. Então, os números divisíveis por 4 que não têm repetição de algarismo são:

1236	1264	1268	1296	1472	1476	1624	1628	1684	1832	1836	1864	1892	1896	2436	2468
2496	2648	3216	3248	3276	3428	3692	3812	3816	3872	3876	4236	4268	4296	4628	4832
4836	4892	4896	6248	6428	6812	6872	7236	7264	7268	7296	7412	7416	7624	7628	7684
7832	7836	7864	7892	7896	8432	8436	8492	8496	8612	8672	9216	9248	9276	9428	9632
9812	9816	9872	9876												

Um número é divisível por 5, se terminar em zero ou cinco mas, como no problema desconsidera-se o algarismo zero, tem-se que os números divisíveis por 5 são:

12365	12645	12685	12965	14725	14765	16245	16285	16845	18325	18365	18645
18925	18965	24365	24685	24965	26485	32165	32485	32765	34285	36925	38125
38165	38725	38765	42365	42685	42965	46285	48325	48365	48925	48965	62485
64285	68125	68725	72365	72645	72685	72965	74125	74165	76245	76285	76845
78325	78365	78645	78925	7896 5	84325	84365	84925	84965	86125	86725	92165
92485	92765	94285	96325	98125	98165	98725	98765				

Números divisíveis por 6 que não repetem algarismos são:

123654	129654	147258	183654	321654	327654	381654	723654
729654	741258	783654	921654	927654	963258	987654	981654

Números divisíveis por 7 que não se repetem os algarismos são:

3816547	1042363	1042364	7836542
7836549	9216543	9632581	

Um número é divisível por 8, se os três últimos algarismos forem divisíveis por 8. Logo, o único número que satisfaz essa condição é: 38165472.

Então, o número divisível por 9 é: 381654729.

Logo, a única solução é o número 381654729.

Criptogramas: Um exemplo de atividade envolvendo a descoberta de números são os criptogramas, onde cada letra indica um algarismo, letras iguais representam algarismos iguais e letras diferentes representam algarismos diferentes, conforme a Figura 58.

Figura 58 - Exemplo de Criptograma.

Sabendo que cada letra corresponde, exclusivamente, a um só dígito de 0 a 9 e que cada dígito corresponde a uma única letra, resolva a seguinte soma substituindo letras por números:

$$\begin{array}{r} DOIS \\ +\ SEIS \\ \hline OITO \end{array}$$

Fonte: a pesquisa.

Resolução da atividade: pode-se resolver a atividade por tentativa e erro, atribuindo-se para cada letra valores aleatórios ou sistematizando as informações relevantes, formulando hipóteses e elaborando estratégias para resolução.

Informação relevante: $D + S \leq 9$.

Hipótese: $S + S = O \Rightarrow 2S = O$. Logo, O é número par.

Comprovação da hipótese:

Se O=0 $\Rightarrow$ que S = 0 ou S=5. Mas O não pode ser zero, porque D+S não pode ser zero. Logo, proposição falsa.

Se O= 2 $\Rightarrow$ S=1 ou S=6, porque S+S=O. S não pode ser, 1 porque D+S=2 e não fecha as condições. Então, proposição falsa. S não pode ser 6, porque D+S não pode ser 2. Logo, proposição falsa.

Se O=4 $\Rightarrow$ S=2 ou S=7, porque S+S=O. S não pode ser 7, porque D+S tem que ser 4. Logo, proposição falsa. S pode ser 2, então: D=1 e $O+E \geq 10 \Rightarrow E \geq 6$. Então, E =6 ou E=7 ou E=8 ou E=9. A única possibilidade viável é que E=9. Então: I=3 e T=6.

Se O=6$\Rightarrow$ S=3 ou S=8, porque S+S=O. S=8 não pode, porque D+S tem que ser igual a 6. Proposição falsa. S=3 não pode, porque D +S=6. Proposição falsa.

Se O=8$\Rightarrow$ S=4 ou S= 9, porque S+S=O. S= 9 não pode, porque D+S=8. Proposição falsa. S pode ser 4, então: D=3 e $O+E \geq 10 \Rightarrow E \geq 2$. A única possibilidade viável é que E=7. Então: I=6 e T=0.

Então, existem duas respostas possíveis:

- DOIS + SEIS = OITO $\Rightarrow$ 1432 + 2932 = 4364
- DOIS + SEIS = OITO $\Rightarrow$ 3864 + 4764 = 8628.

Código com Função Linear: Considere a Figura 59 que, para cada letra do alfabeto, associa um número inteiro de 1 a 26, e codifique a palavra “SEGREDO”, sabendo que a função codificadora é $f(x) = 6x + 5$.

Figura 59 - Exemplo de atribuição de números às letras do alfabeto.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Fonte: a pesquisa.

Resolução da atividade: pretende-se que o aluno seja capaz de realizar o cálculo da imagem da função para cada algarismo que corresponde a uma letra e utilize corretamente a calculadora. Para isso, primeiro, relaciona-se cada letra do alfabeto a um número, ou seja, a sequência numérica do texto é: 19 – 5 – 7 – 18 – 5 – 4 – 15.

Para criptografar a palavra, calcula-se a imagem da função para cada número da sequência na função determinada (Figura 60).

Figura 60 - Cálculo da imagem da função.

$f(15) = 6.15 + 5 = 95$	$f(19) = 6.19 + 5 = 119$	$f(5) = 6.5 + 5 = 35$
$f(7) = 6.7 + 5 = 47$	$f(18) = 6.18 + 5 = 113$	$f(4) = 6.4 + 5 = 29$

Fonte: a pesquisa.

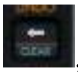
Nesse caso, espera-se que o estudante utilize a calculadora da seguinte forma: para encontrar a *f(15)*, digita-se 6 x 15 + 5 e tecle *enter*, obtendo 95 (Figura 61) . Para os demais algarismos, utilizam-se as teclas de cursor , para se mover pelo visor e a tecla *clear* , para apagar o algarismo que se deseja modificar.

Figura 61 - Exemplo da atividade resolvida com a calculadora 35s da HP.

Fonte: a pesquisa.

Sendo o texto codificado, a imagem de cada algarismo encontrado na função será: 119 – 35 – 47 – 113 – 35 – 29 – 95.

Para decodificar a palavra, o receptor deverá calcular a imagem dos elementos, utilizando a função inversa, que pode ser encontrada da seguinte forma: A função inversa de *f(x)* = 6x + 5 é:

$$f(x) = 6x + 5$$

$$f(x) - 5 = 6x$$

$$\frac{f(x) - 5}{6} = x$$

Logo, a função inversa corresponde a $f^{-1}(x) = \dfrac{x-5}{6}$.

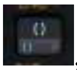
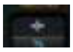
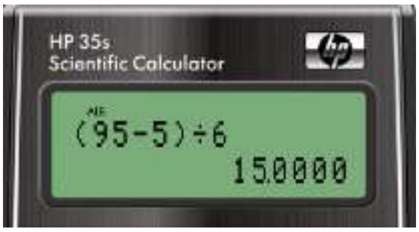
Para encontrar a imagem da função inversa na calculadora, apertar-se a tecla dos parênteses , em seguida, digita-se 95 – 5, apertar-se a tecla da seta para direita , depois aperta-se a tecla da operação de divisão  e, em seguida, a tecla do algarismo 6 e, para encontrar o resultado, aperta-se a tecla *enter* , encontrando na calculadora a expressão da Figura 62.

Figura 62 - Exemplo da atividade resolvida com a calculadora 35s da HP.



Fonte: a pesquisa.

Código com Função Quadrática: Considere a Figura 49 e codifique a palavra "LIVRO", sabendo que a função codificadora é $f(x) = x^2 + 2x + 6$.

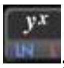
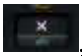
Resolução da atividade: primeiro, relaciona-se cada letra do alfabeto a um número, ou seja, a sequência numérica do texto é: 12 – 9 – 22 – 18 – 15.

Para criptografar a palavra, calcula-se a imagem da função para cada número da sequência na função determinada (Figura 63).

Figura 63 - Cálculo da imagem da função.

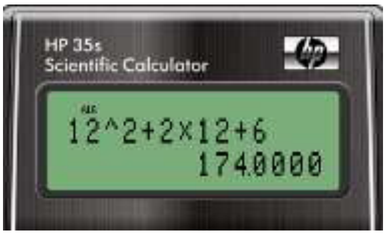
$f(12) = 12^2 + 2.12 + 6 = 174$	$f(9) = 9^2 + 2.9 + 6 = 105$	$f(22) = 22^2 + 2.22 + 6 = 534$
$f(18) = 18^2 + 2.18 + 6 = 366$	$f(15) = 15^2 + 2.15 + 6 = 261$	

Fonte: a pesquisa.

Nesse caso, espera-se que o estudante utilize a calculadora da seguinte forma: digite 12, a tecla da potência , o dígito 2, a operação de adição, o dígito 2, a operação de multiplicação , o dígito 12, a operação de adição, o dígito 6 e tecle *enter* , obtendo 174 (Figura 64). Para os demais algarismos, utilizam-se as teclas de cursor  para se mover pelo visor e a tecla *clear* , para apagar o algarismo que se deseja modificar.

Sendo o texto codificado, a imagem de cada algarismo encontrado na função será: 174 – 105 – 534 – 366 – 261.

Figura 64 - Exemplo da atividade resolvida com a calculadora 35s da HP.



Fonte: a pesquisa.

Para decodificar a palavra, o receptor deverá calcular a imagem dos elementos, utilizando a função inversa, que pode ser encontrada da seguinte forma: A função inversa de A função inversa de $f(x) = x^2 + 2x + 6$ é:

$x^2 + 2x + 6 - y = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 2^2 - 4.1.\ (6 - y)$

$\Delta = 4 - 24 + 4y$

$\Delta = - 20 + 4y$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{-20 + 4y}}{2.1}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{-5 + y}}{2}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{-5 + y}$$

Logo, a função inversa corresponde a $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{-5 + x}$.

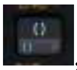
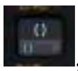
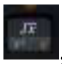
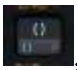
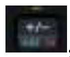
Nessa atividade, utiliza-se a calculadora científica da seguinte forma: aperta-se a tecla dos parênteses , em seguida, digita-se o algarismos 1, a tecla , a tecla de deslocamento para direita , a operação de adição , a tecla dos parênteses , a operação de radiciação , a tecla dos parênteses , o algarismo 5, a tecla , a operação de adição , o algarismo 174, a tecla de deslocamento para direita  até sair de todos os parênteses. Para encontrar o resultado, aperta-se a tecla , encontrando na calculadora a expressão da Figura 65, que apresenta parte da expressão no primeiro visor e outra parte no segundo visor.

Figura 65 - Exemplo da atividade resolvida com a calculadora 35s da HP.

Fonte: a pesquisa.

Código com Função Exponencial e Logarítmica: Considere a Figura 49 e a função cifradora $f(x) = \left(2^x\right)^{\frac{1}{2}}$. Utilize a propriedade ($(a^x)^y = a^{xy}$) na função dada e codifique a palavra "APRENDER".

Resolução da atividade: primeiro, relaciona-se cada letra do alfabeto a um número, ou seja, a sequência numérica do texto é: 1 – 16 – 18 – 5 – 14 – 4 – 5 – 18.

Para criptografar a palavra, calcula-se a imagem da função para cada número da sequência na função determinada (Figura 66).

Figura 66 - Cálculo da imagem da função.

$f(1) = 2^{\frac{1}{2}} = 1{,}41$	$f(16) = 2^{\frac{16}{2}} = 256$	$f(18) = 2^{\frac{18}{2}} = 512$
$f(5) = 2^{\frac{5}{2}} = 5{,}66$	$f(14) = 2^{\frac{14}{2}} = 128$	$f(4) = 2^{\frac{4}{2}} = 4$

Fonte: a pesquisa.

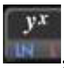
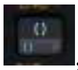
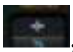
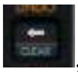
Nesse caso, espera-se que o estudante utilize a calculadora da seguinte forma: digite o algarismo 2, aperte a tecla da potência , aperte a tecla do parênteses , o algarismo 1, a operação de divisão , o algarismo 2 e tecle *enter* , obtendo 1,41 (Figura 67). Para os demais algarismos, utilizam-se as teclas de cursor , para se mover pelo visor e a tecla *clear* , para apagar o algarismo que se deseja modificar.

Figura 67 - Exemplo da atividade resolvida com a calculadora 35s da HP.

Fonte: a pesquisa.

Sendo o texto codificado, a imagem de cada algarismo encontrado na função será: 1,41 – 256 – 512 – 5,66 – 128 – 4 – 5,66 – 512.

Para decodificar a palavra, o receptor deverá calcular a imagem dos elementos, utilizando a função inversa, que pode ser encontrada da seguinte forma: a função inversa de $f(x) = \left(2^x\right)^{\frac{1}{2}}$ é: $\log_2 y = \frac{x}{2}$.

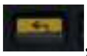
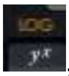
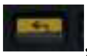
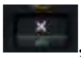
Pode-se utilizar a calculadora da seguinte forma: aperta-se a tecla , para habilitar função logaritmo, a tecla do logaritmo de base 10 , o algarismo 1,41, a tecla da operação de divisão, a tecla , a tecla da função logaritmo , o algarismo 2, a tecla de deslocamento para direita  para sair do parêntese, a tecla da operação de multiplicação , o algarismo 2 e apertaram a tecla *enter*  encontrando na calculadora a expressão da Figura 68.

Figura 68 - Exemplo da atividade resolvida com a calculadora 35s da HP.

Fonte: a pesquisa.

Código com Matrizes: Considere a Figura 49 e codifique a palavra "FELICIDADE”, sabendo que a matriz codificadora é $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Resolução da atividade: primeiro, relaciona-se cada letra do alfabeto a um número, ou seja, a sequência numérica do texto é: 6 – 5 – 12 – 9 – 3 – 9 – 4 – 1 – 4 – 5.

Assim, tem-se a matriz da mensagem: $M = \begin{pmatrix} 6 & 12 & 3 & 4 & 4 \\ 5 & 9 & 9 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

Para codificar, deverá ser realizada a multiplicação de matrizes em que se multiplicará a matriz A com a matriz M:

$$AM = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 12 & 3 & 4 & 4 \\ 5 & 9 & 9 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$AM = \begin{pmatrix} 27 & 51 & 33 & 11 & 23 \\ 26 & 48 & 39 & 8 & 24 \end{pmatrix}$$

Os elementos da matriz AM corresponderão à mensagem codificada:

Para decodificar a mensagem, multiplica-se a matriz (AM) com A^{-1}.

Em seguida, deverá saber que deve realizar o cálculo da matriz inversa da matriz A:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Para decodificar, realiza-se multiplicação de matrizes, em que se multiplica a matriz AM com a matriz A^{-1}:

$$(AM).A^{-1} = \begin{pmatrix} 27 & 51 & 33 & 11 & 23 \\ 26 & 48 & 39 & 8 & 24 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 12 & 3 & 4 & 4 \\ 5 & 9 & 9 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

7.2 TEMÁTICA POLÍTICO-SOCIAL

Para o desenvolvimento da temática Político-Social, optou-se por desenvolver uma sequência didática com o assunto salário, por entender que esse tema é importante para a formação do estudante do Ensino Médio, pois futuramente estará no mercado de trabalho ou já está inserido no mesmo. Entende-se que esse tema pode ser desenvolvido no Currículo de Matemática, conforme as contribuições de Skovsmose (2006), Doll Jr. (1997) e Silva (2009), visto que as questões salariais fazem parte da vida do cidadão e o professor pode viabilizar o desenvolvimento de atividades didáticas envolvendo esse assunto, podendo viabilizar ao aluno o desenvolvimento de um pensamento crítico em relação às questões trabalhistas. De acordo com Moraes et al. (2008), a compreensão do conhecimento matemático pode estar relacionado às questões políticas e sociais importantes para compreensão crítica da realizada, oportunizando uma Educação para vida, podendo desenvolver sujeitos com competências técnicas e comprometidos com as mudanças sociais que ocorrem na sociedade.

Nesse tema, percebe-se o critério *riqueza* na elaboração de atividades didáticas que permitem relacionar o conhecimento matemático às questões do mundo do trabalho, pois se considera importante que o Currículo de Matemática contribua para a formação de um indivíduo que saiba tomar decisões frente às questões trabalhistas, tais como, direito a férias, décimo terceiro salário, descanso semanal remunerado, vale-transporte, fundo de garantia do tempo de serviço, previdência social, entre outros que podem compor um contracheque, buscando contribuir para formar um sujeito consciente de seus direitos e deveres referentes às questões de trabalho.

Os critérios *reflexão* e *realidade* estão relacionados a esse tema, pois associar as questões trabalhistas aos conteúdos matemáticos pode permitir aos estudantes compreenderem a importância de alguns descontos salariais, como a previdência social, que é importante, pois visa garantir uma renda ao contribuinte, caso ocorra doença, acidente, gravidez, prisão, morte e velhice. Também possibilita refletir sobre o Salário Mínimo e seu impacto na economia doméstica, compreendendo se o mesmo satisfaz as necessidades a que se propõe. Tem-se, ainda, o critério *ressignificação,* por desenvolver os conteúdos matemáticos associados ao tema, permitindo a utilização de planilhas eletrônicas, como recurso facilitador na resolução dos cálculos propostos.

Entende-se que o tema Salário reflete as questões propostas por Skovsmose (2006) referentes a um Currículo Crítico, pois permite perceber a importância da Matemática por meio de atividades didáticas envolvendo esse tema. Desenvolvê-lo pode possibilitar aos alunos vislumbrar a aplicação dos conteúdos matemáticos em situações relacionadas ao mundo do trabalho, viabilizando a discussão de um assunto relevante para a formação de um cidadão crítico e reflexivo. Skovsmose (2006) também menciona a função da Matemática de "formatar a sociedade", já que apresenta um vasto campo de aplicações. Assim, não apresentar a funcionalidade dessa área aos estudantes pode trazer consequências, como não poder tomar uma decisão, pela falta de compreensão da linguagem da Matemática relacionada às questões econômicas, políticas e sociais. Nesse sentido, relacionar os conteúdos dessa área a temas, como Salário, poderia permitir que a disciplina de Matemática não se restringisse ao ensino de técnicas e procedimentos, tomando uma dimensão maior, na qual os alunos poderiam tornar-se sujeitos ativos e participativos frente às atividades propostas com essa temática.

As atividades didáticas elaboradas com o tema Salário buscam oportunizar o desenvolvimento de questões trabalhistas no Currículo de Matemática. Desse modo, primeiramente, buscou-se introduzir o tema a partir dos envolvidos numa relação de trabalho, ou seja, identificando quem é o empregador e o empregado. Em seguida, apresentaram-se as definições de salário, remuneração e salário mínimo. Também, durante a elaboração da sequência, entendeu-se que seria importante, para a formação dos alunos do Ensino Médio, conhecer os proventos e descontos, bem como, seus respectivos cálculos, pois poderiam auxiliá-los quando estabelecessem uma relação trabalhista. No decorrer da construção da sequência, percebeu-se que o tema poderia oportunizar a utilização de planilhas eletrônicas, como recurso facilitador para os cálculos.

Na Figura 69, podem-se observar as atividades elaboradas, os objetivos e conteúdos matemáticos desenvolvidos na sequência com o tema Salário.

Figura 69 - Sequência didática com o tema Salário.

Atividade	**Objetivo**	**Conteúdo**
Conhecendo os proventos da folha de pagamento	Aplicar e revisar os conhecimentos de Matemática Financeira em cálculos trabalhistas.	Matemática Financeira
Conhecendo os descontos da folha de pagamento	Aplicar e revisar os conhecimentos de Matemática Financeira em cálculos trabalhistas.	Matemática Financeira
Calculando o contracheque	Aplicar e revisar os conhecimentos de Matemática Financeira em cálculos trabalhistas e na relação salário e consumo.	Matemática Financeira e Estatística
Questões de Livros Didáticos e ENEM	Aplicar os conhecimentos de Função Modular e Matemática Financeira envolvendo o Imposto de Renda, o INSS e aplicação financeira.	Função Modular e Matemática Financeira
Calculando uma folha de pagamento no *software Excel*	Aplicar os conhecimentos de Matemática Financeira, utilizando uma planilha eletrônica como recurso facilitador nos cálculos.	Matemática Financeira

Fonte: a pesquisa.

7.2.1 Atividades didáticas envolvendo o tema Salário

A sequência proposta foi organizada em seis momentos, conforme a Figura 70.

Figura 70 - Organização da sequência didática.

MOMENTOS	**DESCRIÇÃO**
1° Momento	Apresentação dos sujeitos envolvidos em uma relação de trabalho (Empregado e Empregador), definindo o que é remuneração e salário.
2° Momento	Discussão de questões relacionadas ao salário Mínimo, observando as necessidades básicas que esse valor tem que cobrir.
3° Momento	Divisão da folha de pagamento (proventos e descontos) e seus respectivos cálculos.
4° Momento	Conhecendo um contracheque e realizando seus cálculos.
5° Momento	Desenvolvimento de atividades retiradas ou adaptadas de livros didáticos e do ENEM envolvendo o tema Político-social.
6° Momento	Utilização do *software Excel*, para calcular uma folha de pagamento.

Fonte: a pesquisa.

Para falar em folha de pagamento, faz-se necessário, primeiramente, mencionar os sujeitos envolvidos na relação de trabalho, ou seja, o empregado e o empregador. O empregado refere-se à pessoa física que presta serviços ao empregador, mediante um salário. O empregador é a pessoa jurídica que utiliza os serviços do empregado mediante contrato de trabalho (DINIZ, 2000).

O empregador deve utilizar a folha de pagamento[16] (podendo ser feita a mão, por processo mecânico ou eletrônico), para registrar todos os proventos e descontos dos empregados durante o mês. Esses registros devem ficar à disposição da fiscalização e auditorias internas ou externas, buscando fornecer as informações necessárias para que a empresa continue funcionando normalmente. A folha de pagamento, normalmente, apresenta a seguinte divisão: proventos e descontos. Correspondem aos proventos o salário, horas extras, adicional de insalubridade, adicional de periculosidade, salário-família, prêmios, comissões, gratificações, abonos, entre outros. Fazem parte dos descontos o Imposto de Renda, a Contribuição Sindical, faltas e atrasos, vale-transporte, previdência social, vale-refeição, seguros, convênios, etc. (OLIVEIRA, 1997; VIANNA, 1997).

Segundo Augusto e Costa (1997), salário é o pagamento devido ao empregado referente ao serviço prestado e a remuneração corresponde à soma do salário com os adicionais, como, por exemplo, as horas extras, o salário-família, entre outros.

Também há o salário mínimo, que é o menor valor pago pelo empregador ao empregado. Esse valor fixado por lei precisa atender as necessidades básicas do empregado, tais como, moradia, alimentação, educação, saúde, lazer, higiene, previdência e vestuário (DINIZ, 2000; OLIVEIRA, 2004).

Serão abordados, neste momento, alguns proventos que podem fazer parte da folha de pagamento, bem como a realização de seus cálculos. A hora extra se refere às horas realizadas além da jornada de trabalho contratada, não podendo, por lei, o empregado fazer mais de duas horas extras por dia, exceto em casos excepcionais, se solicitado antecipadamente pelo empregador ao Ministério do Trabalho, que poderá permitir no máximo quatro horas pelo prazo de dez dias. As horas extras devem ser pagas pelo empregador com, no mínimo, 50% a mais sobre o valor da hora trabalhada, conforme a Consolidação das Leis do Trabalho (CLT). Para calcular a hora extra, deve-se dividir o salário mensal pela carga horária mensal, assim obtém-se o valor da hora trabalhada, nesse valor acrescenta-se 50% do valor da hora trabalhada, que se refere ao valor da hora extra (AUGUSTO; COSTA, 1997).

Hora extra: Um empregado que trabalha como auxiliar de produção recebe R$1124,00 mensais trabalhando 8 horas por dia. No mês de abril, por motivo de força maior, fez 40 horas extras. Quanto receberá pelas horas trabalhadas além de sua carga horária? (Adaptado de CORTEZ, 2001, p.25).

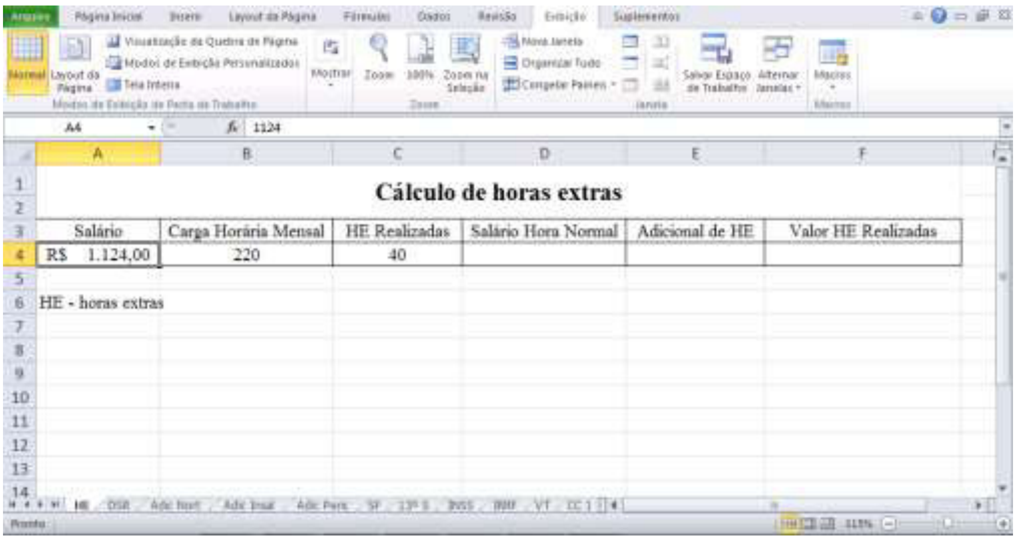
---

[16] A folha de pagamento é o extrato fornecido individualmente aos funcionários para verificação das importâncias pagas, descontos e total líquido a receber da empresa (VIANNA, 1997).

Resolução da atividade: primeiramente, divide-se o salário mensal por 220 horas trabalhadas no mês, o que resultará em R$ 5,11 que é o valor da hora trabalhada, mas, por se tratar de hora extra, acrescenta-se a esse valor 50%, encontrando-se um valor total de R$ 7,66 por hora extra. Como foram realizadas 40 horas extras, o empregador deverá pagar ao funcionário R$ 306,55 referentes às horas extras.

Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: primeiramente, cria-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 71.

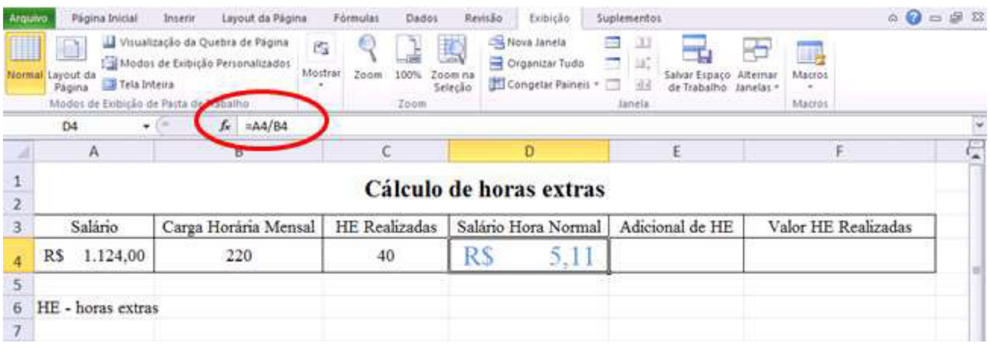
Figura 71 - Exemplo de planilha para cálculo de horas extras.



Fonte: a pesquisa.

Para calcular as horas extras, na célula D4, digita-se a fórmula =*A4/B4*, encontrando o valor do salário por hora trabalhada (Figura 72).

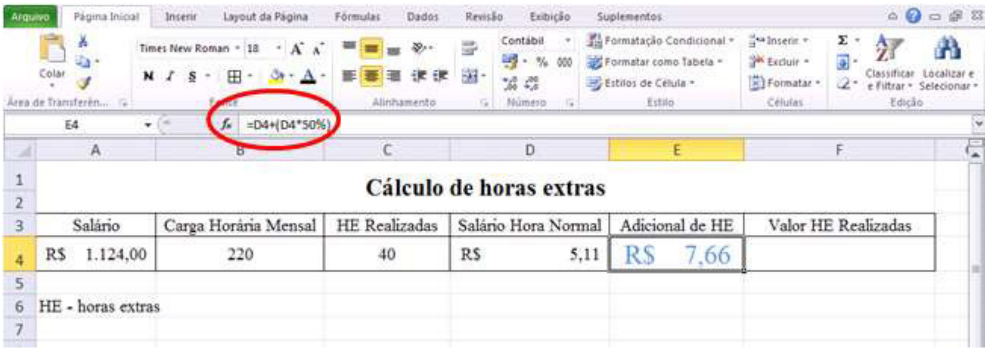
Figura 72 - Exemplo de cálculo de hora extra.



Fonte: a pesquisa.

No cálculo do adicional de hora extra, acrescenta-se 50% no valor do salário hora. Na célula E4, digita-se a fórmula =D4+(D4*50%), obtendo-se o valora da hora extra (Figura 73).

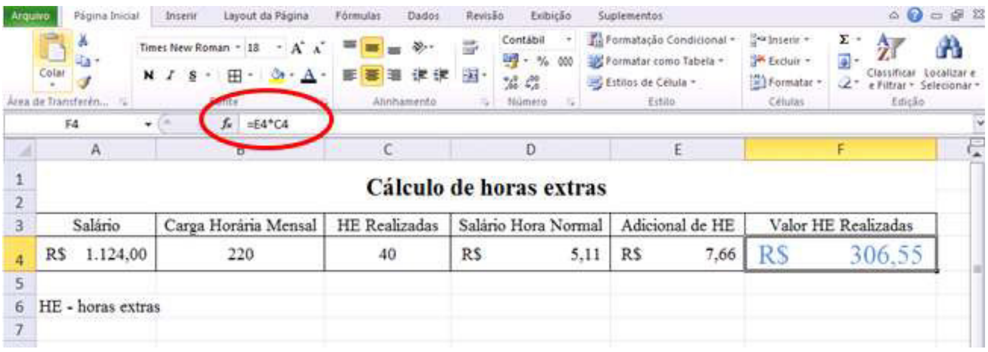
Figura 73 - Exemplo de cálculo de hora extra.



Fonte: a pesquisa.

Em seguida, multiplica-se o valor do salário hora extra pelo número de horas extras realizadas. Na célula F4, digita-se =*E4*C4*, como se pode observar na Figura 74.

Figura 74 - Exemplo de cálculo de hora extra.



Fonte: a pesquisa.

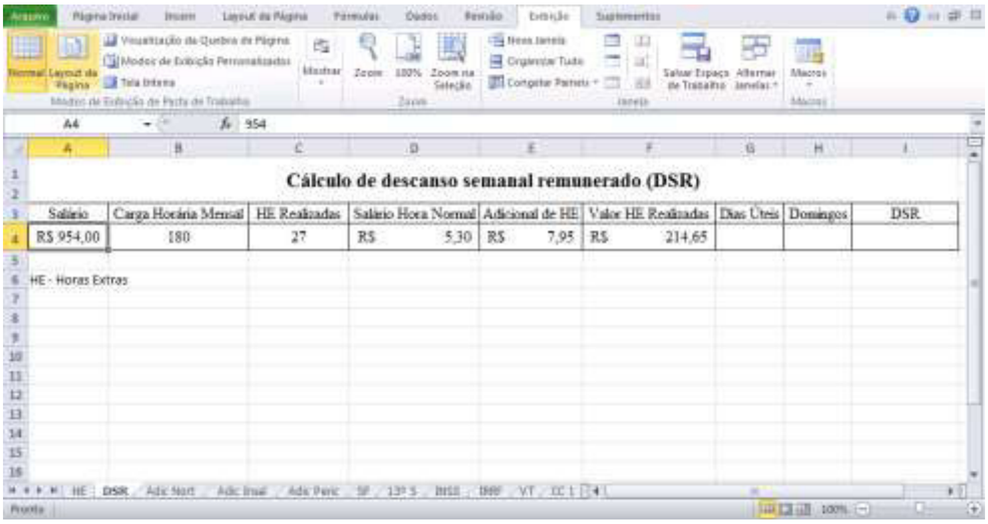
Ainda, de acordo com a Consolidação das Leis Trabalhistas (CLT), todo trabalhador tem direito ao descanso semanal de 24 horas consecutivas, de preferência aos domingos, salvo em caso de necessidade ou conveniência pública. A Súmula nº 172 do Tribunal Superior do Trabalho (TST), também estabelece que as horas extras sejam integradas no cálculo do Descanso Semanal Remunerado (DSR). Para determinar esse valor, divide-se o valor total das horas extras realizadas pelos dias úteis do mês e multiplica-se pelo número de domingos e feriados do mês, não esquecendo que o sábado é considerado dia útil, exceto quando for feriado oficial (OLIVEIRA, 1997).

Descanso semanal remunerado: Um empregado que trabalha como técnico em contabilidade na empresa *Fátima Assessoria Jurídica* e recebe R$ 954,00 mensais, tendo uma carga horária de 180 horas mensais (6h diárias), no mês de junho de 2013, por motivo de força maior, fez 27 horas extras. Qual é o valor do DSR?

Resolução da atividade: primeiramente, calcula-se o valor das horas extras, ou seja, divide-se R$ 954,00 por 180 horas, encontra-se R$ 5,30, ao qual se adiciona 50%, o qual resulta em R$ 7,95, que se multiplica por 27, que se refere ao número de horas extras realizadas, as quais correspondem a R$ 214,65. Em seguida, com o valor das horas extras de R$ 214,65, divide-se por 25, que são os dias úteis do referido mês e multiplica-se o resultado por 5, que são os domingos do mês, encontrando-se, então, R$ 42,93.

Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: cria-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 75.

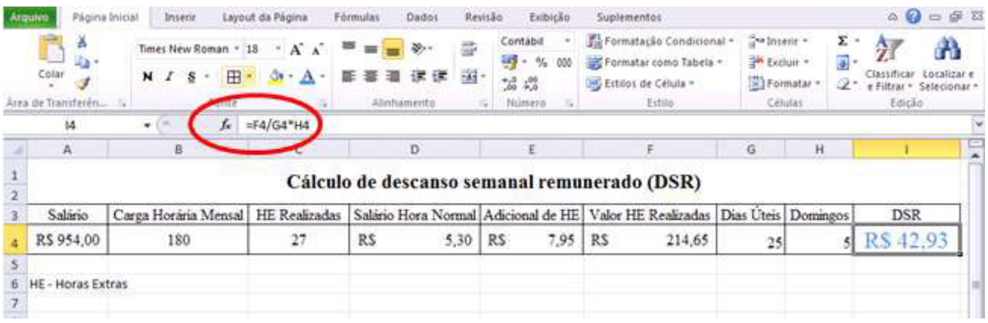
Figura 75 - Exemplo de planilha para cálculo de descanso semanal remunerado.



Fonte: a pesquisa.

O descanso semanal remunerado é calculado a partir das horas extras realizadas. Em seguida, na célula G4 e H4, respectivamente, digita-se os dias úteis e domingos do mês de junho de 2013. Na célula I4, digita-se a fórmula *=F4/G4*H4*, encontrando o valor do descanso semanal remunerado (Figura 76).

Figura 76 - Exemplo de cálculo de descanso semanal remunerado.



Fonte: a pesquisa.

O adicional noturno caracteriza-se pelo trabalho realizado entre as 22 horas de um dia e as 5 horas do dia seguinte, sendo a hora noturna de 52 minutos e 30 segundos, na qual o trabalhador será remunerado com um adicional de, no mínimo, 20% do valor da hora normal

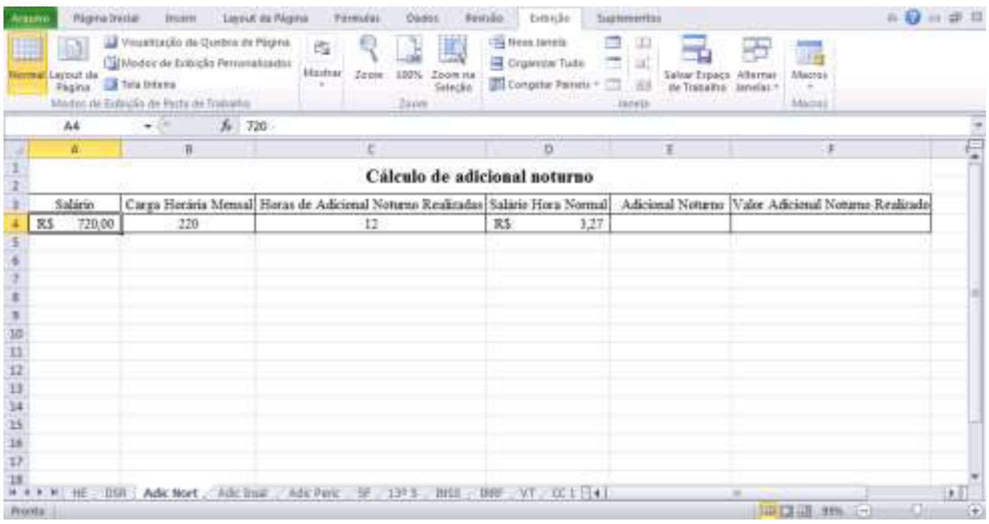
(VIANNA, 1997). No cálculo do adicional noturno, precisa-se dividir o salário mensal pela carga horária mensal, obtendo-se o valor da hora trabalhada. A esse valor acrescenta-se 20% referentes ao adicional noturno (AUGUSTO; COSTA, 1997).

Adicional noturno: Um funcionário da empresa *AWP e Cia* recebe mensalmente R$ 720,00, trabalhando 8 horas por dia. Realizou 12 horas mensais de trabalho noturno. Quanto esse funcionário ganhou de adicional noturno no mês? (Adaptado de OLIVEIRA, 1997, p. 25).

Resolução da atividade: para calcular o adicional noturno, divide-se o salário mensal por 220 horas, o que resultará em R$ 3,27, que é o valor da hora trabalhada. Assim, acrescenta-se a esse valor 20%, encontrando-se um valor de R$ 3,92 por hora noturna. Como foram realizadas 12 horas de trabalho noturno, o empregador deverá pagar ao funcionário R$ 47,04 referentes às horas noturnas.

Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: primeiramente, cria-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 77.

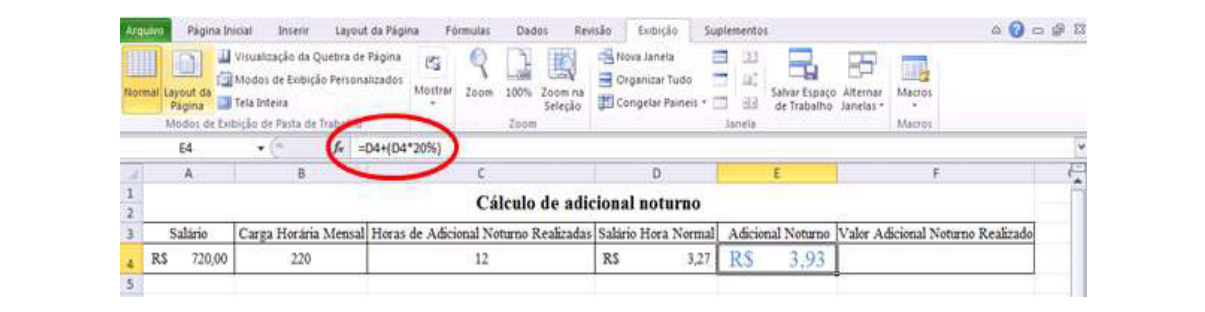
Figura 77 - Exemplo de planilha para cálculo de adicional noturno.



Fonte: a pesquisa.

O adicional noturno é calculado a partir do valor do salário hora normal. Em seguida, na célula E4 digita-se a fórmula *=D4+(D4*20%)*, encontrando o valor do adicional noturno por hora (Figura 78).

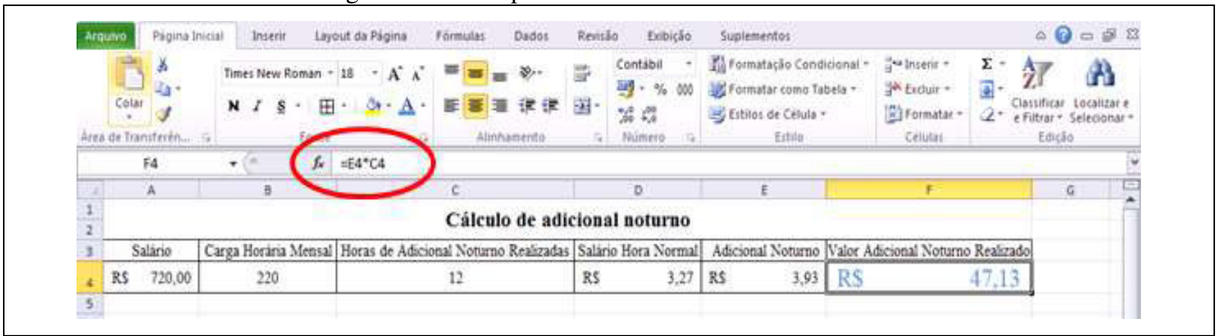
Figura 78 - Exemplo de cálculo de adicional noturno.



Fonte: a pesquisa.

Como foram realizadas 12 horas noturnas, multiplica-se o valor do adicional noturno por hora pelo número de horas noturnas. Na célula F4, digita-se *=E4*C4*, como se pode observar na Figura 79.

Figura 79 - Exemplo de cálculo de adicional noturno.



Fonte: a pesquisa.

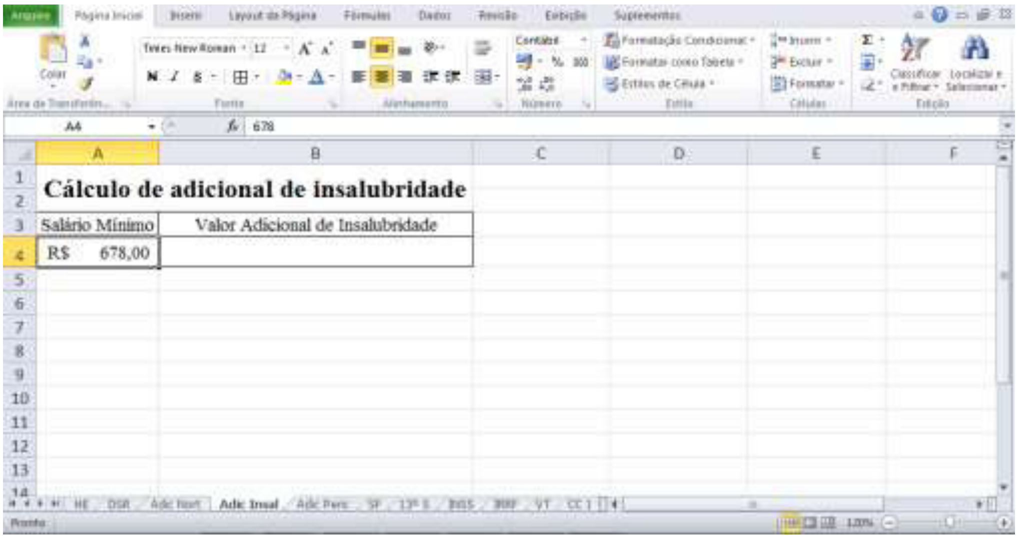
O adicional de insalubridade é devido ao empregado que exerce atividades cuja natureza lhe exponha a agentes prejudiciais a sua saúde. Esse adicional apresenta três graus de insalubridade, sendo eles: o grau máximo, que corresponde a um adicional de 40%, o grau médio, com adicional de 20%, e o grau mínimo, com adicional de 10% sobre o salário mínimo (AUGUSTO; COSTA, 1997).

Adicional de insalubridade: Um funcionário da *Clínica Boa Ventura* recebe mensalmente R$ 1268,70 e tem uma carga horária de 180 horas mensais (6h diárias). Sabendo que o funcionário tem direito a insalubridade de 20%, quanto ele ganha desse adicional no mês? (Utilize o valor do Salário Mínimo Nacional de 2013).

Resolução da atividade: sabendo que o valor do Salário Mínimo é R$ 678,00, calculando-se 20% desse valor, encontra-se R$135,60, que corresponde ao valor do adicional de insalubridade.

Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: elabora-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 80.

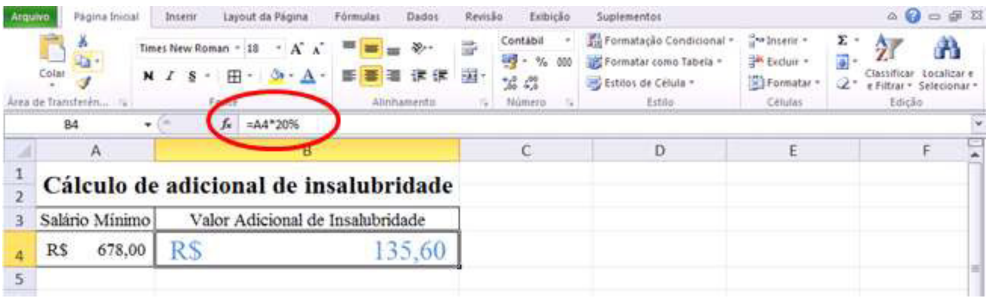
Figura 80 - Exemplo de planilha para cálculo de insalubridade.



Fonte: a pesquisa.

Na célula B4, digita-se a fórmula =*A4*20%*, encontrando o valor do adicional de insalubridade (Figura 81).

Figura 81 - Exemplo de cálculo de insalubridade.



Fonte: a pesquisa.

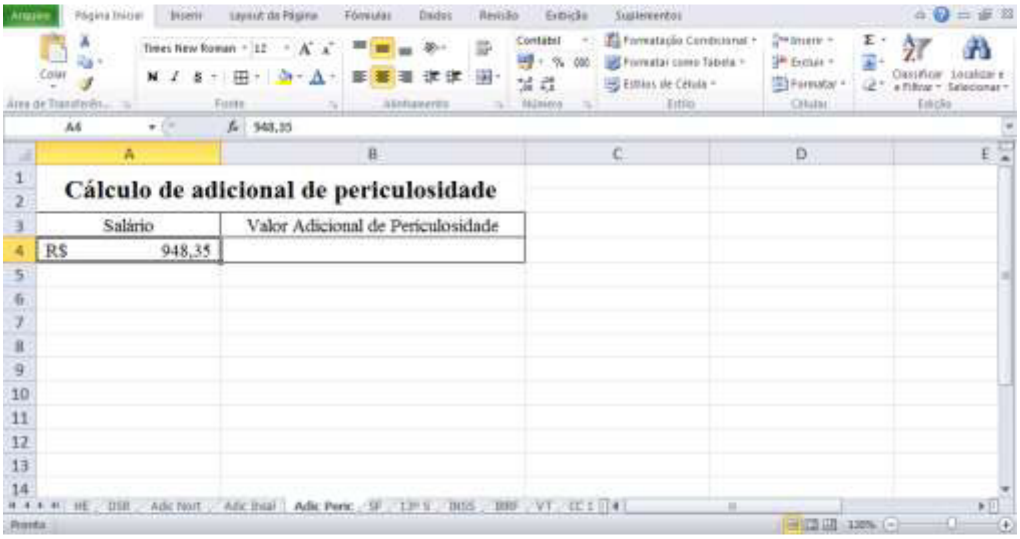
Os empregados que exercem atividades perigosas, ou seja, que trabalham com materiais inflamáveis ou explosivos, recebem um adicional de periculosidade de 30% sobre o salário base, ou seja, sobre o salário contratual. Também o que trabalha em serviço insalubre e perigoso deverá optar por um dos adicionais (OLIVEIRA, 1997).

Adicional de Periculosidade: Um empregado da empresa *Soares Radiadores* recebe mensalmente R$ 948,35, trabalhando 8 horas por dia, além de um adicional de periculosidade, pois trabalha em local que coloca sua vida em risco. Quanto esse funcionário ganha de adicional de periculosidade no mês? (Adaptado de OLIVEIRA, 2004, p. 204).

Resolução da atividade: como o valor do adicional de periculosidade é de 30% sobre o salário mensal, tem-se que 30% de R$ 948,35 corresponde a R$ 284,51.

Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: elabora-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 82.

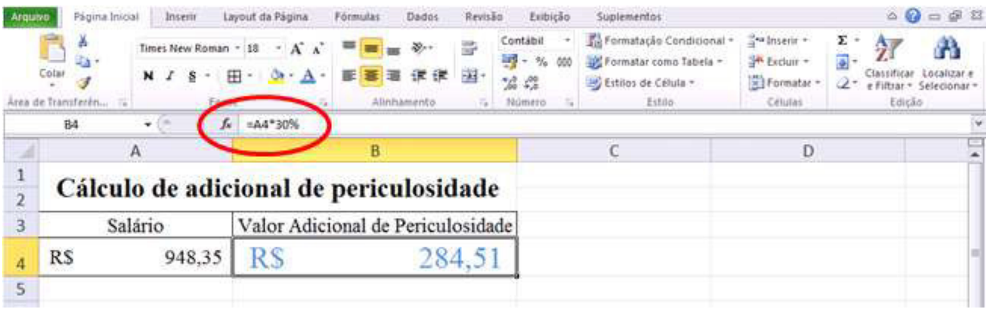
Figura 82 - Exemplo de planilha para cálculo de adicional de periculosidade.



Fonte: a pesquisa.

Na célula B4, digita-se a fórmula =*A4*30%*, encontrando o valor do adicional de insalubridade (Figura 83).

Figura 83 - Exemplo de cálculo de adicional de periculosidade.



Fonte: a pesquisa.

Outro provento que compõe a folha de pagamento é o salário família. Todo trabalhador de baixa renda, conforme a lei, que tenha filhos até quatorze anos, ou inválido de qualquer idade, tem direito a receber o salário família de acordo com o número de filhos que tiver (CORTEZ, 2001). A partir de janeiro de 2013, a quota para o salário família é de R$ 33,16 para os trabalhadores que têm uma remuneração de até R$ 646,55 e de R$ 23,36 para os trabalhadores que tem uma remuneração de R$ 646,56 a R$ 971,78.

Salário Família: A empresa *Artigo Importados S.A*. paga mensalmente, a uma de suas funcionárias duas cotas referentes ao salário família. Sabendo que a funcionária e recebe uma remuneração mensal de R$ 696,00, quanto ela recebe mensalmente de Salário família?

Resolução da atividade: como a remuneração mensal da funcionária é R$696,00, então ela se encaixa na quota de R$ 23,36 por filho. Como ela recebe duas quotas, tem-se que o valor do salário família é de R$ 46,72.

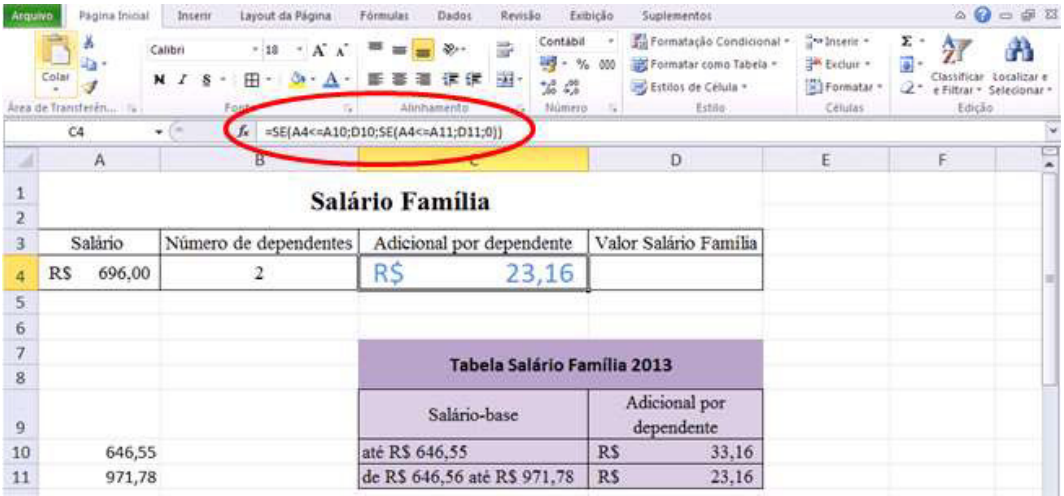
Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: elabora-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 84.

Figura 84 - Exemplo de planilha para cálculo de salário família.

Fonte: a pesquisa.

Na célula C4, digitam-se as condições necessárias para o recebimento do salário família, a partir da tabela do salário família para o ano de 2013, o que corresponde a fórmula *=SE(A4<=A10;D10;SE(A4<=A11;D11;0))*, encontrando o valor do adicional por dependentes (Figura 85).

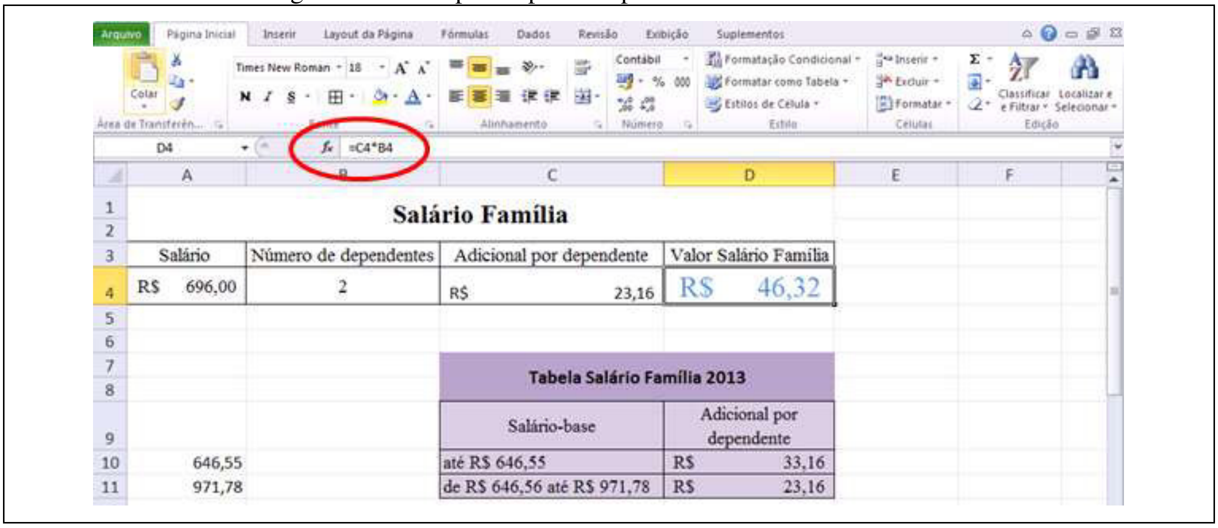
Figura 85 - Exemplo de planilha para cálculo de salário família.



Fonte: a pesquisa.

Na célula D4, digita-se a fórmula =*C4*B4*, encontrando o valor correspondente ao salário família a ser recebido pela funcionária (Figura 86).

Figura 86 - Exemplo de planilha para cálculo de salário família.



Fonte: a pesquisa.

O décimo terceiro salário (gratificação de natal) refere-se a uma gratificação compulsória devida ao trabalhador, no mês de dezembro. O trabalhador tem direito a essa gratificação a partir do período em que é admitido na empresa, por serviços prestados anualmente, sendo que esse valor é calculado por frações mensais de um doze avo sobre a remuneração (DINIZ, 2000).

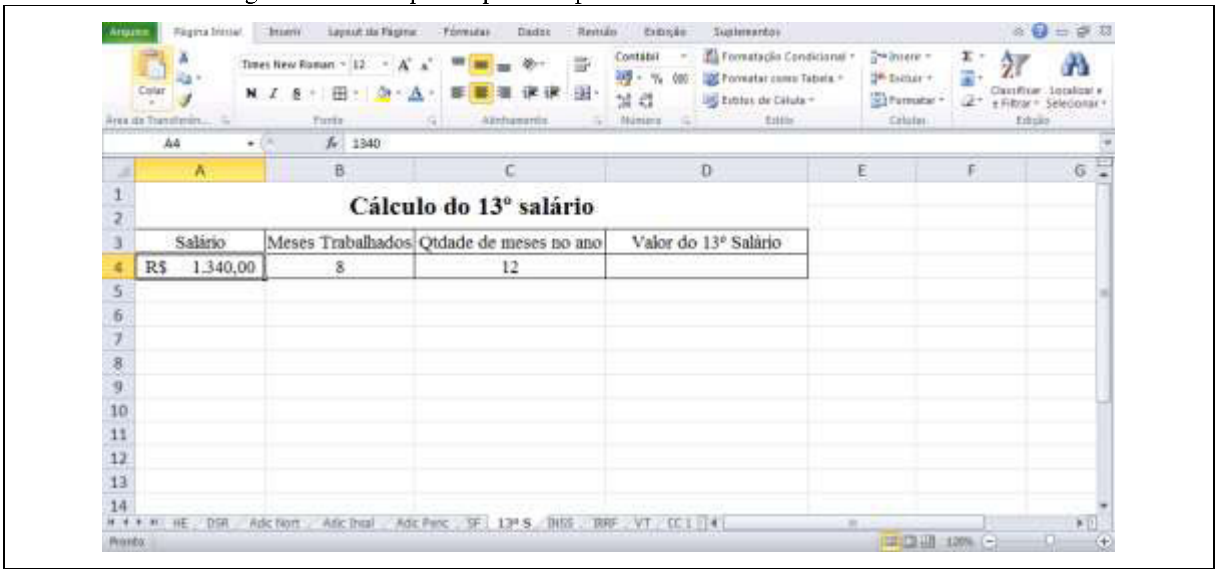
Também será devido, a todo trabalhador que completar doze meses de período aquisitivo de trabalho, o direito a um descanso de 30 dias (férias). Se o empregador ultrapassar o limite de doze meses subsequentes ao período aquisitivo desse direito, deverá pagar as férias em dobro ao empregado (DINIZ, 2000; CORTEZ, 2001). O valor pago ao empregado no período de férias é a remuneração acrescida de um terço, observando as condições previstas em lei.

Décimo terceiro salário: Um funcionário da empresa *Reparos Automotivos* tem direito a receber o décimo terceiro proporcional, pois tem 8 meses de efetivo período de trabalho prestado. Sabendo que esse funcionário teve uma remuneração de R$ 1340,00 por mês, qual é o valor que deve receber de décimo terceiro salário? (Adaptado de AUGUSTO; COSTA, 1997, p. 64).

Resolução da atividade: para encontrar o valor do décimo terceiro proporcional ao qual o funcionário tem direito, multiplica-se o valor da remuneração (R$ 1340,00) pelos meses de trabalho (8 meses) e o resultado divide-se por 12 meses, obtendo-se o valor do décimo terceiro de R$ 893,33.

Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: elabora-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 87.

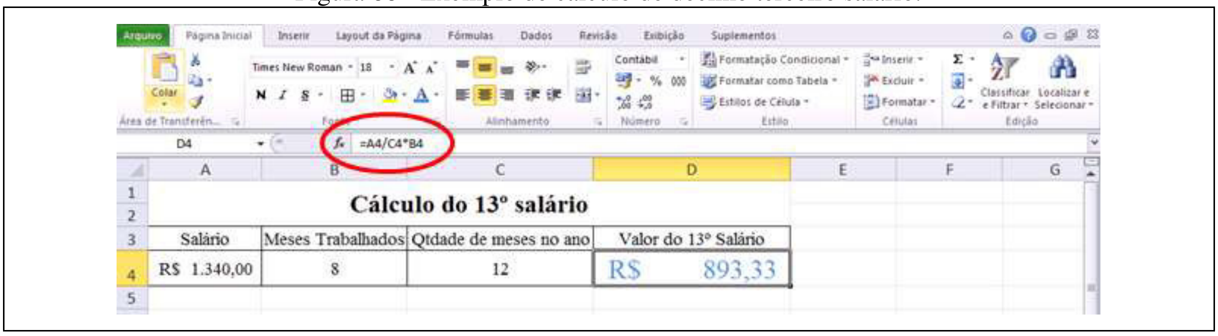
Figura 87 - Exemplo de planilha para cálculo de décimo terceiro salário.



Fonte: a pesquisa.

Na célula D4, digita-se a fórmula *=A4/C4*B4*, encontrando o valor do décimo terceiro salário (Figura 88).

Figura 88 - Exemplo de cálculo de décimo terceiro salário.



Fonte: a pesquisa.

Ainda, segundo a Constituição Federal (BRASIL, 1988), a arrecadação referente às contribuições para o Programa de Integração Social (PIS) e para o Programa de Formação do Patrimônio do Servidor Público (PASEP) financia o programa *Seguro-desemprego*[17] e o abono de um salário mínimo anual aos funcionários que recebem até dois salários mínimos de remuneração por mês.

O Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS), em uma folha de pagamento, não representa proventos e nem descontos, pois o empregador precisa depositar, obrigatoriamente, 8% da remuneração paga no mês anterior a cada trabalhador, a título de FGTS. Esse busca

[17] O Seguro-desemprego tem como objetivo fornecer assistência financeira temporária ao trabalhador que está desempregado, por motivo de dispensa sem justa causa procurando ajudar os trabalhadores na busca de emprego.

auxiliar o trabalhador, em caso de encerramento da relação de emprego, conforme previsto na CLT (OLIVEIRA, 2004).

Alguns descontos que podem fazer parte da folha de pagamento são: Instituto Nacional do Seguro Nacional (INSS), Vale-Transporte (VT), Contribuição Sindical e o Imposto de Renda Retido na Fonte (IRRF).

Em 1990, foi criado o Instituto Nacional do Seguro Nacional (INSS) para receber as contribuições dos empregados, tendo a função de realizar os pagamentos de aposentadoria, auxílio-doença, pensão por morte, auxílio-acidente, entre outros benefícios. A previdência social caracteriza-se por ser um seguro para o qual todo empregado contribui, sendo descontado mensalmente, durante todo período trabalhado (OLIVEIRA, 1997). O valor do desconto de INSS (Tabela 5) é realizado diretamente na folha de pagamento, respeitando os valores a serem descontados, conforme tabela de desconto do INSS, referente à contribuição dos segurados empregados, empregados domésticos e trabalhadores avulsos, a partir de 1º de janeiro de 2013, de acordo com Portaria Interministerial Ministério da Previdência Social/ Ministério da Fazenda nº 15, de 10 de janeiro de 2013.

Tabela 5 - Tabela de alíquota de desconto do INSS.

Salário-de-contribuição (R$)	**Alíquota para fins de recolhimento ao INSS (%)**
até 1.247,70	8,00
de 1.247,71 até 2.079,50	9,00
de 2.079,51 até 4.159,00	11,00

Fonte: Ministério da Previdência Social, 2013.

Instituto Nacional do Seguro Nacional: Um funcionário da empresa *Móveis Killdari* teve uma remuneração de R$ 1457,85. Quanto deve ser descontado desse funcionário em sua folha de pagamento referente ao INSS? (adaptado de OLIVEIRA, 2004).

Resolução da atividade: para realizar o cálculo do recolhimento, utiliza-se a tabela 5, para verificar a alíquota do recolhimento. Como a remuneração foi entre R$ 1 247,71 e R$ 2 079,50, aplica-se a alíquota de 9%. Portanto 9% de R$ 1 457,85 corresponde a R$ 131,21 referente ao desconto de INSS.

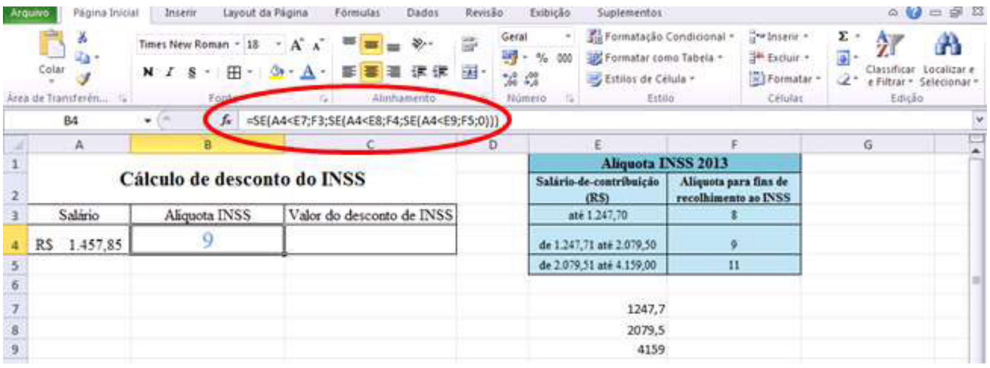
Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: elabora-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 89.

Figura 89 - Exemplo de planilha para cálculo de INSS.

Fonte: a pesquisa.

Na célula B4, digitam-se as condições necessárias para o desconto do INSS, a partir da tabela da alíquota do INSS para o ano de 2013, o que corresponde a fórmula *=SE(A4<=A10;D10;SE(A4<=A11;D11;0))*, que está presente na Figura 90.

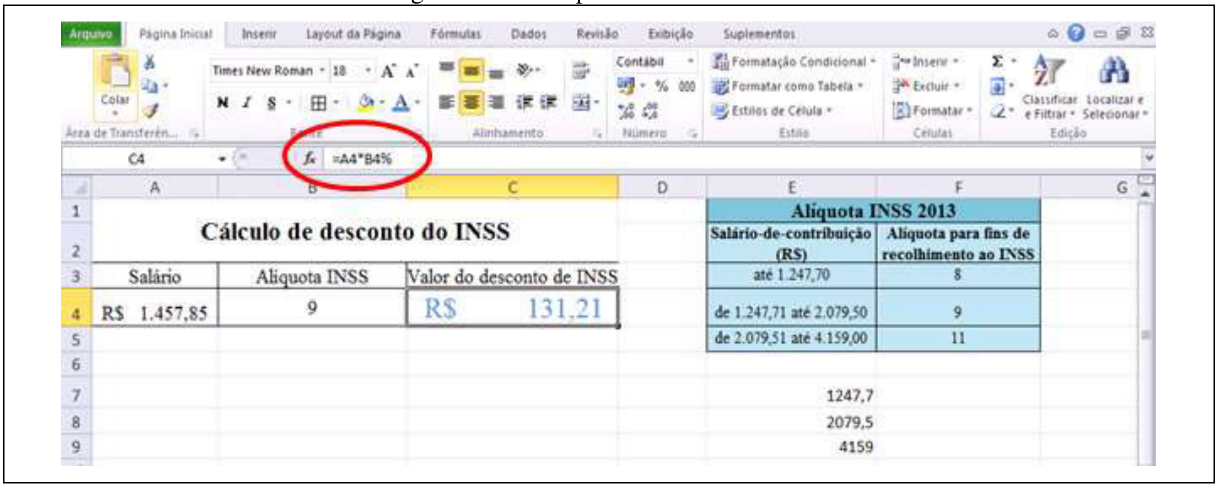
Figura 90 - Exemplo de cálculo de INSS.



Fonte: a pesquisa.

Na célula C4, digita-se a fórmula *=A4*B4%*, para encontrar o valor do desconto referente ao INSS (Figura 91).

Figura 91 - Exemplo de cálculo de INSS.



Fonte: a pesquisa.

Segundo Oliveira (1997), o Imposto de Renda é um imposto recolhido sobre o valor da remuneração. Esse tributo é calculado tendo por base os valores recebidos durante todo ano e deve ser declarado ao governo. O Imposto de renda retido na fonte (IRRF) é uma forma alternativa da cobrança do imposto de renda normal. Começou a ser aplicado em tributos onde não era necessária a identificação do contribuinte. O IRRF busca antecipado recolhimento do imposto, por meio de porcentagens mensais do salário, conforme tabela de desconto do IRRF (Tabela 5) que serve de base para o cálculo mensal do Imposto sobre a Renda da Pessoa Física para o exercício de 2014, referente ao ano-calendário de 2013. Este imposto pode gerar uma restituição ou imposto a pagar pelo contribuinte, em sua declaração do Imposto de Renda.

Tabela 6 - Tabela de alíquota de desconto do IRRF.

Base de cálculo mensal em R$	**Alíquota (%)**	**Parcela a deduzir do imposto em R$**
Até 1.710,78	-	isento
De 1.710,79 até 2.563,91	7,5	128,31
De 2.563,92 até 3.418,59	15,0	320,60
De 3.418,60 até 4.271,59	22,5	577,00
Acima de 4.271,59	27,5	790,58

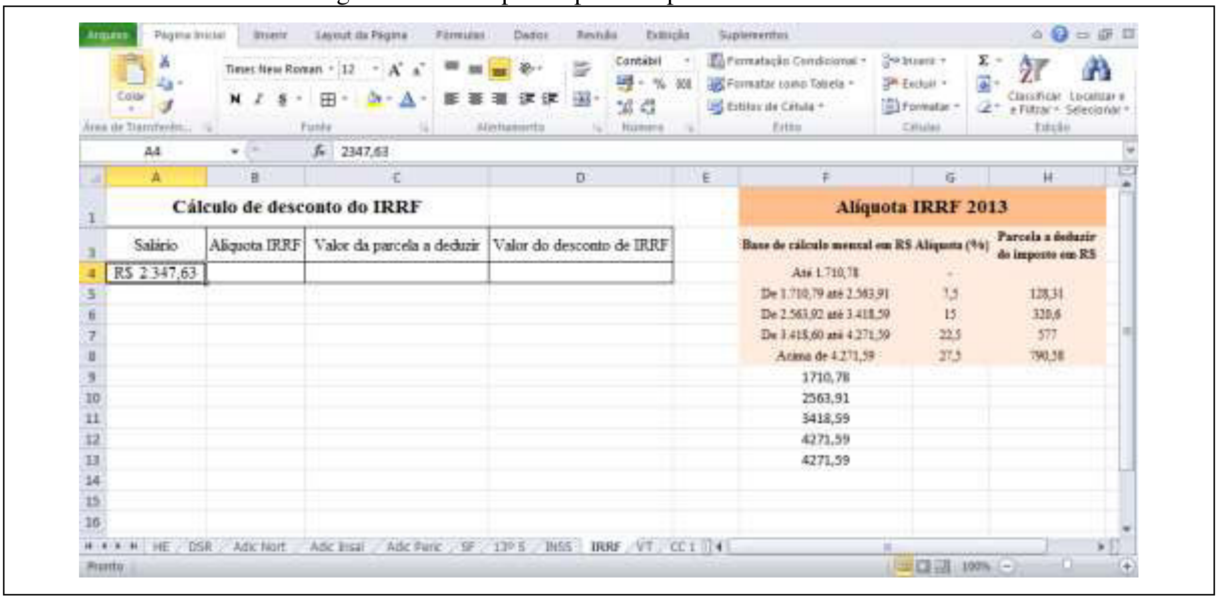
Fonte: Receita Federal, 2013.

Imposto de Renda Retido na Fonte: Calcule o IRRF do funcionário Airton Brandão o qual trabalha na empresa *RSA e Cia*, sabendo-se que o mesmo tem uma remuneração mensal de R$ 2347,63.

Resolução da atividade: para calcular o IRRF, verifica-se, na tabela 6, a alíquota referente à remuneração do funcionário, encontrando-se 7,5%. Em seguida, calcula-se 7,5% de R$ 2347,63, que é R$ 176,07. Depois, verifica-se, na tabela 6, qual a parcela a deduzir referente à alíquota de 7,5%, que é R$ 128,31. Assim, o IRRF é a diferença entre o valor da alíquota e da parcela a deduzir, ou seja, R$ 176,07 – R$ 128,31 = R$ 47,76. O Imposto de Renda Retido na Fonte é de R$ 47,76.

Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: elabora-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 92.

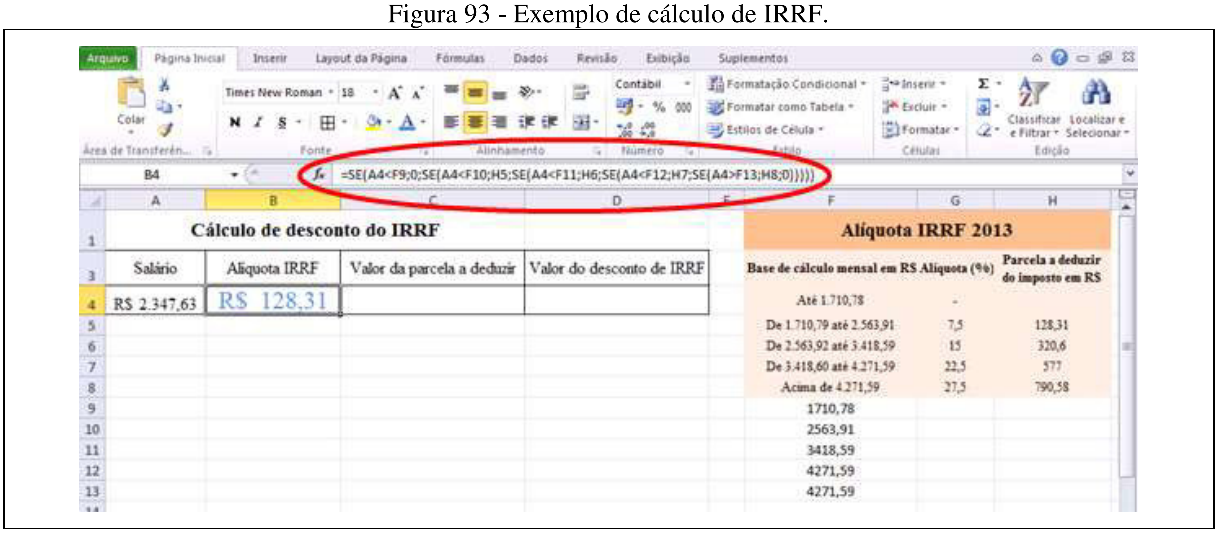
Figura 92 - Exemplo de planilha para cálculo do IRRF.



Fonte: a pesquisa.

Na célula B4, digitam-se as condições necessárias para o desconto do IRRF, conforme a fórmula *=SE(A4<F9;0;SE(A4<F10;H5;SE(A4<F11;H6;SE(A4<F12;H7;SE(A4>F13;H8;0)))))*, para determinar a alíquota a ser aplicada, de acordo com a tabela da alíquota do IRRF de 2013 (Figura 93).

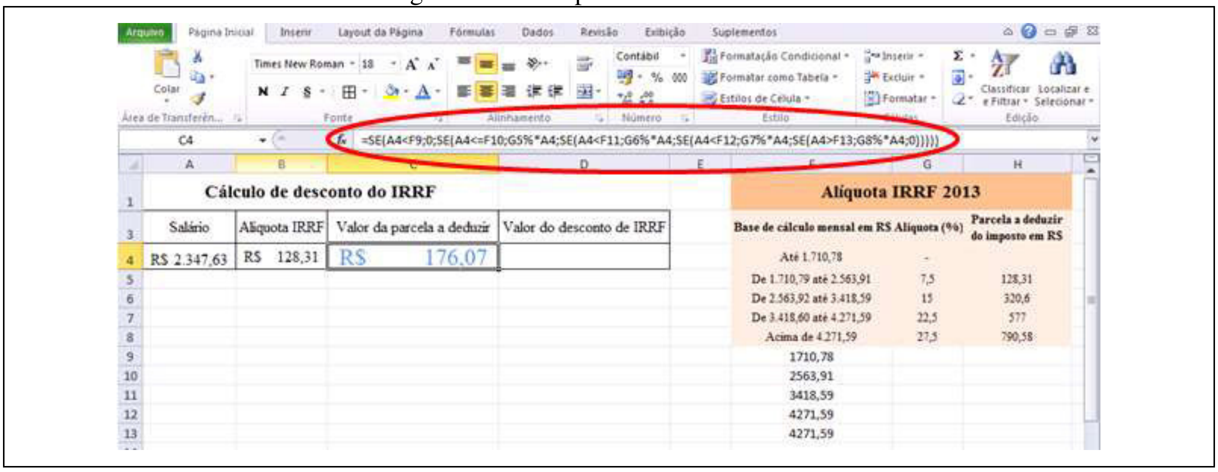
Figura 93 - Exemplo de cálculo de IRRF.



Fonte: a pesquisa.

Na célula C4, digitam-se as condições necessárias para determinar o valor da parcela a ser deduzida, conforme a fórmula *=SE(A4<F9;0;SE(A4<=F10;G5%*A4;SE(A4<F11;G6%*A4;SE(A4<F12;G7%*A4;SE(A4>F13;G8%*A4;0)))))* apresentada na Figura 94.

