

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE

CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



O ENSINO DE MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO PROFISSIONAL: A APLICABILIDADE DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ANÁLISE DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

SILVIO QUINTINO DE MELLO

Prof. Dr. Renato Pires dos Santos

Canoas, janeiro de 2005

Silvio Quintino de Mello

**O ENSINO DE MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO PROFISSIONAL: A
APLICABILIDADE DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ANÁLISE DE
CIRCUITOS ELÉTRICOS**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação, sob orientação do Prof. Dr. Renato Pires dos Santos.

Canoas

2005

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M527e Mello, Silvio Quintino de.
O ensino de matemática e a educação profissional : a aplicabilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos / Silvio Quintino de Mello. – Canoas, 2005.
159 f. : il.
Inclui anexos.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, 2005.
Orientação: Prof. Dr. Renato Pires dos Santos.

1. Educação profissional. 2. Matemática - ensino. 3. Números complexos. 4. Circuitos elétricos - análise. I. Santos, Renato Pires dos. II. Título.

CDU 372.851
373.6
511.147

(Bibliotecária responsável: Débora Jardim Jardim – CRB 10/1598)

Silvio Quintino de Mello

**O ENSINO DE MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO PROFISSIONAL: A
APLICABILIDADE DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ANÁLISE DE
CIRCUITOS ELÉTRICOS**

Objetivo: Avaliar a aplicabilidade de números complexos como estratégia de ensino na análise de circuitos elétricos em corrente alternada, colocando à disposição do Técnico em Eletrotécnica, Mecatrônica, Eletromecânica, Telecomunicações, Automação Industrial e Eletrônica essa abordagem alternativa de análise.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
CURSO DE MESTRADO

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ensino de Ciências e Matemática

Data de Aprovação: 14 de janeiro de 2005.

Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon – UNISINOS

Prof. Dr. Agostinho Serrano de Andrade Neto – ULBRA

Prof. Dr. Luiz Silvio Scartazzini – ULBRA

Dedicatória

Dedico essa obra à minha esposa Carmem e aos meus filhos Daniel e Bruno. Agradeço por entenderem a minha ausência e falta de tempo. Gostaria de dividir com vocês essa conquista. Obrigado pelo carinho, apoio e companheirismo. Amo muito todos vocês. Um beijo no coração de cada um.

Agradecimentos

Com muita alegria agradeço:

a Deus que providenciou tudo para essa conquista. Tenho entendimento Senhor do que esperas de mim;

aos meus pais pelo dom da vida e pelos exemplos de humildade, honestidade e fé;

à minha tia Diva por sua bondade e coração generoso. Obrigado pelo carinho e pelo privilégio de ser seu sobrinho/filho;

ao Professor Dr. Renato Pires dos Santos pela clareza e determinação na orientação desse trabalho;

ao meu amigo Cláudio Kaiser pelo incentivo na busca dos meus ideais e pelo reconhecimento do meu trabalho;

ao João Alberto grande amigo que disponibilizou todo o seu conhecimento nos momentos de incertezas;

às minhas Escolas CIMOL e IDALINO por viabilizarem horários para a realização desse curso.

De tudo ficaram três coisas:

A certeza de que estamos começando,
a certeza de que é preciso continuar
e a certeza de que podemos
ser interrompidos antes de terminar.

Fazer da interrupção um caminho novo,
fazer da queda um passo de dança,
do medo uma escada, do sonho uma ponte,
da procura um encontro.

Fica a promessa do reencontro. . .

Fica o desejo de boa sorte. . .

Fica a vontade de que lutes e venças.

Fernando Sabino

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo principal investigar a aplicabilidade dos números complexos como estratégia de ensino na análise de circuitos elétricos em corrente alternada. A forma tradicional de tratar o assunto é a análise fasorial, entretanto, a mesma é limitada na resolução de circuitos mais elaborados.

Inicialmente, abordamos o referencial teórico subjacente a todo o processo de aprendizagem que consideramos ao longo deste estudo. Para isso, optamos pela Teoria de David Ausubel. O autor traz em suas pesquisas os pressupostos que acreditamos serem os mais coerentes com o ensino da Matemática e da Física. A consistente e elaborada conceituação de Ausubel para a aprendizagem significativa constitui um contraponto para a aprendizagem descontextualizada e mecanicista, tão erroneamente empregada no processo de ensino dos professores dessas áreas do conhecimento.

A investigação ocorreu na Educação Profissional do Estado do Rio Grande do Sul, em todos os cursos técnicos de nível médio onde é ensinada a disciplina de Eletricidade. Um instrumento de pesquisa foi enviado para estas Instituições de Ensino com a intenção de identificar o perfil demográfico-profissional dos docentes, bem como a metodologia adotada, seus sucessos e fracassos. Paralelamente, elaboramos um planejamento de atividades diferenciadas utilizando a análise complexa como estratégia de ensino alternativo, ou seja, propusemos soluções mais simples para circuitos mais complexos. Tais atividades foram aplicadas em duas turmas experimentais cujo processo de ensino e aprendizagem foi, sistematicamente, comparado ao de uma turma de controle para avaliação da nova proposta metodológica de ensino. Para que a coleta de dados fosse a mais abrangente possível entrevistamos também os professores das turmas experimentais acerca de suas percepções sobre a aprendizagem dos alunos.

Como esse estudo foi de cunho essencialmente quantitativo, analisamos os dados em seu tratamento estatístico. Em face da multiplicidade das informações obtidas, cruzamos os números para extrair uma significância maior das respostas.

Feita a análise dos dados coletados, concluímos que o ensino descontextualizado e mecanicista, por sua vez, repercute em uma aprendizagem que não é capaz de estabelecer conexões com outros conceitos e nem mesmo servir de ancoradouro para novas aprendizagens.

Soma-se a isso o fato de que a análise complexa é maciçamente trabalhada pelos professores que possuem maior titulação, ao contrário da análise fasorial, adotada por professores que não trilharam um caminho acadêmico mais extenso. No entanto, tal relevância não é uma preocupação das escolas da rede pública, pois, muito diferentemente das escolas privadas, estas não apresentam uma preocupação efetiva com a formação dos professores.

Quanto à compreensão dos alunos através da análise complexa, o estudo comparativo entre as turmas experimentais e de controle parece não nos deixar dúvidas.

Assim, aponta-se que os caminhos da educação matemática passam muito mais por uma formação técnica e pedagógica dos docentes do que a criação de metodologias específicas, pois essas se mostram viáveis.

Palavras-chave: educação profissional – eletricidade - circuitos elétricos – análise complexa - aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This paper proposes to investigate the applicability of the complex numbers as a teaching strategy in the analyses of electric circuits in alternating current as the main objective. The traditional way of treating the subject is the fasorial analyses, however, it is limited in the resolution of more elaborated circuits.

First, we approach the theory underlying all learning process that we consider throughout this study. For that, we chose the David Ausubel's theory. The author brings in his researches the conjectures which we believe to be the most coherent with the Math and Physics teaching, as well as it presents a consistent and elaborated conception to the significant learning, which constitutes itself as a counterpoint to the uncontextualized and mechanistic learning of these knowledge area and is so wrongly used in teaching process.

The investigation occurred in the Professional Education of the Rio Grande do Sul State, in every technical courses of medium level, where the Electricity discipline is taught. A research instrument was sent to these teaching institutions intending to identify the demographic-professional profile of the teachers as well as their adopted methodology, successes and failures. Taking advantage, we also attempt to investigate the possibility of implanting the complex analyses of the electric circuits in alternating current. Paralleling, with the investigation of the adopted methodology, we elaborated a planning of differentiated activities, through the complex analyses, as an alternative teaching strategy; in other words, we proposed simpler solutions to more complex circuits. Such activities were applied in two experimental groups whose teaching and learning process was, systematically, compared to a control group to evaluate the new methodological teaching proposal. To make the data collection more embracing we also interviewed the teachers from the experimental groups concerning their perceptions of the student's learning.

As this study had an essentially quantitative character, we analyzed the data in its statistical treatment. Because of the multiplicity of obtained information, we crossed the numbers to extract a bigger significance from the answers.

After finishing the analyses of the collected data, we concluded that the uncontextualized and mechanistic teaching, on the other hand, reflects in a learning which is not able to establish connections with others concepts or even serve as base to new learning.

In addition, it is verified that the complex analyses is massively worked by the teachers who have better title, contrary to the fasorial analyses, adopted by the teachers who have not gone through a more extensive academic study. Nevertheless, such relevance is not a concern of the public network's schools, because, differently from the private schools, they do not show an effective concern with the teacher's graduation.

As for the comprehension of the students through the complex analyses, the comparative study between the experimental and control groups seems not to allow any doubts.

So it is indicated that the mathematical education is more a theoretical and pedagogic graduation of the teachers than the creation of specific methodologies, because these are viable.

Key words: Professional education – electricity – electric circuits – complex analysis – significant learning

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Distribuição dos entrevistados por municípios e mantenedoras.....	110
Tabela 2 -	Distribuição entre o tempo de atuação e o exercício da profissão	112
Tabela 3 -	Relação entre a mantenedora e a formação do professor	115
Tabela 4 -	Relação entre o sexo e a formação do professor.....	115
Tabela 5 -	Relação entre a formação do professor e a metodologia empregada.....	118
Tabela 6 -	Relação entre a mantenedora e a oferta de cursos de formação continuada.....	120
Tabela 7 -	Percepção dos professores acerca do conhecimento prévio dos alunos.....	121
Tabela 8 -	Correlações entre as percepções dos professores acerca dos conhecimentos prévios dos alunos verificados através do rho de Spearman.....	123
Tabela 9 -	Metodologia empregada x Entendimento dos alunos	124
Tabela 10 -	Dificuldade na análise complexa x Possibilidade de ensinar números complexos	127
Tabela 11-	Metodologia x Possibilidade de ensinar números complexos.....	128

Tabela 12 - Formação x Possibilidade de ensinar números complexos.....	129
Tabela 13 - Rendimento da turma experimental A – 1ª Avaliação	134
Tabela 14 - Rendimento da turma experimental B – 1ª Avaliação	135
Tabela 15 - Rendimento da turma de controle – 1ª Avaliação	135
Tabela 16 - Teste t-student entre os grupos experimentais e de controle -1ª Avaliação.....	136
Tabela 17 - Rendimento da turma experimental A – 2ª Avaliação	137
Tabela 18 - Rendimento da turma experimental B – 2ª Avaliação	137
Tabela 19 - Rendimento da turma de controle – 2ª Avaliação	138
Tabela 20 - Teste t-student entre os grupos experimentais e de controle -2ª Avaliação.....	139

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Fasor girante.....	40
Figura 2 -	Diagrama fasorial.....	41
Figura 3 -	Posição dos ciclos.....	42
Figura 4 -	Ciclo adiantado.....	43
Figura 5 -	Ciclo atrasado.....	43
Figura 6 -	Defasamento angular entre dois sinais senoidais.....	44
Figura 7 -	Plano de Argand Gauss.....	48
Figura 8 -	Módulo e argumento de z	49
Figura 9 -	Representação de z no plano de Argand-Gauss.....	50
Figura 10 -	Forma polar de z_1	52
Figura 11 -	Forma polar de z_2	53
Figura 12 -	Princípio da bipolaridade magnética.....	56
Figura 13 -	Espectro do campo magnético de um ímã.....	57
Figura 14 -	(a) Linhas de indução magnética; (b) Direção e sentido do vetor indução magnética.....	58
Figura 15 -	Regra da mão direita para condutores retilíneos.....	59
Figura 16 -	Forma das linhas de indução em um condutor retilíneo percorrido por corrente.....	59
Figura 17 -	Sentido da corrente e do campo magnético em um indutor.....	60
Figura 18 -	Regra da mão direita aplicada a um indutor.....	61
Figura 19 -	Indução eletromagnética.....	62
Figura 20 -	Varição de fluxo magnético no interior de uma espira.....	62
Figura 21 -	Oposição da corrente induzida às variações de fluxo.....	64
Figura 22 -	Discordância do fluxo indutor e do induzido.....	64
Figura 23 -	Concordância do fluxo indutor e do induzido.....	65
Figura 24 -	Diferentes núcleos de indutores.....	66
Figura 25 -	Defasamento angular entre tensão e corrente.....	67
Figura 26 -	Potência em um circuito puramente indutivo.....	68
Figura 27 -	(a) Circuito RL série; (b) Diagrama fasorial.....	70

Figura 28 -	Representação vetorial das tensões.....	70
Figura 29 -	Representação geométrica da impedância.....	70
Figura 30 -	Representação do circuito.....	71
Figura 31 -	Circuito RL paralelo.....	73
Figura 32 -	Diagrama fasorial.....	74
Figura 33 -	Representação geométrica das intensidades de corrente.....	74
Figura 34 -	Representação geométrica do inverso da impedância.....	75
Figura 35 -	Representação do circuito.....	76
Figura 36 -	Capacitor de placas paralelas.....	77
Figura 37 -	Fluxo de cargas em um capacitor.....	78
Figura 38 -	Símbolo do capacitor.....	78
Figura 39 -	Defasamento angular entre a tensão e a corrente.....	80
Figura 40 -	Potência em um circuito puramente capacitivo.....	81
Figura 41 -	(a) Circuito RC série; (b) Diagrama fasorial.....	81
Figura 42 -	Representação geométrica das tensões	82
Figura 43 -	Representação geométrica da impedância.....	82
Figura 44 -	Circuito RC paralelo.....	85
Figura 45 -	Diagrama fasorial.....	85
Figura 46 -	Representação geométrica das intensidades de corrente.....	86
Figura 47 -	Representação geométrica do inverso da impedância.....	86
Figura 48 -	Representação do circuito.....	87
Figura 49 -	(a) Circuito RLC série; (b) Diagrama fasorial.....	89
Figura 50 -	(a) Diagrama fasorial; (b) Representação geométrica das tensões	89
Figura 51 -	Representação geométrica da impedância.....	90
Figura 52 -	Representação geométrica da impedância.....	90
Figura 53 -	Representação do circuito.....	91
Figura 54 -	Circuito RLC paralelo.....	93
Figura 55 -	(a) Representação vetorial das intensidades de corrente; (b) Diagrama fasorial.....	93
Figura 56 -	Representação geométrica das intensidades de corrente.....	94
Figura 57 -	Representação geométrica do inverso da impedância.....	94
Figura 58 -	Representação do circuito.....	96

Figura 59 -	Representação de um circuito RLC série por números complexos.....	101
Figura 60 -	Diagrama fasorial.....	102
Figura 61 -	Circuito misto.....	103
Figura 62 -	Representação do circuito.....	107
Figura 63 -	Gráfico da distribuição dos professores por curso de atuação...	112
Figura 64 -	Gráfico da distribuição de professores de acordo com sua formação.....	113
Figura 65 -	Gráfico da distribuição de professores por esfera de manutenção.....	114
Figura 66 -	Gráfico da distribuição de professores de acordo com a metodologia empregada.....	117
Figura 67 -	Gráfico da relação entre fasor resultante e módulo de z	118
Figura 68 -	Gráfico que representa a preocupação das escolas com a formação continuada	119
Figura 69 -	Gráfico das dificuldades da análise complexa em função do conhecimento de números complexos.....	126

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1 DELINEAMENTO DA PESQUISA	20
1.1 A posição do problema.....	20
1.2 Objetivos.....	21
1.2.1 Objetivo geral.....	21
1.2.2 Objetivos específicos.....	21
1.3 Justificativa.....	22
1.4 Metodologia.....	23
1.4.1 Breve retomada dos instrumentos de coleta de dados.....	24
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
2.1 Novos rumos para o ensino de eletricidade: A teoria de David Ausubel subjacente a uma prática de ensino construtivista.....	26
2.2 Grandezas senoidais e números complexos.....	39
2.2.1 Grandezas senoidais.....	39
2.2.1.1 Diagrama fasorial.....	40
2.2.1.2 Defasagem angular.....	44
2.2.2 Números complexos – Introdução e histórico.....	44
2.2.2.1 Forma algébrica dos números complexos.....	46
2.2.2.2 Potências de i com expoente natural.....	46
2.2.2.3 Plano de Argand-Gauss.....	48
2.2.2.4 Forma polar dos números complexos.....	50
2.2.2.5 Transformação da forma algébrica para a polar.....	51
2.2.2.6 Transformação da forma polar para a algébrica.....	53
2.2.2.7 Operações com números complexos.....	54
2.3 Eletromagnetismo.....	56
2.3.1 Campo magnético gerado por corrente elétrica.....	58
2.3.1.1 Campo magnético gerado por um condutor retilíneo percorrido por corrente elétrica.....	58

2.3.1.2	Campo magnético gerado no núcleo de um indutor percorrido por corrente elétrica.....	60
2.3.1.3	Indução eletromagnética.....	61
2.4	Circuitos elétricos em corrente alternada.....	65
2.4.1	Análise fasorial.....	65
2.4.1.1	Indutor e indutância.....	65
2.4.1.2	Circuito em CA puramente indutivo.....	67
2.4.1.3	Circuito RL série.....	69
2.4.1.4	Circuito RL paralelo.....	72
2.4.1.5	Capacitor e capacitância.....	77
2.4.1.6	Circuito em CA puramente capacitivo.....	79
2.4.1.7	Circuito RC série.....	81
2.4.1.8	Circuito RC paralelo.....	84
2.4.1.9	Circuito RLC série.....	88
2.4.1.10	Circuito RLC paralelo.....	92
2.4.1.11	Circuitos mistos.....	97
2.4.2	Análise complexa.....	98
3	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	109
3.1	Plano de análise dos dados.....	109
3.2	Do instrumento de pesquisa A – Delineamento dos participantes.....	109
3.2.1	Perfil do grupo de professores de eletricidade.....	110
3.2.2	Da metodologia de ensino empregada.....	116
3.2.3	Quanto à aprendizagem do aluno.....	120
3.2.4	Quanto à possibilidade de ensinar números complexos.....	125
3.3	Do instrumento de pesquisa B – Entrevistas com os professores das turmas experimentais.....	130
3.4	Do instrumento de pesquisa C – Protocolo de investigação entre as turmas experimentais e de controle.....	132
3.4.1	A avaliação.....	132
3.4.1.1	O primeiro instrumento de avaliação.....	133
3.4.1.2	O segundo instrumento de avaliação.....	137
	CONCLUSÃO.....	142
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	145
	APÊNDICES.....	148
	Apêndice A – Questionário utilizado no instrumento de pesquisa A.....	148
	Apêndice B – Entrevista com os professores das turmas experimentais...	152
	Apêndice C – O primeiro instrumento de avaliação.....	157
	Apêndice D – O segundo instrumento de avaliação.....	158
	ANEXOS.....	159
	Anexo A – Carta de apresentação da SUEPRO – RS.....	159

INTRODUÇÃO

Na sociedade globalizada do novo milênio, os conceitos apresentados ao vulgo, surgidos de pré-conceitos ou originados na tradição, sem comprovação científica, têm perdido valor como referência. O mundo do Século XXI carece de pressupostos que possuam embasamento teórico e que tenham sido construídos através de métodos cientificamente comprovados e dados como verdadeiros. O campo da educação não tem sido diferente nesse contexto. Os paradigmas educacionais, oriundos única e exclusivamente de conhecimentos acumulados pela percepção, individual ou segmentada, de homens, têm caído por terra, pois não apresentam o referencial científico do qual a educação necessita como ciência que estuda os procedimentos de ensino e aprendizagem.

Nesse processo de evolução da educação como ciência, os estudos dessa área têm se valido de outros campos do saber, como a sociologia, a psicologia, as neurociências e a filosofia. Nessa perspectiva, evidencia-se a educação matemática como um das áreas que mais carece de explicações embasadas em estudos multidisciplinares e cientificamente comprovadas, superando, assim, as informações

que surgem a respeito do tema, provenientes de visões simplistas ou formadas pelo senso comum.

No mundo contemporâneo, impõe-se cada vez mais o fortalecimento do papel da educação. Diante dos novos paradigmas instaurados, que organizam a vida num âmbito global, sustentando uma visão pragmática e interativa dos meios de trabalho, de política-social, da relação com o saber e com as novas tecnologias, o ofício do professor precisa ser repensado.

A reflexão sobre a docência com competência constitui-se na busca da satisfação de uma necessidade em compreender melhor as razões e aptidões para esse fazer. Com vistas a essa necessidade é que se constitui a problemática motivadora deste trabalho: “Como inserir a análise complexa como proposta metodológica na análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada?”.

A resposta a esta questão foi buscada no decorrer da pesquisa, no intuito de contribuir para o alinhavar de novos rumos para a educação. O estudo se caracteriza por ser de cunho quantitativo e a escolha recai sobre essa metodologia porque os objetivos perpassam por um exame estatístico de como a análise de circuitos é desenvolvida nos cursos de Educação Profissional de nível médio. Pretendemos, também, estabelecer uma panorâmica desse respectivo ensino em todo o Estado do Rio Grande do Sul, por se tratar de uma disciplina com altos índices de repetência e evasão escolar. A maneira tradicional de analisar circuitos elétricos é pela análise fasorial, ou seja, pela representação gráfica dos fasores de tensão e de corrente que são funções senoidais. Aplicando as leis da trigonometria, podemos verificar o

comportamento da tensão e da corrente nos diferentes circuitos em Corrente Alternada. No entanto, esse tipo de análise é limitada, na resolução de circuitos mais elaborados, o que nos remete à análise complexa, isto é, analisar circuitos elétricos sob a ótica dos números complexos.

A metodologia implicou a distribuição de questionários de dados demográfico-profissionais a todos os professores de escolas do Rio Grande do Sul que possuem cursos profissionalizantes de nível médio em que ocorre a disciplina de Eletricidade. De posse desses questionários, os dados foram tabulados e cruzados. A análise permitiu traçar um perfil do professor de Eletricidade, incluindo sua formação, tempo de experiência, área de atuação, conhecimentos prévios, percepções sobre a aprendizagem dos alunos e, mais especialmente, a metodologia de ensino utilizada.

Após esse estudo inicial, partimos para um segundo campo de coleta de dados. Optamos por realizar um experimento prático e comparativo entre o emprego da análise fasorial e da complexa na resolução de circuitos elétricos em CA. Estipulamos a Escola Técnica Estadual Monteiro Lobato, em Taquara – RS, como o terreno de nossa pesquisa. Nessa instituição, estabelecemos três grupos: dois experimentais e um de controle. O grupo de controle não sofreu qualquer intervenção do pesquisador. Os dois grupos experimentais tiveram seus professores orientados por nós para que utilizassem a metodologia de análise complexa com seus alunos. No percurso do processo de aprendizagem dos alunos, foram aplicados dois instrumentos de avaliação para os grupos experimentais e de controle.

Além dos dados obtidos com o desempenho dos alunos, entrevistamos os dois professores envolvidos com os grupos experimentais da pesquisa acerca de suas percepções sobre a aprendizagem de seus alunos.

Inicialmente, abordamos o referencial teórico subjacente a todo o processo de aprendizagem que consideramos ao longo deste estudo. Para isso, nossa opção foi pela Teoria de David Ausubel. O autor traz em suas pesquisas os pressupostos que acreditamos serem os mais coerentes com o ensino da Matemática e da Física, bem como apresenta uma consistente e elaborada conceituação para a aprendizagem significativa, que se constitui como um contraponto para a aprendizagem mecanicista da Matemática e da Física e que tão erroneamente é empregada no processo de ensino dos professores.

De posse de um referencial teórico no campo da aprendizagem, partimos para uma análise dos principais elementos dos circuitos em corrente alternada. Abordamos esses conceitos da forma como são trabalhados na educação profissional de nível médio, de forma que utilizamos como fonte de consulta os próprios livros didáticos utilizados pelos professores. Assim, esclarecemos questões referentes aos sinais senoidais, eletromagnetismo, indução eletromagnética, resistores, indutores, capacitores e suas relações quando constituem um circuito em Corrente Alternada.

Não obstante, sentimos como necessário revisitar certos conceitos pertinentes aos números complexos e que são imprescindíveis para a compreensão do nosso estudo.

Após, partimos para a apresentação e discussão dos dados coletados com a pesquisa, fazendo uma pequena retomada dos instrumentos utilizados e da metodologia empregada. Os dados, que sofreram amplo tratamento estatístico e matemático, foram analisados não só com o objetivo de extrair, de diversas maneiras, a metodologia empregada pelos professores de Eletricidade, como também verificar os possíveis impactos da introdução da análise complexa na resolução dos circuitos.

Embora a análise complexa dos circuitos elétricos em Corrente Alternada seja um campo bastante específico de aplicação do ensino de matemática, acreditamos estar colaborando para minimizar as dificuldades sofridas pelos aprendizes de Eletricidade, bem como para a redução dos elevados índices de repetência e evasão escolar. Essa nova alternativa de ensino visa corroborar com o princípio educacional, contribuir para o desenvolvimento da educação, da compreensão da cognição humana e da elucidação do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e da Física em sua significação cotidiana.

1 DELINEAMENTO DA PESQUISA

1.1 A posição do problema

A educação matemática fornece suporte ao ensino de diversas outras disciplinas. Dessa maneira, ela é trabalhada, muitas vezes, por profissionais de outras áreas, sem que haja um preparo pedagógico específico para tal. Assim, estratégias equivocadas de ensino acabam por formar alunos com muitas deficiências nos conceitos matemáticos.

Diante deste panorama, mais especificamente, o ensino de Eletricidade nos Cursos Técnicos de nível médio, é um dos casos clássicos do uso da matemática por outras disciplinas. Chama a atenção para essa pesquisa a necessidade do conhecimento prévio da matemática para a compreensão de circuitos elétricos em corrente alternada. As abordagens de ensino envolvem cálculos de geometria vetorial de difícil abstração. No entanto, há a forte convicção da existência de metodologias mais significativas, no campo da matemática, que levem o aluno a construir o conhecimento de circuitos elétricos em corrente alternada. Essa pesquisa norteia-se sobre a seguinte questão: **Qual a importância dos números complexos na análise e resolução de circuitos elétricos de corrente alternada, já que para os alunos a análise fasorial torna-se limitada para a aprendizagem de circuitos mais elaborados?**

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Avaliar a aplicabilidade de números complexos como estratégia de ensino na análise de circuitos elétricos em corrente alternada, colocando à disposição do Técnico em Eletrotécnica, Mecatrônica, Eletromecânica, Telecomunicações, Automação Industrial e Eletrônica essa abordagem alternativa de análise.

1.2.2 Objetivos específicos

a) Verificar a estreita relação dos números complexos com disciplinas dos Cursos Técnicos de nível médio.

b) Estimular no aluno o raciocínio lógico matemático para o seu engajamento no processo de aprendizagem.

c) Proporcionar mais de uma estratégia de ensino para que o futuro técnico possa estabelecer relações e, com isso, compreender melhor os conceitos propostos.

d) Articular a promoção de diferentes práticas pedagógicas, visando uma perspectiva interdisciplinar.

e) Relacionar o conhecimento da matemática a sua aplicabilidade prática no ensino profissional.

f) Elaborar uma proposta alternativa de resolução de problemas que torne o aluno elemento ativo no processo de ensino e aprendizagem.

1.3 Justificativa

A presente pesquisa tem como elementos norteadores:

a) A necessidade de uma estratégia de ensino que leve o aluno das disciplinas de Eletricidade a analisar circuitos sob diferentes óticas do ponto de vista matemático.

b) A contextualização das diferentes formas de análise com a prática de circuitos elétricos de corrente alternada, evitando com isso a dissociação de teoria e prática.

c) A verificação, nas Escolas Técnicas do Rio Grande do Sul, da existência ou não da análise complexa, isto é, da aplicabilidade de números complexos na análise e resolução de circuitos elétricos.

d) Uma proposta de análise de circuitos elétricos como mais uma nova metodologia de ensino que facilite a aprendizagem do aluno e provoque novos desafios ao professor, no que se refere a sua prática docente.

e) A necessidade de uma proposta de ensino que venha facilitar a compreensão de circuitos elétricos mais elaborados, onde a análise fasorial tradicional é limitada.

1.4 Metodologia

O presente capítulo visa, também, apresentar a metodologia de coleta de dados empregada, bem como os delineamentos iniciais de configuração dos participantes da pesquisa. Como esse estudo é de cunho quantitativo, os dados serão apresentados em seu tratamento estatístico e discutidos imediatamente em sua dinâmica de relações com o objeto de pesquisa. Em face da multiplicidade de informações obtidas, os números foram analisados através de cruzamentos que procuram extrair uma maior significância das respostas.

Levando em consideração que a pesquisa foi realizada em todo Estado do Rio Grande do Sul, e que o objetivo básico foi encontrar regularidades que levem a generalizações, o método mais apropriado é a pesquisa quantitativa. Tal fato, porém, não descarta a possibilidade de complementaridade desse paradigma com a utilização de uma abordagem qualitativa em que o pesquisador é peça fundamental na realidade social da comunidade investigada.

A complementaridade deve ser reconhecida, pois nem todos os objetivos podem ser alcançados com a aplicação de um único paradigma. Santos Filho estabelece: “usando a abordagem quantitativa e qualitativa na pesquisa de um mesmo problema, o resultado é um insight, uma compreensão e poder preditivo mais considerável” (2002, p. 46-47).

Paralelamente, com a investigação de como está sendo tratada a análise de circuitos elétricos nas disciplinas de Eletricidade dos cursos técnicos, nos estabelecimentos de ensino profissional do Estado, foi elaborado um planejamento de atividades diferenciadas como estratégia de ensino alternativo. Em última análise, o objetivo desta metodologia foi o de propor soluções mais simples para circuitos mais complexos onde a análise fasorial tradicional torna-se bastante limitada. Tais atividades foram aplicadas em duas turmas experimentais cujo processo de ensino e aprendizagem foi, sistematicamente, comparado ao de uma turma de controle para avaliação da nova proposta metodológica de ensino.

1.4.1 Breve retomada dos Instrumentos de coleta de dados

Instrumento de Pesquisa A: Questionário especialmente elaborado para este estudo (apêndice A). Visou identificar a metodologia empregada pelos professores de Eletricidade em Escolas Técnicas do Estado do Rio Grande do Sul, além de outros dados relevantes. O objetivo principal deste instrumento foi traçar uma panorâmica do processo de ensino utilizado na disciplina de Eletricidade no que diz respeito à análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada. Os contatos com as Escolas Técnicas foram intermediados pela Superintendência da Educação Profissional do Estado do Rio Grande do Sul – SUEPRO. O referido órgão foi o responsável por fornecer a listagem das escolas que oferecem Educação Profissional. O superintendente, professor Martim Saraiva Barboza, gentilmente, forneceu uma carta de apresentação (anexo A) para que, anexa aos questionários, atestasse sua importância. Além disso, a Superintendência da Educação Profissional

realizou dois encontros¹ nos quais houve um momento em que o pesquisador pôde falar aos Diretores de Escolas Técnicas sobre a realização da pesquisa, bem como pedir compreensão e auxílio na distribuição dos questionários. Os meios de envio dos instrumentos de coleta de dados foram bastante diversos, sendo a maior parte por correio eletrônico, mas alguns por fax e correio postal e outros entregues pessoalmente.

Instrumento de Pesquisa B: Entrevista Aberta Estruturada com os professores das turmas experimentais (apêndice B). Este instrumento foi analisado através da metodologia de análise de conteúdo.

Instrumento de Pesquisa C: Instrumentos de avaliação aplicado às turmas experimentais e de controle (apêndices C e D). Procuraram identificar o processo de aprendizagem dos alunos e compararam os resultados das turmas que trabalharam com uma abordagem complexa com a que trabalhou apenas com a abordagem fasorial. Esses instrumentos de verificação da aprendizagem ocorreram em dois momentos: o primeiro, que tratava de circuitos simples, foi realizado, aproximadamente, na metade do período de curso da disciplina, enquanto que o segundo foi aplicado ao final.

