UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

PRÓ-REITORIA ACADÊMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA *SOCIOEPISTEMOLÓGICA*

ELISETE ADRIANA JOSÉ LUIZ

VERITAS VOS LIBERABIT

A.D. MCMLXXXVIII

ULBRA

Canoas, 2019

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ELISETE ADRIANA JOSÉ LUIZ

DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA *SOCIOEPISTEMOLÓGICA*

Tese apresentada para defesa ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Coorientador: Dr. Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza

Canoas, 2019.

ELISETE ADRIANA JOSÉ LUIZ

DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA *SOCIOEPISTEMOLÓGICA*

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ensino de Ciências e Matemática.

Tese apresentada para defesa ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Angélica Moreno Durazo

CINVESTAV - MÉXICO

Profa. Dra. Eleni Bisognin

Universidade Franciscana - UFN

Profa. Dra. Carmen Teresa Kaiber

Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin

Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald (Orientador(a))

Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

Prof. Dr. Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza (Coorientador)

CINVESTAV – MÉXICO

Canoas, 2019.

AGRADECIMENTOS

À professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pela orientação, dedicação, discussões, auxílio e amizade que possibilitaram a construção deste trabalho, através de seu incentivo e contínuo apoio desde o Mestrado.

Ao professor Dr. Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza pela orientação, contribuição para a tese, por sua dedicação e atenção no período que estive na CINVESTAV na Cidade do México.

Ao grupo de professores pesquisadores da CINVESTAV na Cidade do México por sua dedicação e atenção durante a minha estância na instituição.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil.

Aos professores Angélica Moreno Durazo, Eleni Bisognim, Carmen Teresa Kaiber e Clarissa de Assis Olgin, por terem contribuído na qualificação, com observações e sugestões enriquecedoras para a pesquisa.

À Instituição UCEFF Faculdades em que esta pesquisa foi realizada, por autorizarem a aplicação das sequências de atividades propostas.

Aos alunos e do curso de Engenharia Mecânica que participaram do experimento através da sequência de atividades.

Aos professores que participaram do experimento através do questionário.

Ao meu esposo Paulo Canísio Hackenhaar, que sempre me apoiou e incentivou a continuar estudando, por sempre estar presente nos momentos difíceis, por entender minhas noites e finais de semana de estudo, pela paciência, por me acompanhar durante o período de estudo no México em vários eventos durante o doutorado.

À minha filha Yohana Paula Hackenhaar, por sempre entender que a mamãe precisava viajar para estudar, que necessitava estudar as noites e finais de semana.

Aos meus pais Maria Gentila Sbardeloto e Elmute José Luiz, que sempre me incentivaram a estudar desde pequena. Em especial minha mãe Maria Gentila Sbardeloto por toda ajuda durante o período de doutorado, por sempre vir cuidar da minha filha, para que pudesse viajar e estudar.

A minha “tata” Lidiane Ramos de Melo, por sua atenção e dedicação em cuidar da minha filha, da casa, sempre que precisei.

A minha amiga e aluna do curso de Engenharia Mecânica Ketlin Schaefer, por sua ajuda, colaboração durante a aplicação do experimento e desenvolvimento da tese, atuando como minha monitora.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil.

A CAPES pela bolsa TAXA de doutorado que viabilizou o desenvolvimento desta pesquisa.

“Existem três tipos de situações que me interessam: aquelas que convocam à tomada de decisões, ou seja, que colocam os alunos em ação, as que permitem formular ideias e colocá-las à prova e, por último, os debates, momento em que o grupo discute estratégias de resolução, avaliando quais opções são mais adequadas” (Guy Brousseau).

RESUMO

Esta pesquisa é fundamentada na teoria *Socioepistemológica,* teoria está que se ocupa em estudar os fenômenos didáticos ligados ao conhecimento matemático, assumindo a legitimidade de todas as formas do saber, seja ele popular, culto, pois considera que, como um todo, constituem a sabedoria humana. Neste sentido buscou-se investigar temas de interesse para Derivadas e suas Aplicações nos Curso de Engenharia, com o seguinte problema de pesquisa: Como a teoria *Socioepistemológica* contribui para a mudança do Discurso Matemático Escolar na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral? O objetivo geral desta pesquisa foi investigar como mudar o discurso matemático vigente e utilizar o conceito de aula estendida nas aulas de Cálculo com a temática Derivadas e suas Aplicações em um curso de Engenharia da instituição Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda (UCEFF Faculdades), em Chapecó, Santa Catarina. Para alcançar o objetivo geral desta investigação, foram elaborados os seguintes objetivos específicos: Para alcançar o objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos: investigar como ocorre o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas aplicações em cursos de Engenharias da UCEFF Faculdades, em Chapecó, Santa Catarina com base nos documentos institucionais e questionário aos professores; estudar a teoria da *Socioepistemologia*, visando aplicar os fundamentos no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas aplicações em cursos de Engenharias; investigar a mudança do Discurso Matemático Escolar e a utilização do conceito de aula estendida para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas aplicações em cursos de Engenharias, com a metodologia de aula estendida; implementar a proposta investigada com alunos matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I em um curso de Engenharia da Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda (UCEFF Faculdades), em Chapecó, Santa Catarina. Também, pesquisou-se como mudar o discurso matemático vigente na perspectiva da teoria S*ocioepistemológica*, para compreendê-la e propor o desenvolvimento do conteúdo de Derivadas e suas Aplicações nos cursos de Engenharia. De acordo com a fundamentação teórica sobre S*ocioepistemologia* que norteou as pesquisas da Matemática Educativa, indica-se a necessidade de contextualizar os conteúdos de Derivadas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I de forma a propiciar ao estudante uma aprendizagem mais significativa e que seja possível integrar os conceitos matemáticos a situações da prática profissional. Nesse contexto, acredita-se que, desenvolvendo os conteúdos de Derivadas e suas Aplicações na perspectiva da teoria S*ocioepistemológica* utilizando a metodologia de aula estendida atividades práticas, que envolvam aspectos relevantes para uma prática social, os estudantes conseguirão estabelecer relações entre a teoria e a prática. Para a escolha de tais temas, buscaram-se as contribuições de Cantoral (2013), Cantoral, Reys e Montiel (2014), Caballero e Moreno (2017), Cantoral e Farfán (1998). A metodologia buscou investigar o tema de interesse, que podem ser desenvolvidos no Ensino Superior para os conceitos de Derivadas e suas Aplicações nos cursos de Engenharias. O estudo permitiu a elaboração de uma sequência de atividades com situação problemas práticas com temas de interesse para engenharia os quais podem ser trabalhados dando significado ao conhecimento da disciplina, relacionando os conteúdos formais a situações práticas ou próprias do cálculo, podendo despertar a curiosidade dos estudantes para os conteúdos desenvolvidos, buscando formar sujeitos participativos, ativos e reflexivos na sociedade. Para isso, indicam-se caminhos para a prática docente, em sala de aula, através de trabalhos com atividades práticas. Os resultados indicam que é possível trabalhar Derivadas e suas aplicações na perspectiva da teoria *Socioepistemológica* utilizando a metodologia de aula estendida que resulta em aprendizagem significativa para o aluno de engenharia, sendo possível mudar o Discurso Matemático Escolar.

Palavras-chave: *Socioepistemologia*. Ensino Superior, Cálculo Diferencial. Derivadas e suas Aplicações. Engenharia.

ABSTRACT

This research is based on Socioepistemological theory, which studies the didactic phenomena related to the mathematical knowledge, assuming the legitimacy of every form of knowledge, whether it is popular or literate, for it considers that, as a whole, they constitute the human wisdom. In this sense, it was sought to investigate topics of interest for Derivatives and their Applications in Engineering Courses, with the following research problem: How does the Socioepistemological theory contribute for the change of the Mathematical School Speech in the discipline of Differential and Integral Calculus? The general objective of this research was to investigate a way of changing the current mathematical speech and use the concept of extended class in Calculus classes with the thematic Derivatives and their Applications in an Engineering course of the institution the Central Education Unit FAEM Faculdade Ltda (UCEFF Faculdades), in Chapecó, Santa Catarina. In order to achieve the general goal of this investigation, the following specific objectives were set: to investigate how the teaching and learning process of the concepts of Derivatives and their applications in Engineering courses of UCEFF Faculdades, in Chapecó, Santa Catarina, based on the institutional documents and questionnaires to professors, happen; to study the Socioepistemological theory, aiming to apply the elements in the teaching and learning process of the concepts of Derivatives and their applications in Engineering courses; to investigate the change of the Mathematical School Speech and the use of the concept of extended class for the development of the teaching and learning process of the concepts of Derivatives and their applications in Engineering courses, with the methodology of extended class; to implement the investigated proposition with students enrolled in the discipline of Differential and Integral Calculus I in an Engineering course of the UCEFF Faculdades, in Chapecó, Santa Catarina. Also, it was sought to change the current mathematical speech in the perspective of the Socioepistemological theory, in order to understand it and propose the development of the content of Derivatives and their Applications in Engineering courses. According to the theoretical foundation about Socioepistemology that haas guided the researches in Educational Mathematics, it is indicated the need of contextualizing the contents of Derivatives in the discipline of Differential and Integral Calculus I in order to propitiate a more significant learning for the student and make it possible to integrate the mathematical concepts to situations of the professional practice. In this context, it is believed that, by developing the contents of Derivatives and their Applications in the perspective of Socioepistemological theory using the extended classroom methodology, practical activities that involve aspects relevant to a social practice, students will be able to establish relationships between theory and practice. For the choice of such topics, the contributions of Cantoral (2013), Cantoral, Reys, and Montiel (2014), Caballero and Moreno (2017), and Cantoral and Farfán (1998) were searched. The methodology sought to investigate the topic of interest, which can be developed in the Higher Education for the concepts of Derivatives and their Applications in Engineering courses. The study enabled the elaboration of a sequence of activities with practical problem situations with topics of interest for engineering that can be worked giving meaning to the knowledge of the discipline, relating the formal content to practical situations or proper of the calculus, being able to arouse students' curiosity for the developed contents, seeking to educate participative, active, and reflexive subjects in the society. To do so, paths for the teaching practice are indicated, in the classroom, through works with practical activities. The results indicate that it is possible to work Derivatives and their applications in the perspective of the Socioepistemological theory, using the methodology of extended class that results in a significant learning for the Engineering student, being possible to change the Mathematical School Speech.

Keywords: Socioepistemology. Higher Education, Differential Calculus. Derivatives and their Applications. Engineering.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Apresentam-se, neste capítulo, a trajetória acadêmica da pesquisadora, o tema da investigação, a relevância da investigação e a estrutura do trabalho desenvolvido.

1.1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA[1]

No ano de 1996, iniciei minhas atividades acadêmicas, no Ensino Profissional de nível técnico em Magistério no Colégio Cenecista "Ilma Rosa de Nês" (CNC), em Chapecó, SC.

No segundo semestre de 1996, iniciei minha carreira profissional como professora, surgiu a oportunidade de assumir uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental na rede Estadual de ensino, na Escola de Ensino Fundamental da Linha Campinas, de Chapecó, SC, lecionando um período. No período de 1996/2 a 1999 trabalhei com as séries iniciais no Ensino Fundamental (1ª a 4ª série), nesse período substituía os professores na área de Matemática e, a partir daí, descobri minha paixão pela disciplina de Matemática.

No ano de 1998 no segundo semestre, iniciei o curso de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI), em Erechim. Quando estava no segundo semestre do curso no ano de 1999 primeiro semestre fiz transferência do curso para a Universidade Comunitária da Região de Chapecó (Unochapecó). Concluí em 2003 a graduação em Matemática e nesse mesmo ano realizei o curso de Especialização em Metodologia do Ensino e da Pesquisa em Interdisciplinaridade, pelas Faculdades Integradas de Amparo (Amparo), São Paulo.

Nos anos de 2000 a 2001/1 trabalhei como estagiária na Unochapecó e, em 2001/2 comecei a trabalhar como professora de Matemática no Ensino Fundamental e Médio. Atuei como professora da Educação Básica até o ano de 2008.

No ano de 2006, ingressei no curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), na ULBRA, no qual, sob orientação da professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald, investiguei os *Conceitos Lógicos Matemáticos e Sistema Tutorial Inteligente: uma experiência com pessoas com Síndrome de Down*. A minha dissertação de Mestrado teve como coorientador o professor Dr. Lorenzo Moreno Ruiz, da Universidade de La Laguna, em Tenerife, Espanha. Durante o Mestrado, tive a oportunidade de realizar um período de estudos na Universidade de La Laguna, Tenerife,

---

[1] Optou-se em escrever esse item na primeira pessoa do singular, por se tratar da trajetória pessoal da pesquisadora.

Espanha, no período de 23 de janeiro a 20 de fevereiro de 2007. Defendi minha dissertação no início do ano de 2008.

No período em que cursei o Mestrado (2006/2007) trabalhei como professora da Educação Básica, no segundo semestre do ano de 2007 realizei um processo seletivo para professora no nível superior na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de União da Vitória (FAFI) e Universitário da Cidade de União da Vitória (UNIUV), no estado do Paraná. No ano de 2008 assumi a vaga em ambas as universidades, iniciando minha carreira como professora universitária. Trabalhei nessas instituições de 2008 a 2010/1.

No ano de 2010 comecei a trabalhar na Unidade Central de Educação FAEM Faculdades Ltda. (UCEFF), local onde trabalho atualmente.

No ano de 2013 participei do VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática e durante o evento conversei com a professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald, sobre possibilidades de fazer o doutorado na ULBRA. Assim, ao longo de minha trajetória, como professora de Matemática no Ensino Superior, percebi que se fazia necessário o planejamento de aulas que auxiliassem os alunos na construção e aplicação dos conceitos matemáticos em suas futuras profissões, ou seja, dos conhecimentos para a vida, pois os alunos se sentiam mais próximos dos conteúdos quando eram relacionados à sua prática profissional.

Então, no ano de 2014, iniciei como aluna especial do curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), na ULBRA, cursando disciplinas e escrevendo o projeto para fazer a seleção do doutorado. No segundo semestre de 2014 realizei a prova de seleção para doutorado onde passei, assim, no ano de 2015 ingressei no curso de Doutorado, o qual estou sob orientação da professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald e sob a Co orientação do professor Dr. Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza, do Departamento de Matemática Educativa da CINVESTAV, na Cidade do México. No decorrer do curso de Doutorado, ainda em andamento, surgiu a oportunidade de realizar um período de estudo na Universidade de CINVESTAV (ANEXO I), Cidade do México, México, no período de 19 de janeiro a 21 de fevereiro de 2018.

Assim, ao longo da minha trajetória como pesquisadora, percebi que se fazia necessário o estudo de metodologias que contribuíssem não apenas para a construção dos conceitos Derivadas, mas, também, sua aplicabilidade, minhas reflexões aliadas às sugestões aliadas às pesquisas da orientadora desta tese, levaram à pesquisa de doutorado sobre a temática de Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharia na Perspectiva *Socioepistemológica*, que possibilitam a construção dos conceitos, proporcionando uma mudança do Discurso Matemático.

1.2 TEMA DE INVESTIGAÇÃO

Esta investigação refere-se ao tema Derivadas e suas Aplicações para cursos de Engenharias, com alunos que estão cursando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, do 2º período, e que já tiveram acesso ao estudo dos conceitos e regras de Derivadas, por meio da implementação de uma sequência de atividades, contendo situações-problema envolvendo os conceitos de Derivadas, verificando as possibilidades e desafios para sua implementação. Para tanto, estudou-se a teoria S*ocioepistemológica*, investigando como mudar o discurso Matemático. Também, foram analisados o Banco de Teses da Capes, de 2013 a 2017, o Banco de Teses do Google Acadêmico e o Banco de Teses da SciELO referente à temática investigada, com a intenção de relacionar as temáticas já utilizadas nos cursos de Engenharia.

1.3 RELEVÂNCIA DO TEMA DA INVESTIGAÇÃO

Para Catapani (2001), diversos cursos universitários, principalmente, nos das Engenharias, apresentam o Cálculo de Diferencial e Integral no currículo e isso se justifica, principalmente, devido à sua grande aplicabilidade na representação de fenômenos, já que é visto como instrumento para a resolução de problemas de situações reais.

O conceito de derivada é considerado um dos conceitos fundamentais do Cálculo nos cursos de Engenharia e está vinculado à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Sendo assim, seu estudo está presente no currículo de diversos cursos superiores dentro de disciplinas relacionadas ao Cálculo, por possuir aplicações em várias áreas do conhecimento. Para Zuin (2001), as derivadas estão presentes em diversas situações cotidianas relacionadas ao movimento e à variação.

Esta investigação justifica-se pela importância de o professor de Cálculo buscar diferentes recursos metodológicos para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, proporcionando, por meio da teoria *Socioepistemológica*, mudar o discurso matemático em como ensinar Derivadas e suas aplicações na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Martinez (2005) dentro da perspectiva *Socioepistemológica* em Matemática Educativa considera que ao menos quatro grandes circunstâncias condicionam/determinam a construção do conhecimento matemático nas pessoas: didáticas, cognitivas, epistemológicas e sociais.

As didáticas são aquelas da conformação dos diferentes sistemas de ensino, as cognitivas são específicas para funcionamento mental, as epistemológicas são características da natureza e significados do conhecimento matemático, o social significa a compreensão do conhecimento como uma construção que advém das necessidades da sociedade e da sua importância no desenvolvimento das competências necessárias para um profissional.

Os aspectos sociais, quando busca compreender a construção do conhecimento, sendo assim, assume que a construção do conhecimento não deve ser vista apenas em relação aos aspectos cognitivos, didáticos e epistemológicos, mas também em relação aos aspectos sociais que permeiam essas três dimensões. A incorporação dos aspectos sociais na compreensão da construção do conhecimento, para Espinosa (2006), considera os contextos particulares dos grupos de pessoas que o desenvolveram, sua história, sua cultura e suas práticas sociais.

Cantoral et al. (2006) ponderam que na teoria *Socioepistemológica* é necessário transformar os objetos para as práticas sociais. A percepção deve ser entendida como a capacidade de fazer emergir o significado a partir de sucessivas relações entre o homem e seu meio, de modo que a aquisição do conhecimento aconteça de forma múltipla e articulada aos aspectos epistemológicos, socioculturais e os processos cognitivos, permeando, assim, a articulação entre os mecanismos de sistematização do conhecimento presentes no processo de ensino.

Esta pesquisa buscou trabalhos já realizados sobre a temática investigada Cálculo Diferencial e integral, visando organizar um estado da arte. Este foi realizado de acordo com informações do *site* da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) (http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-04*)*, no grupo de trabalho GT 04, que apresenta os trabalhos sobre Educação Matemática no Ensino Superior e, também, no Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM).

O GT 04 tem como objetivo desenvolver, discutir e divulgar pesquisas relacionadas à aprendizagem e ao ensino de Matemática no Ensino Superior. Dentre seus objetos de pesquisa, destacam-se: a formação inicial e continuada de professores de Matemática; materiais didáticos, novas tecnologias de ensino, estratégias didáticas, práticas pedagógicas e abordagens alternativas para o ensino de conceitos em cursos superiores da área de matemática e de cursos nos quais a matemática é disciplina de serviço.

O SIPEM é uma reunião de pesquisadores brasileiros e estrangeiros realizada pela SBEM. É organizada pelo seu Conselho Nacional Deliberativo (CND), com o apoio de programas de pós-graduação que desenvolvem pesquisas em Educação Matemática, vinculados, prioritariamente, às áreas de Educação/Ensino de Ciências e Matemática/Psicologia.

Com base no banco de dados do SIPEM, foram analisados artigos realizados no período de 2009 a 2015, a respeito do ensino de cálculo. Os artigos com o tema Cálculo são apresentados, na Figura 1.

Figura 1 - Artigos de Cálculo

AUTOR	ANO	TÍTULO	RESUMO
Benedito Antonio da Silva	2009 IV SIPEM	Componentes do processo de ensino e aprendizagem do cálculo: saber, aluno e professor	O artigo visa apresentar um levantamento das investigações realizadas sobre o ensino de Cálculo pelos alunos do grupo "Componentes do processo de ensino e aprendizagem do cálculo: saber, aluno e professor". As pesquisas são resultados de uma organização dos participantes em subgrupos sendo que cada um deles escolheu seu tema dentre o leque de possibilidades propiciadas pelas expectativas dos segmentos envolvidos no complexo processo de ensino e aprendizagem do Cálculo, a saber, o aluno iniciante, o professor da educação básica, o professor da universidade e, além de tais expectativas, as possibilidades de investigação relativas às dificuldades inerentes aos conceitos estudados na disciplina. São apresentados alguns resultados pelas temáticas trabalhadas.
Douglas Marin	2009 IV SIPEM	Planejamento e gestão da aula por professores universitários que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino de cálculo	Este artigo traz uma discussão sobre professores universitários que usam a tecnologia de informação e comunicação (TIC) no ensino de Cálculo. Trata-se de resultados de uma pesquisa cujo objetivo é compreender como os professores fazem uso da TIC na disciplina de Cálculo. Os participantes da pesquisa são professores universitários com experiência docente com o da TIC na disciplina de Cálculo. A coleta de dados ocorreu principalmente por meio de entrevistas e questionário. Para subsidiar a análise e compreensão dos dados, guiado pela pergunta diretriz: Como os professores fazem uso da TIC na disciplina de Cálculo? Apresento um breve estudo sobre o planejamento e a gestão da aula para o uso da TIC. Considero que essa discussão contribui para o professor na sala de aula e para programas de formação de professores do ensino superior.
Lilian Nasser Geneci Alves de Sousa Marcelo André Torraca	2012 V SIPEM	Transição do ensino médio para o superior: como minimizar as dificuldades em cálculo?	Os altos índices de evasão e repetência na primeira disciplina de Cálculo no curso superior têm sido tema de pesquisas nacionais e internacionais, buscando identificar as razões para esses problemas. O baixo desempenho de alunos calouros em Cálculo é atribuído, em geral, a lacunas na aprendizagem de Matemática na Escola Básica. O objetivo desta pesquisa, desenvolvida no âmbito do Projeto Fundão (IM/UFRJ), é investigar como se dá a transição do Ensino Médio para o Superior, e empreender ações para diminuir esses índices. A prontidão para a aprendizagem de Cálculo depende de vários conteúdos trabalhados na Escola Básica. A Geometria, em particular, aborda problemas que podem preparar para a representação de problemas típicos de máximos e mínimos e de taxas relacionadas. Por outro lado, o tópico de funções é abordado no Ensino Médio de modo pontual, não estimulando uma visão abrangente, necessária ao domínio do pensamento matemático avançado, inerente ao estudo de Cálculo. Portanto, este trabalho mostra que as dificuldades na transição para o Ensino Superior, em especial na disciplina de

			Cálculo, podem ser amenizadas por abordagens adequadas de tópicos do Ensino Médio, tais como Funções e Geometria.
André Luis Trevisan Adriana Helena Borssoi Henrique Rizek Elias	2015 VI SIPEM	Delineamento de uma sequência de tarefas para um ambiente educacional de cálculo	A constituição de sequências de tarefas é parte das ações de um projeto que busca caracterizar um ambiente educacional para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral em condições reais de ensino. Neste texto, apresentamos e discutimos resultados de uma investigação realizada no movimento de elaborar, aplicar, analisar, discutir e reelaborar uma sequência de tarefas desencadeada por uma situação - construção de uma calha. Fundamentamos as análises em um quadro teórico que compreende conceitos da Educação Matemática Realística, sendo o design de tarefas o aporte para as discussões que apresentamos. Discutimos as potencialidades da situação motivadora e, a partir da aplicação das tarefas em um curso de graduação, empenhamos alguma análise de sua implementação. Trazemos resultados iniciais de experiências de design, com o intuito de fundamentar uma sequência de ensino com base nessas tarefas.
AUTOR	ANO	TÍTULO	RESUMO
Odirlei Silva Jesus	2015 VI SIPEM	Estudos relacionados aos conceitos fundamentais de cálculo e análise	O objetivo do presente artigo é apontar tendências nos estudos referentes às dificuldades no ensino e aprendizagem dos conceitos fundamentais das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, comum aos cursos de graduação na área de Ciências Exatas, e Análise Real, específica do curso de Matemática. A investigação refletida neste artigo é resultado de pesquisa bibliográfica, sendo parte de um projeto de pesquisa mais amplo.
Gabriel Loureiro de Lima	2015 VI SIPEM	Em busca de uma identidade para a disciplina de cálculo: primeiras reflexões	Nesse trabalho, visando sintetizar as primeiras reflexões realizadas desde o V SIPEM em direção à construção de uma identidade para a disciplina de Cálculo nos diferentes cursos de graduação nos quais ela está presente - necessidade percebida a partir dos dados obtidos em investigação de doutorado concluída em 2012 e que, por meio da análise de livros e de entrevistas realizadas segundo a metodologia da História Oral Temática, analisou a implantação e o desenvolvimento da disciplina inicial de Cálculo no curso de Graduação em Matemática da Universidade de São Paulo - retomam-se aspectos discutidos em trabalhos publicados em 2014 e 2015, aprofundando alguns deles e apontando direções para investigações futuras ou já em andamento. Discutem-se questões referentes à implantação, no Brasil, do modelo europeu de ensino de Matemática e a posterior substituição deste pelo modelo norte americano, à importância de se possibilitar ao aluno, no sentido de Skemp, uma compreensão relacional e não apenas uma compreensão instrumental da Matemática e à necessidade de contextualizar o ensino de Cálculo nos diferentes cursos de graduação em que tal disciplina está presente para que, conforme preconiza a teoria A Matemática no Contexto das Ciências, ela possa efetivamente contribuir para a formação profissional do aluno.

Sonia Barbosa Camargo Igliori Marcio Vieira de Almeida	2015 VI SIPEM	Em busca de uma identidade para a disciplina de cálculo: primeiras reflexões	Este artigo se insere no âmbito das pesquisas sobre o ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino superior, em especial ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de exatas. O objetivo é apresentar elementos que possibilitem o desenvolvimento de materiais para esse ensino visando a melhoria das condições de aprendizagem. A problemática da pesquisa envolve a necessidade existente e propalada de integrar teoria e prática no campo da Educação Matemática e para tanto a necessidade de produzir materiais de ensino baseados em resultados de pesquisas. As respostas ao enfretamento dessas necessidades foram construídas tendo como suporte as referências da Gênese Documental, formulada por Gueudet e Trouche, e das noções de organizadores genéricos e raízes cognitivas, desenvolvidas por Tall e seus associados. Consta do artigo a apresentação de elementos que compõem um material que explora a relação entre continuidade e diferenciabilidade de funções de uma variável real.
Luiz Gonzaga Alves da Cunha João Bosco Laudares	2015 VI SIPEM	Exploração visual no estudo do comportamento de funções por meio de suas derivadas utilizando objeto de aprendizagem em ambientes informatizados	Este artigo é um recorte de uma Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática desenvolvida como uma atividade no Projeto financiado pela FAPEMIG denominado: “Estratégias de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Estatística na Educação Superior: Repensando Ambientes de Aprendizagem”. Foi elaborado um Objeto de Aprendizagem (O.A.), fundamentado teoricamente, em parâmetros da Sequência Didática, da Informática Educativa, especificamente, em Objetos de Aprendizagem. O objeto da Pesquisa se constituiu na construção de ambientes de aprendizagem para a educação superior, visando explorar o comportamento de funções, por meio de suas derivadas. Os objetivos da investigação buscaram proporcionar a capacidade de visualização pela interpretação gráfica, diversificando representações numa integração da Álgebra com a Geometria, e utilizando recurso da informática, como alternativa metodológica às aulas, exclusivamente expositivas. O conteúdo das atividades se fez na relação da derivada com a variação da função, exigindo do estudante uma contínua análise e interpretação do procedimento gráfico. Aplicadas as atividades a estudantes de engenharia mostrou-se eficaz, quando permitiu o uso de diferentes alternativas para uma didática mais ativa e com construção do conhecimento pelo próprio estudante.

Fonte: Adaptado do Banco de dados da SIPEM.

De acordo com os artigos analisados referentes a Cálculo, os autores descrevem sobre o seu ensino e a forma como vem sendo trabalhado, a preocupação com o ensino no nível básico e o nível de conhecimentos que os estudantes chegam à Universidade.

Os artigos analisados no banco do SIPEM, no GT 04, do Ensino Superior relatam: investigações no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo; discussões sobre a prática pedagógica de professores universitários que usam as tecnologias da informação e comunicação (TIC) no ensino de Cálculo; como se dá a transição do Ensino Médio para o Ensino Superior; às dificuldades no ensino e aprendizagem dos conceitos fundamentais das disciplinas de Cálculo Diferencial Integral e Estratégias de Ensino e Aprendizagem.

Foram analisadas teses sobre Cálculo, verificadas no banco de dados da Capes, de 2009 a 2015 (http://www.periodicos.capes.gov.br). As teses com o tema Cálculo estão apresentadas na Figura 2.

Figura 2 - Teses de Cálculo

AUTOR	ANO	TÍTULO	RESUMO
Patricia Salinas e Juan Antonio Alanis	2009	Para um novo paradigma no ensino de cálculo dentro de uma instituição de ensino	Estudos de investigadores reconhecidos sobre a problemática do ensino e aprendizagem de Cálculo permitem-nos reconhecer um paradigma tradicional de ensino, que tem sido praticado na instituição educativa a que pertencemos. A revisão de vários artigos sobre alternativas de ensino sugere tendências na forma como são propostas mudanças, algumas das quais só afetam a forma de ensinar, outras dão atenção ao conteúdo de ensino. Constatamos que o recurso a história da gênese do conhecimento tem permitido identificar no conteúdo matemático do currículo uma variável que afeta a apropriação das noções e procedimentos de cálculo. Num certo momento, o que ensinar se integra no como ensinar, o que leva a presença da atividade matemática em sala de aula a assumir um sentido didático. No quadro da abordagem socioepistemologica situamos o surgimento de uma proposta para o ensino de Cálculo, cuja implantação na nossa instituição de ensino assume a pesquisa como base.
Gabriela Buendia e Alejandra Ordonez	2009	O comportamento periódico na relação de uma função e suas derivadas: significados a partir da variação	O objetivo é propor elementos de ressignificação para a referida relação, a partir da sua análise num contexto de variação e de uma perspectiva das práticas sociais. Temos estudado alguns dos usos do periódico na relação de uma função e das suas derivadas sucessivas no contexto de movimentos e da engenharia, onde existem marcos de referência mais amplos que os existentes no discurso escolar. E a partir do exercício intencional de práticas como representar graficamente, modelar e prever que os comportamentos periódicos nas variações das funções adquirem significado para o saber cientifico.
Sílvia Pereira Dos Santos e Marcia Graci de Oliveira Matos	2012	O ensino de Cálculo I no curso de licenciatura em matemática: obstáculos na aprendizagem	Considerando o alto índice de reprovação na disciplina Cálculo I, oferecida no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – campus de Jequié, este artigo centrou-se em investigar quais os obstáculos que influenciam no alto índice de reprovação nessa disciplina. Foram escolhidos como sujeitos desse estudo 3 professores e 12 alunos do Curso, como estratégia metodológica utilizou-se o estudo de caso e os dados foram obtidos através de questionários. Os principais autores estudados foram Marcos Antônio Barbosa, Luiz Carlos Pais, Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão e Paulo Ségio Emerique, Helena Noronha Cury, Walter Antonio Bazzo e Donizette Louro. Como resultado, foi observado a existência de obstáculos epistemológicos, didáticos, emocionais e materiais interferindo no processo de ensino-aprendizagem. Além dos obstáculos, a metodologia do professor e a carência em pré-requisitos, foram alguns dos motivos, indicados pelos sujeitos, para o elevado índice de reprovação na disciplina.

Odileia Da Silva Rosa, Chang Kuo Rodrigues, Patrícia Nunes Da Silva	2015	Aspectos motivacionais na disciplina de cálculo diferencial e integral	Neste trabalho, investigamos a motivação e o uso de estratégias de aprendizagem como um fator que influencia o aprendizado em Cálculo Diferencial e Integral. Buscamos traçar um perfil motivacional de turmas da referida disciplina nos cursos de Engenharia Ambiental, Engenharia Elétrica e Matemática em duas diferentes instituições de ensino superior, uma pública e outra privada. Utilizamos como ferramenta para levantamento de dados uma adaptação do Motivated Strategies for Learning Questionnaire (MSLQ). Aplicamos os questionários em dois momentos, no início e no final do semestre. Os dados da primeira aplicação nos permitiram traçar o perfil motivacional da turma, servindo de parâmetro para, na segunda aplicação, verificarmos o impacto do primeiro contato dos alunos com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Diante dos resultados, após o levantamento do perfil das turmas citadas, nos foi possível apontar algumas ações a serem desenvolvidas tanto para o professor como para cada turma envolvida em nossa investigação. Assim, a nossa pretensão, apesar de simples, pode servir como mais um meio de contribuição na área de Educação Matemática, focada essencialmente em prol do processo de ensino e de aprendizagem na Matemática.
Ortiz Fernando Puerta	2015	Um erro sistemático em textos de cálculo de engenharia	No presente artigo pretende-se indicar um erro que é cometido quando são definidos dois conceitos fundamentais que são ensinados nos cursos de cálculo para engenharia, em uma e várias variáveis. O caso tratado neste artigo se concentra em alguns conceitos comumente mal definidos: definições de máximos e mínimos relativos ou locais de funções em uma e várias variáveis. Como ponto de partida, dois textos clássicos são tomados, livros de referência há muitos anos, não apenas na Universidade Nacional, mas também em outras prestigiosas universidades nacionais e internacionais.