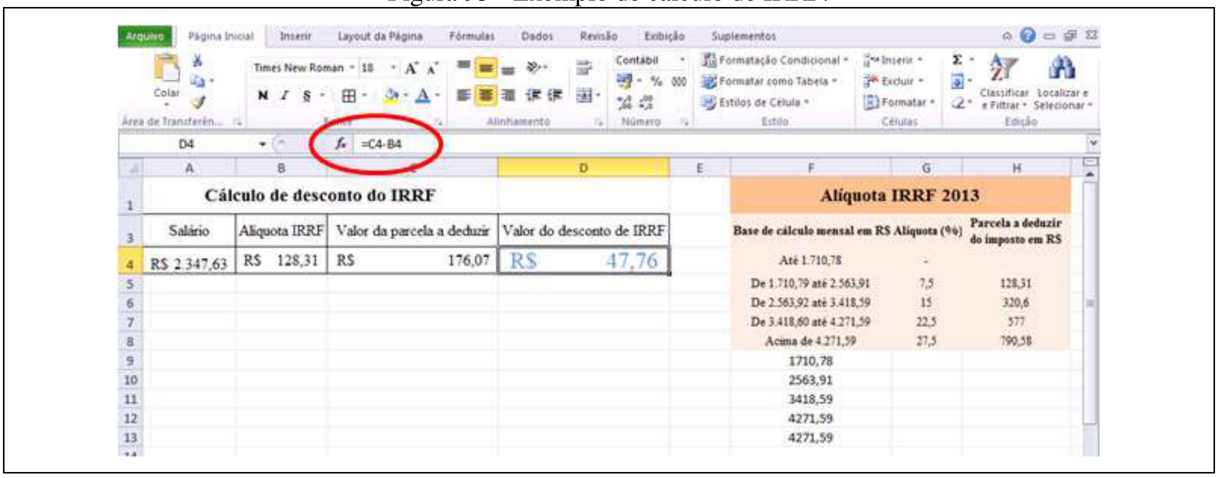
Figura 94 - Exemplo de cálculo de IRRF.



Fonte: a pesquisa.

Na célula D4, digita-se a fórmula *=C4-B4*, para encontrar o valor do desconto referente ao IRRF (Figura 95).

Figura 95 - Exemplo de cálculo de IRRF.



Fonte: a pesquisa.

Segundo Oliveira (1997), outro desconto realizado na folha de pagamento é a Contribuição Sindical. O empregador deve descontar, anualmente, no mês de março, na folha de pagamento de cada funcionário, um dia de trabalho referente à contribuição sindical.

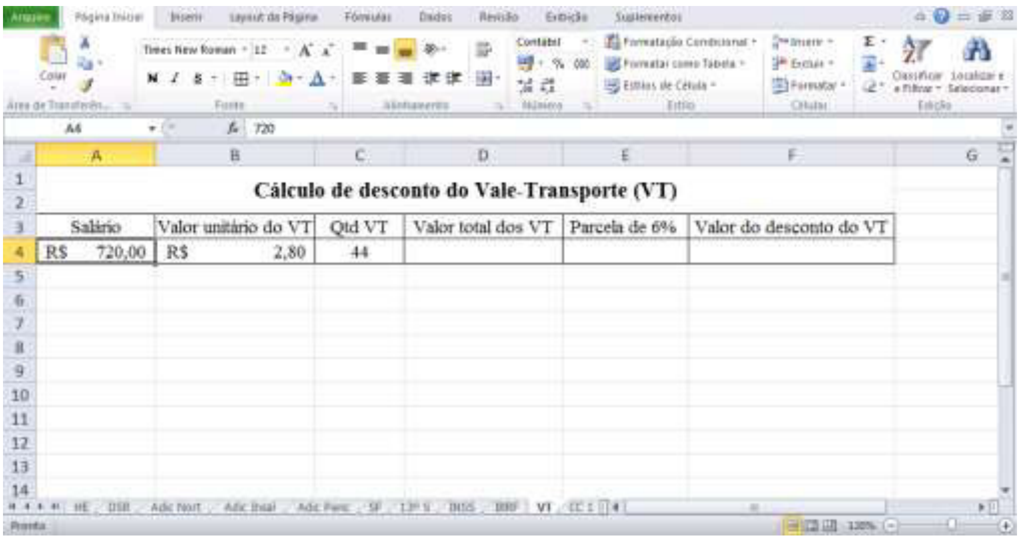
Tem-se, também, o desconto referente ao Vale-Transporte (VT), que é um benefício que o empregador antecipa ao empregado para despesas com deslocamento da residência ao trabalho e do trabalho a residência. O desconto, na folha de pagamento, poderá ser de 6% do valor do seu salário básico independente do número de dias úteis de trabalho. Se o valor do VT fornecido ao empregado for inferior a 6% de seu salário básico, será descontado apenas o valor dos vales fornecidos. Com relação ao desconto desse benefício, deverá sempre ser descontado o menor valor, sendo de responsabilidade do empregador verificar qual o menor valor a ser descontado, ou seja, a parcela de 6% ou o valor total dos vales fornecidos (VIANNA, 1997).

Vale-Transporte: Um funcionário tem um salário básico de R$ 720,00 mensais, sendo fornecidos 44 VT, pois utiliza dois vales por dia. Se o valor da tarifa é R$ 2,80, quanto deve ser descontado desse funcionário referente ao VT? (adaptado de VIANNA, 1997).

Resolução da atividade: para saber a quantia a ser descontada referente ao VT, calcula-se 6% do salário básico, que resulta em R$ 43,20, e calcula-se o valor de 44 vales, que corresponde a R$ 2,80 vezes 44, que resulta em R$ 123,20. O desconto na folha de pagamento referente ao VT é de R$ 43,20.

Nessa atividade, pode-se utilizar uma planilha de *Excel* da seguinte forma: elabora-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 96.

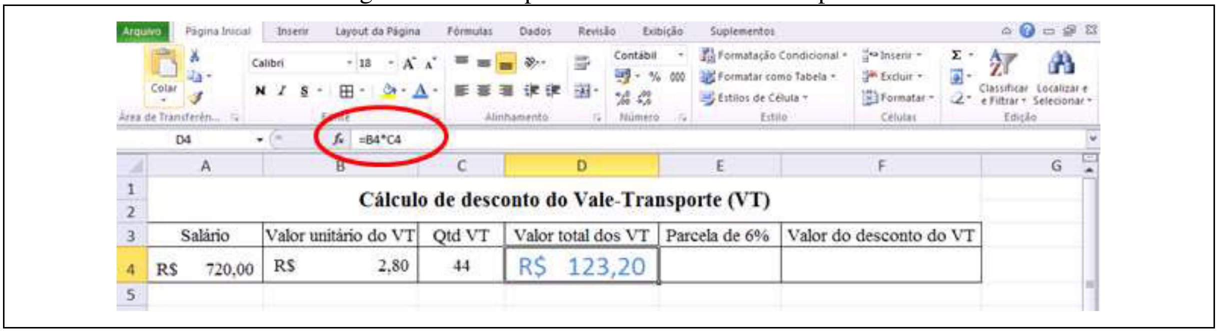
Figura 96 - Exemplo de planilha para cálculo de vale-transporte.



Fonte: a pesquisa.

Na célula D4, digita-se a fórmula *=B4*C4*, encontrando o valor total do de 44 vales (Figura 97).

Figura 97 - Exemplo de cálculo de vale-transporte.



Fonte: a pesquisa.

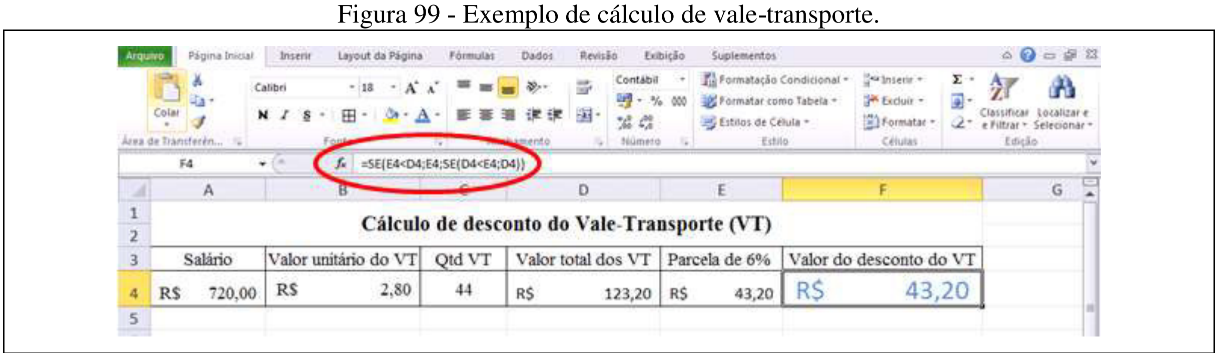
Na célula E4, digita-se a fórmula =*A4*6%*, para encontrar o valor de 6% do salário do funcionário (Figura 98).

Figura 98 - Exemplo de cálculo de vale-transporte.

Fonte: a pesquisa.

Na célula F4, digitam-se as condições necessárias para determinar qual valor deve ser descontado referente ao vale-transporte (Figura 99).

Figura 99 - Exemplo de cálculo de vale-transporte.



Fonte: a pesquisa.

Ainda pode-se ter, na folha de pagamento, o desconto referente ao adiantamento salarial, o qual é determinado pela empresa por meio de acordo ou convenções coletivas de trabalho. Esse adiantamento, normalmente, corresponde a 40% do salário do funcionário e pode ser pago nos dias 15 ou 20 de cada mês, sendo determinado pela empresa.

Compreendendo o contracheque: Complete o contracheque, determinando os valores das horas extras, periculosidade, vale-transporte (44 vales de R$2,80), base p/ INSS, INSS, base p/ IRR, IRRF, base p/ FGTS e Depósito do FGTS.

CONTRACHEQUE					
NOME DO EMPREGADOR CHAMPION LTDA				CGC/CNPJ 89.862.000/0001-06	
NOME DO FUNCIONÁRIO LEONARDO RENKEL				N° CARTEIRA DE TRABALHO 9007/0002	
CARGO OU FUNÇÃO SOLDADOR				DEPARTAMENTO MONTADOR	
BANCO/AGÊNCIA BANCO YZT				MÊS/ANO NOVEMBRO/2013	
CÓDIGO	HISTÓRICO		REFERÊNCIA	VANTAGENS	DESCONTOS
023	SALÁRIO		220h	1820,00	
039	HORAS EXTRAS 50% DIURNAS		4 h	64,52	
067	DSR S/ HORAS EXTRAS			10,76	
017	PERICULOSIDADE		30%	546,00	
147	VALE-TRANSPORTE				109,20
801	INSS				268,54
526	IRRF				34,65
BASE P/ INSS 2 441,28		BASE P/ CÁLCULO DO IRRF 2172,74		TOTAIS DE VENCIMENTOS 2 441,28	TOTAIS DESCONTOS 412,39
BASE P/ FGTS		DEPÓSITO FGTS		LÍQUIDO A RECEBER 2028,89	

Fonte: adaptado de Oliveira, 1997.

Resolução da atividade: cálculo do valor do Vale-Transporte – multiplica-se o valor unitário do VT pelo número de vales a ser fornecido: R$ 2,80 x 44 = 123,20, ou calcula-se seis por cento (6%) do salário, R$ 1820 x 6% = 109,20. Como o valor do VT fornecido é maior que 6% de seu salário, o desconto é de R$ 109, 20.

Periculosidade – calcula-se 30% do salário: R$ 1820,00 x 30% = R$ 546,00.

Hora Extra – soma-se o salário ao adicional de periculosidade, encontrando-se R$ 2366,00, que é dividido pela carga horária mensal (220h), que corresponde a R$ 10,75. Acrescenta-se 50% ao valor da hora, que equivale a hora extra de 50%, ou seja, R$10,75 + R$5,38 = R$16,13, que é o valor da hora extra, mas como são 4 horas extras, multiplica-se R$ 16,13 por 4, sendo R$ 64,52 o valor da hora extra devida.

DSR s/ horas extras – dividem-se as horas extras pelo número de dias úteis no mês, ou seja, R$ 64,52 ÷ 24 = R$ 2,69. O resultado multiplica-se pelos domingos e feriados do mês, sendo então R$ 2,69 x 4 = R$ 10,76 o DSR.

Total dos proventos – salário + adicional de periculosidade + horas extras 50% + DSR = R$1820,00 + R$546,00 + R$64,52 + R$10,76 = R$ 2441,28

A base para o INSS é o somatório do valor do salário, do adicional de periculosidade e das horas extras 50% e DSR, que corresponde a R$ 2441,28.

Cálculo do INSS – conforme a tabela do INSS de 2013, o desconto será de 11% do valor base para o INSS. Então, R$ 2441,28 x 11% = R$268,54.

A base para o IRRF é o somatório do valor do salário, do adicional de periculosidade, das horas extras 50% e DSR, menos o INSS, que corresponde a R$ 2172,74.

Cálculo do IRRF – conforme tabela do IRRF de 2013, o desconto será de 7,5% do valor base para IRRF, sendo R$ 2172,74 x 7,5% = R$162,96. Nesse valor, deduz-se a parcela da alíquota do IRRF, ou seja, R$162,96 - R$128,31 = R$34,65. O imposto retido na fonte é de R$34,65.

A base para o FGTS é o somatório do valor do salário, do adicional de periculosidade, das horas extras 50% e DSR, que correspondem a R$ 2441,28.

Cálculo do FGTS – calcula-se 8% do valor da base para o FGTS, ou seja, 8% de R$ 2441,28, que corresponde a R$ 195,30.

Salário Mínimo: Sabendo que o Salário Mínimo Nacional é R$ 678,00 e deve cobrir as necessidades de alimentação, habitação, vestuário, higiene e transporte, faça os cálculos das porcentagens gastas com cada item, de acordo com a figura a seguir. Uma família com dois adultos e duas crianças consegue suprir essas necessidades com o valor do salário mínimo atual? Justifique a sua resposta.

Despesas	**Percentual (%)**	**Valor em R$**
Alimentação	55	
Habitação	20	
Vestuário	8	
Higiene	10	
Transporte	7	
Total	100	

Resolução da atividade:

Despesas	**Percentual (%)**	**Valor em R$**
Alimentação	55	678 x 55% = 372,90
Habitação	20	678 x 20% = 135,60
Vestuário	8	678 x 8% = 54,24
Higiene	10	678 x 10% = 67,80
Transporte	7	678 x 7% = 47,46
Total	100	678,00

Responda: A partir de uma pesquisa em livros, internet, revistas, jornais, entre outros, informe qual deveria ser, na sua opinião, o valor do Salário Mínimo Nacional, para que se possa cobrir as necessidades básicas de uma família com duas pessoas adultas e duas crianças no Rio Grande do Sul?

Contracheque: Realize os cálculos necessários para completar o contracheque.

CONTRACHEQUE				
NOME DO EMPREGADOR SWE VEÍCULOS			CGC/CNPJ 57.347.000/0001-32	
NOME DO FUNCIONÁRIO ANANDA MARTINS			N° CARTEIRA DE TRABALHO 9107/0001	
CARGO OU FUNÇÃO SERVIÇOS GERAIS			DEPARTAMENTO SERVIÇOS	
BANCO/AGÊNCIA BANCO NACIONAL			MÊS/ANO MARÇO/2013	
CÓDIGO	HISTÓRICO	REFERÊNCIA	VANTAGENS	DESCONTOS
023	SALÁRIO	30d	767,80	
019	SALÁRIO-FAMÍLIA	2	46,72	
011	CONTRIBUIÇÃO SINDICAL			25,59
147	VALE-TRANSPORTE			46,07
801	INSS			65,16
BASE P/ INSS 814,52	BASE P/ CÁLCULO DO IRRF 749,36		TOTAIS DE VENCIMENTOS 814,52	TOTAIS DESCONTOS 136,82
BASE P/ FGTS 814,52	DEPÓSITO FGTS 65,16		LÍQUIDO A RECEBER 677,70	

Fonte: adaptado de Oliveira, 1997.

Responda:

a) Sabendo que a funcionária Ananda teve, no mês de março, os seguintes gastos: R$ 39,90 com TV a cabo, R$ 168,00 com cartão de crédito, R$ 112,00 em despesas com alimentação, R$ 77,50 com água e luz, R$ 41,60 com telefone e R$ 88,96 na parcela de um curso de Informática, construa uma tabela com os itens e valores de cada gasto dela. O salário de Ananda cobre seus gastos? O que ela poderia fazer para diminuir as despesas e guardar uma quota na poupança?

b) Construa uma tabela e faça a média aritmética dos gastos da funcionária.

c) Se Ananda fizer um empréstimo de R$ 1500,00 no *Banco Nacional*, para compra de uma geladeira nova, a uma taxa fixa de 1,8% ao mês, a juros compostos, quanto ela pagará de juros pelo empréstimo se pagar em parcela única após 7 meses? Ananda tem condições de pagar esse empréstimo tendo por base a sua situação financeira do mês de março de 2013? (Adaptado de Souza, 2010).

Resolução da atividade: a) Salário família – conforme a tabela do salário família de 2013, calcula-se R$ 23,36 x 2 = R$ 46,72.

Contribuição sindical – divide-se o salário por 30 dias, ou seja, R$ 767,80 ÷ 30 = 25,59.

Vale-transporte – cálculo do valor do Vale-Transporte – multiplica-se o valor unitário do VT pelo número de vales a ser fornecido: R$ 2,80 x 44 = 123,20, ou calcula-se seis por cento (6%) do salário: R$ 767,80 x 6% = 46,07. Como o valor do VT fornecido é maior que 6% de seu salário, o desconto é de R$ 46,07.

Total dos proventos – salário + salário família = R$767,80 + R$46,72 = R$ 814,52.

A base para o INSS é o somatório do valor do salário e salário família, que corresponde a R$ 814,52.

Cálculo do INSS – conforme a tabela do INSS de 2013, o desconto será de 11% do valor base para o INSS. Então, R$ 814,52 x 8% = R$ 65,16.

Total dos descontos – contribuição sindical + VT + INSS = R$25,59 + R$ 46,07 + R$65,16 = R$ 136,82.

A base para o FGTS é o somatório do valor do salário e salário família, que corresponde a R$ 814,52.

Cálculo do FGTS – calcula-se 8% do valor da base para o FGTS, ou seja, 8% de R$ 814, 52, que corresponde a R$ 65,16.

b) Resolução apresentada, na tabela 7.

Tabela 7 - Gastos mensais da Funcionária.

Despesas	**Valores (R$)**
TV a cabo	39,90
Cartão de Crédito	168,00
Alimentação	112,00
Água e Luz	77,50
Telefone	41,60
Curso de informática	88,96
Total	**527,96**

Fonte: a pesquisa.

$$\text{Média aritmética} = \frac{39{,}90 + 168{,}00 + 112{,}00 + 77{,}50 + 41{,}60 + 88{,}96}{6}$$

$$\text{Média aritmética} = \frac{527{,}96}{6}$$

$$\text{Média aritmética} = 87{,}99$$

c)

$$M = C\,(1 + i)^t$$

$$M = 1500\,(1 + 0{,}018)^7$$

$M = 1699{,}52$

$J = M - C$

$J = 1699{,}52 - 1500{,}00$

$J = 199{,}52$

Instituto Nacional do Seguro Nacional: Observe a tabela 8 do INSS de 2013 e construa um gráfico que represente a alíquota do INSS a ser pago em função do salário.

Tabela 8 - Desconto do INSS.

Salário-de-contribuição (R$)	**Alíquota para fins de recolhimento ao INSS (%)**
até 1.247,70	8,00
de 1.247,71 até 2.079,50	9,00
de 2.079,51 até 4.159,00	11,00

Fonte: adaptado de Smole e Diniz (2010, p. 82).

Imposto de Renda Retido na Fonte: Sabendo que o IRRF é a alíquota do salário menos a parcela a ser deduzida. Sabendo que x corresponde ao salário do trabalhador e y, ao seu imposto de renda e que y é uma função de x, defina quais são as sentenças dos valores de x, utilizando a tabela 9 de desconto do IRRF.

Tabela 9 - Desconto do IRRF.

Base de cálculo mensal em R$	**Alíquota (%)**	**Parcela a deduzir do imposto em R$**
Até 1.710,78	0	Isento
De 1.710,79 até 2.563,91	7,5	128,31
De 2.563,92 até 3.418,59	15,0	320,60
De 3.418,60 até 4.271,59	22,5	577,00
Acima de 4.271,59	27,5	790,58

Fonte: adaptado de Iezzi et al. (2010, p.144-145).

Resolução da atividade: sendo x e y valores em reais, o salário do trabalho é x e seu imposto de renda é y. De acordo com a tabela do IRRF de 2013, tem-se:

- se $x \leq 1710{,}78$, então $y = 0$;
- se $1710{,}79 \leq x \leq 2563{,}91$, então $y = 0{,}075x - 128{,}31$;
- se $2563{,}91 \leq x \leq 3418{,}59$, então $y = 0{,}15x - 320{,}60$;
- se $3418{,}60 \leq x \leq 4271{,}59$, então $y = 0{,}225x - 577{,}00$;
- se $x > 4271{,}59$, então $y = 0{,}275x - 790{,}58$.

Atividade com conteúdo de Matemática Financeira (retirado do ENEM – 2011): Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas a seguir:

	Rendimento mensal (%)	**Imposto de Renda**
Poupança	0,56	isento
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

a) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 502,80.

b) a poupança, pois totalizará um montante de R$ 500,56.

c) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,38.

d) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21.

e) o CDB, pois totalizará um montante de R$ 500,87.

Resolução da atividade: Na poupança, a aplicação de R$500,00 gera um montante de 1,00560 × R$500,00 = R$502,80. No CDB, com o desconto do imposto de renda, a aplicação de R$ 500,00 gera um montante de 1,00876 × R$500,00 – 0,04 × 0,00876 . R$500,00 =R$504,20. Assim, a melhor aplicação para o jovem investidor é o CDB, pois o montante gerado é maior.

Atividade envolvendo uso de tecnologias: Utilizando uma planilha de cálculo, elabore o contracheque dezembro de 2013 da empresa *Lages S.A.*, sabendo que o CNPJ da empresa é 93.901.000/0023-01 e que todos os funcionários recebem no banco *Banco Ferraz*. Na elaboração da planilha, determine funções que façam os cálculos do INSS e do IRRF, considerando as tabelas de alíquotas de 2013.

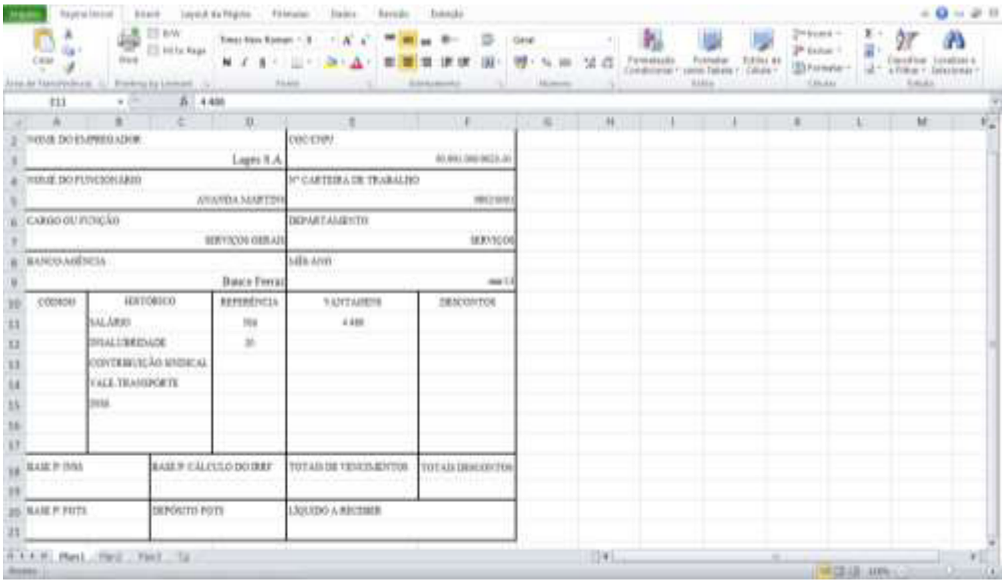
Dados do Funcionário: Rogério Cardoso; nº carteira de trabalho – 9802/0001; Gerente do departamento de Manutenção.

Proventos: Salário de R$ 3 486,00 e insalubridade de 20%.

Descontos: vale-transporte referente a 44 vales de R$ 2,80; INSS e IRRF.

Resolução da atividade: primeiramente, constrói-se uma planilha com os dados apresentados na questão, conforme a Figura 100.

Figura 100 - Modelo de planilha que pode ser construída no *Excel*.



Fonte: a pesquisa.

Para o cálculo do valor do Vale-Transporte – multiplica-se o valor unitário do VT pelo número de vales a ser fornecido: R$ 2,80 x 44 = 123,20, ou calcula-se seis por cento (6%) do salário, R$ 3486 x 6% = 209,16. Como o valor do VT fornecido é maior que 6% de seu salário, o desconto é de R$ 123,20.

Insalubridade – calcula-se 20% do salário mínimo: R$ 678,00 x 20% = R$ 135,60.

Total dos proventos – salário + adicional de insalubridade = R$ 3486,00 + R$135,60 = R$ 3621,60.

A base para o INSS é o somatório do valor do salário e do adicional de insalubridade, que corresponde a R$ 3621,60. Cálculo do INSS – conforme a tabela do INSS de 2013, o desconto será de 11% do valor base para o INSS. Então, R$ 3621,60 x 11% = R$398,38.

A base para o IRRF é o somatório do valor do salário e do adicional de insalubridade, menos o INSS, que corresponde a R$ 3223,22. Cálculo do IRRF – conforme tabela do IRRF de 2013, o desconto será de 7,5% do valor base para IRRF, sendo R$ 3223,22 x 15% = R$ 483,48. Nesse valor, deduz-se a parcela da alíquota do IRRF, ou seja, R$ 483,48- R$320,60 = R$ 162,88. O imposto retido na fonte é de R$ 162,88.

A base para o FGTS é salário + adicional de insalubridade, que correspondem a R$ 3621,60.

Cálculo do FGTS – calcula-se 8% do valor da base para o FGTS, ou seja, 8% de R$ 3621,60, que corresponde a R$ 289,68.

Compreendendo o contracheque: Realize os cálculos necessários para completar o contracheque.

CONTRACHEQUE				
NOME DO EMPREGADOR CHAPEADORA SILVESTRE			CGC/CNPJ 57.347.000/0001-32	
NOME DO FUNCIONÁRIO MARIO COUTO			Nº CARTEIRA DE TRABALHO 9107/0001	
CARGO OU FUNÇÃO AUXILIAR ADMINISTRATIVO			DEPARTAMENTO RECURSOS HUMANOS	
BANCO/AGÊNCIA BANCO RBDZ			MÊS/ANO SETEMBRO/2013	
CÓDIGO	HISTÓRICO	REFERÊNCIA	VANTAGENS	DESCONTOS
023	SALÁRIO	30d	2759,90	
143	ADIANTAMENTO			
801	INSS			
730	IRRF			
BASE P/ INSS	BASE P/ CÁLCULO DO IRRF		TOTAIS DE VENCIMENTOS	TOTAIS DESCONTOS
BASE P/ FGTS	DEPÓSITO FGTS		LÍQUIDO A RECEBER	

Fonte: adaptado de Oliveira, 1997.

Resolução da atividade: para encontrar o valor do adiantamento, calcula-se 40% do salário base, que corresponde a R$ 1103,96.

O total dos proventos, a base para o INSS, IRRF e FGTS, corresponde a R$ 2759,90.

Cálculo do INSS – conforme a tabela do INSS de 2013, o desconto será de 11% do valor base para o INSS. Então, R$ 2759,90 x 11% = R$303,59.

Cálculo do IRRF – conforme tabela do IRRF de 2013, o desconto será de 7,5% do valor base para IRRF, sendo R$ 2759,90 x 15% = R$ 413,99. Nesse valor, deduz-se a parcela da alíquota do IRRF, ou seja, R$ 413,99- R$320,60 = R$ 93,39. O imposto retido na fonte é de R$ 93,39.

Cálculo do FGTS – calcula-se 8% do valor da base para o FGTS, ou seja, 8% de R$ 2759,90, que corresponde a R$ 220,79.

Atividade envolvendo uso de tecnologias: Um funcionário recebe um salário mensal de R$ 1796,00 e tem carga horária mensal de 220 horas. Sabendo que ele realizou 45 horas extraordinárias no mês de maio de 2013, a 50%, sendo este mês de 27 dias úteis, 4 domingos e 1 feriado, calcule as horas extras, DSR sobre hora extra, o total dos proventos, INSS, IRRF, total dos descontos e o valor líquido a receber.

Atividade envolvendo uso de tecnologias: Complete a folha de Pagamento da empresa *TKZ S.A.,* utilizando a planilha *Excel* para calcular automaticamente o VT, INSS, Salário Família, FGTS, IRRF, Adicional de Periculosidade e horas extras.

FOLHA DE PAGAMENTO																			
EMPRESA: TKZ S.A.												PERÍODO: 1 A 31 DE OUTUBRO DE 2013							
ENDEREÇO: AV. ALEGRE, Nº 47.																			
		PROVENTOS										DESCONTOS							
NOMES	CARGO/ FUNÇÃO	SALÁRIO		HORAS EXTRAS (HE) 50%		SALÁRIO FAMÍLIA		PERICULOSIDADE		DSR S/ HE	TOTAL PROVENTOS	INSS		VT	IRRF	TOTAL DESCONTOS	LÍQUIDO	VALORES INFORMATIVOS	
		DIAS/ HORAS	VALOR	REF	VALOR	QUOTA	VALOR	REF	VALOR			%	VALOR					BASE P/ INSS	BASE P/ FGTS
A1	1	220	698,76			3													
A2	2	180	1790,58	15				30											
A3	3	180	1230,00			2													
A4	4	180	2300,00			1													
A5	5	220	874,89																
A6	6	220	1630,00	26		2		30											
A7	7	180	1540,38					30											
OBSERVAÇÕES						PREPARADO POR:			CONFERIDO POR:			RESPONSÁVEL PELO DEPARTAMENTO PESSOAL							

Adaptado de Oliveira, 1997, p. 60.

7.3 TEMÁTICA CULTURA

Nessa seção, apresenta-se um exemplo de uma sequência didática envolvendo a temática Cultura, na qual se optou pelo tema Arte, pois na busca de subsídios em livros didáticos do PNLD de 2012, nas questões do ENEM e no banco de dissertações e teses da CAPES, encontraram-se várias atividades didáticas que relacionavam os conteúdos matemáticos a esse tema. Assim, para explorar o tema e os conteúdos de Matemática, desenvolveu-se uma sequência didática adaptada do livro “Descobrindo Matemática na Arte: atividades para o Ensino Fundamental e Médio”, do ano de 2011, das autoras Estela Kaufman Fainguelernt e Katia Regina Ashton Nunes, na qual se propõe trabalhar os sólidos de revolução a partir da obra de articulação em metal e movimento por micromotor, de Abraham Palatnik.

O tema Arte é um exemplo que pode ser abordado no Currículo de Matemática do Ensino Médio, porque permite: desenvolver atividades didáticas utilizando os conteúdos matemáticos, já desenvolvidos em sala de aula pelos professores, dentro de um contexto que envolve a influência de diferentes culturas; possibilita recontextualizar um conteúdo dentro de outro tema, podendo produzir novas relações e significados, conforme os critérios *riqueza*, *relações* e *ressignificação* propostos por Doll Jr. (1997) e Silva (2009).

Nessa sequência, percebe-se o critério *riqueza* ao desenvolver atividades didáticas envolvendo a Arte Cinética, que se caracterizam pela exploração de efeitos visuais através de movimentos físicos ou ilusão de óptica, por meio das obras do artista Abraham Palatnik, explorando o conteúdo matemático de Geometria Espacial, utilizando diferentes recursos na elaboração das atividades didática, tais como, *software GeoGebra,* para construção de sólidos de revolução, e vídeos do *youtube,* para conhecer o artista. O critério *relações* pode ser percebido na obra de Palatnik, visto que favorece, por meio da Arte Cinética, o entendimento de conteúdos matemáticos, sem utilizar exclusivamente a Matemática, pois sua obra permite exemplificar os sólidos de revolução. O critério *ressignificação* surge pela possibilidade de relacionar os conteúdos matemáticos às diversas atividades didáticas envolvendo o tema.

As atividades didáticas elaboradas com o tema Arte buscam proporcionar o desenvolvimento dos conteúdos, através da Arte Cinética, ou seja, da arte com movimentos. Para introduzir o tema, elaborou-se uma apresentação em *PowerPoint* do artista e suas obras, utilizando, também, vídeo do *youtube*. Em seguida, escolheu-se uma obra do artista que envolve Arte Cinética, visando questionar os alunos quanto às figuras presentes na obra. Foram exploradas, ainda, atividades didáticas envolvendo os sólidos de revolução presentes na obra do artista e seus elementos, bem como, as atividades retiradas ou adaptadas dos livros didáticos e das questões do ENEM que buscam ampliar o estudo do tema, trazendo aspectos relacionados à temática Cultura.

Na Figura 101, apresentam-se as atividades, objetivos e conteúdos desenvolvidos na sequência com o tema Arte.

Figura 101 - Sequência didática com o tema Arte.

Atividade	**Objetivo**	**Conteúdo**
Explorando a obra do artista	Identificar as figuras geométricas presentes na obra proposta.	Geometria
Descobrindo o cilindro e seus elementos na obra do artista	Revisar, aprofundar e reforçar o conteúdo de Corpos de Revolução.	Geometria Espacial
Descobrindo o cone e seus elementos na obra do artista	Revisar, aprofundar e reforçar o conteúdo de Corpos de Revolução.	Geometria Espacial
Descobrindo a esfera e seus elementos na obra do artista	Revisar, aprofundar e reforçar o conteúdo de Corpos de Revolução.	Geometria Espacial
Atividades de livros didáticos e do ENEM	Aplicar o conteúdo de Corpos de Revolução nas atividades propostas.	Geometria Espacial

Fonte: a pesquisa.

7.3.1 Atividades didáticas envolvendo o tema Arte

A sequência proposta foi organizada em seis momentos, conforme a Figura 102.

Figura 102 - Organização da sequência didática.

MOMENTOS	**DESCRIÇÃO**
1° Momento	Apresentação do artista Abraham Palatnik e suas obras.
2° Momento	Descobrindo conceitos de Geometria Espacial na obra do artista.
3° Momento	Utilizando o *software GeoGebra* para manipulação de sólidos de revolução.
4° Momento	Desenvolvendo atividades didáticas com o tema aliado aos conteúdos matemáticos.
5° Momento	Desenvolvimento de atividades retiradas ou adaptadas de livros didáticos e do ENEM envolvendo o tema arte.

Fonte: a pesquisa.

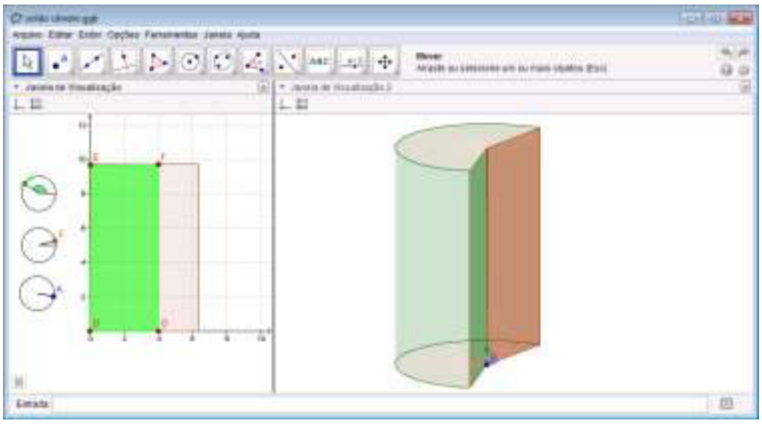
Desenvolvendo a sequência didática adaptada do livro “Descobrindo Matemática na Arte: atividades para o Ensino Fundamental e Médio”, do ano de 2011, das autoras Estela Kaufman Fainguelernt e Katia Regina Ashton Nunes, nas quais se propõe trabalhar os sólidos de revolução a partir da obra de articulação em metal e movimento por micromotor, de Abraham Palatnik. Para aplicação dessa sequência elaborou-se uma apresentação no *PowerPoint*, utilizando um vídeo do youtube sobre a biografia do artista Abraham Palatnik, bem como, vídeos e imagens de suas obras, para ser utilizada pelo professor (Apêndice C).

Matemática na Arte: Estava pensando... O que será que ocorre quando fazemos a rotação completa de um retângulo em torno de um de seus eixos que contém um de seus lados?

Vamos descobrir?

Utilizando o *software GeoGebra,* é possível verificar a situação proposta, conforme, Figura 103.

Figura 103 - Exemplo de cilindro no *software GeoGebra*.



Fonte: a pesquisa.

1) Se tivesse sido construído um retângulo, no qual a medida da altura é igual a 6 cm e a medida da base, igual a 2 cm, responda aos seguintes questionamentos:

a) Qual será o raio da base do cilindro obtido?

Resolução da atividade: O raio da base do cilindro corresponderia a medida da base do retângulo, ou seja, 2 cm.

b) Qual será o diâmetro da base?

Resolução da atividade: O diâmetro da base, corresponderia ao dobro do raio da base, sendo 4 cm.

c) Qual será a medida da altura do cilindro?

Resolução da atividade: A altura do cilindro corresponderia a medida da altura do retângulo, ou seja, 6 cm.

d) Qual será o comprimento da circunferência de cada uma das bases?

Resolução da atividade: Pode-se determinar a medida do comprimento da circunferência, utilizando à fórmula: $C = 2\pi r$. Assim, tem-se que a medida do comprimento da circunferência de cada uma das bases são 12,56 cm.

e) Qual será a área de cada uma das bases do cilindro obtido?

Resolução da atividade: Pode-se determinar a medida da área da base, utilizando à fórmula A= r^2. Assim, tem-se que a medida da área de cada base do cilindro é 12,56 cm^2.