¹ Os encontros referidos foram o Seminário Estadual da Educação Profissional: Análise e Perspectivas, de 02 a 04 de junho de 2004, na Assembléia Legislativa do Estado do Rio Grande do Sul e durante o Encontro de Diretores das Escolas Técnicas Industriais, em 21 de julho de 2004, na Escola Estadual Técnica Parobé, em Porto Alegre – RS.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Novos rumos para o ensino de eletricidade: A teoria de David Ausubel subjacente a uma prática de ensino construtivista

O ensino de Eletricidade está intimamente ligado à área das ciências exatas e, mais especialmente, à Física e à Matemática. No panorama educacional brasileiro, surge, junto à classe discente, uma certa aversão e repulsa à aprendizagem de Matemática. Infelizmente, devido a processos de ensino equivocados, criou-se um paradigma de uma Matemática com função em si mesma, sem qualquer aplicabilidade à vida cotidiana. Esse receio em relação à Matemática, e também à Física, repercute diretamente no ensino da Eletricidade, uma vez que esta última se constitui essencialmente das primeiras. Esses caminhos tortuosos pelos quais os alunos passam até chegarem aos bancos escolares que trabalham com a Eletricidade, têm grande influência sobre a aprendizagem. A partir disso, surgem indagações: como quebrar esse ciclo vicioso de aversão às ciências exatas? Como superar as dificuldades de aprendizagem trazidas pelos alunos? A resposta a essas perguntas está, e não poderia ser diferente, no próprio aluno. Se o problema que suscita as dificuldades em trabalhar com os números é proveniente de uma visão finalista e descontextualizada, a sua superação está diretamente ligada às mudanças que se possam deduzir dessa situação. Contextualizar e trabalhar os problemas complexos de acordo com os conhecimentos prévios dos alunos, com sua realidade social e cognitiva, é a chave para a solução desse problema que vem se arrastando por um bom tempo no ensino das ciências exatas (MOREIRA, 1983).

Por outro lado, pode-se questionar a validade do trabalho vinculado à realidade. Não seria uma maneira de entregar completamente ao senso comum aqueles que não estão habituados a uma cultura científica? Definitivamente, não se pode acreditar que um sujeito esteja renegado de uma vida cultural e científica porque não vive cotidianamente inserido em uma comunidade acadêmica. A realidade do educando é um ponto de partida para sua interpretação do conhecimento, pois a ciência nada mais é do que um reflexo do dia-a-dia das pessoas de uma forma sistematizada. Vê-se que:

Quando a resolução a que finalmente chegamos é longa e complicada, suspeitamos, instintivamente, de que haja um outro processo mais claro e com menos rodeios: *É possível chegar a um resultado por um caminho diferente? É possível vê-lo num relance?* Até mesmo quando conseguimos encontrar uma resolução satisfatória, podemos estar ainda interessados em achar uma outra. Desejamos nos convencer da validade de um resultado teórico por duas deduções diferentes, da mesma maneira que desejamos perceber um objeto material por meio de dois sentidos diferentes. Tendo encontrado uma demonstração, desejamos achar uma outra, assim como desejamos tocar um objeto depois de tê-lo visto. (POLYA, 1995, p. 59, grifos do autor)

Pela afirmação de Polya, evidencia-se a possibilidade de se percorrermos diversos caminhos, bem como o interesse, a necessidade, de se chegar à resolução de um problema por maneiras diferentes. Isso remete a uma outra situação que é a de **processo**. Ao considerar-se a aprendizagem como um processo, propõe-se uma virada de mesa na escola tradicional, pois esta, justamente, visa única e exclusivamente um resultado, um produto acabado.

A educação do novo milênio é cada vez mais requisitada a formar sujeitos eficientes e flexíveis, que se adaptem a diversas condições e situações. O ensino

que objetiva resultados prontos prepara os indivíduos para a reprodução desses mesmos resultados, tolhendo toda e qualquer capacidade criativa e inovadora, bem como a possibilidade de adequação a diferentes realidades. Assim, infere-se que o objetivo do processo de ensino da escola contemporânea é justamente o de proporcionar oportunidades para que se possa *aprender a aprender*. A situação do ensino de Eletricidade não é diferente nesse contexto. Os requisitos que são exigidos dos profissionais que atuam nessa área são exatamente os de versatilidade e aplicabilidade de seus conhecimentos nas mais variadas situações. A tecnologia tem evoluído em uma velocidade assustadora. Assim, o conhecimento trabalhado na escola tem uma tendência a defasagem muito rápida. A aprendizagem baseada em uma reprodução de dados não permite aos profissionais se adequarem às mudanças constantes da tecnologia, mas apenas a reproduzirem o que lhes foi ensinado. Esse fato reforça a necessidade de uma aprendizagem pautada no desenvolvimento da capacidade de aprender a aprender e não em mera reprodução de dados.

Estudos (AUSUBEL, 1967; NOVAK, 1984; POLYA, 1995; GOWIN, 1996) evidenciam que questões como a estrutura cognitiva² do sujeito e sua aprendizagem estão extremamente vinculadas a sua vida cotidiana e, principalmente, aos conhecimentos prévios adquiridos, de forma a desenvolver constantes mecanismos que possam acomodar novos conhecimentos aprendidos. Essa concepção teórica leva muito mais a uma preocupação da aprendizagem no desenvolvimento de estruturas que permitam a constante aquisição de conhecimentos, do que memorização de dados.

² Estrutura cognitiva é uma rede de conceitos que se complementam a fim de formarem conceitos mais elaborados, ou seja, o sujeito cria, a partir de formas simples, modelos mais complexos (AUSUBEL, 1976)

Em face do exposto, para esse trabalho, o referencial teórico constituído se alicerça na teoria de David Ausubel. A escolha recai sobre tal autor pela evidência, relevância e pertinência de seus estudos, bem como a ampla aceitação de sua teoria pela comunidade acadêmica; além, claro, de que sua teoria se propõe a responder diretamente ao problema que este ensaio se dispõe a investigar: quais são as possibilidades de se melhorar o ensino de Eletricidade, especificamente a análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada - CA. Enquanto que as teorias de Piaget, Vygotsky, Luria, Gardner e outros são estudos no campo da psicologia, tendo como foco de suas análises o desenvolvimento cognitivo e só assim, por conseqüência, a aprendizagem, a teoria ausubeliana trata diretamente da aprendizagem em situação formal de ensino.

Em sua essência, a teoria de David Ausubel considera o cérebro humano como uma rede complexa, intrínseca e cheia de ligações entre diferentes conceitos para a produção do conhecimento. Defende que novos conhecimentos só podem ser adicionados a esta rede de conceitos baseados em impressões ou conhecimentos já existentes nestes esquemas, de forma que assim possam se conectar à estrutura geral. Para o autor, o conhecimento está organizado em uma rede de conceitos que se complementam a fim de formarem conceitos mais elaborados, ou seja, o sujeito cria, a partir de formas simples, modelos mais complexos.

Ausubel reúne estudos na área da aprendizagem que podem ser ligados ao ensino de Matemática e Ciências e que apontam a superação das dificuldades desse ensino através de uma aprendizagem significativa. Barbosa (1992) diz que a aprendizagem significativa para Ausubel “caracteriza-se por se constituir em

relações significativas entre as idéias expressas simbolicamente por um material a ser aprendido e as informações relevantes que o aprendiz já tem disponível em sua estrutura” (p. 16).

Duas características são essenciais para compreender a aprendizagem significativa: a sua não-arbitrariedade e sua substantividade. Entende-se por não-arbitrariedade o fato de que a aprendizagem não ocorre de maneira aleatória, completamente sem referenciais. Toda a aprendizagem significativa necessariamente está vinculada a algum conhecimento prévio que o indivíduo já possui. A não-arbitrariedade nada mais é do que o princípio de que o conhecimento se constrói em relação a estruturas anteriormente construídas, negando sumariamente a possibilidade de um ensino sem finalidade, sem significação para o aprendiz.

Já o conceito de substantividade refere-se ao psicomorfismo da aprendizagem, ou seja, a forma como ela se caracteriza na estrutura cognitiva. Pode-se dizer de uma maneira bastante clara que a substantividade é o oposto ao conceito de literal. A aprendizagem significativa não se relaciona a uma memorização literal de uma informação, mas sim com a abstração dos dados que uma determinada informação pode fornecer para a construção de um conhecimento substantivamente ligado a outros conhecimentos. É essa característica de substantividade que permite ao sujeito conceber um conhecimento amplamente flexível e aplicável a diversas situações, pois a não-literalidade lhe permite constituir uma rede de relações significativas e adaptáveis que serviram de suporte para interações com o meio e com novos conhecimentos.

A aprendizagem significativa está apoiada na estrutura cognitiva e em toda a rede conceitual prévia que o sujeito possui. Moreira ensina que:

Novas idéias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem para as novas idéias e conceitos (1982, p.4).

A partir dessa estrutura é que todo conhecimento se forma. Quanto mais pontos de ancoragem (conceitos já existentes na estrutura) houver, mais possibilidades da aprendizagem ocorrer existem. Esses pontos de ancoragem do conhecimento novo aos conceitos já existentes são denominados de *subsunçores*. Barbosa define os subsunçores como “a rede de idéias mais amplas que formam um esteio, uma âncora, onde novas idéias ou proposições encontram relações significativas” (1992, p. 27). Eles caracterizam-se por serem estruturas mais ou menos organizadas e relacionadas a conceitos anteriores e que revelam um potencial de conexão com outros conceitos da estrutura cognitiva, bem como a potencialidade de agregarem novos conhecimentos. Dessa maneira, a estrutura cognitiva nada mais é do que o conjunto de subsunçores e suas conexões em infinitos patamares e movimentos, oriundos sempre de processos de aprendizagens anteriores agregados de poder para potencializar processos de aprendizagens posteriores.

No entanto, essa singularidade na conexão do conhecimento novo aos subsunçores já existentes na estrutura cognitiva não se refere a um

associacionismo³ puro e simples como querem os behavioristas, mas sim um mecanismo de interação, como aborda o cognitivismo, que constrói estruturas novas a partir de dados internos que interagem com novos dados.

A estrutura cognitiva concebida por Ausubel difere implacavelmente da tábula rasa⁴ dos comportamentalistas, pois se trata de uma organização dinâmica e em constante mutação, mas sumariamente construída pelo sujeito. Um novo conteúdo a ser trabalhado provoca uma enorme reorganização da rede conceitual para acomodá-lo, de forma que esta realimentação do conhecimento prévio pela informação nova repercute em grandes alterações na estrutura cognitiva do indivíduo, que carece se reorganizar para assimilar a informação nova. Ao mesmo tempo em que os novos conceitos são gerados, eles modificam os subsunçores que lhes serviram de ancoradouro, que acabam alterando também os esquemas complexos aos quais estavam ligados e que faziam parte como conceito global.

Por sua vez, quando o novo subsunçor se liga à estrutura cognitiva, ele modifica e enriquece o seu subsunçor subordinador, pois agrega mais conhecimento relacionado. No entanto, como esse subsunçor subordinado estabelece uma rede de relações e significados, pode vir a tornar-se um subsunçor subordinador de um outro subsunçor novo, já que ele, agora, pode ser considerado como conhecimento prévio e assimilado.

³ O associacionismo caracteriza-se por ser um pensamento oriundo da teoria biológica de Lamarck e das idéias comportamentalistas de Skinner, Pavlov e Hull que acredita em uma aprendizagem oriunda apenas da associação pura e simples de informação ao sujeito, sem processos construtivos, apenas baseada na repetição e reforço da associação.

⁴ O conceito de tábula rasa é uma hipótese defendida pelos comportamentalistas que prega a inexistência de qualquer estrutura no sujeito. Ele constitui-se através daquilo que lhe é fornecido, sendo um mero reflexo do meio no qual está inserido.

Nessa estrutura ativa e interativa, o conhecimento é sempre inacabado e está em constante construção e mudança. Novos conceitos vão se ancorando aos já existentes e assim os reforçando. Estes novos subsunçores vão servindo de suporte a subsunçores ainda mais novos e criando/recrindo toda essa dinâmica da estrutura cognitiva.

Segundo Ausubel, a aprendizagem significativa pode ser classificada em:

Aprendizagem Subordinada – Esse tipo de aprendizagem é verificada quando a nova informação é assimilada pelo subsunçor, passando a alterá-lo. Por exemplo, na estrutura cognitiva do indivíduo já existe o conceito de circuito elétrico, mais abstrato, abrangente e inclusivo. Dependendo da forma que ele associa resistores em um circuito elétrico, em série ou em paralelo, percebe que a corrente e a tensão sofrem alterações. Então a idéia de circuito elétrico, pré-existente na estrutura cognitiva, se modifica, tornando-se mais elaborada, pois circuitos elétricos podem ser do tipo série ou paralelo, dependendo de como estão associados os seus componentes.

Aprendizagem Super-ordenada – Esse tipo de aprendizagem ocorre quando a nova informação, potencialmente significativa, é mais geral e inclusiva do que os conceitos já estabelecidos na estrutura cognitiva. Por exemplo, o indivíduo tem subsunçores para corrente contínua e corrente alternada e, posteriormente, aprende o conceito geral de corrente elétrica. Esse último conceito é que assimila os dois conceitos originais pré-existentes na estrutura cognitiva.

Aprendizagem Combinatória – Esse tipo de aprendizagem ocorre quando a nova informação é muito abrangente para ser absorvida pelos subsunçores, mas também não é suficientemente ampla para absorvê-los. Como exemplo, em corrente alternada, quando o indivíduo associa resistores, capacitores e indutores em série ou em paralelo, a corrente e a tensão sofrem alterações diferentes de quando alimentados por corrente contínua. Ele relaciona esse novo conceito com o conceito de resistores associados em série ou em paralelo em corrente contínua, que não poderia assimilá-lo nem ser assimilado por ele, pois possuem comportamentos diferentes, mas indiscutivelmente é associável a esse conceito. Ao mesmo tempo, associa-se também ao conceito de corrente elétrica por ser a grandeza física que altera o comportamento nesse tipo de circuito, mas não de forma exclusiva a ponto de ser totalmente assimilado. Assim passa a relacionar-se com ambos e tantos outros conceitos associáveis, mas sempre mantendo uma certa independência.

Moreira (1982), ao analisar a teoria cognitivista de Ausubel, define o que se quer expressar com essa diferença entre a associação empirista e a interação endógena abordada por esse último, dizendo que:

O conceito central é a aprendizagem significativa: a nova informação é ligada a aspectos relevantes preexistentes da estrutura cognitiva (aquilo que o aprendiz já sabe), e tanto a nova informação como esses aspectos são modificados no processo. Trata-se de uma interação e não de uma associação (p. 95).

Essa característica da estrutura cognitiva atribui ao sujeito um caráter único no universo. À medida que sua rede de subsunçores se constrói em suas interações, e o mundo provoca infinitas dessas, a particularidade de suas aprendizagens remete-o a um sujeito singular para a aprendizagem. Ausubel define essa singularidade da aprendizagem da seguinte maneira:

A aquisição de significados como fenômeno natural ocorre em seres humanos *específicos*, e não na humanidade em geral. Por consequência, para que ocorra realmente a aprendizagem significativa não basta que o material novo seja intencionado e relacionável substancialmente com as idéias correspondentes e pertinentes no sentido abstrato do termo (há idéias correspondentes e pertinentes que *alguns* seres humanos *poderiam* aprender em circunstâncias apropriadas). É necessário também que tal conteúdo idealmente pertinente exista na estrutura cognitiva do aluno *em particular*. É óbvio, portanto, que no concernente aos resultados da aprendizagem significativa em sala de aula, a disponibilidade e outras propriedades importantes dos conteúdos pertinentes nas estruturas cognitivas de alunos diferentes constituem as variáveis e determinantes decisivos da significatividade potencial.⁵ (AUSUBEL, 1976, p. 57, grifos do autor, tradução nossa).

Assim, o ensino da Eletricidade jamais pode se render ao encanto de bastar-se por si próprio. Deve trabalhar incessantemente a partir do conhecimento prévio do aluno e de seus processos de significação a fim de promover uma aprendizagem significativa e não mera reprodução de algoritmos. O ensino de Eletricidade, especificamente a análise de circuitos em Corrente Alternada – CA, tende, muitas vezes, a uma simplificação que lhe tira o contexto. Em nome de uma *facilidade*, ocorre uma fragmentação dos conteúdos que acabam por tirar completamente sua significação.

Como suporte metodológico para o ensino, e que se aplica muito adequadamente ao ensino de Eletricidade, Ausubel nos fornece quatro conceitos que inspiram o planejamento organizacional da disciplina e que visam facilitar a promoção de uma aprendizagem significativa. São eles: diferenciação progressiva,

⁵La adquisición de significados como fenómeno natural ocurre en seres humanos *específicos*, y no en la humanidad em general. Por consiguiente, para que ocurra realmente el aprendizaje significativo no basta com que el material nuevo sea intencionado y relacionable sustancialmente com las ideas correspondientes y pertinentes em el sentido abstracto del término (a ideas correspondientes y pertinentes que *algunos* seres humanos *podrían* aprender em circunstancias apropiadas). Es necesario también que tal contenido ideativo pertinente exista en la estructura cognoscitiva del alumno *en particular*. Es obvio, por tanto, que em lo concerniente a los resultados del aprendizaje significativo de salón de clase, la disponibilidad y otras propiedades importantes, de contenidos pertinentes em las estructuras cognoscitivas de alumnos diferentes constituyem las variables y determinantes decisivos de la significatividad potencial.

reconciliação integrativa, organização seqüencial e consolidação. Aborda-se, em seqüência, embora seja praticamente inesgotável a profundidade teórica desses conceitos, uma explicação mais detalhada de sua significação. Essa abordagem se justifica frente à importância que possuem tais conceitos dentro da teoria ausubeliana e, principalmente, pela grande contribuição ao nosso objeto de estudo, que são as aulas de análise de circuitos elétricos em CA.

A diferenciação progressiva é o conceito que se caracteriza pela forma de que idéias e assuntos mais gerais e inclusivos do conteúdo da Eletricidade – que é o nosso foco de estudo - devem ser apresentados no princípio de sua abordagem e, progressivamente, diferenciados em termos de detalhe e especificidade.

A reconciliação integrativa é, por sua vez, o conceito segundo o qual a instrução deve também explorar relações entre idéias, apontar similaridades e diferenças importantes e reconciliar discrepâncias reais ou aparentes.

A organização seqüencial, como princípio a ser observado na programação do conteúdo para fins didáticos, consiste em seqüenciar os tópicos, ou unidades de estudo, de maneira tão coerente quanto possível (observados os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa) com as relações de dependência naturalmente existentes na matéria de ensino.

O princípio da consolidação, por sua vez, é aquele segundo o qual insistindo-se no domínio do que está sendo estudado, antes que novos materiais sejam introduzidos, assegura-se contínua prontidão na matéria de ensino e alta

probabilidade de êxito na aprendizagem seqüencialmente organizada. O fato de Ausubel chamar atenção para a consolidação é coerente com sua premissa célebre: “o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Determine isso e ensine-o de acordo” (1978, p. 4).

Juntando esses quatro conceitos tem-se uma base consolidada e fortemente fundamentada em uma teoria construtivista que visa lançar um novo olhar sobre os problemas que surgem no ensino de Eletricidade e que as teorias vigentes e amplamente aplicadas não conseguem mais responder.

Uma metodologia de ensino ausubeliana está intimamente ligada a seus conceitos principais de estrutura cognitiva e subsunçores. Em todo o ideário de Ausubel a implacável convicção de que o conhecimento prévio é o fator mais importante para a aprendizagem perpassa por todos os demais conceitos. Assim, a reconciliação integrativa, a diferenciação progressiva, a organização seqüencial e a consolidação, são uma sistematização desses princípios; procuram elaborar estratégias mais eficientes para identificar os subsunçores aos quais o novo conhecimento pode vir a se conectar, bem como formas mais dinâmicas que visem a inclusão desses novos conhecimentos de acordo com os princípios da não-arbitrariedade e substantividade.

Ao se falar dos princípios de uma metodologia ausubeliana é imprescindível falar-se dos chamados mapas conceituais. Eles são representações gráficas, de forma a implementar na prática pedagógica os conceitos da reconciliação integrativa, da diferenciação progressiva, da organização seqüencial e da consolidação. Podem

ser desenhados em várias dimensões e representam as relações que se estabelecem entre conceitos correlatos. Esses mapas visam a facilitar ao aprendiz a identificação da contextualização do conhecimento e as relações que existem com possíveis subsunçores que já possui, bem como uma maneira de o indivíduo organizar hierarquicamente sua estrutura cognitiva. Em resumo, os mapas conceituais são uma tentativa de identificação por parte do sujeito que tenta sistematizar graficamente o conhecimento em processo, de estruturas existentes – subsunçores - que possam servir de apoio para a construção das novas estruturas que estão em processo de aquisição.

Assim, na análise de circuitos em CA, relacionar fasores com o módulo de um número complexo, por exemplo, se estabelece com um princípio que exige uma maior coordenação de mecanismos operatórios⁶, ou seja, está ainda mais direcionado à coordenação das estruturas cognitivas e de suas ligações intrínsecas que ocorrem para a aprendizagem. Seu êxito está diretamente ligado à significação de sua realização e coordenação de esquemas prévios e existentes. Quanto maior for a identificação de funções prévias na rede cognitiva do sujeito, tanto maior será sua aprendizagem dos circuitos de corrente alternada.

Ao professor cabe exercer sua função de, antes de conhecer o seu conteúdo, conhecer seus alunos. Identificar as possibilidades de estabelecimento de pontes cognitivas entre suas estruturas mentais e os conteúdos trabalhados. Dessa forma, o processo de ensino está diretamente ligado ao processo de aprendizagem na medida em que se configura como o promotor do estabelecimento de condições a

⁶ Mecanismos operatórios são conjuntos de estruturas cognitivas que permitem ao sujeito desenvolver em patamares superiores o seu poder de abstração e inteligência.

priori para o sujeito. A aprendizagem está essencialmente centrada na interação do aluno com seu objeto de conhecimento, mas vinculada a um jogo complexo de relações a serem exploradas pelo ensino.

2.2 Grandezas senoidais e números complexos

2.2.1 Grandezas Senoidais

A corrente alternada, diferentemente da corrente contínua, altera tanto os valores como o sentido ao percorrer um circuito elétrico. Dependendo de como ocorre essa variação em função de tempo, teremos diversas formas de corrente alternada: quadrada, semi-circular, triangular, senoidal (BOILESTAD, 2001).

Analisaremos a forma senoidal por ser a mais importante, e por isso, discutiremos alguns conceitos importantes de sinais senoidais.

Consideremos uma circunferência de raio V_p e um vetor OP , girando com rotação constante no sentido anti-horário. O ângulo ϕ formado entre o eixo das abscissas e o vetor se altera em função do tempo.

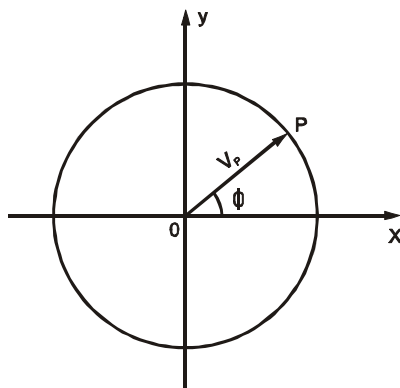


Figura 1 – Fasor girante

Denomina-se velocidade angular ou freqüência angular, representada por ω , a variação do ângulo ϕ na unidade do tempo.

$$\omega = \frac{\phi}{t} \quad \text{ou} \quad \phi = \omega t$$

O ângulo ϕ será expresso em graus ou radianos (rd), o tempo em segundos e ω em rd/s.

O número de voltas por segundo do vetor OP é chamado freqüência (f) e é expressa em ciclos por segundos (c/s) ou Hertz (Hz).

A projeção de V_p no eixo das ordenadas é uma função seno, representando a tensão senoidal $v(t)$ ou $v(\phi)$.

Logo:

$$v(t) = V_p \cdot \text{sen} \omega t \quad \text{ou} \quad v(\phi) = V_p \cdot \text{sen} \phi$$

2.2.1.1 Diagrama Fasorial

Chamamos de fasor a um vetor girante que pode ser utilizado para representar a geração de uma grandeza senoidal. Na figura 2, quando o ângulo

ϕ varia, a projeção de V_p no eixo $v(\phi)$, marcará uma sucessão de valores instantâneos da grandeza senoidal. A parte mais à esquerda da figura 2 é o diagrama fasorial e a da direita é a onda senoidal correspondente (BURIAN, 1982).

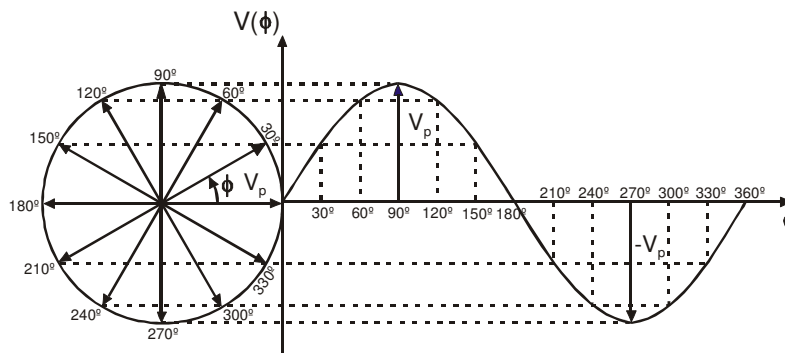


Figura 2 – Diagrama fasorial

Os valores instantâneos podem assim ser obtidos:

$$\phi = 0^{\circ} \Leftrightarrow v(\phi) = V_p \cdot \text{sen} 0^{\circ} \Rightarrow v(\phi) = 0$$

$$\phi = 30^{\circ} \Leftrightarrow v(\phi) = V_p \cdot \text{sen} 30^{\circ} \Rightarrow v(\phi) = 0,5 V_p$$

$$\phi = 60^{\circ} \Leftrightarrow v(\phi) = V_p \cdot \text{sen} 60^{\circ} \Rightarrow v(\phi) \cong 0,866 V_p$$

$$\phi = 90^{\circ} \Leftrightarrow v(\phi) = V_p \cdot \text{sen} 90^{\circ} \Rightarrow v(\phi) = V_p$$

$$\phi = 180^{\circ} \Leftrightarrow v(\phi) = V_p \cdot \text{sen} 180^{\circ} \Rightarrow v(\phi) = 0$$

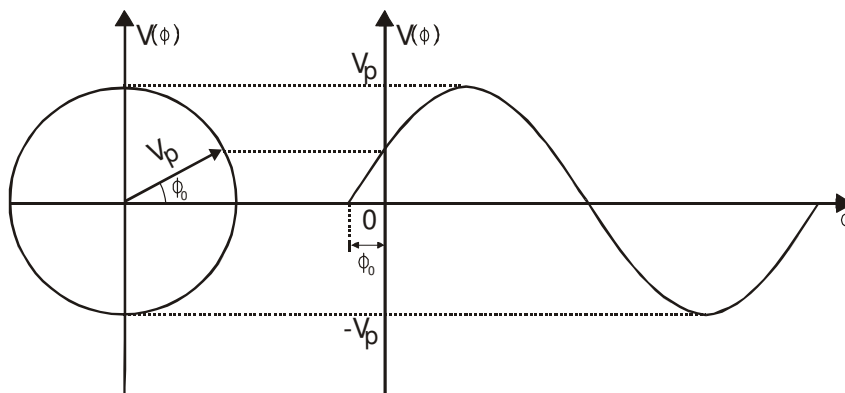
$$\phi = 270^{\circ} \Leftrightarrow v(\phi) = V_p \cdot \text{sen} 270^{\circ} \Rightarrow v(\phi) = -V_p$$

$$\phi = 360^{\circ} \Leftrightarrow v(\phi) = V_p \cdot \text{sen} 360^{\circ} \Rightarrow v(\phi) = 0$$

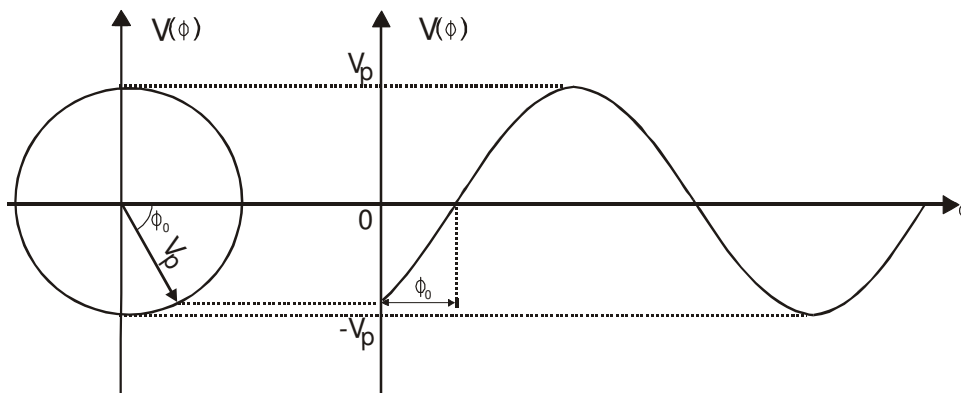
Se o vetor V_p formar um ângulo inicial ϕ_0 com a parte positiva do eixo horizontal significa que a grandeza senoidal apresenta uma fase inicial que terá seu valor instantâneo dado por:

$$v(\phi) = V_p \cdot \text{sen}(\phi + \phi_0)$$

Se a grandeza senoidal inicia seu ciclo adiantada, ϕ_0 é positivo; se iniciar atrasada ϕ_0 é negativo, conforme mostra a figura abaixo.



(a) sinal adiantado



(b) sinal atrasado

Figura 3 – Posição dos ciclos

Vemos, sob forma de um exemplo, como representar, através do diagrama fasorial, os sinais senoidais que correspondem às seguintes tensões alternadas.

$$V_1(\phi) = 12 \cdot \text{sen}(\phi + 30^\circ) \text{ (V)}$$

$$V_2(\phi) = 20 \text{sen}(\phi - 60^\circ) \text{ (V)}$$

Para V_1 o sinal inicia o ciclo 30° adiantado e para $\phi = 0$ temos:

$$V_1(0) = 12 \cdot \text{sen}(0 + 30^\circ) \Rightarrow V_1(0) = 12 \cdot \text{sen} 30^\circ \Rightarrow V_1(0) = 6 \text{ V}$$

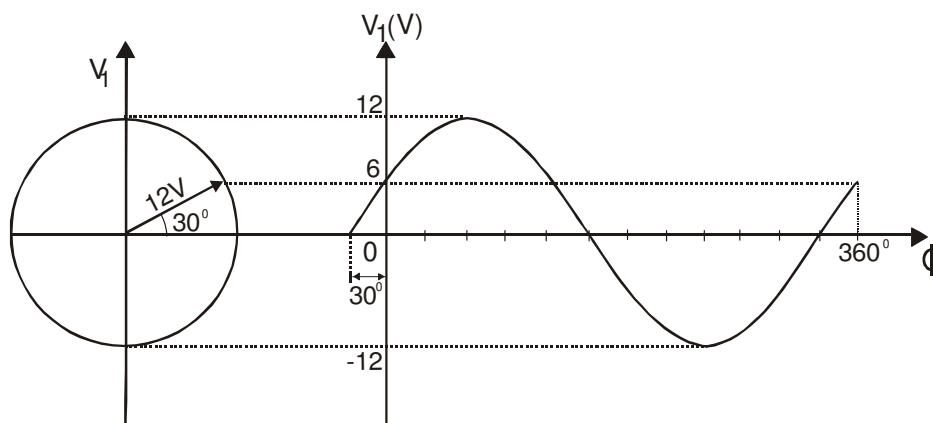


Figura 4 – Ciclo adiantado

Para V_2 o sinal inicia seu ciclo 60° atrasado e para $\phi = 0$ temos:

$$V_2(0) = 20 \cdot \text{sen}(0 - 60^\circ) \Rightarrow V_2(0) = 20 \cdot \text{sen}(-60^\circ) \Rightarrow V_2(0) \cong -17,32 \text{ V}$$

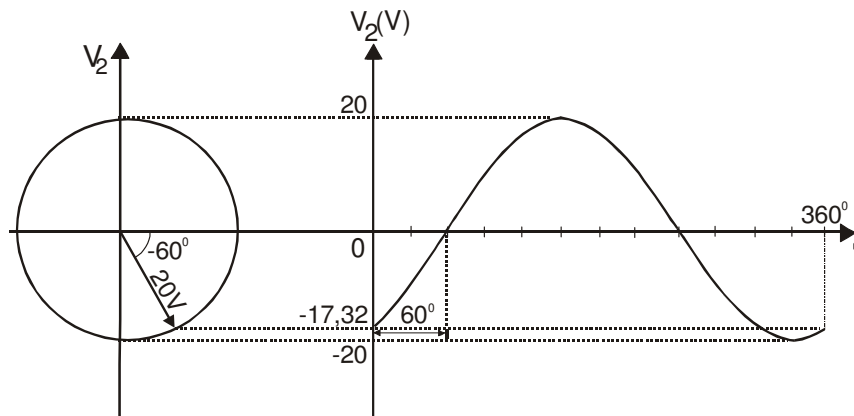


Figura 5 – Ciclo atrasado

2.2.1.2 Defasagem angular

Dois sinais senoidais de mesma frequência, mas com ângulo inicial ϕ_0 diferentes, apresentam uma defasagem angular $\Delta\phi$ que pode ser visualizada num diagrama fasorial (EDMINISTER,1991).