Fonte: Adaptado Banco de dados da CAPES.

De acordo com as teses analisadas no banco de dados da Capes a respeito de Cálculo, os autores descrevem a forma tradicional de ensino de Cálculo que vem sendo trabalhada nas instituições. Descrevem que a motivação e o uso de estratégias de aprendizagem é um fator que influencia no aprendizado de Cálculo.

As teses analisadas no banco da CAPES, referente ao ensino de Cálculo no Ensino Superior trazem como investigação: Aspectos da aprendizagem de Cálculo; relação de uma função e das suas derivadas sucessivas no contexto de movimentos e da Engenharia; Metodologias utilizadas pelos professores e a carência dos estudantes em pré-requisitos, devido ao elevado índice de reprovação na disciplina de Cálculo; a motivação e o uso de estratégias de aprendizagem como um fator que influencia o aprendizado em Cálculo Diferencial Integral e os conceitos fundamentais que são ensinados nos cursos de Cálculo para Engenharias.

As pesquisas realizadas no banco de dados do SIPEM e no banco de dados da CAPES, percebe-se que não há pesquisas realizadas com o tema norteador desta pesquisa de doutorado, que estejam fundamentadas na teoria da Socioepistemologia, sendo assim, justifica-se a importância desta investigação que busca desenvolver um experimento, com estudantes de Engenharia, fundamentado na teoria da Socioepistemologia, dando ênfase na mudança do discurso escolar vigente na sala de aula e na aula estendida..

1.4 ESTRUTURA DA TESE

Para melhor organização e compreensão do leitor, procurou-se organizar o trabalho desenvolvido em sete capítulos.

Na *Introdução*, primeiro capítulo da tese, são apresentados a trajetória acadêmica da pesquisadora, o tema da investigação, a relevância da investigação e a estrutura do trabalho desenvolvido.

No segundo capítulo apresenta-se os fundamentos teóricos que nortearam esta investigação, sendo eles, a teoria da *Socioepistemologia*, dando ênfase ao Discurso Matemático Escolar e ao conceito de Aula Estendida, pois tais temáticas fundamentam o experimento realizado nesta investigação.

No terceiro capítulo, discute-se o uso da temática de pesquisa Derivadas nos cursos de Engenharia e uma discussão referente ao Objeto Matemático. Discute-se o Uso de Derivadas no Curso de Engenharia, apresenta-se análise sobre a temática em estudo Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharia na Perspectiva *Socioepistemológica*, o uso dos conceitos de Derivadas na perspectiva da teoria *Socioepistemológica*, com uma reflexão sobre as Derivadas e o uso da Derivada em cursos de Engenharias.

Nos *Pressupostos Metodológicos*, discutidos no quarto capítulo, apresenta-se a metodologia da investigação, descrevendo a pesquisa realizada com professores e a experiência realizada com a turma de Engenharia Mecânica da UCEFF – Faculdades de Chapecó, SC, baseada em uma pesquisa qualitativa com enfoque de estudo de caso.

Na construção do *Ambiente de Investigação*, tratada no quinto capítulo, apresenta-se uma sequência de ações com as atividades desenvolvidas no experimento realizado que objetivou desenvolver o processo de ensino e aprendizagem da temática de Derivadas e suas Aplicações na perspectiva de aula Estendida e que buscou mudar o discurso escolar matemático na disciplina de Cálculo. Neste capítulo apresenta-se a sequência de atividades estruturadas da seguinte forma: fundamentação teórica da proposta, organização da sequência de atividades com a descrição de cada atividade, apresentando os objetivos pretendidos e as expectativas em relação ao desempenho dos alunos.

No sexto capítulo, referente à *Análise dos Resultados*, são descritos o perfil dos professores investigados que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I; a análise do questionário aplicado aos professores; o perfil dos alunos pesquisados; os dados coletados na investigação, bem como sua análise e interpretação.

Por fim, é apresentada a conclusão sobre a investigação realizada com base nos objetivos traçados e resultados obtidos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo apresentam-se os fundamentos teóricos que nortearam esta investigação. Em consonância com a questão central desta investigação propõe-se uma construção teórica sobre a teoria da *Socioepistemologia*, com a temática Derivadas e suas Aplicações para cursos de Engenharias.

São enfatizados o Discurso Matemático Escolar, o conceito de Aula Estendida e a Resolução de Problema como Metodologia de ensino, pois tais temáticas fundamentam o experimento realizado nesta investigação.

2.1 A TEORIA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

Teoria emergente, no campo da Educação Matemática, com singular cruzamento entre a Matemática, as Ciências Sociais e as Humanas. Tal teoria se caracteriza por explicar o a construção social do conhecimento matemático e sua divulgação institucional.

A investigação inicial dessa teoria pode ser encontrada na tese "Categorías Relativas a la apropiación de una base de significaciones propia del pensamiento físico para conceptos y procesos matemáticos de la Teoría elemental de las Funciones Analíticas" (CANTORAL, 1990), obra considerada a fundação dessa corrente de pensamento, que agora se chama Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa (TSME) de Cantoral (2013), na qual estão organizadas as contribuições científicas originais do programa da Socioepistemologia dos anos 1990, relativas às três práticas específicas: previsão, estabilidade e acumulação. As investigações desenvolvidas por Farfán (1993) e Cordero (1994) seguiram, ao mesmo tempo, que expandindo essa problemática levaram ao nascimento de um sólido programa de pesquisa.

A *Socioepistemologia* vem do latim sociais e do grego episteme, "conhecimento" do "saber", razão do saber, também conhecida como epistemologia das práticas filosóficas e das experiências, é considerada como um ramo da epistemologia que estuda a construção social conhecimento.

Segundo Cantoral (2013):

> A *Socioepistemologia*, como sistema teórico de pesquisa em Educação Matemática, aborda especificamente o problema da formação do conhecimento matemático. É importante frisar que este enfoque assume a legitimidade da forma de saber, seja ele popular, técnico e oculto, pois em seu conjunto constitui a sabedoria humana. Alguns enfoques teóricos contemporâneos estudam somente uma destas formas do saber (CANTORAL, 2013, p. 26).

Segundo Cantoral (2013), a *Socioepistemologia* surgiu na escola mexicana de Matemática Educativa, no final dos anos oitenta, e logo se espalhou para a América Latina durante a década de 1990 do século XX.

A *Socioepistemologia* marca um tipo de investigação em que se estudam os mecanismos sociais de construção do saber matemático (BUENDIA, 2010).

O nome *Socioepistemologia*, para Cantoral (2013), representa uma evolução social do saber, uma construção social do conhecimento. O saber matemático se constitui socialmente em um âmbito não escolar e sua introdução no sistema de ensino forçou a uma série de modificações que afetam a sua estrutura e seu funcionamento, afetando, também, a relação que se estabelece entre alunos e professores.

Ao introduzir o saber em aula se produz o discurso que facilita a comunicação de conceitos e procedimentos matemáticos e, em consequência, o saber se despersonaliza e se descontextualiza. Este processo permite a formação de consenso de como e o que ensinar, levando a uma perda do sentido e do significado do saber, reduzindo-se a temas separados, cuidadosamente sequenciados, denominados conteúdos ou unidades temáticas de uma disciplina (CANTORAL, 2013)

Esses discursos, que validam a introdução do saber matemático no discurso educativo, que legitimam um novo sistema de razão, recebem um nome genérico de discurso matemático escolar e são vistos como meios para levar a um consenso no âmbito didático. Esse consenso existe acompanhado de uma perda, de uma particular forma de hegemonia que possui inclusão.

De acordo com Cantoral (2013), o grupo que investiga este programa[2] propõe um redesenho do discurso Matemático Escolar como forma de atender, sem burlar, os problemas sociais e culturais que acompanham as atividades educativas no campo da matemática. Interessa ao grupo atender o fenômeno de massificação dos sistemas educativos, sem considerar que isto constitui, a *priori*, uma característica negativa da educação contemporânea, mas sim uma oportunidade para transmitir o conhecimento à sociedade por meio da aula estendida.

A Matemática não foi inventada para ser ensinada por uma necessidade funcional, mas para preservar o conhecimento humano e melhorar as capacidades de ação em uma série de tarefas. É usada em diferentes cenários, por meio de diferentes ações básicas de toda atividade humana, como, por exemplo, na elaboração de uma receita na cozinha, cálculo de doses de remédio, entre outras.

---

[2] Cantoral (2013) narra la evolución de um programa de investigación de largo aliento al que he denominado programa socioepistemológico em Matemática Educativa.

Estudos sobre o entendimento e construção de significados matemáticos foram a base para constituir o programa *socioepistemológico* pois sistematicamente foram analisados os mecanismos do conhecimento do saber. A *Socioepistemologia* buscou na teoria freiriana[3] a ação educativa transformadora da forma benéfica da realidade estudada, constituindo assim uma educação para liberdade no campo da matemática escolar, diríamos então que tínhamos que alcançar a máxima que aponta: "viver é entender" (CANTORAL, 2013).

No entanto, para Cantoral (2013) é preciso reconhecer que não foi alcançado o principal objetivo da Educação Matemática, que é democratizar a aprendizagem da matemática, pois esse objetivo precisa de um redesenho do Discurso Escolar Matemático. Para isso, não basta um redesenho de suas estruturas objetivadas, é necessária uma mudança de concepção sobre a ação da educação matemática. Na Figura 3 sugere-se uma comparação entre o programa clássico e um programa alternativo. De acordo com o autor, o programa clássico se refere ao que está nos sistemas de ensino e o programa alternativo sugerido é o de trabalhar de forma flexível proporcionando uma aprendizagem contextualizada, com o uso de situações práticas e com a metodologia resolução de problemas.

Figura 3- Contraste entre o programa clássico e alternativo

Programa clássico	**Programa alternativo**
Racionalidade universal	Racionalidade contextual
Currículo fixo	Currículo flexível
Com base em objetos	Baseado em práticas
Discurso matemático escolar fixo	Replanejamento do discurso matemático escolar
Reificação como padrão	Prática social como padrão
Centrado no sujeito	Centrado na comunidade
Racionalidade universal	Racionalidade contextual

Fonte: Cantoral (2013, p. 34).

Segundo Cantoral (2013), este objetivo não pode ser alcançado pelo programa psicologista, que era o seu limite teórico. Faz-se necessária a chegada de paradigmas inovadores que incorporem dimensões adicionais ao saber que, apesar de considerar centralmente os aspectos epistemológicos e cognitivos, deveriam acrescentar, com a mesma hierarquia, questões didáticas e, de forma ampla, os de sua prática social e cultural.

[3] Paulo Freire (1921-1997). Educador y filósofo brasileño que desarrolló toda una visión no ortodoxa de la educación. Entre sus máximas se encuentra: “Es necesario desarrolle una pedagogía de la pregunta. Siempre estamos escuchando una pedagogía de la respuesta. Los profesores contestan a preguntas que los alumnos no han hecho”. (CANTORAL, 2013, p. 32)

A *Socioepistemologia* está centrada na construção social do conhecimento matemático. Para Cantoral (2013), a teoria está influenciada pelos autores Thomas S. Kuhn, físico de prestígio internacional, Paulo Freire, Jean Piaget, Francisco Valera e Michele Artigue. Os autores citados também seguem as ideias de Dirk Struik, Alexandre Koyré, Irme Lakatos, Stephen Toulmin e Gaston Bachelard, os quais adotaram um enfoque da História e da Filosofia da Matemática, mais especificamente, na Epistemologia das Ciências, centrado nos aspectos contextuais, conceituais e procedimentais.

Assim, o programa *Socioepistemológico* começa com um olhar crítico sobre a tradição formalista e também para as abordagens construtivistas daqueles anos.

A Teoria *Socioepistemológica* está organizada em dez teses essenciais, conforme Cantoral (2013):

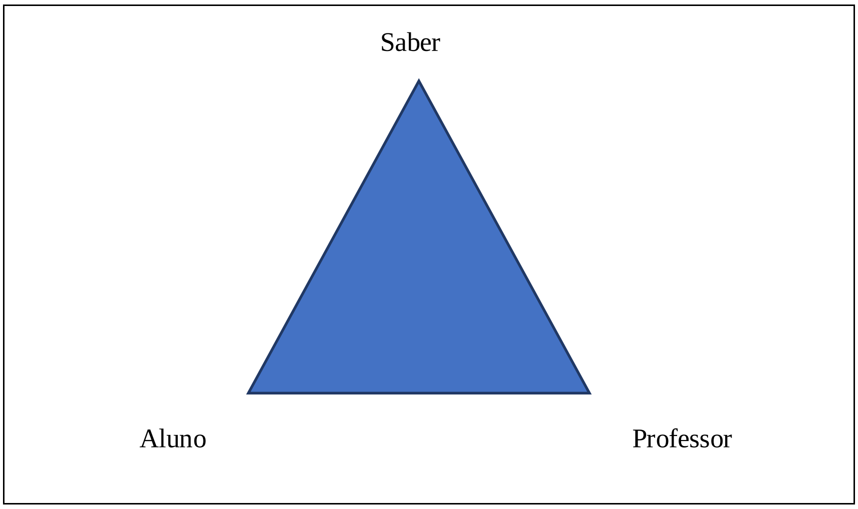
- Tese 1: O conhecimento matemático, assim como o científico, não foi projetado para ser ensinado na aula clássica;
- Tese 2: O saber matemático deve sua origem, razão de ser e sua significação a outras práticas de referências;
- Tese 3: As práticas sociais são a base e orientação do conhecimento humano;
- Tese 4: A difusão institucional do conhecimento matemático está regida por ideologias: busca de consensos, mecanismos de hegemonia e coerção, normatizada por um discurso Matemático Escolar;
- Tese 5: O ensino da Matemática tem sido usado para *expulsar* estudantes do sistema de ensino;
- Tese 6: A *Socioepistemologia* não trata de uma epistemologia social ou *socioepistemológica*, mas sim de uma episteme do social ou *Socioepistemologia;*
- Tese 7: A *Socioepistemologia* tem usado temporariamente termos construídos por outros enfoques ou outras disciplinas do conhecimento (por exemplo, se emprega a noção de aprendizagem proveniente da Psicologia), a qual busca agora reconsiderar esses construtos em virtude da grande quantidade de evidências empíricas acumuladas;
- Tese 8: A atividade e a prática são elementos de articulação teórica;
- Tese 9: Redimensionar o saber, significação coletiva e ressignificação teórica;
- Tese 10: Respeito à diversidade cultural, teórica e metodológica (CANTORAL; MOLINA; SÁNCHEZ, 2005).

Desde sua formulação essas dez teses têm sido entrelaçadas pelo grupo de pesquisa, por meio de suas contribuições científicas.

O estudo que norteia este programa está centrado no conhecimento matemático, ou seja, situações que provêm de práticas situadas e compartilhadas pelas comunidades estudadas. As práticas sociais são fortemente estudadas, porque estabelecem a forma em que se explicam as normativas do funcionamento social e a exigência para que a Matemática escolar adquira valor de uso e sejam funcionais aos sujeitos, tanto em sua designação individual quanto coletiva (em sua comunidade). O estudo do saber, na *Socioepistemologia*, realiza-se centrado no uso do conhecimento matemático, perante situações que provêm de práticas situadas e compartilhadas pela comunidade estudada.

No princípio, essa teoria começou com o estudo dos fenômenos didáticos de maneira sistêmica, considerando-se apenas os três polos básicos do clássico triângulo didático: o conteúdo de ensino (saber), o sujeito que aprende (aluno) e quem ensina (professor), regulamentados em um plano didático controlado, considerando a necessidade de sucessivas construções, ampliando e reorganizando o nível teórico. Na Figura 4 apresenta-se o clássico triângulo didático.

Figura 4 - Triângulo didático



Fonte: Cantoral (2013, p. 45).

Sendo assim, os autores reconheceram que ao trabalhar com situações de aprendizagem deveriam incorporar as dimensões sociais e culturais que significassem o que originou o conhecimento Matemático. Surge, então, a necessidade de incorporar uma dimensão adicional: a dimensão social e cultural, isto é, incorporar o modelo social com a prática cultural, permitindo que a teoria, em particular, a disciplina em geral, aceitasse assuntos antes ignorados e, por outro lado, explicou a integração sistêmica com quatro dimensões, para estudar os fenômenos didáticos do saber: a epistemológica, didática, cognitiva e a quarta dimensão, a social e cultural.

Segundo Carrillo apud Cantoral tem-se:

> [...] Aquilo, com o qual os indivíduos podem contribuir para analisar as práticas sociais, pertence a um domínio diferente do matemático, diferente de algo de uma só pessoa, pertencente a um domínio da Psicologia denominada dimensão afetiva, conforme as crenças, emoções, atitudes e valores (CARRILLO apud CANTORAL, 2013, p. 47).

Conforme Cantoral (2013), atualmente a *Socioepistemologia*, como teoria, coloca que para entender a complexidade da natureza do saber e seu funcionamento em nível cognitivo, didático, epistemológico e social na vida dos seres humanos, deve-se problematizar o saber no mais amplo sentido, situando-se em torno da vida do aprendiz (individual e coletivo) que exige um redesenho da educação compartilhada, orientando e estruturando o discurso Matemático Escolar.

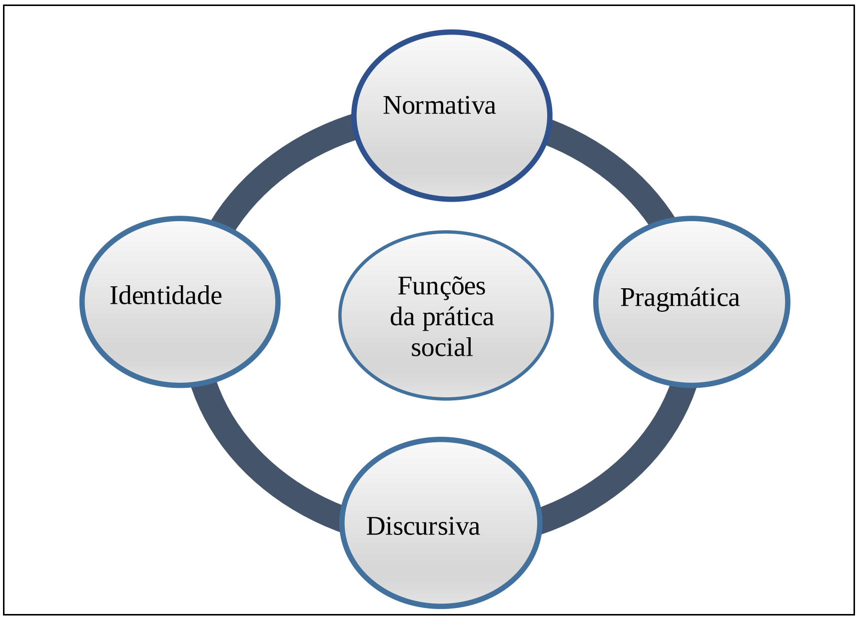
Nesse sentido, os saberes são de diferentes formas de compreender e explicar a realidade que se encontra vinculada com as práticas sociais compartilhadas, que, por sua vez, são regulamentadas pelas mesmas práticas sociais.

A prática social é um emergente social com características do tipo funcional. As funções de prática social são quatro: normativa, com identidade, pragmática e discursiva (reflexiva). Em razão dessa diversidade de funções, é possível assumir um caráter funcional do saber matemático em diversas situações.

A *Socioepistemologia* é uma teoria no campo da Matemática Educativa onde suas construções são teóricas, que têm base empírica.

A noção de prática social como função delimitada é um emergente teórico que aparece quando a dimensão social se incorpora ao sistema “epistemológico, didático, cognitivo” que assumia, tempos atrás, um enfoque sistêmico da didática fundamental da Matemática. A noção de prática social segue avançando. Na Figura 5 apresentam-se as funções da prática social, segundo Cantoral (2013).

Figura 5 - Funções de Prática Social



Fonte: Cantoral (2013, p. 50).

Conforme Cantoral (2013), os autores sustentam uma hipótese alternativa ao enfoque *Platonista* do conhecimento: assume uma epistemologia da Matemática que considera como fundamental o papel que julga as práticas sociais como construção do conhecimento matemático.

A seguir se associa ao término "uso" da palavra "conhecimento" para dar lugar ao "saber", adequando-se também com uma noção de aprendizagem situada no contexto de aprendizagem.

Segundo D'Amore apud Cantoral tem-se:

> Conhecimento é a informação em uso; o saber e ação deliberada para fazer do conhecimento um objeto útil frente a uma situação problemática. De onde se deduzem que a aprendizagem é uma manifestação da evolução do conhecimento. Por que a aprendizagem consiste em dar resposta correta antes de uma situação concreta. Com esta imagem, tão profunda, se expressava há alguns anos o autor Ricardo Cantoral no debate sobre Matemática Educativa, de um tempo pra cá muito acaloradamente em todo o mundo, sobre o que significa em verdade o saber (D'AMORE apud CANTORAL, 2013, p. 52).

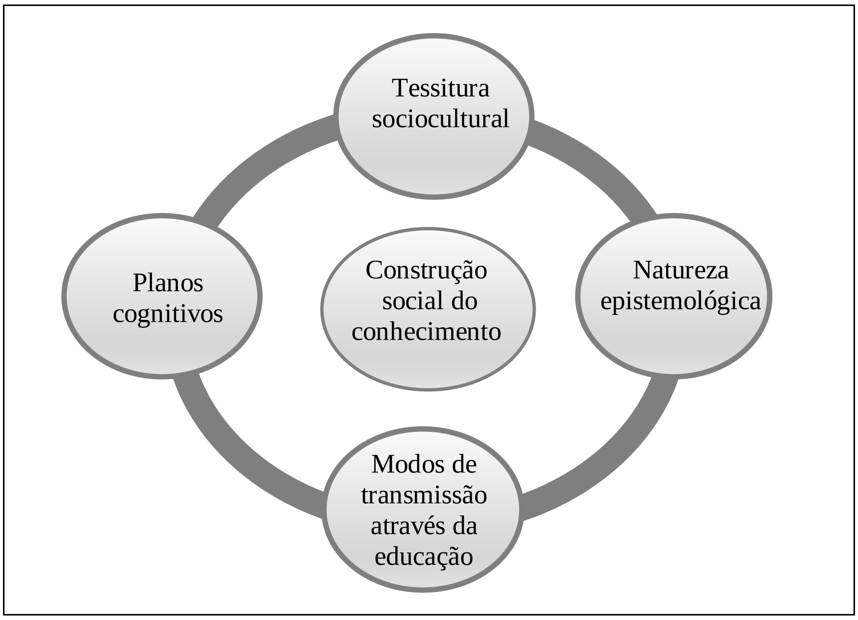
Dessas hipóteses alternativas sustenta o autor que o conhecimento matemático, considerado avançado, tem uma origem e uma função social, associadas a um conjunto de atividades práticas socialmente valorizadas, pois todo conhecimento obedece a uma necessidade de práticas de natureza concreta.

De acordo com Cantoral (2013), as investigações mostraram, durante os últimos anos, a pertinência e consolidação a essa postura, tanto no nível de resultados quanto no âmbito de estruturação teórica elaborada. Essa teoria trata, de forma articulada, com as quatro dimensões do saber (construção social do conhecimento): sua natureza epistemológica (sobre a forma em que se conhece), sua força sociocultural da mente (ênfase no valor de uso), planos cognitivos (as funções adaptativas) e modos de transmissão por meio do ensino (herança cultural).

Segundo Cantoral (2013), o saber matemático não pode ser apenas uma definição formal, e sim um conhecimento aplicado à realidade do indivíduo. O grupo de pesquisa de Cantoral assume o saber como construção social do conhecimento, nesse sentido, o saber e os saberes são processos deliberados para uso compartilhado do conhecimento. Segundo mesmo autor, trata-se de mecanismos construtivos, altamente sofisticados, de natureza social, que se caracteriza por produzir interações, explícitas, entre mente, conhecimento e cultura.

Nesse sentido, o saber matemático (o saber sobre algo) não pode se reduzir à definição formal, declarativa e racional, a um conhecimento matemático (conhecimento de algo), mas sim se deve ocupar de sua história como mecanismo fundamental de construção. Na Figura 6 demonstra-se a abordagem sistêmica da *Socioepistemologia*.

Figura 6 - Abordagem Sistêmica *Socioepistemologia*



Fonte: Cantoral (2013, p. 54).

Nesse sentido, faz-se necessário analisar os desempenhos dos alunos antes das tarefas matemáticas, tanto as atividades simples quanto as complexas, como uma forma para entender os conceitos e processos matemáticos.

Para Cantoral (2013), em um sentido amplo, considerado pelos autores tradicional, a teoria do conhecimento tem considerado a representação como uma imagem, uma ideia, uma noção mais ampla, como um pensamento expresso, simbólico e formando o nível mental que se apresenta de modo consciente.

A representação precisa de um objeto com existência prévia, cuja captação intelectual reproduza mentalmente por meio de situações vivenciadas no presente, o de antecipar eventos futuros, que condensem as experiências adquiridas.

A *Socioepistemologia* trata dos problemas de representação de modo diferente, pois busca discutir teoricamente sobre a ação de representar o objeto mediante artefatos, ferramentas e signos, assim que se localiza as práticas (atividades práticas) e a forma em que estas se formam como práticas sociais (CANTORAL, 2013).

A teoria *Socioepistemológica* da Matemática Educativa se ocupa, então, especificamente, do programa que explica a construção social do conhecimento matemático e de tal difusão institucional do saber.

Conforme Cantoral (2013), toda teoria está situada dentro de uma ou várias tradições acadêmicas e se constitui mediante programas de investigação orientados por paradigmas situados históricos, cultural e institucionalmente. Desse modo, a teoria *Socioepistemológica*, assim como todo sistema teórico, dispõe de modelos, conceitos, princípios, hipóteses, leis, observações e experiências, todos no qual se sustenta a teoria. Para Mario Bunge, a origem dos modelos pode resumir-se no seguinte:

> [...] para apresentar a realidade se começa a partir de informações. Se agregam, consequentemente, elementos imaginários (ou melhor hipótese), porém com uma intenção realista. Se constrói, assim, um objeto modelo esquemático, que para dar frutos, deverá integrar-se em uma teoria facilmente entendida através dos fatos. (BUNGE apud CANTORAL, 2013, p. 68).

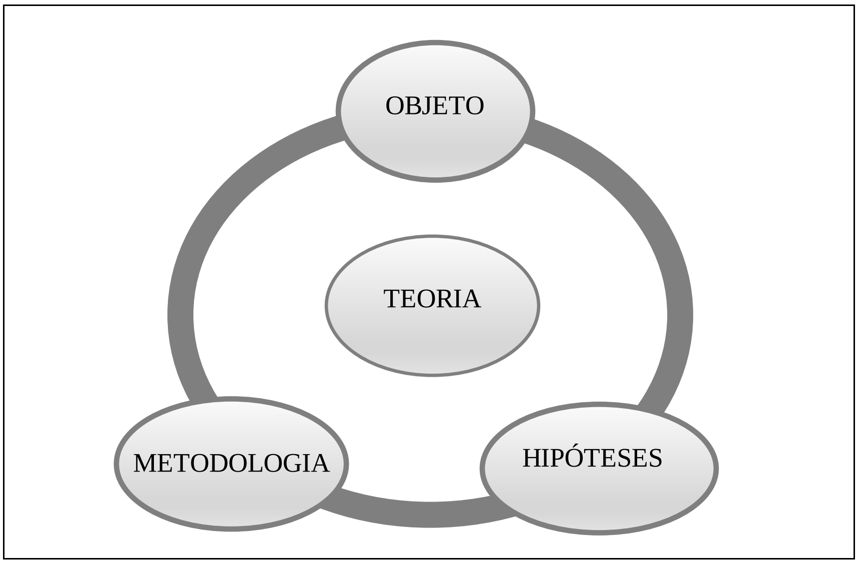
No ponto de vista estrutural e sintético, as teorias compõem-se de objeto de estudo, metodologia de investigação e hipóteses de trabalho.

Segundo Cantoral (2013, p. 68), uma teoria é uma tríada: T:<<O,M,H>>.

- **T**: Teoria: sistema conceitual ou modelo.
  - ✓ **O**: Objetos: entidades examinadas;
  - ✓ **M**: Metodológicos: procedimentos, técnicas, sistemas e critérios de validação ou verificabilidade;
  - ✓ **H**: Hipóteses: enunciados verificados ou não.

Em termos de um diagrama cíclico e interativo, imagina-se que um elemento se articula com os outros nessa dinâmica, assim, a teoria atua sobre o objeto de estudo e estes sobre ela mesma Figura 7.

Figura 7 - Elementos básicos de uma teoria



Fonte: Cantoral (2013, p. 69).

Em termos curriculares, os temas abordados se localizavam no campo do ensino e aprendizagem da Matemática da mudança de variação: Pré-cálculo, Cálculo, Equações Diferenciais, Variável Complexa e Análise Matemática, correspondente com áreas da Matemática avançada: Teoria da Convergência de Séries de Funções e Teoria Série e Integração.

A *Socioepistemologia* tomou certa distância dos programas denominados tradicionais clássicos e impulsionou uma posição original sobre o problema da construção social do conhecimento matemático e sobre a didática de qualquer matemático, que é vista no âmbito cultural.

Tradicionalmente, Cantoral (2013) considera o ensino da Matemática como um tipo de arte que livremente fica sob o domínio do professor, porém, o processo de ensinar para aprendizagem do aluno deve ser avaliado em relação ao comportamento escolar do estudante, a aprovação ou reprovação no curso. Nesse sentido se discute sobre como ocorre a aprendizagem, se confunde a aprovação com a aprendizagem.

Conforme Cantoral (2013), fatores, como motivação, afetividade, imaginação, comunicação, aspectos linguísticos e culturais desempenham um papel fundamental na confirmação da matemática entre os estudantes, aprender matemática não pode ser mera cópia do anterior, mas sim constituir-se em aprender o processo de aprendizagem dos alunos.

O papel do professor, para Cantoral (2013), é mais ativo, pois diferentemente do que se poderia pensar, sobre ele recai a responsabilidade de ensino e coordenação das situações de aprendizagem. Ainda, segundo o autor para que tenha aprendizagem e ensino é necessário que o conhecimento seja um objeto importante, quase essencial, de interação entre professor e seus alunos. A aprendizagem dos alunos depende exclusivamente da atenção dos alunos e do seguimento que professor discerne na explanação do conceito matemático.

Essa tentativa levanta uma questão básica: de que maneira o conhecimento sobre os processos de aprendizagem em Matemática pode influenciar beneficamente no ensino? Uma razão que nos serve para explicar a complexidade do conhecimento matemático consiste em observar que a maioria das noções matemáticas desempenha um papel duplo: o de processo e objeto, em função de uma situação e a conceituação que os alunos têm.

A *Socioepistemologia* em mudança, não se reduz à reificação[4] e à coisificação de objetos abstratos, mas a uma coordenação ativa de ações, atividades e práticas, intencional e normal (CANTORAL, 2013).

Atualmente se considera o professor como profissional reflexivo, que decide, desenha, implementa e experimenta estratégias de ação para alcançar a aprendizagem dos alunos. Para Cantoral (2013), uma das teorias mais influentes em décadas anteriores é a teoria das situações didáticas, de Gui Brousseau, que propõe um estudo sobre as condições nas quais se constitui o conhecimento matemático, e considerando que o controle dessas condições permite reproduzir e otimizar o processo de construção escolar do conhecimento.

O objetivo central da didática da Matemática é averiguar como funciona o processo de aprendizagem da Matemática, busca incidir nas práticas humanas da aprendizagem em cenários diferentes, levando a uma mudança sobre os conceitos de aula, de sociedade e do saber.

A *Socioepistemologia* tem uma contribuição fundamental: os modelos à construção social do conhecimento matemático, juntamente com a sua propagação institucional, isto é, Cantoral (2013), a modelagem da dinâmica do conhecimento ou do conhecimento colocado em uso.

Nesse aspecto, para Cantoral (2013), a *Socioepistemologia* modela a construção social do conhecimento Matemático, conjuntamente com sua difusão institucional, isto é, modela as dinâmicas do saber, o conhecimento colocado em uso. Para conseguir o anterior, foi necessário introduzir a noção de uso, em contraste com a noção psicológica de aquisição da aprendizagem, passando do conhecimento estático para o estudo do saber.