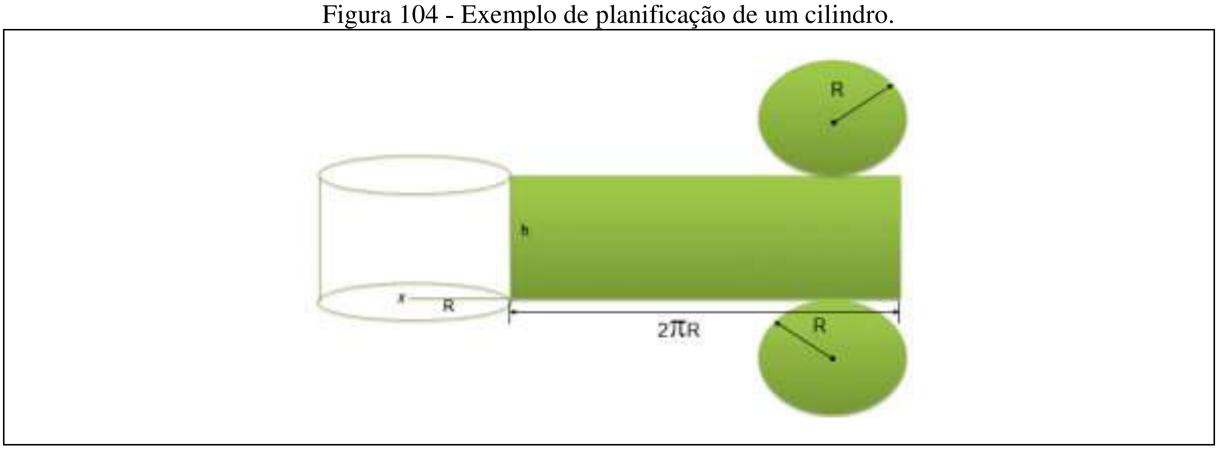
f) Qual será o volume do cilindro?

Resolução da atividade: Pode-se determinar o volume do cilindro, utilizando à fórmula $V= Ab.h$, na qual V corresponde a volume, Ab corresponde a área da base e h corresponde a altura. Assim, tem-se que o volume do cilindro é 75,36 cm^3.

2) a) Como ficaria a planificação da superfície lateral do cilindro da figura anterior? Você conseguiria fazer o esboço e determinar as formas geométricas que podem ser encontradas?

Resolução da atividade: Pode-se observar a planificação da superfície lateral do cilindro na Figura 104. As formas geométricas que podem ser encontras são dois círculos e um retângulo.

Figura 104 - Exemplo de planificação de um cilindro.



Fonte: a pesquisa.

b) Agora, identifique as relações entre as formas geométricas e o cilindro, quanto à medida da altura e da base. Com essas informações, determine a área lateral e a área total do cilindro gerado pela rotação.

Resolução da atividade: Espera-se que os alunos percebam que a superfície de um cilindro de altura 6 cm e o raio da base 2m é equivalente à um retângulo, de dimensões 2πrh. Para resolver a segunda questão da atividade, utilizam-se as fórmulas da área lateral, área da base e área total, conforme a Figura 105.

Figura 105 - Exemplo de resolução da atividade.

Área lateral (A_l)	**Área da base (A_b)**	**Área Total (A_t)**
$A_l = 2\pi rh$	$A_b = \pi.r^2$	$A_t = 2.\ Ab + Al$
$A_l = 2.3{,}14.2.\ 6$	$A_b = 3{,}14.\ 2^2$	$A_t = 2.\ 12{,}56 + 75{,}36$
$A_l = 12{,}56.\ 6$	$A_b = 3{,}14.4$	$A_t = 100{,}48\ cm^2$
$A_l = 75{,}36\ cm^2$	$A_b = 12{,}56\ cm^2$	

Fonte: a pesquisa.

3) Estava me perguntando: se cortar o cilindro que construímos no exercício 1 por um plano paralelo à base, que seção plana obteremos? E se cortar o cilindro por um plano perpendicular à base, de forma a conter o centro da base, que seção plana obtém-se?

Resolução da atividade: Se cortar o cilindro por um plano paralelo à base a seção plana é um círculo e se cortar o cilindro por um plano perpendicular à base de forma a conter o centro da base, a seção plana é um retângulo.

4) Agora, se fossemos dobrar a altura e manter a largura do retângulo do cilindro inicial, o que será que aconteceria com o volume do novo cilindro obtido após a rotação?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume de um cilindro, conforme a Figura 106.

Figura 106 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume do cilindro (V)

$$V= A_b.\ h$$

$$V= (\pi.r^2).\ h$$

$$V= (3{,}14.\ 2^2).\ 12$$

$$V= 12{,}56.\ 12$$

$$V= 150{,}72\ cm^3$$

O volume do cilindro é igual a 150,72 cm³.

Fonte: a pesquisa.

5) E, se também dobrássemos a largura e mantivéssemos a altura do retângulo do cilindro inicial, o que aconteceria com o volume do novo cilindro obtido após a rotação?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume de um cilindro, conforme a Figura 107.

Figura 107 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume do cilindro (V)

$$V= A_b.\ h$$

$$V= (\pi.r^2).\ h$$

$$V= (3{,}14.\ 42).\ 6$$

$$V= 50{,}24.\ 6$$

$$V= 301{,}44\ cm^3$$

O volume do cilindro é igual a 301,44 cm³.

Fonte: a pesquisa.

6) Sabe que ainda estou curioso, pois pensei que poderíamos dobrar a largura e a altura do retângulo do cilindro inicial. Que diferença encontraríamos no volume do novo cilindro?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume de um cilindro, conforme a Figura 108.

Figura 108 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume do cilindro (V)

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = (\pi . r^2) . h$$

$$V = (3{,}14 . 42) . 12$$

$$V = 50{,}24 . 12$$

$$V = 602{,}88\ cm^3$$

O volume do cilindro é igual a 602,88 cm³.

Fonte: a pesquisa.

7) Bem, se um retângulo de base 4 cm gera, após rotação, em torno de um eixo que contém a altura do retângulo, um cilindro de revolução cujo volume é igual a 96π cm³, qual será a altura desse retângulo, ou seja, a medida da altura do cilindro?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume de um cilindro, conforme a Figura 109.

Figura 109 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume do cilindro (V)

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = (\pi . r^2) . h$$

$$96\pi = (\pi . 4^2) . h$$

$$96\pi = (16\pi) . h$$

$$h = 96\pi/16\pi$$

$$h = 6\ cm$$

A altura do cilindro é igual a 6 cm.

Fonte: a pesquisa.

8) Qual seria a diferença entre as áreas totais de dois cilindros obtidos pela rotação de um retângulo de lados 7 e 4 cm, um em torno de seu lado maior e outro em torno de seu lado menor? Para me ajudar a visualizar, você poderia construir esse sólido no *GeoGebra*?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, podem-se utilizar as fórmulas da área lateral, área da base e área total de um cilindro, conforme a Figura 110.

Figura 110 - Exemplo de resolução da atividade.

Área lateral - A_l(r = 4cm)	Área das bases - A_b (r = 4cm)	Área Total - A_{T1}(r = 4cm)
$A_l = 2\pi rh$	$A_b= 2(\pi.r^2)$	$A_{t1}= 2.\ Ab + Al$
A_l = (2.3,14.4). 7	A_b= 2(3,14. 4^2)	A_{t1}= 100,48 + 175,84
A_l = 25,12. 7	A_b=2. 50,24	A_{t1}= 276,32 cm^2
A_l = 175,84 cm^2	A_b= 100,48 cm^2	
Área lateral - A_l (r = 7cm)	Área das bases - A_b (r = 7cm)	Área Total – A_{T2} (r = 7cm)
A_l = (2.π.r). h	A_b = 2(π.r^2)	A_{t2}= 2. Ab + Al
A_l = (2.3,14.7). 4	A_b = 2(3,14. 7^2)	A_{t2}= 307,72 + 175,84
A_l = 43,96. 4	A_b =2. 153,86	A_{t2}= 483,56 cm^2
A_l = 175,84 cm^2	A_b = 307,72 cm^2	

Diferença entre as áreas totais

$A_t = A_{t2} - A_{t1}$

A_t = 483,56 cm^2 – 276,32 cm^2

A_t = 207,24 cm^2

Fonte: a pesquisa.

9) Hoje, a professora passou a seguinte questão: Calcule, em litros, o volume de um cilindro equilátero cujo raio de base mede 15 cm. Mas, estou com dificuldade em resolver. Será que você pode me ajudar?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume de um cilindro, conforme a Figura 111.

Figura 111 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume do cilindro (V)

$$V = Ab.\ h$$

$$V = (\pi.r^2).\ h$$

$$V = (3{,}14.\ 152).\ 30$$

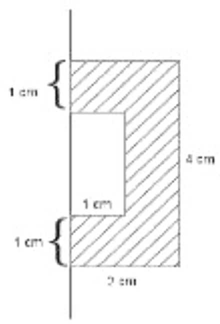
$$V = 706{,}5.\ 30$$

$$V = 21195\ cm^3$$

$$V = \frac{21195}{1000} = 21{,}195\ l$$

Fonte: a pesquisa.

10) Você sabe me dizer qual será o volume do sólido gerado por rotação completa da figura ao lado em torno do eixo *e*?



Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume de um cilindro, conforme a Figura 112.

Figura 112 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume 1 – raio de 1 cm	Volume 2 – raio de 2cm	Volume total
$V_1 = Ab.\ h$	$V_2 = Ab.\ h$	$Vt = V_1 - V_2$
$V_1 = (\pi.r^2).\ h$	$V_2 = (\pi.r^2).\ h$	Vt = 50,24 - 6,28
$V_1 = (3{,}14.\ 2^2).\ 4$	$V_2 = (3{,}14.\ 1^2).\ 2$	Vt = 43, 96 cm^3
$V_1 = 12{,}56.\ 4$	$V_2 = 3{,}14.\ 2$	
$V_1 = 50{,}24\ cm^3$	$V_2 = 6{,}28\ cm^3$	

Fonte: a pesquisa.

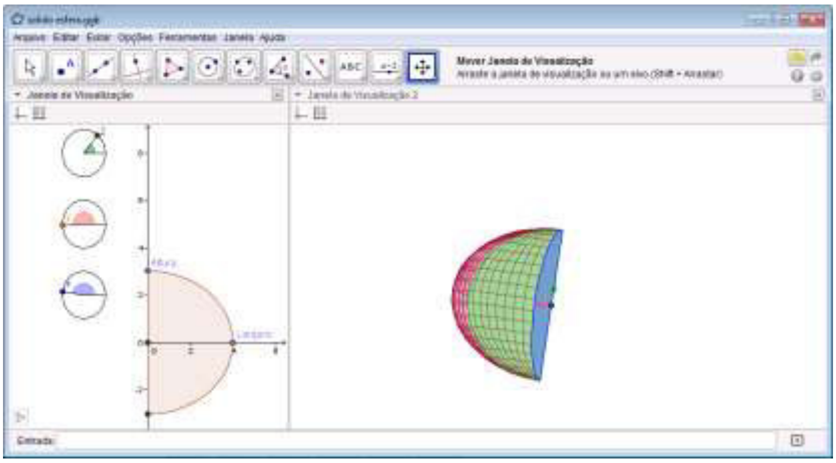
Oi, você percebeu que na obra de Palatnik também tem semicírculos?

O que será que ocorre quando fazemos a rotação completa de um semicírculo em torno de um eixo?

Vamos ver?

Utilizando o *software GeoGebra,* pode-se trabalhar a atividade didática proposta, conforme Figura 113.

Figura 113 - Exemplo de esfera no *software GeoGebra*.

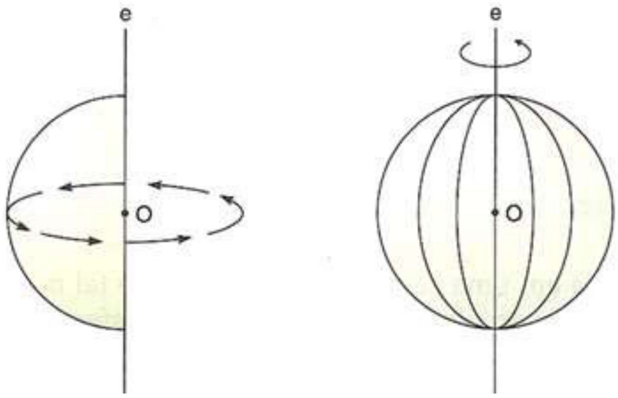


Fonte: a pesquisa.

11) Se tivesse sido construído um semicírculo de raio igual a 5 cm, qual seria o raio da esfera obtida após rotação completa em torno do eixo *e* que contém o diâmetro?

Resolução da atividade: Espera-se que o aluno perceba que o raio do semicírculo, corresponde ao raio da esfera, conforme se pode observar na Figura 114.

Figura 114 - Exemplo de resolução da atividade.



Fonte: a pesquisa.

Mas, e se a área desse semicírculo fosse igual a 8π cm², qual seria o raio da esfera obtida após rotação completa em torno do eixo e que contém o diâmetro?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula da área de uma esfera, conforme a Figura 115.

Figura 115 - Exemplo de resolução da atividade.

Área da esfera (A)

$$A = \frac{\pi . r^2}{2}$$

$$8\pi = \frac{\pi . r^2}{2}$$

$$8.2 = r^2$$

$$r = \sqrt{16}$$

$$r = 4\,cm$$

Encontra-se um raio no valor de 4 cm.

Fonte: a pesquisa.

12) Estive pensando: se o volume de uma esfera A é a oitava parte do volume de uma esfera B, qual seria o raio da esfera B, sabendo que o raio da esfera A é igual a 5 cm?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume da esfera, conforme a Figura 116.

Figura 116 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume da esfera (V)

V_A – volume da esfera A, V_B – volume da esfera B, R_B – raio da esfera B

$$V = \frac{4.\pi.r^3}{3}$$

$$V_A = \frac{V_B}{8}$$

$$8.\frac{4\pi 5^3}{3} = \frac{4\pi R_B^3}{3}$$

$$\frac{32\pi 125}{3} = \frac{4\pi R_B^3}{3}$$

$$\frac{4000}{4} = R_B^3$$

$$1000 = R_B^3$$

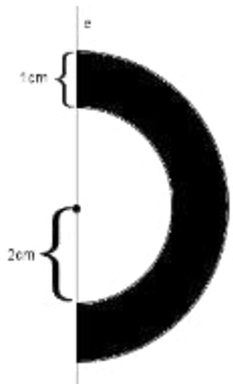
$$\sqrt[3]{1000} = R_B$$

$$10 = R_B$$

Encontra-se que o raio é igual a 10 cm.

Fonte: a pesquisa.

13) Você saberia me dizer qual será o volume do sólido gerado por rotação completa da figura hachurada em torno do eixo *e*?



Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume da esfera, conforme a Figura 117.

Figura 117 - Exemplo de resolução da atividade.

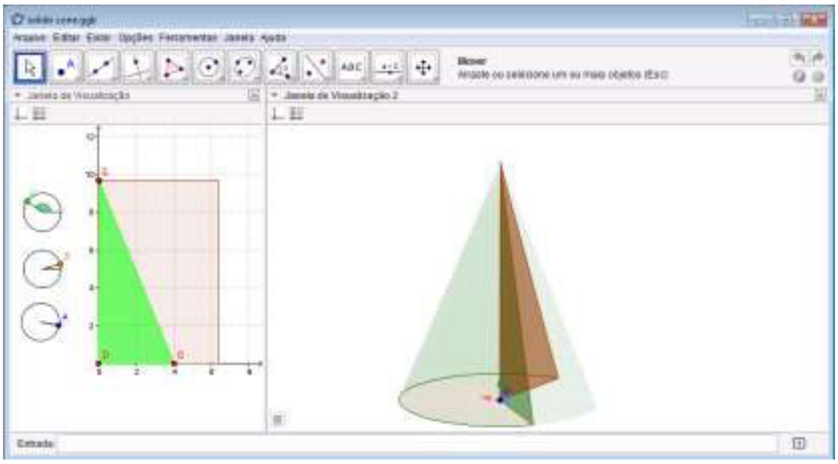
Volume 1 – raio de 3 cm	**Volume 2 – raio de 2 cm**	**Volume total**
$V_1 = \frac{4.\pi.r^3}{3}$	$V_2 = \frac{4.\pi.r^3}{3}$	$Vt = V_1 - V_2$
$V_1 = \frac{4.3{,}14.3^3}{3}$	$V_2 = \frac{4.3{,}14.2^3}{3}$	$Vt = 113{,}04 - 33{,}4$
$V_1 = \frac{4.3{,}14.27}{3}$	$V_2 = \frac{4.3{,}14.8}{3}$	$Vt = 79{,}55\ cm^3$
$V_1 = \frac{339{,}12}{3}$	$V_2 = \frac{100{,}48}{3}$	
$V_1 = 113{,}04\ cm^3$	$V_2 = 33{,}49\ cm^3$	

Fonte: a pesquisa.

Se rotacionando um retângulo temos um cilindro e rotacionando um semicírculo tem-se uma esfera, que objeto se teria ao rotacionar um triângulo retângulo em torno do eixo que contém um de seus catetos?

Utilizando o *software GeoGebra* é possível verificar a situação proposta, conforme, Figura 118.

Figura 118 - Exemplo de cone no *software GeoGebra*.

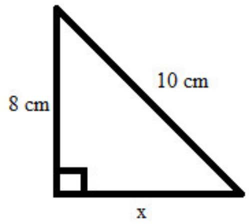


Fonte: a pesquisa.

14) Se construirmos um triângulo retângulo que tenha como medida da hipotenusa 10 cm e medida de um dos catetos 8 cm, qual será o raio da base do cone de revolução gerado pela rotação completa desse triângulo? E qual será a sua altura?

Resolução da atividade: Para resolver a questão, utiliza-se a fórmula do volume da esfera, conforme a Figura 119.

Figura 119 - Exemplo de resolução da atividade.



$a^2 = b^2 + c^2$

$10^2 = 8^2 + x^2$

$100 = 64 + x^2$

$x^2 = 100 - 64$

$x = \sqrt{36}$

$x = 6\ cm$

O raio da base do cone é 6 cm.

Altura do cone

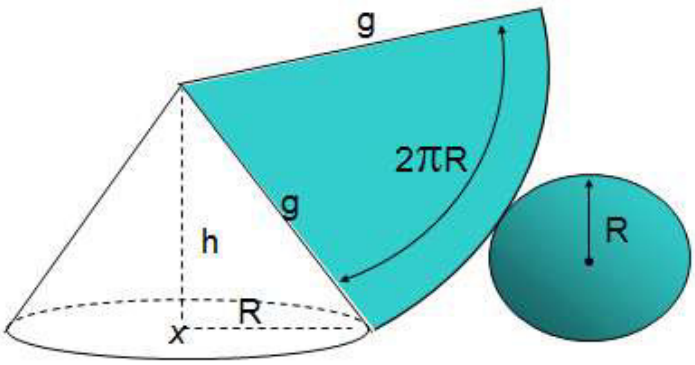
h= 8 cm

Fonte: a pesquisa.

15) a) Como ficaria a planificação da superfície lateral do cone da figura anterior? Você conseguiria fazer o esboço e determinar as formas geométricas que podem ser encontradas?

Resolução da atividade: Pode-se observar a planificação da superfície lateral do cone na Figura 120. Espera-se que os alunos percebam que a superfície lateral de um cone de raio r e geratriz de medida g é equivalente a união de um círculo de raio r com um setor circular de raio g e arco de comprimento 2πr.

Figura 120 - Exemplo de planificação de um cilindro.



Fonte: a pesquisa.

b) Agora, a partir das figuras encontradas, determine a área lateral, a área da base e a área total do cone gerado pela rotação.

Resolução da atividade: Para resolver a atividade, podem-se utilizar as fórmulas da área lateral, área da base e área total, conforme a Figura 121.

Figura 121 - Exemplo de resolução da atividade.

Área lateral (A_l)	**Área da base (A_b)**	**Área Total (A_t)**
$A_l = (2.\pi.r).\ h$	$A_b = 2(\pi.r^2)$	$A_t = 2.\ Ab + Al$
$A_l = (2.3{,}14.2).\ 6$	$A_b = 2(3{,}14.\ 2^2)$	$A_t = 25{,}12 + 75{,}36$
$A_l = 12{,}56.\ 6$	$A_b = 2.\ 12{,}56$	$A_t = 100{,}48\ cm^2$
$A_l = 75{,}36\ cm^2$	$A_b = 25{,}12\ cm^2$	

Fonte: a pesquisa.

16) Estou curioso: Você saberia me dizer que seção plana obtém-se ao cortar o cone da atividade 14 por um plano paralelo à base? E que seção plana obtém-se ao cortar o cone por um plano perpendicular à base que contém o centro da base e o vértice do cone?

Resolução da atividade: Espera-se que os alunos observem que a seção plana obtida ao obtém-se ao cortar o cone por um plano paralelo à base será um círculo e a seção plana obtida ao contar um cone por um plano perpendicular à base que contém o centro da base e o vértice será um triângulo.

17) E se eu construísse um cone reto cuja geratriz medisse 12 cm e sua área lateral 84π cm², qual seria a área total desse um cone?

Resolução da atividade: Observa-se que a medida da altura do retângulo é igual a medida da altura do cilindro e que Para resolver a atividade, utilizam-se as fórmulas da área lateral, área da base e área total, conforme a Figura 122.

Figura 122 - Exemplo de resolução da atividade.

Área lateral (A_l)	**Área da base (A_b)**	**Área Total (A_t)**
$A_l = \pi.r.g$	$A_b = 3{,}14.\ 7^2$	$A_t = Al + Ab$
$84\pi = \pi.r.12$	$A_b = 49\pi\ cm^2$	$A_t = 84\pi + 49\pi$
$84\pi = 12\pi.r$	$A_b = 153{,}86\ cm^2$	$A_t = 133\ \pi\ cm^2$
$r = \dfrac{84\pi}{12\pi}$		$A_t = 417{,}62\ cm^2$
$r = 7\ cm$		

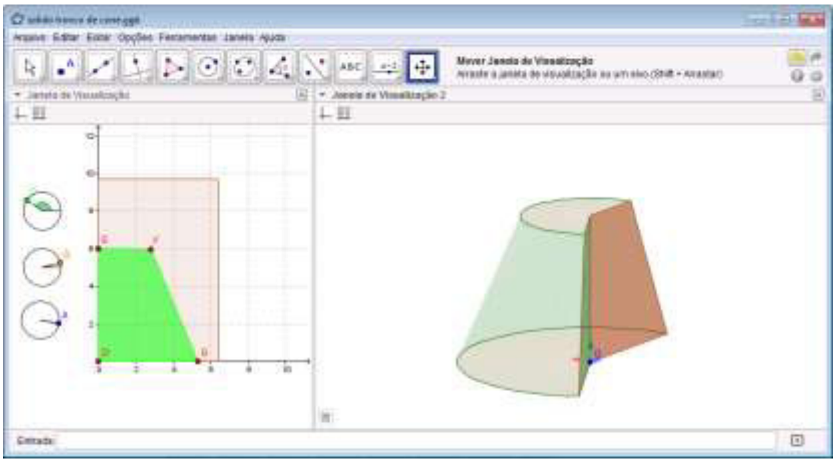
Fonte: a pesquisa.

18) Qual sólido de revolução será gerado por uma rotação completa de um trapézio retângulo em torno do eixo e que contém o lado que é perpendicular às bases do trapézio?

Resolução da atividade: Espera-se que os alunos percebam que o sólido de revolução gerado será um tronco de cone.

Utilizando o *software GeoGebra,* é possível verificar a situação proposta, conforme, Figura 123.

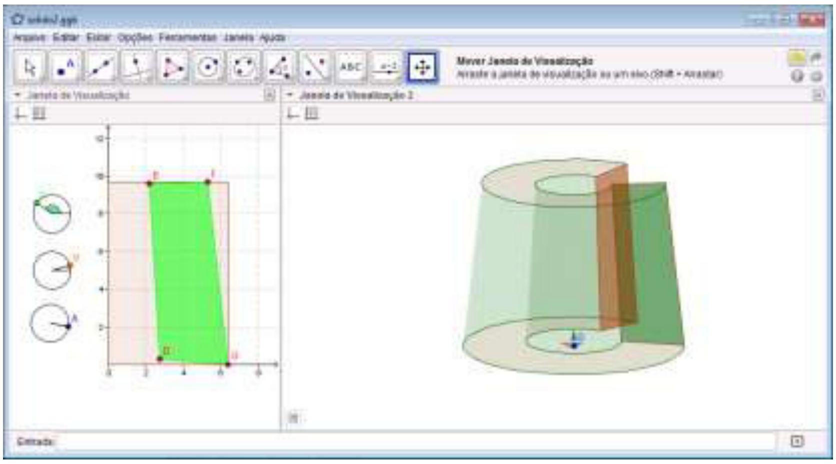
Figura 123 - Exemplo de tronco de cone no *software GeoGebra*.



Fonte: a pesquisa.

Também é possível realizar manipulações e encontrar outras figuras geométricas utilizando o *software GeoGebra* (Figura 124).

Figura 124 - Exemplo de figura geométrica no *software GeoGebra*.



Fonte: a pesquisa.

19) (Retirado do ENEM 2009) Observe a obra “Objeto Cinético”, de Abraham Palatnik, 1966.

A arte cinética desenvolveu-se a partir do interesse desse artista plástico pela criação de objetos que se moviam por meio de motores ou outros recursos mecânicos. A obra “Objeto Cinético”, do artista plástico brasileiro Abraham Palatnik, pioneiro da arte cinética,

a) é uma arte do espaço e da luz.

b) muda com o tempo, pois produz movimento.

c) capta e dissemina a luz em suas ondulações.

d) é assim denominada, pois explora efeitos retinianos.

e) explora o quanto a luz pode ser usada para criar movimento.

Resolução da atividade: Espera-se que os estudantes percebam que a obra *Objeto Cinético*, muda com o tempo, devido aos movimentos.

20) (Retirado de Paiva, 2009, p.244) Qualquer secção meridiana de um cilindro circular reto divide-o em dois sólidos chamados semicilindros circulares retos. O raio da base e a altura do cilindro são, também, o raio da base e a altura de cada semicilindro.

Considerando um semicilindro circular reto de altura 10 cm e raio da base 5 cm, calcule:

a) O seu volume V;

Resolução da atividade: Para resolver a atividade, utiliza-se a fórmula do volume de um cilindro, conforme a Figura 125.

Figura 125 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume do cilindro (V)

$$V = \frac{Ab.\ h}{2}$$

$$V = \frac{(\pi.\pi^2).\ h}{2}$$

$$V = \frac{(3{,}14.\ 5^2).\ 10}{2}$$

$$V = \frac{(78{,}5).\ 10}{2}$$

$$V = \frac{785}{2}$$

$$V = 392{,}5\ cm^3$$

Encontrando o volume no valor de 392,5 cm³.

Fonte: a pesquisa.

b) A sua área lateral Al;

Resolução da atividade: Para resolver a atividade, utiliza-se a fórmula da área lateral, conforme a Figura 126.

Figura 126 - Exemplo de resolução da atividade.

Área Lateral (A_l)

$$A_l = \frac{(2.\pi.r).h}{2} + b.h$$

$$A_l = \frac{(2.3{,}14.\ 5).\ 10}{2} + 10.10$$

$$A_l = \frac{(31{,}4).\ 10}{2} + 100$$

$$A_l = \frac{314}{2} + 100$$

$$A_l = 157 + 100\ cm^2$$

$$A_l = 257\ cm^2$$

Sendo a área lateral igual a 257 cm².

Fonte: a pesquisa.

c) A sua área total At.

Resolução da atividade: Para resolver a atividade, pode-se utilizar a fórmula da área total, conforme a Figura 127.

Figura 127 - Exemplo de resolução da atividade.

Área Total (A_t)

$$A_t = Ab + Al$$

$$A_t = \pi.r^2 + \left(\frac{(2.\pi.r).h}{2} + b.h\right)$$

$$A_t = 78{,}5 + 257$$

$$A_t = 335{,}5\ cm^2$$

Sendo a área total 335,5 cm².

Fonte: a pesquisa.

21) (Retirado de Souza, 2010, p.114) Um dos aquários mais interessantes do mundo está localizado em um hotel de Berlim, na Alemanha. Denominado AquaDom, tem forma cilíndrica, com um elevador em seu interior. Com cerca de 900 000 litros de água do mar, o AquaDom abriga mais de 2600 peixes. Sua base tem cerca de 34,54m de circunferência e sua altura é de 25m. Qual é a área da superfície lateral desse aquário?

Resolução da atividade: Para resolver a atividade, pode-se utilizar a fórmula da área lateral, conforme a Figura 128.

Figura 128 - Exemplo de resolução da atividade.

Área Lateral (A_l) $Al = (2.\pi.r).h$ $Al = (34{,}54).25$ $Al = 863{,}5\ m^2$ Encontrando-se como área lateral 863,5 cm².

Fonte: a pesquisa.

22) (Retirado de Ribeiro, 2010, p.139) Para obter uma mistura de cor alaranjada, um pintor utiliza-se de uma lata grande, em formato cilíndrico, cuja altura é 30 cm, contendo tinta de cor amarela, e de uma lata pequena, com tinta de cor vermelha, contendo $\frac{2}{7}$ da capacidade da lata maior. A mistura é obtida combinando duas porções de tinta amarela para cada porção de tinta vermelha. O pintor usa todo o conteúdo da lata menor para compor a mistura alaranjada. A quantidade de tinta amarela que restou na lata grande corresponde a uma altura aproximada de:

a) 12,86 cm

b) 8,57 cm

c) 21,43 cm

d) 18,14 cm

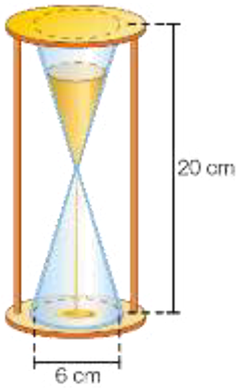
Resolução da atividade: Para resolver a atividade, pode-se utilizar a fórmula do volume de um cilindro, conforme a Figura 129.

Figura 129 - Exemplo de resolução da atividade.

Tinta Amarela	Tinta Vermelha	Proporção de tinta: 2:1	Medida de tinta usada	Quantidade de tinta amarela restante
$Va = Ab.h$	$Vv = \frac{2}{7}Va$	$Va = 2.Vv$	$30\ cm$ ________ $30\ Ab$ x ________ $17{,}14\ Ab$	30- 17,14= 12,86 cm
$Va = Ab.30$	$Vv = \frac{2}{7}.30Ab$	$Va = 2.8{,}57Ab$		**Letra A**
$Va = 30.Ab$	$Vv = 8{,}57\ Ab$	$Va = 17{,}14Ab$	X= 17,14 cm	

Fonte: a pesquisa.

23) (Retirado de Souza, 2010, p.126) A ampulheta é um dos mais antigos instrumentos utilizados para medir o tempo. Ela consiste em dois recipientes transparentes que se unem por meio de um pequeno orifício, por onde a areia que está no recipiente superior escorre para o inferior a uma vazão constante. O período marcado corresponde ao tempo necessário para que toda a areia de um recipiente desça para o outro.



A ampulheta representada a seguir é formada por dois cones idênticos e a quantidade de areia no seu interior corresponde a 30% da capacidade de um desses cones. Para que toda a areia escoe de um cone, são necessários 30 minutos.

a) Qual é o volume de areia, em centímetros cúbicos,

no interior da ampulheta?

Resolução da atividade: Para resolver a atividade, pode-se utilizar a fórmula do volume, conforme a Figura 130.

Figura 130 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume (V_t)

$$V_t = \frac{Ab.\ h}{3}$$

$$V_t = \frac{(\pi.\pi^2).\ h}{3}$$

$$V_t = \frac{(3{,}14.\ 3^2).\ 10}{3}$$

$$V_t = \frac{(28{,}26).\ 10}{3}$$

$$V_t = \frac{282{,}6}{3}$$

$$V_t = 94{,}2\ cm^3$$

94,2__________ 100%
x__________ 30%

$$x = \frac{94{,}2.30\%}{100\%}$$

$$x = \frac{2826}{100}$$

$$x = 28{,}26\ cm^3$$

Fonte: a pesquisa.

b) Quantos centímetros cúbicos de areia é necessário acrescentar na ampulheta, para que ela registre períodos de 40 minutos?

Resolução da atividade: A atividade pode ser resolvida, utilizando regra de três, conforme apresentado na Figura 131.

Figura 131 - Exemplo de resolução da atividade.

28,26__________ 30min
x__________ 40min

$$x = \frac{28{,}26.\ 40}{30}$$

$$x = \frac{1130{,}4}{30}$$

$$x = 37{,}68\ cm^3$$

Logo: 37,68 – 28,26= 9,42 cm^3

Fonte: a pesquisa.

24) (Retirado de Souza, 2010, p.129) O rebolo cônico é um instrumento musical de percussão cuja forma é de um tronco de cone reto, vazado na base menor e geralmente revestido de couro na base maior. Para confeccionar um instrumento desses, com 50cm de

altura e raios da base menor e maior medindo, respectivamente, 10cm e 15cm, quantos centímetros quadrados de madeira ou alumínio são necessários para confeccionar sua superfície lateral?

Resolução da atividade: Para resolver a atividade, pode-se utilizar a fórmula do volume, conforme a Figura 132.

Figura 132 - Exemplo de resolução da atividade.

Primeiramente, encontra-se a geratriz, utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$g^2 = 50^2 + 5^2$$

$$g^2 = 2500 + 25$$

$$g^2 = 2525$$

$$g = \sqrt{2525}$$

$$g = 50{,}25\ cm^2$$

Em seguida, calcula-se a área lateral (A_l):

$$A_l = \pi . g . (R + r)$$

$$A_l = 3{,}14 . 50{,}25 . (15 + 10)$$

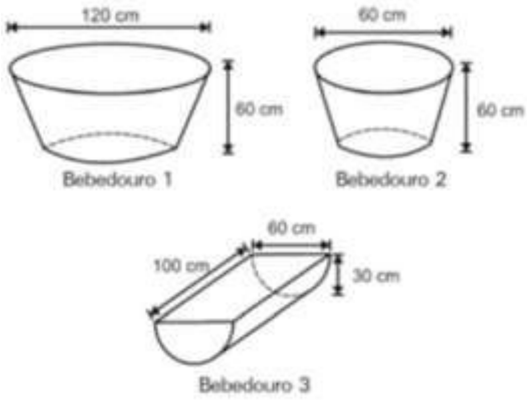
$$A_l = 157{,}785 . (25)$$

$$A_l = 157{,}785 . (25)$$

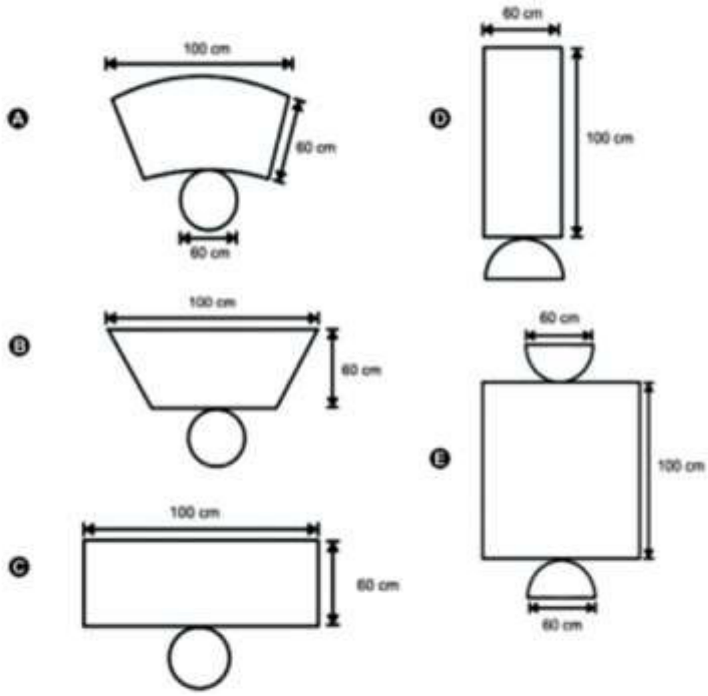
$$A_l = 3944{,}63\ cm^2$$

Fonte: a pesquisa.

25) (Retirado ENEM 2010) Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.

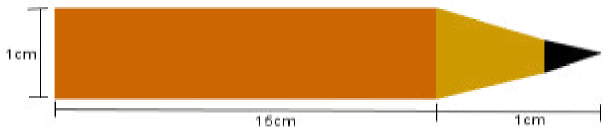


Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3? Justifique a sua resposta.



Resolução da atividade: Pode-se observar que a alternativa correta é a letra *E*.

26) (Retirado de Barroso, 2010, p. 216) Calcule o volume do lápis, conforme as medidas indicadas na figura e faça a construção desse objeto no *GeoGebra*.



Resolução da atividade: Para resolver a atividade, podem-se utilizar as fórmulas do volume de um cilindro e de um cone, conforme a Figura 133.

Figura 133 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume total (V_t)

$$V_t = Vcilindro + Vcone$$

$$V_t = Ab.\ h + \frac{Ab.\ h}{3}$$

$$V_t = 3{,}14.0{,}5^2.15 + \frac{3{,}14.0{,}5^2.1}{3}$$

$$V_t = 11{,}775 + \frac{0{,}785}{3}$$

$$V_t = 11{,}775 + 0{,}26$$

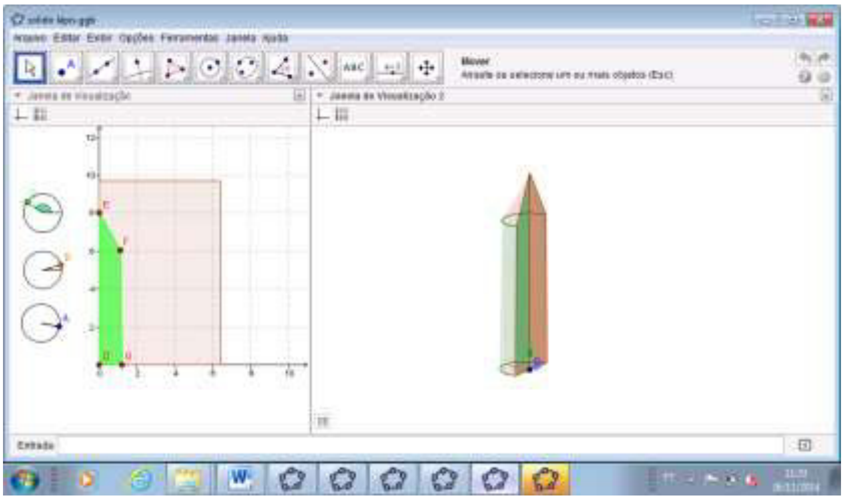
$$V_t = 12{,}04\ cm^3$$

O volume total encontrado foi 12,04 cm³.