Sejam:

$$V_1(\phi) = 15 \cdot \text{sen}(\phi + 60^\circ) \text{ (V)}$$

$$V_2(\phi) = 24 \cdot \text{sen}(\phi - 30^\circ) \text{ (V)}$$

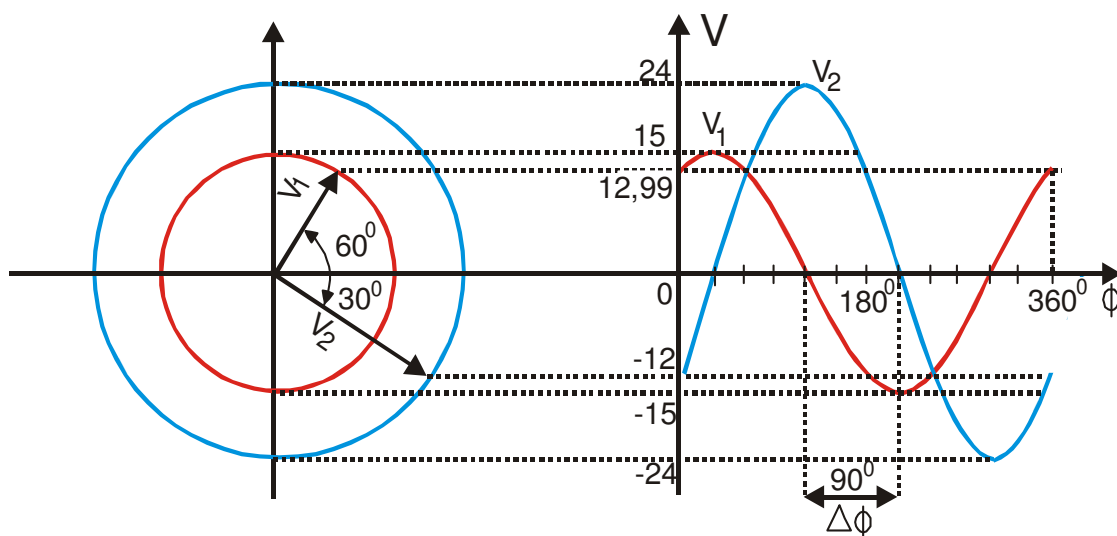


Figura 6 – Defasamento angular entre dois sinais senoidais

Tanto pelo gráfico como pelo diagrama fasorial, verifica-se que a defasagem entre os dois sinais é 90° , estando V_1 adiantada em relação a V_2 .

2.2.2 Números complexos - introdução e histórico

Os números negativos foram descobertos para que operações do tipo $x - y$ com $x < y$ fossem fechadas no conjunto universo dessas operações.

De maneira análoga, os matemáticos Gerônimo Cardano, Rafael Bombelli e Leonhard Euler, entre outros, procuraram, exaustivamente, uma solução para a equação $x^2 + 1 = 0$, que dentro do conjunto dos números reais não apresenta solução, pois não existe, nesse conjunto, raiz quadrada de número negativo, ou seja, no conjunto dos números reais não existe nenhum número que elevado ao quadrado resulte em um número negativo. Houve então a necessidade de ampliar o universo dos conjuntos numéricos. Com isso foi criado então, um número cujo quadrado é -1 . Esse novo número, representado pela letra i , denominado unidade imaginária é definido por $i^2 = -1$ (BEZERRA, 1998).

Surge, assim, um novo tipo de número chamado por Gauss de número complexo, indicado pela letra C . Ele pode ser expresso por $a + bi$, onde $a, b \in \mathbb{R}$ e i é a unidade imaginária. No universo desse novo conjunto tornou-se, então, possível a solução da equação $x^2 + 1 = 0$.

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm\sqrt{-1}$$

$$x = \pm\sqrt{i^2}$$

$$x = \pm i$$

$$S = \{+i, -i\}$$

A aplicabilidade dos números complexos ocorre, principalmente, na Eletricidade quando se analisam circuitos elétricos em corrente alternada.

2.2.2.1 Forma algébrica dos números complexos

Como vimos, os números complexos podem ser expressos na forma binomial $a+bi$, com $a, b \in \mathbb{R}$, chamada forma algébrica (PAIVA, 2001).

Um número complexo costuma ser indicado por z . Sendo $z = a+bi$, a é chamado de parte real de z , e b é a parte imaginária de z .

Quando $a \neq 0$ e $b \neq 0$, temos $z = a + bi$ e o número complexo é chamado imaginário.

Quando $b = 0$, temos $z = a + 0i \Rightarrow z = a$ e o número complexo, nesse caso, identifica – se com o número real a . Em função disso, podemos considerar que todo real é complexo, permitindo – nos afirmar que \mathbb{R} está contido em \mathbb{C} .

2.2.2.2 Potências de i com expoente natural

Com relação às potências de i com expoente natural, temos:

- $i^0 = 1$
- $i^1 = i$
- $i^2 = -1$
- $i^3 = i^2 \cdot i = -i$
- $i^4 = i^2 \cdot i^2 = 1$
- $i^5 = i^4 \cdot i = i$

- $i^6 = i^4 \cdot i^2 = 1 \cdot (-1) = -1$
- $i^7 = i^4 \cdot i^3 = 1 \cdot (-i) = -i$
- $i^8 = i^4 \cdot i^4 = 1 \cdot 1 = 1$
- $i^9 = i^8 \cdot i = 1 \cdot i = i$
- $i^{10} = i^8 \cdot i^2 = 1 \cdot (-1) = -1$
- $i^{11} = i^8 \cdot i^3 = 1 \cdot (-i) = -i$

e assim por diante.

Percebemos que essas potências se repetem com um período de 4 em 4.

Logo, para calcular i^n , indicando por q e r , respectivamente, o quociente e o resto da divisão de n por 4, obtemos:

$$\begin{array}{l} n \quad | \quad 4 \quad \Rightarrow \quad n = 4q + r \\ r \quad q \end{array}$$

Portanto: $i^n = i^{4q+r}$

$$i^n = i^{4q} \cdot i^r$$

$$i^n = (i^4)^q \cdot i^r$$

$$i^n = 1^q \cdot i^r$$

$$i^n = 1 \cdot i^r$$

$$i^n = i^r$$

Como $i^n = i^r$, quando quisermos calcular i^n basta calcular i^r , sendo r o resto da divisão de n por 4.

Por exemplo, calculemos i^{437} .

$$\begin{array}{r} 437 \overline{) 4} \\ \underline{109} \\ \textcircled{1} \end{array} \quad \therefore i^{437} = i^r \Rightarrow i^{437} = i^1 \Rightarrow i^{437} = i$$

↓
r

2.2.2.3 Plano de Argand–Gauss

Gauss associou a cada número complexo $z = a + bi$ um ponto P do plano cartesiano.

A parte real do complexo é representada por um ponto do eixo das abscissas, que passa a ser chamado de eixo real, e a parte imaginária, por um ponto do eixo das ordenadas, que passa a chamar-se eixo imaginário.

O ponto P, na figura 7, correspondente do número complexo $z = a + bi$, é chamado de afixo de **z**.

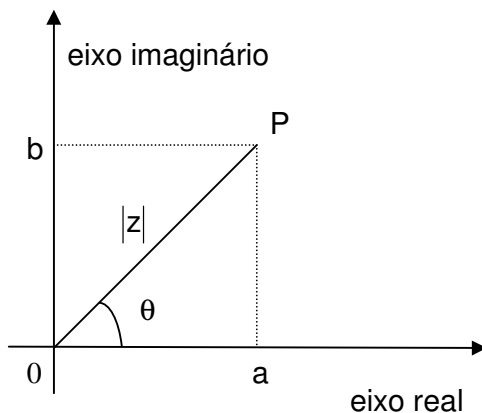


Figura 7- Plano de Argand-Gauss

O comprimento do segmento \overline{OP} , isto é, a distância entre o ponto P (afixo de z) e a origem do plano de Argand-Gauss pode ser facilmente calculada por:

$$\overline{OP} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

O comprimento do segmento \overline{OP} é chamado de módulo de z e pode também ser indicado por $|z|$.

O ângulo θ ($0 \leq \theta < 2\pi$), formado pelo eixo real e a reta-suporte do segmento \overline{OP} , no sentido anti-horário, conforme indicado na figura anterior, é chamado de argumento de z (para $z \neq 0$).

Observamos que:

$$\cos \theta = \frac{a}{|z|}$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{b}{|z|}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{b}{a}$$

Como exemplo, representaremos, na figura 8, o módulo e o argumento do número complexo $z = 1 + i$.

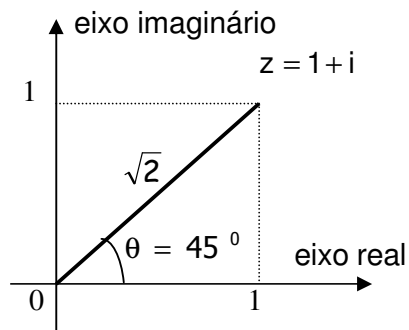


Figura 8 – Módulo e argumento de z

$a = 1$ e $b = 1$, então:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + 1^2} \Rightarrow |z| = \sqrt{2}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{b}{a} \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{1}{1} \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = 1$$

$$\theta = \operatorname{arctg} 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

2.2.2.4 Forma polar dos números complexos

Considerando o número complexo na forma algébrica $z = a + bi$, representado no plano de Argand-Gauss, como mostra a figura 9, o comprimento do segmento \overline{oz} representa o módulo do número complexo z e θ o argumento (ângulo) de z , tendo como referência a parte positiva do eixo real com abertura no sentido anti-horário (CARMO, MORGADO e WAGNER, 2001).

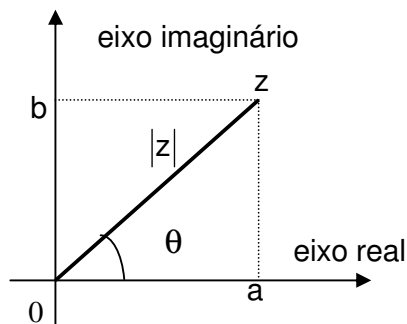


Figura 9 – Representação de z no plano de Argand-Gauss

Seja o número complexo $z = a + bi$, de modo que $z \neq 0$.

$$\text{Sendo } \cos \theta = \frac{a}{|z|} \text{ e } \operatorname{sen} \theta = \frac{b}{|z|}$$

Então podemos escrever:

$$a = |z| \cdot \cos \theta \quad \text{e} \quad b = |z| \cdot \sin \theta$$

Substituindo em $z = a + bi$, temos:

$$z = |z| \cdot \cos \theta + |z| \cdot \sin \theta \cdot i \Rightarrow z = |z| \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$$

Um número complexo também pode ter sua representação, na forma polar da seguinte maneira:

$$z = |z| \angle \theta$$

2.2.2.5 Transformação da forma algébrica para a polar

- **Forma algébrica:** $z = a + bi$
- **Forma polar:** $z = |z| \angle \theta$

Para transformarmos um número complexo da forma algébrica para a forma polar basta determinarmos o módulo e o argumento (ângulo) de z através das expressões abaixo:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \arccos \frac{a}{|z|} \quad \theta = \arcsen \frac{b}{|z|} \quad \theta = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

Salientamos que é de fundamental importância observarmos o quadrante do círculo trigonométrico onde o segmento \overline{oz} está localizado para, se necessário for,

corrigirmos o ângulo θ , uma vez que ele inicia na parte positiva do eixo real (1º quadrante) até o segmento \overline{oz} , no sentido anti-horário (CARMO, MORGADO e WAGNER, 2001).

Por exemplo, transformar os números complexos abaixo, da forma algébrica para a forma polar:

a) $z_1 = 4 + 3i$ (Forma algébrica)

$$|z_1| = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow |z_1| = \sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow |z_1| = \sqrt{25} \Rightarrow |z_1| = 5$$

$$\theta_1 = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} \Rightarrow \theta_1 = \operatorname{arctg} \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_1 \cong 37^\circ$$

$$z_1 = |z_1| \angle \theta_1$$

$$z_1 = 5 \angle 37^\circ \text{ (Forma polar)}$$

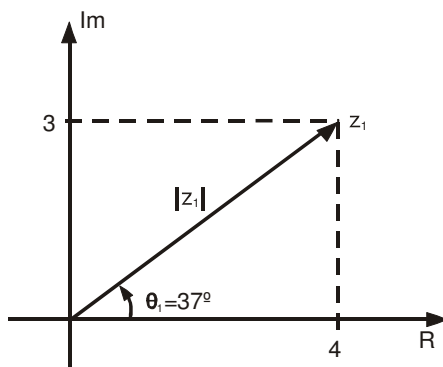


Figura 10 – Forma polar de z_1

b) $z_2 = -6 - 8i$ (Forma algébrica)

$$|z_2| = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow |z_2| = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} \Rightarrow |z_2| = \sqrt{100} \Rightarrow |z_2| = 10$$

$$\theta'_2 = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} \Rightarrow \theta'_2 = \operatorname{arctg} \frac{-8}{-6} \Rightarrow \theta'_2 \cong 53^\circ$$

$$\theta_2 = 180^\circ + \theta'_2 \Rightarrow \theta_2 = 180^\circ + 53^\circ \Rightarrow \theta_2 \cong 233^\circ$$

$$z_2 = |z_2| \angle \theta_2$$

$$z_2 = 10 \angle 233^\circ \text{ (Forma polar)}$$

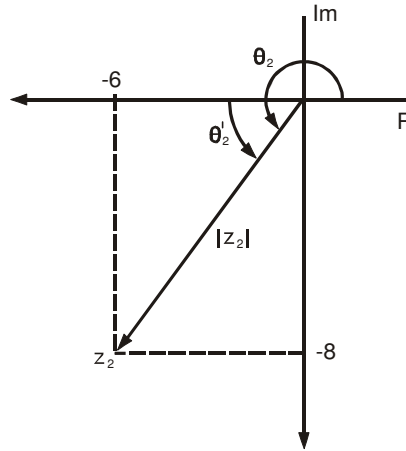


Figura 11 – Forma polar de z_2

2.2.2.6 Transformação da forma polar para a algébrica

Essa transformação é obtida pela aplicação da expressão, anteriormente deduzida:

$$z = |z| \cdot (\cos \theta + i \cdot \text{sen } \theta)$$

Verificamos nos exemplos a transformação dos números complexos da forma polar para a forma algébrica:

a) $z_1 = 5 \angle 70^\circ$ (Forma polar)

$$z_1 = 5 \cdot (\cos 70^\circ + i \cdot \text{sen } 70^\circ)$$

$$z_1 = 5 \cdot (0,342 + 0,939 i)$$

$$z_1 = 1,71 + 4,695 i \text{ (Forma algébrica)}$$

$$b) z_2 = 12\angle 90^\circ \text{ (Forma polar)}$$

$$z_2 = 12 \cdot (\cos 90^\circ + i \cdot \sin 90^\circ)$$

$$z_2 = 12 \cdot (0 + i)$$

$$z_2 = 12i \text{ (Forma algébrica)}$$

2.2.2.7 Operações com números complexos

Considerando que a análise complexa de circuitos em corrente alternada se restringe às quatro operações básicas, nesse capítulo, trataremos apenas delas, levando em consideração a forma mais adequada de apresentar o número complexo ao efetuar-las.

- **Adição e subtração:**

Para essas operações com números complexos, utilizamos a forma algébrica por ser mais apropriada.

Ao somarmos ou subtrairmos dois números complexos, na forma algébrica, somamos ou subtraímos suas partes reais, bem como suas partes imaginárias.

Seja $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$, temos:

$$z_1 + z_2 = a + bi + c + di$$

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

$$z_1 - z_2 = a + bi - (c + di)$$

$$z_1 - z_2 = a + bi - c - di$$

$$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$$

Exemplificando: Sendo $z_1 = 4 - 3i$ e $z_2 = 7 + i$, efetuamos:

a) $z_1 + z_2$

$$z_1 + z_2 = 4 - 3i + 7 + i \Rightarrow z_1 + z_2 = 11 - 2i$$

b) $z_2 - z_1$

$$z_2 - z_1 = 7 + i - (4 - 3i) \Rightarrow z_2 - z_1 = 7 + i - 4 + 3i \Rightarrow z_2 - z_1 = 3 + 4i$$

- **Multiplicação e divisão:**

Para multiplicar ou dividir números complexos, utilizamos a forma polar, pela segurança e praticidade na realização das operações, além de serem totalmente independentes de qualquer representação gráfica.

Para multiplicarmos dois números complexos, na forma polar, multiplicamos os módulos e somamos os argumentos (ângulos), enquanto que para dividirmos dois números complexos, nessa forma, dividimos os módulos e subtraímos os argumentos (ângulos).

Por exemplo, sendo $z_1 = 15\angle 60^\circ$ e $z_2 = 5\angle 45^\circ$, efetuamos:

a) $z_1 \cdot z_2$

$$z_1 \cdot z_2 = 15\angle 60^\circ \cdot 5\angle 45^\circ \Rightarrow z_1 \cdot z_2 = 75\angle 105^\circ$$

$$b) z_1 \div z_2$$

$$z_1 \div z_2 = \frac{15 \angle 60^\circ}{5 \angle 45^\circ} \Rightarrow z_1 \div z_2 = 3 \angle 15^\circ$$

2.3 Eletromagnetismo

Há muitos anos o homem já verificava que determinados materiais tinham a propriedade de interagir com pedaços de ferro. Hoje sabemos que esses materiais correspondem a um óxido de ferro (Fe_3O_4), um mineral denominado magnetita. A ação dessa substância natural com materiais ferromagnéticos lhe conferiu a denominação de ímã. O espaço modificado ao redor de um ímã, onde substâncias ferromagnéticas ficam sujeitas à ação de uma força magnética, chama-se campo magnético. Todo ímã tem duas regiões onde o campo magnético é mais intenso, chamadas pólos. Esses pólos recebem o nome de pólo sul e pólo norte e são inseparáveis, isto é, ao se partir um ímã obteremos outros dois novos ímãs, o que pode ser observado na figura abaixo.

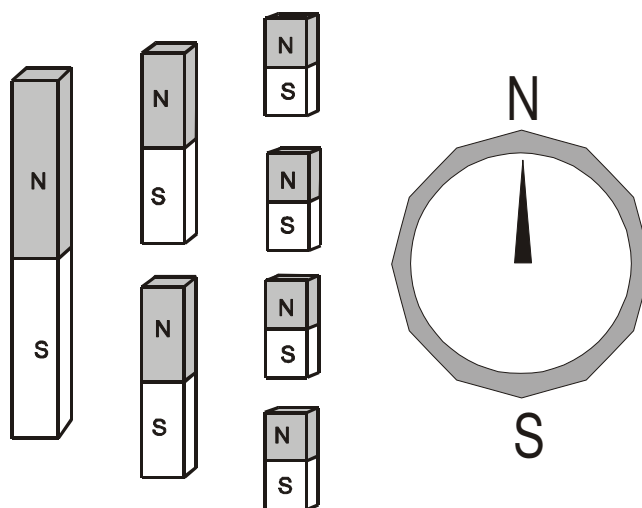


Figura 12 – Princípio da bipolaridade magnética

Usando uma folha de papel e um pouco de limalha de ferro, podemos observar o espectro do campo magnético com facilidade, basta colocar o papel sobre um ímã e jogar limalhas de ferro sobre ele. Os pedacinhos de ferro se comportarão como agulhas de bússolas, formando configurações como as da figura 13.

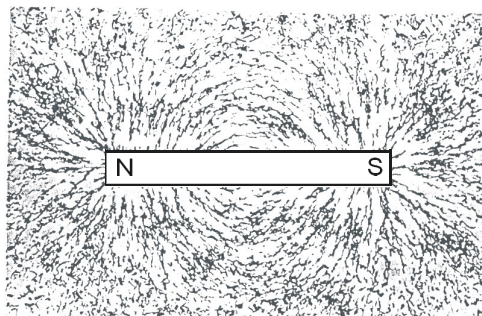


Figura 13 – Espectro do campo magnético de um ímã

As linhas curvas que vão de um lado ao outro do ímã, formadas pela limalha de ferro, representam as linhas de indução ou linhas de força magnética. Essas linhas são fechadas e orientadas e, por convenção, partem do pólo norte e chegam ao pólo sul.

Na região, onde as linhas de indução estão muito próximas umas das outras, o campo magnético é mais intenso, ou seja, é nos pólos que ocorre a maior intensidade do campo magnético (figura 14 a).

Um campo magnético é caracterizado em cada ponto pelo vetor indução magnética \vec{B} que tem direção sempre tangente à linha de indução nesse ponto e cujo sentido é o mesmo da linha, o que pode ser observado na figura 14 b.



2 Figura 14 – (a) Linhas de indução magnética; (b) Direção e sentido de \vec{B}

2.3.1 Campo magnético gerado por corrente elétrica

A primeira vez que se verificou a relação entre corrente elétrica e magnetismo foi em 1820, quando o físico dinamarquês Oersted observou que a agulha de uma bússola era desviada quando colocada nas proximidades de um condutor percorrido por corrente elétrica.

2.3.1.1 Campo magnético gerado por um condutor retilíneo percorrido por corrente elétrica

Um condutor retilíneo percorrido por corrente elétrica gera um campo magnético cujas linhas de indução são circunferências concêntricas com esse condutor. A orientação dessas linhas de fluxo é dada pela regra da mão direita, que é aplicada da seguinte forma: seguramos o condutor com a mão direita de tal forma que o dedo polegar indique o sentido da corrente (I) e os demais dedos a orientação das linhas de fluxo.

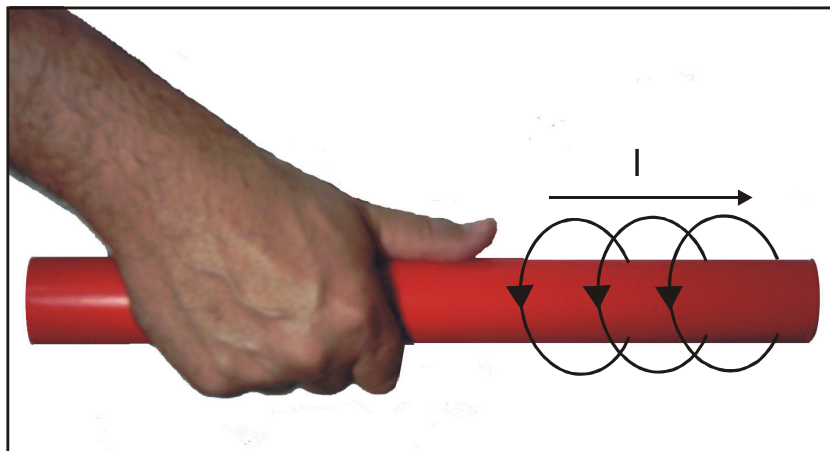


Figura 15 – Regra da mão direita para condutores retilíneos

A figura 16 (a) mostra um condutor retilíneo percorrido por corrente elétrica e o campo magnético gerado por ela.

Nas figuras 16 (b) e 16 (c) observamos esse condutor numa vista em corte transversal. Utilizamos para essa representação a seguinte convenção:

\odot : condutor com corrente saindo do plano.

\otimes : condutor com corrente entrando no plano.

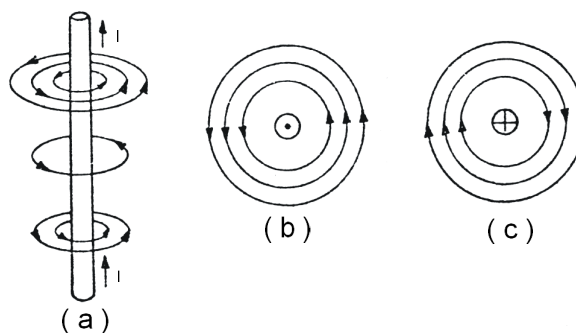


Figura 16 – Forma das linhas de indução no condutor retilíneo percorrido por corrente

2.3.1.2 Campo magnético gerado no núcleo de um indutor percorrido por corrente elétrica

Um condutor enrolado helicoidalmente constitui o que chamamos bobina ou indutor. A parte central da bobina recebe o nome de núcleo, que pode encontrar-se vazio ou preenchido com material ferromagnético (figura 17).

A passagem da corrente elétrica pelo condutor determina o surgimento de um campo magnético no núcleo da bobina (MARKUS, 2001).

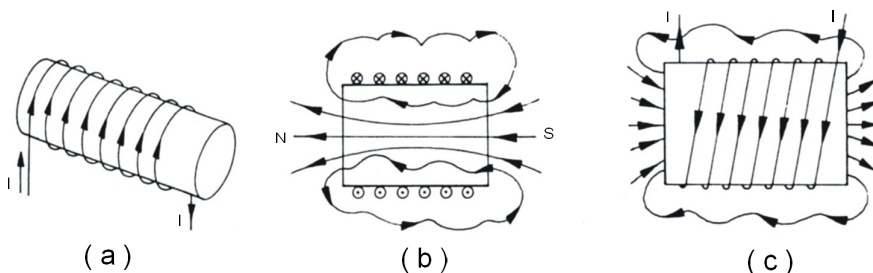


Figura 17 – Sentido da corrente e do campo magnético em um indutor.

A direção e sentido de \vec{B} no núcleo da bobina é dada também pela regra da mão direita (figura 18), aplicada da seguinte forma: seguramos a bobina com a mão direita de forma que os dedos sejam colocados no sentido da corrente (I) e então o polegar indicará o sentido de \vec{B} .

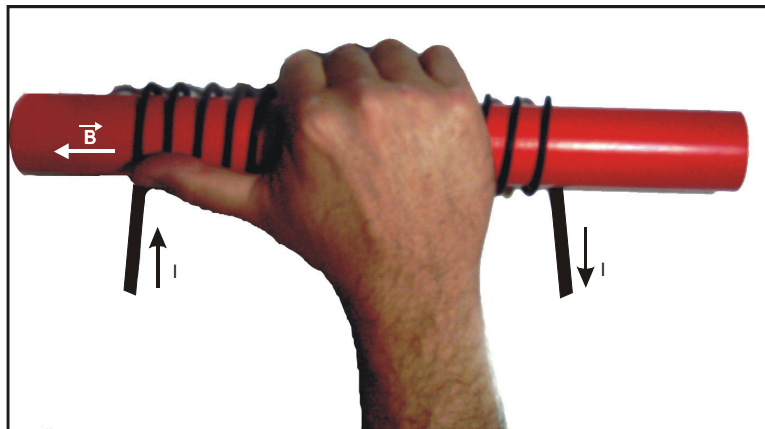


Figura 18 – Regra da mão direita aplicada a um indutor.

Observamos na figura 17, que as linhas de indução se ajustam de tal forma, que nenhuma das regras é contrariada. Verificamos também que o campo é mais intenso no núcleo da bobina. Essa intensidade depende do número de espiras, do comprimento, do material de que é feito o núcleo (ar, ferro, ferrite) e da intensidade da corrente.

2.3.1.3 Indução Eletromagnética

Vimos até o momento que condutores percorridos por corrente elétrica geram ao seu redor um campo magnético. A partir de agora passamos a considerar o efeito inverso, ou seja, a partir de um campo magnético gerar uma corrente elétrica. A esse fenômeno chamaremos de Indução Eletromagnética.

- Fluxo Magnético

Consideremos um campo magnético de indução B e uma espira fechada limitando uma superfície S desse campo (figura 19). Definimos fluxo magnético

como sendo a quantidade de linhas de indução que atravessam a espira que limita uma superfície de área S , sendo obtida por $\phi = B.S. \cos \alpha$

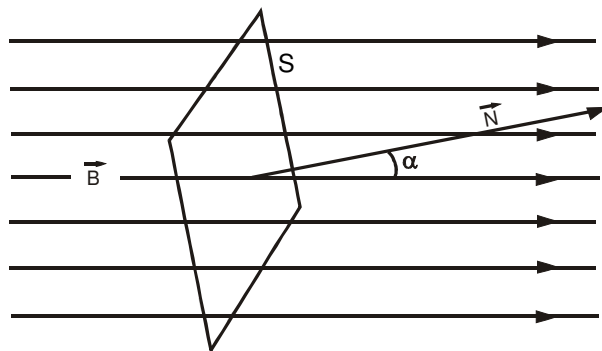


Figura 19 – Indução eletromagnética

Sendo B a intensidade do vetor indução magnética, S a área da superfície limitada pela espira e α o ângulo formado entre a normal ao plano da espira e o vetor indução magnética \vec{B} .

Toda vez que o fluxo magnético através da espira variar, uma corrente será induzida nela como consequência de uma força eletromotriz induzida (fem).⁷

Podemos observar que o fluxo será máximo quando $\alpha = 0^\circ$, ou seja, $\phi = B.S$ e será nulo quando $\alpha = 90^\circ$ (figura 20)

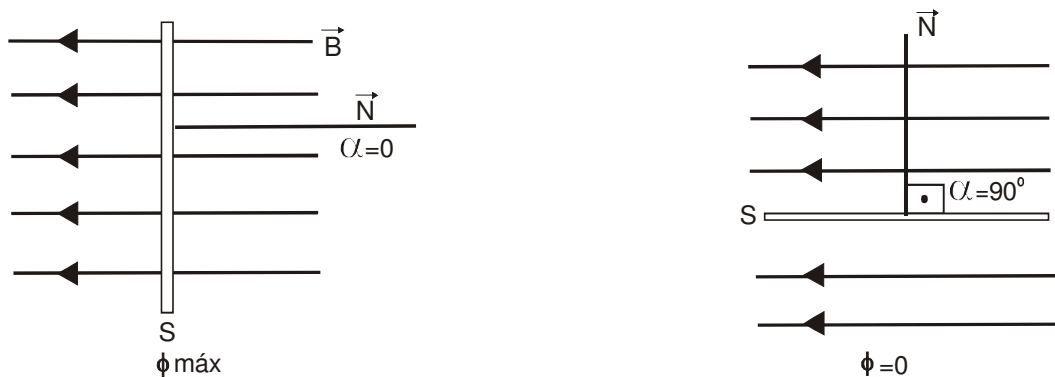


Figura 20 – Variação de fluxo magnético no interior de uma espira.