As pesquisas em Matemática Educativa, com orientação *Socioepistemológica*, principiam-se com o tratamento do saber, se constroem, reconstroem, significam e

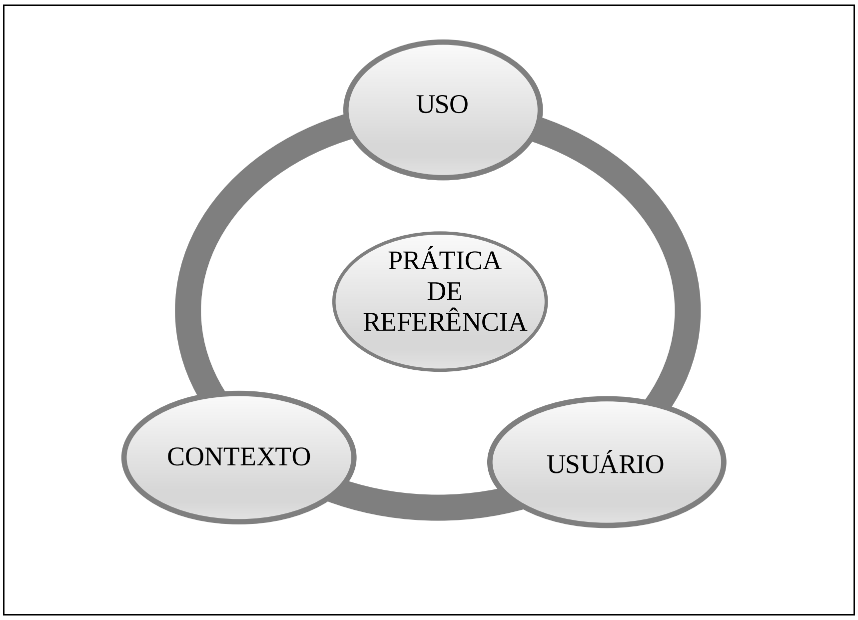
---

[4] Dicionário português-Substantivo feminino Transformação em coisa; coisificação: reificação do pensamento. [Filosofia] de modo geral, refere-se à sobreposição das coisas em detrimento das pessoas, sendo caracterizada pelo poder que elas exercem sobre os sujeitos. (https://www.dicio.com.br/reificacao/)

ressignificam, se localizam no tempo e no espaço, exploram desde a ótica de quem aprende, de quem inventa, de quem usa: se posicionam a uma opção construtiva na perspectiva histórica, cultural e institucional para que, em definitivo, sejam redesenhadas com fins didáticos. Isto é, o saber se problematiza: histórica e dialeticamente com intencionalidade.

Em síntese, não existe um uso e sim usuário, e isto não está no contexto no qual acontece o uso: uma tríade: uso-usuário-contexto, e uma expressão objetiva da existência de uma prática de referência, Figura 8.

Figura 8 - A Tríade de uma Prática de Referência



Fonte: Cantoral (2013, p. 98).

Segundo Minguer (apud CANTORAL, 2013, p. 100), entende-se por práticas sociais um conjunto de ações que surgem e permanecem no ambiente social, afetando e controlando o nível de todo o indivíduo. A prática social não é estática, é ativa, e está se construindo dia a dia, é produto do mesmo nome, sua característica principal atual gera consenso, sempre se manifesta e percebe com toda clareza, pode estar oculta, porém, constitui-se no presente, a prática social pode estar constituída por atividades motrizes e intelectuais.

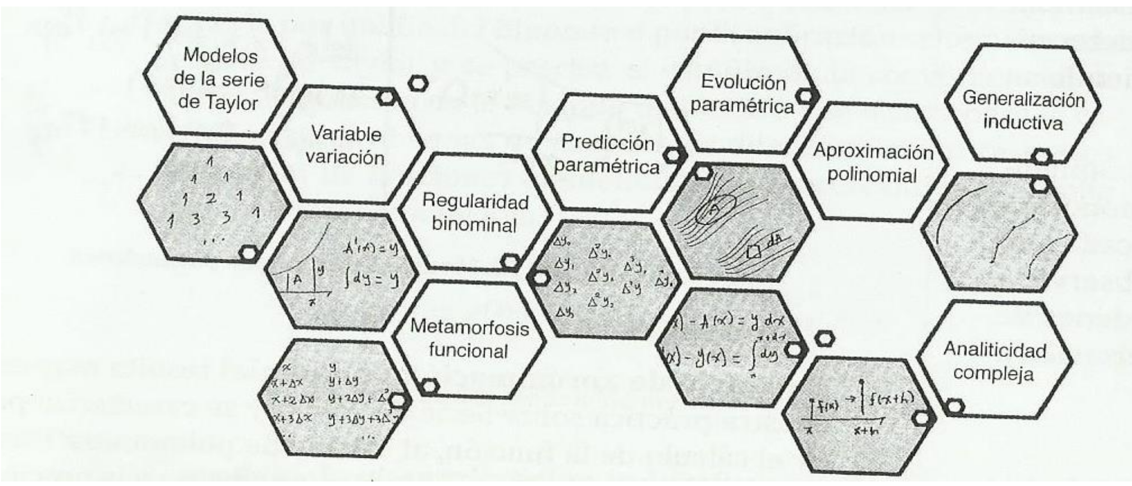
Essa racionalidade indicou que se precisa entender os mecanismos funcionais que operam na relação de natureza dialética do tema investigado, ou seja, nas noções de predição das Ciências Físicas, das Engenharias e da Matemática.

De acordo com Cantoral (2013), o *praediciere* significa o que pode "predizer" (prever num fenômeno de estudo), como teoria surge quando esse princípio e sua afirmação como um modelo, o modelo formal de Matemática para desenvolver, incorporam-se mais tarde por princípios, corolários, axiomas, teoremas, procedimentos. Com a *praediciere* a teoria aparece apenas à medida que os resultados se encontram acima em áreas organizacionais em uma estrutura racional, introduzindo novos resultados matemáticos, em novas representações de ideias antigas não são incluídos apenas.

Conforme Cantoral (2013), a *praedicare* (teoria) como um esquema, teve a sua primeira base de significação que permite reconhecer o todo e olhar a parte, como uma técnica de predição, em que as ideias matemáticas vão evoluindo conforme o estudo do elemento pontual para o conhecimento do todo global. Consolida-se, assim, os elementos de uma estrutura matemática, que permanecerá como forma de olhar essa classe de fenômenos.

Desse modo, o grupo de pesquisa de Cantoral assume que o corpo teórico da Matemática escolar se expressava por meio de uma prática, estrutura de ações, processos, atividades, práticas de referência e práticas sociais e deveria ter uma estrutura mais complexa que implica no sociocultural, mais ampla, que aquela utilizada em um tempo com nomes diversos do tipo "dialética ferramenta do objeto", ação, processo, objeto, esquema, ou seja, processo objeto. Os modelos se classificam em vários, conforme Figura 9.

Figura 9 - Modelos Paradigmáticos



Fonte: Cantoral (2013, p. 118).

Essa forma de análise para processar informação de história e de ideias, com propósito educacional, levou o grupo a enfocar, cada vez com maior força, nas práticas, com as perguntas: Como consegue processar as informações dessa maneira? Que influências externas educativas, políticas, filosóficas, científica guiaram o pensamento científico da época? De modo que as respostas a essas perguntas enriquecessem a visão do conceito, pois iluminaram os fatores de desenvolvimento matemático, atendendo o papel da prática.

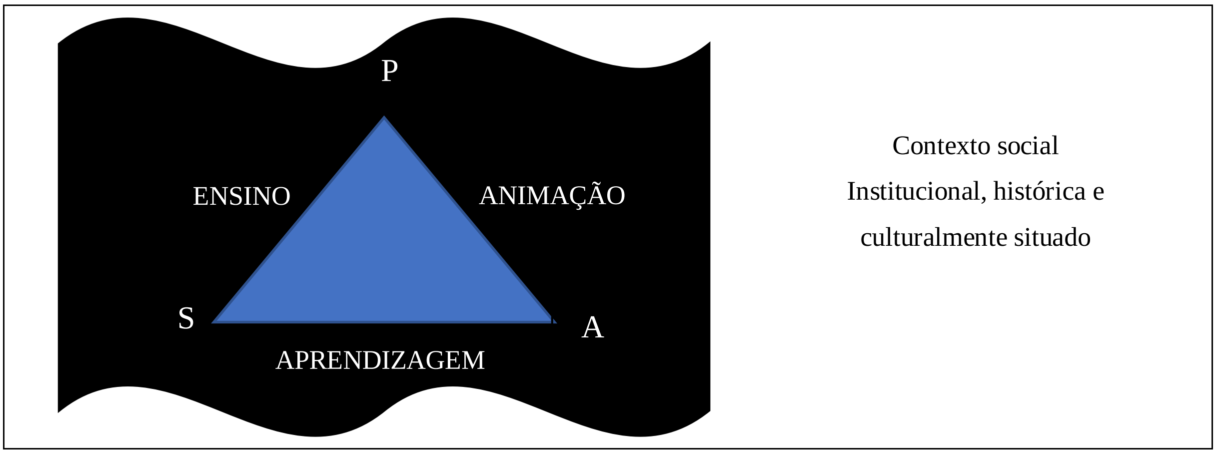
Segundo Cantoral (2013), para redesenhar o discurso Matemático Escolar, foi elaborada uma metodologia composta por vários elementos que definem a teoria *Socioepistemológica.* Segundo Cantoral (2013, p. 127), os elementos para o redesenhar do discurso matemático escolar são:

a) Gênese histórica;
b) Didática de antigamente;
c) Fenomenologia Intrínseca;
d) Constructos característicos;
e) A *práxis* educativa.

A Matemática Educativa, de Cantoral (2013), utilizou várias décadas o triângulo didático como a base do sistema didático, com seus polos {S, A, P}: o saber, o professor e o aluno caracterizados como autores do sistema (D'AMORE, FANDIÑO apud CANTORAL, 2013, p. 140).

A articulação de diversos sistemas didáticos particulares caracteriza o funcionamento do sistema educativo. Alguns autores apontam que a relação professor-aluno se caracteriza pela animação, enquanto que a relação professor-saber acontece pelo ensino e aluno-saber pela aprendizagem. A Figura 10 mostra o triângulo didático estendido.

Figura 10 - O Triângulo Didático Estendido

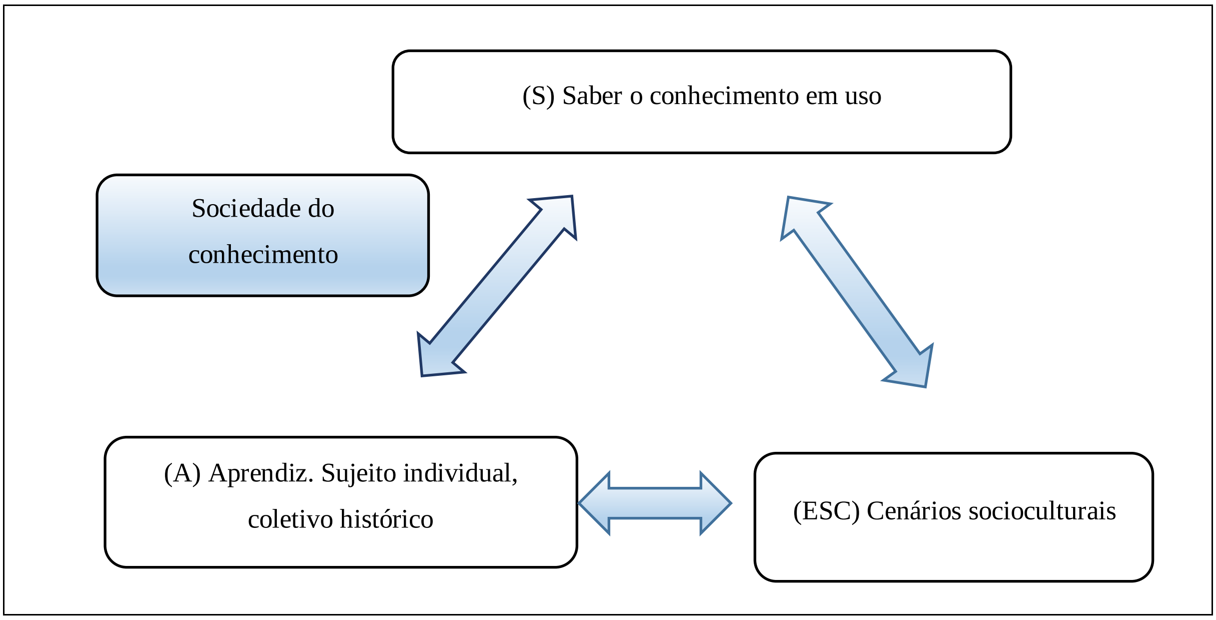


Fonte: Adaptação de Cantoral (apud CANTORAL (1998), 2013, p. 141).

No triângulo estendido, a *Socioepistemologia* incorpora contextos sociais e perspectivas culturais para a significação, aparecem como principais autores do processo didático, o aprendiz, o saber "tanto conhecimento em uso como a construção social do conhecimento”, cujas relações são orientadas por práticas de referência e normado por práticas sociais.

Sua própria identidade é determinada por sua prática. Desse modo, os autores tomam o triângulo como a base para o desenvolvimento teórico, conforme a Figura 11.

Figura 11 - O Triângulo Didático na *Socioepistemologia*



Fonte: Cantoral (2013, p. 142).

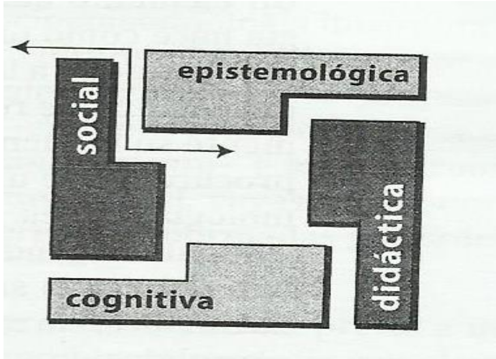
A *Socioepistemologia* apresenta o modelo 4x3: as quatro dimensões do saber; os quatro princípios da *Socioepistemologia* e as quatro funções da prática social (CANTORAL, 2013).

Conforme Cantoral (2013), o saber matemático é entendido como a construção social do conhecimento matemático, tem dimensões que interagem entre si de modo que se não pode analisar uma sem a outra, embora por questões de método se separem temporária e intencionalmente.

Nesse sentido, centra a atenção no saber como na construção social do conhecimento, abre, desse modo, para a didática um campo de intervenção para ação educativa. A passagem de conhecimento para o saber é, então, uma expressão de aprendizagem, como construção social do conhecimento. A Figura 12 apresenta as quatro dimensões do saber.

Figura 12 - As Quatro Dimensões do Saber

Prática Social:
Aquilo que regula as atividades vinculadas à construção social do conhecimento matemático



Fonte: Montiel (apud CANTORAL, 2013, p. 145).

Segundo Cantoral (2013), a norma que orienta as quatro dimensões do saber é feita pela prática social por intermédio de suas funções, e isso nos permite falar sobre as dimensões do conhecimento matemático. Cada uma das dimensões mantém, no sistema, relações de autodeterminação com o restante, ou seja, cada uma das dimensões está em razão das outras três. Porém, como a dimensão social foi a última a suprimir o modelo, alguns trabalhos assumiram que essa é uma dimensão especial e que modifica os demais.

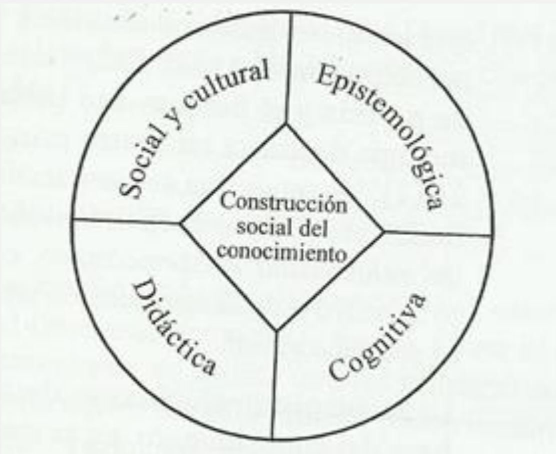
Segundo Cantoral:

> A dimensão didática está diretamente relacionada aos costumes didáticos, trata a matemática escolar como objeto de estudo e serve primordialmente para localizar e explicar o discurso da Matemática Escolar. A dimensão epistemológica está fundamentalmente associada à análise da problematização do conhecimento, do saber, localização da fenomenologia e dos constructos característicos. A dimensão cognitiva localiza-se no nível dos processos mentais apresentados no nível dos autores educacionais em sua ação a ser conhecida, tanto nos processos de raciocínio relacionados a um conhecimento, quanto em pensamento em sentido amplo. A dimensão social é muito mais focada nos papéis desempenhados pelos autores, no papel que tem o saber, tanto na construção social do conhecimento, na construção de consensos, nas suas práticas, na elaboração e adaptação de instrumentos mediadores (CANTORAL, 2013, p. 146).

A teoria sistêmica *Socioepistemológica* busca construir uma explicação sistêmica dos fenômenos didáticos no campo da Matemática, não somente se discute o assunto da semiose e da cognição de maneira isolada, mas busca intervir no sistema didático no sentido amplo.

A *Socioepistemologia* tem se apoiado e se articulado em quatro dimensões fundamentais na construção social do conhecimento, conforme Figura 13.

Figura 13 - As Quatro Dimensões do Saber: Segundo Modelo



Fonte: Cantoral (2013, p. 151).

A *Socioepistemologia* considera as práticas sociais como a base do conhecimento, à medida que se sustenta a orientação para uma construção social do conhecimento matemático. Em suma, sustenta que as práticas sociais são a base de construção do saber (regulamentada das práticas sociais), no contexto influenciado significativamente com que um indivíduo ou grupo constrói o conhecimento e o coloca em uso.

A *Socioepistemologia* baseia-se em quatro princípios fundamentais: Princípio da Racionalidade Contextualizada; Princípio do Relativismo; Princípio de Ressignificação Progressiva e da Apropriação Situada e o Princípio Normativo da Prática Social. Sem ter uma sequência linear, mas formando uma rede nodal: o começo de racionalidade contextualizada, o princípio do relativismo epistemológico, o princípio da ressignificação progressiva ou da apropriação situada e do princípio normativo da prática social (CANTORAL, 2011).

Para os autores Cantoral (2002), Cantoral, Farfán, Lezama e Martínez (2006), a *Socioepistemologia* considera as práticas sociais como a base do conhecimento, à medida que são o meio de orientação para realizar a construção social do conhecimento matemático. A prática social não é o que o indivíduo ou o grupo faz em si, mas o que os faz fazer o que fazem, mesmo sem adquirir consciência de suas ações.

Os Princípios da teoria *Socioepistemológica* segundo Cantoral, Reyes e Montiel (2014);

O *Princípio da Racionalidade Contextualizada* faz referência à relação do sujeito com o saber, considerando que é uma função do contexto. Os estudos empíricos da Psicologia experimental insistem que se deve entender os princípios normativos de raciocínio dentro dos contextos específicos sob os quais se faça uma inferência. Esse princípio afirma que a racionalidade com a qual se atua depende do contexto em que o indivíduo se encontra em um momento e lugar determinado (ESPINOZA, 2009).

Para explicar esse princípio, é importante se regressar à ideia de cenário proposta pela teoria sociocultural de Crespo (2007), na qual se afirma que esse cenário “Influencia não apenas os comportamentos, mas o modo de agir e pensar dos membros da sociedade que a habita, modelando, de certa forma, suas ações e pensamentos, condicionando-os substancialmente.”

O *Princípio do Relativismo* é o conceito que sustenta que os pontos de vista não têm verdade ou validade universal, mas, em qualquer caso, somente tem uma validade subjetiva e relativa aos diferentes quadros de referência. Em questões relacionadas com a natureza e sociedade, tem sido considerado que existem duas posições antagônicas: objetivismo e relativismo.

Para o primeiro a verdade, ou o sentido da verdade, é independente do sujeito individual ou sujeito coletivo para a outra posição. A verdade, ou mais propriamente, o valor da verdade está em relação com quem e onde se experimenta. Isso é importante em questões educacionais e culturais, para um aluno que não entende por que está mal, é necessário que primeiro entenda porque que está bem. O olhar para essa mudança, do erro para obstáculo foi um salto de Matemática Educativa. Para a *Socioepistemologia*, por outro lado, o relativismo epistemológico nos permite aceitar isto como conhecimento localmente válido, derivado de séculos de experiência (CANTORAL; REYES; MONTIEL, 2014).

O *Princípio de Ressignificação Progressiva e da Apropriação Situada p*ara a epistemologia genética, a ação é a base do desenvolvimento do conhecimento, ação do sujeito sobre o objeto, disso derivam os significados construídos. De modo que o significado dependerá em grande parte do cenário contextual em que a ação, o uso de símbolos é personalizado para melhor apropriação do conceito, ou seja, para compreende melhor o objeto de estudo. Esse primeiro significado é colocado em operação em novas situações e, sob o mesmo esquema construtivo, ressignifica, produzindo conhecimento. A essa dinâmica de significância chamamos de ressignificação progressiva e está na base do desenvolvimento do pensamento.

Esse mecanismo de produção de significado não isola o individual, mas dá a ele uma maneira de estabelecer laços de interação, porque, no momento de colocá-los em uso, precisa do usuário, das ferramentas, dos argumentos, discursos, ambientes socioculturais que permitam o surgimento do saber, um saber que por sua natureza é compartilhado e é um emergente de um processo social (CANTORAL; REYES; MONTIEL, 2014).

O *Princípio Normativo da Prática Social* é o elo fundamental para o funcionamento da teoria. Supõe-se que práticas sociais são a base e orientação nos processos de construção do conhecimento, são constituídos, por assim dizer, como geradores de conhecimento. Por exemplo, o *prediciere* (predizer) é considerado uma prática social no sentido pleno de que as funções base e orientação do programa *Sociepistemológico* é fundamental para a matemática da variação e mudança, pensamento e linguagem variacional segundo Cantoral (1990, 2013).

Em síntese, a teoria *Socioepistemológica* sustenta que as práticas sociais são os fundamentos da construção do conhecimento (normatividade das práticas sociais), e que o contexto influencia significativamente o tipo de racionalidade com que um indivíduo ou grupo constrói conhecimento, desde que o signifique e o coloque em uso (racionalidade contextualizada).

Dessa forma, Cantoral, Reyes e Montiel (2014) colocam que a *Socioepistemologia* é caracterizada como uma teoria contextualizada, relativista, pragmática e funcional que leva em conta a complexidade da natureza do conhecimento e seu desempenho cognitivo, educacional, epistemológico e social na vida dos seres humanos, mostrando os processos de adaptação, empiricamente verificável, que nos permitem atingir algum grau de satisfação em nossos atos de saber.

Para Cantoral, Reyes e Montiel:

> A *Socioepistemologia* tem uma contribuição fundamental: modela a construção social do conhecimento matemático e sua difusão institucional, ou seja, modela a dinâmica do conhecimento ou "colocar o conhecimento em uso". Para conseguir isso, foi necessário introduzir a noção de uso, em contraste com a noção psicológica de aprendizagem por aquisição, ou seja, mudou-se para o estudo do conhecimento em uso. É importante nesta abordagem, assumimos a legitimidade de todas as formas de conhecimento, isto é popular, técnica, ou culto, porque como um todo, constituem a sabedoria humana. Alguns enfoques teóricos contemporâneos, neste campo estudam apenas uma dessas formas de conhecimento (CANTORAL; REYES; MONTIEL, 2014, p. 97).

Para desvendar a relação entre conhecimento e vida cotidiana, a *Socioepistemologia* responde às perguntas: o que é saber? O que fazemos quando construímos e utilizamos os conhecimentos? Como construímos nossos sistemas conceituais?

A teoria *Socioepistemológica* da Matemática Educativa se ocupa, então, especificamente, do programa que explica a construção social do conhecimento matemático e de tal difusão institucional do saber.

A seguir apresenta-se o conceito de Matemática, Matemática Escolar e Matemática Educativa, compreendendo o discurso Matemático Escolar (dME) e o redesenho do discurso Matemático Escolar (RdME) e a concepção de aula estendida.

2.2 DISCURSO MATEMÁTICO E AULA ESTENDIDA NA VISÃO DA *SOCIOEPISTEMOLOGIA*

Cantoral, Reys e Montiel (2014) fazem uma diferenciação de termos Matemática, Matemática Escolar e Matemática Educativa. A Matemática, como se pode perceber, refere-se ao ramo do conhecimento científico estabelecido com sólidos critérios de verdade; a Matemática Escolar é um subproduto derivado dos processos de transposição para o ambiente escolar e é, por assim dizer, uma encenação ficcional no ambiente de sala de aula; Matemática Educativa, finalmente, é vista como uma disciplina científica educacional de estudos vinculados ao conhecimento matemático.

Na teoria *Socioepistemológica* o ensino não deve ser restrito ao ambiente escolar, pois deve ser usado em um sentido estendido, onde a construção de significados visa uma aprendizagem significativa. Na visão da *Socioepistemologia*, entende-se que a dimensão didática está presente em todos os tipos da atividade humana, escolar ou não escolar.

Nesse sentido, em dar significados aos conceitos, deve-se reconhecer que um professor tem o objetivo de ensinar a Matemática Escolar, não propriamente a Matemática, deve proporcionar para a comunidade educacional uma possibilidade de intervenção na Matemática Escolar, redesenhando para fins de aprendizagem. O matemático educacional discute como ensinar, o que ensinar, quem ensinar e quando ensinar.

Para Reyes (2016), os conhecimentos matemáticos são produtos da construção social, onde a ideia de social refere-se a uma ideia Vigoskiana. De acordo com Vygoski (1978), o conhecimento é um produto da interação social e cultural, conhecida como zona de desenvolvimento proximal. Vygotsky (1978) desenvolveu o conceito de zona de desenvolvimento proximal para discutir e explicar a relação existente entre desenvolvimento e aprendizagem. Para o autor, as situações de aprendizagem vividas pelo sujeito e mediadas por sujeitos mais experientes geram mudanças qualitativas e impulsionam o processo de desenvolvimento do indivíduo.

De acordo com Cantoral, Reys e Montiel (2014), deve-se reconhecer que um professor tem como objeto de ensino a Matemática Escolar, não propriamente a Matemática. Nesse sentido, abre para a comunidade educativa uma possibilidade de intervenção, considerada formidável. A Matemática Escolar significa modificar a Matemática para fins de aprendizagem, sendo assim, a Matemática Educativa não somente discute como ensinar, mas também o que ensinar, a quem ensinar e quando ensinar.

Para os autores:

> Um professor que tome como saber teórico de referência a Matemática Educativa, não no sentido de conteúdo curricular, mas ante determinados conteúdos curriculares tome decisões sobre argumentos e procedimentos que coloque em jogo os estudantes, atendendo sua racionalidade e relativismo epistemológico correspondente, pode estar fazendo um redesenho da Matemática Escolar. A Matemática Escolar é vista por muitos alunos como irrelevante e de pouca utilidade em suas vidas profissionais. Veem como um assunto chato, repleto de técnicas e truques, difícil de aprender e baseada em procedimentos adquiridos pela repetição memorística (CANTORAL; REYS; MONTIEL, 2014, p. 104).

Ao se pensar na Matemática, como atividade humana, surge uma série de desafios interessantes, relacionados à Ciência, Tecnologia e inovação, centrados na realidade material, orgânica e social que necessitam de processos criativos, baseados em pensamento crítico e processos de socialização do saber, visando práticas de referências diversas.

Segundo Cantoral, Reys e Montiel (2014), a teoria *Socioepistemológica* baseia-se no pressuposto de que os problemas do ensino da Matemática não provêm ou não estão relacionados apenas ao estudo dos estudantes sobre práticas memorísticas, nem às competências de ensino dos seus professores, mas obedecem, principalmente, à estrutura, funcionamento e natureza do conhecimento matemático escolar posto em jogo. Esse conhecimento, como um sistema de razão, constitui o conteúdo escolar como uma organização conceitual de objetos e processos, cuja vida é restrita à sala de aula, dizem, as versões de Matemática que vivem nas salas de aula (Matemática Escolar), versões que enfatizaram predominantemente a visão estruturalista da Matemática.

Nesse sentido, a teoria compreende que o importante não é ensinar os resultados de uma atividade, mas comunicar a própria atividade, pressupondo que os alunos devem aprender a Matemática pela matematização, organizando e reorganizando sua realidade. Realidade esta que não se restringe à Física, Biologia ou Sociedade, mas a uma realidade imaginável ou razoável para os próprios alunos.

Desse modo, deve-se considerar a vida do aluno como fonte de conhecimento, como fonte principal para a busca de contextos e situações que conduzam à necessidade de realidades organizadas matematicamente à própria história evolutiva, social e cultural da espécie humana.

Para Cantoral (1995, p. 2):

> A Matemática Educativa não é o ensino da Matemática, nem a Matemática Escolar é uma simplificação da Matemática. Seu objeto de estudo são os processos de transmissão e aquisição dos diferentes conteúdos matemáticos em situação escolar. [...] Não nos reduzimos à busca de uma boa maneira de ensinar uma certa noção previamente fixada, mas sim nos permitimos assumir como objeto de estudo, por exemplo, a organização de uma atividade cuja intenção declarada é a aprendizagem de um certo conhecimento.

A palavra *Socioepistemologia* levanta em si, uma relação ao conhecimento, uma analogia de natureza social, que localiza o saber como construção social do conhecimento. Ao introduzir o conhecimento matemático na sala de aula como objeto de ensino, são produzidos discursos que facilitam a comunicação de conceitos e procedimentos matemáticos e, consequentemente, o conhecimento torna-se despersonalizado e descontextualizado, reduzindo-se aos tópicos sequenciados, para favorecer a formação de consensos para que este conhecimento seja desenvolvido em sala de aula.

Para Cantoral, Reys e Montiel (2014), esses consensos são alcançados à custa de uma perda de sentido e de significado original, reduzindo o saber a tópicos isolados e sequenciados, muitas vezes chamados de conhecimento, "conteúdo" ou "unidades temáticas" de um assunto. Os discursos que validam a introdução do saber matemático ao sistema didático e que legitimam um novo sistema de razão recebem o nome genérico, nesta teoria, de discurso Matemático Escolar (dME) e são vistos como um meio de alcançar uma participação consensual no discurso durante o alcance didático.

Portanto, a construção social do conhecimento matemático está atrasada no dME. Esse fato leva a teoria *Socioepistemológica* (CANTORAL, 2003) a afirmar que é no próprio dME que reside o maior conflito de ensino e aprendizagem de Matemática e seus aspectos didáticos.

Na teoria *Socioepistemológica*, Cantoral (2013), com seu grupo de pesquisa, propôs o redesenho do dME como forma de abordar a forma de ensinar, sem deixar de lado os problemas sociais e culturais que acompanham a atividade didática em Matemática. O redesenho deve ser entendido não apenas por suas estruturas objetiváveis (livros didáticos, currículos, programas de estudo, avaliações nacionais, entre outros), mas propõe o redesenho do discurso Matemático Escolar (RdME), ou seja, uma profunda mudança de concepção sobre o tema ação da Matemática Educativa, que requer a transição do programa clássico para um programa alternativo, baseado na construção social do conhecimento matemático e os princípios da teoria *Socioepistemológica*.

Nessa perspectiva os conceitos e processos matemáticos que se põem em funcionamento em um ato didático podem não ser objetos matemáticos no sentido clássico, formas de saber culto aceito pela comunidade matemática ou pela noosfera educação expressos no currículo oficial, seja explícita ou taticamente. Os conceitos matemáticos são noções, ideias em sua fase germinativa, ações, atividades e práticas que participam de outras áreas da atividade humana, como a construção de artefatos, inovações tecnológicas, projetos de engenharia, no campo das ciências, técnicas, artesanato, atividades comerciais e assim por diante.

A Matemática, na perspectiva *Socioepistemológica* de Cantoral, Reys e Montiel (2014), é considerada uma parte essencial da cultura, um elemento “vivo”, que é criado “fora” da sala de aula, mas é recriado “dentro” dela. A Matemática não foi inventada para ser ensinada e, no entanto, é ensinada e usada em cenários diferentes, vivendo por meio das ações mais básicas de todas as atividades humanas, como: construção de moradias; tecelagem; processamento de protocolos para o uso de remédios ou tóxicos; preparação de receitas culinárias; cálculo de doses de remédios; explicitação de conjecturas matemáticas; coordenação de movimentos de um piloto ao aterrissar em uma pista complicada, etc..

O conhecimento matemático está presente nas práticas cotidianas de todos os seres humanos, ao classificar, prever, narrar, comparar, transformar, estimar, ajustar, distribuir, representar, construir, interpretar, justificar, localizar, projetar, reproduzir, explicar, contar ou medir.