Fonte: a pesquisa.

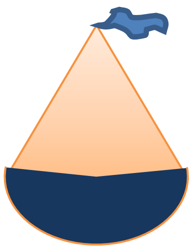
O professor pode pedir aos alunos que manipulem no *software GeoGebra* as construções e vejam se é viável construir um lápis a partir do que já foi estudado (Figura 134).

Figura 134 - Exemplo de figura geométrica no *software GeoGebra*.



Fonte: a pesquisa.

27) (Retirado de Dante, 2011, p.265) Sabendo que uma boia, conforme a figura a seguir, serve para orientar os navios na entrada de um porto. Essa boia é formada por um hemisfério de 2 m de diâmetros e por um cone que tem 80 cm de altura. Qual é o volume da boia?



Resolução da atividade: Para resolver a atividade, pode-se utilizar a fórmula do volume, conforme a Figura 135.

Figura 135 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume total (V)

Volume da boia = volume do hemisfério + volume do cone

$$V = \frac{4.\pi.r^3}{3}.\frac{1}{2} + \frac{\pi.r^2.\,h}{3}$$

$$V = \frac{4.3{,}14.1^3}{3}.\frac{1}{2} + \frac{3{,}14.1^2.\ 0{,}80}{3}$$

$$V = \frac{12{,}56}{6} + \frac{2{,}512}{3}$$

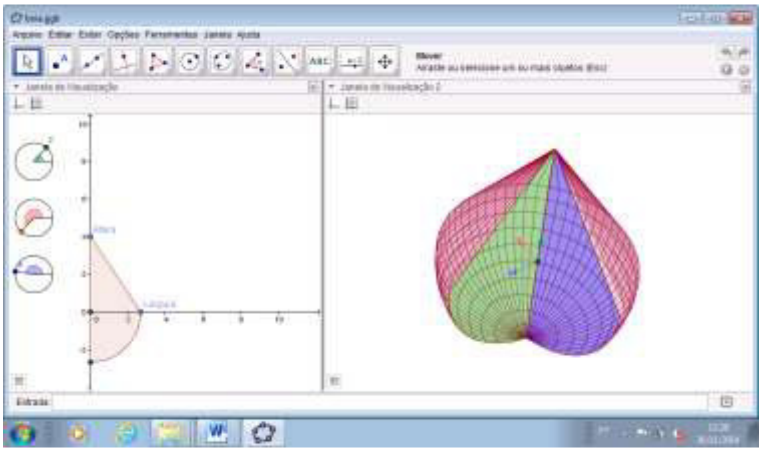
$$V = 2{,}09 + 0{,}84$$

$$V = 2{,}93 \text{ m}^3$$

Fonte: a pesquisa.

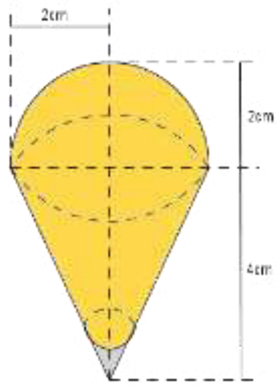
Após a realização dessa atividade o professor pode pedir ao aluno que tente construir uma boia *software GeoGebra* (Figura 136).

Figura 136 - Exemplo de figura geométrica no *software GeoGebra*.



Fonte: a pesquisa.

28) (Retirado de Barroso, 2010, p.227) Um ludologista fabrica piões usando as medidas indicadas na figura a seguir. Determine o volume de cada pião.



Resolução da atividade: Para resolver a atividade, pode-se utilizar a fórmula do volume, conforme a Figura 137.

Figura 137 - Exemplo de resolução da atividade.

Volume (V)

$$V = \frac{4.\pi.r^3}{3} . \frac{1}{2} + \frac{\pi.r^2.\ h}{3}$$

$$V = \frac{4.\ 3{,}14.\ 2^3}{3} . \frac{1}{2} + \frac{3{,}14.\ 2^2.\ 4}{3}$$

$$V = \frac{100{,}48}{6} + \frac{50{,}24}{3}$$

$$V = 16{,}75 + 16{,}75$$

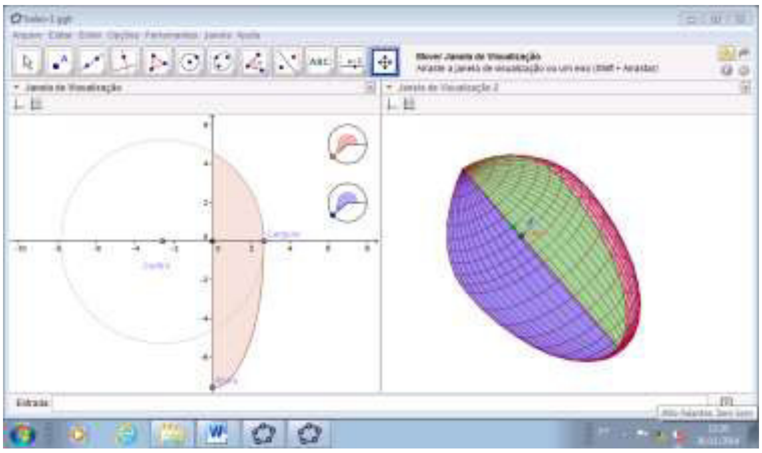
$$V = 33{,}5\text{cm}^3$$

Encontra-se um volume no valor de 33,5 cm³.

Fonte: a pesquisa.

Outra figura geométrica que pode ser explorado utilizando os recursos do *GeoGebra* é a construção de um balão, conforme Figura 138.

Figura 138 - Exemplo de figura geométrica no *software GeoGebra*.



Fonte: a pesquisa.

8 DESENVOLVENDO TEMAS DE INTERESSE NO ENSINO MÉDIO

Neste capítulo, descreve-se a organização e o desenvolvimento dos experimentos realizados com as temáticas Político-Social e Cultura em duas turmas do Ensino Médio.

8.1 EXPERIMENTO COM A TEMÁTICA POLÍTICO-SOCIAL

Apresenta-se o tema Político-Social, no qual se optou pelo desenvolvimento de uma sequência didática com o assunto salário, por entender que o mesmo é importante para a formação dos estudantes do Ensino Médio, os quais já se encontram no mercado de trabalho, ou futuramente estarão inseridos no mesmo. As questões salariais fazem parte da vida de todo cidadão e o professor pode viabilizar o desenvolvimento de atividades envolvendo esse assunto.

8 .1.1 A turma

O experimento foi aplicado pelo professor Ilisandro Pesente, bolsista do mestrado em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), que atua há 8 anos, na rede pública estadual do município de Igrejinha, na Escola Estadual de Ensino Médio Berthalina Kirsch. O experimento foi realizado na turma 211 (Figura 139) do 1º ano do Ensino Médio, no turno da manhã, em dois períodos a cada dia, totalizando 12 horas aula, no período de novembro a dezembro de 2013.

Figura 139 - Foto da turma 211.

Fonte: a pesquisa.

Em entrevista com o professor titular da turma, obtiveram-se dados quanto à infraestrutura da Escola, a qual possui uma biblioteca, refeitório, sala de informática, laboratório de Ciências e quadra de esportes. Quanto aos equipamentos para uso pedagógico, a escola possui copiadoras, aparelho de televisão e DVD, retroprojetor, projetor multimídia, aparelho de som, câmera fotográfica, filmadora e impressora.

Com os dados obtidos na aplicação dos questionários aos alunos da turma, observou-se que a mesma era formada por 22 alunos, sendo 12 do sexo feminino e 10 do sexo masculino, na faixa etária de 14 a 16 anos, conforme a tabela 10.

Tabela 10 - Dados referentes à faixa etária dos estudantes.

Idade dos alunos	**Número de alunos**	**Percentual (%)**
14 anos	4	18,2
15 anos	17	77,3
16 anos	1	4,5
Total	**22**	**100**

Fonte: a pesquisa.

Nessa classe, 21 alunos, ou seja, respectivamente 95, 5% dos estudantes nunca repetiram de ano. Apenas um aluno, que corresponde a 4,5%, repetiu o 1º ano do Ensino Médio. Na turma, 8 alunos, que correspondem a 36,4%, trabalham no turno da tarde, com carga horária entre 4 e 6 horas diárias na indústria calçadista.

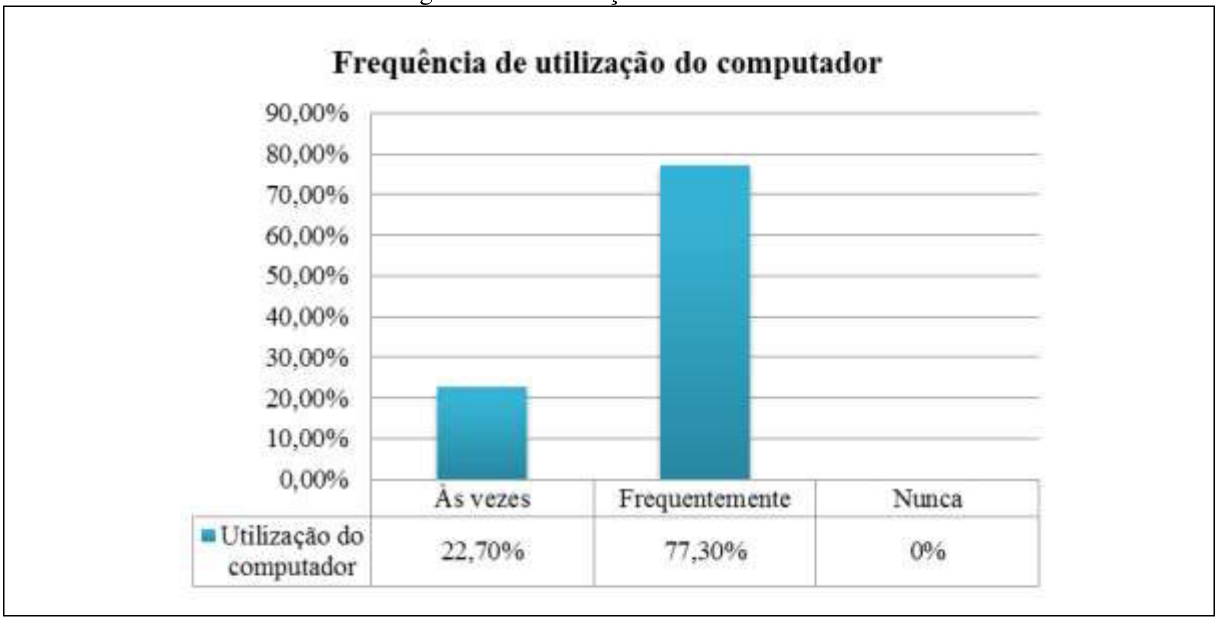
Quanto à disciplina de Matemática incentivar a busca de novos conhecimentos, 3 alunos, que correspondem a 13,6%, responderam que não incentiva, pois não gostam da disciplina e 19 alunos, que correspondem a 86,4%, colocaram que sim, porque tudo envolve Matemática, estimula o raciocínio, instiga a vontade de aprender com as atividades que são desenvolvidas, é interessante e desperta o interesse pelos assuntos trabalhados.

Os alunos da turma 211 afirmaram que utilizam a Matemática para fazer compras, calcular o tempo, somar e dividir as mercadorias no trabalho, dar o troco durante a compra, calcular distâncias, ir ao mercado, contar objetos, fazer comida, trabalhar com dinheiro e medir a casa. Além disso, todos os alunos afirmaram ser importante estudar Matemática, pois a consideram útil para o futuro no trabalho que escolherem e para a administração do próprio dinheiro, porque tudo foi projetado com a ajuda da Matemática, para tudo se utiliza Matemática e para terem um conhecimento geral do Mundo.

Também se percebeu que as aulas propostas pelo professor da turma eram expositivas e dialogadas, com realização de trabalhos individuais e em grupos, sendo oferecidos aos alunos materiais impressos. Quanto aos temas que o professor desenvolveu em sala de aula, os alunos mencionaram um seminário sobre profissões e uma pesquisa sobre bactérias.

Na turma, todos os alunos possuem computadores em casa. Na Figura 140, apresenta-se a frequência com que os alunos utilizam o computador.

Figura 140 - Utilização da Calculadora.



Fonte: a pesquisa.

Para realização das atividades do experimento, o professor propôs um trabalho em grupo, solicitando aos alunos que se organizassem como uma empresa contábil, formando-se na turma 8 grupos, que foram denominados grupos A, B, C, D, E, F, G e H. Os mesmos receberam impressas as atividades didáticas a serem desenvolvidas durante a fase de aplicação do experimento.

8.1.2 O experimento

Apresenta-se a descrição das atividades didáticas aplicadas, as quais foram elaboradas com o assunto salário, durante a fase da experimentação.

Inicialmente, o professor titular da turma, conversou com os alunos sobre a atividade que seria desenvolvida trabalhando o assunto salário. Em seguida, aplicou o questionário proposto pela pesquisadora para coleta de dados da turma.

Na aula seguinte, o professor organizou a turma em grupos e, como haviam combinado previamente, os alunos que quisessem poderiam trazer seus computadores para o desenvolvimento das atividades didáticas propostas na sequência (Figura 141).

Figura 141 - Aplicação das atividades didáticas do experimento envolvendo o tema Salário.

Fonte: a pesquisa.

Nessa aula, os alunos trabalharam quais os sujeitos envolvidos em uma relação de trabalho, o conceito de remuneração e salário, bem como o que é o salário mínimo e as despesas que ele deve cobrir. Para realizar este estudo foi distribuído aos alunos material didático com os assuntos que seriam desenvolvidos na fase de aplicação da temática. O professor ainda falou sobre o que é uma folha de pagamento e o que a compõe.

Na aula seguinte, os alunos, em grupo, começaram a resolução das atividades didáticas propostas envolvendo cálculos de proventos e descontos de uma folha de pagamento.

À medida que os grupos iam terminando, o professor solicitava que eles resolvessem as questões envolvendo os cálculos de um contracheque, como se o grupo formasse uma empresa contábil (Figura 142), na qual teriam que fazer os cálculos do contracheque e revisá-los, para que nenhum funcionário recebesse o valor indevido, pois isso causa transtornos para a empresa.

Figura 142 - Exemplo de nome de empresa criado pelos alunos.

Nome da empresa proposto pelo grupo A

Fonte: a pesquisa.

Na aula seguinte, os alunos desenvolveram as atividades didáticas retiradas ou adaptadas dos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2012 e das questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

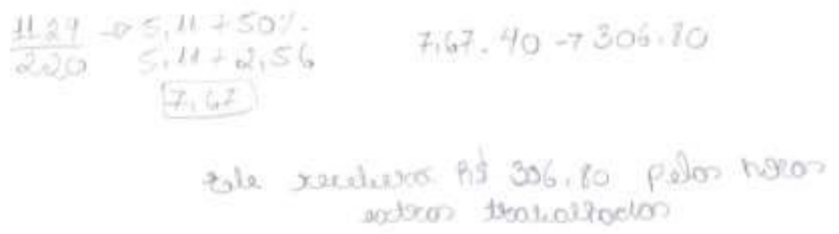
Após a realização das atividades propostas em sala de aula, os alunos foram ao laboratório de informática da escola, para desenvolverem as atividades propostas com o *software Excel*. Como havia muitos computadores que não funcionavam no laboratório da escola, a atividade que o professor havia programado para ser realizada em duplas teve que ser realizada em grupos de três alunos. Após a realização dessa atividade, o professor da turma aplicou um questionário proposto pela pesquisadora para análise da fase de aplicação das atividades.

8 .1.3 Análise do experimento

Nas atividades didáticas envolvendo o cálculo de horas extras, adicional noturno, insalubridade e periculosidade, os alunos não encontraram dificuldades na resolução, conforme exemplo na Figura 143.

Figura 143 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo B



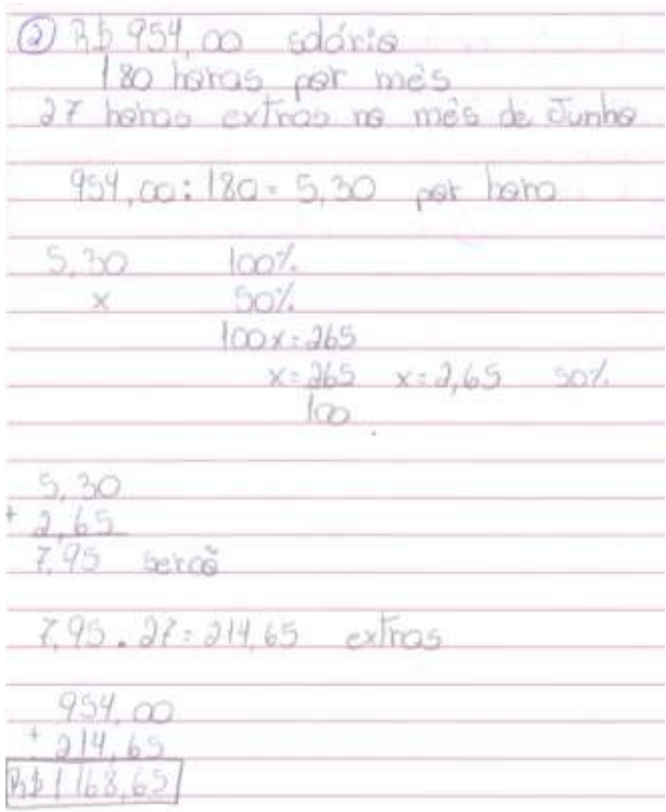
Fonte: a pesquisa.

Para resolução da atividade, primeiramente, os alunos dividiram o salário mensal por 220 horas trabalhadas no mês, encontrando R$ 5,11 por hora trabalhada, acrescentando a esse valor 50%, encontrando um valor total de R$ 7,67 por hora extra. Como foram realizadas 40 horas extras, multiplicaram o valor da hora extra por 40, encontrando o valor de R$ 306,80.

Porém, na atividade de *Descanso Semanal Remunerado,* os grupos encontraram dificuldades na resolução, pois determinaram o valor da hora extra e calcularam pelos 27 dias, desconsiderando o descanso semanal, como pode ser observado na Figura 144.

Figura 144 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo E

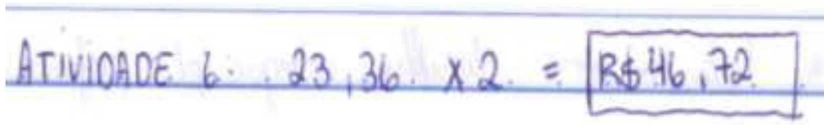


Fonte: a pesquisa.

Na resolução da atividade envolvendo a questão do Salário-família, pode-se observar que os grupos utilizaram adequadamente as informações, quanto ao recebimento desse benefício, percebendo que a funcionária teria direito ao mesmo, pois a sua remuneração estava entre os valores de R$ 646,56 a R$ 971,78, encaixando-se na quota de R$ 23,36 por filho, conforme se observa no exemplo da Figura 145.

Figura 145 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo J



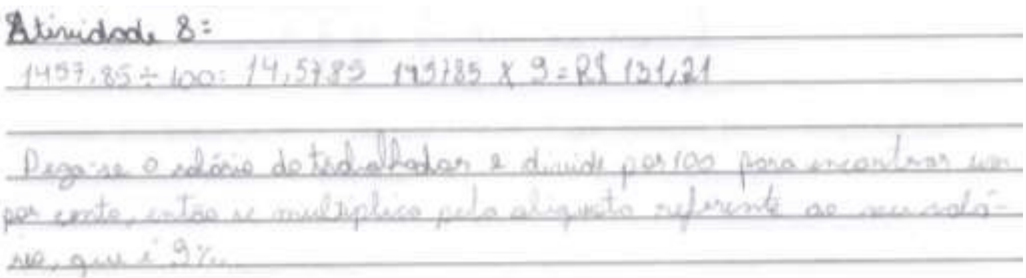
Fonte: a pesquisa.

Nas atividades envolvendo o cálculo do vale-transporte, os grupos calcularam o valor total das passagens e 6% do valor do salário, observando qual valor deveria ser descontado do funcionário.

Para realizar o cálculo do recolhimento do INSS, os alunos utilizaram adequadamente a tabela, a fim de verificar a alíquota do desconto. Como a remuneração foi entre R$ 1 247,71 e R$ 2 079,50, aplicaram a alíquota de 9%, conforme exemplo na Figura 146.

Figura 146 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo K

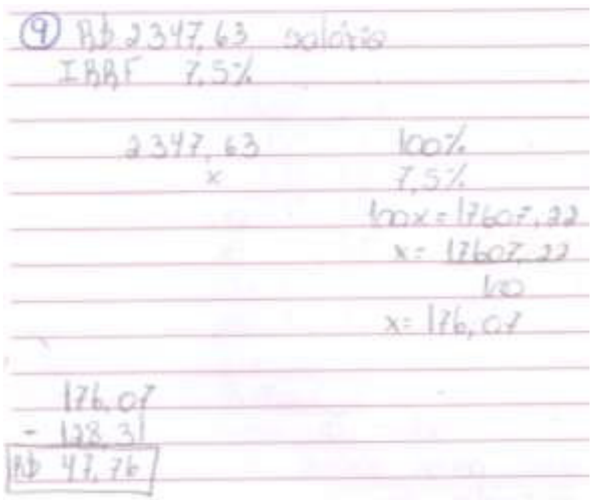


Fonte: a pesquisa.

Na resolução da atividade envolvendo cálculo do IRRF, percebeu-se que os grupos retiraram as informações relevantes da questão, utilizaram a tabela da alíquota do IRRF e realizaram os cálculos necessários para determinar o valor desse desconto. É possível visualizar, na Figura 147, que utilizaram regra de três para determinar o valor que corresponde a 7,5% do salário.

Figura 147 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo H

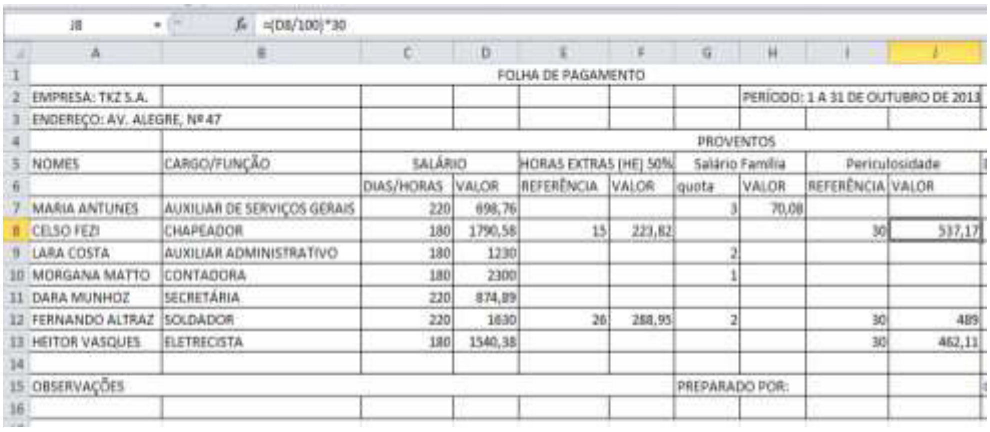


Fonte: a pesquisa.

A atividade envolvendo a planilha *Excel* exigiu que o professor auxiliasse os alunos na sua utilização, explicando como inserir uma fórmula na planilha. Percebeu-se que, durante a resolução da atividade, os grupos apresentaram dificuldades em utilizar a planilha, pois não haviam utilizado esse *software* anteriormente para realização de cálculos matemáticos. Por isso, 4 grupos (A, C, E e F) optaram por realizarem os cálculos com lápis e papel e depois inserirem os valores na planilha, enquanto 2 grupos (B e D) realizaram os cálculos mais simples na planilha. Apresenta-se um exemplo, na Figura 148, de como o grupo procedeu para encontrar o valor da periculosidade.

Figura 148 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo L



J8 =(D8/100)*30

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	FOLHA DE PAGAMENTO									
2	EMPRESA: TKZ S.A.							PERÍODO: 1 A 31 DE OUTUBRO DE 2013		
3	ENDEREÇO: AV. ALEGRE, Nº 47									
4			PROVENTOS							
5	NOMES	CARGO/FUNÇÃO	SALÁRIO		HORAS EXTRAS (HE) 50%		Salário Família		Periculosidade	
6			DIAS/HORAS	VALOR	REFERÊNCIA	VALOR	quota	VALOR	REFERÊNCIA	VALOR
7	MARIA ANTUNES	AUXILIAR DE SERVIÇOS GERAIS	220	698,76			3	70,08		
8	CELSO FEZI	CHAPEADOR	180	1790,58	15	223,82			30	537,17
9	LARA COSTA	AUXILIAR ADMINISTRATIVO	180	1230			2			
10	MORGANA MATTO	CONTADORA	180	2300			1			
11	DARA MUNHOZ	SECRETÁRIA	220	874,89						
12	FERNANDO ALTRAZ	SOLDADOR	220	1630	26	288,95	2		30	489
13	HEITOR VASQUES	ELETRECISTA	180	1540,38					30	462,11
14										
15	OBSERVAÇÕES						PREPARADO POR:			
16										

Fonte: a pesquisa.

Uma dificuldade encontrada para realização dessa atividade foi o número de computadores na sala de informática da escola, visto que eram insuficientes para o número de grupos. Com relação ao uso do programa, os grupos informaram que acharam complicado inserir as fórmulas, mas, com a ajuda do professor/pesquisador, conseguiram realizar o que foi proposto. Porém, acharam interessante, pois puderam adquirir novos conhecimentos.

Quanto ao tema Salário, percebeu-se que os estudantes consideraram importante desenvolver esse tema em sala de aula, porque o mesmo pode auxiliá-los futuramente, conforme as respostas obtidas dos alunos no instrumento de pesquisa e análise apresentado no apêndice E. Eles também afirmaram que esse tema é importante, já que faz parte do cotidiano e é um assunto que irão levar para sua vida futura.

A partir da análise da aplicação da sequência com esse tema, observou-se o critério *riqueza,* ao permitir aos alunos conhecer e utilizar os recursos das planilhas eletrônicas que servem para efetuar cálculos, fazer tabelas e gráficos. Durante a realização das atividades da sequência, os mesmos conheceram as planilhas eletrônicas e a sua composição por linhas e colunas, que formam espaços denominados células, que possibilitam o armazenamento de dados no formato de textos, números e fórmulas. Realizaram ações para inserir uma fórmula, tal como, iniciar a fórmula com o sinal de igual (=) e digitar o que se deseja, utilizando as simbologias do programa.

No questionário aplicado aos alunos, depois da realização das atividades propostas na sequência, podem-se observar os critérios *reflexão* e *realidade*, pois eles expõem que as atividades desenvolvidas durante a aplicação da sequência precisam ser exploradas no Ensino Médio, devido à relevância desse tema para formação desses estudantes. Os alunos da turma 211, ao responder a questão sobre a importância do tema, no instrumento de pesquisa apresentado no apêndice E, consideraram:

> *esse assunto importante para toda vida; para terem conhecimentos sobre os descontos salariais, tendo em vista a sua futura utilização; para se prepararem para o futuro; porque pode ajudar futuramente; porque não tinham conhecimento dos descontos salariais e as atividades ajudaram a tirar dúvidas e aprimorarem-se sobre o assunto; conhecer a importância do salário mínimo e a que se destina; conhecer os gastos domésticos e saber organizá-los dentro das possibilidades do que se ganha (Opiniões dos alunos da turma 211).*

Percebe-se o critério *ressignificação* no desenvolvimento do conteúdo de Matemática Financeira, explorado através do tema Salário, pois viabiliza aos estudantes situações didática, como as apresentadas neste trabalho, que transformam o conhecimento escolar em noções para a vida futura, favorecendo aos estudantes relembrar, revisitar, aprofundar os conteúdos de porcentagem, regra de três, juros, utilizando o *software Excel* como um recurso que pode ser útil na sua formação, para organização de seu planejamento financeiro, orçamento familiar, compras, financiamentos, entre outros. Nesse sentindo, propõe-se trabalhar com este *software*, em sala de aula, em diversas atividades que permitam relacionar o mesmo a distintos conteúdos matemáticos, pois pode ser um recurso funcional para os estudantes do Ensino Médio, levando-se em consideração as aplicabilidades do mesmo.

Nesse sentido, as atividades didáticas desenvolvidas na sequência com o tema Salário viabilizaram aos estudantes a discussão de questões referentes ao mundo do trabalho, ampliando a compreensão do mesmo integrado aos conteúdos matemáticos.

8.2 EXPERIMENTO COM A TEMÁTICA CULTURA

Para desenvolver a temática Cultura, apresentou-se, o trabalho envolvendo a Arte Cinética, que se caracteriza pela exploração de efeitos visuais por meio de movimentos físicos ou ilusão de óptica. Assim, através das obras do artista Abraham Palatnik, pretendeu-se explorar o conteúdo matemático de Geometria Espacial, utilizando diferentes recursos na elaboração das atividades didáticas, tais como, o *software* livre (*GeoGebra*) para construção de sólidos de revolução e vídeos do *youtube* para conhecer o artista Palatnik.

Apresentaram-se as atividades didáticas elaboras envolvendo o assunto Arte e os conteúdos matemáticos, adaptadas do livro "Descobrindo Matemática na Arte: atividades para o Ensino Fundamental e Médio", do ano de 2011, das autoras Estela Kaufman Fainguelernt e Katia Regina Ashton Nunes, nas quais se propõe trabalhar os sólidos de revolução a partir da obra de articulação em metal e movimento por micromotor, de Abraham Palatnik. Também foram utilizadas as atividades retiradas ou adaptadas dos livros didáticos do Plano Nacional do Livro Didático, de 2012, e do Exame Nacional do Ensino Médio.

8.2.1 A turma da investigação

O experimento foi aplicado pelo professor Valmir Ninow, bolsista do PPGECIM da ULBRA, que atua na rede particular de ensino nos municípios de Farroupilha e Caxias do Sul. O experimento foi aplicado na escola Impulso ao Saber (Figura 149), do município de Caxias do Sul.

Figura 149 - Foto da fachada da Escola.

Fonte: a pesquisa.

A investigação foi realizada com 21 alunos da turma 201 (Figura 150), do 1º ano do Ensino Médio, no turno da manhã, em dois períodos a cada dia, totalizando 10 horas aulas, no período de setembro a outubro de 2014.

Figura 150 - Foto da turma 201.

Fonte: a pesquisa.

Na entrevista realizada com o professor, obtiveram-se os dados da escola na qual se aplicou o experimento. Quanto à estrutura da escola, as salas de aula são compostas por um quadro branco e uma lousa digital, ar condicionado e amplas janelas com o objetivo de maior iluminação e economia no gasto de energia elétrica. Também conta com: laboratórios de Robótica, Informática, Matemática e Ciências; uma biblioteca; um refeitório; salas da Direção, Supervisão, Orientação, Secretaria e Orientação Disciplinar.

Com as informações obtidas nos questionários aplicados aos alunos, pode-se observar que a turma era formada por 21 alunos, sendo 7 do sexo feminino, o que corresponde a 33,3% dos alunos e 14 do sexo masculino, o que corresponde a 66,7% dos alunos. No que se refere à faixa etária, a turma tinha entre 15 e 17 anos, sendo que 76,2% tinham 16 anos, conforme se observa na tabela 11.

Tabela 11 - Dados referentes à faixa etária dos estudantes.

Idade dos alunos	**Número de alunos**	**Percentual (%)**
15 anos	3	14,3
16 anos	16	76,2
17 anos	2	9,5
Total	**21**	**100**

Fonte: a pesquisa.

Quanto aos estudantes da turma 201, identificou-se que todos residem com os pais e 5 alunos (correspondente a 23,8%) exercem atividades profissionais (Figura 151). Nessa classe, um aluno repetiu o 8º ano do Ensino Fundamental.

Figura 151 - Atividades profissionais e horas de trabalho dos alunos.

Atividade Profissional	**Horas de trabalho diárias**
Auxiliar de manutenção de computares	4h30min
Auxiliar de serviços gerais	5h
Auxiliar de marcenaria	5h
Estagiário Bancário	4h
Auxiliar de pizzaria	6h

Fonte: a pesquisa.

Ao serem questionados sobre as aulas de Matemática incentivarem na busca de novos conhecimentos, 19 alunos responderam que sim, pois aplicam no trabalho, é útil no dia a dia, desperta o raciocínio lógico, exercita o cérebro, explora várias áreas das quais precisarão no cotidiano, apresenta um conhecimento a mais sobre a realidade e relaciona a teoria Matemática a aspectos da realidade. Dois alunos responderam que não, pois buscam novos conhecimentos sozinhos. Também disseram que as matérias escolares são muito seletas e, se o aluno não gosta da matéria, não se interessa por ela.

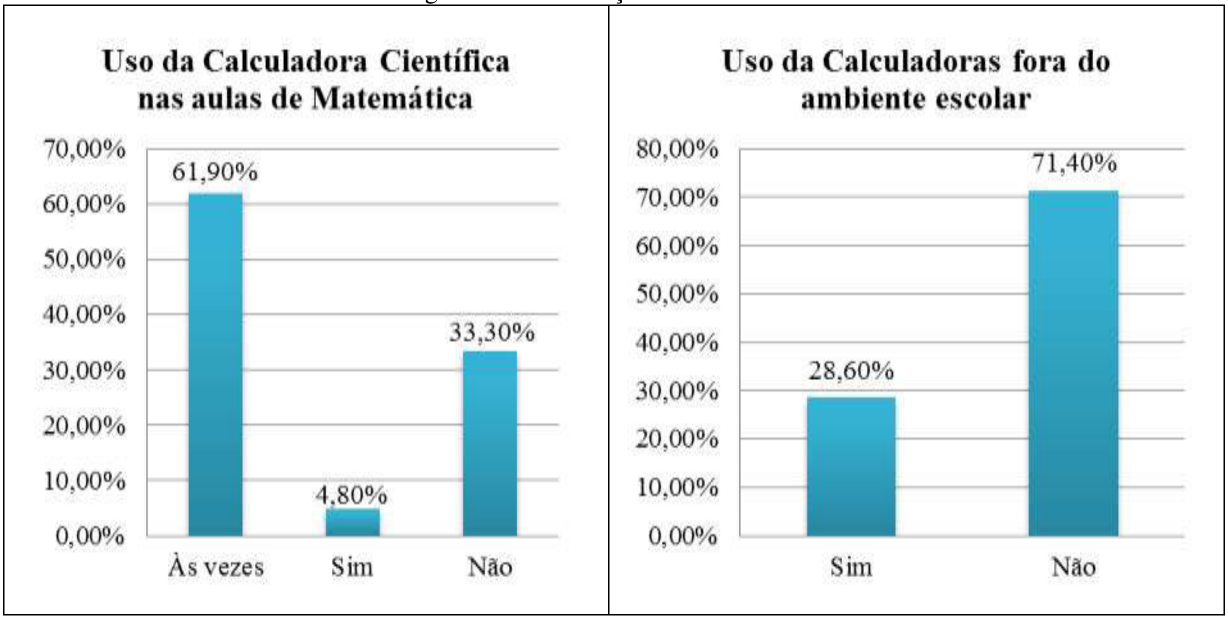
Com relação ao uso da Matemática no seu dia a dia, os alunos apontaram que a utilizam em: cálculos básicos envolvendo as quatro operações; contar alimentos e mercadorias no trabalho; contas de casa; compras no mercado, farmácia e lojas; manuseios no computador; pagamentos (realizam cálculos de cabeça para verificar o troco); cálculos de troco; cálculos no trabalho, para programação de computadores.

Quando questionados quanto à importância de estudar Matemática (instrumento de pesquisa do apêndice E), os alunos responderam: até certo ponto é importante para saber o básico para a vida; serve de base para tudo; nem todos os conteúdos são necessários; sem perceber utiliza-se todo o dia; está presente em tudo; será utilizada no dia a dia, quando for trabalhar; há alguns conteúdos que são aplicados efetivamente no cotidiano; explora várias áreas do conhecimento; é um conhecimento necessário; é importante para o futuro e para melhorar o conhecimento do dia a dia.

Com relação às aulas ministradas pelo professor da turma, os alunos disseram que o mesmo ministra aula expositiva dialogada, com utilização de recursos didáticos desenvolvendo trabalhos individuais e em grupos, disponibilizando materiais impressos e utilizando recursos tecnológicos como a lousa digital, com programas no computador relacionados com a Matemática. Os alunos também relatam que, durante o ano, é realizado um projeto no qual eles trabalham com temáticas e durante os exercícios propostos pelo professor, nos quais desenvolvem atividades didáticas com situações do cotidiano, mas não especificaram as temáticas abordadas.

Buscando identificar o uso da calculadora como um recurso facilitador nos cálculos nas aulas de Matemática e fora do contexto escolar, pode-se perceber a sua utilização na Figura 152.

Figura 152 - Utilização da Calculadora.

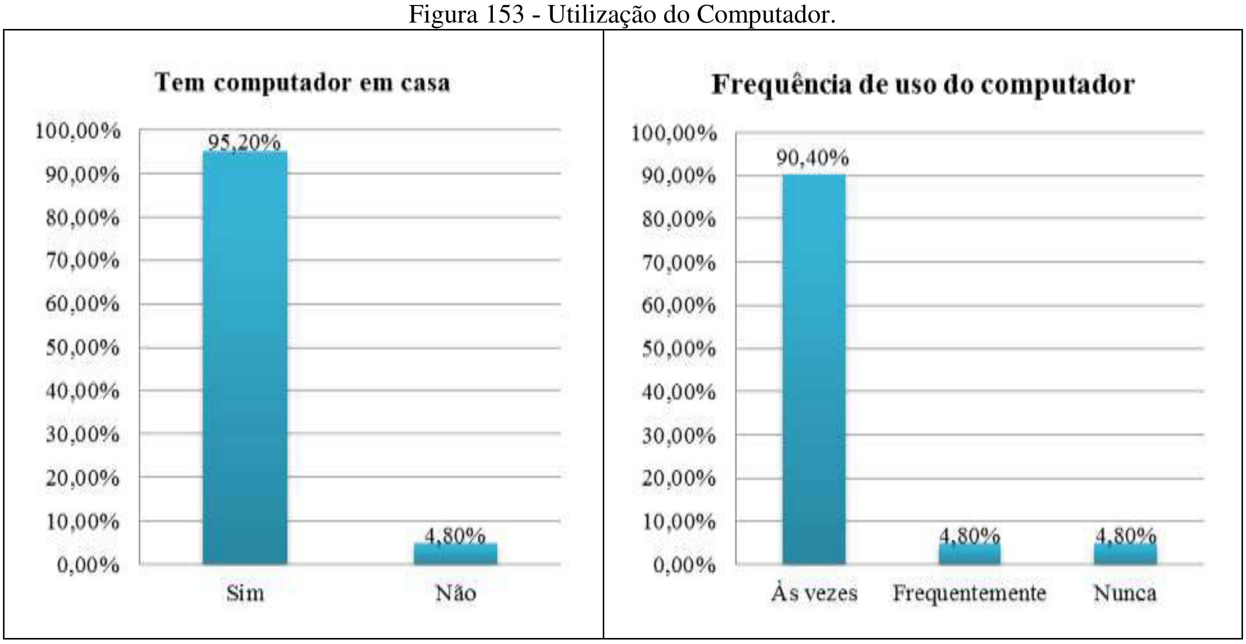


Fonte: a pesquisa.