⁷ Utiliza-se a sigla fem para Força Eletromotriz

Salientamos que a variação do fluxo magnético não ocorre tão somente pela variação do ângulo α , mas pode variar também por outros motivos como:

- a) variarmos a intensidade do vetor indução magnética \vec{B} ,
- b) variarmos a área da superfície da espira exposta ao campo magnético.

Caso a espira se encontre num campo magnético onde não ocorra variação de fluxo, então não ocorrerá corrente induzida. A lei de Lenz estabelece a relação entre a corrente induzida e a causa que a originou. Diz a lei que a corrente induzida em um condutor tem um sentido tal que o campo magnético por ela gerado se opõe sempre às variações de fluxo que a induziu. (MARTIGNONE, 1995). Vamos admitir uma espira dentro de um campo magnético com as seguintes possibilidades de variação de fluxo no seu interior:

- a) um aumento de B através da espira (figura 21 a);
- b) uma diminuição de B no interior da espira (figura 21 b).

Se o número de linhas de indução crescer no interior da espira (fluxo indutor) então a corrente induzida gerará um campo magnético cujo fluxo induzido irá se opor ao crescimento do fluxo indutor, ou seja, discordará do mesmo. Caso o número de linhas de indução no interior da espira diminuir então a corrente induzida irá gerar um campo magnético cujo fluxo induzido concordará com o fluxo indutor para se opor ao decréscimo do mesmo.

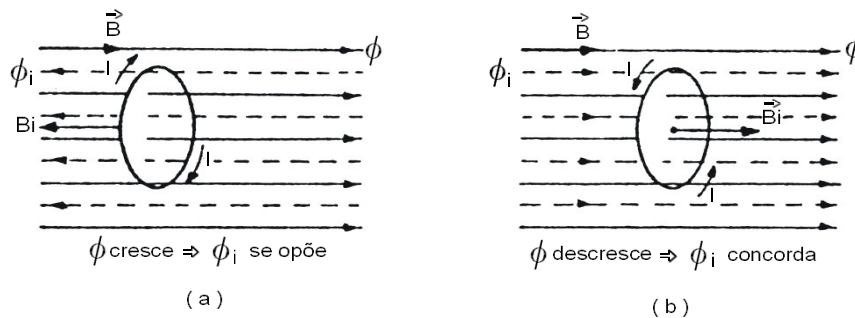


Figura 21 – Oposição da corrente induzida às variações de fluxo

Exemplos de Indução Eletromagnética:

a)

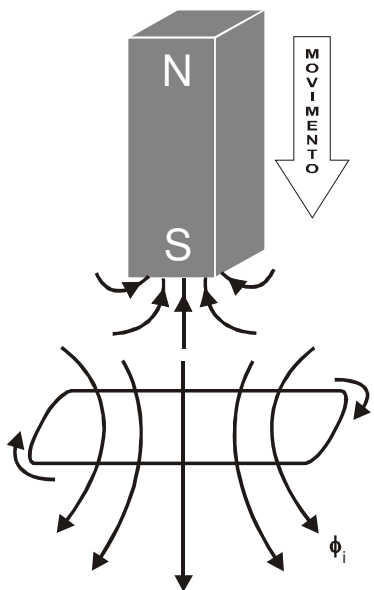


Figura 22 – Discordância do fluxo indutor e do induzido

O fluxo indutor está aumentando no interior da espira pela aproximação do ímã, induzindo na mesma uma corrente cujo campo magnético por ela criado ϕ_i

discordará do fluxo indutor para se opor às suas variações.

b)

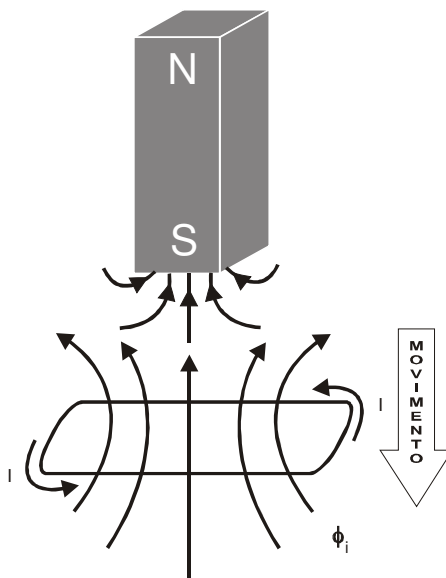


Figura 23 – Concordância do fluxo indutor e do induzido

O fluxo indutor está diminuindo no interior da espira pelo afastamento da mesma, induzindo nela uma corrente cujo campo magnético por ela criado ϕ_i concordará com o fluxo indutor para se opor às suas variações. Isso significa dizer que se opor não significa simplesmente discordar. Nesse caso, o fluxo induzido concorda para compensar a diminuição do fluxo indutor.

2.4 Circuitos elétricos em corrente alternada

2.4.1 Análise fasorial

2.4.1.1 Indutor e indutância

Denominamos de indutor ou bobina a um fio enrolado de forma helicoidal

sobre um núcleo, que pode ser de ar, ou não. O núcleo de uma bobina é o seu espaço interior por onde ocorre o fluxo de indução magnética (MARKUS, 2001).

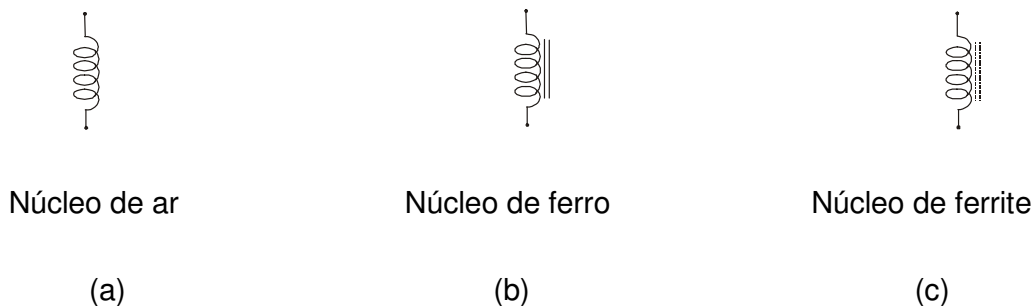


Figura 24 – Diferentes núcleos de indutores

A figura acima mostra o símbolo adotado para os diferentes tipos de núcleos de indutores. Como já vimos, a variação de fluxo magnético no interior de um indutor gera uma corrente elétrica induzida cujo sentido pode ser determinado pela Lei de Lenz. Dentre as formas de variação de fluxo no núcleo de um indutor, a mais importante é aquela ocasionada pela circulação de uma corrente variável, ou seja, de uma corrente alternada através do circuito do indutor.

A corrente alternada sendo um sinal senoidal, na medida que o seu valor aumenta, provoca o aumento do fluxo magnético no núcleo do indutor. A corrente induzida por essa variação terá um sentido tal que irá se opor às variações de fluxo que a induziu, ou seja, terá sentido contrário ao da corrente geradora da variação de fluxo, causando uma dificuldade no seu percurso. A essa geração da corrente induzida, chamamos de indutância, que tem como unidade o Henry (H), sendo representada por L.

Quando colocamos um núcleo de ferro ou ferrite no indutor, nós alteramos a

sua indutância. No caso, aumentamos, pois melhoramos a permeabilidade magnética.

2.4.1.2 Circuito em CA puramente indutivo

Quando aplicamos uma tensão alternada a um indutor, ocorrerá nele uma defasagem entre a tensão e a corrente que percorre o circuito. Nesse caso, a tensão aplicada sendo senoidal, a corrente (também senoidal) estará atrasada 90° devido à indutância do indutor.

Sabemos que um indutor oferece uma oposição quando houver variação da corrente. A medida dessa oposição é dada pela reatância indutiva (X_L) do circuito.

A reatância indutiva depende da indutância do indutor e da frequência da corrente, sendo obtida pela expressão:

$$X_L = 2.\pi.f.L$$

Onde: L = indutância do indutor em Henry

f = frequência da CA em Hz

X_L = reatância do indutor em Ω

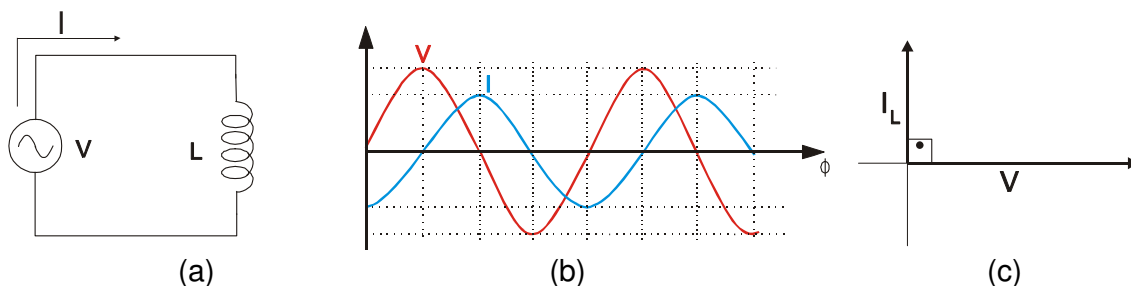


Figura 25 – Defasamento angular entre tensão e corrente

A primeira Lei de OHM⁸ é válida em circuito C.A. Neste caso, a resistência elétrica é substituída pela reatância indutiva.

$$I = \frac{V}{X_L}$$

O circuito sendo puramente indutivo (sem resistências), não há potência dissipada. Na figura abaixo está representado o gráfico da potência instantânea em função do tempo.

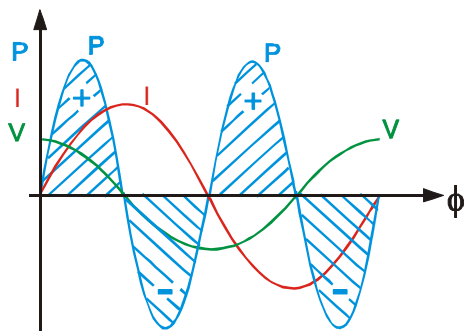


Figura 26 – Potência em um circuito puramente indutivo

Durante o primeiro quarto de ciclo, o circuito absorve energia da fonte. A potência é representada pela área entre a curva P e o eixo ϕ , assumindo valores positivos, pois nesse intervalo de tempo, tanto a tensão quanto a corrente são positivas. Sendo a potência P o produto de V e I, então P é positiva.

No segundo quarto de ciclo, a corrente diminui. A f.e.m.⁹ de auto-indução tenderá a se opor a essa diminuição. O indutor comporta-se como um gerador, devolvendo a energia à fonte. Nesse intervalo de tempo a potência é negativa, pois a tensão é negativa e a corrente positiva.

⁸ A intensidade de corrente elétrica é diretamente proporcional à tensão e inversamente proporcional à resistência.

⁹ Força eletromotriz

A seqüência se repete no segundo meio ciclo. Desta forma, a potência é continuamente trocada entre a fonte e o circuito, não havendo dissipação.

A mesma conclusão pode ser obtida a partir da expressão que determina a potência ativa.

$$P = V \cdot I \cdot \cos \phi$$

V = tensão eficaz do circuito

I = corrente eficaz do circuito

P = potência real ou potência ativa

ϕ = ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente

$$\text{No caso } \phi = 90^\circ \Rightarrow P = V \cdot I \cdot 0 \Rightarrow P = 0$$

2.4.1.3 Circuito RL série

O circuito RL série é constituído por uma resistência (R) em série com um indutor de indutância (L). Isto significa dizer que a corrente ao percorrer tal circuito encontrará dois tipos de dificuldade: a oferecida pela resistência e a oposição de uma f.e.m. de auto-indução (reatância indutiva). Quando um circuito de CA apresenta exclusivamente resistência, a tensão e a corrente estão em fase, ou seja, o ângulo $\phi = 0^\circ$. Sendo o circuito puramente indutivo, a indutância tende a defasá-las em 90° . Num circuito contendo resistência e indutância, a corrente continua atrasada em relação à tensão, só que de um ângulo menor que 90° . Chamamos de impedância (Z) a soma vetorial da resistência e da reatância indutiva imposta à passagem da corrente.

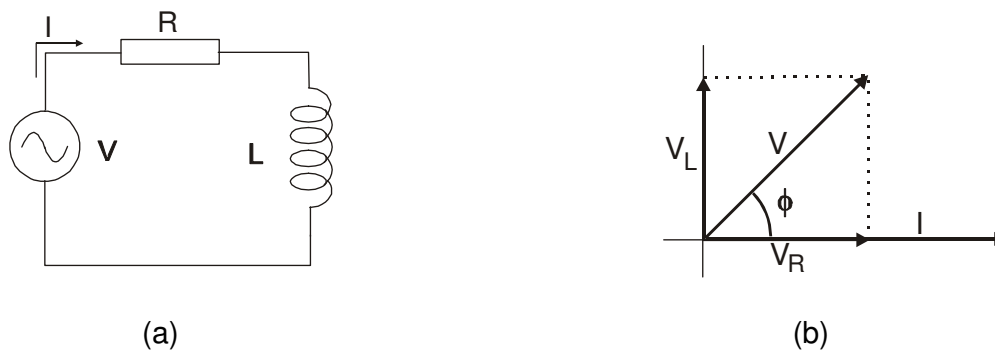


Figura 27 – (a) Circuito RL série; (b) Diagrama fasorial

Na figura 27(b), observamos o atraso de 90° da corrente no indutor em relação à tensão (V_L). Como a corrente na resistência está em fase com a tensão V_R , as duas são representadas no mesmo eixo.

A tensão do gerador V é obtida por soma vetorial.

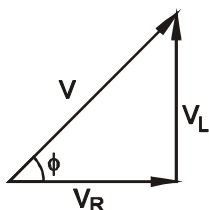


Figura 28 – Representação vetorial das tensões

Do triângulo retângulo tiramos:

$$(V)^2 = (V_R)^2 + (V_L)^2$$

$$\text{ou } V = \sqrt{(V_R)^2 + (V_L)^2}$$

Se dividirmos cada lado do triângulo da figura 28 por I , obteremos:

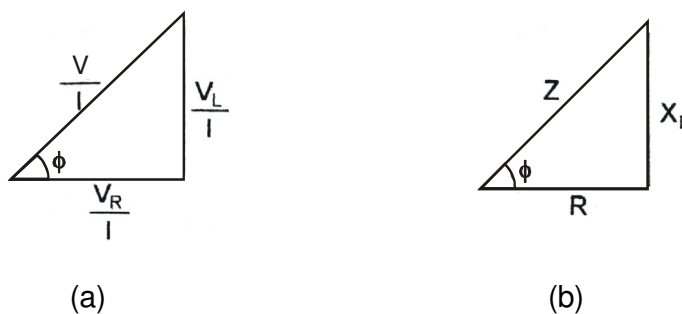


Figura 29 – Representação geométrica da impedância

onde: $\frac{V_R}{I} = R \Rightarrow$ resistência ôhmica do circuito

$\frac{V_L}{I} = X_L \Rightarrow$ reatância indutiva do indutor

$\frac{V}{I} = Z \Rightarrow$ impedância do circuito

Sendo Z a soma vetorial da resistência e da reatância indutiva, então:

$$Z^2 = R^2 + (X_L)^2$$

ou $Z = \sqrt{R^2 + (X_L)^2}$ (Impedância do circuito)

O ângulo de defasagem entre V e I , ϕ , pode ser calculado por:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{X_L}{R} \quad \text{ou} \quad \cos \phi = \frac{R}{Z}$$

Resolveremos a seguir um exemplo para melhor esclarecer esses conceitos:

A resistência de um indutor é 4Ω e sua reatância indutiva 3Ω . Sabendo que a corrente que circula no indutor, quando alimentado por uma tensão em 60 Hz é 3 A, perguntamos:

- a tensão de alimentação,
- a indutância do indutor,
- a impedância do circuito,
- o ângulo de defasagem,
- o diagrama fasorial.

Solução:

a)

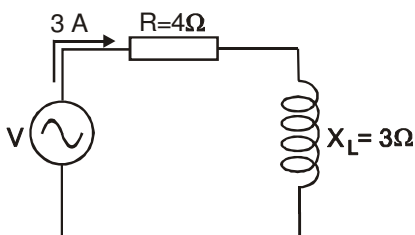


Figura 30 – Representação do circuito

$$V_R = R \cdot I \Rightarrow V_R = 4 \cdot 3 \Rightarrow V_R = 12 \text{ V}$$

$$V_L = X_L \cdot I \Rightarrow V_L = 3 \cdot 3 \Rightarrow V_L = 9 \text{ V}$$

$$V = \sqrt{(V_R)^2 + (V_L)^2} \Rightarrow V = \sqrt{12^2 + 9^2} \Rightarrow V = \sqrt{144 + 81}$$

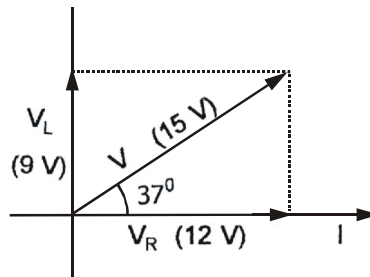
$$V = \sqrt{225} \Rightarrow V = 15 \text{ V}$$

$$\text{b) } X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \Rightarrow 3 = 6,28 \cdot 60 \cdot L \Rightarrow L = \frac{3}{376,8} \Rightarrow L = 0,0079 \text{ H}$$

$$\text{c) } Z = \sqrt{R^2 + (X_L)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow Z = \sqrt{16 + 9} \Rightarrow Z = \sqrt{25} \Rightarrow Z = 5 \text{ } \Omega$$

$$\text{d) } \cos \phi = \frac{V_R}{V_G} \Rightarrow \cos \phi = \frac{12}{15} \Rightarrow \cos \phi = 0,8 \Rightarrow \phi = \arccos 0,8 \Rightarrow \phi = 37^\circ$$

e)



2.4.1.4 Circuito RL paralelo

Para o circuito RL paralelo em CA valem as mesmas propriedades verificadas nos circuitos paralelos em Corrente Contínua (CC), ou seja:

a) A tensão aplicada (V) ao circuito é igual a tensão nas extremidades de qualquer elemento da associação (CAVALCANTI, 1993).

$$V = V_R = V_L$$

b) A intensidade de corrente total é igual a soma (no caso vetorial) das intensidades de corrente de todos elementos associados (CAVALCANTI, 1993).

$$I = \sqrt{(I_R)^2 + (I_L)^2}$$

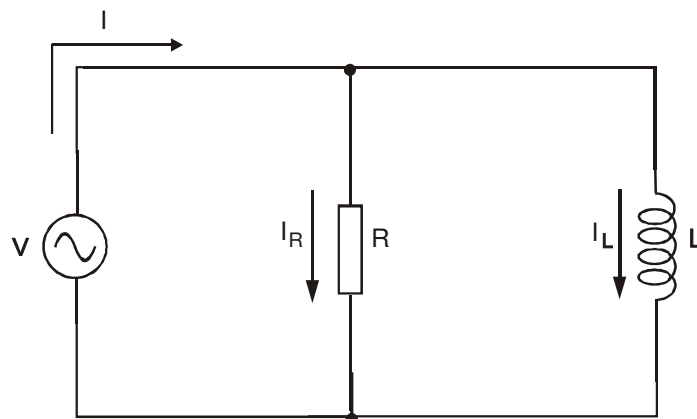


Figura 31 – Circuito RL paralelo

Na figura acima temos que $V = V_R = V_L$, então o diagrama fasorial correspondente é:

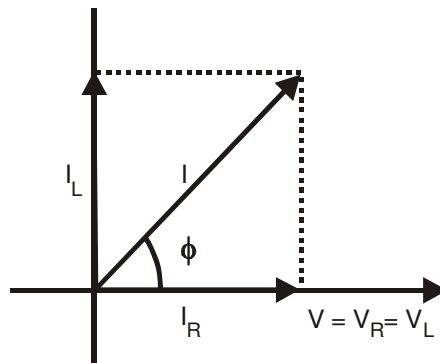


Figura 32 - Diagrama fasorial

Na figura acima podemos observar que a corrente no indutor I_L , está atrasada de 90° em relação a tensão V_L . A partir desse diagrama fasorial podemos estabelecer o triângulo das intensidades de corrente.

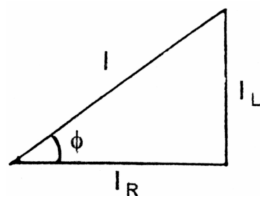


Figura 33 – Representação geométrica das intensidades de corrente

Do triângulo de correntes tiramos

$$I^2 = (I_R)^2 + (I_L)^2$$

$$\text{ou } I = \sqrt{(I_R)^2 + (I_L)^2}$$

Se dividirmos cada lado do triângulo da figura 33 por V obteremos:

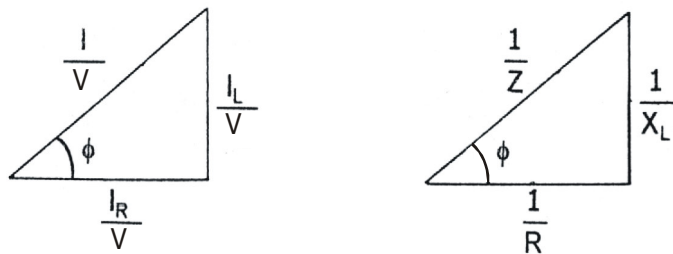


Figura 34 – Representação geométrica do inverso da impedância

Da figura acima obteremos:

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{(X_L)^2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(X_L)^2}} = Z^2 \Rightarrow$$

$$Z = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(X_L)^2}}} \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{1}{\frac{(X_L)^2 + R^2}{R^2 \cdot (X_L)^2}}} \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{R^2 \cdot (X_L)^2}{(X_L)^2 + R^2}}$$

dá tiramos:

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + (X_L)^2}} \quad (\text{Impedância do circuito})$$

O ângulo de defasagem entre V e I pode ser calculado por:

$$\cos \phi = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R} \quad \text{ou} \quad \text{tg } \phi = \frac{\frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{X_L}$$

Vejamos o seguinte exemplo: um resistor de 30Ω está associado em paralelo com um indutor de reatância indutiva igual a 40Ω e alimentado por uma tensão de $240 \text{ V}/60 \text{ Hz}$, determinamos assim:

- o circuito da associação,
- a impedância,
- a indutância do indutor,
- as correntes I , I_R e I_L ,
- o ângulo de defasagem,
- o diagrama fasorial

Solução:

a)

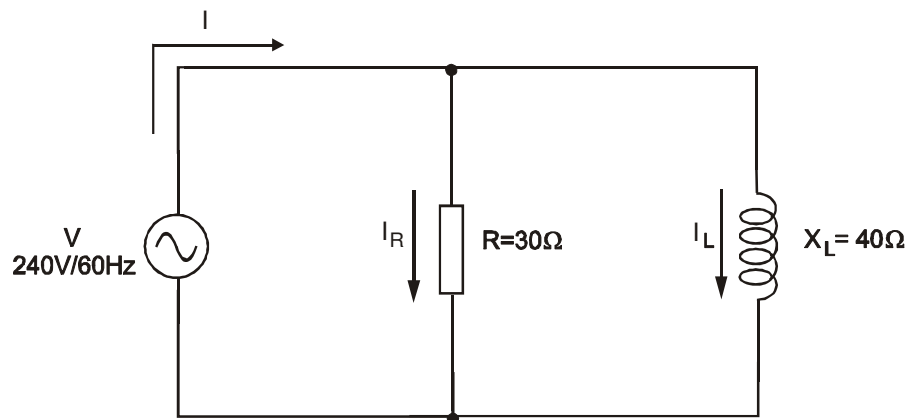


Figura 35 – Representação do circuito

$$b) Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + (X_L)^2}} = \frac{30 \cdot 40}{\sqrt{30^2 + 40^2}} = \frac{1200}{\sqrt{2500}} = \frac{1200}{50} = 24 \Omega$$

$$c) X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \Rightarrow 40 = 6,28 \cdot 60 \cdot L \Rightarrow L = \frac{40}{376,8} \Rightarrow L = 0,106 \text{ H}$$

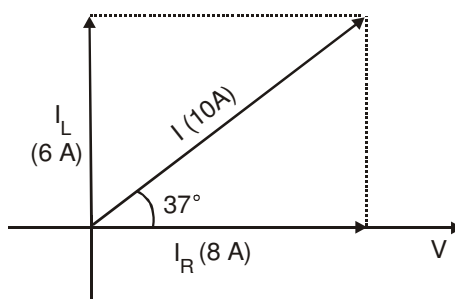
$$d) I = \frac{V}{Z} \Rightarrow I = \frac{240}{24} \Rightarrow I = 10 \text{ A}$$

$$I_R = \frac{V_R}{R} \Rightarrow I_R = \frac{240}{30} \Rightarrow I_R = 8 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} \Rightarrow I_L = \frac{240}{40} \Rightarrow I_L = 6 \text{ A}$$

$$e) \cos \phi = \frac{Z}{R} = \frac{24}{30} = 0,8 \Rightarrow \phi = 37^\circ$$

f) Diagrama fasorial



2.4.1.5 Capacitor e capacitância

O capacitor é um dispositivo que consiste de duas placas condutoras (chamadas armaduras), separadas por um material isolante (dielétrico). Esse dispositivo tem a capacidade de armazenar energia. Quanto mais carga o capacitor armazenar maior será o campo elétrico criado e maior será a diferença de potencial (ddp) entre suas placas.

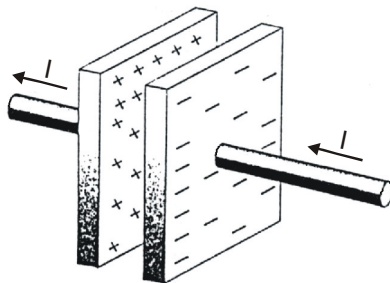


Figura 36 – Capacitor de placas paralelas

Vamos admitir um capacitor de placas paralelas A e B separadas por um dielétrico qualquer e alimentado por uma fonte de CC

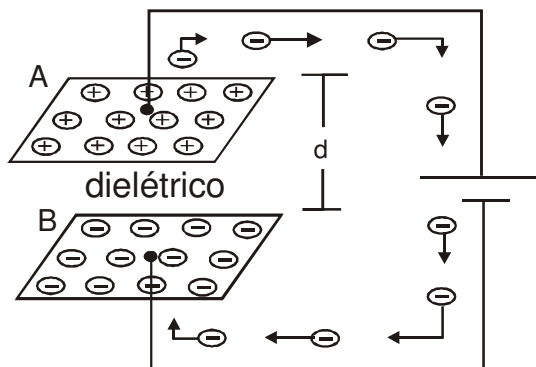


Figura 37 – Fluxo de cargas em um capacitor

A placa A perde elétrons ficando positivamente carregada, ao mesmo tempo, ocorre um fluxo de elétrons para a placa B, atraídos pela carga positiva da placa A.

Simbolicamente, os capacitores são representados da seguinte forma.

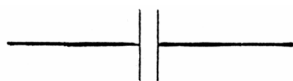


Figura 38 – Símbolo do capacitor

Chama-se capacitância a capacidade que um capacitor tem de armazenar cargas e sua unidade no SI é o Farad, representado por F.

Quanto maior a área das placas, maior é a capacitância de um capacitor e quanto maior a distância entre placas menor sua capacitância. Influencia também na capacidade de armazenar cargas a natureza do dielétrico, ou seja, quanto maior a

capacidade de isolação, maior a sua capacitância (VAN VALKENBURGH, NOOGER & NEVILLE, 1981).

Um capacitor ligado em CC terá fluxo de corrente somente até estabelecer sua carga. Uma vez carregado, cessa a corrente. Entretanto, o capacitor ligado em CA sofre inversão de carga a cada inversão da polaridade da corrente, isto é, o capacitor fica permanentemente carregando e se descarregando, dando origem a uma corrente que acaba influenciando sobre a resistência do circuito. Este efeito resistivo é chamado de reatância capacitiva (X_C).

2.4.1.6 Circuito em CA puramente capacitivo

Caso a tensão aplicada no capacitor seja senoidal, a corrente no circuito também será senoidal e defasada de 90° em relação à tensão. No caso, a tensão estará 90° atrasada em relação à corrente.

Um capacitor em um circuito CA oferece uma oposição à passagem da corrente, sendo esta oposição medida pela **reatância capacitiva** (X_C).

A reatância do capacitor depende da capacitância (C) e da frequência do gerador, sendo dada por:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

Sendo:

C em Farads (F)

f em Hertz (Hz)

X_C em Ohms (Ω)

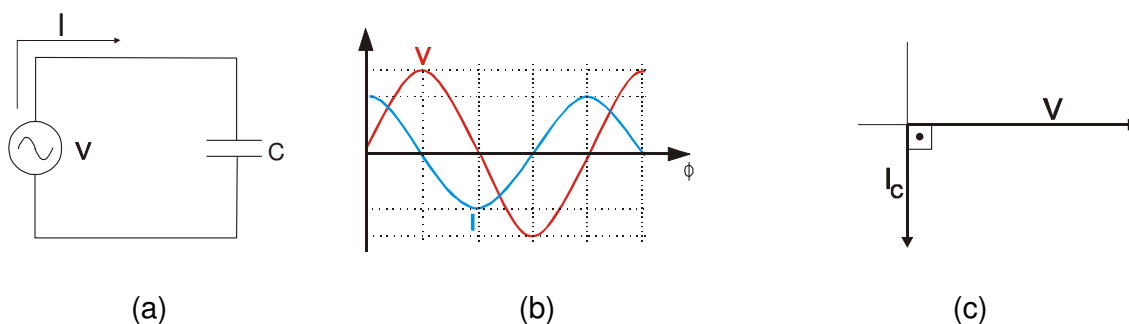


Figura 39 - Defasamento angular entre a tensão e a corrente

A primeira lei OHM para este caso é:

$$I = \frac{V}{X_C}$$

$V \Rightarrow$ tensão eficaz

$I \Rightarrow$ corrente eficaz

Em um circuito puramente capacitivo, não há potência dissipada.

A potência ativa é dada pela expressão:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \phi$$

$\phi =$ ângulo formado entre a tensão e a corrente, no caso, $\phi = 90^\circ$, portanto
 $P = V \cdot I \cdot \cos 90^\circ \Rightarrow P = V \cdot I \cdot 0 \Rightarrow P = 0$

Este mesmo resultado pode ser mostrado na figura 40.

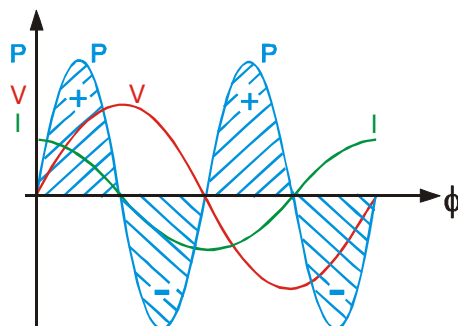


Figura 40 – Potência em um circuito puramente capacitivo

2.4.1.7 Circuito RC série

Ao associarmos uma resistência em série com um capacitor, devemos lembrar que a resistência tende colocar V e I em fase, e a capacitância tende a defasá-las de 90° .