Essas práticas foram utilizadas para projetar intervenções didáticas que modificam a compreensão das noções teóricas clássicas em Matemática Educacional, como exemplo, as noções de aprendizado são estendidas a um campo didático fora da escola onde o conhecimento matemático pode não corresponder ao institucional (aula estendida).

Segundo Cantoral, Reys e Montiel (2014), a aprendizagem é uma noção polissêmica que é a mesma usada pelo programa comportamental (aprendendo como mudança comportamental), e os enfoques cognitivos (aprendizagem como mudança de representação) ou contextos socioculturais (aprendendo como mudança de prática).

Uma aula estendida em uma sala de aula necessita de um contrato, por sua vez, diz respeito a relacionamentos explícitos ou implícitos, entre professor e aluno, quando o conhecimento escolar está em processo de constituição, considerações de ordem social estão agora incluídas na *Socioepistemologia e* a cultura que contemplam as circunstâncias históricas, culturais e institucionais para a construção e difusão de significados.

Em uma aula *estendida* pode-se questionar que ideias, estratégias ou procedimentos matemáticos surgem na mente do aluno, antes que estes são ensinados ou compartilhados por outra pessoa e, nesse caso, quais ideias foram desenvolvidas dentro das diferentes culturas e em diferentes momentos.

Para Cantoral, Reys e Montiel (2014), a S*ocioepistemologia* refina a análise situacional com base na ação do indivíduo sobre o ambiente e como estas se constituem em atividades humanas que, por sua vez, reiteradas com intencionalidade, tornam-se práticas socialmente compartilhadas no contexto das grandes práticas de referência. Todos eles, regidos por práticas sociais que caracterizam o coletivo e o campo do conhecimento específico. Ou seja, a prática social não é a Matemática em si, mas as práticas sociais envolvendo conhecimentos específicos que a constitui como conhecimento institucional daria destaque.

3 OBJETO MATEMÁTICO DE DERIVADAS: USO DE DERIVADAS NOS CURSOS DE ENGENHARIAS

Neste capítulo apresenta-se a discussão sobre a temática em estudo, *Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharia na Perspectiva Socioepistemológica*, o objeto matemático, ou seja, o uso dos conceitos de Derivadas e suas aplicações na perspectiva da teoria *Socioepistemológic*a.

Cantoral (2003) coloca que os aspectos cognitivos, epistemológicos e didáticos do conhecimento são abordados por diferentes esquemas explicativos, o paradigma predominante tem disso o "*objeto matemático"* como metáfora para explicar como se constrói o conhecimento matemático. O modo de abordar a matemática no sistema educacional ocorre por meio dos "*objetos matemáticos"* concebidos como abstratos, que são exemplificados e exercitados.

Nesse sentido, inicia-se com uma reflexão a respeito das Derivadas e do uso da Derivada em cursos de Engenharias.

O conhecimento do processo de utilização das derivadas é importante para estudantes de Engenharias, em virtude das inúmeras áreas de aplicações, em diferentes ramos da Ciência. Busca-se conceituar a temática de pesquisa na visão da *Socioepistemologia.*

3.1 UM OLHAR SOBRE DERIVADAS

Segundo Eves (2002), o século XVII foi muito importante para o desenvolvimento da Matemática, graças, em grande parte, às novas e vastas áreas de pesquisas que nela se abriram. Indiscutivelmente, a realização Matemática mais notável do período foi a invenção do Cálculo, perto do final do século XVII, por Isaac Newton (1642-1727), que desenvolveu métodos analíticos unindo técnicas matemáticas já conhecidas, o que tornou possível a resolução de problemas de vários tipos, como o de encontrar áreas, tangentes e comprimentos de curvas, assim como máximos e mínimos de funções, e por Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646-1716), o qual o destino tinha reservado a tarefa de elaborar uma notação apropriada, assim como a de nomear o Cálculo Diferencial e Integral.

De acordo com Eves (2002), o curioso é que o desenvolvimento histórico do Cálculo seguiu na ordem contrária à apresentada em textos e cursos básicos atuais sobre o assunto, ou seja, primeiro surgiu o Cálculo Integral e, muito depois, o Cálculo Diferencial. A ideia de integração teve origem em processos somatórios ligados ao cálculo de área e de certos volumes.

A diferenciação, criada bem mais tarde, resultou de problemas sobre tangentes e de questões sobre máximos e mínimos, sendo a diferenciação a operação inversa da integração.

Conforme Eves (2002), o conceito de derivada está ligado às retas tangentes à curva nos pontos tomados e suas implicações com máximos e mínimos. Os Gregos da Antiguidade já tinham o conceito de reta tangente a uma curva em um ponto. O interesse por tangentes a curvas reapareceu no século XVII, como parte do desenvolvimento da Geometria Analítica.

Segundo Diniz (2006), no século XVII, Pierre Fermat (1601-1665) foi o primeiro a considerar várias curvas inteiras de uma só vez, as quais foram nomeadas de parábolas superiores, curvas da forma $y = kx^n$, onde k é constante $e\ n = 2, 3, 4, \ldots, n$. Sendo assim surgiu a introdução da Álgebra no estudo da geometria de curvas, tendo dessa forma grande contribuição para o desenvolvimento dos conceitos de derivada. Fermat desenvolveu um processo algébrico que determinou os pontos máximos e mínimos sobre uma curva que, na visão geométrica, significa encontrar os pontos onde a tangente à curva tem inclinação zero. René Descartes (1596-1650) estabeleceu a relação entre a Geometria e a Álgebra, denominada de Geometria Analítica, onde criou um processo para encontrar a tangente a uma curva partindo de dupla raiz, técnica aperfeiçoada por Johan Hudde (1628-1704).

De acordo com Paranhos (2009), a questão das tangentes a curvas teve importância para Newton, ao estudar os movimentos dos planetas. Em 1665, pesquisando o traçado das tangentes e buscando determinar volumes de barris de vinho, criou o método de fluxos, atualmente denominado cálculo diferencial.

Conforme Paranhos (2009), Leibniz, em 1676, durante uma viagem diplomática a Londres, teve acesso aos manuscritos de Newton. Escreveu a ele perguntando sobre séries infinitas e recebeu duas cartas, denominadas de Epístola Prior e Posterior, onde Newton revela alguns de seus pensamentos sobre séries infinitas e sobre o método de fluxos.

O cálculo diferencial de Leibniz apresentava uma fundamentação bem diferente da expressa por Newton, pois Leibniz não estudou o movimento para chegar ao conceito de derivada e integral. Ele pensou nas variáveis x e y como sendo grandezas que variavam por sucessão de valores infinitamente pequenos. Introduziu dx e dy como sendo a diferença entre esses valores sucessivos.

Paranhos (2009) afirma que, enquanto o Cálculo “Leibniziano” ganhava cada vez mais adeptos na Europa, entre esses a família Bernoulli, os matemáticos ficaram isolados e, quando voltaram a estabelecer relações com os europeus do continente, tinham não somente perdido parte do avanço do cálculo como também não compreendiam muito bem a notação “Leibniziana”, utilizada. Apesar desse fato, o julgamento tranquilo da História considera que ambos foram os criadores independentes do cálculo. Newton chegou a ele dez anos antes, Leibniz foi o primeiro a divulgá-lo e sua melhor simbologia utilizada até hoje.

De acordo com Iezzi et. al (1993), o estudo do conceito da derivada surge no século XVII na Europa, com Sir Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz. Newton desenvolveu o cálculo com a ideia centrada no conceito de taxa de variação (velocidade), e Leibniz com a ideia central do cálculo ser uma diferencial, onde ela é a diferença entre dois valores próximos de uma variável. Leibniz desenvolveu simbologias e fórmulas, estabelecendo a notação $dx, dy, \ldots,$ para as diferenciais $x, y, \ldots$,após regras como: $da = 0,$ se a é constante; $d(u + v) = du + dv = udu + vdv.$

Segundo Diniz (2006), no século XVIII, Joseph Louis Lagrange (1736-1813) tentou tornar o cálculo mais rigoroso, já que pretendia dar um formato puramente algébrico à derivada, ele desenvolveu a notação usada hoje em dia no cálculo diferencial. Contudo, sua base sólida para o cálculo falhou, pois, certas propriedades de séries infinitas utilizadas para embasar sua concepção de derivadas foram demonstradas falsas.

No século XIX, Augustin Louis Cauchy (1789-1857) estabeleceu que a definição de derivada é:

> O limite de $[f(x+i) - f(x)]$ / i quando i se aproxima de 0. A forma da função que serve como o limite da razão $[f(x+i) - f(x)]$ / i dependerá da forma da função proposta $y = f(x)$. Para indicar sua dependência, dá-se à nova função o nome de função derivada (DINIZ, 2006).

Em seguida, Cauchy encontrou conceito de derivadas de todas as funções elementares e a regra da cadeia. Ele utilizou o trabalho de Lagrange para provar vários teoremas básicos do cálculo, onde a partir desse momento a definição derivada e o Cálculo Diferencial passaram a fazer parte rigorosa e moderna do Cálculo Diferencial e Integral.

Atualmente, os autores de livros de Cálculo, utilizados em cursos de Engenharia, apresentam os seguintes conceitos como importantes para a compreensão das aplicações de Derivadas (Figura 14).

Figura 14 – Conceitos de Derivadas e suas Aplicações

Livro: FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Miriam Buss. *Cálculo A*: Funções, Limite, Derivação e Integração. 6. ed. revista e ampl. São Paulo: Prentice Hall, 2012.
ORDEM DOS CONTEÚDOS
1. Derivada - A Reta Tangente - Velocidade e Aceleração - A Derivada de uma Função num Ponto - A Derivada de uma Função - Continuidade de Funções Deriváveis - Derivadas Laterais - Regras de Derivação - Derivada de Função Composta - Teorema (Derivada da Função Inversa) - Derivadas das Funções Elementares - Derivadas Sucessivas - Derivação Implícita - Derivada de uma Função na forma Paramétrica - Diferencial 2. Aplicações da Derivada - Taxa de Variação - Análise Marginal - Máximos e Mínimos - Teoremas sobre Derivadas - Funções Crescentes e Decrescentes - Critérios para Determinar Extremos de uma Função - Concavidade e Ponto de Inflexão - Análise Geral do comportamento de uma Função - Problemas de Maximização e Minimização - Regra de L'Hospital - Fórmula de Taylor
Livro: ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. *Cálculo*. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007. v. 1.
ORDEM DOS CONTEÚDOS
1. A Derivada - Retas Tangentes, Velocidade e taxas de Variação Gerais - Função Derivada - Técnicas de Diferenciação - Regras do Produto e do Quociente - Derivadas de Funções Trigonométricas - Regra da Cadeia - Taxas Relacionadas - Aproximação Linear Local - Diferenciais - Derivação Implícita - Derivação de Funções Logarítmicas - Derivações de Funções Exponenciais e Trigonométricas Inversas - Regras de L'Hospital; Formas Indeterminadas 2. A Derivada em Gráfico e Aplicações - Análise de Funções I: Crescimento, Decrescimento e Concavidades - Análise de Funções II: Extremos Relativos; Gráficos e Polinômios - Mais sobre Gráfico de curvas: Funções Racionais; Curvas em Cúspides e Retas Tangentes Verticais; Usando Recursos Computacionais - Máximos e Mínimos Absolutos - Problemas de Máximos e Mínimos Absolutos - Método de Newton - Teorema de Rolle; Teorema do Valor Médio - Movimento Retilíneo
Livro: LEITHOLD, L. *O Cálculo com Geometria Analítica*. 3.ed. São Paulo: Harbra, 1994. v.1.
ORDEM DOS CONTEÚDOS
1. Derivadas - A Reta Tangente e a Derivada - Derivabilidade e Continuidade - Teoremas sobre Derivação de Funções Algébricas - Movimento Retilíneo e a Derivada como Taxa de Variação - Derivadas de Funções Trigonométricas - Derivadas de uma Função Composta e a Regra da Cadeia - A Derivada da Função Potência para Expoentes Racionais - Derivação Implícita - Taxas Relacionadas - Derivação de Ordem superior 2. Valores Extremos das Funções, Técnicas de Construção de Gráfico e a Diferencial - Valor Funcional Máximos e Mínimos - Aplicações Envolvendo Extremos Absolutos num Intervalo Fechado - Teorema de Rolle e Teorema do Valor Médio - Funções Crescentes e decrescentes e o Teste da Derivada Primeira - Concavidades e Ponto de Inflexão - O Teste da Derivada Segunda para Extremos Relativos - Traçando um Espaço do Gráfico de uma Função - Tratamento Adicional dos Extremos Absolutos e Aplicações - A Diferencial - Solução Numérica de Equação pelo Método de Newton

Fonte: Flemming, Anton e Leithold (2012, 2007, 1994).

De acordo com os três livros didáticos referenciados na Figura 14, livros utilizados nas bibliografias básicas das Engenharias na Instituição UCEFF faculdades, percebe-se que os conteúdos de Derivadas são apresentados seguindo uma ordem: primeiro a definição, regras de derivação e ao final as aplicações.

Salienta-se que a teoria *Socioepistemológica* defende que a aprendizagem deve partir de situações-problema contextualizadas e que a construção dos conceitos deve partir de uma situação real, concreta, do estudo de um fenômeno, buscando prever o que pode acontecer.

A seguir apresenta-se a ideia do desenvolvimento do pensamento e linguagem variacional de acordo com o grupo de pesquisa de Cantoral (1998, 2000, 2005, 2013, 2017).

3.2 DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO E LINGUAGEM VARIACIONAL

O desenvolvimento do pensamento e linguagem variacional fornece uma oportunidade de construir pontes entre a investigação e a realidade da sala de aula.

O desenvolvimento do pensamento e linguagem variacional no contexto da Engenharia requer a combinação do uso de formalismo matemático com a compreensão de métodos matemáticos para quantificar, descrever e prever mudanças e com o desenvolvimento do pensamento relacional, como fios para entender e determinar razões para a mudança de processos contínuos contextualizados às características tecnológicas a sociedade atual, onde o engenheiro deve exercer sua profissão , que também requer conhecimento do conteúdo pedagógico para o ensino da Matemática (BÁEZ, MARTÍNEZ-LÓPEZ, PÉREZ, PÉREZ, 2017).

De acordo com Báez, Martínez-López, Pérez, Pérez, (2017), o uso didático de modelagem, comunicação e reflexão deve ser promovido linguagem matemática e matemática para a solução de problemas nos conceitos de função, derivada e integral contextualizados em tarefas próprias da engenharia para reconhecer neles a existência de relações entre os objetos variacionais da matemática subjacente.

Para Cantoral (2013) , a ressignificação do conhecimento matemático, como categoria de análise para o estudo conhecimento *socioepistemológico*, é assumido com o objetivo de promover o significado da Objetos de Cálculo Diferencial Integral, baseados em práticas de diversas referências, como os processos de variação e mudança na engenharia, para incentivar o enriquecimento do conhecimento construído, com novas significados, revelando diferentes usos do conhecimento matemático, a partir da mudança das práticas de referência.

Segundo Artigue (1998), o desenvolvimento do pensamento e da linguagem variacional entre os estudantes requer processos prolongados, a julgar pelos tempos didáticos habituais. Assume, por exemplo, o domínio da matemática básica e dos processos de pensamento associados, mas exige rupturas diferentes com estilos de pensamento pré-variacional, como o caso do pensamento algébrico. Essa ruptura não pode ser sustentada exclusivamente para o núcleo da educação baseada em um novo paradigma de rigor, que é simplesmente induzida a partir da construção de números reais como base da aritmetização da análise, nem pode ser baseada apenas na ideia de aproximação, mas também deve ajudar a matematizar a previsão dos fenômenos da mudança.

Para acessar o pensamento e a linguagem variacional, é necessária, entre outras coisas, a manipulação de um universo de formas gráficas ricas em significados por parte do aluno.

Cantoral e Farfán (1998) consideram o pensamento e a linguagem variacional como uma necessidade básica no processo do ensino, fornecendo uma abordagem sistêmica, permitindo incorporar componentes fundamentais na construção do conhecimento, como sua natureza epistemológica, sua dimensão sociocultural e os níveis dos modos cognitivos de transmissão por meio do ensino.

Nesse sentido, o pensamento e a linguagem variacional serão entendidos como uma linha de pesquisa da teoria *Socioepistemológica*, que permite fazer articulação entre a investigação e as práticas sociais que dão a vida à Matemática de variação, de mudança nos sistemas didáticos.

Compreender o pensamento e linguagem variacional é preciso ensinar a partir de um universo de formas diferentes, rico em significados, justificando por que se aprende.

Para Cantoral (2000):

> O pensamento e a linguagem variacional (PyLV) é uma linha de investigação que se ocupa em estudar os fenômenos de ensino, aprendizagem e comunicação do conhecimento matemático de variação e mudança no sistema educacional e no sistema dando lhe espaço social (CANTORAL et al., 2000, p. 185).

Conforme Cantoral, Molina e Sanchez (2005), o termo “variacional” está intimamente ligado ao conceito de variação, entendido como uma quantificação da mudança. Dentro do pensamento e linguagem variacional, o conceito de variação é de fundamental importância, desde o estudo da variação em diferentes situações, particularmente aquelas ligadas ao movimento de corpos, com as ideias fundamentais que deram origem ao cálculo diferencial.

A *Socioepistemologia* pontua o problema da construção social do conhecimento matemático sob um ponto de vista sistêmico. Admite o saber como construção social do conhecimento, explicando os mecanismos que permitem o trânsito do conhecimento ao saber amplo.

Essa teoria explora formas de pensamento matemático fora e dentro da escola, enquanto modela a dinâmica de construção social do conhecimento matemático por intermédio do conjunto de práticas que são aceitas e socialmente estabelecidas (CANTORAL, 2013), reguladas, por sua vez, pelas práticas sociais. Deve-se entender não como a ação tomada (por exemplo, para medir), mas a orientação estratégica da prática (por que se mede e por que se faz dessa maneira).

Para Caballero e Cantoral (2013), essa teoria concentra a atenção nas práticas que acompanham e dão origem aos objetos matemáticos. No Cálculo, essas práticas são chamadas de estratégias variacionais, que são regidos pela prática social de *Predizer*, sendo esta a competência de antecipar fenômenos, anunciar antecipadamente antes de acontecer, ou seja, aquilo que irá ou poderá acontecer de um fenômeno em estudo.

Segundo Lerman (2000), as perspectivas sociais estão explicando os fenômenos de ensino e aprendizagem da matemática, compartilham o reconhecimento de que é significativo, que pensamento e raciocínio são o produto da atividade social. Assume-se que vai além da ideia de que as interações sociais fornecem a faísca que gera e estimula a atividade interna do indivíduo a construir significados.

Como nas pesquisas *Socioepistemológicas* (REYES, 2013; MONTIEL, 2011, 2013; BELTRÁN, 2013; SILVA-CROCCI; CORDERO, 2012), as investigações da tradição Anglo-Saxônica (BAKER, 2009; BAKER; STREET; TOMLIN, 2003) também reconhecem o social como uso e significados do conhecimento matemático. Embora limitem, fundamentalmente, a sala de aula, eles desenvolveram uma explicação social próxima à versão que o *Socioepistemologia* propôs já há algumas décadas.

No entanto, essas práticas não são realizadas arbitrariamente, têm uma estrutura, organização, chamada de modelo de ações da prática, que permite explicar empírica e teoricamente o processo de construção social do conhecimento matemático através do desenvolvimento intencional de práticas.

A *Socioepistemológica* justifica um esquema de ações de práticas que orienta a forma de trabalhar os conceitos matemáticos (CANTORAL, 2013), de acordo com a Figura 15.

.

Figura 15 - Esquema de ações progressivas de práticas

Fonte: Cantoral (2013).

Esse esquema de ações práticas orienta a forma de ensinar, visando uma melhor aprendizagem dos conceitos, compreendendo o esquema de práticas de acordo com Cantoral (2013):

a) Ação é o fazer, “utilizar as unidades de medidas, ordenar, medir, girar”;

b) Atividades é coordenar as ações, “comparar, seriar”;

c) Prática socialmente compartilhada é a organização da atividade, “previsão estimativa”;

d) Prática de referência e a normatividade das ações e atividades “taxicologia física”;

e) Prática social de “*Prædiciere*” significa o que pode “predizer” (prever num fenômeno de estudo).

Segundo Caballero e Moreno (2017), as ações são consideradas a intervenção direta do sujeito sobre o objeto de estudo, nesse caso, a variação, de modo que os elementos e variáveis do fenômeno sejam classificados, agrupados, medidos, etc. Essas ações são organizadas mediante a comparação e seriação, vistas como atividades realizadas de forma consciente e intencional. Isso significa que nem toda comparação ou seriação é uma estratégia variacional, mas aquelas que têm a intenção de estudar a variação. As atividades são organizadas para compor uma prática, nesse caso, as estratégias de previsão e estimativa. Essas práticas são orientadas e reguladas sob o paradigma de uma prática de referência e está, por sua vez, é normatizada pela busca da previsão da prática social de Predizer.

A teoria *Socioepistemológica* se preocupa com a problematização do saber matemático, considerando as razões políticas da organização do sistema educacional de ensino, a ideologia formada e a economia que rege esse sistema. Também visa à essência do que se vai ensinar na escola, dialetizando, ou seja, confrontando o uso da matemática na escola, como a organização estruturalista da escola.

O interesse em estudar a mudança e a variação deriva de uma necessidade inerente do ser humano, precisa prever, antes de avançar o tempo para observar os resultados. Num futuro próximo, várias ferramentas baseadas no estudo da mudança serão desenvolvidas e orientadas pela prática social de *Prædiciere*, a fim de antecipar o comportamento de sistemas complexos (CANTORAL, 2013).

A previsão dos fenômenos precisa determinar algum padrão ou regularidade no comportamento de variação, isto é, entender a dinâmica que as variáveis e suas variações seguem, chamado de caráter estável da mudança, em que a regularidade associada à variação determina o comportamento do fenômeno.

Conforme Cantoral (2013), para determinar o caráter estável da mudança, é necessário compreender quatro questões associadas à percepção da mudança: O que muda? A respeito do que muda? Como isso muda? E quanto isso muda? Em um fenômeno de variação, pode haver uma infinidade de elementos que estão mudando simultaneamente (o que muda?), no entanto, a atenção não é focada em todos eles, mas se elegem as variáveis mais relevantes para uma situação específica. Nesse sentido, requer alguma referência para comparar os estados do fenômeno, a fim de perceber que uma mudança ocorreu, ou seja, para responder ao questionamento “A respeito do que muda?”.

As duas primeiras questões referem-se à identificação e estabelecimento de relações de dependência entre variáveis; os outros dois questionamentos consistem em descrever a forma como se relacionam as variáveis, caracterizando a natureza da mudança.

Referente à questão: *Quanto isso muda?* constitui atribuir um valor à modificação do estado percebido. Enquanto a questão: *A respeito do que muda?* significa descrever o comportamento global. Ambas as questões podem ser realizadas em termos de valores numéricos ou mediante descrições qualitativas, por exemplo, maior que, menos que, mais frio, menos frio, cada vez mais rápido, mais lento, menos lento, etc..

3.3 O USO DAS DERIVADAS NA PERSPECTIVA DA *SOCIOEPISTEMOLOGIA*

Na investigação *Socioepistemológica* se evidencia que o desenvolvimento de estratégias de pensamento e linguagem variacional fornece bases significativas para os conceitos de cálculo e pré-cálculo, entre eles, a temática de Derivadas e suas aplicações.

Segundo Abalos e Ordóñez (2009), estudar o que varia e como varia em fenômenos de mudanças permite dar significado ao conceito de Derivada e não sendo apenas resolução de fórmulas. Nesse contexto, a análise das variáveis e suas variações sustenta a proposta que processo simultâneo e coordenado das derivadas sucessivas é uma condição para a formação da ideia de Derivada contextualizada.

Segundo os autores:

> O conceito de derivada é construído somente se ele passa entre sucessivas variações. Não se elabora unicamente com a primeira derivada, nem com a velocidade como razão para a mudança, mas em direção de variações que os caracteriza. Outra ideia de mudança pode ser analisada em um gráfico que não tenha expressão matemática e se pergunta os símbolos da função, bem como a primeira, segunda e terceira derivada. Se pensar em um nível mais elaborado pode-se formular problemas de forma verbal, de modo que o pensamento dos estudantes imagine os comportamentos (ABALOS; ORDÓÑEZ apud GONZALEZ, 2009, p. 15).

Conforme Cantoral e Farfán (1998), a ideia de trabalhar conceito utilizando gráficos com os estudantes se integra à proposta *Socioepistemológica* no que diz respeito à necessidade de adquirir, antes do estudo do cálculo, uma linguagem gráfica que facilite a transferência dos campos conceituais, estabelecendo um isomorfismo entre a linguagem algébrica e gráfica dos conceitos de Derivadas.

Trabalhar o conceito de Derivadas na proposta *Socioepistemológica* significa dar sentido ao conceito de Derivada, por intermédio de sua definição como um limite de proporção, ou seja, por meio de suas aplicações de forma contextualizada, acompanhando seu significado num contexto de origem. Portanto, não se busca trabalhar apenas a forma estrutural do conceito de Derivada, mas sim estudar um fenômeno, modelar, medir, aproximar e calcular situações de variação para gerar a necessidade de uma ferramenta que explique e resolve situações.

O conceito de derivada não pode se reduzir apenas na definição, se estamos preocupados com a aprendizagem.

Para Abalos e Ordóñez (2009), o paradigma que reconhece a natureza social da Matemática é a *Socioepistemologia*, que foca sua atenção no papel das práticas sociais para construir o conhecimento matemático e reconhecê-los como parte da atividade humana. Uma das suas tarefas é a formulação de epistemologias de prática, que pode constituir a base de significados para o conhecimento e a sua introdução articulada no processo de ensino, visando à aprendizagem significativa dos conceitos.

Caballero e Moreno (2017) descrevem uma situação de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem variacional para compreender o esquema de ações práticas que guia a forma de ensinar. A atividade está estruturada em momentos de situação de aprendizagem, com base no esquema de ações da Figura 13: ações, atividades, prática socialmente compartilhada, prática de referência e prática social de *Prædiciere* (predizer).

a) O primeiro momento diz respeito ao enchimento de um recipiente cilíndrico em fluxo constante, onde a atenção é focada em identificar a quantidade de altura que aumenta a cada segundo e a associação com o gráfico correspondente;

b) No segundo momento, o enchimento de dois recipientes cilíndricos é trabalhado, comparando a velocidade de enchimento variando a forma do recipiente (mais largura menos inclinação, maior declive estreito);

c) No terceiro momento, o enchimento de dois recipientes é comparado de uma abordagem numérica, a fim de prever qual deles é preenchido primeiro;

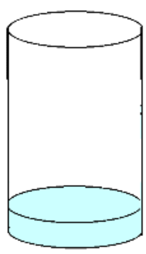
d) No quarto e último momento, os gráficos do crescimento da altura de recipientes cilíndricos (a uma taxa constante) com o preenchimento de recipientes de forma cônica, a título de contrastar o linear com o não linear.

A seguir apresenta-se a descrição da atividade e análise do momento um, dois e três.

A Figura 16 a seguir mostra o primeiro momento da atividade.

Figura 16 – Primeiro momento da atividade

Primeiro momento da atividade



Um recipiente cilíndrico vazio é preenchido com uma chave que deixa a água sair de forma constante.
A partir da figura realizam-se os questionamentos aos alunos:
1. Marque na imagem a altura que a água alcançará após 3 segundos;
2. Quantos segundos serão necessários para encher o recipiente? Justifique sua resposta;
3. Faça o esboço do gráfico que mostra a altura do líquido ao longo do tempo. Considere que o eixo horizontal corresponde ao tempo e o eixo vertical à altura. Explique como é o crescimento da altura neste recipiente.

Fonte: adaptado de Cabellero e Moreno (2017).

A primeira pergunta tem o objetivo de estabelecer uma relação entra a altura do líquido e o tempo, considerando as variáveis do fenômeno, para o qual a parte em azul, indicada no desenho, deve ser usada como uma medida quantitativa. No nível de ação, os desenhos são feitos na garrafa, indicando o nível de água de cada segundo da medição do segmento azul. Esses traços devem ser tais que o comprimento das alturas é o mesmo, o que leva à atividade de comparar as novas alturas em relação ao original.

Na segunda pergunta, o nível de ação corresponde novamente ao desenho dos segmentos, mas articulada pela estratégia de seriação, de tal forma que os segmentos chegam ao topo da garrafa. Com isso, no nível de prática, esses segmentos são contados para prever o tempo de enchimento.

Em relação à terceira questão, o nível de ação corresponde em considerar a construção dos segmentos anteriores, nesse nível de atividade é utilizada a seriação para determinar que os procedimentos são sempre iguais.

Dessa forma, o primeiro momento da atividade se caracteriza por meio dos comportamentos lineares, aqueles cujo crescimento é constante. Isso é alcançado, focando a atenção na atividade de comparação do comprimento dos segmentos que são desenhados em relação ao que tem no começo. Então, ao reconhecer que os comprimentos são sempre os mesmos, pode-se determinar o tempo de enchimento do recipiente.

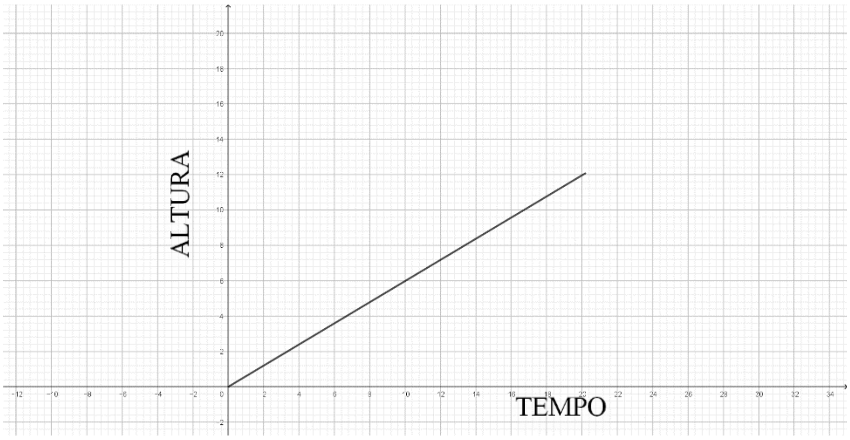
Segundo momento da atividade conforme (Figura 17).

Figura 17 – Segundo momento da atividade

Segundo momento da atividade:
Pergunta 1: Considere os recipientes cilíndricos A e B que têm dimensões diferentes, mas com a mesma capacidade, que são preenchidos com água com o mesmo fluxo constante. Esboce o gráfico da altura da água ao longo do tempo para cada recipiente. Qual é a diferença que existe na forma de crescimento e como cresce a altura de cada um?

Recipiente A   Recipiente B

Pergunta 2: O plano cartesiano, a seguir, representa o gráfico do preenchimento de um recipiente C . Construa, no mesmo plano cartesiano, o gráfico do preenchimento de um recipiente D, sabendo que ambos os recipientes são preenchidos a fluxo constante e, além disso, a altura do líquido no recipiente D aumenta o dobro do recipiente C.



Fonte: adaptado de Cabellero e Moreno (2017).

Na pergunta 1 é solicitado diferenciar o crescimento de altura em dois recipientes cilíndricos de diferentes dimensões, para os quais é necessário desenhar (ou considerar) a altura que o líquido atingiria durante a passagem de um segundo em um dos recipientes, que corresponde ao nível de ação. O nível de atividade se apresenta para comparar a altura desenhada com o que alcançaria cada recipiente, ao mesmo tempo e, desse modo, determinar que o aumento no recipiente estreito é maior que a largura do outro. Tendo em conta que já reconhece que o crescimento é constante para cada recipiente, não é necessário usar a seriação, apenas comparar as alturas correspondentes a cada recipiente.

Em relação à pergunta 2, que tem como objetivo construir o gráfico de um enchimento de um recipiente cilíndrico, dado o gráfico de outro enchimento do recipiente, o nível de ação corresponde a uma operação aritmética de multiplicação por dois, o valor da altura em cada momento do tempo e também encontrar esse valor no plano. O nível de atividade consiste em uma comparação das alturas, desde que cada altura gerada respeite a característica de ser o dobro em relação à antiga.

Terceiro momento da atividade conforme Figura 18.

Figura 18 - Terceiro momento da atividade

Demonstram os dados a partir da altura de um líquido durante o enchimento de dois recipientes cilíndricos com as mesmas dimensões. Se ambos os recipientes medem 15 cm de altura, qual dos dois se preencheria primeiro? Justifique a resposta.

RECIPIENTE A	
Tempo (s)	Altura (cm)
1	3,3
2	4,6
3	5,9
4	7,2

RECIPIENTE B	
Tempo (s)	Altura (cm)
1	1,8
2	3,6
3	5,4
4	7,2

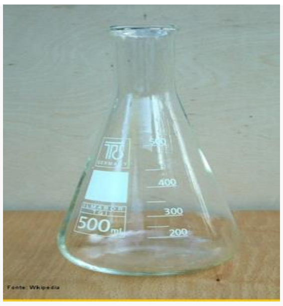
Fonte: adaptado de Cabellero e Moreno (2017).