Os resultados apresentados apontam que os alunos utilizam a calculadora nas aulas de Matemática, porém, em sua vida cotidiana, não utilizam muito esse recurso, o que pode ocorrer, devido aos cálculos mentais que fazem para pagamento de contas e verificação de troco, conforme exposto pelos alunos no questionário.

Com respeito ao fato de ter computador em casa e a frequência com que os alunos utilizam, considere a Figura 153.

Figura 153 - Utilização do Computador.



Fonte: a pesquisa.

Observando os gráficos apresentados na figura, pode-se inferir que os alunos que têm computadores em casa fazem bastante uso dos mesmos. Eles relatam, no instrumento de investigação, que utilizam os computadores para realizar trabalhos escolares, acesso a redes sociais, para jogar, fazer pesquisas, escutar músicas, assistir a vídeos, obter mais conhecimento, acessar matérias de jornais, para entretenimento, leituras, ver seriados e filmes.

Para realização das atividades do experimento, o professor disponibilizou a sequência das atividades didáticas em folhas impressas e utilizou a lousa digital para apresentar os slides com toda sequência elaborada e proposta pela pesquisadora. Durante a realização das atividades, os alunos trabalharam em duplas, pois o professor achou que essa seria a melhor organização para o desenvolvimento da proposta de trabalho. Assim, formaram-se dez duplas e um trio, que foram denominados grupo A, B, C, D, E, F, E, F, G e H.

8.2.2 O experimento

Apresenta-se a descrição da aplicação das atividades didáticas desenvolvidas com a turma 201 durante a fase da experimentação.

Primeiramente, o professor da turma apresentou aos alunos a proposta do trabalho envolvendo o tema Arte aliado aos conteúdos matemáticos de Geometria trabalhados anteriormente por ele (Figura 154). Em seguida, aplicou o questionário proposto pela pesquisadora para coleta de dados da turma.

Figura 154 - Professor titular conversando com a turma sobre a realização do experimento.

Fonte: a pesquisa.

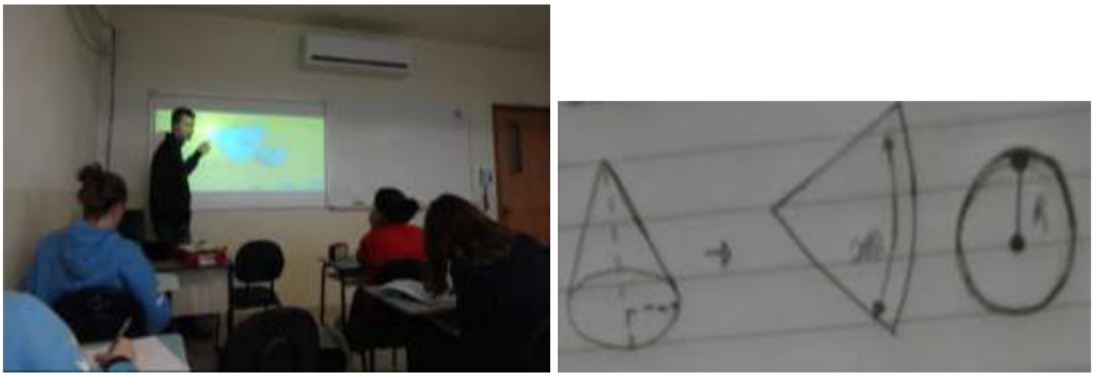
Na aula seguinte, o professor trabalhou, em sala de aula, a biografia do autor Abraham Palatnik e suas obras. Também, iniciou as atividades envolvendo conceitos de Geometria Espacial na obra do artista proposto (Figura 155).

Figura 155 - Aplicação das atividades didáticas do experimento envolvendo o tema Arte.

Fonte: a pesquisa.

Ao longo do desenvolvimento das atividades, o professor pôde mostrar aos alunos o objeto obtido pela rotação completa de um retângulo, um triângulo retângulo, um trapézio retângulo e um semicírculo, em torno de um de seus eixos, que contém um de seus lados (Figura 156).

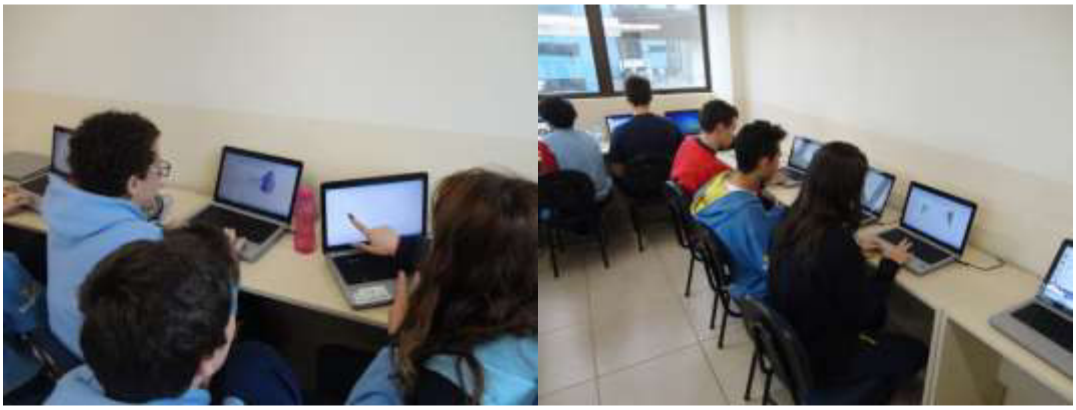
Figura 156 - Aplicação das atividades didáticas de planificação.



Fonte: a pesquisa.

Devido a problemas no laboratório de informática da escola na instalação do *software GeoGebra*, no início da aplicação do experimento, o professor titular da turma optou por apresentar as atividades desenvolvidas no *software* para manipulação e exploração dos alunos depois das atividades introdutórias, conforme Figura 157.

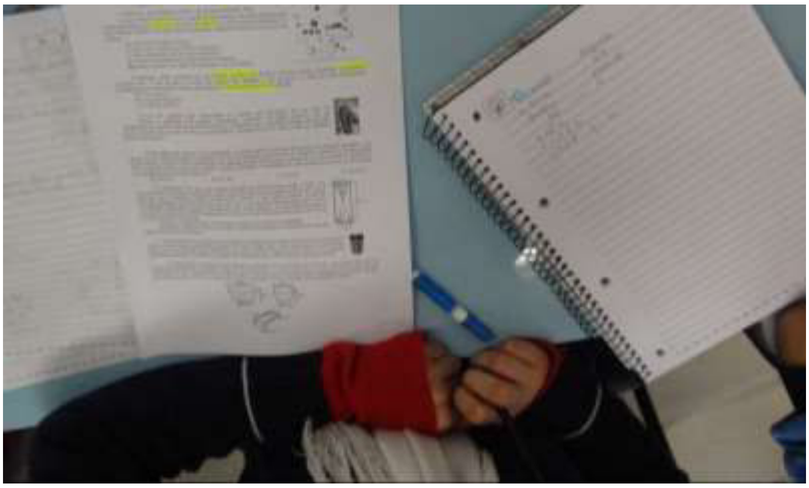
Figura 157 - Trabalhando no laboratório de informática.



Fonte: a pesquisa.

Após a realização das atividades no *software GeoGebra*, os alunos retornaram às atividades em sala de aula da turma, que envolviam as questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e dos livros didáticos de Matemática do Programa Nacional do Livro Didáticos de 2012, conforme se observa na Figura 158.

Figura 158 - Desenvolvendo atividades retiradas ou adaptadas do ENEM e dos livros didáticos.



Fonte: a pesquisa.

Depois da realização de todas as atividades, o professor titular da turma aplicou um questionário proposto pela pesquisadora para análise da fase de aplicação das atividades envolvendo o tema Arte.

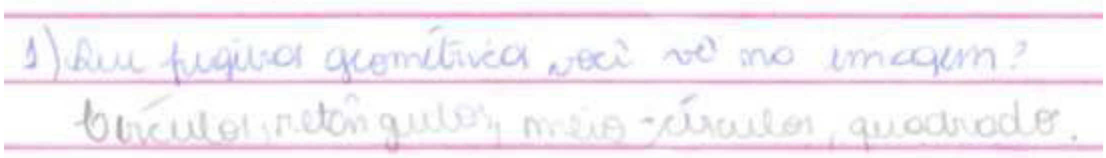
8.2.3 Análise do experimento

Para análise da aplicação do experimento aplicado na turma 201, foram coletados dados durante a fase de experimentação, através das observações do professor da turma, dos registros realizados pelos alunos durante o experimento, filmagens e pelas respostas dos alunos ao questionário aplicado.

Com relação à atividade, na qual solicitava-se aos estudantes que elencassem as figuras que observavam na obra de Palatnik, pode-se observar que os alunos não tiveram dúvidas para responder à questão. Mas, percebem-se alguns erros de construção de conceitos ou na transposição do conceito para fato, conforme a Figura 159.

Figura 159 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo H



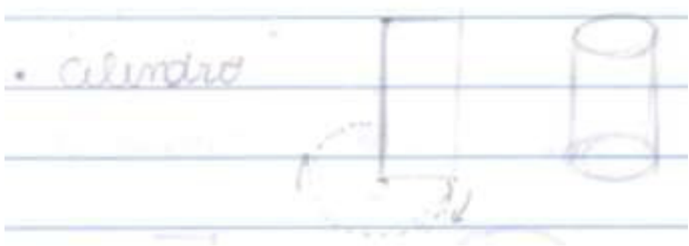
Fonte: a pesquisa.

Na resposta apresentada pela dupla, observa-se que os alunos determinam a figura como meio-círculo, ao invés de semicírculo, a qual representa a forma geométrica representada pela metade de um círculo.

Pode-se perceber, a partir dos dados coletados, que a identificação das formas geométricas, obtida pela rotação de uma figura geométrica em torno de um de seus lados, como, por exemplo, um retângulo, exige dos estudantes uma representação gráfica no papel para determinação da mesma, conforme se observa na Figura 160.

Figura 160 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo A

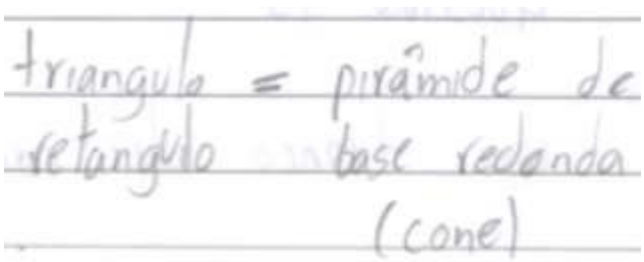


Fonte: a pesquisa.

Percebe-se, ainda, uma confusão ao solicitar que os alunos determinem a forma geométrica obtida ao rotacionar um triângulo retângulo, conforme a resolução apresentada pelo grupo H, na Figura 161.

Figura 161 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo H



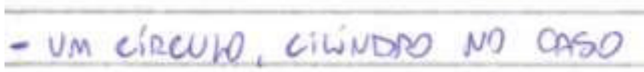
Fonte: a pesquisa.

Nessa atividade, é interessante que o professor retome o conceito de pirâmide e explore recursos metodológicos que possam auxiliar o aluno na diferenciação de tais figuras geométricas.

Também percebe-se, que nessa atividade, os alunos apresentaram dificuldades na determinação das formas geométricas encontradas, pois eles confundem círculo e cilindro, como se percebe na resolução apresentada pelo grupo B (Figura 162).

Figura 162 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo B



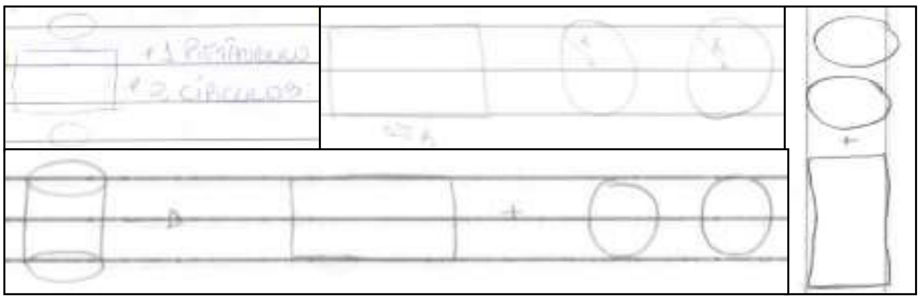
Fonte: a pesquisa.

Ainda nessa atividade, nota-se a dificuldade de determinar uma figura plana ou espacial.

Na atividade na qual foi solicitado que os alunos planificassem o cilindro, percebeu-se que quatro grupos identificaram as formas geométricas que compõem a figura espacial, ao invés de fazer a representação da forma geométrica planificada (Figura 163).

Figura 163 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução dos grupos B, D, E, F



Fonte: a pesquisa.

Com relação à determinação da seção plana obtida ao cortar um cilindro por um plano paralelo e perpendicular à base, os alunos não tiveram dificuldades para determinação da mesma (Figura 164).

Figura 164 - Exemplo da resolução da atividade.

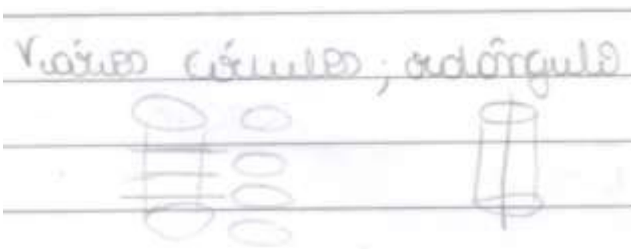
Resolução do grupo C

Fonte: a pesquisa.

Mas, é interessante a maneira que o grupo F utilizou para visualizar a seção plana obtida, pois foi necessário fazer a representação no papel dos cortes a serem realizados para estabelecer a seção plana (Figura 165).

Figura 165 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo F

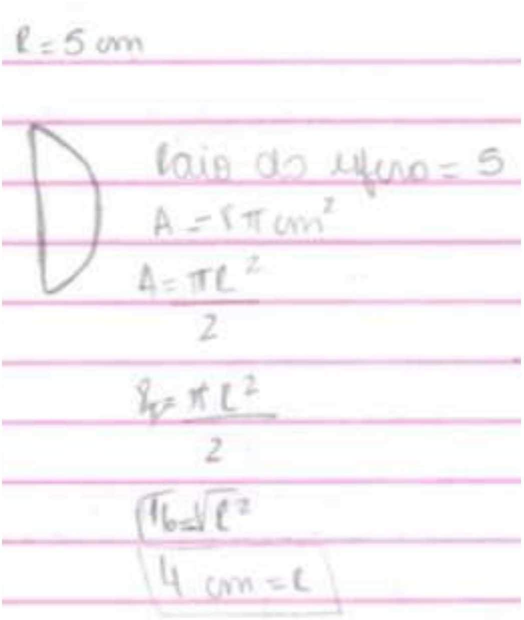


Fonte: a pesquisa.

Na utilização dos conteúdos procedimentais na sequência proposta, como na atividade em que os alunos precisam realizar cálculos para determinação do raio de uma esfera, na qual se tem o valor da área da esfera, percebe-se que eles realizaram os procedimentos de forma adequada para encontrar a solução da atividade (Figura 166).

Figura 166 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo H – Questão: Se tivesse sido construído um semicírculo de raio igual a 5cm, qual seria o raio da esfera obtida após a rotação completa em torno do eixo *e* que contém o diâmetro? Mas, e se a área desse semicírculo fosse igual a 8πcm², qual seria o raio da esfera obtida após rotação completa em torno do eixo e que contém o diâmetro?



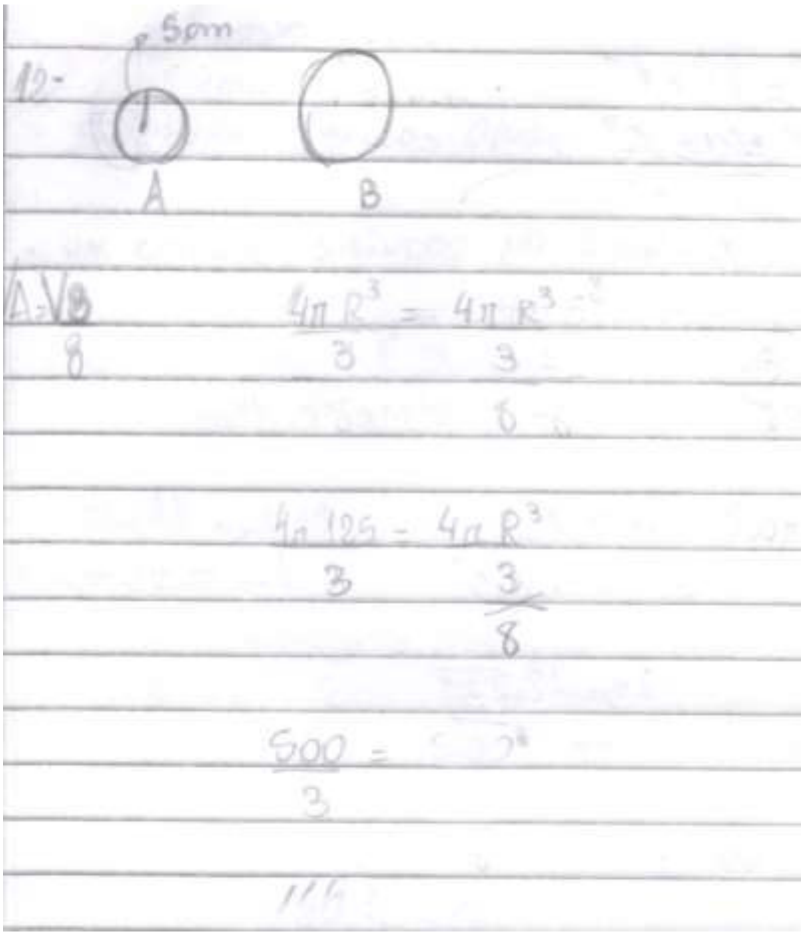
Fonte: a pesquisa.

Este grupo, para a realização da atividade, realizou o levantamento das informações relevantes dadas por ela e aplicou a fórmula para determinar a solução.

Quando se aprofundam as atividades, percebe-se a dificuldade dos alunos, como o grupo B, que acabou não conseguindo chegar à solução da questão, por encontrar dificuldades na manipulação da fórmula com frações (Figura 167).

Figura 167 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo B – Questão: Estive pensando: se o volume de uma esfera A é a oitava parte do volume de uma esfera B, qual seria o raio da esfera B, sabendo que o raio da esfera A é igual a 5 cm?

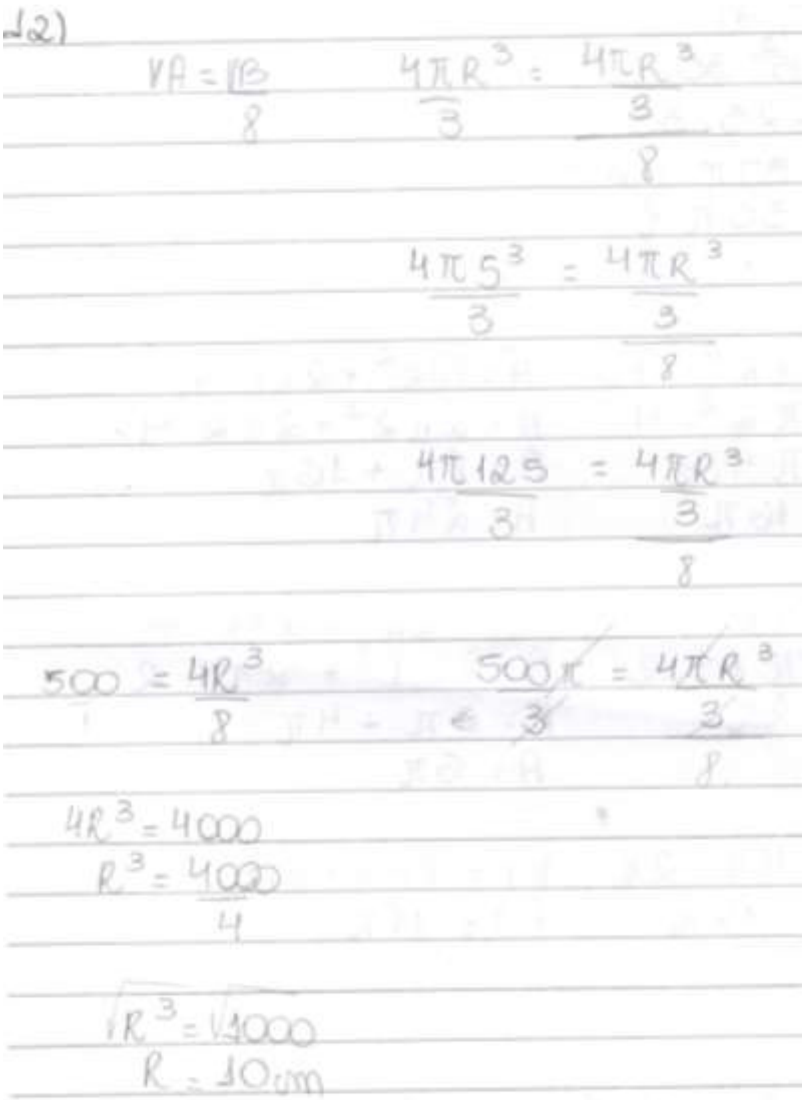


Fonte: a pesquisa.

Após a intervenção do professor, os alunos do grupo C conseguiram resolver a questão, conforme mostra a Figura 168.

Figura 168 - Exemplo da resolução da atividade.

Resolução do grupo C



Fonte: a pesquisa.

Os conteúdos atitudinais são percebidos na interação entre os alunos na resolução das atividades, nas quais se percebe a troca de estratégias e auxílio aos colegas.

Durante a realização do experimento, foi possível perceber que na turma 201 houve o diálogo, o trabalho em equipe e a troca de conhecimento entre os grupos, conforme Figura 169.

Figura 169 - Imagem dos alunos realizando as atividades.

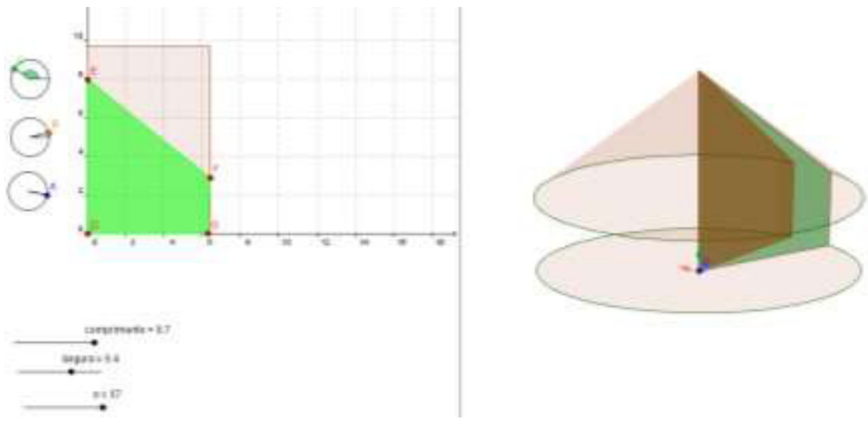
Fonte: a pesquisa.

Na resolução das atividades propostas dos livros didáticos, percebeu-se que os grupos já começaram a levantar as informações relevantes para resolver a questão.

As atividades de exploração no *software GeoGebra* auxiliaram os alunos na visualização das formas geométricas exploradas na sequência proposta com o tema Arte, a partir da obra de Palatnik, bem como permitiram que eles fizessem novas construções, como um circo, um diamante, jarro de suco, pandorga, balde, pudim, forma de bolo, abajur, mapa-múndi, pipa, chapéu de bruxa e vaso, conforme material produzido pelos alunos no *software GeoGebra* e salvo pelo professor titular da turma (Figura 170).

Figura 170 - Imagem das produções dos alunos no *software GeoGebra*.

Resolução do grupo D – Construção de um circo utilizando o *software GeoGebra*.

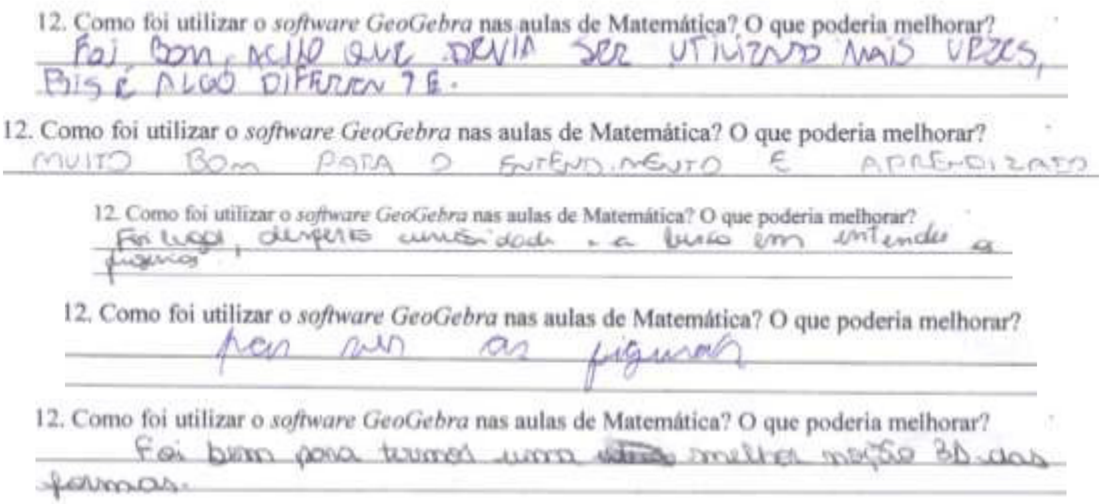


Fonte: a pesquisa.

Percebeu-se, ainda, que as atividades com esse tema abrem a discussão acerca da introdução, em sala de aula, de Tecnologias da Informação e Comunicação, como a utilização do *software GeoGebra* que, na aplicação do experimento, serviu de facilitador para visualização e manipulação das figuras geométricas abordadas na sequência, que pode-se perceber nas imagens coletadas, no instrumento de pesquisa aplicado após a realização do experimento e no material produzido pelos alunos no *software* em questão (Figura 171).

Figura 171 - Dados obtidos com a aplicação do questionário pós-aplicação do experimento.

Dados obtidos por meio do instrumento de pesquisa aplicado após desenvolvimento das atividades didáticas aplicadas na turma 201.



12. Como foi utilizar o *software GeoGebra* nas aulas de Matemática? O que poderia melhorar?
FOI BOM, ACHO QUE DEVIA SER UTILIZADO MAIS VEZES, POIS É ALGO DIFERENTE.

12. Como foi utilizar o *software GeoGebra* nas aulas de Matemática? O que poderia melhorar?
MUITO BOM PARA O ENTENDIMENTO E APRENDIZADO

12. Como foi utilizar o *software GeoGebra* nas aulas de Matemática? O que poderia melhorar?
Foi legal, despertou curiosidade e ajudou em entender a figuras

12. Como foi utilizar o *software GeoGebra* nas aulas de Matemática? O que poderia melhorar?
Ajudou nas figuras

12. Como foi utilizar o *software GeoGebra* nas aulas de Matemática? O que poderia melhorar?
Foi bom para termos uma melhor noção 3D das formas.

Fonte: a pesquisa.

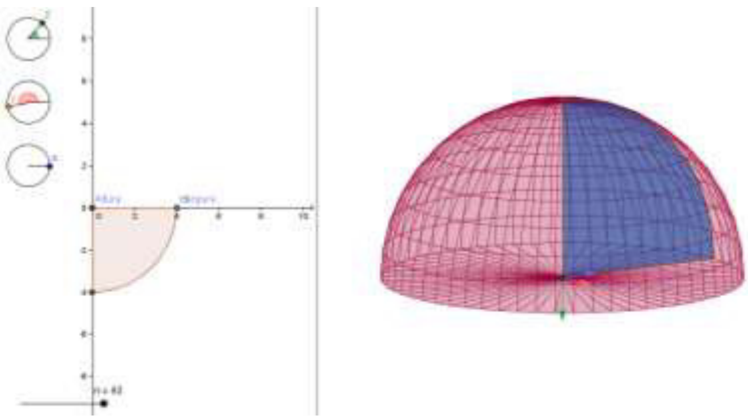
Ainda com relação a esse item, também foi indicado pelos alunos que poderia haver mais atividades e que as ferramentas do *software* poderiam ser mais aprofundadas, com aulas específicas sobre como utilizar o *software*. Esse retorno no questionário, após a aplicação do experimento, mostra o interesse dos alunos no desenvolvimento de atividades com recursos computacionais.

Pode-se constatar que, na turma em que foi realizada a aplicação das atividades desenvolvidas para o Ensino Médio com o tema Arte, os alunos revisitaram conteúdos estudados anteriormente, ampliando a compreensão dos mesmos, conforme observou-se na questão referente a planificação de um cilindro.

As atividades realizadas com os alunos propiciaram o desenvolvimento do critério *riqueza*, ao permitir aos estudantes trabalharem com o tema Arte e descobrir elementos da Matemática, podendo revisar conceitos que não estavam claros, como, por exemplo, determinar figuras planas e espaciais. Com a mediação do professor durante o processo de aplicação da sequência e a utilização do *software GeoGebra.*

O critério *relações* foi percebido quando os alunos conseguiram utilizar os objetos matemáticos construídos no *software GeoGebra* para transformação de objetos conhecidos por eles, como, por exemplo, a construção da esfera que se transformou em um Iglu, conforme arquivo salvo pelo professor titular da turma no *software GeoGebra* (Figura 172).

Figura 172 - Construção dos alunos no software GeoGebra.



Fonte: a pesquisa.

Entende-se que estabelecer essas relações, que podem ser visualizadas no apêndice H, pode ser enriquecedor, no ambiente escolar, pois esse tema permitiu que os estudantes recorressem às formas que eles conheciam para manipular as construções recebidas e transformá-las em novos objetos, além de manipular as cores.

O critério *ressignificação* foi verificado na possibilidade de relacionar o tema ao conteúdo de sólidos de revolução, utilizando o recurso do *software GeoGebra* para visualização das figuras geométricas, o que foi importante na aplicação dessa sequência, de acordo com o questionário aplicado aos alunos da turma (Figura 173).

Figura 173 - Dados obtidos com a aplicação do questionário pós-aplicação do experimento.

Dado obtido por meio do instrumento de pesquisa aplicado após desenvolvimento das atividades didáticas aplicadas na turma 201.

12. Como foi utilizar o *software GeoGebra* nas aulas de Matemática? O que poderia melhorar?

Foi muito bom para a visualização dos sólidos geométricos

Fonte: a pesquisa.

Portanto, as atividades didáticas propostas na sequência elaborada viabilizaram a revisão dos conteúdos, oportunizando aos alunos uma melhor compreensão dos mesmos. Percebeu-se que as atividades didáticas da forma, como foram conduzidas pelo professor, em sala de aula proporcionou o trabalho em grupo, conforme a Figura 169.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para apresentar os resultados da pesquisa, retoma-se a questão norteadora: *quais propostas temáticas, inspiradas em teorias curriculares contemporâneas, podem fornecer subsídios para o planejamento de outras formas de se apresentar a Matemática do Ensino Médio?*

Para abordar os conteúdos matemáticos, através de temáticas, foi realizada uma análise documental dos documentos oficiais relativos ao Ensino Médio, buscando verificar se existem identificações do trabalho com temáticas. Esse caminho foi importante para a compreensão do objeto em estudo, bem como para seus desdobramentos, evidenciando, nas políticas públicas, o perfil do egresso nessa etapa de ensino.

A investigação da Teoria de Currículo permitiu a compreensão da função dos temas transversais e temas geradores em um Currículo, levando ao entendimento a necessidade da classificação de temas relevantes para a formação do perfil dos estudantes egressos do Ensino Médio, buscando mostrar as possíveis temáticas e conteúdos matemáticos para o desenvolvimento de temas.

A busca de critérios para a seleção de temas a serem estudados no Ensino Médio possibilitou a reflexão sobre a importância de elaborar propostas de ensino as quais viabilizem, aos estudantes, a construção de um conhecimento matemático que lhes permita relacionar as teorias a sua aplicabilidade na vida em sociedade, com o objetivo de formar indivíduos ativos e comprometidos com a comunidade em que estão inseridos.

Por meio da busca de subsídios, identificaram-se os temas abordados, nos Livros Didáticos de Matemática do PNLD de 2012, nas questões do ENEM, e nas pesquisas de Mestrado e Doutorado presentes no banco de teses da CAPES. Ainda, cabe mencionar que na análise dos Livros Didáticos de Matemática, podem-se perceber como alguns livros apresentam assuntos importantes dissociados do seu contexto, às vezes considerando apenas os aspectos relacionados aos conteúdos matemáticos, sem discussões sobre o tema que propõe trabalhar. No entanto, buscar de subsídios auxiliou na classificação dos temas que vêm sendo trabalhados no Ensino Médio, aliados aos conteúdos matemáticos, para contextualizar ou relacionar teoria e prática nessa área de ensino. Essa etapa da investigação oportunizou a identificação de quais temas vem sendo abordados, na Matemática do Ensino Médio. A partir dos dados obtidos, elaborou-se uma classificação para os possíveis temas de interesse que podem ser tratados no Currículo de Matemática do Ensino Médio, visando à formação dos estudantes. Para tanto, indicaram-se possibilidades metodológicas para o desenvolvimento do trabalho com temáticas, visando uma prática educativa que oportunize relacionar temas contemporâneos aos conteúdos matemáticos. A classificação proposta não é definitiva, pois sua construção baseia-se num processo contínuo, no qual o professor pode aperfeiçoá-lo, à medida que se apropria do perfil dos estudantes que pretende formar.

Tendo em vista o objetivo da pesquisa, considerou-se necessário apresentar propostas de sequências didáticas envolvendo as temáticas sugeridas. Para tanto, este trabalho apresentou três sequências didáticas envolvendo as temáticas Contemporaneidade, Político-Social e Cultura.

Referente às duas sequências didáticas aplicadas entende-se que a temática Político-social permitiu que os alunos relacionassem o tema aos conteúdos matemáticos desenvolvidos. Também exploraram os recursos das planilhas eletrônicas do *software Excel*. Quanto à aplicação do tema Cultura, entende-se que os conteúdos matemáticos ficaram mais evidentes do que a relação da Matemática com a Arte. Porém, possibilitou aos alunos conhecerem aspectos referentes à arte cinética, bem como, o percursor desse tipo de arte no Brasil. Além disso, viabilizou a manipulação de construções geométricas no *software GeoGebra*.

Os resultados da aplicação indicam que o trabalho com temáticas pode ser viável no Currículo de Matemática do Ensino Médio, no qual o professor pode escolher um rol de atividades envolvendo uma ou várias temáticas para desenvolver os conteúdos matemáticos, sendo possível ao professor verificar o que ensinar, como ensinar e porque ensinar os conteúdos matemáticos por meio da temática escolhida.

Percebeu-se que para aplicação da sequência com a utilização de recursos didáticos exige que o pesquisador conheça a ferramenta que se propõe trabalhar, planeje previamente as atividades e verifique as possíveis situações didáticas que podem ocorrer, buscando que a ferramenta seja um recurso facilitador no processo de ensino e aprendizagem, auxiliando na construção de conceitos (RÊGO; RÊGO, 2006).

Ressalta-se, também, que o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos relacionados a temas, tendo por base as teorias curriculares contemporâneas, pode auxiliar o professor no planejamento de atividades didáticas que busquem potencializar a Matemática do Ensino Médio. É importante frisar que a classificação indicada está aberta a novos temas e novas propostas metodológicas. Buscou-se elencar um rol de possibilidades temáticas com recursos didáticos importantes para o estudante e possibilidades metodológicas para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos que possibilitem a formação do perfil do egresso desejado para o ensino Médio. Nesse sentindo, o trabalho com temáticas pode ser prática educativa adequada, para desenvolver os conteúdos matemáticos e propiciar a formação desse estudante.

Nesse sentido, com base na fundamentação teórica investigada, considera-se que esta pesquisa contribui para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, pois apresenta possíveis temáticas que podem ser desenvolvidas no ensino da Matemática, inspiradas em teorias curriculares contemporâneas, que podem fornecer subsídios para a construção de propostas para a formação dos estudantes do Ensino Médio, indicando caminhos para o trabalho com temáticas, que é uma sugestão, diferente da tradicional listagem de conteúdos, para se apresentar a Matemática aos estudantes, podendo propiciar a discussão de assuntos relevantes. Ainda, a pesquisa apresentada coloca em prática as teorias pós-modernas, propondo uma possível forma de organização curricular, por temáticas, diferente da atual organização por conteúdos, buscando mostrar como a disciplina de Matemática pode vir a contribuir, na formação dos estudantes egressos do Ensino Médio.

Percebe-se que o estudo de temáticas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, pode ser ampliado, por meio de pesquisas futuras que investiguem: como o professor de Matemática, no Ensino Médio pode trabalhar com temáticas ao longo do Currículo, considerando os planos de estudo estabelecidos pela escola e a formação esperada do estudante egresso; quais os recursos/metodologias/ferramentas podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem com temáticas, vislumbrando suas possibilidades e limitações; o desenvolvimento de atividades didáticas envolvendo temáticas para serem tratados em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALBÉ, Maristela de Quadros; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **Proposta de trabalho em modelagem e simulação matemática.** Educação Matemática em Revista. Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano 8 – Nº 11, p.41-50, dez.2001.

ALMEIDA, José Ricardo Pires. **Instrução pública no Brasil (1500-1889):** História e Legislação. Tradução Antonio Chizzotti. 2 ed. São Paulo: EDUC, 2000.