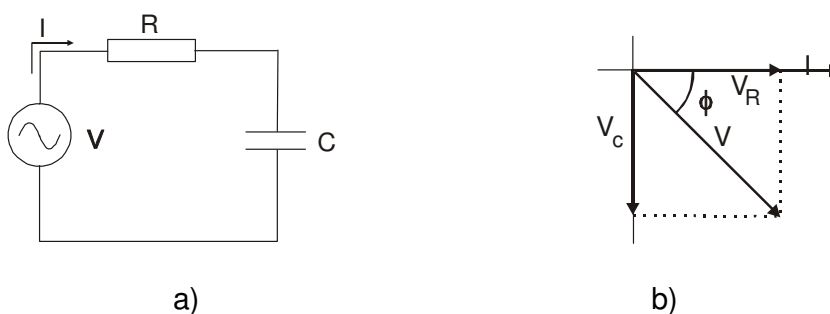
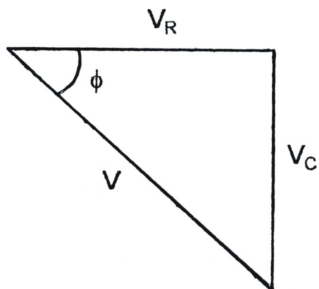


Figura 41 – (a) Circuito RC série; (b) Diagrama fasorial

A tensão aplicada V é a soma vetorial da tensão no resistor V_R com a tensão no capacitor V_C .



Do triângulo retângulo tiramos:

$$(V)^2 = (V_R)^2 + (V_C)^2$$

$$\text{ou } V = \sqrt{(V_R)^2 + (V_C)^2}$$

Figura 42 - Representação geométrica das tensões

Se dividirmos cada lado do triângulo da figura 42 por I, obteremos:

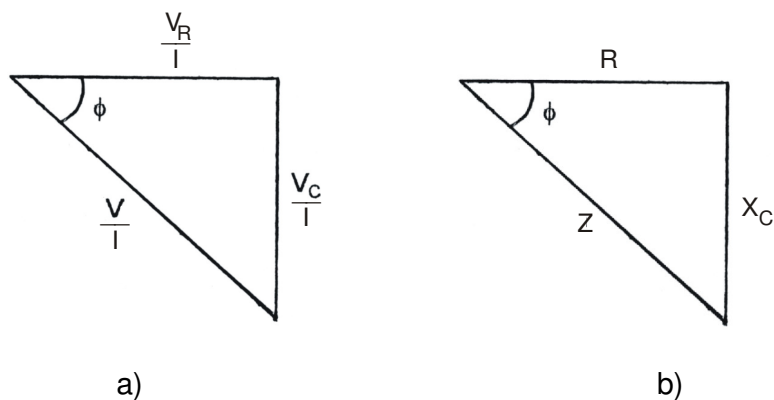


Figura 43 – Representação geométrica da impedância

onde: $\frac{V_R}{I} = R \Rightarrow$ resistência ôhmica do circuito

$\frac{V_C}{I} = X_C \Rightarrow$ reatância capacitiva do capacitor

$\frac{V}{I} = Z \Rightarrow$ impedância do circuito

Sendo Z (impedância), a soma vetorial da resistência e da reatância capacitiva, então:

$$Z^2 = R^2 + (X_C)^2$$

$$\text{ou } Z = \sqrt{R^2 + (X_C)^2} \text{ (Impedância do circuito)}$$

O ângulo de defasagem entre V e I , ϕ , pode ser calculado por:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{V_C}{V_R} = \frac{X_C}{R} \quad \text{ou} \quad \cos \phi = \frac{R}{Z}$$

Exemplificando, vemos que um resistor de 8Ω está associado em série com um capacitor de reatância capacitiva igual a 6Ω . Sabendo que a associação está alimentada com uma tensão de $100\text{ V} / 60\text{ Hz}$, determinar:

- a impedância do circuito,
- a corrente total,
- as tensões V_R e V_C ,
- a capacitância do capacitor,
- o ângulo de defasagem,
- o diagrama fasorial.

Solução:

$$\text{a) } Z = \sqrt{R^2 + (X_C)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10\ \Omega$$

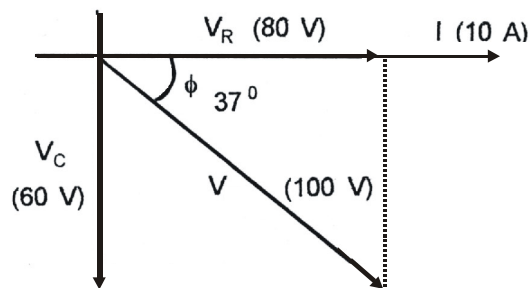
$$\text{b) } I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{10} = 10\ \text{A}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } V_R &= R \cdot I = 8 \cdot 10 = 80\ \text{V} \\ V_C &= X_C \cdot I = 6 \cdot 10 = 60\ \text{V} \end{aligned}$$

$$\text{d) } X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \Rightarrow 6 = \frac{1}{6,28 \cdot 60 \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{6,28 \cdot 100 \cdot 6} \Rightarrow C = 0,000265\ \text{F}$$

$$e) \cos\phi = \frac{V_R}{V} \Rightarrow \cos\phi = \frac{80}{100} \Rightarrow \cos\phi = 0,8 \Rightarrow \phi = \arccos 0,8 \Rightarrow \phi = 37^\circ$$

f)



2.4.1.8 Circuito RC paralelo

Para o circuito RC paralelo em CA valem as mesmas regras verificadas no circuito RL paralelo em CA, ou seja:

a) A tensão aplicada (V) ao circuito é igual à tensão nas extremidades de qualquer elemento da associação (CAVALCANTI, 1993).

$$V = V_R = V_C$$

b) A intensidade de corrente total é igual à soma (no caso vetorial) das intensidades de corrente de todos elementos associados (CAVALCANTI, 1993).

$$I = \sqrt{(I_R)^2 + (I_C)^2}$$

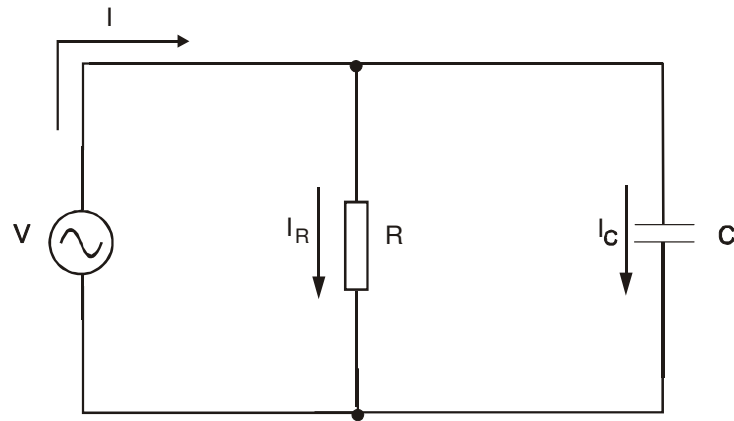


Figura 44 – Circuito RC paralelo

Na figura 44 temos que $V = V_R = V_C$, então o diagrama fasorial correspondente é:

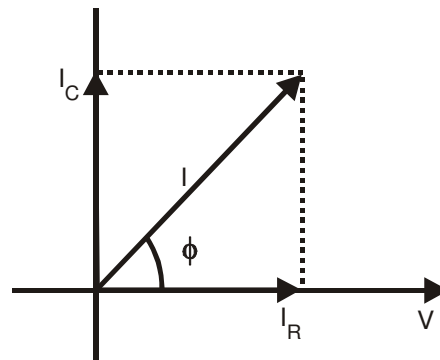


Figura 45 – Diagrama fasorial

Na figura 45 podemos observar que a corrente no capacitor I_C , está adiantada de 90° em relação a tensão V_C . A partir desse diagrama fasorial, podemos estabelecer o triângulo das intensidades de corrente.

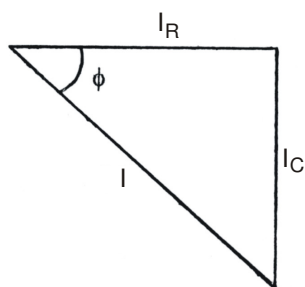


Figura 46 – Representação geométrica das intensidades de corrente

Do triângulo de correntes tiramos

$$I^2 = (I_R)^2 + (I_C)^2$$

$$\text{ou } I = \sqrt{(I_R)^2 + (I_C)^2}$$

Se dividirmos cada lado do triângulo da figura 46 por V obteremos:

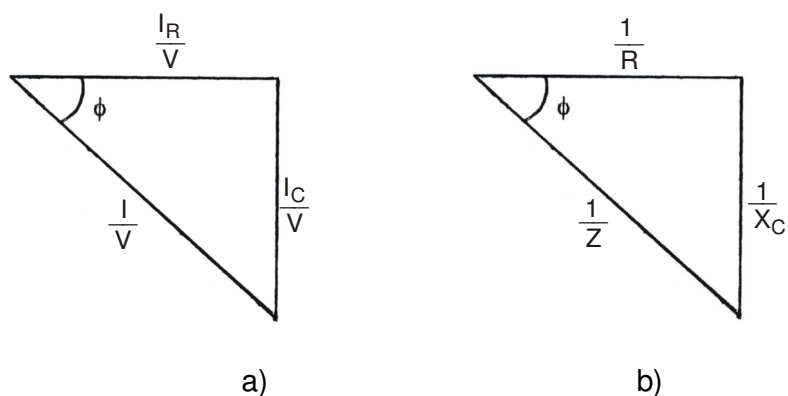


Figura 47 – Representação geométrica do inverso da impedância

Da figura 47 (c) obteremos:

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{(X_C)^2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(X_C)^2}} = Z^2 \Rightarrow$$

$$Z = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(X_C)^2}}} \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{1}{\frac{(X_C)^2 + R^2}{R^2 \cdot (X_C)^2}}} \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{R^2 \cdot (X_C)^2}{(X_C)^2 + R^2}}$$

daí tiramos:

$$Z = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + (X_C)^2}} \quad (\text{Impedância do circuito})$$

O ângulo de defasagem entre V e I pode ser calculado por:

$$\cos \phi = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R} \quad \text{ou} \quad \text{tg } \phi = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{X_C}$$

Para elucidarmos essa questão exemplifiquemos da seguinte forma:

Dado o circuito abaixo, determinamos:

- a reatância capacitiva,
- a impedância,
- as correntes I, I_R , e I_C ,
- ângulo de defasagem,
- diagrama fasorial.

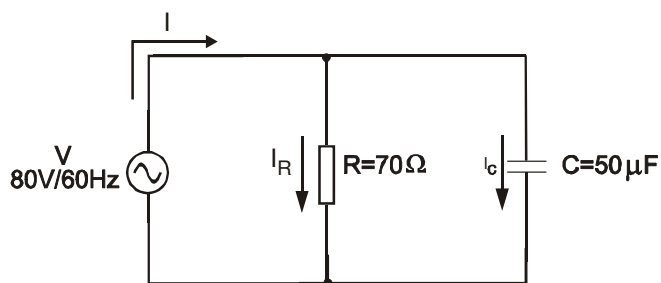


Figura 48 – Representação do circuito

Solução:

$$\text{a) } X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{6,28 \cdot 60 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 53 \, \Omega$$

$$\text{b) } Z = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + (X_C)^2}} \Rightarrow Z = \frac{70 \cdot 53}{\sqrt{70^2 + 53^2}} \Rightarrow Z = \frac{3710}{87,8} \Rightarrow Z = 42,25 \, \Omega$$

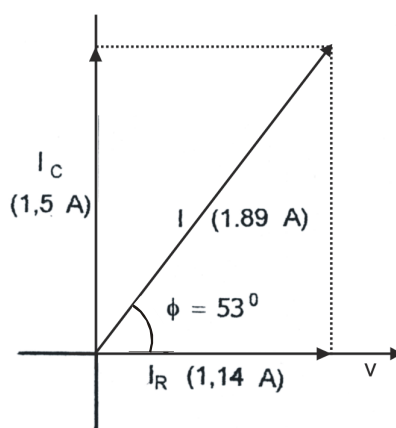
$$\text{c) } I = \frac{V}{Z} \Rightarrow I = \frac{80}{42,25} \Rightarrow I = 1,89 \, \text{A}$$

$$I_R = \frac{V}{R} \Rightarrow I_R = \frac{80}{70} \Rightarrow I_R = 1,14 \text{ A}$$

$$I_C = \sqrt{I^2 - (I_R)^2} \Rightarrow I_C = \sqrt{1,89^2 - 1,14^2} \Rightarrow I_C = 1,5 \text{ A}$$

$$d) \cos \phi = \frac{I_R}{I} = \frac{1,14}{1,89} = 0,6 \quad \Rightarrow \quad \phi = 53^\circ$$

e)



2.4.1.9 Circuito RLC série

O circuito da figura 49 nos mostra uma resistência, um indutor e um capacitor associados em série. Sabemos que a corrente em capacitores e indutores tem defasamentos de sentidos contrários em relação à tensão aplicada aos mesmos. A tensão total aplicada ao circuito é a soma vetorial da tensão na resistência, no indutor e no capacitor, sendo a corrente igual em todos os componentes. A tensão na resistência está em fase com a corrente, no indutor está adiantada de 90° em relação à corrente, e no capacitor está atrasada de 90° em relação à corrente.

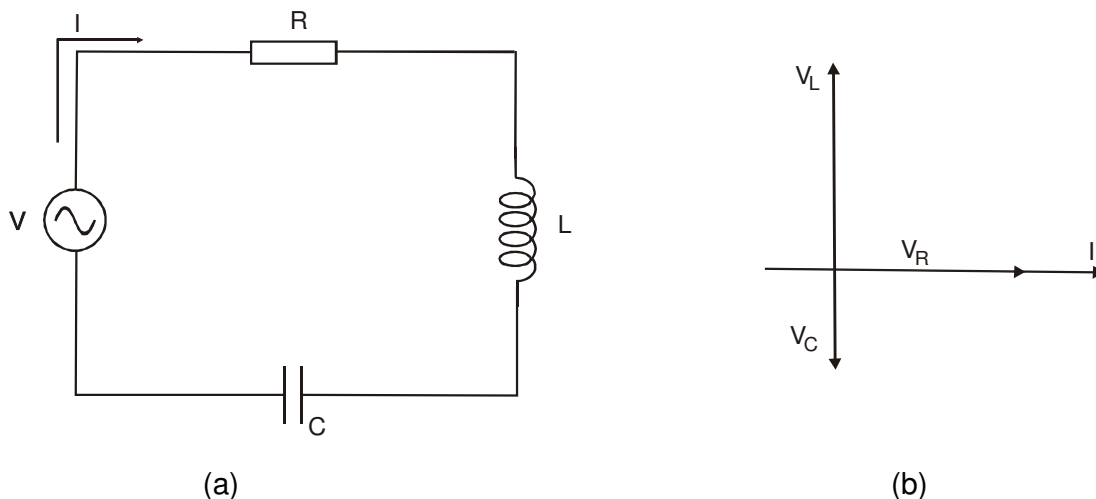


Figura 49 – (a) Circuito RLC série; (b) Diagrama fasorial

O circuito RLC série é um circuito essencialmente defasador de tensão. Analisando a figura 49 (b) observamos que V_L e V_C estão defasadas de 180° , sendo a tensão resultante a diferença entre elas. Consideramos aqui, $V_L > V_C$. A tensão resultante num circuito RLC série pode ser melhor observada no diagrama fasorial da figura 50 (a).

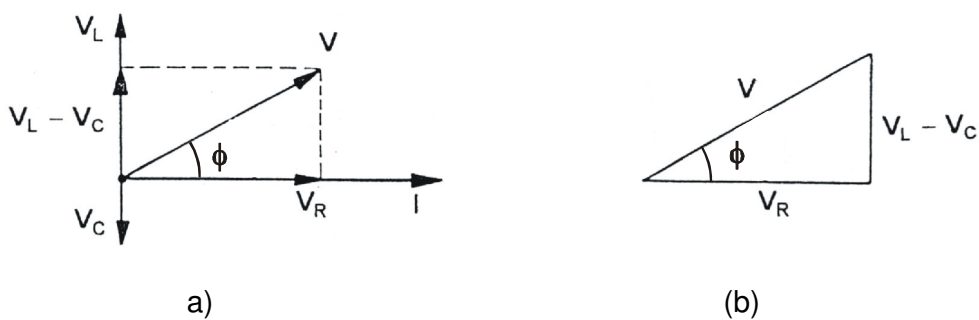


Figura 50 – (a) Diagrama fasorial; (b) Representação geométrica das tensões

Da figura 50 tiramos que: $V = \sqrt{(V_R)^2 + (V_L - V_C)^2}$

Corroborando com essa constatação, Gussow afirma:

A queda de tensão através da resistência está em fase com a corrente que passa pela resistência. A tensão através da indutância está adiante da corrente que passa pela indutância de 90° . A tensão através da capacitância está atrasada relativamente à corrente que passa pela capacitância de 90° . Como V_L e V_C estão exatamente 180° fora de fase e agem exatamente em sentidos opostos, se somam algebricamente. Quando X_L é maior que X_C , o circuito é indutivo, V_L é maior que V_C , e I está atrasada com relação a V_G . (GUSSOW, 1996, p. 375).

Se dividirmos o triângulo da figura 50 (b) por I , obteremos:

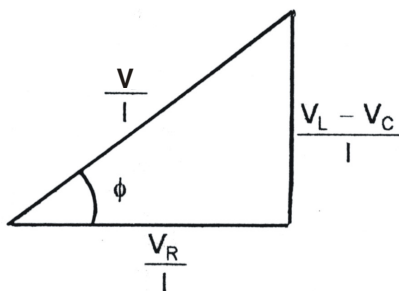


Figura 51 – Representação geométrica da impedância

Da figura 51 temos que:

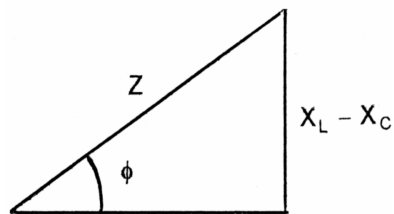


Figura 52 – Representação geométrica da impedância

$$\frac{V}{I} = Z \Rightarrow \text{impedância}$$

$$\frac{V_R}{I} = R \Rightarrow \text{resistência do circuito}$$

$$\frac{V_L - V_C}{I} = \frac{V_L}{I} - \frac{V_C}{I} = X_L - X_C$$

Logo, podemos escrever:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Quando $X_L = X_C$ a impedância do circuito será igual a R , o circuito comporta-se como um circuito puramente resistivo, e portanto a tensão aplicada e a corrente estarão em fase. Esta situação é conhecida como **ressonância**.

No plano empírico podemos ver o seguinte exemplo:

Dado o circuito RLC série a seguir, determinamos:

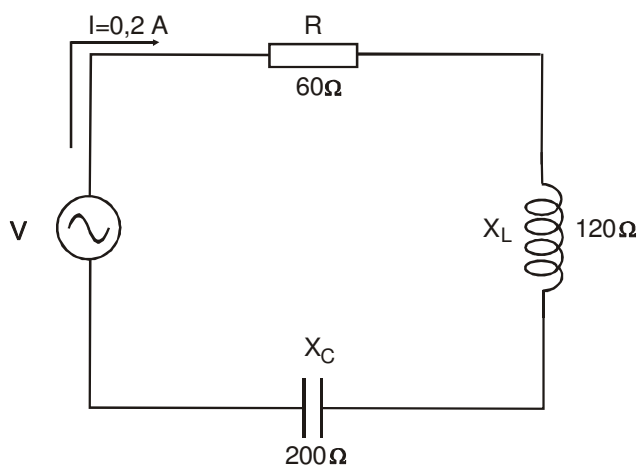


Figura 53 – Representação do circuito

- a) a impedância,
- b) a tensão de alimentação,
- c) as tensões: V_R , V_L e V_C ,
- d) o ângulo de defasagem.
- e) O diagrama fasorial.

Solução:

$$\begin{aligned} \text{a) } Z &= \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{60^2 + (200 - 120)^2} \Rightarrow \\ Z &= \sqrt{3600 + 6400} \Rightarrow Z = \sqrt{10000} \Rightarrow Z = 100 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

$$b) V = Z \cdot I \Rightarrow V = 100 \cdot 0,2 \Rightarrow V = 20 \text{ V}$$

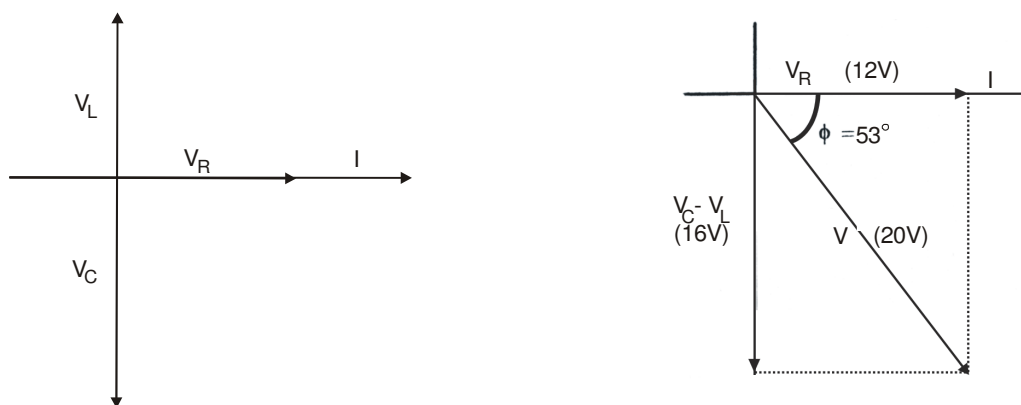
$$c) V_R = R \cdot I \Rightarrow V_R = 60 \cdot 0,2 \Rightarrow V_R = 12 \text{ V}$$

$$V_L = X_L \cdot I \Rightarrow V_L = 120 \cdot 0,2 \Rightarrow V_L = 24 \text{ V}$$

$$V_C = X_C \cdot I \Rightarrow V_C = 200 \cdot 0,2 \Rightarrow V_C = 40 \text{ V}$$

$$d) \cos \phi = \frac{V_R}{V} \Rightarrow \cos \phi = \frac{12}{20} \Rightarrow \cos \phi = 0,6 \Rightarrow \phi = \arccos 0,6 \Rightarrow \phi = 53^\circ$$

e)



2.4.1.10 Circuito RLC paralelo

O circuito da figura 54 nos mostra uma resistência, um indutor e um capacitor associados em paralelo.

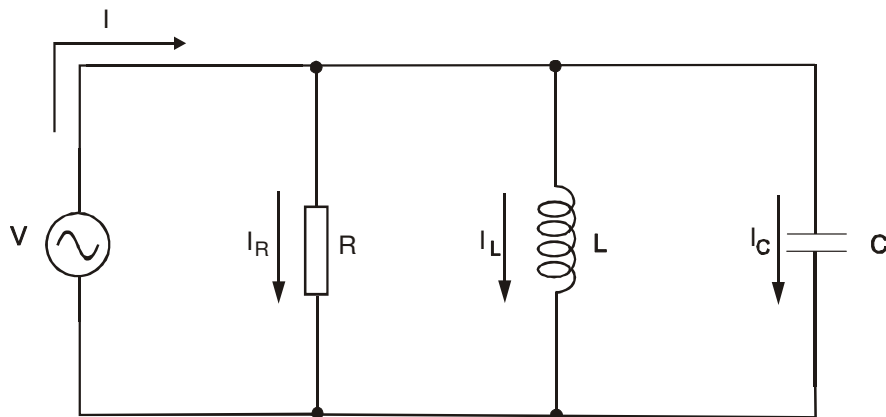


Figura 54 – Circuito RLC paralelo

Sabemos que a corrente em capacitores e indutores tem defasamentos de sentidos contrários em relação à tensão aplicada aos mesmos. A corrente total do circuito é a soma vetorial da corrente na resistência, no indutor e no capacitor, sendo a tensão igual em todos os componentes. A corrente na resistência está em fase com a tensão, no indutor está atrasada de 90° em relação à tensão e no capacitor está adiantada de 90° em relação à tensão.

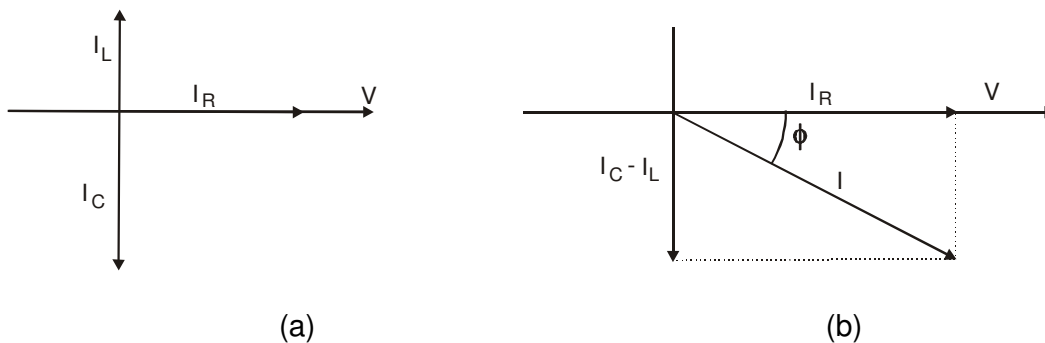
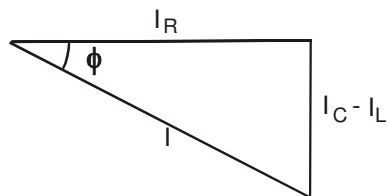


Figura 55 (a) Representação vetorial das intensidades de corrente; (b) Diagrama fasorial

O circuito RLC paralelo é um circuito essencialmente defasador de corrente. Analisando a figura 55 observamos que I_L e I_C estão defasadas de 180° , sendo a

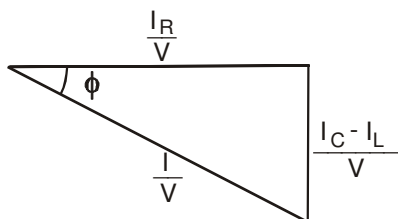
corrente resultante a diferença entre elas. Consideramos aqui, $I_C > I_L$. A corrente resultante num circuito RLC paralelo pode ser melhor observada no diagrama fasorial da figura 55 (b), de onde podemos construir o triângulo das correntes.



$$I = \sqrt{(I_R)^2 + (I_C - I_L)^2}$$

Figura 56- Representação geométrica das intensidades de corrente

Se dividirmos o triângulo da figura 56 por V , obteremos:



$$\frac{I_C - I_L}{V} = \frac{I_C}{V} - \frac{I_L}{V}$$

Figura 57- Representação geométrica do inverso da impedância

Da figura 57 temos que:

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{Z}$$

$$\frac{I_C}{V} = \frac{1}{X_C}$$

$$\frac{I_R}{V} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{I_L}{V} = \frac{1}{X_L}$$

Portanto, podemos escrever:

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2$$

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2} = Z^2 \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}}$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}} \Rightarrow Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{X_L - X_C}{X_C \cdot X_L} \right)^2}} \Rightarrow Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{(X_L - X_C)^2}{(X_C)^2 \cdot (X_L)^2}}}$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{\frac{(X_C)^2 \cdot (X_L)^2 + R^2 \cdot (X_L - X_C)^2}{R^2 \cdot (X_C)^2 \cdot (X_L)^2}}} \Rightarrow z = \frac{1}{\sqrt{\frac{(X_C)^2 \cdot (X_L)^2 + R^2 \cdot (X_L - X_C)^2}{R \cdot X_L \cdot X_C}}}$$

$$Z = \frac{R \cdot X_L \cdot X_C}{\sqrt{(X_C)^2 \cdot (X_L)^2 + R^2 \cdot (X_L - X_C)^2}}$$

Quando $X_L = X_C$ a impedância do circuito será igual a R , o circuito comporta-se como um circuito puramente resistivo, e portanto a tensão aplicada e a corrente estarão em fase. Esta situação é conhecida como **ressonância**.

A isso Markus esclarece afirmando:

As reatâncias X_L e X_C estão, fasorialmente, sempre defasadas de 180° entre si, de modo que a reatância predominante elimina o efeito da outra, reduzindo ou anulando o efeito total reativo do circuito (MARKUS, 2001).

Para exemplificar podemos observar o seguinte caso:

Um circuito RLC paralelo apresenta uma resistência de 40Ω , uma reatância indutiva de 100Ω e uma reatância capacitiva de 20Ω . Sabendo que a tensão aplicada é 100 V , determinar:

- corrente em cada componente do circuito,
- corrente total,
- impedância do circuito,
- o ângulo de defasagem,
- o diagrama fasorial.

Solução:

a)

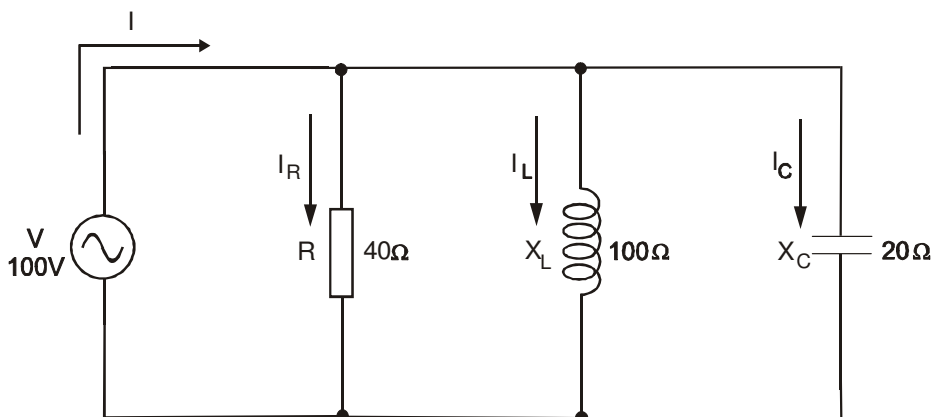


Figura 58 – Representação do circuito

$$I_R = \frac{100}{40} = 2,5 \text{ A}$$

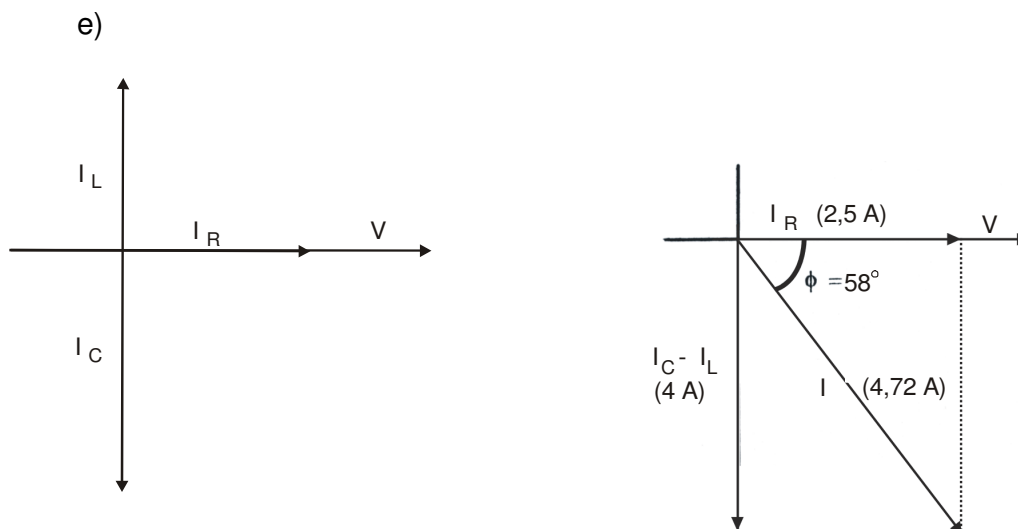
$$I_C = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{100}{100} = 1 \text{ A}$$

$$b) I = \sqrt{(I_R)^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{(2,5)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{6,25 + 16} \Rightarrow I = 4,72 \text{ A}$$

$$c) Z = \frac{V}{I} = \frac{100}{4,72} \Rightarrow Z = 21,23 \Omega$$

$$d) \cos \phi = \frac{I_R}{I} \Rightarrow \cos \phi = \frac{2,5}{4,72} \Rightarrow \cos \phi = 0,53 \Rightarrow \phi = \arccos 0,53 \Rightarrow \phi = 58^\circ$$



2.4.1.11 Circuitos mistos

Os circuitos mistos são circuitos mais elaborados, onde a análise fasorial torna-se bastante limitada pelo fato da resultante do sistema fasorial ser obtida por componentes que se encontram fora dos eixos coordenados. Dessa forma, fica bastante prejudicada e praticamente inviabilizada a aplicação das relações trigonométricas do triângulo retângulo.