Quarto momento da atividade (Figura 19).

Figura 19 - Tabela do recipiente A e B

Considere dois recipientes com formato de "cone", como mostra a imagem, que estão sendo cheios a um fluxo constante.

Recipiente A



Recipiente B

Fonte: adaptado de Cabellero e Moreno (2017).

Pergunta 1: relativamente a cada recipiente, qual é a diferença na forma de crescimento da altura do fundo de cada garrafa ao topo?

Pergunta 2: relativamente a cada recipiente, fornecer o gráfico mostrando a altura do corpo do líquido para a passagem do tempo.

A situação de aprendizagem promove o reconhecimento da função linear da variação constante, tanto de forma qualitativa e quantitativa em gráfico e análise numérica, permitindo representação da expressão $f(x) = ax + b$ quanto a quantidade de fluxo (a) e a quantidade inicial de água (b).

A situação foi projetada considerando uma evolução pragmática da variação por intermédio do desenvolvimento de estratégias variacionais e práticas do esquema, de acordo com as perguntas: O que muda? A respeito do que muda? Como isso muda? E quanto isso muda?

Um aspecto a ser considerado, na concepção dessa situação, é que as ações de práticas propostas não estão estruturadas como uma tarefa para cada nível do modelo, mas que cada pergunta ou indicação da situação está construída considerando o tipo de ações, atividades e práticas que se destinam a promover.

Esse modelo de atividade está elaborado segundo a linha de investigação do Pensamento e Linguagem Variacional (PyLVar), a qual se preocupa em estudar os fenômenos de ensino e aprendizagem do conhecimento matemático, ou seja, próprios da Matemática de mudança, enfatizando o caráter variacional da Matemática e não apenas sua forma simbólica e analítica (CANTORAL, 2000).

Em sentido mais amplo, consiste na forma de pensar, argumentar, organizar, abordar e comunicar matematicamente os fenômenos em estudo.

A *Socioepistemologia* apresenta uma sequência de três planos articulados conceitualmente:

> - O primeiro plano de resposta aborda a própria da natureza do conhecimento. Sua problematização.
> - O segundo plano se ocupa da prática social como normativa da atividade humana e como base da construção do conceito. Seus mecanismos funcionais.
> - O terceiro plano, o das articulações dos teóricos, é aquele que promovemos mais recentemente e baseia-se na grande diversidade de evidências empíricas acumuladas. Neste nível, a teoria trata da caracterização do funcionamento do modelo de construção social do conhecimento através da dialética parcial do modelo (CANTORAL, 2013, p. 180).

No primeiro plano de resposta à atividade humana, falar de conhecimento não é limitado, nessa perspectiva, para definir a relação que isso mantém com objetos matemáticos, mas para posicionar o ser humano – em suas diferentes dimensões – no próprio ato de significado, conhecimento, construção de significados e, consequentemente, de estruturar seus sistemas conceituais. Falar da natureza do saber exige uma problematização (CANTORAL, 2013).

O segundo, para Cantoral (2013), é o plano referente à prática social. Falar sobre a prática social não se limita a caracterizar o que o ser humano faz, mas a problematizar as causas de por que ele o faz, descrevendo as circunstâncias de como e quando o faz, onde e por que ele o faz e como ele se percebe ao fazê-lo. Isso dá origem às funções da prática social.

No terceiro plano sobre a teoria, Cantoral (2013) se ocupa de caracterizar as articulações teóricas que o modelo vem produzindo, conforme os estudos empíricos. Articular as noções com os processos e os termos adequados do modelo: atividade humana, ação, prática, prática de referência, prática social, discurso da Matemática Escolar; funções normativas, pragmáticas, discursivas e identitárias da prática social. Acredite, conheça e conheça; conhecimento: popular, técnico e culto. Mecanismos de institucionalização de práticas, processos de significado e ressignificação, empoderamento, exclusão, cortesia, identidade, campo, etc., tudo isso formam as lâminas das tesouras.

De acordo com Cantoral (20013):

> Começarei com exemplos de uma linha de pesquisa que, historicamente, foi a base do programa *socioepistemológico*: Linguagem Pensativa e Variacional (PyLV). Vou mostrar alguns dos seus resultados e, na medida em que os exemplos o permitam, indicarei como contribuíram para a teoria e como os influenciou (CANTORAL, 2013, p. 181).

Essa perspectiva na sala de aula permite considerar o uso de Derivadas como um conhecimento com significados próprios, visando à construção e a reconstrução de significados.

A seguir, de acordo com Cantoral (2013), descreve-se uma linha de investigação por meio de alguns exemplos de atividades, situações-problema, envolvendo os conceitos e aplicações de Derivadas, que foi a base do programa *Socioepistemológico*, do pensamento e linguagem variacional.

Esses exemplos são resultados que contribuíram e influenciaram no desenvolvimento da teoria.

Exemplo 1: Das derivadas sucessivas à derivada

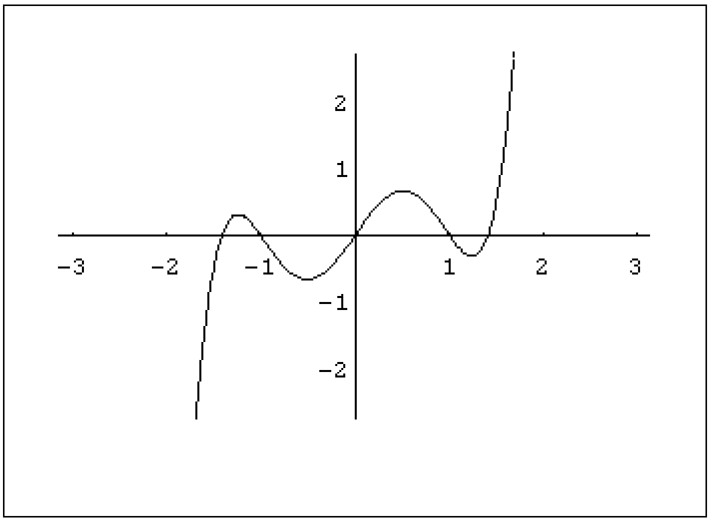
A atividade sobre derivadas sucessivas, proposta por Cantoral (2013, p. 197-201), apresenta quatro gráficos idênticos, conforme figuras a seguir, e foi solicitado aos alunos para utilizarem um gráfico para cada preposição, de modo que deveriam marcar no gráfico apenas um dos quatro casos: $f(x) > 0, f'(x) > 0, f''(x) > 0, f'''(x) > 0$

Esperava-se que as respostas dos alunos indicassem as estratégias, os esquemas que utilizariam e a formas de argumentação da seleção das estratégias utilizadas frente ao grupo.

De acordo com a atividade, a pergunta mais complexa resulta no último gráfico, pois é onde exige o uso de estratégias, precisa das definições como uma única possibilidade de resolução.

A pergunta 1 foi: Marque sobre o gráfico, de função f, a posição que considera correta para a condição $f(x) > 0$. É importante que se pinte no gráfico a região que satisfaça a pergunta (Figura 20).

Figura 20 - Gráfico para Condição f(x) > 0

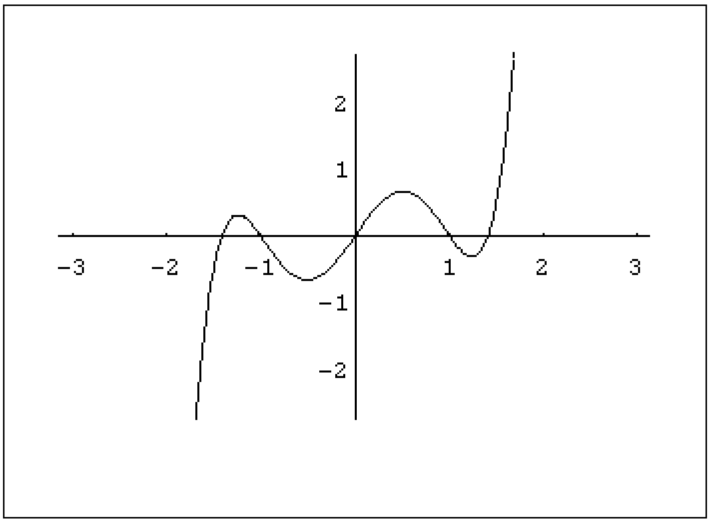


Fonte: Cantoral (2013, p. 198).

Nesse caso, os estudantes precisavam relembrar conhecimentos prévios referentes aos I, II, III e IV quadrantes, que determinam a imagem da função, de modo que as ordenadas positivas estão no I e II quadrante e as negativas no III e IV quadrantes. Segundo Cantoral (2013), esta pergunta, geralmente, os alunos contestam com facilidade. Conseguem pintar, marcar no gráfico de acordo com o conhecimento prévio obtido na escola, acima do eixo X'X é positivo, abaixo do eixo X'X é negativo. Por conseguinte, no eixo das abscissas são os zeros da função f.

A pergunta 2 foi: Marque sobre o gráfico (Figura 21) de função f, a posição que considera correta para a condição $f'(x) > 0$.

Figura 21 - Gráfico para Condição f'(x) > 0

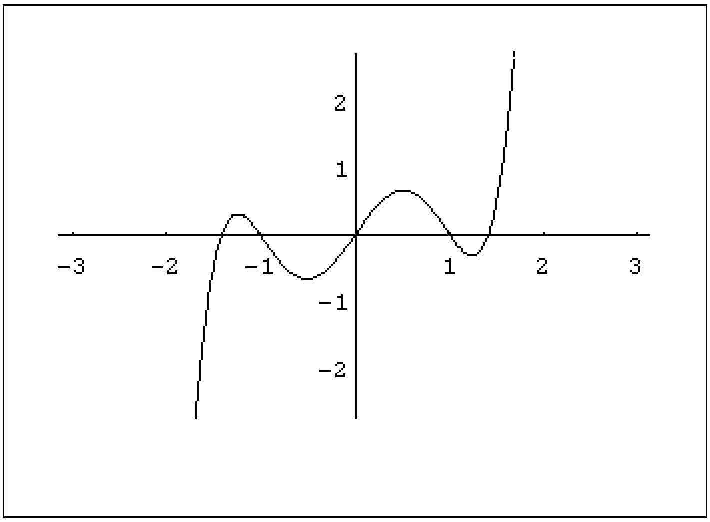


Fonte: Cantoral (2013, p. 199).

Nessa situação, conforme Cantoral (2013), os estudantes confundem o símbolo de derivada com a função, alguns se lembram da reta tangente à curva e determinam a derivada, fazendo a correspondência dos elementos. O registro construído pelos estudantes, referente à pergunta proposta num contexto simbólico e visual, acaba sendo um pouco mais complicado, por um lado, a proporção de respostas corretas é baixa e as outras explicações que eles usam são escassas e, obviamente, confusas.

A pergunta 3 foi: Marque sobre o gráfico (Figura 22), de função f, a posição que considera correta para a condição $f''(x) > 0$.

Figura 22 - Gráfico para Condição f''(x) > 0



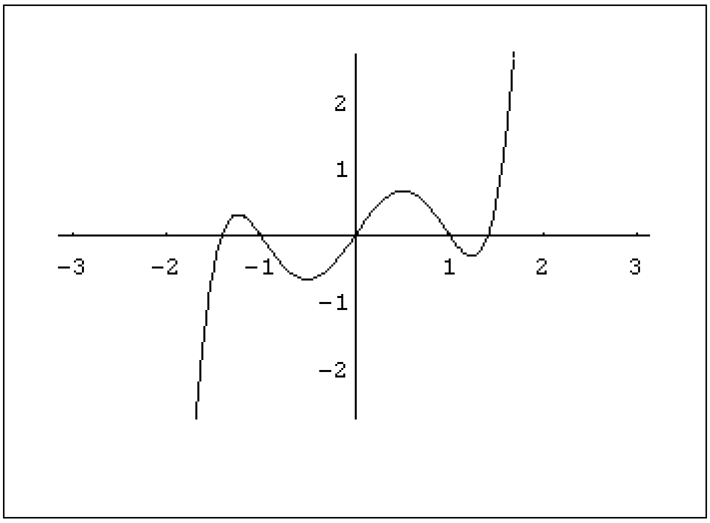
Fonte: Cantoral (2013, p. 200).

De acordo com Cantoral (2013), nessa pergunta a situação é mais complexa para o aluno, exige maior nível de abstração, pois precisam da segunda derivada positiva que corresponde à concavidade para cima e da derivada negativa, a concavidade para baixo. Embora os alunos não apresentem qualquer explicação para confirmar o seu raciocínio, eles podem responder a pergunta. Pela análise realizada das respostas dadas pelos estudantes, investigados por Cantoral, a existência de qualquer outro argumento para enfrentar a situação em questão não é clara. Na verdade, é comum entre os estudantes usar um método para estabelecer essas correspondências, "é côncava para cima, em seguida, retém mais água, se for para baixo retém menos água, na verdade ele vai puxar a água". Naturalmente, isso não parece envolver-se de estratégias corretas para a resolução.

A pergunta 3 é uma situação onde o estudante não pode recordar qualquer conhecimento prévio, porque a questão não foi abordada em sua educação formal.

A pergunta 4 foi: Marque sobre o gráfico (Figura 23), de função f, a posição que considera correta para a condição $f'''(x) > 0$.

Figura 23 - Gráfico para Condição f'''(x) > 0



Fonte: Cantoral (2013, p. 201).

Essa pergunta, de acordo com Cantoral (2013), muitas vezes representa um desafio especial, para estudantes e professores, pois eles precisam entender efetivamente o enunciado do problema para construir uma resposta convincente. Nesse caso, os alunos apresentam dificuldades em relação à ordem da derivada, pois precisam de elementos cognitivos e didáticos para construir uma resposta adequada. Cantoral considerou que até esse momento, os estudantes estavam em uma situação de aprendizagem, em relação à série de perguntas anteriores que lhes permitia utilizarem algum conceito anterior ja estudado nas séries anteriores.

Na quarta pergunta foi apresentada uma problemática com maior complexidade aos alunos, onde precisavam ter mais clareza em relação às definições de derivadas sucessivas. Nesse momento, os estudantes, junto com os rofessores, entraram em uma situação de aprendizagem mais rica, precisaram de um domínio de algumas estratégias do pensamento e da linguagem matemática.

Para Cantoral (2013), esse estudo serve para entender a definição de Derivadas presente nos fenômenos, ou seja, algo presente na necessidade do ser humano, na realidade de ver um conceito aplicável.

Exemplo 2: Um exemplo sobre derivadas e tangentes

Segundo Cantoral (2013), normalmente a apresentação da derivada para os alunos se inicia com a definição da derivada com limite e exemplo de uma regra com quatro passos para ensinar as técnicas de derivação.

Foi ilustrado o significado geométrico da Derivada mediante a representação da reta tangente de uma função em determinado ponto de derivação, como se mostra a seguir:

Definição de derivadas de f em x.

$$\boxed{f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}}$$

A regra dos quatro passos é uma forma para ensinar um método para obter as Derivadas:

Primeiro passo: aumenta-se a f, para ficar como $f(x + h)$.

Segundo passo: calcula-se o aumento $f(x + h) - f(x)$.

Terceiro passo: divide-se os aumentos $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

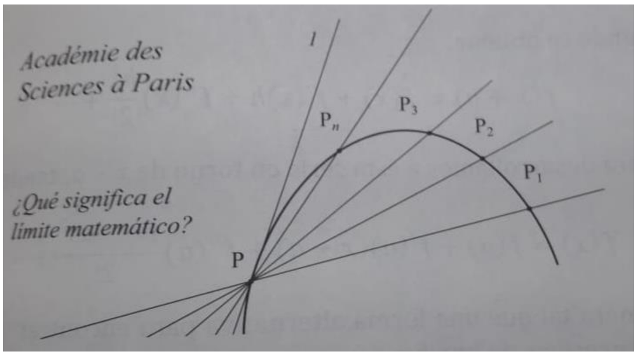
Quarto passo: calcula-se o seguinte limite

$$\boxed{f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}}$$

De acordo com Cantoral (2013), essa regra é muito comum no ambiente educacional, exemplificada geralmente ou graficamente. É um diagrama que se deve a D'Alambert, que, em uma competição da Academia de Ciências de Paris, propôs um modelo que mais tarde se tornou o paradigma de explicação na escola. É interessante notar que essa proposta teve fins educacionais, sendo assim, pode ser usada para introduzir o conceito de Derivada na universidade, será que é a melhor forma de fazer?

Sierpinska (1985) e Dolores (1989 apud CANTORAL, 2013) provaram que não, pois os alunos pensam sobre a reta tangente de uma forma diferente que essa apresentação da regra. A ideia de D'Alambert consiste em construir uma sucessão de secantes cuja inclinação converge para a inclinação da reta tangente em P. Explica-se isto dizendo que ao aproximar P_n em direção a P, as retas secantes $\overleftrightarrow{PP_i}$ tendem à reta tangente 1, conforme Figura 24.

Figura 24 - Exemplo de D'Alambert em 1748



Fonte: Cantoral (2013, p. 193).

Essa abordagem sempre encontra determinada curva tangente, usando a técnica descrita acima. Cantoral (2013) acredita que essa abordagem não produza uma informação adequada sobre a reta tangente. Sendo assim, propôs uma nova estratégia, para pensar sobre a reta tangente, solicitando aos alunos esboçar uma parábola que fosse tangente em ponto indicado. Sendo assim, teriam de modificar os parâmetros e, assim, atingir o seu objetivo, que uma vez alcançado permitiria reconhecer o termo não linear da parábola como a fórmula da reta tangente à curva de origem:

$$\boxed{ax^2 + bx + c \leftrightarrow bx + c}$$

Considerando uma função f arbitrária e infinitamente derivável em todos os pontos. Desenvolver em torno do ponto x um aumento h da função para obter o seguinte:

$$\boxed{f(x+h) = a(x) + b(x)h + c(x)\frac{h^2}{2!}}$$

Se for escrito os coeficientes do desenvolvimento anterior em termos das Derivadas Sucessivas da função f, tem-se que cada coeficiente e uma derivada de ordem ascendente:

$$f(x), f'(x), f''(x), f'''(x), \dots, f^n(x0, \dots$$

Logo se obtém,

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2!} +, \dots$$

Ao desenvolver a função em torno do eixo $x - a$, obtém-se:

$$(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} +, \dots$$

Para Cantoral (2013), essa é uma maneira alternativa para encontrar as Derivadas Sucessivas de uma função em um ponto, que consiste em tomar os coeficientes e depois desenvolver as potências em torno do ponto da função que vai derivar.

Por meio de um exemplo, Cantoral (2013) demostra como funcionam essas ideias.

Considere a função dada $f\ (x) = x^3$, a qual vamos calcular a derivada em x. Termos que escolher $(x + h)$ e desenvolver em série de potências, como descrito anterior, sendo assim temos,

$$(x+h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

Que é equivalente a

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2!} +, \dots$$

Portanto, igualando as expressões, vamos obter o seguinte:

$f(x) = x^3$	$f'''(x) = 6$
$f'(x) = 3x^2$	$f^4(x) = 0$
$f''(x) = 6x$	$f^5(x) = 0$

Segundo Cantoral (2013), então, se for considerar a definição acima usual utilizada no ensino, teremos dois métodos diferentes para obter o mesmo tipo de Derivadas, uma denominada Derivada de Cauchy e a outro de Lagrange.

A primeira é mais usual no processo de ensino na primeira disciplina de cálculo, nos primeiros anos de Universidade, enquanto a segunda é mais usada no próximo nível de cálculo.

Cantoral e Miron (2000 apud CANTORAL, 2013), com base na ideia de Lagrange, realizaram uma experiência educacional em uma escola da cidade do México. A atividade consistiu em uma série de atividades usando a calculadora gráfica (pode-se usar qualquer *software* livre com recursos gráficos, como, por exemplo, o *software GeoGebra*).

Apresenta-se na Figura 25 uma das atividades propostas neste experimento.

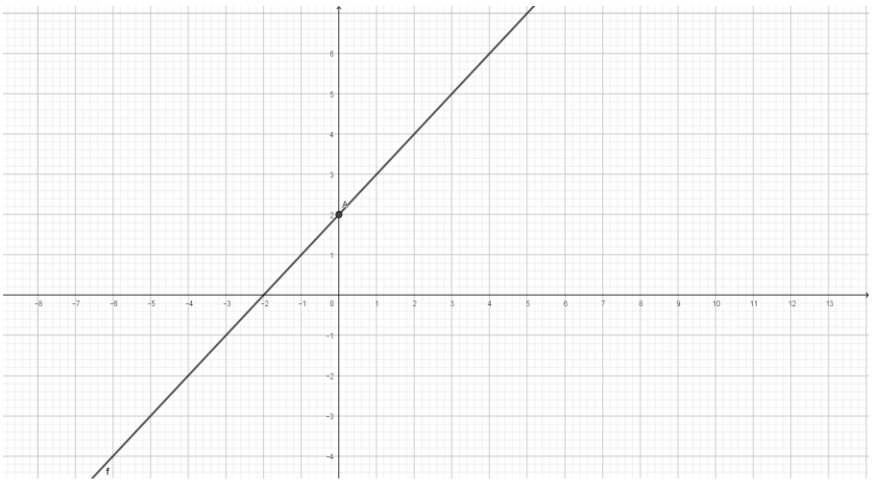
Figura 25 - Derivada de Cauchy e Lagrange

DERIVADA DE CAUCHY	DERIVADA DE LAGRANGE
Limite do crescimento do quociente	Coeficiente linear no desenvolvimento em série
$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$	$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + f''(a)\frac{(x - a)^2}{2!} +, \ldots$

Fonte: Cantoral, Miron (2000 apud CANTORAL, 2013).

Foi proposta, em papel impresso, uma imagem da calculadora gráfica referente a uma reta e um ponto sobre a mesma no eixo Y’Y, contendo o texto que se apresenta na Figura 26, onde se exibe uma reta e um ponto.

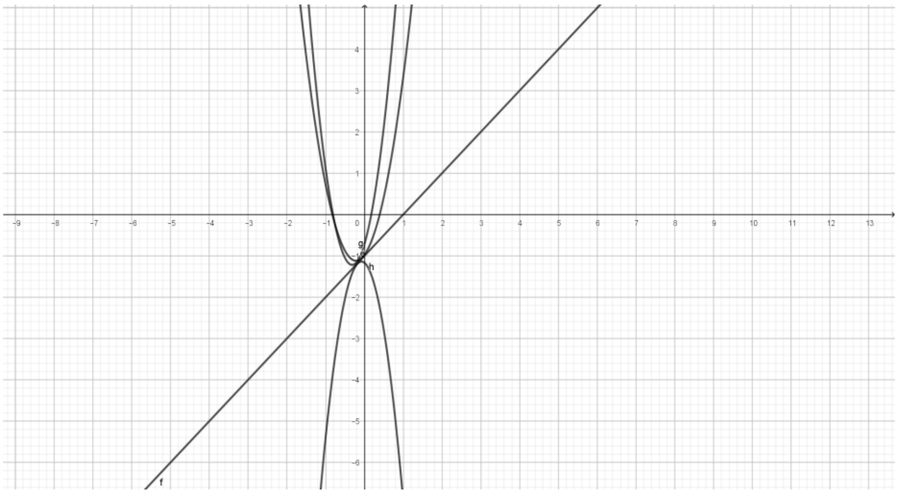
Figura 26 - Reta y = x +2, tangencia em (0,2)



Fonte: Cantoral (2013, p. 196).

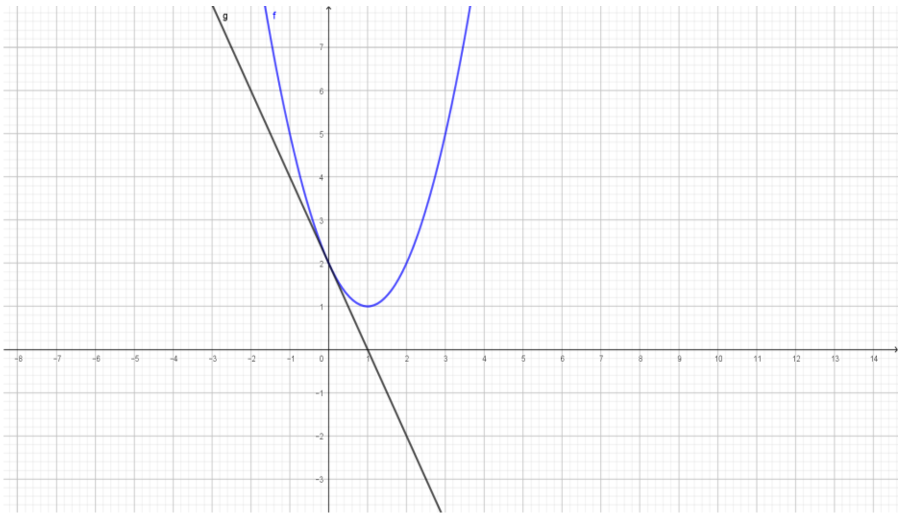
Variações da reta são dadas as coordenadas de um ponto sobre a mesma, sendo solicitado traçar o gráfico de uma parábola, de modo que está tenha ponto que tangencia a reta no ponto indicado, como pode ser observado nas Figura 27e Figura 28.

Figura 27 - Gráfico da função parábola e reta



Fonte: Cantoral (2013, p. 197).

Figura 28 - Gráfico da função parábola e reta



Fonte: Cantoral (2013, p. 197).

Os estudantes, de forma autônoma, organizaram pequenos grupos de três alunos.

Nesse momento da atividade, precisam movimentar e coordenar os movimentos da parábola na calculadora gráfica, seguindo os parâmetros a, b e c da função quadrática, para fazê-lo coincidir com a reta, e esse era o problema real da tarefa que, na verdade, ao movimentar estavam formando a reta tangente a este ponto. Na realização dessa atividade experimental os alunos estavam derivando sem nenhum resultado, apenas visualizando graficamente.

Essa atividade foi realizada pela primeira vez com a ajuda das tecnologias, calculadoras com capacidade gráfica. Para Cantoral (2013), os resultados mostraram que a experiência permite construir uma ideia de tangência entre a curva e a reta mais próxima da definição de Derivada. Portanto, pode-se introduzir o conceito de Derivada utilizando Lagrange, com aproximação linear de primeira ordem.

Os exemplos descritos por Cabellero e Moreno (2017) e Cantoral (2013) foram organizados nos estudos que fundamentam a teoria *Socioepistemológica*, onde evidencia a forma de trabalhar os conceitos matemáticos e o seu uso da forma prática e contextualizada, buscando uma aprendizagem significativa.

4 A PESQUISA

Neste capítulo apresentam-se a temática da pesquisa, o problema de investigação, os objetivos e a trajetória metodológica da investigação.

Apresenta-se a pesquisa realizada com professores de Cálculo Diferencial e Integral I na instituição Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda. (UCEFF Faculdades) de Chapecó, do estado de Santa Catarina.

Descreve-se a experiência realizada com a turma de Engenharia Mecânica, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, na instituição Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda. (UCEFF Faculdades) de Chapecó, do estado de Santa Catarina.

4.1 PROBLEMA DE PESQUISA

A problemática desta pesquisa gira em torno de investigar como qualificar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações para cursos de Engenharia. Orientada pela teoria da *Socioepistemologia*, a proposta é pesquisar o desenvolvimento de uma sequência de atividades para estudantes de cursos de engenharias com a temática Derivada e suas Aplicações, alterando o discurso matemático vigente e utilizando como metodologia de sala de aula a aula estendida.

Nesse sentido, propõe-se a seguinte questão central para esta investigação: Como a teoria *Socioepistemológica* contribui para a mudança do Discurso Matemático Escolar na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral?

4.2 OBJETIVOS DA INVESTIGAÇÃO

O objetivo geral desta pesquisa foi investigar uma mudança no Discurso Matemático Escolar Vigente, utilizando o conceito de aula estendida, nas aulas de Cálculo com a temática Derivadas e suas Aplicações em um curso de Engenharia da instituição UCEFF Faculdades, em Chapecó, Santa Catarina.

Para alcançar o objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

a) investigar o discurso matemático vigente sobre Derivadas e suas aplicações em cursos de Engenharias da UCEFF Faculdades, em Chapecó, Santa Catarina com base nos documentos institucionais e um questionário aos professores.

b) implementar[5], a proposta desenvolvida com alunos matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I em um curso de Engenharia da UCEFF Faculdades, em Chapecó, Santa Catarina.

c) investigar possibilidades de mudanças no Discurso matemático Escolar e a utilização do conceito de aula estendida para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas aplicações em cursos de Engenharias, com a metodologia de aula estendida.

4.3 METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Para o desenvolvimento desta pesquisa, a proposta foi submetida ao comitê de ética, onde a mesma teve aprovação conforme o Apêndice A, registrada na Plataforma Brasil com aprovação número 2413144.

Nesta investigação foi adotada a abordagem qualitativa que, de acordo com Bicudo (2004, p. 104): "engloba a ideia do subjetivo, possível de expor sensações ou opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências."

Segundo Alves-Mazzotti (1998, p. 131), "a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem a tradição compreensiva ou interpretativa, na qual se pretende compreender de que forma as pessoas em um contexto particular pensam e agem."

Para Goldenberg (2003, p. 53):

> uma pesquisa de caráter qualitativo "consiste em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos." Portanto, a pesquisa qualitativa vai se preocupar com o processo pelo qual os atores da pesquisa passam e não com o produto final desse processo.

De acordo com Godoy (1995), pesquisa qualitativa significa que o ambiente e as pessoas nela inseridas devem ser olhados holisticamente, não reduzidos a variáveis, mas observados como um todo, ou seja, a abordagem qualitativa não se preocupa unicamente com resultados da pesquisa, mas com o processo no decorrer da pesquisa.

Também segundo Godoy (1995, p. 63), outra característica desse tipo de investigação é que "[...] o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida é a preocupação essencial do

---

[5] Implementar está sendo utilizado no sentido de desenvolver, aplicar e avaliar.

investigador", nesse sentido, o pesquisador procura compreender o fenômeno em estudo a partir da visão dos participantes da pesquisa.

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa considera os aspectos referentes ao processo dos envolvidos na pesquisa, sendo assim, busca descrever e analisar os dados obtidos.

De acordo com os autores, a abordagem qualitativa visa à descoberta, enfatiza a interpretação em contexto, busca retratar a realidade de forma completa e profunda, utilizando fontes de informação diversificada que permitem generalizações naturalísticas, procura representar os diferentes pontos de vista em uma situação social e utiliza uma linguagem e uma forma mais acessível do que outros relatórios de pesquisa.

A opção foi pelo enfoque do estudo de caso, pois foi realizada uma experiência com uma turma de um curso de Engenharia Mecânica, de uma instituição privada do município de Chapecó, do estado de Santa Catarina, na qual os estudantes já tinham acesso ao estudo do conceito de derivadas e como calcular utilizando as regras de derivação.

Para Ludke e André (1986, p. 17), "[...] o caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular."

De acordo com Yin (2010), estudo de caso é o método adequado para conhecer em profundidade todas as variantes de determinado fenômeno organizacional. Nesse sentido, mesmo conduzindo-se um caso único, podem-se tentar algumas generalizações, quando o contexto envolve casos decisivos, raros, típicos, reveladores e longitudinais.

Yin (2010, p. 32) define um caso como "um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos."

O propósito de um estudo de caso é reunir informações detalhadas e sistemáticas sobre um fenômeno (PATTON, 2002).

Um estudo de caso é uma história de um fenômeno passado ou atual, elaborada a partir de múltiplas fontes de provas, que pode incluir dados da observação direta e entrevistas sistemáticas, bem como pesquisas em arquivos públicos e privados (VOSS; TSIKRIKTSIS; FROHLICH, 2002).

Segundo Gil (2008):

> O estudo de caso é caracterizado pelo estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento amplo e detalhado, tarefa praticamente impossível mediante os outros tipos de delineamentos considerados (GIL, 2008, p. 58).

De acordo com Yin (2010), o estudo de caso trata dos elementos referentes aos procedimentos e instrumentos de coleta de dados, onde, inicialmente define-se as fontes de dados que podem ser primários (obtidos diretamente pelo pesquisador, pela transcrição de entrevistas) ou secundários (obtidos por outros sujeitos, por meio de documentos). É importante também alinhar os informantes e entrevistadores em relação ao contexto da pesquisa.

O desenvolvimento da investigação passou pelas etapas apresentadas a seguir.

Na primeira etapa foi construído o referencial teórico, composto pelas temáticas: A Teoria *Socioepistemológica*; Discurso Matemático e Aula Estendida na visão da *Socioepistemologia*; Objeto Matemático com o uso de Derivadas no Curso de Engenharia

A segunda etapa foi realizada a partir de uma análise documental referente às ementas da disciplina de cálculo nos cursos de engenharia e aos planos de ensino da disciplina de Cálculo I, na instituição Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda. (UCEFF Faculdades) de Chapecó, SC.