ALVES, Sérgio; WATANABE, Renate. **O leitor pergunta**: a sequência de Fibonacci na Geometria. São Paulo: Revista do Professor de Matemática, v. 47, p.54-59. 2001.

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. **História da Educação.** São Paulo: Moderna, 1996.

ARGUDÍN, Y. **Educación basada en competencias**. Nociones y antecedentes. Editorial Trillas: México, 2005.

AUGUSTO, Valter Roberto; COSTA, Wagner Veneziani. **Cálculos Trabalhistas**. São Paulo: WVC, 1997.

AZCÁRATE, Pilar. **¿Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual?** Investigación em l Escuela, 32, 77-85, 1997.

BARRETO, Antonio L. O. **A análise da compreensão do conceito de função mediado por ambientes computacionais**. 2009. 363 f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2009.

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática.** São Paulo: Moderna, 2010.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Características da investigação qualitativa**. In: Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto, Porto Editora, 1994. p. 47- 51.

BORBA, Marcelo C.; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Regulamento nº 1331-A, de 17 de fevereiro de 1854. **Aprova o regulamento para a reforma do ensino primário e secundário do Município da Corte**. Disponível em: <

http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-1331-a-17-fevereiro-1854-590146-publicacaooriginal-115292-pe.html> Acesso em: 16 ago. 2011.

________. Decreto 7247, 19 de abril de 1879. **Reforma do Ensino Primário e Secundário do Município da Corte e o superior em todo o Império.** Rio de Janeiro, 1879. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-7247-19-abril-1879-547933-norma-pe.html> Acesso em: 16 ago. 2011.

________. Regulamento nº 981, 8 novembro de 1890. **Aprova o regulamento para Instrução Primária e Secundária do Distrito Federal**. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-981-8-novembro-1890-515376-publicacaooriginal-1-pe.html> Acesso em: 16 ago. 2011.

________. Decreto n. 1194 de 28 de dezembro de 1892. **Aprova o regulamento para o Ginásio Nacional**. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-1194-28-dezembro-1892-513140-norma-pe.html> Acesso em: 16 ago. 2011.

________. Decreto 2857, de 30 de março de 1898. **Aprova o regulamento para o Ginásio Nacional e o Ensino Secundário nos Estados**. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-2857-30-marco-1898-506934-publicacaooriginal-1-pe.html> Acesso em: 21 ago. 2011.

________. Decreto 3890, de 1° de janeiro de 1901. **Aprova o Código dos Institutos Oficiais de Ensino Superior e Secundário, dependentes do Ministério da Justiça e Negócios Interiores**. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1900-1909/decreto-3890-1-janeiro-1901-521287-publicacaooriginal-1-pe.html> Acesso em: 21 ago. 2011.

________. Decreto 8660, de 5 de abril de 1911. **Aprova o regulamento para o Colégio Pedro II**. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1910-1919/decreto-8660-5-abril-1911-510155-publicacaooriginal-1-pe.html> Acesso em: 22 ago. 2011.

________. Decreto 11530, de 18 de março de 1915. **Reorganiza o ensino secundário e o superior na Republica**. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1910-1919/decreto-11530-18-marco-1915-522019-norma-pe.html> Acesso em: 22 ago. 2011.

________. Decreto 16782A, de 13 de janeiro de 1925. **Estabelece o concurso da União para a difusão do Ensino Primário, organiza o Departamento Nacional do Ensino, reforma o Ensino Secundário e Superior e dá outras providencias**. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1920-1929/decreto-16782-a-13-janeiro-1925-517461-norma-pe.html> Acesso em: 22 ago. 2011.

________. Constituição (1934). **Constituição da República dos Estados Unidos do Brasil**. Rio de Janeiro, 1934. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/consti/1930-1939/constituicao-1934-16-julho-1934-365196-publicacaooriginal-1-pl.html> Acesso em: 24 ago. 2011.

________. Decreto 4244, de 9 de abril de 1942. **Lei orgânica do Ensino Secundário**. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-4244-9-abril-1942-414155-publicacaooriginal-1-pe.html> Acesso em: 24 ago. 2011.

________. Decreto 34638, de 17 de novembro de 1953. **Institui a Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário**. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1950-1959/decreto-34638-17-novembro-1953-329109-publicacaooriginal-1-pe.html> Acesso em: 24 ago. 2011.

BRASIL. LEI 4024, de 20 de dezembro de 1961. **Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-norma-pl.html> Acesso em: 26 ago. 2011.

________. Constituição (1967). C**onstituição do Brasil decretada e promulgada pelo Congresso Nacional.** Brasília, 1967. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/consti/1960-1969/constituicao-1967-24-janeiro-1967-365194-publicacaooriginal-1-pl.html> Acesso em: 26 ago. 2011.

________. LEI 5692, de 11 de agosto de 1971. **Fixa Diretrizes e Bases para o Ensino de 1° e 2° graus, e da outras providências**. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html> Acesso em: 26 ago. 2011.

________. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, 1988. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/consti/1988/constituicao-1988-5-outubro-1988-322142-publicacaooriginal-1-pl.html> Acesso em: 27 ago. 2011.

________. LEI 9394, de 20 de dezembro de 1996. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1996/lei-9394-20-dezembro-1996-362578-norma-pl.html> Acesso em: 12 ago. 2011.

________. LEI 9795, de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a educação ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. **República Federativa do Brasil**, Brasília, 1999. Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1999/lei-9795-27-abril-1999-373224-norma-pl.html> Acesso em: 08 set. 2012.

________. LEI 10172, de 09 de janeiro de 2001. **Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências.** Disponível em: < http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/2001/lei-10172-9-janeiro-2001-359024-norma-pl.html > Acesso em: 08 set. 2012.

________. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+: Ensino Médio** – orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002.

________. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.

________. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)**: fundamentação teórico-metodológica. Brasília: MEC/INEP, 2005.

________. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

________. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012 :** Matemática / Brasília, 2011.

________. Projeto de LEI 8035, de 2010. Aprova o Plano Nacional de Educação para o decênio 2011-2020 e dá outras providências. **República Federativa do Brasil**, Brasília, 2011.

________. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental, 1999.

________. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Apresentação dos temas transversais.** Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

________. Ministério da Educação. Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio: ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

CARNEIRO MA. **LDB fácil**: leitura crítico-compreensiva: artigo a artigo. 21. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

CARVALHO, Isabel Cristina de Moura. **Educação ambiental**: a formação do sujeito cruzecológico. São Paulo: Cortez, 2011.

CERIOLI, Márcia R. **Números de Fibonacci e representação de números inteiros positivos**. São Paulo: Revista do Professor de Matemática, v. 53, p.22-28. 2004.

COLL, César. **Psicologia e Currículo:** uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar. São Paulo: Ática, 1999.

COLL, César; et al. **Os conteúdos na reforma:** Ensino e aprendizagem de conceitos, procedimento e atitudes. Porto Alegre: ARTMED, 2000.

CORAZZA, Sandra. **Tema Gerador**: Concepções e Práticas.2.ed. Ijuí: Unijuí, 1998.

CORTEZ, Julpiano Chaves. C. **Práticas Trabalhistas**: cálculos. São Paulo: LTr, 2001.

CRUZ, José H. da; MIZUKASHI, Marina T.; SANTOS, Ronaldo A. dos. **Recorrências do tipo Fibonacci e aplicações**. In: III Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, 2006, Goiás. Anais... Goiás: UFG, 2006. Disponível em:< http://www.mat.ufg.br/bienal/2006/mini/hilario.marina.ronaldo.pdf> Acesso em: 14 de janeiro de 2013.

D´AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** da teoria à prática. Ed. Papirus, 9º edição. Campinas, 1997.

D´ÁVILA, Antônio. **Pedagogia**: teoria e prática: de acordo com o programa de ensino do curso normal e com as diretrizes do ensino primário. v.1. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1954.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática:** contexto e aplicações. São Paulo, Ática, 2011.

DINIZ, Bismarck Duarte. **Direito do trabalho em Sala de Aula**: para aprender e consultar. Cuiabá: UNIVAG/UNICEN, 2000.

DOLL JR, W. E. **Currículo:** uma perspectiva pós-moderna. Trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto alegre: Artes Médicas, 1997.

FACHIN, Odília. **Fundamentos de metodologia**. 5. Ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Descobrindo matemática na arte**: atividades para o ensino fundamental e médio. Porto Alegre: Artmed, 2011.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. 57 ed. Rio de janeiro: Paz e Terra, 2014.

GODOY, Arilda Schmidt. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. Revista de Administração de Empresas. São Paulo, v. 35, n. 2, 1995.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. Rio de Janeiro: Record, 2005.

GÓMEZ, Gregorio Rodríguez; FLORES, Javier Gil; JIMÉNEZ, Eduardo García. **Metodología de la investigación cualitativa**. Archidona, Málaga: Aljibe, 1996.

GROENWALD, Claudia L.; FRANKE, Rosvita. **Currículo de Matemática e o tema Criptografia no Ensino Médio.** Educação Matemática em Revista – RS. 2007.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; FRANKE, Rosvita Fuelber; OLGIN, Clarissa de Assis. **Códigos e senhas no Ensino Básico.** Educação Matemática em Revista – RS. 2009, 41-50.

GROENWALD, Claudia Lisete O. **Plataforma de Ensino Siena**: refletindo sobre a utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem. In VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Uruguay, 2013.

GROENWALD, Claudia L. et al. **Perspectivas em Educação Matemática**. ACTA SCIENTIAE – RS. 2004.

IEZZI, Gelson, et al. **Matemática:** ciência e aplicações. São Paulo: Saraiva, 2010.

KOPKE, Regina Coeli Moraes. **Geometria, Desenho, Escola e Transdisciplinaridade**: Abordagens "possíveis" para a Educação. 2006. 226f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2006.

KUENZER, Acácia Zeneida. **Ensino Médio:** Construindo uma proposta para os que vivem do trabalho. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

LEIVAS, José Carlos Pinto. **Dimensão, Logaritmo, fractal**: Estabelecendo conexões. XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, 2007. Disponível em: < http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/minicursos.html>. Acesso em: 16 de julho de 2012.

MALTA, Gláucia Helena Sarmento. **Grafos no Ensino Médio**: uma inserção possível. 2008. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

MACEDO, E. et al. **Criar Currículo no cotidiano**. São Paulo: Cortez, 2011.

MARCONDES, Martha Aparecida Santana, et al. (Org.).**Temas transversais e Currículo**. Brasília: Líber Livro Editora, 2008.

MARQUES, Rozemeri Pereira. **Arte e Educação**. Canoas: Editora ULBRA, 2011.

MATTOS, Airton Pozo de. **Escola e Currículo**. Curitiba: Ibpex, 2009.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. **Tabela de contribuição**. Ministério da Previdência Social. 2013. Disponível em http://www.previdencia.gov.br/tabela-de-contribuio-mensal/. Acesso em: 23 set. 2013.

MORA, David. **Aprendizaje y enseñanza**: proyectos y estrategias para una educación matemática del futuro. Bolívia: Editorial Campos, 2004.

MORA, D. **Didáctica Crítica, Educación Crítica de las Matemáticas y Etnomatemáticas**: perspectivas para la transformación de la Educación Matemática em América Latina. Bolívia: Editorial Campo Iris, 2005.

MORAES, Mara Sueli Simão.; SAHM, Élen Patrícia Alonso.; CARDIA. Elizabeth Mattiazzo; UENO, Renata. **Educação matemática e temas político-sociais.** São Paulo: Autores Associados, 2008.

MÜLLER, Jackson. **Educação Ambiental**: Diretrizes para a prática pedagógica. FAMURS, 1997.

NISKIER, Arnaldo. **Educação Brasileira:** 500 anos de História. São Paulo: Melhoramentos. 1989.

OLGIN, Clarissa de Assis. **Currículo no Ensino Médio**: uma experiência com o tema Criptografia. 2011. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil. Canoas, 2011.

OLGIN, Clarissa de Assis. GROENWALD, Claudia L. O. **Criptografia**: um tema de interesse para o Currículo de Matemática no Ensino Fundamental. Canoas: Ed. ULBRA, 2013.

OLIVEIRA, Aristeu de. **Cálculos Trabalhistas**. São Paulo: Atlas, 1997.

OLIVEIRA, Aristeu de. **Práticas Trabalhistas e Previdência**: enfoque constitucional. São Paulo: Atlas, 2004.

PACHECO, José A. **Escritos Curriculares**. São Paulo: Cortez, 2005.

PAIVA, Manoel. **Matemática:** Paiva. São Paulo, Moderna, 2009.

PENTEADO, M. G.; AMARAL, R. B.; BORBA, M. C. **Manual do software Geometricks**. São Paulo: UNESP, 2000.

PEREIRA, Sueli Menezes. **Implementação do Ensino Médio politécnico no Rio Grande do Sul**: possibilidades de viabilização. Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul. 2012. Disponível em: <chrome://newtabhttp//www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/view/3018/171>. Acesso em: 22 de setembro de 2012.

PEREIRA, Thales de Lélis Martins. **O uso do *Software Geogebra* em uma escola pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o Ensino Fundamental e Médio**. 2012. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012. Disponível em:< http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/05/DISSERTA%C3%87%C3%83O-Thales-de-Lelis-N.pdf>. Acesso em 14 de outubro de 2014.

PILETTI, Claudino; PILETTI, Nelson. **História da Educação.** São Paulo: Ática, 1996.

PIVA JR., Dilermando. **Sala de aula digital**: uma introdução à cultura digital para educadores. São Paulo: Saraiva, 2013.

PIRES, C. M. C. **Currículos de Matemática:** da organização linear à idéia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

PONTE, J. P. **Investigações Matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

RECEITA FEDERAL. **Tabela de contribuição**. Receita Federal. 2013. Disponível em http://www.receita.fazenda.gov.br/aliquotas/ContribFont2012a2015.htm. Acesso em: 23 set. 2013.

RÊGO, R. M; RÊGO, R. G.; **Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de Matemática.** In: O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006. pp. 39–56.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática:** ciência, linguagem e tecnologia. São Paulo: Scipione, 2010.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação**. Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio 2011-2014**. Novembro 2011.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul**: Matemática e suas Tecnologias. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Número Racional**: Relações Necessárias à sua Compreensão. Tese de Doutorado em Educação. Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 1997.

SALLUM, Élvia Mureb. **Fractais no Ensino Médio**. São Paulo: Revista do Professor de Matemática, v. 57, p.1-8. 2005. Disponível em: < http://www.rpm.org.br/conheca/fractais.pdf>. Acesso em: 23 de novembro de 2012.

SCHUBRING, Gert. **Análise histórica do livro didático de matemática**: notas de aula. Tradução: Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas-SP: Autores Associados, 2003.

SACRISTÁN, J. Gimeno. **A Educação que ainda é possível**: ensaios sobre uma cultura para a educação. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SACRISTÁN, J. Gimeno. **O Currículo**: uma reflexão sobre a prática. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. Gimeno; GÓMEZ, A. I. Pérez. **Compreender e transformar o ensino**. 4 ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SELBACH, Simone. **História e didática.** Coleção Como bem Ensinar. Coordenação Celso Antunes. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

SILVA, Marcio Antonio da. **Currículo de Matemática no Ensino Médio:** em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos. Tese de doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

SILVA, Monica Ribeiro da. **Currículo e competências: a formação administrada.** São Paulo: Cortez, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.** Traducido por Paola Valero. Bogotá: Universidade de los Andes, 1999.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica:** a questão da democracia. 3. ed. Campinas: Papirus, 2006.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática**: ensino médio. vol1. São Paulo: Saraiva, 2010.

SOUZA, Joamir. **Novo Olhar Matemática.** vol 3. São Paulo: FTD, 2010.

SUNG, Victor S. Hon. **Sequência de Fibonacci e suas aplicações.** 2012. 75f. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

TAMAROZZI, Antônio Carlos. **Codificando e decifrando mensagens**. In Revista do Professor de Matemática 45, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

TENREIRO, Celina Vieira; VIEIRA, Rui Marques. **Resolução de problemas e pensamento crítico em torno das possibilidades de articulação**. Revista da Associação dos Professores de Matemática, Lisboa, v.1, nº 62, 34-36, 2001.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática da Matemática:** como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

VIANNA, Cláudia Salles Vilela. **Manual Prático das Relações Trabalhistas**. São Paulo: LTr, 1997.

YUS, Rafael. **Temas Transversais:** em busca de uma nova escola. Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: ARTMED, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Solicitação de aplicação da sequência envolvendo o tema Arte

Solicitação de autorização para aplicação de uma sequência didática para o Ensino Médio

A pesquisa objetiva investigar temas de interesse para o Currículo de Matemática, no Ensino Médio, que sejam da vida moderna, do interesse do aluno e que abarquem os conteúdos matemáticos, verificando as possibilidades e desafios para sua implementação. Entende-se que tais temas devem possibilitar ao estudante revisar, aprofundar e construir conceitos matemáticos.

Nesse sentido, gostaríamos de aplicar um experimento com a sequência didática envolvendo o tema Arte, no qual os objetivos são:

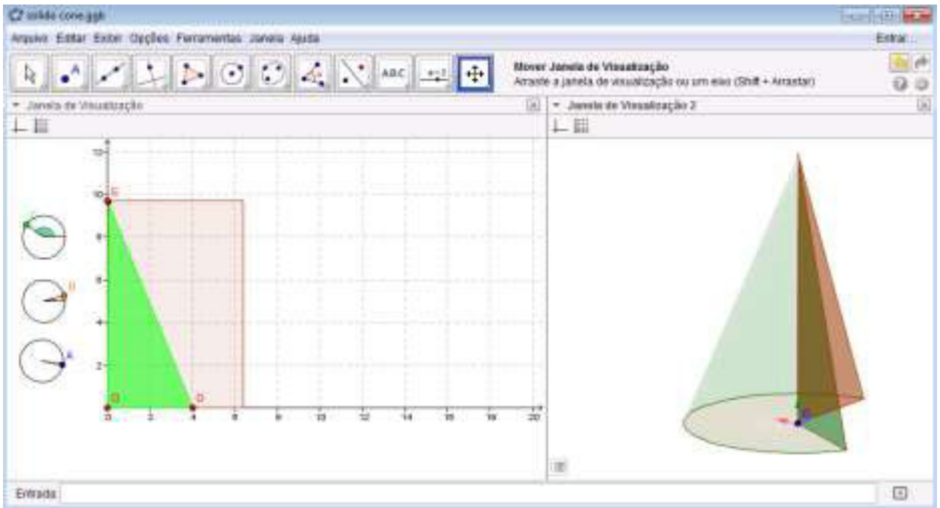
- apresentar o trabalho do artista Abraham Palatnik, referente à arte cinética;
- explorar o conteúdo de sólidos de revolução, através das obras do artista Abraham Palatnik, utilizando atividades didáticas com o *software GeoGebra*.

Para desenvolver esse experimento, será explorado o tema a Arte, através da Arte Cinética que se caracteriza pela exploração de efeitos visuais através de movimentos físicos ou ilusão de óptica. Por meio das obras do artista Abraham Palatnik pretende-se explorar o conteúdo matemático de Geometria Espacial (Sólidos de Revolução), utilizando diferentes recursos na elaboração das atividades didática, tais como, software livre (*GeoGebra*) para construção de sólidos de revolução e vídeos do youtube para conhecer o autor, disponível no link http://www.youtube.com/watch?v=LYCL14HKCdE (Figura 1).

Figura 1 – vídeo sobre Abraham Palatnik.

Neste trabalho, apresentam-se as atividades didáticas livro “Descobrindo Matemática na Arte: atividades para o Ensino Fundamental e Médio”, do ano de 2011, das autoras Estela Kaufman Fainguelernt e Katia Regina Ashton Nunes, na qual se propõe trabalhar os sólidos de revolução a partir da obra de articulação em metal e movimento por micromotor, de Abraham Palatnik. Segue descrição de algumas atividades propostas. Construção de sólidos de revolução. Primeiramente solicita-se aos alunos que construam um triângulo retângulo que tenha como medida da hipotenusa 7 cm e medida de um dos catetos 3 cm, no *software GeoGebra* (Figura 2). Após, pede-se que façam a rotação completa do triângulo retângulo, utilizando o comando de extrusão por revolução, que irá gerar um cone de revolução. Em seguida, propõem-se os seguintes questionamentos: qual será o raio da base do cone de revolução gerado pela rotação completa desse triângulo? E qual será a altura desse cone?

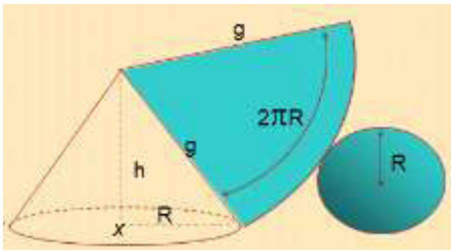
Figura 2 – Construção do cone.



Fonte: a pesquisa.

Momento 2: Planificando a superfície lateral do cone e determinando as formas geométricas encontradas. Solicita-se ao aluno que planifique o cone gerado na atividade 1 e identifique as relações entre as formas geométricas planificadas e o cone, quanto a medida da altura e da base (Figura 3). Com base nessas informações, sugerem-se os seguintes questionamentos: Cálculo da área lateral, da área da base e a área total do cone gerado pela rotação. Também o professor pode questionar os alunos quanto à seção plana obtida ao cortar o cone por um plano paralelo à base e a seção plana obtida ao cortar o cone por um plano perpendicular à base que contenha o centro da base e o vértice do cone.

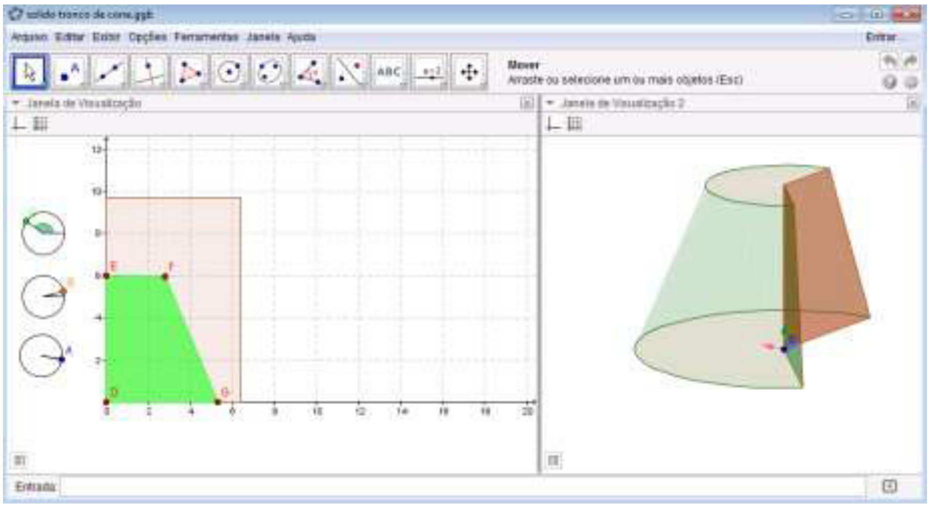
Figura 3 – Planificação de um cone.



Fonte: a pesquisa.

Momento 3: Construindo o tronco de cone. Nesse momento, o professor pode solicitar aos alunos que construam um trapézio retângulo, no *software GeoGebra* (Figura4) e perguntar qual será o sólido obtido após uma rotação completa em torno do eixo que contém o lado que é perpendicular à base do trapézio.

Figura 4 – Tronco de cone.



Fonte: a pesquisa.

Momento 4: Cálculo do volume de um cone. Calcule, em litros, o volume de um cone, sabendo que o raio da base é 3 cm e sua altura é 10 cm.

Momento 5: Resolução de questões apresentadas no livros didáticos do Plano Nacional do Livro Didático e do Enem.

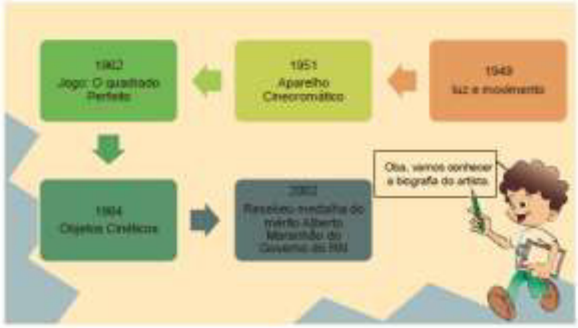
Assim, como foi apresentada a sequência para trabalhar o conteúdo de cone, também, serão desenvolvidos os conteúdo referente aos sólidos de revolução, cilindro e esfera.

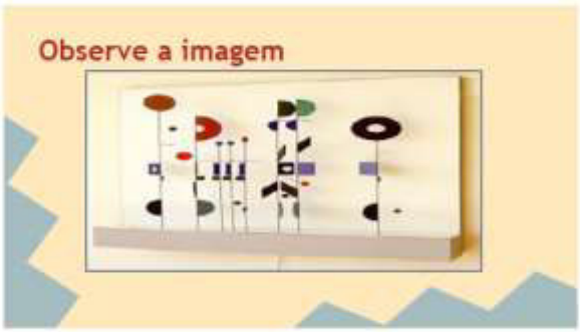
Nesse sentido, considera-se que o tema Arte pode ser abordado no Currículo de Matemática do Ensino Médio, pois permite: desenvolver atividades didáticas utilizando os conteúdos matemáticos, já desenvolvidos em sala de aula pelos professores. Além disso, possibilita recontextualizar um conteúdo dentro de outro tema, produzindo novos significados e relações enriquecedoras.

APÊNDICE B – Autorização para uso de imagens

Eu, ____ autorizo a pesquisadora Clarissa de Assis Olgin a utilizar as fotos e imagens do meu filho(a) ____ que foram tiras durante o desenvolvimento da sequência didática com temas de interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio aplicada na turma________________, na Escola ____ .

APÊNDICE C – Material produzido para aplicação da sequência do tema Arte



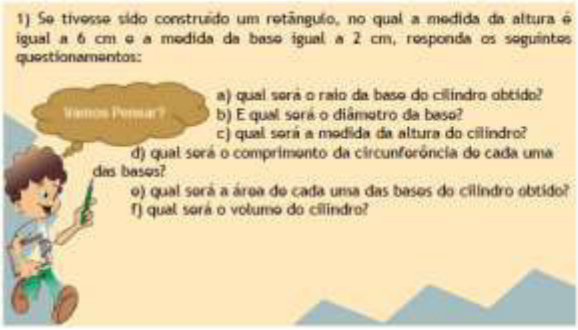



Que figuras geométricas foi possível identificar nessa imagem?
Retângulo
Círculo
Semicírculo


Matemática na Arte
Estava pensando... O que será que ocorre quando fazemos a rotação completa de um retângulo em torno de um de seus eixos que contém um de seus lados?
Vamos descobrir?


Matemática na Arte
Legal! Então, um cilindro pode ser obtido girando-se uma região retangular em torno de uma reta que contém um de seus lados.

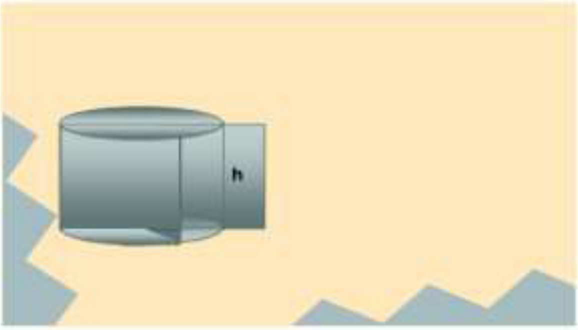

Vamos conhecer um pouco mais esse sólido.

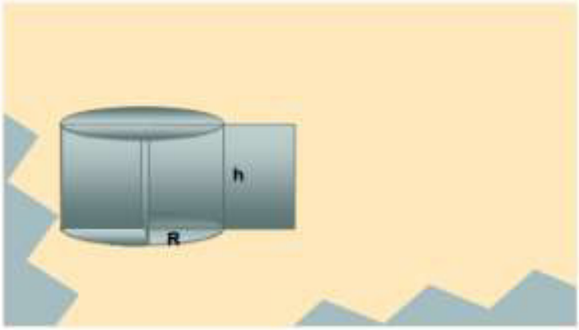

1) Se tivesse sido construído um retângulo, no qual a medida da altura é igual a 6 cm e a medida da base igual a 2 cm, responda os seguintes questionamentos:
Vamos Pensar?
a) qual será o raio da base do cilindro obtido?
b) E qual será o diâmetro da base?
c) qual será a medida da altura do cilindro?
d) qual será o comprimento da circunferência de cada uma das bases?
e) qual será a área de cada uma das bases do cilindro obtido?
f) qual será o volume do cilindro?

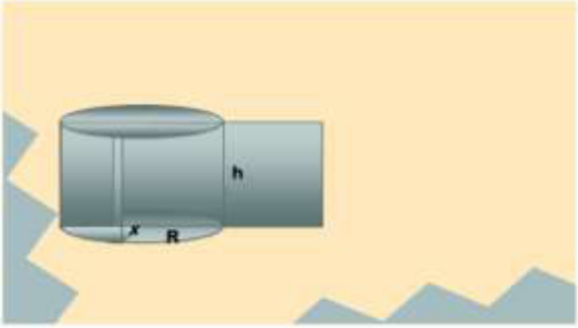

2) a) Como ficaria a planificação da superfície lateral do cilindro da figura anterior, você conseguiria fazer o esboço e determinar as formas geométricas que podem ser encontradas?
b) Agora, identifique as relações entre as formas geométricas e o cilindro, quanto a medida da altura e da base. Com essas informações determine a área lateral e a área total do cilindro gerado pela rotação.

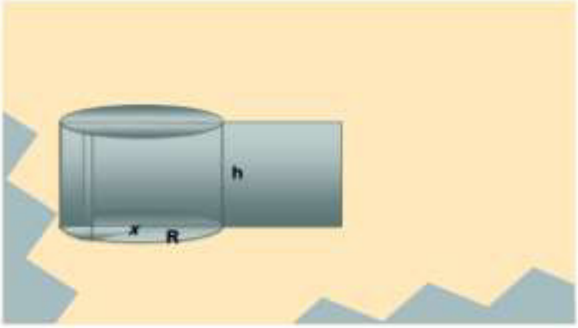

h
x
R

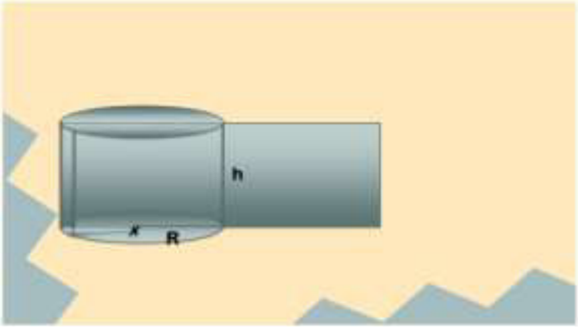

h

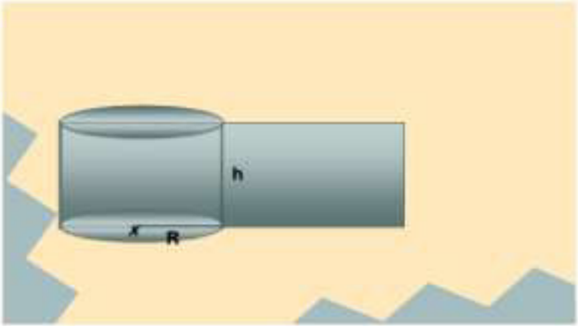

h

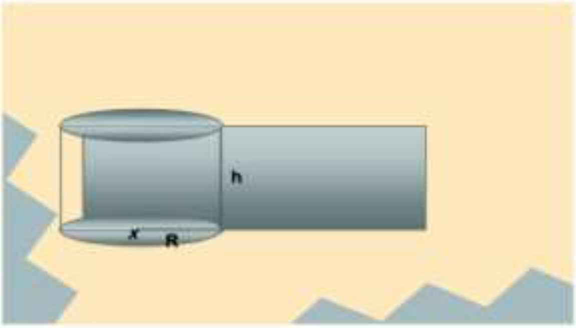

h
R

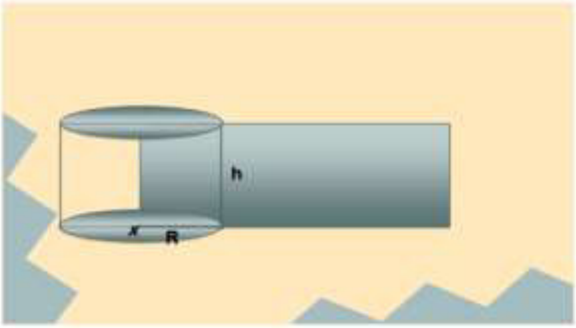

h
x
R

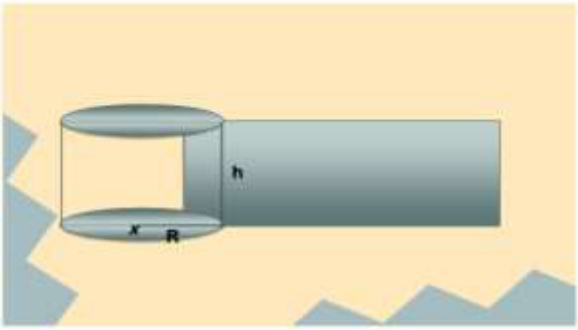

h
x
R

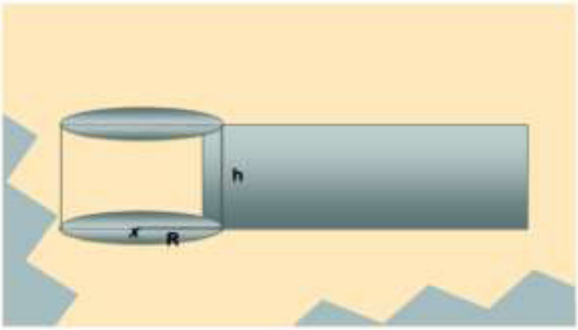

h
x
R

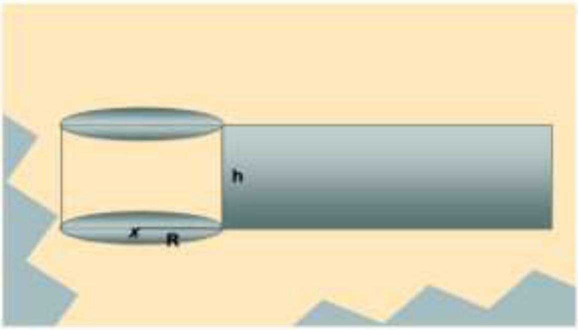

h
x
R

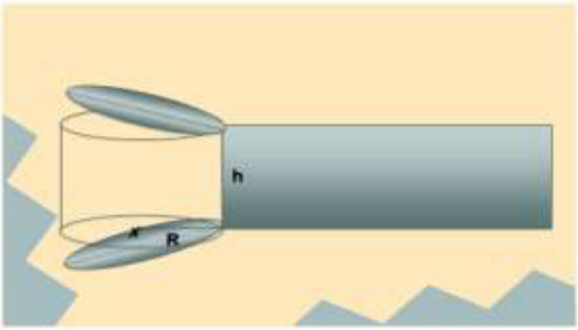

h
x
R

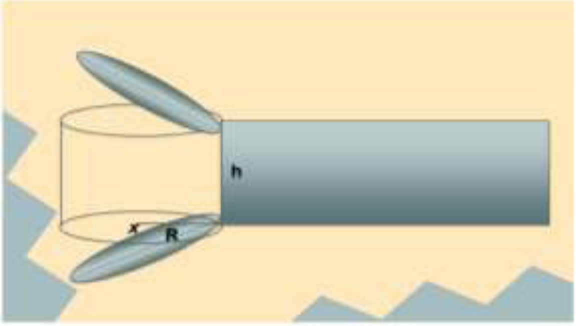

h
x
R

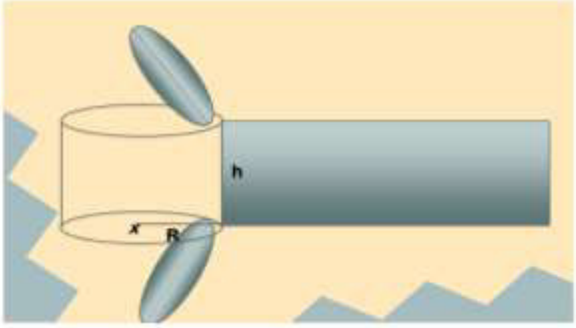

h
x
R

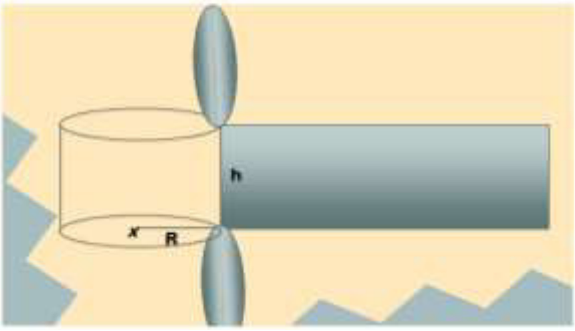

h
x
R

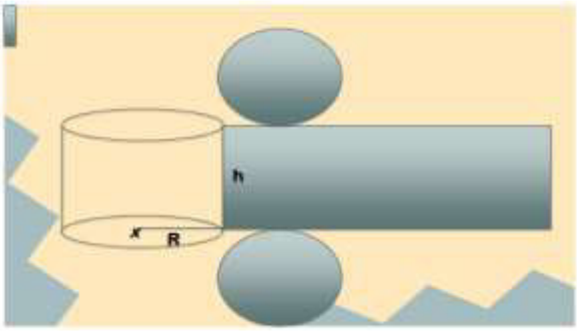

h
x
R

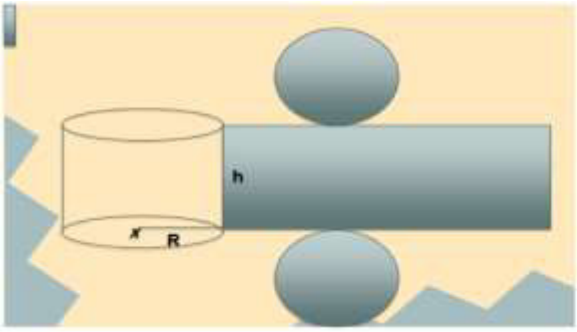

h
x
R

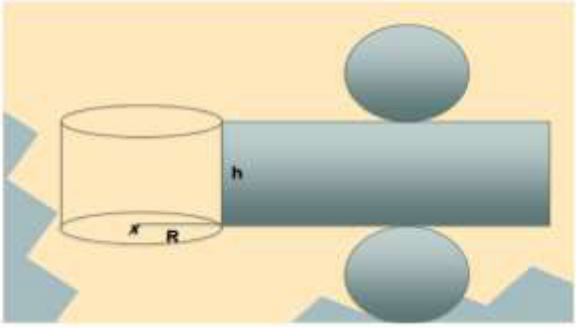

h
R

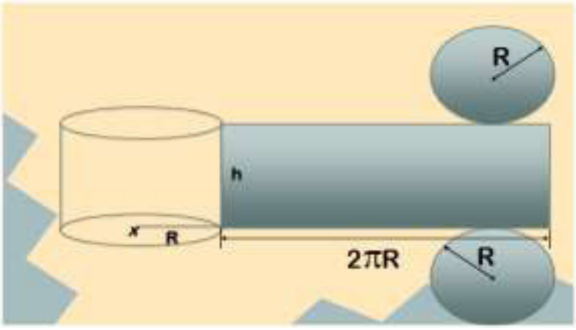

h
R


h
R

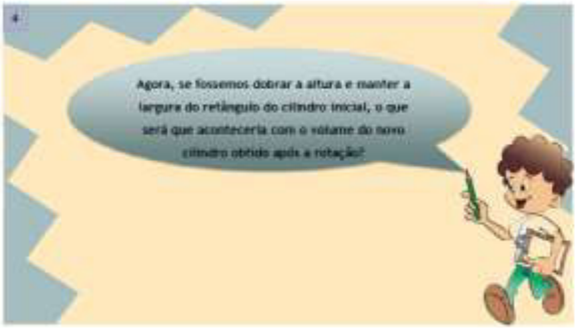

h
R


h
R


h
R

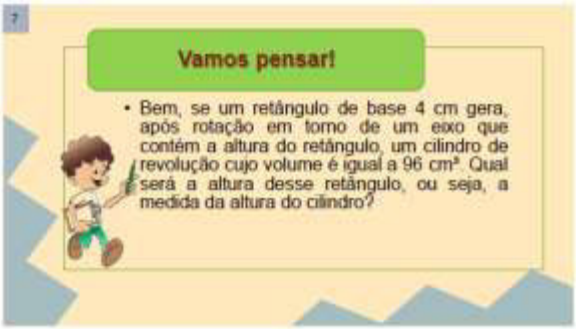

R
h
R
2πR
R

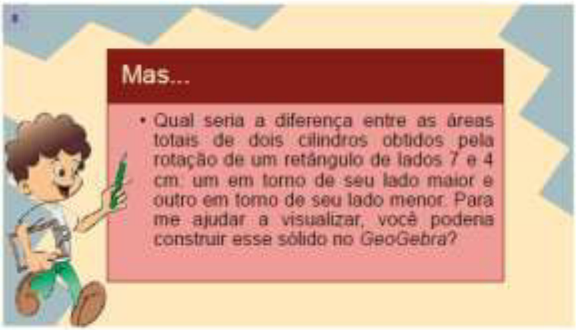

3
Estava me perguntando: se cortarmos o cilindro que construímos no exercício 1 por um plano paralelo à base que seção plana obteremos? E se cortarmos o cilindro por um plano perpendicular à base de forma a conter o centro da base que seção plana teremos?