A aprendizagem fica comprometida pela incapacidade de abstração do aprendiz, ou seja, na sua estrutura cognitiva, falta conhecimentos prévios para assimilação da nova informação. Sobre isso Ausubel afirma que:

Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Determine isso e ensine de acordo (AUSUBEL, 1978, p. 4).

2.4.2 Análise complexa

Como sabemos, um número complexo tem um módulo e um argumento (ângulo), que é semelhante a um fasor que apresenta um módulo e um ângulo inicial, possibilitando, assim, a representação de um sinal senoidal por um número complexo. O número complexo representa o sinal de uma maneira mais simples, informando a sua amplitude e o ângulo inicial, elementos necessários para operarmos sinais diferentes.

Vimos que num circuito alimentado por CA, puramente indutivo, a tensão está defasada de 90° em relação à corrente, ou seja, a corrente está atrasada 90° em relação à tensão.

Como a 1ª lei de Ohm também é válida para CA, temos que:

$$X_L = \frac{V_L}{I}$$

Considerando as grandezas envolvidas na forma polar de números complexos, temos:

$$X_L = \frac{V_L \angle 90^\circ}{I \angle 0^\circ} \Rightarrow X_L \angle 90^\circ$$

Transformando $X_L \angle 90^\circ$ (forma polar) para a forma algébrica, obtemos:

$$X_L \angle 90^\circ = X_L [\cos 90^\circ + i(\sin 90^\circ)]$$

$$X_L \angle 90^\circ = X_L i$$

Verificamos então que a defasagem provocada por um indutor em CA é sempre 90^0 , o que nos permite dizer que a reatância indutiva X_L tem somente parte imaginária positiva.

Analisamos também que num circuito puramente capacitivo alimentado por CA também ocorre um defasamento angular entre a tensão e a corrente, neste caso, a corrente está adiantada 90^0 em relação à tensão.

Aproveitando-nos novamente da validade da 1ª lei de Ohm para CA, temos que:

$$X_C = \frac{V_C}{I}$$

O fato de a tensão e a corrente apresentarem ângulo de fase nos permite escrever essas grandezas na forma polar de números complexos.

$$X_C = \frac{V_C \angle -90^0}{I \angle 0^0} \Rightarrow X_C \angle -90^0$$

Transformando $X_C \angle -90^0$ (forma polar) para a forma algébrica temos:

$$X_C \angle -90^0 = X_C \cdot \{\cos(-90^0) + i[\sin(-90^0)]\}$$

$$X_C \angle 90^0 = -X_C \cdot i$$

Verificamos, então, que a defasagem provocada por um capacitor em CA é sempre -90^0 , sendo possível afirmar que a reatância capacitiva X_C tem somente parte imaginária negativa.

Conseqüentemente, ao analisarmos o comportamento da corrente em relação à tensão num circuito puramente resistivo podemos considerar que não existe defasamento angular entre essas grandezas elétricas, pois a única oposição

encontrada pela corrente é a própria resistência do resistor. Nessas condições, a corrente não se adianta nem se atrasa em relação à tensão, ou seja, estão em fase uma em relação à outra.

Aplicando a 1ª lei de Ohm num circuito resistivo temos que:

$$R = \frac{V_R}{I}, \text{ que pode ser escrita na forma polar de números complexos.}$$

$$R = \frac{V_R \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} \Rightarrow R \angle 0^\circ$$

Podemos transformar $R \angle 0^\circ$ (forma polar) para a forma algébrica, obtendo-se assim:

$$R \angle 0^\circ = R(\cos 0^\circ + i \operatorname{sen} 0^\circ)$$

$$R \angle 0^\circ = R$$

Concluimos então que o valor da resistência é um número complexo com a parte imaginária nula, ou seja, um número real localizado na parte positiva do eixo real. A reatância indutiva X_L com a parte real nula é localizada na parte positiva do eixo imaginário, enquanto que a reatância capacitiva X_C pode ser representada por um número complexo de parte real nula e situado na parte negativa do eixo imaginário.

Dessa forma, podemos substituir os valores dos componentes RLC de um circuito por números complexos na forma algébrica possíveis de serem transformados para a forma polar, a fim de facilitar as operações necessárias para a resolução do circuito.

A solução de um circuito em CA não ocorre de maneira simples como se o mesmo fosse alimentado por CC, pois devemos considerar os defasamentos angulares entre a tensão e a corrente, o que nos remete a analisá-lo, fasorialmente, na ótica da trigonometria, que para circuitos mais elaborados torna-se bastante limitada e praticamente inviável.

A solução dos circuitos em CA pela análise complexa se dá com a mesma simplicidade de solução dos circuitos em CC, pois operamos as grandezas elétricas com valores na forma polar de números complexos, facilitando significativamente a solução.

Por exemplo, o circuito RLC da figura 59 pode ter suas grandezas representadas por números complexos para facilitar a solução.

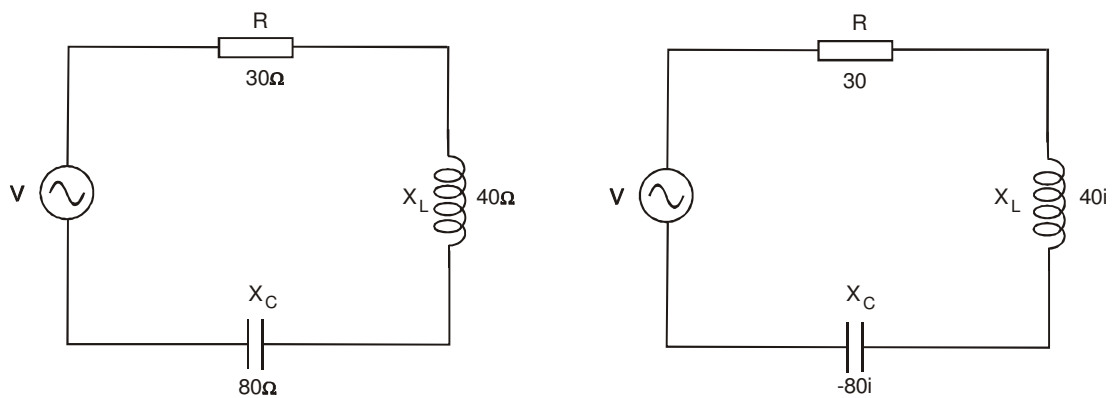


Figura 59 – Representação de um circuito RLC série por números complexos

$$Z = R + X_L + X_C \Rightarrow Z = 30 + 40i - 80i$$

$$Z = 30 - 40i$$

$$|Z| = \sqrt{30^2 + (-40)^2} \Rightarrow Z = 50 \Omega$$

$$\phi = \arctg \frac{-40}{30} \Rightarrow \phi \cong -53^\circ$$

$$Z = 50 \angle -53^\circ \Omega$$

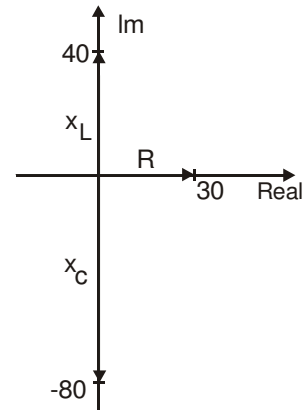


Figura 60 – Diagrama fasorial

A álgebra dos números complexos permite representar e operar vetores no plano. Possibilita que grandezas que variam senoidalmente em função do tempo, sejam representados por vetores bidimensionais (fasores). É mais fácil operar com números complexos de diferentes módulos e argumentos do que operar com funções trigonométricas (senos e cossenos) de diferentes amplitudes e fases.

Sintetizando, Markus diz:

Os **números complexos**, por sua vez, têm **duas** dimensões, sendo uma real e outra imaginária. Por isso, eles devem ser representados num plano cartesiano formado por um eixo horizontal **real Re** e por um eixo vertical **imaginário Im** (MARKUS, 2000, p. 25, grifos do autor).

A grande vantagem da análise complexa sobre a fasorial é a característica que o número complexo tem, na sua forma polar, de apresentar o módulo e o argumento (ângulo), simultaneamente, o que facilita extremamente as operações a

serem efetuadas nos circuitos que apresentam mais de uma malha de impedâncias¹⁰..

A seguir, faremos a análise fasorial e complexa de um mesmo circuito RLC misto com o objetivo de evidenciar as vantagens da segunda em relação à primeira.

Na figura 61, são dados: $R_1=30 \Omega$, $X_{L_1} = 10 \Omega$, $R_2= 40 \Omega$ e $X_{L_2} = 70 \Omega$. Na qual podemos exemplificar a resolução determinando:

- a corrente em cada ramo,
- a corrente total consumida,
- a impedância do circuito,
- o ângulo da fase do circuito

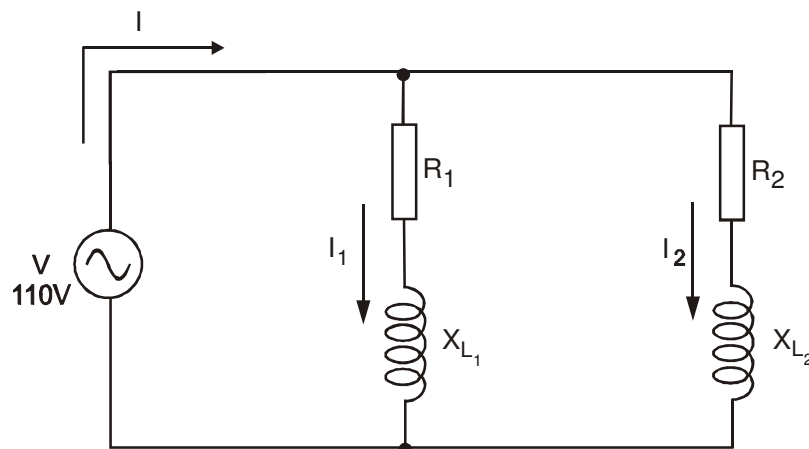


Figura 61 – Circuito misto

¹⁰Circuitos mistos

Análise fasorial

Solução: Consideremos Z_1 a impedância do primeiro ramo e Z_2 a impedância do segundo ramo)

a) cálculo da corrente em cada ramo:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L_1}^2} \Rightarrow Z_1 = \sqrt{30^2 + 10^2} \Rightarrow Z_1 = \sqrt{1000} \Rightarrow Z_1 = 31,62 \Omega$$

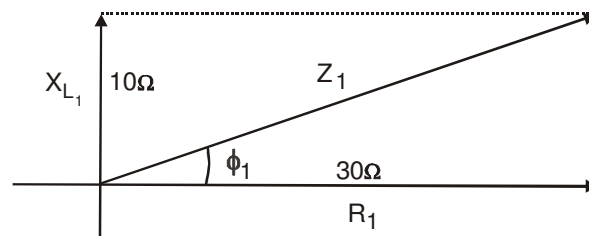
$$I_1 = \frac{V}{Z_1} \Rightarrow I_1 = \frac{110}{31,62} \Rightarrow I_1 = 3,48 \text{ A}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{L_2}^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{40^2 + 70^2} \Rightarrow Z_2 = \sqrt{6500} \Rightarrow Z_2 = 80,62 \Omega$$

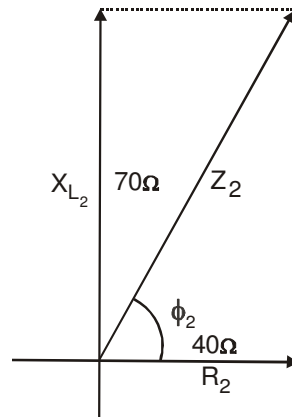
$$I_2 = \frac{V}{Z_2} \Rightarrow I_2 = \frac{110}{80,62} \Rightarrow I_2 = 1,36 \text{ A}$$

b) cálculo da corrente total:



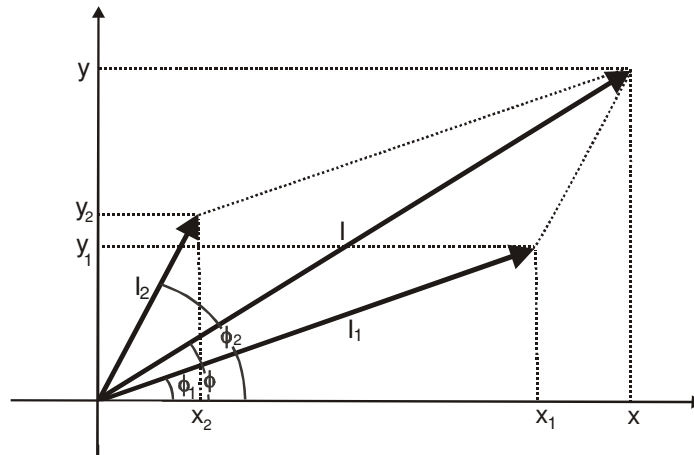
$$\cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} \Rightarrow \cos \theta_1 = \frac{30}{31,62} \Rightarrow \cos \phi_1 = 0,948$$

$$\phi_1 = \arccos 0,948 \Rightarrow \phi_1 \cong 18,5^\circ$$



$$\cos \phi_2 = \frac{R_2}{Z_2} \Rightarrow \cos \phi_2 = \frac{40}{80,62} \Rightarrow \cos \phi_2 = 0,496$$

$$\phi_2 = \arccos 0,496 \Rightarrow \phi_2 \cong 60,26^\circ$$



$$\cos \phi_1 = \frac{x_1}{I_1} \Rightarrow \cos 18,5^\circ = \frac{x_1}{3,48} \Rightarrow 0,948 = \frac{x_1}{3,48} \Rightarrow 0,948 \cdot 3,48 = x_1 \Rightarrow x_1 = 3,3$$

$$\sin \phi_1 = \frac{y_1}{I_1} \Rightarrow \sin 18,5^\circ = \frac{y_1}{3,48} \Rightarrow 0,318 = \frac{y_1}{3,48} \Rightarrow 0,318 \cdot 3,48 = y_1 \Rightarrow y_1 = 1,1$$

$$\cos \phi_2 = \frac{x_2}{I_2} \Rightarrow \cos 60,26^\circ = \frac{x_2}{1,36} \Rightarrow 0,496 = \frac{x_2}{1,36} \Rightarrow 0,496 \cdot 1,36 = x_2 \Rightarrow x_2 = 0,674$$

$$\sin \phi_2 = \frac{y_2}{I_2} \Rightarrow \sin 60,26^\circ = \frac{y_2}{1,36} \Rightarrow 0,868 = \frac{y_2}{1,36} \Rightarrow 0,868 \cdot 1,36 = y_2 \Rightarrow y_2 = 1,18$$

$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow x = 3,3 + 0,674 \Rightarrow x = 3,974$$

$$y = y_1 + y_2 \Rightarrow y = 1,1 + 1,18 \Rightarrow y = 2,28$$

$$I = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow I = \sqrt{(3,974)^2 + (2,28)^2} \Rightarrow I = \sqrt{20,99} \Rightarrow I = 4,58 \text{ A}$$

c) cálculo da impedância:

$$Z = \frac{V}{I} \Rightarrow Z = \frac{110}{4,58} \Rightarrow Z = 24,01 \Omega$$

d) cálculo do ângulo de fase:

$$\cos \phi = \frac{x}{I} \Rightarrow \cos \phi = \frac{3,974}{4,58} \Rightarrow \cos \phi = 0,867$$

$$\phi = \arccos 0,867 \Rightarrow \phi \cong 29,8^\circ$$

Análise complexa

Analisaremos agora, o circuito anterior pela abordagem complexa, levando em consideração que no plano de Argand-Gauss dos números complexos, a reatância é uma grandeza puramente imaginária, ou seja, não apresenta parte real, ao contrário da resistência que é uma grandeza real. A reatância indutiva está defasada de 180° em relação a reatância capacitiva, a primeira sobre a parte positiva do eixo imaginário e a segunda sobre a parte negativa do mesmo.

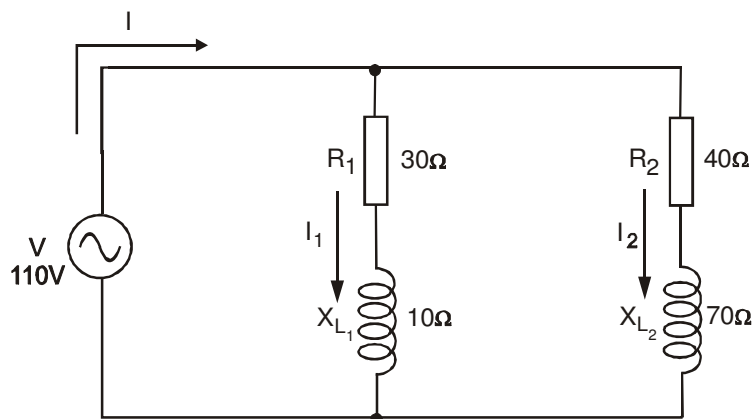


Figura 62 – Representação do circuito

a) cálculo da corrente em cada ramo:

$$Z_1 = 30 + 10i \Rightarrow |Z_1| = \sqrt{30^2 + 10^2} \Rightarrow Z_1 = 31,622 \angle 18,43^\circ \Omega$$

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} \Rightarrow I_1 = \frac{110 \angle 0^\circ}{31,622 \angle 18,43^\circ} \Rightarrow I_1 = 3,48 \angle -18,43^\circ \text{ A}$$

$$Z_2 = 40 + 70i \Rightarrow |Z_2| = \sqrt{40^2 + 70^2} \Rightarrow Z_2 = 80,622 \angle 60,25^\circ \Omega$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} \Rightarrow I_2 = \frac{110 \angle 0^\circ}{80,622 \angle 60,25^\circ} \Rightarrow I_2 = 1,36 \angle -60,25^\circ \text{ A}$$

b) cálculo da impedância:

$$Z = Z_1 // Z_2$$

$$Z = \frac{31,622 \angle 18,43^\circ \cdot 80,622 \angle 60,25^\circ}{30 + 10i + 40 + 70i} \Rightarrow Z = \frac{2549,42 \angle 78,68^\circ}{70 + 80i}$$

$$Z = \frac{2549,42 \angle 78,68^\circ}{106,3 \angle 48,8^\circ} \Rightarrow Z = 24 \angle 29,8^\circ \Omega$$

c) cálculo da corrente total:

$$I = \frac{V}{Z} \Rightarrow I = \frac{110 \angle 0^\circ}{24 \angle 29,8^\circ} \Rightarrow I = 4,58 \angle -29,8^\circ \text{ A}$$

d) cálculo do ângulo de fase:

O ângulo de fase é obtido diretamente pelo cálculo de Z ou I , no caso, $\phi \cong 29,8^\circ$.

Alertamos, porém, para o fato de sempre relacionarmos o módulo e o argumento de um número complexo com o fasor e o ângulo de fase das grandezas que estão sendo operadas. Caso contrário, a análise complexa não passa de um exercício matemático.

3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

3.1 Plano de análise dos dados

O presente capítulo trata da análise e discussão dos dados coletados pelos instrumentos de investigação. Considerando que a pesquisa foi, predominantemente, de cunho quantitativo, tornou-se necessário recorrer a modelos estatísticos para melhor compreensão e extração da significância das relações entre os dados coletados.

As principais técnicas utilizadas foram tabelas de frequência simples e cruzadas, o teste qui-quadrado¹¹, o teste t-student¹² para médias e o teste não-paramétrico de Spearman¹³. No instrumento, foi utilizada a escala ordinal conhecida como escala Likert de extremos 1 e 5. O banco de dados foi estruturado no Microsoft excel e a análise foi realizada no pacote estatístico SPSS 10.0.

3.2 Do Instrumento de Pesquisa A - Delineamento dos participantes

O instrumento de pesquisa A consta de um questionário distribuído aos professores. Sua intenção foi a de descobrir o perfil demográfico-profissional dos docentes de Eletricidade. Procurou-se identificar as metodologias utilizadas, bem como os sucessos e fracassos obtidos com o uso dessas metodologias. Visou, também, investigar a possibilidade de implantação da análise complexa.

¹¹ O teste qui-quadrado verifica a associação entre duas variáveis qualitativas organizadas na forma de uma tabela cruzada.

¹² O teste t-student compara duas médias populacionais a partir de duas amostras.

¹³ O teste não-paramétrico de Spearman identifica a relação entre duas variáveis de uma mesma população

3.2.1 Perfil do grupo de professores de Eletricidade

Os questionários foram distribuídos em 32¹⁴ escolas localizadas em 25 municípios do Estado do Rio Grande do Sul. A escolha recaiu sobre esses educandários por serem instituições que oferecem cursos técnicos nos quais se ensina a disciplina de Eletricidade que trata da análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada (CA).

Tabela 1

Distribuição dos entrevistados por municípios e mantenedoras

MUNICÍPIO	MANTENEDORA				TOTAL
	Federal	Estadual	Particular	Outra	
Caxias do Sul	0 0,0 %	0 0,0 %	3 12,5 %	0 0,0 %	3 4,1 %
Charqueadas	0 0,0 %	0 0,0 %	1 4,2 %	0 0,0 %	1 1,4 %
Porto Alegre	0 0,0 %	6 14,0 %	5 20,8 %	0 0,0 %	11 14,9 %
Osório	0 0,0 %	2 4,7 %	0 0,0 %	0 0,0 %	2 2,7 %
Farroupilha	0 0,0 %	0 0,0 %	2 8,3 %	0 0,0 %	2 2,7 %
Salto do Jacuí	0 0,0 %	3 7,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 4,1 %
Canoas	0 0,0 %	0 0,0 %	3 12,5 %	0 0,0 %	3 4,1 %
Santo Ângelo	0 0,0 %	4 9,3 %	0 0,0 %	0 0,0 %	4 5,4 %
Panambi	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	1 100,0%	1 1,4 %

¹⁴ Das 32 Escolas onde ocorre a disciplina de Eletricidade, apenas 4 instituições não responderam o instrumento de investigação.

CIDADE	MANTENEDORA (continuação)				TOTAL
	Federal	Estadual	Particular	Outra	
Montenegro	0 0,00 %	3 7,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 4,1 %
São Leopoldo	0 0,00 %	4 9,3 %	0 0,0 %	0 0,0 %	4 5,4 %
Novo Hamburgo	0 0,00 %	4 9,3 %	0 0,0 %	0 0,0 %	4 5,4%
Portão	0 0,00 %	3 7,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 4,1 %
Passo Fundo	0 0,0 %	2 4,7 %	0 0,0 %	0 0,0 %	2 2,7 %
Ijuí	0 0,0 %	2 4,7 %	0 0,0 %	0 0,0 %	2 2,7 %
Taquara	0 0,0 %	5 11,6 %	0 0,0 %	0 0,0 %	5 6,8 %
Rio Grande	2 33,3 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	2 2,7 %
Erechim	0 0,0 %	2 4,7 %	1 4,2 %	0 0,0 %	3 4,1 %
Gravataí	0 0,0 %	0 0,0 %	2 8,3 %	0 0,0 %	2 2,7 %
Lajeado	0 0,0 %	0 0,0 %	2 8,3 %	0 0,0 %	2 2,7 %
Vacaria	0 0,0 %	3 7,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 4,1 %
Pelotas	3 50,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 4,1 %
Sapuçaia	0 0,0 %	0 0,0 %	4 16,7 %	0 0,0 %	4 5,4 %
Santa Cruz do Sul	0 0,0 %	0 0,0%	1 4,2 %	0 0,0 %	1 1,4 %
Santa Maria	1 16,7 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	1 1,4 %
TOTAL	6 100,0%	43 100,0%	24 100,0%	1 100,0%	74 100,0%

O tempo de serviço dos docentes é bastante variado. A média é de 9,15¹⁵ anos de exercício do magistério. Os extremos variam entre 1 ano até 33 anos de experiência. A grande maioria (89,18%) tem seu tempo de atuação apenas na Educação Profissional.

Tabela 2

Distribuição entre o tempo de atuação e o exercício da profissão

EXERCÍCIO	TEMPO DE ATUAÇÃO DOS PROFESSORES				PROFESSORES
	Mínimo	Médio	Máximo	Desvio Padrão	
Cursos de Formação Geral	1,00	9,15	33,00	7,287	74
Cursos Técnicos	1,00	8,31	33,00	6,063	74

Sobre os cursos em que os professores lecionam observa-se a seguinte distribuição:

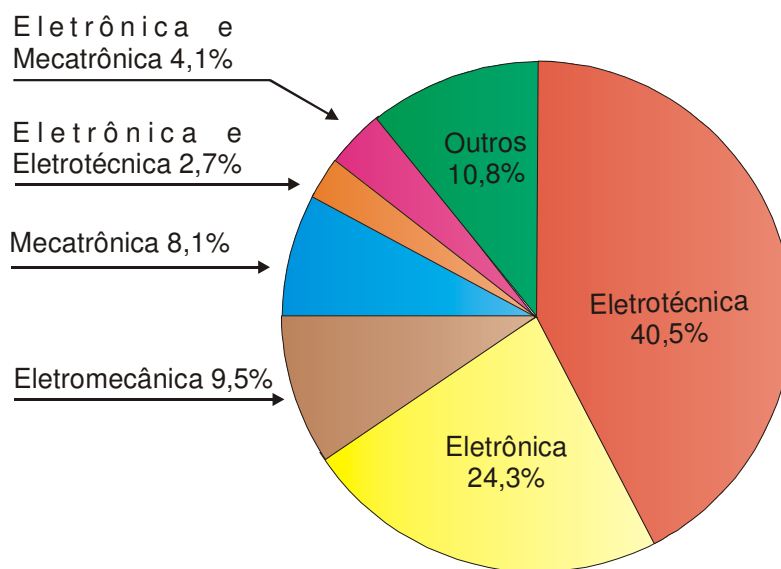


Figura 63 - Gráfico da distribuição dos professores por cursos de atuação

¹⁵Desvio Padrão igual 7,287

Quanto à formação, 8,1% dos professores possuem apenas o Ensino Médio; 25,7% estão cursando a graduação; 29,7% têm a graduação concluída e 36,5% estão cursando ou possuem pós-graduação.

Verifica-se, no gráfico, que 33,8 % dos professores não são habilitados para atuar na Educação Profissional, talvez pela falta de formação docente. Pelos dados coletados, observa-se também que uma parcela considerável dos professores que possuem graduação concluída e até mesmo pós-graduação não são habilitados especificamente para a Educação Profissional, possuem apenas formação técnica e não pedagógica.

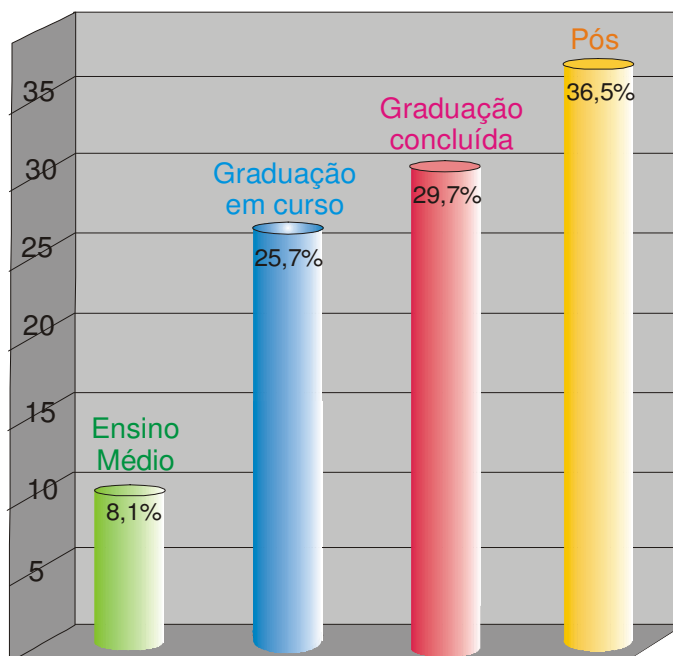


Figura 64 - Gráfico da distribuição de professores de acordo com sua formação

Na figura a seguir se verifica a distribuição dos professores de acordo com a esfera de manutenção da instituição. Observa-se, nesse gráfico, o Governo Estadual

como principal mantenedora da Educação Profissional. Isso se deve ao fato de que o Ensino Profissionalizante é parte do processo integral de formação dos trabalhadores, devendo, portanto, ser compreendido como uma política pública e estratégica.

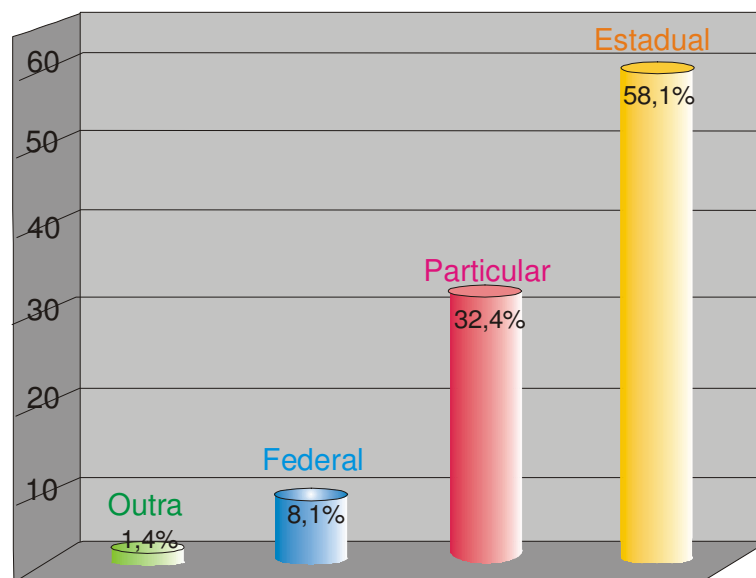


Figura 65 - Gráfico de distribuição de professores por esfera de manutenção

Ao investigarmos a relação entre a mantenedora das escolas e a formação dos professores, utilizamos o teste qui-quadrado, cujo princípio básico é comparar divergências entre as freqüências observadas e as esperadas. De uma maneira geral, pode-se dizer que dois grupos se comportam de forma semelhante se as diferenças entre as freqüências observadas e as esperadas em cada categoria forem muito pequenas, próximas a zero. Na aplicação do teste foi obtido um coeficiente p de 0,000, o que indica uma forte associação entre essas variáveis. Assim, pode-se inferir através da análise de dados da Tabela 3, que os professores mais titulados estão nas instituições privadas e públicas federais, ao contrário das escolas estaduais.

Tabela 3

Relação entre a mantenedora e a formação do professor

FORMAÇÃO	MANTENEDORA				PROFESSORES
	Federal	Estadual	Particular	Outra	
Ensino Médio	0 0,0 %	6 14,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	6 8,1 %
Graduação em Curso	0 0,0 %	18 41,9 %	1 4,2 %	0 0,0 %	19 25,7 %
Graduação Concluída	1 16,7 %	12 27,9 %	8 33,3 %	1 100,0 %	22 29,7 %
Pós-Graduação	5 83,3 %	7 16,3 %	15 62,5 %	0 0,0 %	27 36,5 %
TOTAL	6 100,0 %	43 100,0 %	24 100,0 %	1 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas
Estatística qui-quadrado = 30,23

Valor de p = 0,000

Dentre os entrevistados, a maior parcela constitui-se de homens, em torno de 93,2%. As mulheres, por sua vez, representam uma parcela bem menos significativa, de apenas 6,8%, dos professores de Eletricidade.