A análise documental consiste em fazer uma descrição dos documentos, a fim de colaborar no tratamento e na interpretação dos resultados encontrados. Essa análise é considerada fundamental, destacando-se o fato de que os documentos constituem uma fonte rica e estável de informações, podendo ser consultados várias vezes, inclusive, de base a diferentes estudos, dando mais estabilidade aos resultados encontrados (LUDKE; ANDRE, 1986).

Caracterizam-se como pesquisa documental, conforme Fachin (2006), os dados coletados de forma escrita, oral ou visual, na qual se classificam, selecionam e utilizam várias formas de informações, como informações em texto, imagens e sons.

Nos planos de ensino foram analisadas as abordagens do conceito de Derivadas e suas Aplicações, verificando as competências que estão previstas com o estudo da temática de pesquisa.

Na terceira etapa foi aplicado um questionário aberto (Apêndice H) aos professores de Cálculo da Instituição Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda. (UCEFF Faculdades) de Chapecó, SC, buscando identificar o fazer pedagógico relativo aos conceitos de Derivadas e suas Aplicações. Para a aplicação do questionário o professor esteve ciente da pesquisa pelo Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que foi assinado pelos professores participantes da pesquisa (Apêndice C).

Para Gil (1999), um questionário pode ser definido como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões.

O autor salienta algumas vantagens do questionário, como:

> a) possibilita atingir grande número de pessoas, mesmo que estejam dispersas numa área geográfica muito extensa, já que o questionário pode ser enviado pelo correio;
> b) implica menores gastos com pessoal, posto que o questionário não exige o treinamento dos pesquisadores;
> c) garante o anonimato das respostas;
> d) permite que as pessoas o respondam no momento em que julgarem mais conveniente;
> e) não expõe os pesquisadores à influência das opiniões e do aspecto pessoal do entrevistado (GIL, 1999, p. 128-129).

O questionário, segundo Gil (1999), pode buscar respostas a diversos aspectos da realidade. As perguntas, assim, poderão ensinar conteúdos a respeito de fatos, atitudes, comportamentos, sentimentos, padrões de ação, comportamento presente ou passado, entre outros.

Na quarta etapa, foi realizado o desenvolvimento de uma sequência de atividades a partir dos conceitos de Derivadas e suas aplicações para os cursos de Engenharias, fundamentadas nos princípios da *Socioepistemologia*, com enfoque na mudança do discurso matemático vigente, identificado na pesquisa realizada com os professores de Cálculo da instituição pesquisada, e na aula estendida, com uma metodologia baseada na resolução de problemas, na ação dos estudantes e na mediação do professor.

A quinta etapa foi o desenvolvimento de um experimento articulando a implementação da sequência de atividades (apresentado no capítulo 4) visando à mudança no discurso matemático vigente com uma amostra de alunos pertencentes a uma turma do curso de Engenharia Mecânica, da instituição UCEF Faculdades, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Para a aplicação do experimento, em um curso de Engenharia da UCEFF, os alunos participantes estavam cientes da pesquisa através do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que foi assinado pelos estudantes envolvidos na pesquisa (Apêndice E) e assinaram, também, o termo Uso de Imagem e Voz (Apêndice G).

A sexta etapa consistiu na análise dos resultados a partir dos dados coletados durante a aplicação do experimento realizado.

De acordo com Gomez, Flores e Jimenez (1996), na pesquisa qualitativa precisam-se coletar vários dados para descrever um experimento, ou seja, a situação pesquisada.

Os principais instrumentos de coleta de dados, no experimento realizado, foram:

a) registros do desenvolvimento das resoluções das questões pelos alunos na folha de cálculo;

b) registro da organização e representação dos dados organizados pelos alunos durante a resolução das questões.

Também, foram utilizados outros instrumentos, no intuito de coletar informações durante a pesquisa, os quais se explicitam a seguir:

a) observações realizadas no decorrer da experiência;

b) filmagens, áudios, com autorização dos alunos, realizados no decorrer da experiência e as falas dos alunos (Apêndice G).

Para Ludke e André (1986, p. 30):

> Em uma abordagem qualitativa de uma pesquisa educacional, a observação, tanto quanto a entrevista, possui um papel importante, pois possibilita o contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado, apresentando vantagens como, a verificação da ocorrência de um determinado fenômeno, permite maior aproximação da perspectiva dos sujeitos, possibilita conhecer novos aspectos de um problema, e por fim, permite coletar dados em situações em que não é possível outras formas de comunicação.

Segundo Kenski (2003), o uso do vídeo permite certo grau de exatidão na coleta de informações, uma comprovação frente aos tradicionais questionamentos da subjetividade da pesquisa qualitativa. Além disso, o vídeo pode ser inspetor, possibilitando analisar pontos que não foram percebidos com a observação.

De tal modo, com esses instrumentos e com a triangulação dos dados procurou-se contextualizar os resultados obtidos para responder às seguintes questões propostas:

1. O que indicam as ementas da disciplina de Cálculo nos cursos de Engenharia?

2. Os planos de ensino da disciplina de Cálculo nos cursos de Engenharia da UCEFF Faculdades apresentam as competências e habilidades previstas para o profissional engenheiro?

3. Quais conceitos de Derivadas e suas Aplicações são trabalhados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I e quais objetivos estão previstos para serem alcançados com o estudo desses conceitos nos cursos de engenharia da Instituição UCEFF Faculdades do município Chapecó, SC, em que foi aplicado o experimento?

4. O que, como e quando esses conceitos de Derivadas e suas Aplicações estão sendo avaliados?

5. Quais metodologias são utilizadas para o ensino de Derivadas e suas Aplicações nos cursos de Engenharia?

6. A aplicação da sequência de atividade contribuiu para a construção dos conceitos Derivadas e suas aplicações?

7. Foi possível contribuir com o desenvolvimento das competências exigidas para um Engenheiro com o experimento realizado?

8. A teoria *Socioepistemológica* com os conceitos de aula estendida contribuem para a mudança do discurso matemático vigente nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral em cursos de Engenharia?

Para finalizar, salienta-se que a investigação seguiu as seguintes ações de pesquisa:

Estudo do referencial teórico fundamentado na *Socioepistemologia* dando ênfase ao discurso matemático e ao conceito de aula estendida. Também estudo sobre o Objeto matemático de Derivadas e suas aplicações;

1) Estudo do referencial teórico fundamentado na *Socioepistemologia* dando ênfase ao discurso matemático e ao conceito de aula estendida. Também estudo sobre o Objeto matemático de Derivadas e suas aplicações;
2) Organização de uma sequência de atividades com a temática de pesquisa;
3) Período de estudos na CINVESTAV (Anexo 1), na cidade do México, no México, para ampliação dos conceitos do referencial teórico e validação da sequência de atividades, bem como para coorientação com o professor Ricardo Cantoral Uriza;
4) Realização da pesquisa dividida em duas etapas: pesquisa com os professores da UCEFF e realização de um experimento com alunos matriculados na disciplina de Cálculo do curso de Engenharia Mecânica da UCEFF;
5) Análise dos dados coletados e reflexões sobre os resultados encontrados.

4.4 SUJEITOS DE PESQUISA

A experiência foi realizada na instituição Unidade Central de Educação FAEM Faculdade – UCEFF Faculdades.

No experimento teve a aplicação de um questionário com oito professores que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, investigando as metodologias utilizadas na disciplina e a forma como ensinam Derivadas e suas Aplicações nos Cursos de Engenharias.

Participaram do experimento 20 alunos do curso de Engenharia Mecânica matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I no segundo semestre do curso.

O questionário com os professores foi aplicado no período de 01 de julho de 2016 a 30 de agosto de 2016, pela pesquisadora.

A sequência de atividades foi aplicada com os alunos no período de 06 de novembro a 4 de dezembro do ano de 2017, e os encontros aconteceram no turno da noite, no horário da aula da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, pela professora/pesquisadora.

4.5 A INSTITUIÇÃO DA APLICAÇÃO DA PESQUISA

A Faculdade Empresarial de Chapecó é mantida pela Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda., pessoa jurídica de direito privado, com fins lucrativos e tem seus atos constitutivos registrados na Junta Comercial do Estado de Santa Catarina (Judesc), sob o número 42203189323, inscrita no CNPJ 05.187.920/0001-84.

É uma instituição comprometida com o desenvolvimento e a transformação da comunidade na qual está inserida e cada vez mais procura se firmar e afirmar por intermédio da educação, buscando substancial produção de conhecimento.

O PDI (2016-2020), estruturado em 5 eixos, de acordo com a legislação do Sinaes, com as diretrizes do INEP e com as orientações da DAES, busca facilitar a análise das informações que garantirão a sustentabilidade da UCEFF Faculdades:

Eixo 1 – Planejamento e Avaliação Institucional: considera a dimensão 8 do Sinaes (Planejamento e Autoavaliação). Inclui um Relato Institucional que descreve e evidencia os principais elementos do seu processo avaliativo (interno e externo).

Eixo 2 – Desenvolvimento Institucional: contempla a dimensão 1 do Sinaes (Missão e o Plano de Desenvolvimento Institucional) e a dimensão 3 (Responsabilidade Social da Instituição).

Eixo 3 – Políticas Acadêmicas: abrange a dimensão 2 do Sinaes (Políticas para o Ensino, Pesquisa e Extensão), a 4 (Comunicação com a Sociedade) e a dimensão 9 (Políticas de Atendimento aos Discentes).

Eixo 4 – Políticas de Gestão: compreende a dimensão 5 do Sinaes (Políticas de Pessoal), a dimensão 6 (Organização e Gestão da Instituição) e a dimensão 10 (Sustentabilidade Financeira).

Eixo 5 – Infraestrutura: corresponde à dimensão 7 do Sinaes (Infraestrutura Física).

Conforme Regimento Geral da UCEFF (2015), a alteração do Contrato Social registrado na Junta Comercial do Estado de Santa Catarina, sob o número 20100662072, em 24 de fevereiro de 2010, o então Centro de Ensino Superior de Chapecó Ltda. (CESC) passou a ter a seguinte denominação social: Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda. (UCEFF), possuindo seu limite territorial circunscrito ao município de Chapecó, no Estado de Santa Catarina.

A IES foi credenciada pela Portaria n. 3.376, de 17 de novembro de 2003, publicada no Diário Oficial da União, sob n. 224, em 18 de novembro de 2003 e Portaria n. 831, de 29 de março de 2004, publicada no Diário Oficial da União, sob n. 61, em 30 de março de 2004.

A instituição possui uma estrutura física com dois *campi*: Unidade Central, localizada na Rua Lauro Muller, 767-E, Bairro Santa Maria, CEP 8980161, Chapecó – SC e o Centro Politécnico, localizado na Av. Irineu Bornhausen, 2045, Bairro Quedas do Palmital, CEP: 89814-650, Chapecó – SC.

A unidade Central possui salas que apresentam o ambiente corporativo, laboratórios modernos e clínica do curso de Odontologia. Também, abriga os cursos de especialização pós-graduação e MBA.

O Centro Politécnico é um laboratório aberto para os cursos de Arquitetura e Urbanismo, Engenharias, Agronomia e Medicina Veterinária.

Desde 2003 a UCEFF Faculdades atua na cidade de Chapecó com a preocupação de desenvolver um ensino inovador nas áreas de graduação e pós-graduação. Por isso, durante sua trajetória, investe na modernização do ensino com foco na formação de alunos para o mercado de trabalho.

No ano de 2004 a instituição lançou seu primeiro Exame de seleção nos cursos de Administração de Empresas com Gestão em Saúde e Administração com ênfase em Cooperativismo.

Em 2005 lançou o curso de Administração Pública e Administração Geral. Com a crescente demanda de alunos, em 2007 houve a ampliação e reestruturação da área física. Em dezembro do mesmo ano, foi lançado o curso de Ciências Contábeis.

Em 2008, os cursos de Tecnologia em Redes de Computadores e Engenharia de Produção. Os resultados extremamente positivos das avaliações externas e internas incentivaram a Instituição a planejar e executar a ampliação de novos cursos para atender à demanda regional, identificada por meio das autoavaliações.

O ano de 2008 marcou a trajetória da instituição, pois foi estabelecida parceria com a Sociedade Educacional de Itapiranga (SEI), mantenedora da Faculdade Itapiranga (FAI), ampliando sua área de atuação e fortalecendo as instituições privadas de ensino superior.

Com a preocupação de melhoria contínua, em novembro de 2009 a comunidade acadêmica é consultada e opta pela troca de marca, nascendo, assim, a UCEFF Faculdades. Nesse mesmo ano, com a vinda do curso de Engenharia de Produção, a Instituição se posiciona na área das engenharias.

Nessa perspectiva de crescimento acelerado, em 2010 lança o curso de Engenharia Civil, em 2011 o curso de Arquitetura e Urbanismo, 2013 Engenharia Mecânica, 2014 Engenharia Elétrica, Engenharia Ambiental e Sanitária e Design, 2015 foram autorizados os cursos de Odontologia, Agronomia e Engenharia Química.

Segundo o Plano de Desenvolvimento Institucional (PDI) (2016-2020), as metas previstas estão articuladas de forma coerente com a missão institucional, com o cronograma estabelecido no Plano de Ação e com os resultados dos processos de avaliação institucional.

A UCEFF Faculdades apresenta-se como Instituição de Ensino Superior por intermédio da prática do ensino, pesquisa e extensão e tem como objetivos:

a) capacitar os acadêmicos para o mercado de trabalho associando a teoria com a prática;

b) desenvolver a capacidade intelectual das pessoas, sob os princípios da igualdade e da fraternidade humana, fortalecendo os laços de solidariedade entre as pessoas;

c) participar do desenvolvimento socioeconômico e cultural na região em que está inserida;

d) fortalecer a efetiva participação da comunidade externa nos processos de gestão da IES;

e) cooperar com instituições congêneres, garantindo ainda mais integração da região com outros centros de abrangência estadual, nacional e internacional.

f) inovar a forma de ensino através do credenciamento para a oferta de cursos na modalidade EAD.

Nas atividades de ensino são incluídos, sempre que pertinente, no conteúdo das disciplinas, temas de responsabilidade social. Além disso, são realizados cursos e eventos diversos versando sobre a temática, seja na graduação, seja nas especializações.

De acordo com o Projeto Político (PP) do curso de Engenharia Elétrica (2015, p. 5):

> **MISSÃO:** A missão da FACULDADE EMPRESARIAL DE CHAPECÓ é "Educação inovadora para formar cidadãos empreendedores, críticos e éticos capazes de contribuir através de parcerias solidárias no processo evolutivo da sociedade."
> **PERFIL:** A UCEFF Faculdades surge em momento de acelerado desenvolvimento regional do Oeste Catarinense, região predominantemente agrícola e mini fundiária, pretendendo ser um marco na transformação do pensamento e da qualificação profissional, em seus aspectos de desenvolvimento social e econômico, contribuindo para a melhoria da cultura em geral.

Segundo o Projeto Político do curso de Engenharia Elétrica (2015), a Instituição UCEFF acredita que o conhecimento da sua comunidade e da projeção desta em outros cenários da vida nacional, aliada ao respeito aos valores culturais e desenvolvimento humano, representará o grande diferencial na formação superior que se pretende. Assim, a Instituição propõe como finalidade maior levar uma educação de qualidade e eticamente alicerçada nos valores de cada indivíduo, principalmente, em sua área de atuação, que é o Oeste catarinense, cuja população é de mais de um milhão de habitantes, apostando, dessa forma, na valorização e no consequente crescimento dessa coletividade.

A UCEFF Faculdades atua na área do empreendedorismo, engenharias, ciências administrativas e sociais e ciências agrárias, assumindo o compromisso de promover o desenvolvimento educacional e profissional regional, oferecendo cursos superiores nas diversas áreas do conhecimento.

As diretrizes pedagógicas são objeto de constante discussão e aperfeiçoamento na comunidade acadêmica que se formará gradativamente, adotando formas de valorização das habilidades e experiências vividas regionalmente, visando à interação/integração docente/discente, de forma a possibilitar a utilização de mecanismos diferenciados no ensino-aprendizagem, sem descuidar-se das Diretrizes Curriculares Nacionais estabelecidas pelo Conselho Nacional de Educação. No Projeto Político do curso de Engenharia Elétrica (2015, p. 6),

> A Faculdade Empresarial de Chapecó apresenta-se como Instituição de Ensino Superior destinada à obtenção, através do ensino, e da extensão, dos seguintes objetivos gerais:
> a) Promover a formação e o desenvolvimento intelectual das pessoas através da educação integral, sob os princípios da igualdade e da fraternidade humana, fortalecendo os laços de solidariedade entre as pessoas;
> b) Facilitar o conhecimento e participar do processo de desenvolvimento socioeconômico e cultural local e regional, estimulando esse mesmo desenvolvimento em sua esfera de atuação, propondo soluções aos problemas;
> c) Promover a busca permanente do saber, sob todos os pontos de vista em relação ao ensino e à extensão, visando efetiva participação na comunidade em que se insere e na resolução de seus problemas;
> d) Cooperar com instituições congêneres, garantindo ainda mais integração da região com outros centros de abrangência estadual/nacional e internacional;
> e) Promover e estimular a criação artística, as manifestações culturais e as práticas desportivas.

O grande desafio da UCEFF é desenvolver sempre a melhoria contínua, primando pelo ensino de qualidade e facilitando o acesso à educação a todos os níveis sociais.

As políticas de inclusão social estabelecidas pela UCEFF Faculdades têm como objetivo principal proporcionar condições de acesso ao ensino superior, tendo como perspectiva básica direitos e oportunidades iguais para todos os cidadãos.

A inclusão social é promovida pela UCEFF Faculdades por intermédio de convênio dos seguintes programas:

a) PROUNI: O Programa Universidade para todos oportuniza aos alunos carentes o acesso a recursos do governo federal em forma de bolsa de estudo;

b) FIES: O cadastro no Financiamento ao Estudante do Ensino Superior oportuniza o acesso ao aluno às linhas de financiamentos educacionais, com juros subsidiados, visando assim à manutenção de alunos de baixa renda no ensino superior;

c) Artigo 170 e 171: São bolsas de estudo e pesquisa previstas na Constituição do estado de Santa Catarina, por meio de convênio da UCEFF Faculdades com o governo do Estado de Santa Catarina, que permitem aos estudantes os recursos financeiros para o pagamento das mensalidades.

A UCEFF Faculdades, preocupada com a responsabilidade social, desenvolve alguns programas próprios e ações, com a finalidade de facilitar o acesso do aluno ao curso de graduação, entre eles, citam-se:

a) Programa Bolsa Fidelidade: Desconto de percentual para egressos da IES que cursam uma segunda graduação ou pós-graduação;

b) Bolsa Família: A UCEFF Faculdades oferece desconto nas mensalidades para alunos de uma mesma família e também para os professores e técnico-administrativos e seus dependentes;

c) Programa Rotas: Oferece auxílio financeiro no transporte coletivo para alunos que moram em outros municípios. O auxílio é concedido por meio de descontos nas mensalidades para custear parte do custo do transporte;

d) Eliminação de barreiras arquitetônicas para as pessoas com necessidades especiais e atendimento da questão nas novas edificações;

e) Desenvolvimento de programas, eventos e projetos de extensão com enfoque na perspectiva da Educação Especial/Inclusiva, voltados, especialmente, aos professores da Educação Básica;

f) Expansão das atividades de formação, apoio e orientação na perspectiva inclusiva para os docentes (através do CAD) e para os técnico-administrativos (através do Programa T&D);

g) Oferta do Programa de Nivelamento para os acadêmicos ingressantes dos cursos de graduação.

h) Garantia da acessibilidade digital para a comunidade acadêmica;

i) Desenvolvimento de campanhas de conscientização internas e externas sobre o direito à diversidade e à necessidade da inclusão social;

j) Estímulo e fortalecimento contínuo da inserção de ações afirmativas de defesa e promoção dos direitos humanos e igualdade étnico-racial nas práticas institucionais;

k) Oferta de espaços para Atendimento Prioritário, permitindo o acesso a todos os serviços que a instituição disponibiliza;

l) Garantia de profissionais contratados para Atendimento Educacional Especializado (AEE) que contribuem de forma direta no auxílio e acompanhamento dos acadêmicos que possuem alguma deficiência, contemplando, inclusive, a atuação de Profissional Intérprete de Libras em todas as atividades de que participem alunos surdos;

m) Oferta de infraestrutura de *hardware*, *softwares*, materiais multimídia, sistemas e meios de comunicação para o auxílio dos acadêmicos com deficiência visual, auditiva, mental ou com transtorno do espectro autista;

n) Integração e ampliação de culturas nas atividades acadêmicas que visam ao fortalecimento da cooperação e programas de intercâmbio.

A Instituição procura se pautar por uma estrutura de gestão que permita a agilidade e flexibilidade, necessárias ao seu pleno desenvolvimento, assim, adota como princípio o desenvolvimento do discente por meio do conhecimento, da cultura e da retomada da valorização do ser humano em seus conceitos ético/morais e solidários. Para tanto, pretende sempre oferecer cursos que contribuam à formação intelectual e cultural, preparando recursos humanos nas diversas áreas e qualificando-os profissionalmente.

4.6 UM OLHAR SOBRE OS CURSOS DE ENGENHARIAS

A UCEFF Faculdades tem autorização junto ao MEC para ofertar os cursos de engenharias. A instituição segue as Diretrizes do MEC.

O Presidente da Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação, tendo em vista o disposto no Art. 9º, do § 2º, alínea “c”, da Lei 9.131, de 25 de novembro de 1995, e com fundamento no Parecer CES 1.362/2001, de 12 de dezembro de 2001, peça indispensável do conjunto das presentes Diretrizes Curriculares Nacionais, homologado pelo Senhor Ministro da Educação, em 22 de fevereiro de 2002, segundo CNE/CES 11/2002:

Art. 1º A presente Resolução institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia, a serem observadas na organização curricular das Instituições do Sistema de Educação Superior do País.
Art. 2º As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino de Graduação em Engenharia definem os princípios, fundamentos, condições e procedimentos da formação de engenheiros, estabelecidas pela Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação, para aplicação em âmbito nacional na organização, desenvolvimento e avaliação dos projetos pedagógicos dos Cursos de Graduação em Engenharia das Instituições do Sistema de Ensino Superior.
Art. 3º O Curso de Graduação em Engenharia tem como perfil do formando egresso/profissional o engenheiro, com formação generalista, humanista, crítica e reflexiva, capacitado a absorver e desenvolver novas tecnologias, estimulando a sua atuação crítica e criativa na identificação e resolução de problemas, considerando seus aspectos políticos, econômicos, sociais, ambientais e culturais, com visão ética e humanística, em atendimento às demandas da sociedade.
Art. 4º A formação do engenheiro tem por objetivo dotar o profissional dos conhecimentos requeridos para o exercício das seguintes competências e habilidades gerais:
I - aplicar conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais à engenharia;
II - projetar e conduzir experimentos e interpretar resultados;
III - conceber, projetar e analisar sistemas, produtos e processos;
IV - planejar, supervisionar, elaborar e coordenar projetos e serviços de engenharia;
V - identificar, formular e resolver problemas de engenharia;
VI - desenvolver e/ou utilizar novas ferramentas e técnicas;
VI - supervisionar a operação e a manutenção de sistemas;
VII - avaliar criticamente a operação e a manutenção de sistemas;
VIII - comunicar-se eficientemente nas formas escrita, oral e gráfica;
IX - atuar em equipes multidisciplinares;
X - compreender e aplicar a ética e responsabilidade profissionais;
XI - avaliar o impacto das atividades da engenharia no contexto social e ambiental;
XII - avaliar a viabilidade econômica de projetos de engenharia;
XIII - assumir a postura de permanente busca de atualização profissional.
Art. 5º Cada curso de Engenharia deve possuir um projeto pedagógico que demonstre claramente como o conjunto das atividades previstas garantirá o perfil desejado de seu egresso e o desenvolvimento das competências e habilidades esperadas. Ênfase deve ser dada à necessidade de se reduzir o tempo em sala de aula, favorecendo o trabalho individual e em grupo dos estudantes.
§ 1º Deverão existir os trabalhos de síntese e integração dos conhecimentos adquiridos ao longo do curso, sendo que, pelo menos, um deles deverá se constituir em atividade obrigatória como requisito para a graduação.
§ 2º Deverão também ser estimuladas atividades complementares, tais como trabalhos de iniciação científica, projetos multidisciplinares, visitas teóricas, trabalhos em equipe, desenvolvimento de protótipos, monitorias, participação em empresas juniores e outras atividades empreendedoras.
Art. 6º Todo o curso de Engenharia, independentemente de sua modalidade, deve possuir em seu currículo um núcleo de conteúdos básicos, um núcleo de conteúdos profissionalizantes e um núcleo de conteúdo específicos que caracterizem a modalidade.
§ 4º O núcleo de conteúdo específicos se constitui em extensões e aprofundamentos dos conteúdos do núcleo de conteúdos profissionalizantes, bem como de outros conteúdos destinados a caracterizar modalidades. Estes conteúdos, consubstanciando o restante da carga horária total, serão propostos exclusivamente pela IES. Constituem-se em conhecimentos científicos, tecnológicos e instrumentais necessários para a definição das modalidades de engenharia e devem garantir o desenvolvimento das competências e habilidades estabelecidas nestas diretrizes.
Art. 7º A formação do engenheiro incluirá, como etapa integrante da graduação, estágios curriculares obrigatórios sob supervisão direta da instituição de ensino, através de relatórios técnicos e acompanhamento individualizado durante o período de realização da atividade. A carga horária mínima do estágio curricular deverá atingir

> 160 (cento e sessenta) horas. Parágrafo único. É obrigatório o trabalho final de curso como atividade de síntese e integração de conhecimento.
> Art. 8º A implantação e desenvolvimento das diretrizes curriculares devem orientar e propiciar concepções curriculares ao Curso de Graduação em Engenharia que deverão ser acompanhadas e permanentemente avaliadas, a fim de permitir os ajustes que se fizerem necessários ao seu aperfeiçoamento.
> § 1º As avaliações dos alunos deverão basear-se nas competências, habilidades e conteúdos curriculares desenvolvidos tendo como referência as Diretrizes Curriculares.
> § 2º O Curso de Graduação em Engenharia deverá utilizar metodologias e critérios para acompanhamento e avaliação do processo ensino-aprendizagem e do próprio curso, em consonância com o sistema de avaliação e a dinâmica curricular definidos pela IES à qual pertence.

De acordo com as diretrizes do MEC, a UCEFF Faculdades em sua atual grade de cursos tem 6 engenharias: Engenharia de Produção; Engenharia Civil; Engenharia Mecânica; Engenharia Elétrica; Engenharia Ambiental e Sanitária e Engenharia Química. Apresenta-se a descrição de cada curso a seguir.

A Engenharia de Produção busca capacitar o profissional para atuar na organização, controle e aumento da eficiência e da qualidade dos processos. Assim como os profissionais das outras Engenharias, o Engenheiro de Produção projeta, implanta, melhora e mantém os sistemas produtivos. A diferença está na abordagem sistêmica: a Engenharia de Produção lida com sistemas integrados de homens, equipamentos e materiais e não com tecnologias ou com produtos, isoladamente.

O curso pretende viabilizar a formação de profissionais capacitados para responder aos desafios provocados pela dinâmica das transformações e a globalização dos mercados.

O Curso de Engenharia Civil foi desenvolvido com a intenção de formar um profissional especializado, cuja formação fizesse parte do desenvolvimento de projetos e da gestão de todos os sistemas produtivos da construção civil, focado na sua área de atuação.

Além disso, buscou-se a formação não somente dos aspectos técnicos do seu trabalho, mas também da formação cultural, humanística e histórica, que influenciam a compreensão da importância e do impacto de seu trabalho na sociedade, o conhecimento da tecnologia e dos métodos utilizados nas diversas áreas de atuação do engenheiro, e ênfase na habilidade de gestão para dirigir ou atuar em equipes de trabalho interdisciplinares na elaboração de pesquisas e no desenvolvimento de projetos.

A Engenharia Mecânica está embasada no princípio de que a formação de profissionais com habilidades diversas somente se faz possível com o modelo pedagógico em que a diversidade sustente as atividades de ensino, precisamente, porque é ele o sustentáculo ao conhecimento e ao desenvolvimento de um profissional apto e capaz de desempenhar atividades nos mais diversos ramos da ciência.

Vale destacar, ainda, que a concepção do curso de Engenharia Mecânica está em perfeita sintonia com o Projeto Institucional da UCEFF Faculdades, constituindo, dessa forma, uma condição determinante para preparar um profissional com sólida formação teórica e técnica, além de pleno desenvolvimento de suas habilidades e relacionamentos pessoais e interpessoais.

A Engenharia Elétrica busca capacitar o profissional para atuar na organização, controle e aumento da eficiência energética, controle de processos, sistemas de gerenciamento, monitoração e controle de sistemas elétricos. Assim como os profissionais das outras Engenharias, o Engenheiro Eletricista projeta, implanta, melhora e mantém os sistemas elétricos. A diferença está na abordagem sistêmica: a Engenharia Elétrica propicia o desenvolvimento de habilidades múltiplas, como raciocínio lógico, criatividade, capacidade de analisar e resolver problemas.

O Curso em consonância com esses propósitos, assume a sua parcela de responsabilidade, contribuindo para a formação de profissionais capazes de atuar no mercado de forma competente e ética, preenchendo as necessidades e expectativas do setor a partir da análise do ambiente em que irão operar e dos conhecimentos culturais, técnicos e científicos adquiridos.

A Engenharia Ambiental e Sanitária proporciona à comunidade regional a disseminação dos conhecimentos teóricos e práticos como forma de contribuição com o desenvolvimento local e a qualificação adequada ao pleno exercício profissional, ao mesmo tempo que promove o envolvimento dos docentes e discentes do curso, agregando valor ao aprendizado acadêmico.

Assim, a concepção do curso está embasada no princípio de que a formação de profissionais com habilidades diversas somente se faz possível com o modelo pedagógico em que a diversidade sustente as atividades de ensino, precisamente, porque é ela o sustentáculo ao conhecimento e ao desenvolvimento de um profissional apto e capaz de desempenhar atividades nos mais diversos ramos da ciência.

Engenharia Química busca a qualidade como instrumento de comprometimento com a formação e qualificação do Engenheiro Químico, objetivando torná-lo um profissional perspicaz. Propicia, igualmente, a formação do profissional comprometido na melhoria da região Oeste de Santa Catarina, Sudoeste do Paraná e Noroeste do Rio Grande do Sul, bem como nacionalmente.

Assim, a concepção do curso está embasada no princípio de que a formação de profissionais com habilidades diversas somente se faz possível com o modelo pedagógico em que a diversidade sustente as atividades de ensino, precisamente, porque é ela o sustentáculo ao conhecimento e ao desenvolvimento de um profissional apto e capaz de desempenhar atividades nos mais diversos ramos da ciência.

4.7 O CÁLCULO NAS ENGENHARIAS

Cada uma das engenharias citadas apresenta, em suas respectivas grades, disciplinas de Cálculos. As engenharias de Produção, Civil, Mecânica, Elétrica e Ambiental e Sanitária possuem as ementas e bibliografias iguais nas disciplinas descritas na. Figura 29.