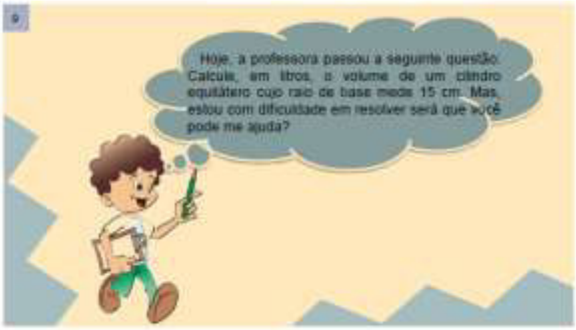

Agora, se fossemos dobrar a altura e manter a largura do retângulo do cilindro inicial, o que será que aconteceria com o volume do novo cilindro obtido após a rotação?


E, se também dobrássemos a largura e mantivéssemos a altura do retângulo do cilindro inicial, o que aconteceria com o volume do novo cilindro obtido após a rotação?


Sabe, que ainda estou curioso, pois pensei que poderíamos dobrar a largura e a altura do retângulo do cilindro inicial, que diferença encontraríamos no volume do novo cilindro?


Vamos pensar!
• Bem, se um retângulo de base 4 cm gera, após rotação em torno de um eixo que contém a altura do retângulo, um cilindro de revolução cujo volume é igual a 96 cm³. Qual será a altura desse retângulo, ou seja, a medida da altura do cilindro?


Mas...
• Qual seria a diferença entre as áreas totais de dois cilindros obtidos pela rotação de um retângulo de lados 7 e 4 cm: um em torno de seu lado maior e outro em torno de seu lado menor. Para me ajudar a visualizar, você poderia construir esse sólido no GeoGebra?

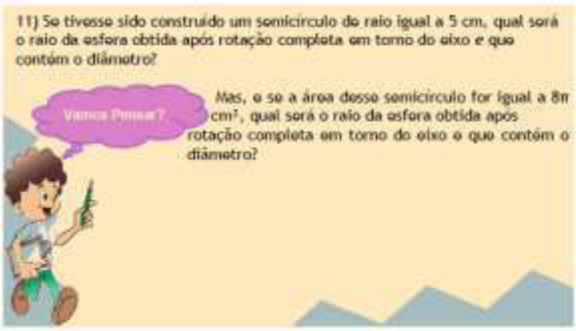

Hoje, a professora passou a seguinte questão: Calcule, em litros, o volume de um cilindro equilátero cujo raio de base mede 15 cm. Mas, estou com dificuldade em resolver será que você pode me ajuda?

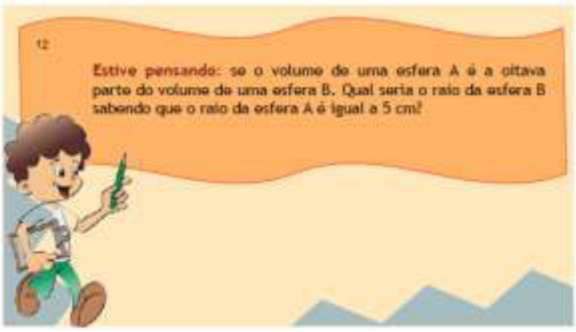

Você sabe me dizer qual será o volume do sólido gerado por rotação completa da figura ao lado em torno do eixo e?
Vamos observar a figura e tentar responder a questão?


Oi, você percebeu que na obra de Palatnik também tem semicírculos.
O que será que ocorre quando fazemos a rotação completa de um semicírculo em torno de um eixo?
Vamos ver?


Matemática na Arte
Então, uma esfera pode ser obtida a partir de um semicírculo.


Vamos explorar ainda mais esse sólido de revolução!


11) Se tivesse sido construído um semicírculo de raio igual a 5 cm, qual será o raio da esfera obtida após rotação completa em torno do eixo e que contém o diâmetro?
Vamos Pensar?
Mas, e se a área desse semicírculo for igual a 8π cm², qual será o raio da esfera obtida após rotação completa em torno do eixo e que contém o diâmetro?

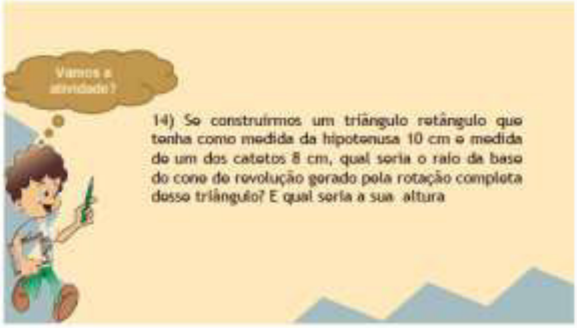

Estive pensando: se o volume de uma esfera A é a oitava parte do volume de uma esfera B. Qual seria o raio da esfera B sabendo que o raio da esfera A é igual a 5 cm?


Você saberia me dizer qual será o volume do sólido gerado por rotação completa da figura hachurada em torno do eixo e?


Sabe, se rotacionando um retângulo temos um cilindro e rotacionando um semicírculo temos uma esfera. Que objeto teríamos se rotacionássemos um triângulo retângulo em torno do eixo que contém um de seus catetos?


Matemática na Arte
Hum! Então, um cone pode ser obtido a partir de um triângulo retângulo.


Que tal descobrirmos mais sobre esse sólido!

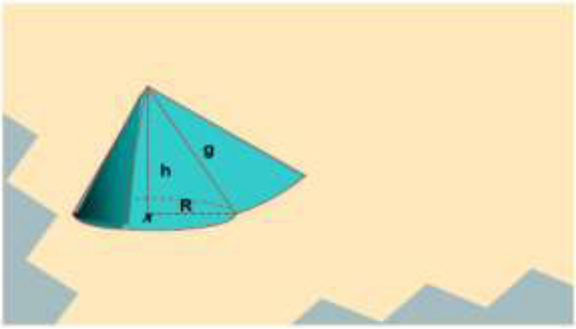

Vamos à atividade?
14) Se construirmos um triângulo retângulo que tenha como medida da hipotenusa 10 cm e medida de um dos catetos 8 cm, qual seria o raio da base do cone de revolução gerado pela rotação completa desse triângulo? E qual seria a sua altura

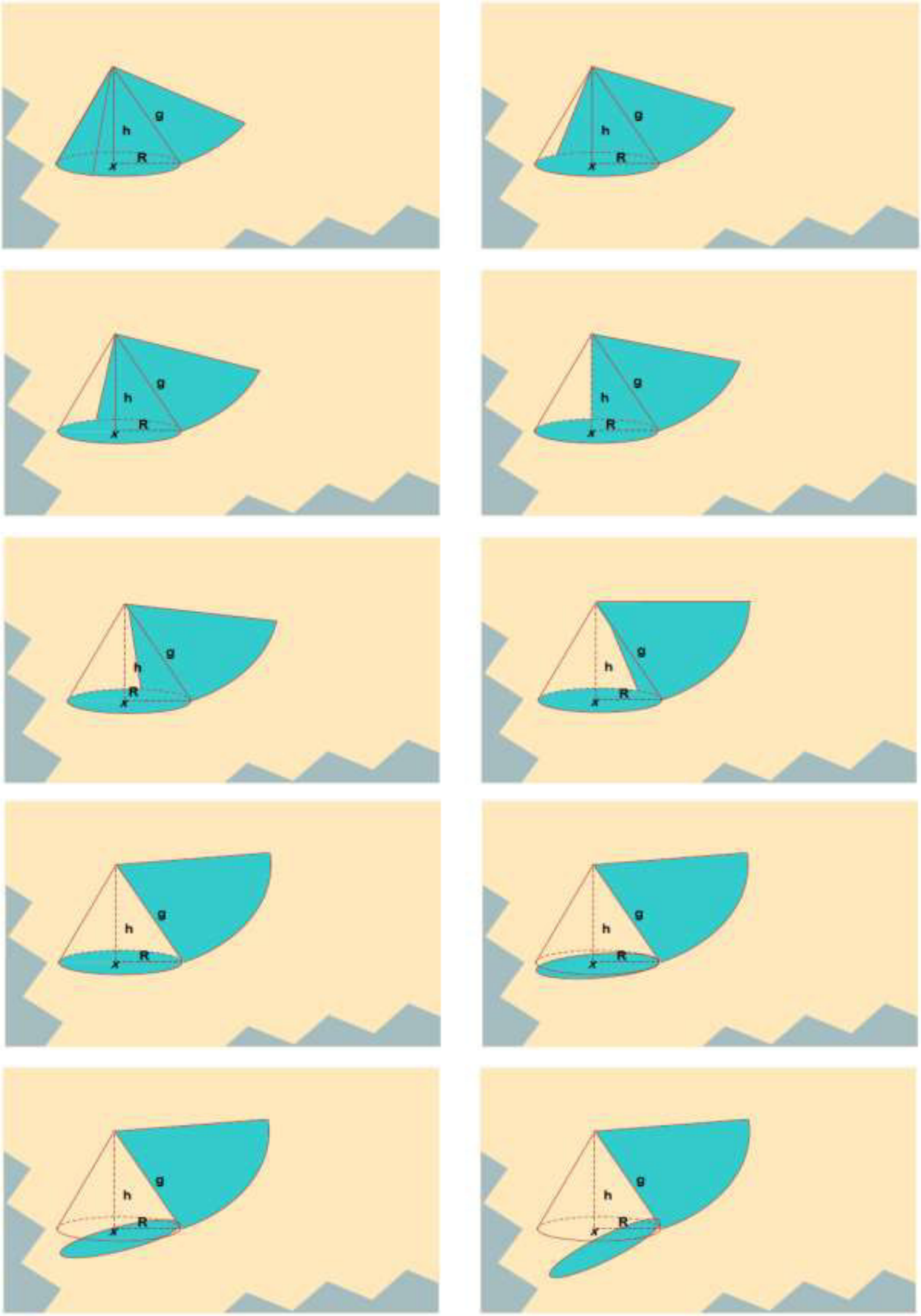

15) a) Como ficaria a planificação da superfície lateral do cone da figura anterior, você conseguiria fazer o esboço e determinar as formas geométricas que podem ser encontradas?
b) Agora, a partir das figuras encontradas determine a área lateral, a área da base e a área total do cone gerado pela rotação.

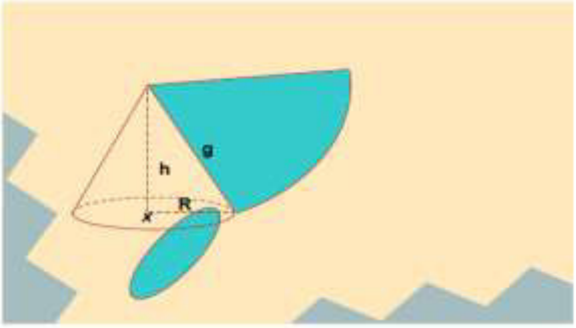

g
h
R

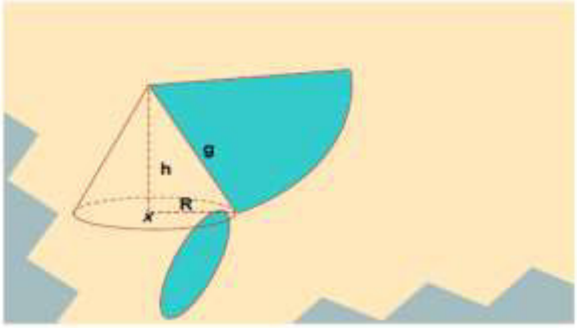

g

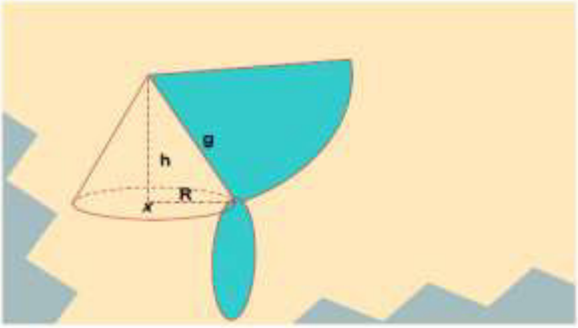

g
h
R

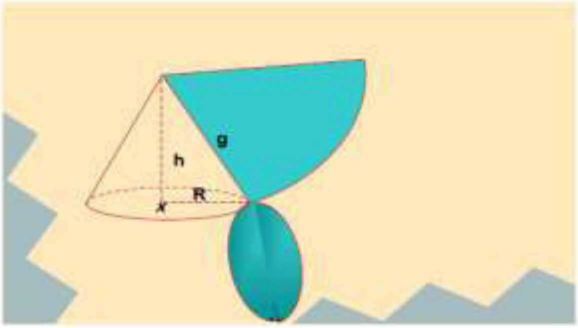

g
h
R

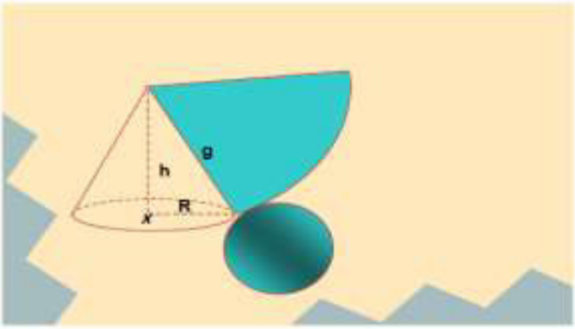

g
h
R
x

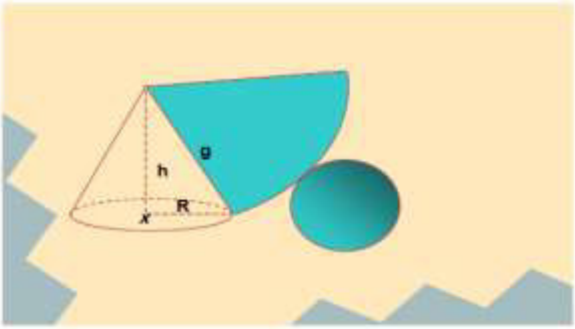

g
h
R
x

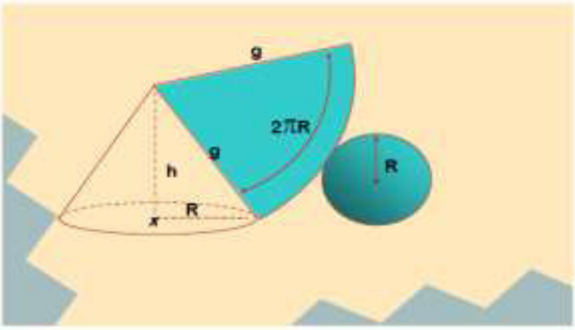

g
h
R
x

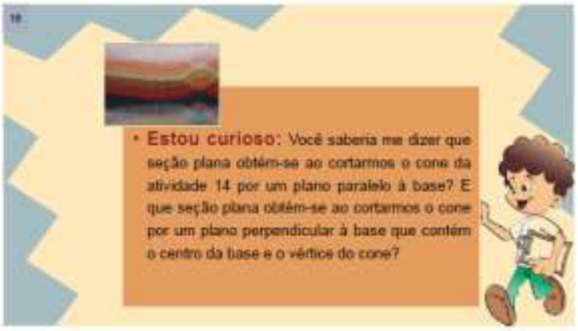

g
h
R
x


g
h
R
x


g
h
R
x


g
h
R
x


g
2πR
g
h
R
x
R


• Estou curioso: Você saberia me dizer que seção plana obtém-se ao cortarmos o cone da atividade 14 por um plano paralelo à base? E que seção plana obtém-se ao cortarmos o cone por um plano perpendicular à base que contém o centro da base e o vértice do cone?

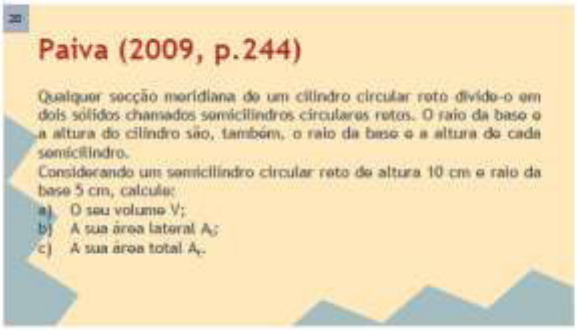

E se eu construísse um cone reto cuja a sua geratriz medisse 12 cm e sua área lateral 84π cm², qual seria a área total desse um cone?


Qual sólido de revolução será gerado por uma rotação completa de um trapézio retângulo em torno do eixo e que contém o lado que é perpendicular às bases do trapézio?


Matemática na Arte
Que demais!
O tronco de cone pode ser obtido a partir de um trapézio retângulo.

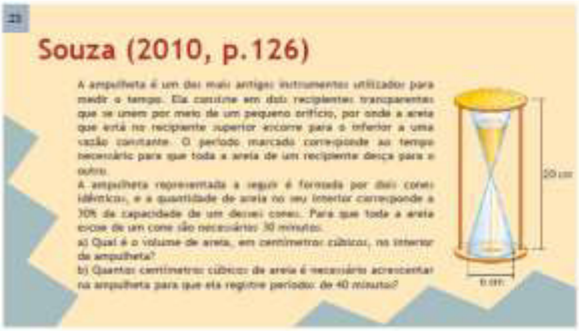

Que tal praticarmos um pouco!

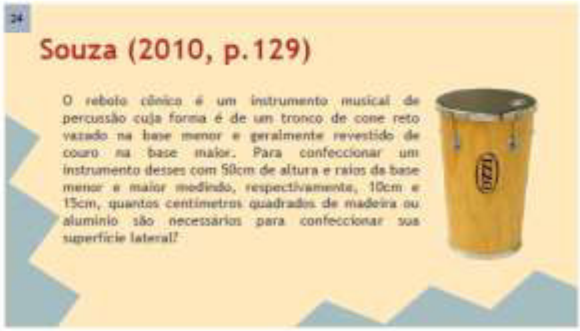

ENEM 2009 – questão 46
Observe a obra "Objeto Cinético", de Abraham Palatnik, 1966.
A arte cinética desenvolveu-se a partir de um interesse do artista plástico pela criação de objetos que se moviam por meio de motores ou outros recursos mecânicos. A obra "Objeto Cinético", do artista plástico brasileiro Abraham Palatnik, pioneiro da arte cinética,
a) é uma arte do espaço e da luz.
b) muda com o tempo, pois produz movimento.
c) capta e dissemina a luz em suas ondulações.
d) é assim denominada, pois explora efeitos retinianos.
e) explora o quanto a luz pode ser usada para criar movimento.


Paiva (2009, p.244)
Qualquer secção meridiana de um cilindro circular reto divide-o em dois sólidos chamados semicilindros circulares retos. O raio da base e a altura do cilindro são, também, o raio da base e a altura de cada semicilindro.
Considerando um semicilindro circular reto de altura 10 cm e raio da base 5 cm, calcule:
a) O seu volume V;
b) A sua área lateral A_L;
c) A sua área total A_T.


Souza (2010, p.114)
Um dos aquários mais interessantes do mundo está localizado em um hotel de Berlim, na Alemanha. Esse aquário, denominado AquaDom, tem forma cilíndrica, com um elevador em seu interior. Com cerca de 900 000 litros de água do mar, o AquaDom abriga mais de 2600 peixes. Sua base tem cerca de 34,54m de circunferência e sua altura é de 25m. Qual é a área da superfície lateral desse aquário?

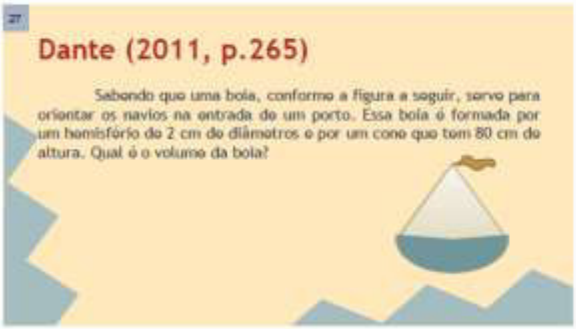

Ribeiro (2011, p.139)
Para obter uma mistura de cor alaranjada, um pintor utiliza-se de uma lata grande, em formato cilíndrico, cuja altura é 30 cm, contendo tinta de cor amarela, e de uma lata pequena, com tinta de cor vermelha, contendo 2/7 da capacidade da lata maior. A mistura é obtida combinando duas porções de tinta amarela para cada porção de tinta vermelha. O pintor usa todo o conteúdo da lata menor para compor a mistura alaranjada. A quantidade de tinta amarela que restou na lata grande corresponde a uma altura aproximada de:
a) 12,86 cm
b) 8,57 cm
c) 21,43 cm
d) 18,14 cm

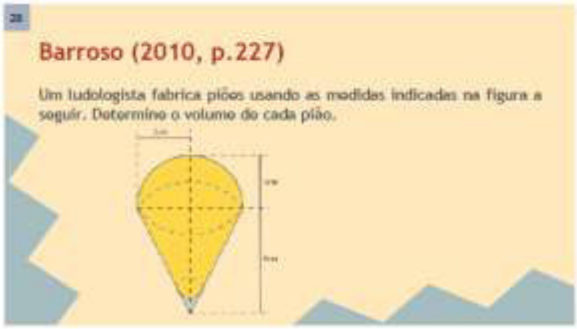

Souza (2010, p.126)
A ampulheta é um dos mais antigos instrumentos utilizados para medir o tempo. Ela consiste em dois recipientes transparentes que se unem por meio de um pequeno orifício, por onde a areia que está no recipiente superior escorre para o inferior a uma vazão constante. O período marcado corresponde ao tempo necessário para que toda a areia de um recipiente desça para o outro.
A ampulheta representada a seguir é formada por dois cones idênticos, e a quantidade de areia no seu interior corresponde a 30% da capacidade de um desses cones. Para que toda a areia escoe de um cone são necessários 30 minutos.
a) Qual é o volume de areia, em centímetros cúbicos, no interior da ampulheta?
b) Quantos centímetros cúbicos de areia é necessário acrescentar na ampulheta para que ela registre períodos de 40 minutos?
20 cm
6 cm


Souza (2010, p.129)
O rebolo cônico é um instrumento musical de percussão cuja forma é de um tronco de cone reto vazado na base menor e geralmente revestido de couro na base maior. Para confeccionar um instrumento desses com 50cm de altura e raios da base menor e maior medindo, respectivamente, 10cm e 15cm, quantos centímetros quadrados de madeira ou alumínio são necessários para confeccionar sua superfície lateral?


ENEM 2010
Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.
Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3? Justifique a sua resposta.


Barroso (2010, p. 216) colocar a figura
Calcule o volume do lápis, conforme as medidas indicadas na figura e faça a construção desse objeto no GeoGebra.


27
Dante (2011, p.265)
Sabendo que uma boia, conforme a figura a seguir, serve para orientar os navios na entrada de um porto. Essa boia é formada por um hemisfério de 2 cm de diâmetros e por um cone que tem 80 cm de altura. Qual é o volume da boia?


28
Barroso (2010, p.227)
Um ludologista fabrica piões usando as medidas indicadas na figura a seguir. Determine o volume de cada pião.


Bom, a obra de Palatnik, de 1995, sobre objetos cinéticos, permitiu trabalharmos algumas atividades desenvolvendo a Matemática existente na ARTE.
Mas, você saberia dizer algumas aplicações desses sólidos? Faça uma pesquisa.


Desenvolvendo o conteúdo de sólidos de revolução a partir da ARTE de Abraham Palatnik.
Obrigada!

APÊNDICE D – Questionário prévio aplicado no começo do experimento

QUESTIONÁRIO

1. Quantos anos você tem? ____
2. Mora com os seus pais?
( ) Sim ( ) Não

3. Você exerce atividade profissional?
( ) Sim ( ) Não

4. Quantas horas você trabalha por dia?
____

5. Você repetiu alguma série? Qual? Que disciplina não aprovou para passar de ano?
____
____

6. Em sua opinião as aulas de Matemática incentivam os alunos a buscarem novos conhecimentos? ( ) Sim ( ) Não Justifique sua resposta.
____
____

7. Você utiliza Matemática no seu dia a dia? Em quais situações?
____
____

8. Você considera importante estudar Matemática? Por quê?
____
____

9. Como as aulas de Matemática costumam ser ministradas?
( ) aula expositiva dialogada
( ) utilização de recursos didáticos
( ) trabalhos individuais ou em grupos
( ) utilizando material impresso ou mimeografado
( ) utilizando recursos tecnológicos. Quais?______________________________
( ) outros. Qual?____

10. Nas aulas de Matemática são trabalhos alguns temas? Quais? Em que situação.
____
____

11. Você utiliza calculadora científica nas aulas de Matemática?
( ) Sim ( ) Não ( ) as vezes

12. Você utiliza calculadora frequentemente fora do ambiente escolar?
( ) Sim ( ) Não

13. Você tem computador em casa?
( ) Sim ( ) Não

14. Com que frequência você o utiliza?
( ) as vezes
( ) frequentemente
( ) nunca

15. Você utiliza o computador para fazer que tipo de atividades?
____
____

APÊNDICE E – Questionário aplicado após a realização do experimento da temática Político-Social

Questionário

1. O que você achou das aulas envolvendo o tema Trabalho e Consumo? Justifique.

2. Você acha importante desenvolver esse tema no Ensino Médio? Por quê?

3. Como foi trabalhar os conteúdos matemáticos que estão por trás desse tema?

4. Você encontrou dificuldade nos conteúdos matemáticos trabalhados? Quais conteúdos e por quê?

5. Quais assuntos relacionados a esse tema que você considera importante e que precisam ser desenvolvidos no Ensino Médio?

6. O que poderia melhorar nas atividades aplicadas? Por quê?

7. Como foi desenvolver as atividades em grupo? Justifique.

8. Como foi a interação entre os colegas do grupo para realização das atividades propostas?

9. O uso da calculadora facilitou na resolução das atividades? Por quê?

10. Em qual atividade você utilizou uma função da calculadora que não conhecia? Descreva o procedimento utilizado na calculadora para resolver a atividade?

11. Você já realizou atividades no *software Excel*?

12. Como foi construir fórmulas no *Excel* para determinar os cálculos de INSS, IRRF, VT, entre outros?

13. Aponte as dificuldades encontradas na utilização do *software Excel*?

APÊNDICE F – Questionário aplicado ao professor regente da turma na temática Político-Social

Questionário

Nome: ____
Idade:____

Qual a sua formação: ____

Possui pós-graduação? Qual?____

Você realiza formações continuadas? Quais?
____
____

Quais disciplinas que você leciona?
____

Há quanto tempo você leciona:
____

Quais as escolas que trabalha?
____
____

Nome da escola em que aplicou a sequência:
____
____

Em que tipo de escola você aplicou a sequência? ( ) Particular ( ) Pública
Se na questão anterior optou por escola pública, identifique a qual rede pública de ensino? ( ) Municipal ( ) Estadual
Endereço da escola em que aplicou a sequência:
____

Tempo de trabalho na escola em que aplicou a sequência:
____

Turmas em que foram aplicadas as sequências:
____

N° de alunos das turmas envolvidas na atividade (descreva a quantidade de alunos por turma):
____

Turno em que foi aplicada a sequência:
____

Número de horas aula:
____

Como foi trabalhar com os alunos em sala de aula o tema Trabalho e consumo?
____
____

Qual foi a estratégia utilizada para o desenvolvimento do tema?
____
____

O que poderia melhorar nas atividades aplicadas? Justifique.
____

APÊNDICE G – Modelo do termo de consentimento da escola para aplicação da sequência.

AUTORIZAÇÃO

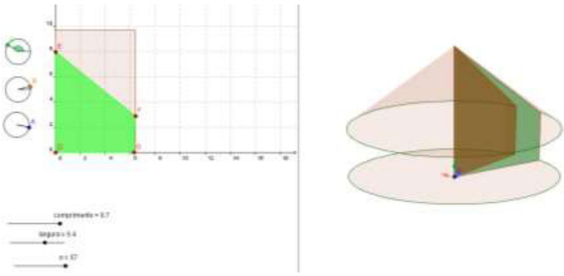
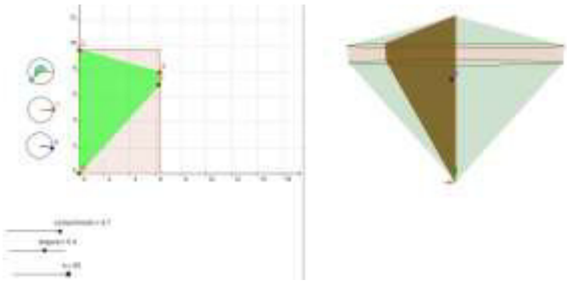
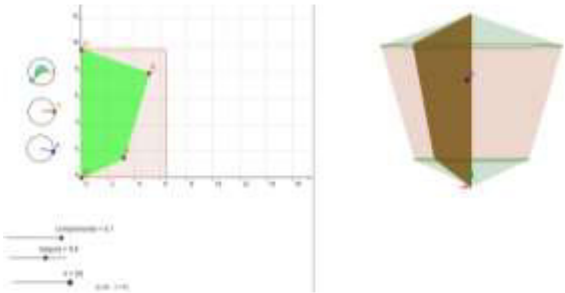
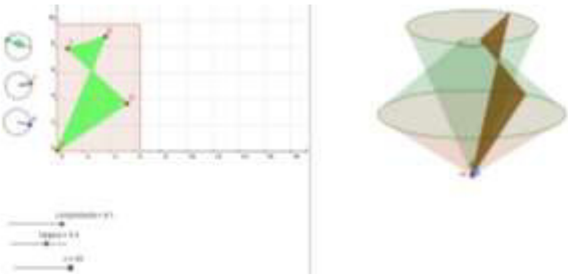
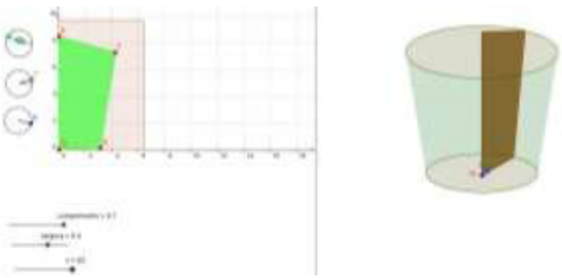
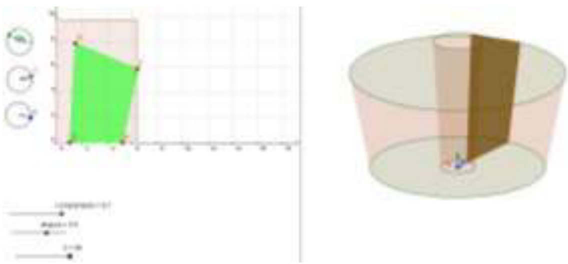
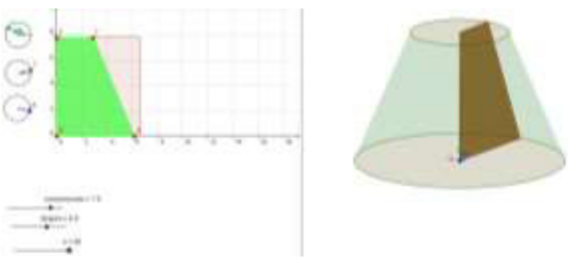
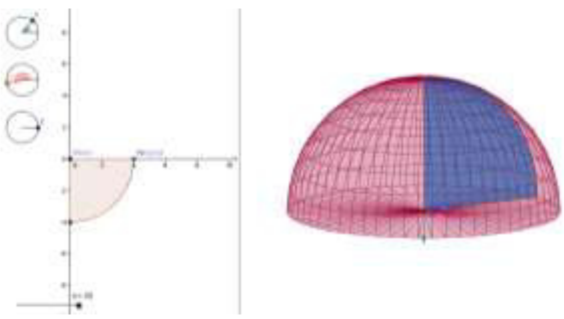
Eu..., responsável pela Instituição ...., autorizo a realização da investigação de doutorado da pesquisadora Clarissa de Assis Olgin, referente a temas de interesse no Currículo de Matemática no Ensino Médio, que será conduzido pelo professor Valmir Ninow. Fui informado(a) pelo professor regente da turma sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como as atividades que serão realizadas na instituição.

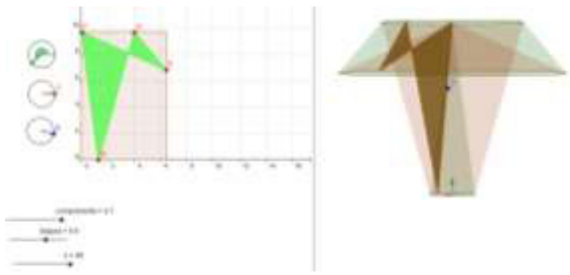
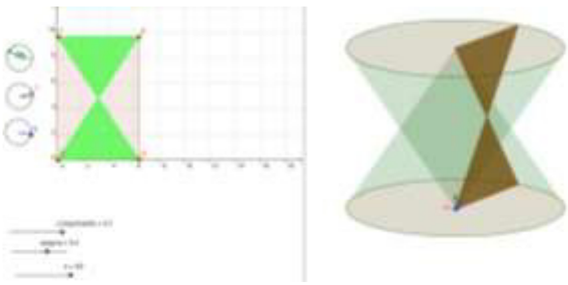
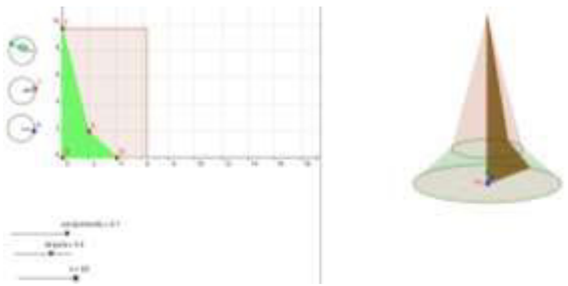
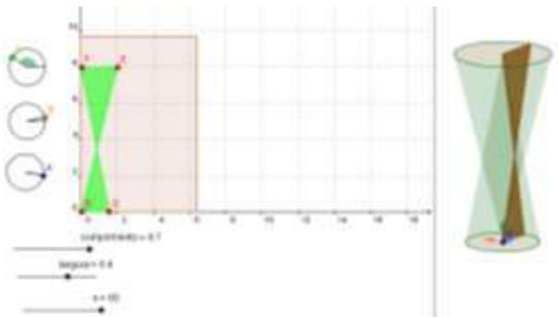
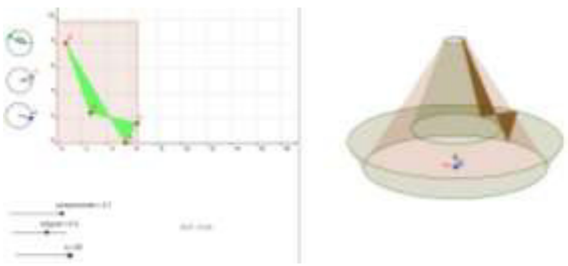
Caxias do Sul,........ de ....de 2014.

____

Assinatura e carimbo do responsável Institucional

APÊNDICE H – Produções dos alunos utilizando o *software GeoGebra*.

Circo 	Diamante 
Pipa 	Jarro 
Balde 	Forma de bolo 
Pudim 	Iglu 

Abajur 	Ampulheta 
Chapéu de bruxa 	Vaso 
Espremedor de laranja 	Mapa-múndi