Tabela 4

Relação entre o sexo e a formação do professor

FORMAÇÃO	SEXO		TOTAL
	Masculino	Feminino	
Ensino Médio	6 8,7 %	0 0,0 %	6 8,1 %
Graduação em Curso	17 24,6 %	2 40,0 %	19 25,7 %
Graduação Concluída	20 29,0 %	2 40,0 %	22 29,7 %
Pós-graduação	26 37,7 %	1 20,0 %	27 36,5 %
TOTAL	69 100,0 %	5 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas

Em relação ao sexo e à formação, 40% das mulheres estão cursando a graduação, 40% possui a graduação concluída e os restantes 20% têm pós-graduação. Dentre os homens, 8,7 % têm apenas o Ensino Médio; 24,6% estão com a graduação em andamento; 29% têm a graduação concluída e 37,7% têm pós-graduação.

3.2.2 Da metodologia de ensino empregada

Nas respostas para a questão “Qual a metodologia aplicada para a resolução de circuitos em CA?” 38 entrevistados dizem utilizar a análise fasorial, o que corresponde a 51,4% do universo pesquisado; 24 entrevistados (32,4%) dizem utilizar várias metodologias para a resolução dos circuitos de corrente alternada; 2 entrevistados (2,7%) dizem utilizar simulações em softwares e outros 10 entrevistados (13,5%) dizem utilizar a análise complexa.

Verifica-se que os dados coletados apontam a análise fasorial como a metodologia mais utilizada pelos professores na resolução de circuitos elétricos.

Analisar circuitos RLC mistos, na ótica dos fasores, significa envolver conhecimentos matemáticos mais elaborados, enquanto que os números complexos apontam soluções mais simples. O que justifica trilhar o caminho mais difícil? Correlações e testes estatísticos entre os dados coletados podem responder essa questão.

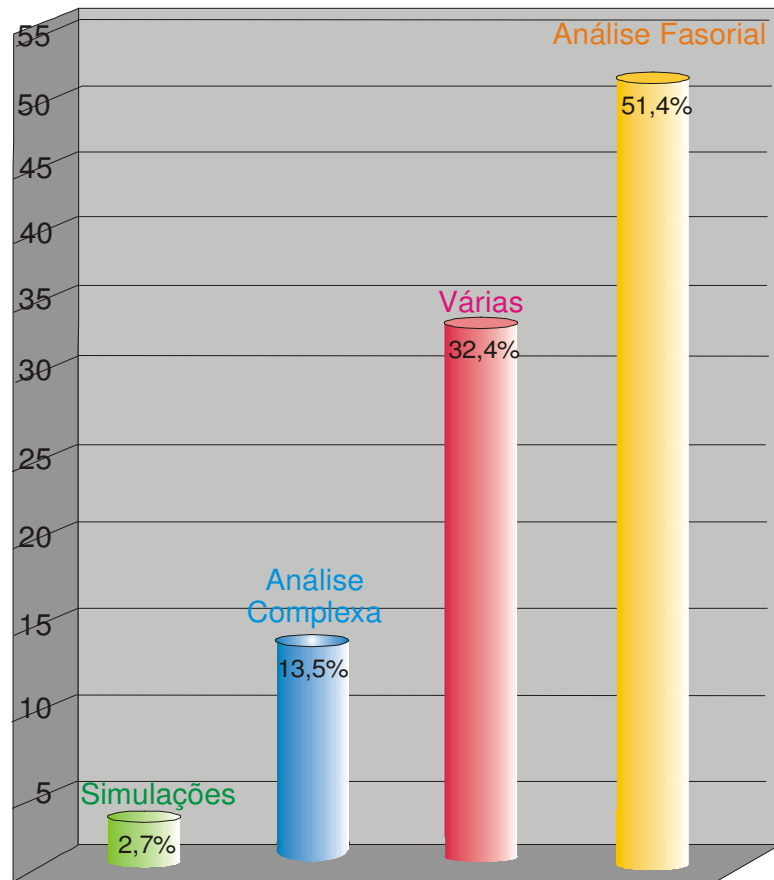


Figura 66 - Gráfico de distribuição de professores de acordo com a metodologia empregada

Cruzando os dados entre a formação e a metodologia empregada, o teste qui-quadrado resulta em um valor de p igual a 0,002, o que indica uma relação fortemente significativa entre essas duas variáveis. Observando os dados da tabela a seguir podemos notar que os professores que utilizam a análise complexa na resolução de circuitos em corrente alternada são os que possuem pós-graduação. A quase totalidade dos professores que possuem apenas o ensino médio (83,3%) valem-se da análise fasorial.

Tabela 5

Relação entre a formação do professor e a metodologia empregada.

METODOLOGIA	FORMAÇÃO				PROFESSORES
	Ensino Médio	Graduação em Curso	Graduação Concluída	Pós-Graduação	
Análise Fasorial	5 83,3 %	14 73,7 %	10 45,5 %	9 33,3 %	38 51,4 %
Análise Complexa	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	10 37,0 %	10 13,5 %
Simulações	0 0,0 %	0 0,0 %	1 4,5 %	1 3,7 %	2 2,7 %
Várias	1 16,7 %	5 26,3 %	11 50,0 %	7 25,9 %	24 32,4 %
TOTAL	6 100,0 %	19 100,0 %	22 100,0 %	27 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas
Estatística qui-quadrado = 26,48

Valor de $p = 0,002$

Ao se perguntar sobre a possibilidade de relacionar o fasor resultante de um circuito RLC e o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente com o módulo e o argumento de um número complexo da forma $z=a+bi$ as respostas obtidas foram na base de 93,2% para sim e 6,8% para não.

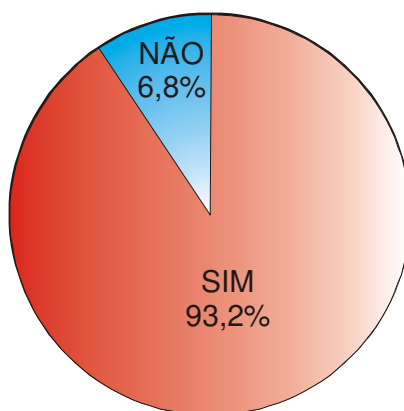


Figura 67 - Gráfico da relação entre fasor resultante e o módulo de z

Esse dado é extremamente significativo, pois demonstra que os professores compreendem, em sua grande maioria, a utilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos. No entanto, comparando essa informação com a da tabela anterior, que indica a não utilização da análise complexa por uma fatia considerável do número dos professores, pode-se inferir que lhes falta o conhecimento pedagógico e metodológico para a aplicação prática ao ensino, seja isso por desconhecimento do professor ou a - o que se arriscaria supor- problemas nos cursos de formação docente.

No instrumento de pesquisa verifica-se que os entrevistados dizem que 50 % das escolas não estão preocupadas com a formação continuada, enquanto que a outra metade das escolas se preocupa. Essa desconsideração dos educandários em relação à formação de seus professores repercute em problemas como o citado anteriormente, de um despreparo pedagógico iminente e que poderá ser observado através das análises de dados posteriores.

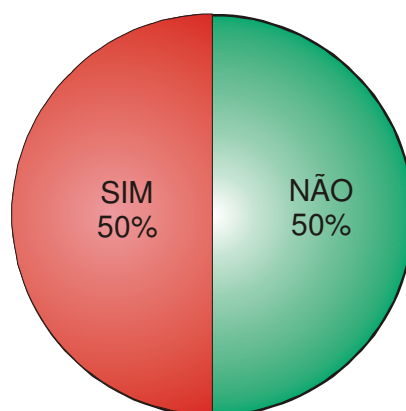


Figura 68 - Gráfico que representa a preocupação das escolas com a formação continuada

Ao se investigar mais profundamente esta questão, podemos verificar que há uma relação direta entre a esfera de manutenção e a oferta de cursos de formação continuada.

Tabela 6

Relação entre a mantenedora e a oferta de cursos de formação continuada

FORMAÇÃO	MANTENEDORA				PROFESSORES
	Federal	Estadual	Particular	Outra	
SIM	2 33,3%	12 27,9%	22 91,7%	1 100,0%	37 50%
NÃO	4 66,7%	31 72,1%	2 8,3%	0 0,0%	37 50%
TOTAL	6 100,0 %	43 100,0 %	24 100,0 %	1 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas

Observando com atenção os dados da tabela acima, percebe-se que as escolas da rede pública (estadual e federal) não apresentam programas de formação *a posteriori* para seus professores. Dos entrevistados da rede pública, 71,4% alega não haver a disponibilidade de cursos de atualização. Já na rede privada, 91,7% dos professores indicam a oferta de cursos de formação oferecidos pelas instituições na qual trabalham.

3.2.3 Quanto à aprendizagem do aluno

Quanto ao nível de entendimento dos alunos (em escala ordinal Likert)

obteve-se uma média de 3,44¹⁶ (conforme tabela abaixo), o que indica que os professores acreditam em um entendimento mediano por parte dos alunos.

Durante a montagem do instrumento de coleta de dados, esteve sempre presente o referencial teórico subjacente a essa dissertação. Conforme consta no capítulo 2, o embasamento teórico se dá através da teoria de David Ausubel. Assim, não poderia ser ignorado o conceito-chave dessa teoria, que é o conhecimento prévio dos alunos. Procurou-se, então, investigar as percepções dos professores acerca do conhecimento prévio de seus alunos e que são indispensáveis para a compreensão dos circuitos em corrente alternada.

Tabela 7

Percepção dos professores acerca do conhecimento prévio dos alunos

			Média		
Importância da Indução Eletromagnética	Não Importante	1	4,31	5	Muito Importante
Relação entre Tensão e Corrente	Difícil	1	4,24	5	Fácil
Conceitos Capacitância/ Indução Eletromagnética	Nunca	1	4,16	5	Sempre
Ensinar as operações básicas com n ^{os} complexos	Impossível	1	4,29	5	Possível
Capacitor defasando Tensão e Corrente no circuito RL	Pouco claro	1	3,66	5	Muito claro
Conceito de Ressonância nos circuitos RLC	Nunca	1	3,43	5	Sempre
Nível de entendimento dos alunos em circuitos de CA	Baixo	1	3,44	5	Alto

Para a pergunta “A análise e resolução do circuito RLC misto é de fácil entendimento para o aluno?” 74,3% dos entrevistados dizem que não, de forma que apenas 25,7% acreditam que sim. Para a pergunta “A relação entre tensão/intensidade de corrente num circuito puramente resistivo é de fácil assimilação pelos alunos?” As respostas foram dadas em uma escala Likert variante entre 1 (difícil) e 5 (fácil) tendo-se como resposta mínima 3 e máxima 5; a média

¹⁶ Desvio Padrão = 0,86

obtida foi de 4,24¹⁷ (tabela 7), o que parece evidenciar que os alunos têm relativa facilidade na compreensão da relação entre tensão e corrente. Ao perguntar-se “Para o aluno, o conceito de capacitor e a alteração que provocará na defasagem da tensão e da corrente, quando intercalado em um circuito RL, está claro?” as respostas também foram feitas em uma escala Likert variante entre 1 e 5, sendo 1 a extremidade referente a pouco claro e 5 a extremidade referente a muito claro. As respostas giraram entre 2 e 5, com uma média de 3,66¹⁸ (tabela 7). Para a pergunta “O aluno tem idéia de que a bobina num circuito indutivo interfere na potência dissipada pelo circuito?” As respostas indicam que 78,4% dos entrevistados acreditam que seus alunos tenham compreensão sobre a relação entre circuito indutivo e a potência. Esses dados permitem inferir que uma parcela considerável dos estudantes possui conhecimentos prévios sobre o assunto abordado e que podem servir como ancoradouros de novos conhecimentos, por exemplo, a análise complexa.

No entanto, há mais relações que se possa imaginar. Valendo-se do teste não-paramétrico de Spearman¹⁹ é possível obter a íntima relação entre esses múltiplos conceitos que envolvem os conhecimentos prévios dos alunos. Essa relação que os dados evidenciam mostra a profundidade da teoria de David Ausubel (1982) ao falar da estrutura cognitiva como uma rede de conceitos interligados e fortemente entrelaçados. Vê-se, por exemplo, que a relação entre intensidade de corrente e tensão é diretamente proporcional à compreensão de vários conceitos, tais como capacitância, indução eletromagnética e outros.

¹⁷ Desvio Padrão = 0,74

¹⁸ Desvio Padrão = 0,88

¹⁹ O teste de Spearman apresenta relação quando o valor de rho é inferior a 0,05. No entanto, quando esse índice é inferior a 0,01, a relação indica padrões altamente significativos.

Esta página contempla a Tabela 8. Ela encontra-se em outro arquivo devido a especificidade da formatação

Ao cruzar as informações entre o que os professores acham do nível de entendimento de seus alunos e a metodologia que empregam, obtêm-se os seguintes números:

Tabela 9

Metodologia empregada x entendimento dos alunos

NÍVEL DE ENTENDIMENTO	METODOLOGIA			PROFESSORES
	Fasorial	Complexa	Várias	
1- Baixo	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
2	7 18,4 %	0 0,0 %	0 0,0 %	7 9,7 %
3	21 55,3 %	2 20,0 %	13 54,2 %	36 50,0 %
4	9 23,7 %	0 0,0 %	9 37,5 %	18 25,0 %
5- Alto	1 2,6 %	8 80,0 %	2 8,3 %	11 15,3 %
TOTAL	38 100,0 %	10 100,0 %	24 100,0 %	72 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas
Estatística qui-quadrado = 47,609

Valor de $p = 0,000$

Ao analisar a tabela acima se pode inferir que os professores que utilizam a análise complexa tendem a acreditar que seus alunos têm um nível de entendimento muito elevado, 80% dos entrevistados que utilizam análise complexa responderam o máximo da Escala Likert para o nível de entendimento dos alunos. As demais metodologias não apresentam um padrão de resposta em relação ao nível de entendimento de seus alunos, sendo que as respostas se distribuem de forma

dispersa ao longo da Escala Likert, com uma tendência ao nível 3, que é o ponto médio da tabela.

3.2.4 Quanto à possibilidade de ensinar números complexos

Além dos conhecimentos prévios inerentes aos circuitos de corrente alternada, é importante descobrir o que os docentes pensam acerca do aprendizado de seus alunos, especificamente em relação aos números complexos. Ao serem inquiridos sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos na análise complexa em função dos números complexos, os professores respondem não terem estudado (13,5%), não terem entendido números complexos (17,6%), não terem tido noção de aplicabilidade de número complexos no momento em que estudaram (41,9%), mais de uma das opções acima (24,3%) e outras (2,7%).

Na verdade esses dados reforçam a afirmação feita na introdução desse trabalho, onde se aborda que o ensino de matemática se dá em função dele mesmo, sem qualquer contextualização. Esses processos de ensino equivocados, onde a aprendizagem ocorre de forma mecanizada, não geram conhecimentos prévios para que uma nova informação encontre neles ancoragem para uma aprendizagem significativa. Isso se justifica pelo alto percentual dos professores que apontam o maior entrave para os alunos não entenderem a análise complexa como sendo a falta de entendimento de números complexos e, principalmente, não terem percebido sua aplicabilidade quando estudaram.

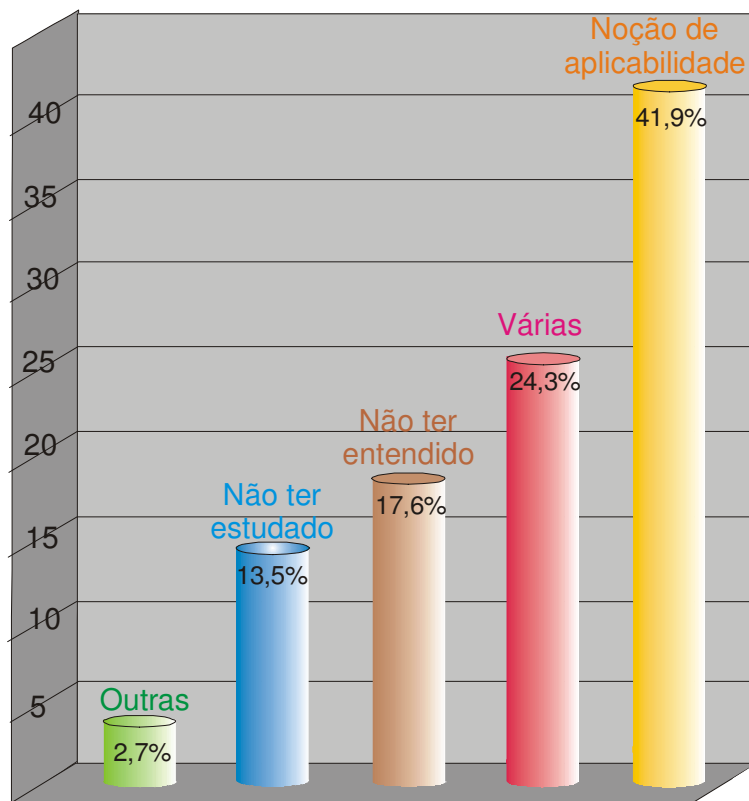


Figura 69 - Gráfico das dificuldades da análise complexa em função do conhecimento de números complexos

Ao cruzar os dados referentes a essa questão com as respostas dadas sobre a possibilidade de ensinar noções e operações básicas com números complexos, percebe-se que os professores constataam a menor possibilidade (2 na escala de 1 a 5) naqueles que se enquadram na categoria de *não ter estudado números complexos, não ter noção de aplicabilidade* ou *várias*. Como a média obtida para a possibilidade de ensinar números complexos foi de 4,29 (tabela 7), verificamos que as dificuldades apresentadas pelos alunos não são impeditivo de seu uso.

Tabela 10

Dificuldade na análise complexa x Possibilidade de ensinar números complexos

POSSIBILIDADE DE ENSINAR N ^{OS} COMPLEXOS	DIFICULDADES NA ANÁLISE COMPLEXA					TOTAL
	Não ter estudado números complexos	Não ter entendido números complexos	Não ter noção da aplicabilidade dos números complexos	Outras	Várias	
1-Impossível	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0%	0 0,0 %
2	5 50,0 %	0 0,0 %	2 6,5 %	0 0,0 %	1 5,6 %	8 10,8 %
3	1 10,0 %	3 23,1 %	3 9,7 %	1 50,0 %	2 11,1 %	10 13,5 %
4	0 0,0 %	1 7,7 %	5 16,1 %	0 0,00 %	2 11,1 %	8 10,8 %
5-Possível	4 40,0 %	9 69,2 %	21 67,7 %	1 50,0 %	13 72,2 %	48 64,9 %
TOTAL	10 100,0 %	13 100,0 %	31 100,0 %	2 100,0 %	18 100,0 %	74 100,0%

Obs.: Percentuais calculados nas colunas
Estatística qui-quadrado = 23,664

Valor de p = 0,023

No instrumento de pesquisa houve duas questões abertas que permitiram aos entrevistados dissertar sobre a aplicabilidade prática dos números complexos em corrente alternada e sobre as principais dificuldades dos alunos na compreensão de circuitos mistos. O padrão de resposta aponta para uma maioria absoluta que indica a falta de conhecimentos matemáticos (trigonometria, gráficos, vetores e outros) como principal obstáculo para a aprendizagem dos circuitos em corrente alternada. Essa inquietação dos docentes vem ao encontro do referencial teórico deste estudo, pois (AUSUBEL ,1978) afirma que caso se pudesse isolar o fator mais importante para a aprendizagem seria o conhecimento prévio, aquilo que o aluno já sabe. Nas questões anteriores verificou-se que os conhecimentos relativos aos circuitos em corrente alternada tais como capacitor, indução eletromagnética, bobina, ressonância, não apresentam maiores dificuldades pelos alunos. Dessa maneira,

tende-se a apontar como maior dificuldade para o uso de números complexos na resolução de circuitos mistos em corrente alternada às deficiências de conhecimentos matemáticos que são considerados como pré-requisitos aos estudantes da disciplina de Eletricidade.

Por fim, ao se perguntar para os docentes qual a possibilidade de se ensinar os números complexos para sua possível utilização na resolução dos circuitos em corrente alternada, as repostas foram dadas em escala Likert, com extremidades em 1 (impossível) e 5 (possível). As respostas variam entre 2 e 5 apresentando uma média de 4,29 (tabela 7). Ao cruzar-se os dados referentes a essa questão e às respostas dadas quanto à metodologia utilizada, verificou-se que os professores que se valem da análise fasorial são os que consideram mais difícil o ensino dos números complexos, enquanto que os que já utilizam a análise complexa têm suas respostas entre 4 e 5.

Tabela 11

Metodologia x Possibilidade de ensinar números complexos

METODOLOGIA	POSSIBILIDADE DE ENSINAR OPERAÇÕES BÁSICAS COM N ^{OS} COMPLEXOS EM ESCALA LIKERT		
	n	Média	Desvio-padrão
Análise Fasorial	38	4,05	1,16
Análise Complexa	10	4,80	0,63
Simulações em Softwares	2	4,50	0,71
Várias	24	4,45	1,02
TOTAL	74	4,29	1,07

Da mesma forma os professores que possuem apenas o ensino médio como formação respondem, em sua grande maioria, entre 2 e 3, aproximando-se muito da impossibilidade de se ensinar os números complexos.

Tabela 12

Formação x Possibilidade de ensinar números complexos

ENSINAR AS OPERAÇÕES BÁSICAS COM COMPLEXOS	FORMAÇÃO				TOTAL
	Ensino Médio	Graduação em Curso	Graduação Concluída	Pós-Graduação	
1-Impossível	0 0,0 %	0 0,0%	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
2	4 66,7 %	1 5,3 %	2 9,1 %	1 3,7 %	8 10,8 %
3	2 33,3 %	1 5,3 %	5 22,7 %	2 7,4 %	10 13,5 %
4	0 0,0 %	5 26,3 %	2 9,1 %	1 3,7 %	8 10,8 %
5-Possível	0 0,0 %	12 63,2 %	13 59,1 %	23 85,2 %	48 64,9 %
TOTAL	6 100,0 %	19 100,0 %	22 100,0 %	27 100,0 %	74 100,0 %

Obs.: Percentuais calculados nas colunas
Estatística qui-quadrado = 35,934

Valor de $p = 0,000$

Verifica-se também que 85,2% dos professores que possuem pós-graduação respondem que é perfeitamente possível²⁰ ensinar os números complexos.

Analisando os dados acima expostos, percebe-se que os professores acreditam na possibilidade de resolução dos circuitos em corrente alternada através de números complexos mesmo quando os alunos não apresentam os pré-requisitos matemáticos necessários. As respostas negativas parecem surgir dos sujeitos que não têm sua formação concluída ou dos que apresentam déficit em sua

²⁰5 na escala Likert

aprendizagem matemática. O valor de p do índice qui-quadrado corrobora essa afirmação.

3.3 Do Instrumento de Pesquisa B – Entrevistas com os professores das turmas experimentais

A entrevista com os professores das turmas experimentais foi realizada de forma aberta e estruturada (apêndice B). A análise dos dados coletados deu-se através da análise de conteúdo, através da qual estabelecemos as principais categorias. Para clarear a compreensão, ilustraremos nossa análise com vinhetas das entrevistas coletadas.

Para a pergunta sobre quais as principais dificuldades que se evidenciam em seus alunos durante o aprendizado de circuitos em corrente alternada, surgem categorias de resposta como a falta de conhecimentos prévios em matemática e o domínio conceitual das grandezas elétricas. O entrevistado A diz “falta de domínio da matemática, especialmente, trigonometria e cálculo vetorial, como ferramenta essencial nesse tipo de análise, pois sabemos que fasores geradores de sinais elétricos são vetores cujas operações devem ser facilmente assimiladas.”

Ao perguntarmos sobre a assimilação, por parte dos alunos, da defasagem entre corrente e tensão quando são associados elementos nos circuitos elétricos em corrente alternada, as categorias de resposta giram em torno de fácil ou lenta. A facilidade se justifica por conhecerem as leis de Ohm e Kirchhoff e a categoria lenta se justifica na fala do entrevistado B, que diz “A assimilação é um tanto lenta pela

dificuldade de relacionar conceitos físicos [...] Deve-se fazer uma retomada das operações vetoriais para que o aluno possa entender a defasagem entre tensão e corrente”.

Perguntamos diretamente ao professor se a análise fasorial se mostrava como suficiente para a resolução de circuitos elétricos em corrente alternada. As respostas foram unânimes em dizer que para os circuitos simples não há problema no emprego da análise fasorial. No entanto, nos circuitos mistos a análise fasorial torna-se praticamente descartada, conforme diz um de nossos entrevistados: “para resolver circuitos mistos onde ocorre defasamento tanto de tensão quanto de corrente, a análise fasorial torna-se impraticável pela dificuldade que o aluno tem de construir o diagrama fasorial e determinar a resultante onde o sistema vetorial não obedece às relações trigonométricas do triângulo retângulo.”

Perguntamos, ainda, aos professores, como eles consideram a aprendizagem de seus alunos após terem passado por essa experiência de resolução através da análise complexa. Os padrões de respostas remetem a um processo tranquilo e a um êxito na aprendizagem, que, segundo os entrevistados, pode ser verificado nas avaliações. Complementando essa pergunta, inquirimos os entrevistados sobre como preparar os alunos para trabalhar com os circuitos mistos quando estiverem inseridos no mercado de trabalho. As respostas foram surpreendentes, pois os professores declararam que não trabalhavam a análise de circuitos mistos porque não conseguiam resolvê-los através da análise fasorial.

Para concluir, perguntamos aos professores sobre a validade de se instaurar uma reforma curricular que contemple a abordagem complexa para análise de

circuitos elétricos em corrente alternada. Embora as respostas tenham sido positivas, os entrevistados chamam atenção pela dificuldade dos próprios professores em alterar sua metodologia de trabalho e o baixo conhecimento que possuem da aplicabilidade dos números complexos. Os entrevistados acreditam que tais dificuldades possam promover alguma resistência dos professores em adotar a análise complexa. Um entrevistado diz: “Confesso que a princípio fui resistente à proposta do professor pesquisador, talvez pelo fato de ter de me preparar bastante para desempenhar bem a função de mediador nesse processo de aprendizagem. Acho que nós, professores, somos muito resistentes às mudanças, mas temos que ser ousados e inovar na nossa missão de educadores.”

3.4 Do Instrumento de Pesquisa C - Protocolo de investigação entre as turmas experimentais e de controle.

3.4.1 A avaliação

A análise de dados da avaliação se deu através de um estudo comparativo. Para essa comparação foram utilizados 3 grupos: duas turmas experimentais e uma turma de controle. Essas turmas configuraram-se por serem grupos de alunos que estudam Eletricidade no segundo semestre dos Cursos de Eletrotécnica e Eletrônica da Escola Técnica Estadual Monteiro Lobato. A turma de controle era composta por seis alunos, enquanto que a turma experimental A, era composta por nove e a turma experimental B, por quatro alunos.

O processo de escolha das turmas foi aleatório, não sendo aplicado nenhum instrumento pré-teste para diagnosticar o conhecimento de circuitos elétricos, dado o

adiantamento do semestre letivo. No entanto, foi considerado que os estudantes possuíam um conhecimento mais ou menos uniforme, já que todos foram considerados aptos na disciplina de análise de circuitos em Corrente Contínua, cujo conteúdo é o pré-requisito para a disciplina de análise de circuitos de Corrente Alternada.

O procedimento adotado foi o seguinte: na turma de controle não houve qualquer intervenção, sugestão, opinião ou atuação do pesquisador, estando o professor trabalhando de forma totalmente livre e rotineira. As duas turmas experimentais tiveram seus professores orientados a proceder com a resolução de circuitos elétricos em corrente alternada através da análise complexa. Fora essa orientação, não houve maior intervenção.

Ao final de um primeiro período - aproximadamente pela metade do curso da disciplina - os alunos das turmas experimentais e de controle foram submetidos a uma avaliação escrita sobre circuitos simples. O segundo instrumento, que foi aplicado ao final da disciplina, tratava de um circuito misto também em corrente alternada²¹.

3.4.1.1 O primeiro instrumento de avaliação

Analisando os grupos experimentais e de controle, perceberam-se divergências bastante significativas. Para a primeira prova (apêndice C) a turma

²¹ Cópias dos instrumentos encontram-se nos apêndices.

experimental A obteve notas que variaram entre 77,0 e 100,0²². A média do grupo foi de 91,7²³ (tabela 13). Quanto ao modo de resolução, 44,4% dos estudantes utilizaram a análise complexa e 55,6% mesclaram conceitos da análise complexa com pressupostos da análise fasorial. Nenhum estudante resolveu o problema proposto valendo-se apenas da análise fasorial²⁴. Para a turma experimental B, a nota da primeira avaliação variou entre 73,0 e 100,0, tendo como média geral do grupo 88,5²⁵ (tabela 14). Todos os estudantes utilizaram-se, em parte, da análise fasorial e, em parte, da análise complexa na resolução de seus circuitos.

Tabela 13

Rendimento da turma experimental A - 1ª avaliação

TURMA: Experimental A			
CURSO: Eletrotécnica			
DISCIPLINA: Eletricidade III			
CONTEÚDO: Circuitos RLC Série e Paralelo			
AVALIAÇÃO: 01			
ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Complexa/Fasorial	100,0	APTO
2	Complexa/Fasorial	100,0	APTO
3	Complexa	77,0	APTO
4	Complexa	85,0	APTO
5	Complexa	85,0	APTO
6	Complexa/Fasorial	92,0	APTO
7	Complexa	96,0	APTO
8	Complexa/Fasorial	98,0	APTO
9	Complexa/Fasorial	92,0	APTO

²² Todas as avaliações foram julgadas pelo pesquisador, que confirmou os resultados verificados nas avaliações das turmas experimentais e de controle.

²³ Desvio padrão = 7,92

²⁴ Para circuitos simples o conhecimento prévio mais relevante na estrutura cognitiva dos alunos é fasores, ao invés de números complexos para circuitos mais elaborados. Entretanto, cabe salientar que os números complexos também auxiliam na análise de circuitos simples.

²⁵ Desvio padrão = 12,12

Tabela 14

Rendimento da turma experimental B - 1ª avaliação

TURMA: Experimental B			
CURSO: Eletrônica			
DISCIPLINA: Fundamentos de CA			
CONTEÚDO: Circuitos RLC Série e Paralelo			
AVALIAÇÃO: 01			
ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Complexa/Fasorial	96,0	APTO
2	Complexa/Fasorial	85,0	APTO
3	Complexa/Fasorial	73,0	APTO
4	Complexa/Fasorial	100,0	APTO

O grupo de controle utilizou-se apenas da análise fasorial para a resolução da avaliação, pois não foram submetidos às intervenções e tiveram como instrução apenas a que normalmente é conferida pelo professor de Eletricidade. As notas giraram entre um mínimo de 8,0 e um máximo de 85,0. A média geral da turma foi de 51,5²⁶ (tabela 15).

Tabela 15

Rendimento da turma de controle - 1ª avaliação

TURMA: Controle				
CURSO: Eletrotécnica				
DISCIPLINA: Eletricidade III				
CONTEÚDO: Circuitos RLC Série e Paralelo				
AVALIAÇÃO: 01				
3	AL	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
UNO				
1		Fasorial	54,0	NÃO APTO
2		Fasorial	85,0	APTO
3		Fasorial	8,0	NÃO APTO
4		Fasorial	85,0	APTO
5		Fasorial	69,0	APTO
6		Fasorial	8,0	NÃO APTO

²⁶ Desvio padrão = 35,61

O coeficiente t-student²⁷ entre o Grupo Experimental A e o Grupo de Controle fica em 0,039 e entre o Grupo Experimental B e o Grupo de Controle fica em 0,054, indicando que as médias não apresentam um padrão de aproximação e estão fortemente distantes. Já ao compararmos as duas turmas experimentais, vemos que o índice de variação demonstra que o teste assume as variações internas de médias. O coeficiente t-student não pareado entre as turmas experimentais chega a 0,581, o que demonstra forte ligação entre as médias e corrobora a hipótese de que as turmas experimentais desenvolveram-se de forma homogênea, podendo serem assim comparadas ao grupo de controle.