Figura 29 - Disciplina, Ementas e Bibliografia

Matemática Básica	
Carga Horária	72 h/a
Ementa	Operações com números Reais; operações algébricas; polinômios; equações; sistemas de equações lineares.
Bibliografia Básica	DOLCE, Osvaldo; IEZZI, Gelson; Machado, Antonio. Matemática e realidade. São Paulo: Atual, 2009. FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. Cálculo A: funções, limite, derivação e integração. 6. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2006. JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. Matemática na medida certa. São Paulo: Scipione, 1992.
Geometria Analítica e Álgebra Linear	
Carga Horária	72 h/a
Ementa	Espaço vetorial; Retas e planos; Distâncias e ângulos cônicos e superfícies.
Bibliografia Básica	DAGHLIAN, Jacob. Lógica e álgebra de boole. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2006 LAY, David. Álgebra Linear: e suas Aplicações. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, C2013 STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. Introdução à Álgebra linear. São Paulo: Pearson Education, 1990. DE MELLO, Dorival; WATANABE, Renate G. Vetores e uma Iniciação a Geometria Analítica. Ed. Livraria da Física. LORETO JÚNIOR, Ana Celia da Costa; LORETO JÚNIOR, Armando Pereira. Vetores e Geometria Analítica – Teoria e Exercícios. 4. ed. LCTE, 2014.
Cálculo Diferencial e Integral I	
Carga Horária	72 h/a
Ementa	Funções; Conceito de limites e continuidade; Derivadas e aplicações.
Bibliografia Básica	ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. Cálculo: volume I. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007. LEITHOLD, L. *O Cálculo com Geometria Analítica*. 3.ed. São Paulo: Harbra, 1994. v.1. FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Miriam Buss. Cálculo A: Funções, Limite, Derivação e Integração. 6. ed. rev. e ampl. São Paulo: Prentice Hall, 2012.
Cálculo Diferencial e Integral II	
Carga Horária	72 h/a
Ementa	Estudo da Integral indefinida. Integral definida. Métodos de integração. Técnicas de integração; Aplicações da integral.
Bibliografia Básica	FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Miriam Buss. Cálculo A: Funções, Limite, Derivação e Integração. 6.ed., rev. e ampl. São Paulo: Prentice Hall, 2012. HUGHES-HALLET, Deborah et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Edgar Blucher, 2008. SILVA, Helio Medeiros; SILVA, Hermes Medeiros da; SILVA, Sebastião Medeiros da. Cálculo Básico para Cursos Superiores. São Paulo: Atlas, 2004.
Cálculo Diferencial e Integral III	
Carga Horária	72 h/a
Ementa	Cálculo de funções de várias variáveis e derivadas parciais; Integrais múltiplas; Equações diferenciais e ordinárias.
Bibliografia Básica	FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Miriam Buss. Cálculo A: Funções, Limite, Derivação e Integração. 6. ed., rev. e ampl. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012. HUGHES-HALLET, Deborah et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Blucher, 2008. SILVA, Sebastião Medeiros da; SILVA, Elio Medeiros; SILVA, Hermes Medeiros da. Cálculo Básico para Cursos Superiores. São Paulo: Atlas, 2004.

Fonte: PPC dos cursos.

As engenharias Mecânica, Elétrica e Química, além das disciplinas descritas acima, possuem na sua grade a disciplina de Cálculo Numérico, com a mesma ementa e bibliografia, descrita a seguir, conforme Figura 30.

Figura 30 - Disciplina, Ementas e Bibliografia

Cálculo Numérico	
Carga Horária	72 h/a
Ementa	Interpolação numérica. Integração numérica. Teoria de erros. Solução de equações algébricas e sistemas de equações algébricas. Técnicas de interpolação. Técnicas de regressão linear.
Bibliografia Básica	FRANCO, Neide Maria Bertoldi. Cálculo numérico. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006. RUGGIERO, Marcia A. Gomes; LOPES, Vera Lucia da R. Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais. Rio de Janeiro: Makro, 2012. BARROSO, Leônidas Conceição et al. Cálculo numérico: com aplicações. São Paulo: Harbra, 1987.

Fonte: PPC dos cursos.

O curso de Engenharia Química também possui em sua grade a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral IV, descrita a seguir, conforme Figura 31.

Figura 31 - Disciplina, Ementas e Bibliografia

Cálculo Diferencial e Integral IV	
Carga Horária	72 h/a
Ementa	Noções de cálculo vetorial; integrais curvilíneas e de superfície; teorema de Stokes; teorema de divergência de Gauss; Séries numéricas. Séries de funções. Noções de funções de variáveis complexas. Equações diferenciais Parciais.
Bibliografia Básica	SPIEGEL, Murray R. Análise Vetorial: com introdução à análise tensorial. São Paulo: McGraw-Hill, 1976. BOYCE, William E.; DI PRIMA, Richard C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. MATOS, Marivaldo P. Séries e Equações Diferenciais. São Paulo: Prentice Hall, 2001.

Fonte: PPC dos cursos.

5 O AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO

Apresenta-se neste capítulo uma sequência de ações com atividades que objetivaram desenvolver o processo de ensino e aprendizagem da temática de Derivadas e suas Aplicações.

Os conteúdos abordados estão referenciados com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, dos cursos de Engenharias da Unidade Central de Educação FAEM Faculdade Ltda. (UCEFF Faculdades), de Chapecó, SC, no 2º semestre de 2017 do curso.

Durante a aplicação do experimento foram trabalhados os seguintes conceitos: definição de derivadas; regras de derivação; máximos e mínimos de uma função; taxas de variação ou taxas relacionadas; derivada sucessiva e análise da concavidade de uma função.

A sequência de atividades sobre Aplicações de Derivadas foi estruturada da seguinte forma: fundamentação teórica e objetivos da proposta, organização da sequência de atividades com a descrição de cada atividade, apresentando os objetivos pretendidos na perspectiva da teoria *Socioepistemológica*.

A seguir apresentam-se as etapas da sequência de atividades sobre Derivadas e suas Aplicações.

5.1 A SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES SOBRE APLICAÇÃO DE DERIVADAS

A sequência de atividades aqui apresentada foi desenvolvida com a temática Derivadas e suas Aplicações, com referências nas situações-problema contextualizadas com o enfoque da *Socioepistemologia*.

O objetivo geral desta pesquisa foi investigar uma mudança no Discurso Matemático Escolar Vigente utilizando o conceito de aula estendida nas aulas de Cálculo com a temática Derivadas e suas Aplicações em um curso de Engenharia da instituição UCEFF Faculdades, em Chapecó, Santa Catarina.

Os objetivos da aplicação do experimento com os estudantes foram: motivar os alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, desenvolvendo atividades com referência a situações, fenômenos reais, de modo que eles próprios descobrissem os conceitos de Derivadas para resolver a situação-problema proposta; incentivar a redescoberta por meio de aplicação da definição de Derivadas; propiciar experiências variadas que conduzam o aluno a atribuir significado ao conteúdo programático de Derivadas, seja por intermédio de resolução de situações-problema, seja fazendo uso de recursos didáticos com desenhos e lápis e papel, seja utilizando tecnologias digitais para pesquisa e para cálculo de Derivadas.

A proposta foi fundamentada na *Socioepistemologia*, com os princípios destacados por Cantoral (2013), o qual aborda o conhecimento social, histórico e culturalmente situado, envolvendo os fenômenos de construção e transmissão do saber; caracteriza-se por ser uma teoria que estuda o conhecimento em situações específicas e se interessa por destacar o papel da prática social na construção do conhecimento.

Para o autor, a *Socioepistemologia* aloca o conhecimento matemático como resultado da prática social, pois articula a intervenção ativa com a intervenção humana, visando obter a construção social do conhecimento, proporcionando, assim, a democratização da aprendizagem em Matemática.

A aprendizagem da Matemática requer a interação da construção dos discursos e das ações que ocorrem em sala de aula. Aulas de Matemática precisam ser atrativas e não devem ser um local calado, segundo Cantoral (2013):

> Em primeiro lugar temos entendido cada vez melhor como as crianças aprendem matemática em situações vivenciadas, partindo da experiência cotidiana para chegar ao geral, quer dizer, de experiências concretas relacionadas com objetos ou situações de sua vida cotidiana as permite chegar à construção de conhecimento e ao desenvolvimento de habilidades que os permitam compreender e confrontar os pontos de vista entre seus colegas e destes com o seu professor; processo fundamental para a aprendizagem e para a construção do conhecimento matemático a partir de uma perspectiva social (CANTORAL, 2013, p. 342).

Para conseguir melhor adaptação da Matemática ensinada no meio acadêmico, considerando as necessidades da sociedade, o ensino da Matemática deveria basear-se em situações procedentes do mundo real, proporcionando aos acadêmicos mais aplicabilidade da disciplina em suas vidas social e profissional.

Essa proposta está direcionada aos cursos de Engenharias da UCEFF Faculdades com uma sequência de atividades para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da temática em estudo, fundamentada nas quatro dimensões da *Socioepistemologia*, quais sejam: a dimensão epistemológica, a dimensão didática, a dimensão cognitiva e a dimensão sociocultural.

Na organização das atividades, foi utilizada a metodologia de aula estendida da teoria *Socioepistemologica.*

O objetivo da metodologia de aula estendida é desafiar o aluno a resolver um problema e por meio do processo de sua resolução generalizá-lo a outras situações, compreendendo os seguintes processos: O que muda? A respeito do que muda? Como isso muda? E quanto isso muda?(CANTORAL, 2013). Esta habilidade que se busca desenvolver os alunos e fazê-los capazes de compreender uma situação e poder usar esse conhecimento em outras ocasiões.

5.1.1 Características do objeto matemático de Derivadas com a Matemática no Ensino Superior

A descoberta do cálculo é uma das grandes realizações intelectuais da civilização e tem sido usada por mais de três séculos como ferramenta quantitativa para a investigação de problemas científicos. É essencial para áreas de matemática (probabilidade, topologia, teoria de grupo e álgebra, geometria, teoria dos números) e outras áreas, como tecnologia moderna, física, medicina, mecânica, etc. (KLEINER, 2001).

Para Zuin (2001, p. 34), "o Cálculo foi a principal alavanca para se desenvolver os mais diversos segmentos das ciências e da tecnologia."

O desenvolvimento dos conceitos fundamentais de Cálculo Diferencial e Integral tem sua origem a partir de situações reais, ou seja, seu surgimento adveio a partir da busca de soluções para problemas de situações reais.

Segundo Zuin (2001):

> Calcular a distância percorrida por um corpo em movimento, sua velocidade e aceleração; comprimentos de curvas; áreas; volumes; analisar os valores de máximo e mínimo de uma função; relacionar declividade de uma curva e taxa de variação, são alguns dos problemas, entre muitos outros, que levaram ao desenvolvimento do Cálculo (ZUIN, 2001, p. 14).

O conceito de derivada tem sido um dos assuntos do Cálculo em que grande parte dos estudantes apresenta dificuldades de aprendizagem.

> No Brasil, o ensino do Cálculo tem sido responsabilizado por um grande número de reprovações e de evasões de estudantes universitários. É comum em nossas universidades a reclamação, por parte dos alunos ou por parte dos professores de outras áreas, da inexistência de esforços para tornar o Cálculo interessante ou útil (MEYER; SOUZA JÚNIOR, 2002, p. 121).

A missão fundamental do cálculo, no ensino superior, é formar profissionais que utilizem conceitos matemáticos apropriados e que possam aplicá-los em outros contextos diferentes do que foram aprendidos. De Las Fuentes, Arcos e Navarro (2010), para que sejam aos alunos sejam capazes de resolver situação problema, com independência e criatividade, os problemas que surgem na sociedade, através da interpretação e aplicação de conceitos e métodos matemáticos, e adaptar-se com relativa facilidade a um mundo em mudança.

Segundo Cantoral (2004), uma das problemáticas estudadas na teoria *Socioepistemológica* está relacionada ao pensamento variacional, que tem três arestas fundamentais que são assumidas na pesquisa e desenvolvidas a partir da problematização do conhecimento matemático, que são elas:

- O estudo das estruturas variacionais a partir do ponto de vista matemático e do fenomenológico;
- O estudo do conhecimento matemático que os alunos colocam em jogo estudando o conhecimento relacionado à variação e mudança;
- Os problemas sociais estudados matematicamente, mediante situações variacionais, em diferentes contextos educativos.

Para Cantoral e Farfán (1998), Ruiz (2009), Ordoñez e Alonso (2013), Cabeza e Mendoza (2016), a teoria *Socioepistemológica* apresenta algumas maneiras de entender algumas das dificuldades que estudantes apresentam na aquisição de diferentes padrões, no estabelecimento de conexões entre aqueles conceitos de componentes dinâmicos fortes, suas representações gráficas e o movimento real dos objetos em seus contextos.

Nesse sentido, pesquisadores, como Cantoral e Farfán (1998), Arrieta e Díaz (2015), Fon., Godino e Gallardo (2013), entre outros, relatam a existência de limitações em alunos e professores, ao lidar com situações que requerem algum tipo de estratégia variacional, como análise do comportamento e variação de gráficos; identificação das quantidades que intervêm numa situação-problema, que alteram o que permanecem fixos; determinação de relações de dependência entre duas variáveis; estabelecimento da relação entre taxa de mudança e quociente incremental, e conversão do registro verbal para o registro gráfico.

Essas limitações influenciam negativamente as expectativas sobre os contextos de aprendizagem que os alunos gostariam de ter em estudos universitários, que esperam ter experiências de aprendizagem em que possam avaliar a funcionalidade do conhecimento em diversos contextos da realidade de estudo.

Um ensino descontextualizado da realidade do aluno, em que não são exploradas as aplicações dos conceitos, não apresenta significado para o estudante, refletindo na sua aprendizagem, pois o aluno tem dificuldade de compreender como o conhecimento matemático irá influenciar na sua formação profissional. Deste ponto de vista, faz-se necessário ensinar os conceitos de forma aplicada.

Algumas hipóteses para as dificuldades na aprendizagem dos estudantes em disciplinas que estão relacionadas ao Cálculo, segundo Barbosa, são:

> - resultado de uma metodologia inadequada ou voltada para uma competência específica da disciplina, sem contextualização, não tendo sentido ou importância para o aluno;
> - o professor que ensina Cálculo Diferencial e Integral está preso às metodologias e práticas experenciadas no curso de formação, geralmente centrado em paradigmas conservadores;
> - que pode haver relação de interesse/desinteresse e facilidade/dificuldade dos alunos, em relação à disciplina, fatores que podem ser provenientes da relação professor/aluno ou também da relação que o professor e o aluno estabelecem com o conhecimento matemático (BARBOSA, 2004, p. 12).

Nas disciplinas de cálculo, geralmente, o conceito de derivada é trabalhado em sala de aula sem aplicação, ou seja, pouco aplicado à área de formação. As definições, muitas vezes, são deixadas de lado, e em seguida, são apresentadas as regras de derivação.

Os alunos comumente conseguem calcular derivadas, mas não produzem significados corretos do conceito e não conseguem fazer relações com situações-problema. Constata-se que os conceitos de derivadas, muitas vezes, são expostos de forma tradicional, em que são apresentados as definições, propriedades e exemplos, enquanto aos alunos é deixada a resolução dos exercícios expostos.

Nesse sentido, têm-se uma falsa impressão de ensino e aprendizagem, tanto da parte do professor quanto do aluno. Compreende-se que é uma falsa sensação em razão do elevado índice de reprovação e desistência da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Muitas vezes, os alunos são treinados apenas para saber os processos mecânicos e não para visualizar e representar a definição de derivada.

Segundo Franchi (1995), faz-se necessário utilizar os conceitos de Cálculo de forma a relacioná-los com situações da realidade, a fim de que esses conceitos sejam percebidos e interpretados efetivamente.

Os estudantes precisam conhecer os instrumentos do Cálculo e também explorar os conceitos e suas aplicações. O ensino pode estar baseado na utilização de aplicações, de situações-problema, que podem ser resolvidos fazendo uso de ferramentas e conceitos do cálculo.

Para Barbosa (2004):

> Essa prática contextualizada exige do aluno uma associação de vários conteúdos estudados em outras disciplinas, bem como práticas vivenciadas. Por outro lado, o professor, enquanto articulador, mediador e aprendiz, amplia seus conhecimentos, gerando assim uma prática cotidiana mais significativa para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral (BARBOSA, 2004, p. 42).

O ensino de Derivadas geralmente acontece baseado em regras na resolução de exercícios. Dessa forma, quando é necessária a utilização de algum conceito para o desenvolvimento de alguma atividade de aplicação, os alunos apresentam dificuldades em sua realização.

Segundo Gonçalves (2012):

> Em relação à aplicação dos conteúdos de Cálculo, como o conceito de derivada, é possível perceber que os alunos questionam a sua aplicação, mas quando lhe são apresentadas situações em que são necessárias utilizações de ferramentas do Cálculo para sua resolução, eles geralmente apresentam dificuldades. Uma possível causa para esse fato é que os alunos não estão acostumados a resolver situações em que seja necessária a utilização/aplicação dos conceitos (GONÇALVES, 2012, p. 35).

Quanto às situações que envolvem aplicações das derivadas, as dificuldades “se alternam em conceituais e manipulativas, conforme o tipo de registro de representação utilizado na situação de aplicação proposta” (RAMOS, 2009, p. 82).

Ramos (2009) ressalta a necessidade de os professores trabalharem mais com as aplicações da derivada com seus alunos, pois o autor tem a convicção de que “quando o aluno aplica o novo conhecimento, compreende melhor o conceito.” Além disso, o pesquisador considera fundamental o estudante conhecer as aplicações dos conceitos numa abordagem associada às representações algébricas.

5.2 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES COM A TEMÁTICA DE ESTUDO

A sequência de atividades foi realizada no período noturno, durante 5 dias, de 4 horas-aula, perfazendo 20 horas-aula de atividades, no segundo semestre de 2017. A Turma onde foi aplicado o experimento tinha 20 alunos, que se organizaram em 4 grupos de cinco estudantes.

Os alunos participantes do experimento cursavam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, onde já haviam estudado os conceitos de Funções, Limites e Continuidade, definição de Derivadas e as regras de derivação, porém ainda não haviam iniciado o estudo das Aplicações de Derivadas, considerando que, na maioria das estruturas curriculares, um conteúdo é sequencial ao outro. Sendo assim, optou-se por marcar o primeiro dia da aplicação da sequência didática nesse momento, pois assim a proposta seria responsável por propiciar experiências variadas que conduzissem o aluno a atribuir significado ao conteúdo programático de Derivadas, desenvolvendo atividades com referência a situações, fenômenos reais, de modo que eles próprios descobrissem as regras, conceitos necessários para a resolução da atividade proposta.

A sequência de atividades (Figura 32) foi organizada contendo situações-problema diversas na abordagem metodológica de aula estendida, de acordo com os princípios da *Socioepistemologia*.

Figura 32 - Organização das Atividades

Organização das Atividades		
Aulas (4h-a)	**Atividades**	**Metodologia**
1ª	1 situação-problema	Aula Estendida com o pensamento e linguagem variacional segundo a Teoria da *Socioepistemologia*.
2ª	4 situações-problema	
3ª	4 situações-problema	
4ª	5 situações-problema	
5ª	3 situações-problema	

Fonte: A pesquisa.

Cada aula foi composta por um número específico de atividades, em sala de aula. Com o acompanhamento da professora/pesquisadora foram resolvidas por grupos de 5 alunos, dependendo da intencionalidade de cada uma.

A as atividades foram construídas com pesquisas em livros didáticos de cálculo, livros estes mencionados nas ementas da disciplina, pesquisa na internet e professores que ministram disciplinas específicas do curso de Engenharia como Resistência dos Materiais, Mecânica dos Fluídos que fazem uso do Cálculo para resolver situações pertinentes da área.

5.2.1 Organização das atividades por aula

A organização da aula em momentos tem como objetivo avaliar o nível de desempenho dos alunos na resolução dos problemas propostos ligados à engenharia, colocando em jogo pensamento variacional, assumindo essa avaliação como uma das funções da direção do processo de ensino e aprendizagem que está intimamente relacionado com a organização, planejamento e execução do referido processo (PÉREZ, 2006).

Na primeira aula, cada grupo recebeu uma situação-problema para resolver. No primeiro momento os grupos tinham que tentar encontrar uma solução sem a interferência da professora/pesquisadora.

No segundo momento, a professora/pesquisadora orientou os grupos, agindo como mediadora do processo, auxiliando na resolução da atividade proposta, levantando questionamentos e buscando refletir sobre os caminhos propostos pelos grupos.

No terceiro momento, a professora/pesquisadora questionou cada grupo sobre como cada grupo fez a resolução, explicando os caminhos escolhidos para a resolução do problema proposto. Entende-se que a socialização dos caminhos propostos pelos grupos auxilia a compreensão dos outros grupos.

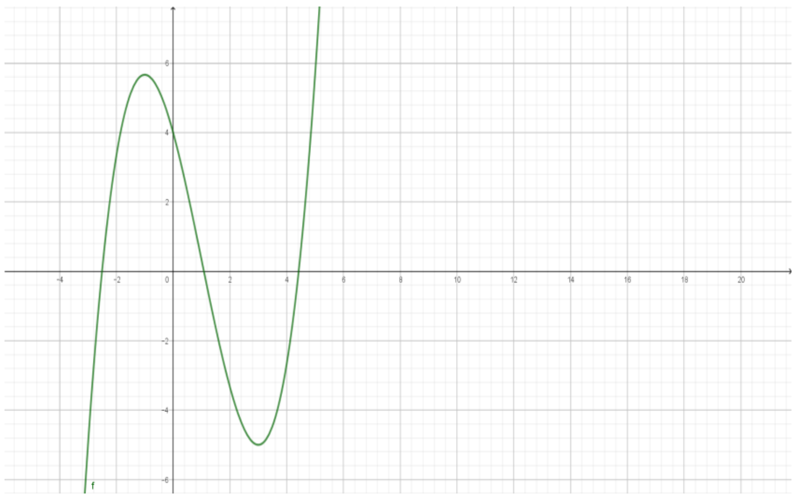
Apresenta-se, na Figura 33, os problemas propostos.

Figura 33 - Problemas Propostos – aula 1

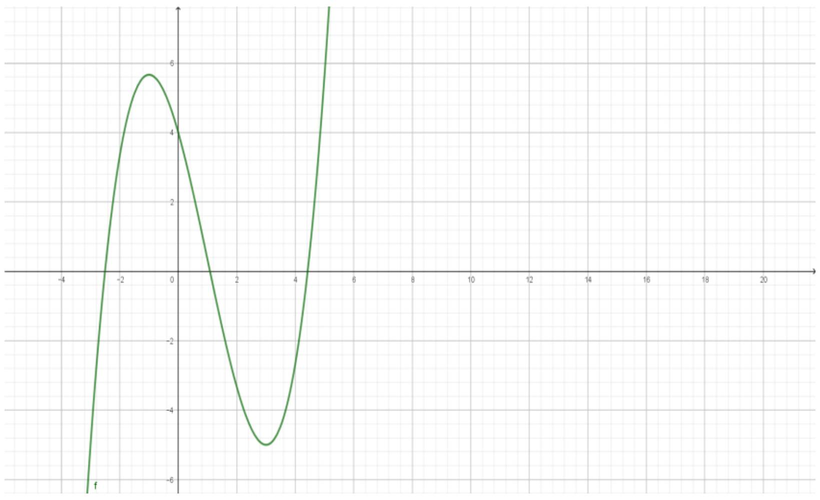
Problema 1

Serão propostos quatro gráficos idênticos, conforme figuras a seguir, e envolvendo quatro proposições, de modo que devem marcar no gráfico apenas um dos quatro casos:
$f(x) > 0$, $f'(x) > 0$, $f''(x) > 0$, $f'''(x) > 0$
Indiquem as estratégias, os esquemas que utilizaram e as formas em como argumentam a seleção frente ao grupo.

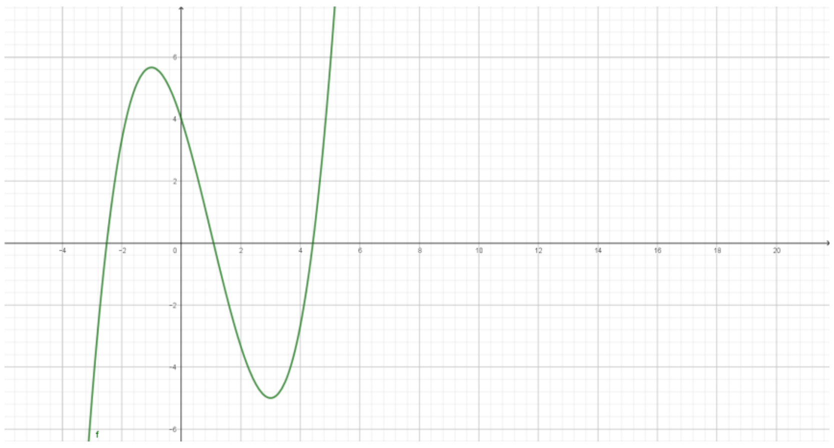
a) Marque sobre o gráfico, de $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$, a posição que considera correta para a condição $f(x) > 0$.



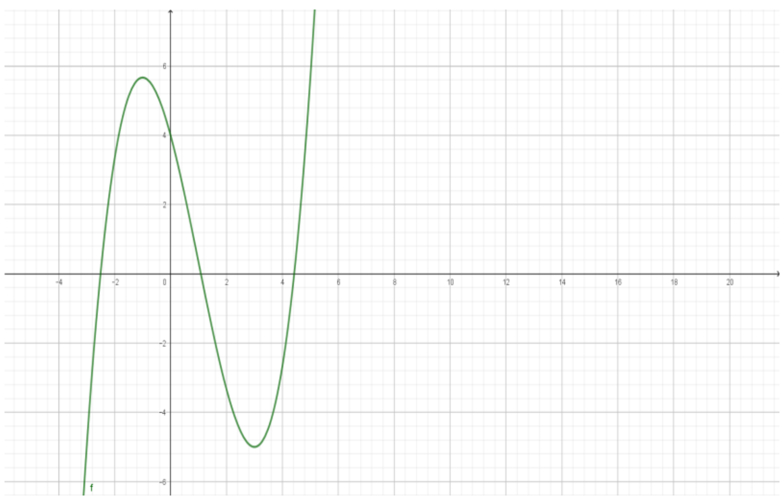
b) Marque sobre o gráfico, de função $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$, a posição que considera correta para a condição $f'(x) > 0$.



c) Marque sobre o gráfico, de função $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$, a posição que considera correta para a condição $f''(x) > 0$.



d) Marque sobre o gráfico, de função $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$, a posição que considera correta para a condição $f'''(x) > 0$.



Qual a relação dos máximos e mínimos em uma situação real. Justifique com um exemplo.

Fonte: adaptado de Cantoral (2013).

Na segunda aula, cada grupo recebeu uma situação-problema diferente para resolver. No primeiro momento, os grupos tinham que tentar encontrar uma solução sem a interferência da professora/pesquisadora.

No segundo momento, a professora/pesquisadora orientou os grupos, agindo como mediadora do processo, auxiliando na resolução da atividade proposta, levantando questionamentos e buscando refletir sobre os caminhos propostos pelos grupos.

No terceiro momento, os grupos apresentaram a solução para o restante da turma, explicando os caminhos escolhidos para a resolução do problema proposto. Entendemos que a socialização dos caminhos propostos pelos grupos auxilia a compreensão dos outros grupos. Durante a exposição, com a explicação da situação-problema, a turma e a professora/pesquisadora questionaram a respeito da solução e todos refletem sobre a resolução e se a resposta encontrada é correta.

Apresenta-se, na Figura 34, os problemas propostos.

Figura 34 - Problemas Propostos – aula 2

Problema 1
Um terreno retangular deve ser cercado de 2 formas. Dois lados opostos devem receber cercas reforçadas que custa R$ 3,00 o metro, enquanto os outros dois lados restantes recebem uma cerca padrão de R$ 2,00 o metro. Qual a maior área que pode ser cercada com R$ 6000,00?
Problema 2
Um galpão deve ser construído tendo uma área retangular de 12100m². A prefeitura exige que exista um espaço livre de 25m na frente, 20m atrás e 12m em cada lado. Encontre as dimensões do lote que tenha a área mínima na qual possa ser construído esse galpão.
Problema 3
Uma caixa sem tampa, de base quadrada, deve ser construída de forma que o seu volume seja 2500m³. O material da base vai custar R$ 1200,00 por m² e o material dos lados R$ 980,00 por m². Encontre as dimensões da caixa de modo que o custo do material seja mínimo.
Problema 4
Carlos Antônio precisa fazer um reservatório de água (espécie de tanque) feito com tijolo e cimento revestido de cerâmica, sem tampa, tendo na base um retângulo com comprimento igual ao triplo da largura. Calcule as dimensões que permitem a máxima economia de material para produzir o reservatório de volume de 36m³.

Fonte: livro de Cálculo A e Internet.

Na terceira aula todos os grupos receberam três situações-problema para resolverem.

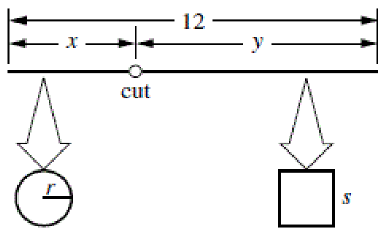
No primeiro momento, os grupos buscaram, no grupo, encontrar uma solução, sem a interferência da professora/pesquisadora.

No segundo momento, a professora/pesquisadora orientou os grupos como mediadora, auxiliando na resolução da situação-problema proposta.

No terceiro momento, a professora/pesquisadora socializou a solução realizada pelos alunos, questionando os grupos sobre os caminhos percorridos na resolução, que conceitos utilizaram, socializando as diferentes formas de resolução do problema proposto.

Apresenta-se, na Figura 35, os problemas propostos.

Figura 35 - Problemas Propostos – aula 3

Problema 1
Uma indústria elétrica vende estabilizadores a R$ 80,00 por unidade. Se o custo de produção total diário em reais para x unidades é dado por $C(x) = 100 + 50x + 0,25x^2$, quantos estabilizadores devem ser fabricados diariamente para maximizar o lucro? Qual o valor do lucro máximo?
Problema 2
Um fio com 12 cm pode ser curvado formando um círculo, dobrado formando um quadrado ou cortado em duas partes formando um círculo e um quadrado. Quanto do fio deve ser usado no círculo para que a área total englobada pela(s) figura(s) seja: (a) máxima? (b) mínima? 
Problema 3
Uma lata cilíndrica sem tampa superior tem volume 5 cm^3. Determine as dimensões da lata, de modo que a quantidade de material para sua fabricação seja mínima.
Problema 4
Um tanque cônico de aço, sem tampa, tem capacidade de $1000m^3$. Determine as dimensões do tanque que minimiza a quantidade de aço usada na sua fabricação.

Fonte: a Internet.

Na quarta aula, os grupos receberam uma situação-problema igual, devendo resolver sem a interferência da professora, utilizando as ferramentas, como internet, livros, consulta a livros da biblioteca da faculdade.

Após a resolução pelos grupos, a professora/pesquisadora solicitou que os grupos socializem a resolução ao restante da turma, nesse momento, a professora/pesquisadora, juntamente com a turma, discutiram os caminhos propostos pelos grupos e, em conjunto, optaram pela resolução mais completa.

Apresenta-se, na Figura 36, o problema proposto.

Figura 36 - Problema Proposto – aula 4

Problema 1
Uma caixa aberta deve ser feita de uma folha de papelão medindo 16 por 30 cm, destacando-se quadrados iguais dos quatro cantos e dobrando-se os lados. Qual é o tamanho dos quadrados para se obter uma caixa com o maior volume?

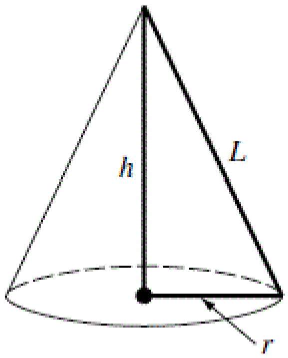
Fonte: a Internet.

No segundo momento da aula, os grupos receberam situações-problema diferente para resolver. Essas atividades foram resolvidas sem a interferência da professora/pesquisadora, com a possibilidade de fazer pesquisa, utilizando as ferramentas, como internet, livros e biblioteca.

Após resolverem a atividade proposta, os grupos apresentaram para a turma, explicando como resolveram o problema proposto. No momento da apresentação, a professora/pesquisadora agiu como mediadora, questionando o grupo que estava apresentando, bem como os grupos participantes, para verificar se a solução estava correta.

Apresenta-se, na Figura 37, os problemas propostos.

Figura 37 - Problemas Propostos - aula 4

Problema 1
Um aquário de base quadrada será construído no salão de entrada de um hotel. Quais devem ser as dimensões que minimizam a área total deste aquário (sem tampa), sabendo que o volume máximo de água que ele pode armazenar é de 2m³.
Problema 2
Encontre a altura e o raio de um cone com altura inclinada L cujo volume é o maior possível. 
Problema 3
Um arame de 60 cm de comprimento deve ser utilizado para cercar duas áreas, uma retangular e outra quadrada, de forma que o retângulo tenha maior área possível. Sabendo que as duas figuras juntas formam um retângulo maior, quais seriam as medidas do retângulo e do quadrado para que o retângulo tenha área máxima?
Problema 4
Um campo retangular está limitado por uma cerca em três de seus lados e por um córrego reto no quarto lado. Encontre as dimensões do campo com área máxima que pode ser cercado com 1.000 metros de cerca.

Fonte: a Internet.

Na quinta aula os grupos receberam uma situação-problema igual para todos.

No primeiro momento, os grupos tinham que tentar encontrar uma solução sem a interferência da professora/pesquisadora e sem fazer pesquisas.

No segundo momento, a professora/pesquisadora passou nos grupos como mediadora, auxiliando na resolução, permitindo, assim, também fazer pesquisa, utilizando as ferramentas, como internet, livros e biblioteca.

Após os grupos conseguirem a resolução, a professora/pesquisadora solicitou para que um grupo aleatoriamente começasse a socializar a resolução no quadro, nesse momento, a professora/pesquisadora, juntamente com a turma, discutiram a resolução de cada grupo, chegando à solução correta.

Apresenta-se, na Figura 38, os problemas propostos.