Tabela 16

Teste t-student entre os grupos experimentais e de controle – 1ª avaliação

GRUPO	n	MÉDIA	DESVIO	t	VALOR DE p	Relação	Diferença de desempenho
Experimental A	9	91,7	7,92	2,71	0,039 (p<5%)	fraca	significativa
Controle	6	51,5	35,61				
Experimental B	4	88,5	12,12	1,97	0,054 (p<5%)	fraca	significativa
Controle	6	51,5	35,61				
Experimental A	9	91,7	7,92	0,57	0,581	forte	não significativa
Experimental B	4	88,5	12,12				

²⁷ O teste t-student compara duas médias populacionais a partir de duas amostras.

3.4.1.2 O segundo instrumento de avaliação

Nessa avaliação, o grupo experimental A obteve notas que variaram entre 77,0 e 100,0 e uma média geral de 91,7²⁸ (tabela 17). O grupo B alcançou notas entre 88,0 e 98,0, com um média geral de 93,5²⁹ (tabela 18).

Tabela 17

Rendimento da turma experimental A - 2ª avaliação

TURMA: Experimental A			
CURSO: Eletrotécnica			
DISCIPLINA: Eletricidade III			
CONTEÚDO: Circuitos RLC Mistos			
AVALIAÇÃO: 02			
ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Complexa	92,0	APTO
2	Complexa	95,0	APTO
3	Complexa	89,0	APTO
4	Complexa	90,0	APTO
5	Complexa	92,0	APTO
6	Complexa	95,0	APTO
7	Complexa	100,0	APTO
8	Complexa	95,0	APTO
9	Complexa	77,0	APTO

Tabela 18

Rendimento da turma experimental B - 2ª avaliação

TURMA: Experimental B			
CURSO: Eletrônica			
DISCIPLINA: Fundamentos de CA			
CONTEÚDO: Circuitos RLC Mistos			
AVALIAÇÃO: 02			
ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Complexa	95,0	APTO
2	Complexa	98,0	APTO
3	Complexa	93,0	APTO
4	Complexa	88,0	APTO

Já o grupo de controle teve como nota mínima 13,0 e máxima 93,0. A média da turma foi de 56,5³⁰

²⁸ Desvio padrão = 6,40

²⁹ Desvio padrão = 4,20

(tabela 19). O desvio padrão obtido (33,02) demonstra a discrepância entre as diferentes notas obtidas pelos alunos pertencentes a esse grupo, não estabelecendo assim um padrão típico de aprendizagem.

Tabela 19

Rendimento da turma de controle - 2ª avaliação

TURMA: Controle			
CURSO: Eletrotécnica			
DISCIPLINA: Eletricidade III			
CONTEÚDO: Circuitos RLC Mistos			
AVALIAÇÃO: 02			
ALUNO	ABORDAGEM	NOTA	CONCEITO
1	Fasorial	60,0	APTO
2	Fasorial	93,0	APTO
3	Fasorial	27,0	NÃO APTO
4	Fasorial	93,0	APTO
5	Fasorial	53,0	NÃO APTO
6	Fasorial	13,0	NÃO APTO

No segundo instrumento de avaliação, percebe-se uma diferença ainda mais acentuada entre os grupos experimentais e de controle³¹. Os dois grupos experimentais utilizaram somente a análise complexa para a resolução do circuito, não ocorrendo mais a situação de que em alguns momentos os estudantes ainda recorriam à análise fasorial. Os alunos do grupo de controle utilizaram, mais uma vez, somente a análise fasorial.

Já entre os grupos experimentais, mais fortemente do que no primeiro instrumento, as turmas têm suas variações de médias assumidas para o cálculo do coeficiente, pois se aproximam. O coeficiente t-student não emparelhado de 0,614 indica uma forte relação entre os grupos de média.

³⁰ Desvio padrão = 33,02

³¹ Surpreende ao próprio pesquisador a diferença abismal entre os grupos de controle e experimental. É com satisfação que se percebe a corroboração das hipóteses, embora não se esperasse tanta diferença.

Tabela 20

Teste t-student entre os grupos experimentais e de controle – 2ª avaliação

GRUPO	n	MÉDIA	DESVIO	t	VALOR DE p	Relação	Diferença de desempenho
Experimental A	9	91,7	6,40	3,36	0,039 (p<5%)	fraca	significativa
Controle	6	56,5	33,02				
Experimental B	4	93,5	4,20	2,30	0,034 (p<5%)	fraca	significativa
Controle	6	56,5	33,02				
Experimental A	9	91,7	6,40	0,52	0,614	forte	não significativa
Experimental B	4	93,5	4,20				

Pode-se supor que a preferência unânime pela análise complexa dentro do grupo experimental se deva ao próprio grau de dificuldade do circuito. No primeiro instrumento de avaliação, os circuitos eram associações série e paralela - com um grau de dificuldade baixo se comparado ao segundo instrumento - permitindo que sua resolução ocorresse através da análise fasorial. Já no segundo instrumento, no qual a dificuldade aumenta por se tratar de circuitos mistos, a análise fasorial torna-se quase inviável para a solução do problema por um estudante de nível médio, pois envolve conceitos vetoriais e trigonométricos bastante complicados os quais exigem conhecimentos prévios matemáticos que normalmente os alunos da Educação Profissional não possuem. Dessa forma, a análise complexa transforma-se numa alternativa viável e de fácil entendimento para os estudantes de análise de circuitos. Na comparação dos grupos através do teste t-student não emparelhado, verifica-se que os grupos experimentais mantêm um padrão em ambos os instrumentos e

destoam completamente do grupo de controle, apresentando um desempenho consideravelmente superior.

No sentido de dar mais profundidade à pesquisa procurou-se investigar as percepções de alguns alunos das turmas experimentais e de controle acerca das dificuldades encontradas na análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada.

Para ilustrar essas representações dos estudantes apresenta-se vinhetas de falas mais significativas dos entrevistados:

Alunos da turma experimental A:

Aluno X: “Relacionar os fasores com números complexos facilita as operações entre eles e conseqüentemente a resolução de circuitos mais complexos”.

Aluno Y: “Foi muito fácil da maneira que foi ensinado. Todo mundo estava apavorado porque em Eletricidade III³² roda muita gente e a maioria desiste”.

Alunos da turma experimental B:

³² Disciplina do curso de Eletrotécnica que trata a análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada.

Aluno Z: “Analisar circuitos elétricos em CA com números complexos é muito mais simples, pois fica bem parecido com a análise de circuitos em CC, disciplina já estudada e pré-requisito de circuitos em CA”.

Aluno W: “Não lembrava mais nada de números complexos, mas a professora deu uma retomada no assunto relacionando com circuitos elétricos em CA e ficou claro. Foi barbada fazer a cadeira de Fundamentos de CA³³”.

Alunos da turma de controle:

Aluno T: “Os circuitos mistos foram muito complicados. É muito cálculo, a gente se perde. Na prova, não consegui fazer. Os circuitos série e paralelo foram fáceis, consegui entender bem”.

Aluno V: “Aconteceu o que sempre acontece, alguns colegas desistiram e outros reprovaram. A disciplina é muito difícil, não consegui entender e por isso reprovei”.

Percebe-se que as falas dos alunos corroboram as hipóteses iniciais, pois indicam a dificuldade de resolução dos circuitos elétricos em corrente alternada quando estes envolvem cálculos que exigem um conhecimento mais abstrato de vetores. Evidencia-se, também, o quanto essa metodologia atua diretamente sobre a aprendizagem do aluno, pois ela implica dificuldade de compressão e posterior reprovação ou, até mesmo, evasão escolar.

³³ Disciplina do curso de Eletrônica que trata a análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada.

CONCLUSÃO

À guisa de conclusão, é importante que se construam algumas inferências que reúnam os múltiplos quadros que foram abordados ao longo deste trabalho. A problemática levantada não representa apenas uma questão de pesquisa, mas uma inquietação por nós compartilhada. Por que não se trabalham os números complexos no ensino de circuitos elétricos em Corrente Alternada nas escolas técnicas de nível médio?

A resposta a essa questão apresenta diversas facetas, conforme os dados apresentados. A teoria de David Ausubel esteve presente em todos os momentos de construção desse trabalho e nos permitiu várias das conclusões que apresentamos a seguir. Por parte dos alunos, percebemos que os problemas que os professores identificam na aprendizagem dos estudantes, e que são apresentados como justificativas para a não utilização da metodologia complexa, são oriundos de uma aprendizagem descontextualizada e não-significativa, ou seja, de um ensino mecanicista. Essa modalidade de ensino, por sua vez, repercute em uma aprendizagem que não é capaz de estabelecer conexões com outros conceitos ou mesmo servir de ancoradouro para novas aprendizagens. Isso se justifica pela resposta dos professores que apontam a dificuldade dos alunos compreenderem a aplicabilidade dos números complexos na análise dos circuitos elétricos.

Um fator chama bastante atenção: a possibilidade de se ensinar os números complexos quando os alunos chegam sem essa condição. *A priori*, na verdade, ela nos revela um quadro triste, pois os professores que apontam essa impossibilidade são aqueles que justamente possuem apenas o ensino médio como formação. Esse dado, em conjunto com a facilidade apresentada pelos professores pós-graduados, permite-nos chegar à conclusão de que essa impossibilidade dos alunos, reside, de fato, no despreparo do professor, seja pela deficiência em sua formação pedagógica ou mesmo técnica, uma vez que ele próprio foi aluno em um sistema no qual a Matemática é trabalhada da maneira que eles mesmos apontam.

Acrescido a isso, verifica-se que a análise complexa é maciçamente trabalhada pelos professores que possuem maior titulação. São esses os profissionais que também trabalham com a análise fasorial nos circuitos mais simples, refutando-a nos circuitos mais elaborados. A relação direta entre os vários fatores que envolvem a aprendizagem dos alunos e a formação dos professores, evidencia o quanto é importante o aperfeiçoamento constante. No entanto, tal relevância não é uma preocupação das escolas da rede pública, já que, muito diferentemente das escolas privadas, estas não apresentam uma preocupação efetiva com a formação dos professores.

Quanto à compreensão dos alunos através da análise complexa, o estudo comparativo parece não deixar dúvidas. Os alunos que trabalham com a análise fasorial não têm uma estrutura cognitiva capaz de dar conta de um cálculo matemático que extrapola as análises baseadas no triângulo retângulo. A análise fasorial exige um conhecimento matemático prévio bastante elaborado e difícil. Daí

surge uma contradição: apesar de os professores identificarem a falta de conhecimentos prévios como o principal problema para o ensino dos circuitos em Corrente Alternada, praticam uma metodologia que, justamente, exige uma fundamentação matemática maior. Corrobora-se a isso a situação de que os professores alegam que os estudantes que trabalharam com os números complexos não têm noção de sua aplicabilidade, mas professam um ensino que tem por pedra filosofal a reprodução mecânica de cálculos matemáticos, repercutindo na continuidade de um ensino tradicional e empirista.

Essas contradições nos permitem concluir que a falta de reflexão dos professores sobre o conteúdo com o qual trabalham é fator determinante para que a análise complexa sofra pesada resistência no que diz respeito ao fato de ser adotada como metodologia de resolução de circuitos elétricos em Corrente Alternada. Assim, aponta-se que os caminhos da Educação Matemática na educação básica passam muito mais por uma atualização técnica e pedagógica dos professores em serviço do que a criação de metodologias específicas, pois essas se mostram viáveis, amplamente possíveis de aplicação e bastante estruturadas, carecendo apenas de que os professores possam usufruir os benefícios que elas podem proporcionar.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AUSUBEL, David P. *Psicologia Educativa: Um ponto de vista cognoscitivo*. México: Trilhas, 1976.

BARBOSA, Loiraci Lopes. *Aprendizagem Significativa: fatores relevantes para subsidiar o ensino de 3º grau segundo a Teoria de David Ausubel*. 1992. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1992.

BARRETO FILHO, Benigno. *Matemática Aula por Aula*. São Paulo: FTD, 2000.

BEZERRA, Manoel Jairo. *Matemática Novo Bezerra*. São Paulo: Editora Scipione Ltda., 1998.

BOILESTAD, Robert L. *Introdução à Análise de Circuitos*. 8 ed. Rio de Janeiro: LTC Editora., 2001.

BURIAN JR, Yaro. *Circuitos Elétricos*. Rio de Janeiro: Almeida Neves Editores LTDA, 1982.

BUSSAB, Wilton O.; MORETTIN, Pedro. *Estatística Básica*. 7ed. São Paulo: Atual, 1999.

CARMO, M. P., MORGADO, A. C., e WAGNER,E. *Trigonometria e Números Complexos*. 4 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

CAVALCANTI, Paulo João Mendes. *Fundamentos de Eletrotécnica*. 17 ed. Rio de Janeiro: Biblioteca Técnica Freitas Bastos, 1987.

EDMINISTER, Joseph A. *Circuitos Elétricos*. 2 ed. São Paulo: Makron McGraw-Hill, 1991.

- FERRARA, Arthêmio. *Eletricidade Básica*. São Paulo: Livraria Ciência e Tecnologia Editora Ltda , 1980.
- FURASTÉ, Pedro Augusto. *Normas Técnicas para Trabalho Científico. Explicação das Normas da ABNT*. 13 ed. Porto Alegre: Dáctilo-Plus, 2004.
- GUERRA, Mauri José; DONAIRE, Denis. *Estatística Indutiva: Teoria e Aplicações*. 4.ed. São Paulo: Ciência e Tecnologia., 1990.
- GUSSOV, Milton. *Eletricidade Básica*. 2 ed. São Paulo: Makron Books , 1996.
- MARKUS, Otávio. *Circuitos em Corrente Alternada*. São Paulo: Èrica, 2000.
- MARKUS, Otávio. *Corrente Contínua e Corrente Alternada*. São Paulo: Èrica, 2001.
- MARTIGNONI, Alfonso. *Máquinas Elétricas de Corrente Alternada*. 6 ed. São Paulo: Globo, 1995
- MEYER, Paul L. *Probabilidade – Aplicações à Estatística*. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1995.
- MOREIRA, M. A., e MASINI, E. A. F. S. *Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes,1982.
- MOREIRA, Marco Antônio. *Uma Abordagem Cognitivista ao Ensino da Física*. Porto Alegre: Ed. da Universidade, UFRGS, 1983
- MORETTIN, Pedro Alberto. *Introdução à Estatística para Ciências Exatas*. São Paulo: Atual, 1981.
- OLYMPIO, José. *Coleção Matemática Sem Problemas*. Rio de Janeiro: Melhoramentos, 1972.
- PAIVA, Manoel. *Matemática*. São Paulo: Editora Moderna, 2001.
- POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- RAUBER, Jaime José et al. *Apresentação de trabalhos científicos: normas e orientações práticas*. 3 ed. Passo Fundo: UPF, 2003.
- SANTOS FILHO, José Camilo; GAMBOA, Silvio Sánchez (org). *Pesquisa Educacional: quantidade-qualidade*: 5 ed. São Paulo: Cortez,2002.
- SANTOS, Carlos Alberto Marcondes. *Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 2000.
- SANTOS, Horta. *Problemas de Eletricidade*. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S/A,1979.

SILVA, Paulo Afonso Lopes da. *Probabilidades e Estatística*. Rio de Janeiro: Reichmann & Affonso, 1999.

SILVA, João Alberto da. *Interação: a gênese do conhecimento*. 1 ed. Taquara: EDIFACCAT, 2004.

SPIEGEL, Murray. *Estatística*. 3.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1994.

SPINELLI, Walter; SOUZA, Maria Helena S. de. *Introdução à Estatística*. São Paulo: Ática, 1996.

TRIOLA, Mário F. *Introdução à Estatística*. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

APÊNDICE A – Questionário utilizado no Instrumento de Pesquisa A

1) Nome da Escola:
Município de localização:

2) Sexo:

() masculino () feminino

3) Esfera da mantenedora da Escola:

() federal.
() estadual.
() municipal.
() particular.
() outra. Especificar:

4) Formação Escolar:

a) Ensino Médio:.....

b) Graduação:.....
() concluída () em curso

c) Pós-graduação:.....
() concluída () em curso

5) Qual o tempo de atuação no magistério?

.....

6) Curso(s) Técnico(s) que lecionas:

() eletrotécnica.
() eletrônica.
() eletromecânica.
() mecatrônica.
() outros. Especificar:

7) Qual o tempo de atuação em Cursos Técnicos?

.....

8) O nível de entendimento dos alunos na análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada (CA) é:

Alto $\frac{\quad}{5}$ $\frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{1}$ Baixo

9) Qual a metodologia aplicada para a resolução de circuitos em CA?

- () análise fasorial.
 () análise complexa.
 () simulações em softwares.
 () outras. Especificar:.....

10) A relação tensão/intensidade de corrente num circuito puramente resistivo é de fácil assimilação pelos alunos?

Fácil $\frac{\quad}{5}$ $\frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{1}$ Difícil

11) Qual o grau de importância que você atribui ao conceito de indução eletromagnética para o entendimento da mudança de comportamento da corrente em relação a tensão num circuito RL?

Muito importante $\frac{\quad}{5}$ $\frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{1}$ Não importante

12) Para o aluno, o conceito de capacitor e a alteração que provocará na defasagem da tensão e da corrente, quando intercalado em um circuito RL está claro?

Muito claro $\frac{\quad}{5}$ $\frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{1}$ Pouco claro

13) Seria possível relacionar o fasor resultante de um circuito RLC série ou paralelo e o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente com o módulo e o argumento de um número complexo da forma $z=a+bi$?

() sim () não

14) Você explora os conceitos de indução eletromagnética e capacitância para conceituar reatância indutiva e capacitiva, impedância e potências aparente, ativa e reativa?

Sempre $\frac{\quad}{5}$ $\frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{1}$ Nunca

15) A análise e resolução do circuito RLC misto é de fácil entendimento para o aluno?

sim não

16) O aluno tem idéia de que a bobina num circuito indutivo interfere na potência dissipada pelo circuito?

sim não

17) Uma vez verificada a perda de potência ativa (fator de potência), observada através da análise fasorial, você considera relevante verificar a referida perda através da análise complexa?

sim não

18) A maior dificuldade apresentada pelo aluno no entendimento da análise complexa é:

- não ter estudado ainda números complexos.
- não ter entendido números complexos.
- não ter tido a noção da aplicabilidade de números complexos, no momento que estudou.
- outras. Especificar:

19) Na sua opinião, uma vez constatado o desconhecimento de números complexos por uma determinada parcela de alunos, a possibilidade de ensinar-lhes noções e operações básicas é:

Possível $\frac{\quad}{5}$ $\frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{1}$ Impossível

20) A escola prima pela formação continuada do seu corpo docente, no sentido de mantê-lo informado sobre metodologias alternativas e novas tecnologias, que visam a melhoria do ensino e da aprendizagem?

sim não

21) O aluno através da análise fasorial ou complexa consegue construir o conceito de RESSONÂNCIA de um circuito RLC?

Sempre $\frac{\quad}{5}$ $\frac{\quad}{4}$ $\frac{\quad}{3}$ $\frac{\quad}{2}$ $\frac{\quad}{1}$ Nunca

22) Ao analisar os diferentes circuitos RLC em CA, é comentado ao aluno a sua aplicabilidade prática? Ele (aluno) consegue estabelecer relações entre teoria e prática? Comente.

.....
.....
.....
.....
.....

23) Na sua opinião, qual a principal dificuldade do aluno no entendimento de um circuito RLC misto?

.....
.....
.....
.....
.....

.

APÊNDICE B - Entrevista aberta estruturada com os professores das turmas experimentais

PROFESSOR DA TURMA EXPERIMENTAL (A)

- **Professor, no seu entendimento, quais as principais dificuldades na análise de um circuito elétrico em Corrente Alternada (CA)?**

As dificuldades iniciam pela falta de domínio conceitual das grandezas elétricas, principalmente do comportamento da tensão e da corrente nos circuitos elétricos onde diferentes componentes estão associados de diversas formas. Associado a isso percebe-se também a falta de domínio da matemática, especialmente trigonometria e cálculo vetorial, como ferramenta essencial nesse tipo de análise, pois sabemos que fasores geradores de sinais elétricos são vetores cujas operações devem ser facilmente assimiladas.

- **Dependendo da forma que elementos de circuitos são associados em CA, eles defasam a corrente ou a tensão. Como o aluno assimila o comportamento dessas grandezas elétricas?**

As leis de Ohm e de Kirchhoff já são conhecidas da análise de circuitos elétricos em CC. O aluno que tem conhecimento conceitual associa facilmente esses conceitos com a aplicação das leis, identificando o diagrama fasorial correspondente.

- **A análise fasorial, como técnica de resolução de circuitos elétricos em CA, é suficiente para análise de qualquer circuito?**

Veja bem, circuitos onde ocorre unicamente o defasamento da tensão ou somente o defasamento da corrente é possível analisar através do diagrama fasorial. O domínio conceitual aliado ao cálculo vetorial ajudam a resolver circuitos série ou paralelo sem maiores dificuldades. Agora, nos circuitos onde ocorre defasamento de

tensão e de corrente simultaneamente, ou seja, nos circuitos mistos, a solução pela análise fasorial deixa a desejar pela complicada construção do diagrama fasorial. Esse fato, na nossa Escola, faz com que os circuitos mistos não sejam tratados com a devida importância e de forma contextualizada.

- **Na indústria, onde o eletrotécnico vai atuar, os circuitos mistos estão presentes. Como preparar esse aluno para a análise desses circuitos?**

A análise complexa é condição necessária e suficiente para analisar os circuitos mais elaborados nos cursos técnicos de nível médio. É necessário porém que o aluno saiba relacionar o fasor e o ângulo de defasagem com o módulo e o argumento de um número complexo.

- **Como você avalia a aprendizagem dos alunos dessa turma experimental submetida a uma metodologia diferenciada, ou seja, não tradicional de análise de circuitos em CA?**

Acredito que a proposta foi bastante oportuna, pois a disciplina ocorreu de forma atípica, ou seja, num semestre não regular, e por isso alguns alunos são repetentes. O que eu considero mais importante dessa experiência foi a motivação de aprender de forma diferente, principalmente para os alunos repetentes da disciplina.

Achei legal também por parte de alguns alunos e de mim mesmo que conhecíamos números complexos, ver a sua aplicabilidade prática. Para os que não conheciam ainda, percebi a surpresa pela sua existência e a possível relação com um fasor gerador de sinal elétrico.

Os resultados foram surpreendentes no processo de ensino e aprendizagem, o que pode ser observado pelos resultados das avaliações.

- **Professor, você considera importante pensar numa reformulação curricular que contemple, pela abordagem complexa, a análise de circuitos elétricos mais elaborados?**

Sem dúvida, circuitos mais aprimorados podem ser facilmente assimilados pela análise complexa.

Confesso que a princípio fui resistente à proposta do professor pesquisador, talvez pelo fato de ter que me preparar bastante para desempenhar bem a função de mediador nesse processo de aprendizagem. Acho que nós professores somos muito resistentes às mudanças, mas temos que ser ousados e inovar na nossa missão de educadores.

A análise complexa torna a solução mais simples e clara, além de possibilitar determinar a cada grandeza calculada o seu ângulo de defasagem. Gostaria que a proposta fosse socializada com todo grupo de professores da área, no sentido de adotá-la como metodologia de ensino de circuitos elétricos em CA.

PROFESSORA DA TURMA EXPERIMENTAL (B)

- **Professora, no seu entendimento, quais as principais dificuldades na análise de um circuito elétrico em Corrente Alternada (CA)?**

Os alunos trazem algumas lacunas na aprendizagem de circuitos elétricos em CC, principalmente nos circuitos mistos. A situação fica mais complicada para compreender quando indutores e capacitores fazem parte de um circuito em CA alterando o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente. Falta base matemática para essa compreensão vetorial.

- **Dependendo da forma que elementos de circuitos são associados em CA, eles defasam a corrente ou a tensão. Como o aluno assimila o comportamento dessas grandezas elétricas?**

A assimilação é um tanto lenta pela dificuldade de relacionar conceitos físicos como Indução Eletromagnética e Capacitância com o efeito que uma corrente alternada pode gerar ao percorrer indutores e capacitores. Deve-se fazer uma retomada das operações vetoriais para que o aluno possa entender a defasagem entre tensão e corrente, determinando assim a resultante do sistema.

- **A análise fasorial, como técnica de resolução de circuitos elétricos em CA, é suficiente para análise de qualquer circuito?**

Nos circuitos onde ocorre somente defasamento da tensão ou da corrente acredito que a análise fasorial seja até mais eficaz, pois o conhecimento matemático (relações trigonométricas no triângulo retângulo) é mais simples e vivenciado pelos alunos já no Ensino Fundamental. Agora resolver circuitos mistos, onde ocorre defasamento tanto da tensão como da corrente, a análise fasorial torna-se impraticável pela dificuldade que o aluno tem de construir o diagrama fasorial e determinar a resultante onde o sistema vetorial não obedece as relações trigonométricas do triângulo retângulo.

- **Na eletrônica, onde o aluno vai atuar, os circuitos mistos estão presentes. Como prepará-lo para a análise desses circuitos?**

Sempre ficava muito preocupada por não trabalhar circuitos mistos nos semestres anteriores, pela dificuldade de tratá-los na forma fasorial. Sabendo da sua aplicação nos Filtros Passivos de sinais e nos Circuitos Integradores e Diferenciadores a serem estudados nos semestres finais, percebia que o aluno levava uma lacuna nesse conhecimento.

A partir dessa experiência com a abordagem complexa, tenho certeza que é a metodologia mais adequada para a aprendizagem de circuitos mistos.


- **Como você avalia a aprendizagem dos alunos dessa turma experimental submetida a uma metodologia diferenciada, ou seja, não tradicional de análise de circuitos em CA?**

O processo ocorreu tranqüilo, pois tinha suporte do professor autor da proposta. Os circuitos mais simples tratava com a análise fasorial e relacionava com a análise complexa para que o aluno pudesse estabelecer relações entre fasor e módulo de um número complexo. Já os circuitos mistos foram tratados somente pela abordagem complexa pela sua facilidade de compreensão.

- **Professora, você considera importante pensar numa reformulação curricular que contemple, pela abordagem complexa, a análise de circuitos elétricos mais elaborados?**

Acho que sim, mas antes da reformulação propriamente dita seria necessário um trabalho de divulgação e conscientização da proposta para toda equipe de professores que atuam na análise de circuitos em CA, no sentido de enfatizar a possibilidade de aprender o mesmo conteúdo de forma diferente. Com o grupo conscientizado da viabilidade da proposta então repensar estratégias metodológicas de consenso para oportunizá-la.

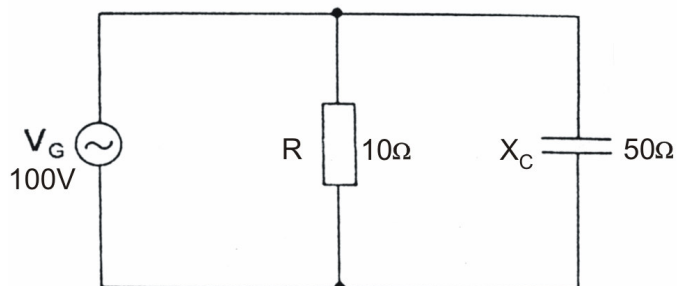
APÊNDICE C – O primeiro Instrumento de Avaliação (circuitos simples)



Escola Técnica Estadual Monteiro Lobato
 Avaliação de Fundamentos de CA – Circuitos RLC
 Professor: _____ Data: _____
 Nome: _____ Nº: _____ Turma: _____

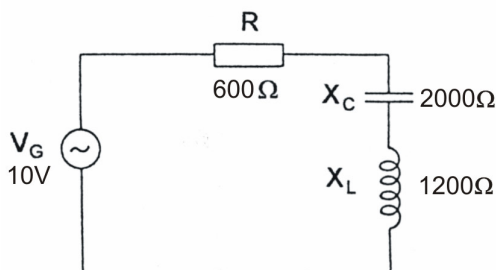
1) Dado o circuito abaixo, pede-se calcular:

- a) Z
- b) I_T
- c) I_R
- d) I_C
- e) Ângulo de defasagem
- f) Diagrama fasorial




2) Baseado no circuito a seguir, determinar:

- a) Z
- b) I_T
- c) V_R
- d) V_L
- e) V_C
- f) Ângulo de defasagem
- g) Diagrama fasorial

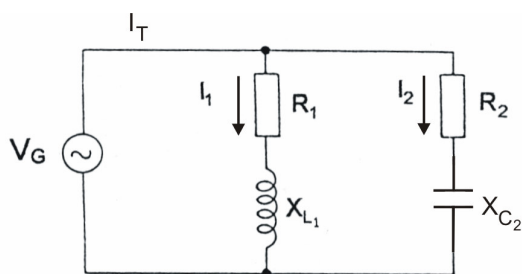


APÊNDICE D – O segundo Instrumento de Avaliação (circuito misto)



Escola Técnica Estadual Monteiro Lobato
 Avaliação de Fundamentos de CA– Circuitos RLC Mistos
 Professor: _____ Data: _____
 Nome: _____ N°: _____ Turma: _____

Analise, criteriosamente, o circuito abaixo e determine:



$$V_G = 110 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$R_1 = 4 \Omega \quad X_{L_1} = 3 \Omega$$

$$R_2 = 3 \Omega \quad X_{C_2} = 4 \Omega$$

- a) Z
- b) I_T
- c) I_{R_1}
- d) $I_{X_{L_1}}$
- e) I_{R_2}
- f) $I_{X_{C_2}}$
- g) V_{R_1}
- h) $V_{X_{L_1}}$
- i) V_{R_2}
- j) $V_{X_{C_2}}$
- k) Fator de Potência
- l) Potência aparente
- m) Potência ativa
- n) Potência reativa
- o) Diagrama fasorial

ANEXO A – Carta de apresentação da SUEPRO - RS

ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL - SUEPRO/RS

Porto Alegre, 27 de abril de 2004.

Prezados Diretores e Coordenadores de Cursos:


A Superintendência da Educação Profissional – SUEPRO/RS, órgão coordenador das ações políticas para a Educação Profissional do Estado do Rio Grande do Sul, representada por seu Diretor Superintendente, professor Martin Saraiva Barboza, neste documento, apresenta o professor Silvio Quintino de Mello, Diretor, em exercício, e Coordenador Geral dos Cursos Técnicos da Escola Técnica Estadual Monteiro Lobato - CIMOL, como mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA.

O professor Silvio está investigando, cientificamente, a metodologia adotada na análise de circuitos elétricos em Corrente Alternada, em todas as Escolas Técnicas do Estado do Rio Grande do Sul, cujos cursos técnicos (Eletrônica, Eletrotécnica, Eletromecânica, Mecatrônica, Telecomunicações, ou outros) abordam a referida disciplina. Neste sentido, ressaltando a importância da Pesquisa Científica, solicito, gentilmente, a participação expressiva e necessária de todos os professores que atuam ou já atuaram na análise de circuitos elétricos em CA, no instrumento de pesquisa (questionário) que será apresentado, dando com isso a representatividade da Pesquisa em todas as Escolas Técnicas do Rio Grande do Sul que abordam o tema a ser investigado.

A partir dos dados levantados o professor Silvio pretende apresentar uma proposta curricular integradora que venha colaborar no processo de ensino e aprendizagem de circuitos elétricos em CA.

Desde já agradeço a compreensão e conto com a participação de todos os professores inseridos no contexto da Pesquisa em questão.

Atenciosamente,


Martin Saraiva Barboza
Diretor Superintendente