Figura 38 - Problemas Propostos – aula 5

Problema 1

O perfil de velocidade u de escoamento entre placas paralelas é dado por:

$$\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2$$

em que h é a distância entre as duas placas, sendo que a origem do plano está situada na linha mediana entre as placas. Considerando um escoamento de água a 15°C (μ = 1,14 x 10-3 kg/m.s), com $u_{max} = 0{,}10\ m/s$ e h=0,1mm, calcule a tensão de cisalhamento na placa superior.

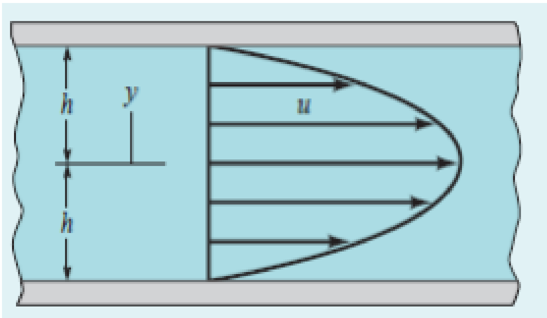
OBS: Fórmula da tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

Problema 2

A distribuição de velocidade do escoamento de um fluido newtoniano num canal formado por duas placas planas paralelas e largas (vide figura) é dada pela equação:

$$u = \frac{3v}{2}\left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right]$$

onde v é a velocidade média. O fluido apresenta uma viscosidade dinâmica de 1,92 N.s/m2 . Assumindo v = 0,6 m/s e h = 5 mm, determine a tensão de cisalhamento na parede inferior do canal e a tensão de cisalhamento que atua no plano central do canal.

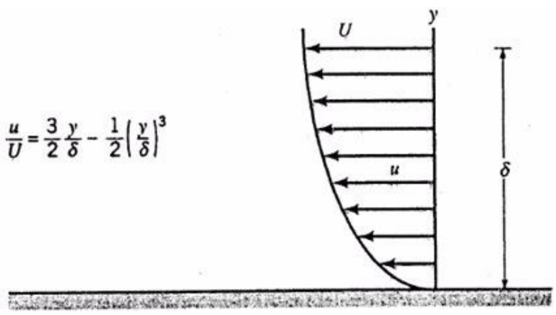


OBS: Fórmula da tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

Problema 3

Um fluido newtoniano (μ = 0,368 kg/m.s) escoa sobre uma superfície imóvel. O perfil de velocidade u deste escoamento está mostrado na figura. Determine a tensão de cisalhamento que atua sobre a placa. Expresse a resposta em função de U e δ.

OBS: Formula da tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$



Fonte: adaptado de Resistência dos Matérias pelos Professores.

Estas atividades foram desenvolvidas no experimento realizado com 20 estudantes de um curso de Engenharia da UCEF, matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

As análises do experimento realizado apresentam-se no capítulo 6.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentam-se as análises dos dados coletados na investigação realizada, na seguinte ordem:

a) Análise documental das ementas e dos planos de ensino da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, da instituição Unidade Central de Educação FAEM Faculdade – UCEFF Faculdades;

b) O perfil dos professores participantes da investigação que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, na instituição Unidade Central de Educação FAEM Faculdade – UCEFF Faculdades;

c) Análise do questionário aplicado aos professores (Apêndice H);

d) Perfil dos estudantes investigados;

e) Análise do desempenho dos grupos, em cada etapa do experimento realizado, com foco nos objetivos propostos, para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da temática Derivadas e suas Aplicações, desenvolvido na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, do curso de Engenharia Mecânica, de acordo com as atividades propostas na sequência de atividades.

6.1 ANÁLISE DOCUMENTAL DAS EMENTAS E DOS PLANOS DE ENSINO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

Os cursos de engenharia da UCEFF Faculdades possuem em sua grade a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I com a mesma carga horária e ementa, conforme Figura 39.

Figura 39 - Ementa de Cálculo Diferencial e Integral I

Cálculo Diferencial e Integral I	
Carga horária	72 h/a
Ementa	Funções; Conceito de limites e continuidade; Derivadas e aplicações.

Fonte: PPC dos cursos.

Com base na ementa da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, os professores organizam o plano de ensino, os quais são elaborados conforme modelo fornecido pela instituição na plataforma *Unisemestre*[6]. Os planos de ensino dos professores são iguais,

[6] Plataforma Unisemestre é utilizada em escolas particulares e instituições privadas do ensino superior.

conforme Figura 40, que mostra um plano de ensino de um professor do curso de Engenharia de Produção.

Figura 40 - Plano de Ensino

Centro de Ensino Superior de Chapecó

Faculdade Empresarial de Chapecó

Rua Lauro Muller 767 - E - Santa Maria - Chapecó/SC

UCEFF

Curso: ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Disciplina: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

Período: 2° Semestre	**Ano/Semestre:** 2016/2	**Carga Horária:** 72	**Créditos:** 4

EMENTA

OBJETIVO DA DISCIPLINA

PLANO DE ENSINO

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

1.Funções
Definição;
Operações com funções;
Gráficos;
Funções especiais (linear, quadrática, modular, racional,...)
Funções pares e ímpares;
Funções periódicas;
Funções composta;
Função inversa;
Função exponencial;
Função logarítmica;
Funções trigonométricas;
Funções trigonométricas inversas;
Aplicações de Funções.
2. Limite e continuidade
Noção intuitiva de limite;
Propriedades dos limites;
Limites laterais;
Cálculo de limites envolvendo indeterminações;
Limites infinitos;
Limites no infinito;
3.Derivada
A reta tangente;
Derivada de uma função num ponto;
Regras de derivação;
Derivadas de funções elementares;
Derivadas de funções trigonométricas;
Derivadas sucessivas;
Aplicações da derivada;
Máximos e Mínimos e funções;
Problemas de Maximização e Minimização;

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os conceitos e teorias serão abordados em aulas expositivo-dialógicas, priorizando a participação ativa do aluno com questionamentos e discussões. Os cálculos serão trabalhados com a resolução de problemas e exercícios, individualmente e/ou em grupo, com posterior correção e solução de dúvidas.

PROCEDIMENTOS DE AVALIAÇÃO

O processo de avaliação se dará de forma contínua no decorrer da disciplina. Os procedimentos de avaliação contemplarão o acompanhamento e o desenvolvimento dos alunos e dar-se-ão da seguinte forma:
N1 e uma avaliação de N2. Em caso de o aluno não atingir média igual ou superior a 7,0, será realizada a avaliação de N3.
As avaliações de N1 serão marcadas no decorrer do semestre e poderão ser compostas por provas individuais, bem como testes, ou trabalhos conforme especificação:
-FUNÇÕES (PROVA 80% E UM TRABALHO COM 20%)
- LIMITES e DERIVADAS (PROVA 80% E UM TRABALHO COM 20%)
A avaliação de N2 será prova realizada no final do semestre e contemplará todo o conteúdo abordado do decorrer da disciplina.
A avaliação de N3 acontecerá conforme cronograma da Instituição, e por se tratar de uma forma de recuperação considerará todo o conteúdo do semestre.
Além das notas obtidas nas avaliações escritas de N1 e N2, alguns critérios serão considerados, continuamente, para a obtenção da nota final.
- Raciocínio lógico e organizado, quando possível
- Interpretação e uso adequado de modelos matemáticos
- Desenvolvimento algébrico e gráfico nas questões propostas
- Clareza e organização do desenvolvimento dos problemas
- Atitudes dos alunos, como o respeito, a participação coerente, a pontualidade e o plágio
Quando necessário, os alunos poderão contribuir para a avaliação referente ao desenvolvimento da disciplina por meio de feedback ou debates.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Básica	FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo A**: funções, limite, derivação e integração. 6. ed. ampl. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006. (12 exemplares - Localização: 515.3 F596c) HOFFMANN, Laurence D.; BRADLEY, Gerald L. **Cálculo**: um curso moderno e suas aplicações. Rio de Janeiro: LTC, 1999. (05 exemplares - Localização: 515.3 H711c) LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica**. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994. (09 exemplares - Localização: 515.5 L533c)
Complementar	STEWART, James. **Cálculo, volume 1**. São Paulo: Cengage Learning, 2010. (08 exemplares - Localização: 515 S849c) STEWART, James. **Cálculo, volume 2**. São Paulo: Cengage Learning, 2010. (05 exemplares - Localização: 515 S849c) SWOKOWSKI, E. W. **Cálculo com geometria analítica**. 2. ed. Rio de Janeiro : McGraw-Hill do Brasil, 1994.

Fonte: Plataforma da UCEFF.

O plano de ensino contempla os conteúdos ministrados no semestre. Referente à metodologia utilizada para ensinar, pontua: aulas expositivas-dialógicas e resolução de problemas. Não descreve se são utilizados recursos didáticos no semestre, como *softwares* ou *sites*. Observa-se um discurso matemático usual, conforme os livros de Cálculo e aulas com metodologias também consideradas usuais e sem uso de tecnologias digitais.

6.2 PESQUISA COM OS PROFESSORES DE CÁLCULO DA UCEFF FACULDADES

A pesquisa foi realizada com oito professores na instituição UCEFF Faculdades. Os professores foram denominados de A, B, C, D, E, F, G, H.

Perfil dos professores que atuam na Instituição UCEFF Faculdades e que participaram da pesquisa conforme Figura 41.

Figura 41 **-** Formação Acadêmica Docente

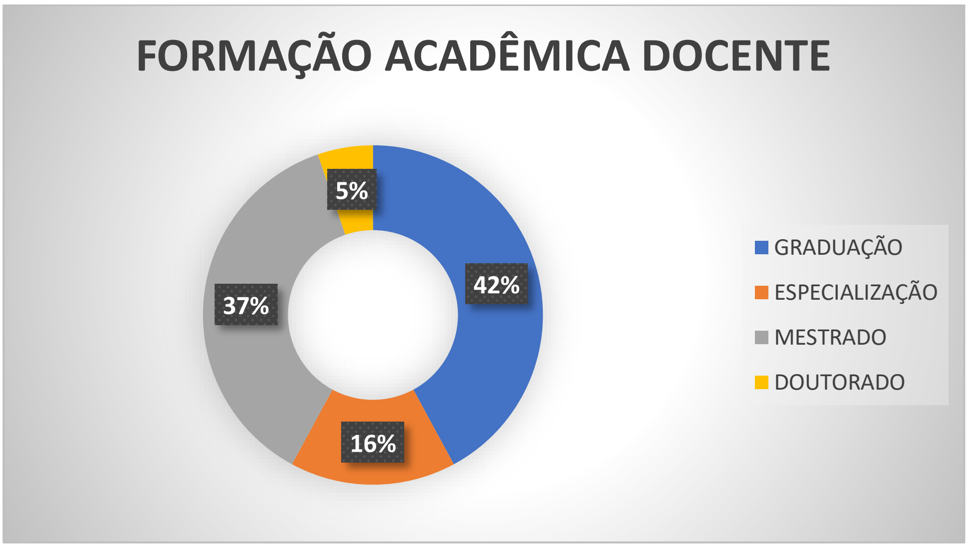
O professor **A** possui graduação em Matemática, Licenciatura Plena, pela Universidade Comunitária da Região de Chapecó, em 2004, e mestrado em Modelagem Matemática pela Universidade Regional do Noroeste do Estado (UNIJUÍ), do Rio Grande do Sul, em 2006.
O professor **B** possui graduação em Matemática, Licenciatura Plena, pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, em 2005, mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, em 2009 e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, finalizado em 2013.
O professor **C** possui graduação em Ciências Biológicas pelo Centro Pastoral Educacional e Assistência Dom Carlos, em 2005 e mestrado em Educação pela Universidade Comunitária da Região de Chapecó, finalizado em 2015.
O professor **D** possui graduação em Matemática, em 2003, Especialização em Matemática e Física, em 2005, pela Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – Campus de Frederico Westphalen, e Mestrado Profissionalizante no Ensino de Física e de Matemática pelo Centro Universitário Franciscano (UNIFRA).
O professor **E** possui graduação em Matemática, Licenciatura Plena, pelas Faculdades de Itapiranga (FAI), finalizado em 2008, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, finalizado em 2011.
O professor **F** possui graduação em Matemática, Licenciatura Plena, pelo Centro Universitário Diocesano do Sudoeste do Paraná, em 2004. Especialização em Ciências Naturais, Biologia e Química, pelas Faculdades de Ciências Sociais Aplicadas CELER/FACISA, em 2006. Mestre em Educação pela Universidade Comunitária de Chapecó – UNOCHAPECÓ, finalizado em 2015.

O professor **G** possui graduação em Matemática, Licenciatura Plena, pelo Centro Universitário Católico do Sudoeste do Estado do Paraná, em 2009, e Mestrado em Modelagem Matemática, pela Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul UNIJUÍ, finalizado em 2014.
O professor **H** possui graduação em Engenharia Civil pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, em 1984. Especialização em Projeto e Análise de Estruturas pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 1997.

Fonte: a pesquisa.

A Figura 42 mostra a formação acadêmica dos professores que atuam na Instituição UCEFF Faculdades e que participaram da pesquisa.

Figura 42 - Formação Acadêmica Docente

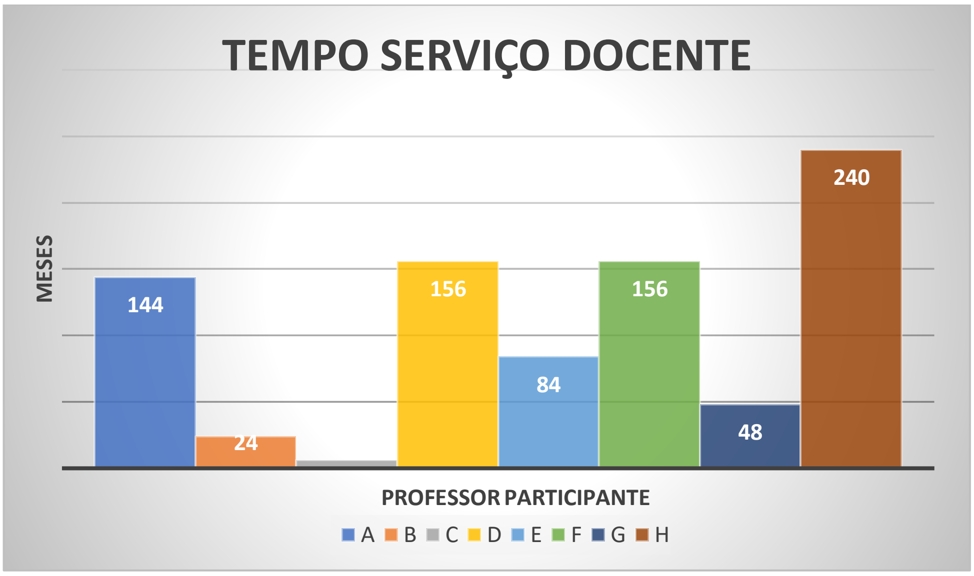


Fonte: a pesquisa.

Dos professores pesquisados observou-se que dois professores não são formados em Matemática, Licenciatura, são engenheiros, um professor possui Especialização, sete professores possuem mestrado e um professor possui doutorado.

Figura 43 apresenta o tempo de serviço docente dos professores participantes da pesquisa, na Instituição UCEFF Faculdades.

Figura 43 – Tempo de Serviço Docente



Fonte: a pesquisa.

Dos professores pesquisados, observou-se que a média de tempo de serviço é de 96 meses (8 anos), considerando-se que é relevante para a experiência docente. Apenas um professor tem 6 meses de tempo de serviço.

A Figura 44 a seguir apresenta a disciplina que cada professor estava ministrando no semestre de realização dessa etapa da pesquisa.

Figura 44 - Disciplina dos professores da UCEFF no semestre 2016/2

	PROFESSOR							
DISCIPLINA	A	B	C	D	E	F	G	H
Geometria Analítica e Álgebra Linear	x	X	x	x	x	x		
Cálculo Diferencial e integral I	x	X	x	x	x	x	x	x
Cálculo Diferencial e integral II	x		x	x				x
Cálculo Diferencial e integral III		X		x				x
Matemática Básica					x	x		
Matemática Financeira						x		
Cálculo Numérico							x	
Resistência dos Materiais								x

Fonte: a pesquisa.

Dos professores pesquisados, observou-se que todos trabalham a disciplina de Cálculo Diferencial e integral I.

Dos professores entrevistados, dois trabalham somente na Instituição UCEFF Faculdades, os outros seis professores trabalham, também, em outras instituições de Ensino Superior e na Educação Básica.

A instituição UCEFF não tem plano de carreira, os professores são horistas e possuem regime parcial. Dos docentes que participaram da pesquisa, seis professores são horistas, contratados semestralmente, onde a cada semestre pode mudar a carga horária de atividade docente. Dois professores são contratados no regime parcial, totalizando 20h semestrais.

Na pesquisa foi aplicado um questionário com os docentes, contemplando sete questões sobre perfil profissional.

Referente à primeira pergunta: “Há quanto tempo ministra disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?”, o professor A ministra a disciplina há quatro anos, B um ano, C seis meses, D dois anos, E um ano, F um ano, G quatro anos e H há quatro anos.

Dos professores entrevistados, 4 ministram a disciplina há 8 semestres, 2 há dois semestres e apenas um professor ministra a disciplina de Cálculo diferencial e Integral há um semestre.

Em relação à segunda pergunta: “Quais são os livros utilizados para planejar e desenvolver a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?”

Os professores entrevistados utilizam os seguintes livros:

a) FLEMMING, Diva M.; GONÇALVES, Miriam B. ***Cálculo A****: Funções, limites, derivação, integração. São Paulo: Makron Books, 1992.*

b) HUGHES-HALLET, Deborah et al. ***Cálculo e Aplicações****. São Paulo: Edgar Blucher, 1999.*

c) LEITHOLD, Louis. ***O cálculo com geometria analítica****. São Paulo: Harbra, 1994. v. 1.*

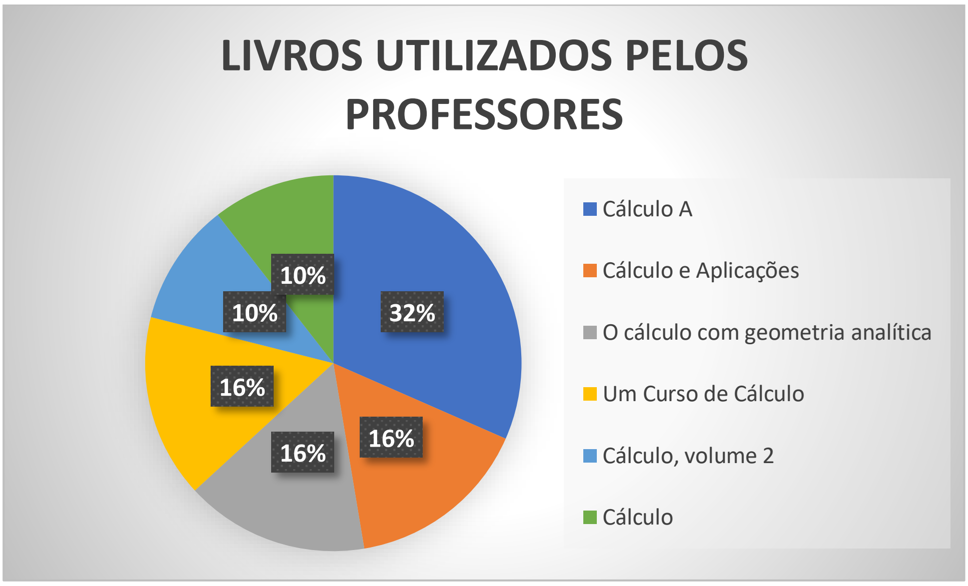
d) H. L. Guidorizzi. ***Um Curso de Cálculo****. Livros Técnicos e Científ. Ed., 1997. v. 1.*

e) STEWART, James. ***Cálculo, volume 2****. São Paulo: Cengage Learning, 2010.*

f) ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. ***Cálculo****. Porto Alegre: Bookman, 2007. v. 1.*

A Figura 45 apresenta a utilização dos livros pelos professores para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Figura 45 - Livros utilizados pelos Professores



Fonte: a pesquisa.

O livro mais utilizado pelos professores é **Cálculo A**: Funções, limites, derivação, integração das autoras Diva M. Flemming e Miriam B. Gonçalves.

A terceira pergunta foi: "Quais as metodologias de ensino adotadas para ministrar a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?"

Os professores pontuaram:

a) aulas expositivas (quadro, projetor multimídia);

b) exemplos de aplicação;

c) trabalhos de pesquisa (nos quais os alunos buscam um assunto da área, desenvolvem um artigo, fazendo uso dos cálculos);

d) resolução de exercícios em grupos, individual;

e) provas e trabalhos;

f) material impresso (apostila);

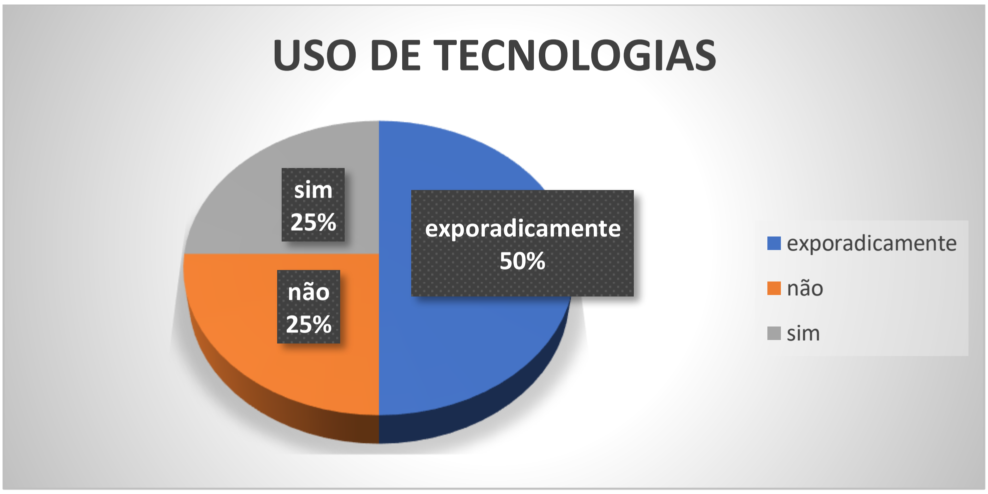
g) aulas contextualizadas e práticas.

Pode-se constatar que os professores utilizam poucas metodologias diferenciadas, seguem a aula de acordo com a metodologia expositiva, explicando o conteúdo e dando exemplos de como resolver exercícios, baseados no livro didático, e, a seguir, apresentam listagem de exercícios para os estudantes exercitarem o que foi explicado pelo professor. Os professores costumam trabalhar esporadicamente com resolução de problemas e apresentação de situações práticas com o conteúdo desenvolvido.

A quarta pergunta “Utiliza recursos das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) para ministrar a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I? Quais?”

Os professores entrevistados utilizam pouco essas tecnologias, conforme Figura 46.

Figura 46 - Uso de Tecnologias



Fonte: a pesquisa.

Os oito professores entrevistados utilizam pouco o recurso das tecnologias digitais, 25% utilizam esporadicamente, dos 25% dos professores que utilizam tecnologias citaram o uso do *software GeoGebra* e o *Winplot* como um recurso para construção de gráficos.

A quinta pergunta tratou de “Quais os recursos utilizados para ensinar os conceitos Derivadas e suas Aplicações?”

Os professores informaram utilizar exemplos práticos por meio da resolução de problemas, quadro e giz, o *software GeoGebra* e o *Winplot* (para gráficos), uso de *power point* para explanação dos conceitos. Um dos professores mencionou que procura iniciar um conceito a partir de uma aplicação, resolvendo um problema de aplicação.

A sexta pergunta foi: “Qual o procedimento utilizado para avaliação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?”

Os professores descreveram que fazem as avaliações por intermédio de provas, trabalhos (lista de exercícios), trabalho de pesquisa, participação nas atividades desenvolvidas durante a aula. O professor G colocou que realiza a avaliação conforme as normas da instituição.

Conforme Regimento Geral da UCEFF (2015), a avaliação é entendida como um processo contínuo de obtenção de informações, análise e interpretação da ação educativa, devendo subsidiar as ações de orientação ao aluno, visando à melhoria do desempenho e à certificação de estudos.

O processo de avaliação da instituição UCEFF conforme o Projeto Pedagógico (PP) do curso de Engenharia Elétrica (2015, p. 80), é o seguinte:

> Art. 53. Para fins de avaliação de aprendizagem nos cursos de graduação, em cada disciplina são atribuídas notas de 0 (zero) a 10 (dez) pontos, considerando-se os seguintes procedimentos:
> § professor atribuirá no mínimo duas notas em trabalhos e atividades escolares durante o semestre letivo, sendo que a média destas constituirá o que se denomina Avaliação 1;
> § avaliação cumulativa semestral para todos os alunos, independente da média da Avaliação 1, que constituirá a Avaliação 2;
> § exame final, para os alunos que não atingirem, na soma entre as notas N1 e N2 média mínima de 3 (três) pontos e não obtiverem média igual ou superior a 7 (sete), consistindo este na Avaliação 3;
> Art. 54. É considerado aprovado na disciplina o aluno que:
> § tendo frequência igual ou superior a 75% (setenta e cinco por cento), tiver alcançado a média igual ou superior a 7,0 (sete), considerando as avaliações N1 e N2;
> § tendo a frequência prevista no item anterior, e alcançado, no mínimo, a média 3,0 (três), após os resultados da Avaliação N1 e Avaliação N2, o aluno que fizer o exame de Avaliação N3 e obtiver média igual ou superior a 5,0 (cinco) pontos.

De acordo com o regimento da instituição, cabe ao docente da disciplina a atribuição de notas de avaliação e a responsabilidade pelo controle de frequência dos alunos, bem como pela devolução das avaliações ao aluno.

A sétima pergunta diz respeito a: “Quais as dificuldades dos alunos ao se depararem com conceitos de Aplicações das Derivadas?”

De acordo com os professores participantes da pesquisa, os alunos apresentam as seguintes dificuldades, em relação ao conteúdo de Aplicações das Derivadas:

a) interpretação das questões de aplicação;

b) entendimento dos métodos de resolução;

c) falta de conhecimentos sobre os conteúdos do Ensino Fundamental e Médio (conteúdos de Matemática Básica);

d) possuem problemas conceituais, principalmente, na interpretação da Derivada;

e) não entendem a definição de Derivada quando esta se apresenta em um problema;

f) não compreendem taxa de variação de quantidade;

g) não interpretam os gráficos;

h) não compreendem a relação entre teoria e prática.

Nesse sentido, foi possível observar que os professores desenvolvem o processo de ensino e aprendizagem da temática de Derivadas utilizando o mesmo discurso matemático indicado nos livros de Cálculo diferencial e Integral I.

6.3 PERFIL DOS ALUNOS PARTICIPANTES DO EXPERIMENTO

Participaram do experimento uma turma de 20 alunos do segundo semestre do curso de Engenharia Mecânica da instituição UCEFF Faculdades de Chapecó, Santa Catarina. Na turma, a idade ficou entre 18 e 26 anos de idade, sendo que a média de idade dos alunos foi de 20 anos.

Na turma, 18 alunos residem no mesmo município da instituição, os outros 2 em municípios próximos.

Em relação à quantidade de horas semanais que os alunos dedicavam para estudar a disciplina fora da sala de aula, temos: 75% dos alunos afirmaram estudar apenas em sala de aula, porém fazem as listas propostas pelo professor, alegaram que estudam fora do horário de aula apenas quando tem prova marcada.

Dos 20 alunos investigados todos trabalham durante o dia e estudam no período noturno.

6.4 ANÁLISE DOS DADOS DO EXPERIMENTO

Durante a aplicação do experimento, os alunos foram organizados em quatro grupos de cinco integrantes, de acordo com as afinidades entre eles. Cada grupo foi identificado como: A, B, C e D.

As aulas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I foram ministradas na sala de aula, da UCEFF Faculdades, pela professora/pesquisadora, no período de 06 de novembro a 4 de dezembro do ano de 2017, em 5 encontros de 4 horas aulas, totalizando 20 horas aulas. Apresentam-se na Figura 47 e Figura 48 o ambiente de sala de aula com os estudantes participando do experimento realizado.

Figura 47 - Imagem da turma durante o Experimento

Fonte: a pesquisa.

Figura 48 - Imagem da turma durante o Experimento

Fonte: a pesquisa.

O desempenho dos alunos investigados foi analisado por meio da resolução das situações-problema propostas. Foram propostas cinco atividades, com 16 problemas com a temática Derivadas e suas Aplicações.

A análise foi constituída mediante os registros escritos produzidos pelos grupos para o desenvolvimento de cada atividade, bem como a análise das filmagens e áudio das apresentações orais realizadas pelos grupos investigados. Com a análise buscou-se identificar, durante a resolução dos problemas, se os alunos conseguem relacionar os conceitos, as regras de Derivadas, necessários para resolução das atividades propostas e que são importantes para a formação profissional do futuro engenheiro.

Para análise das atividades, durante o experimento foram elaborados questionamentos norteadores de acordo com a teoria *Socioepistemológica* de Cantoral (1999, 2013, 2014).

Das situações-problema propostas na sequência de atividades, trabalha-se com o desenvolvimento das competências de previsão, transformação, aproximação, modelagem gráfica, acumulação, estado permanente, analiticidade e variação, visando à construção de noções matemáticas em campos fenomenológicos ligados à engenharia. Seguindo os exemplos já desenvolvidos por Moreno, Font e Juan (2016), Arrieta e Díaz (2015), Camacho-Ríos (2011) e Cantoral (2013): a evolução da levedura, diluições fechadas, mecânica dos fluidos, computação gráfica e propagação de calor, entre outros.

O desenvolvimento do pensamento e linguagem variacional do estudante está fundamentado no seu desempenho, e é especificado na resolução das atividades que os estudantes realizam, modelando fenômenos de engenharia.

Conforme Artigue (1998), o desenvolvimento do pensamento e da linguagem variacional entre os estudantes requer processos temporariamente prolongados, a julgar pelos tempos didáticos habituais. Assume, por exemplo, o domínio de matemática básica e processos de pensamento associados, mas, simultaneamente, demandas de diferentes rupturas com estilos de pensamento pré-variacional.

Segundo Cantoral e Farfán (1998), outro fato recorrente que devemos destacar é o fato de que investigações relatadas se concentraram em questões que estão sendo abordadas de matemática relevante no ensino superior, assumindo que a matemática intervém a esse nível quase exclusivamente como a principal disciplina de ensinar, esquecendo um fato fundamental que caracteriza o sistema didático do ensino superior; também e talvez mais fortemente, a matemática na escola está a serviço de outros domínios científicos e outras práticas de referência, da qual, por sua vez, adquire significado e significado próprio.

A linha de pesquisa da teoria *Socioepistemológica* desenvolvida pelo grupo de pesquisa de Cantoral considera, ao contrário, uma necessidade básica de fornecer à pesquisa uma abordagem sistêmica que permita incorporar os quatro componentes fundamentais da construção do conhecimento: sua natureza epistemológica, sua dimensão sociocultural, os planos do cognitivo e modos de transmissão via ensino.

A essa abordagem múltipla, que se chama de "quarta dimensão", denomina-se formalmente de abordagem S*ocioepistemológica*. Nesse sentido, a linguagem pensada e variacional será entendida como uma linha de pesquisa que, localizada dentro da abordagem *Socioepistemológica*, permite tratar a articulação entre pesquisa e práticas sociais que dão vida à matemática da variação e da mudança nos sistemas educativos.

Para fazer as análises das atividades descritivas dos alunos, participantes do experimento, seguindo os princípios da teoria S*ocioepistemológica* do pensamento e linguagem variacional do estudante, fez-se necessário analisar algumas etapas, de acordo com Báez, Martínez-López, Pérez e Pérez (2017). Sendo assim, as análises do experimento foram elaboradas de acordo com as seguintes etapas:

Etapa A: diagnóstico inicial do desempenho do aluno na solução de exercícios matemáticos em que deve usar o pensamento variacional.

Etapa B: projeto da proposta de tarefa para o desenvolvimento do pensamento variacional está formada por: a) Tarefas de gestão da informação através da compreensão de padrões variacionais (orientados para o trabalho conceitual); b) Tarefas de desenvolvimento processual através das representações semióticas dos processos de variação e mudança (orientados para o trabalho processual); c) Tarefas de desenvolvimento conceitual dos processos de variação e mudança nos contextos: geométrico, numérico, estocástico e métrico (orientado para o trabalho conceitual); d) Tarefas de ressignificação do conhecimento matemático para integrá-los e transferi-los em práticas sociais em contextos específicos (orientado para o trabalho processual).

Etapa C: diagnóstico final do desempenho dos alunos na solução de exercícios matemáticos nos quais eles devem usar o pensamento variacional.

O objetivo das etapas é conseguir avaliar o nível de desempenho dos alunos na solução de exercícios matemáticos em campos fenomenológicos ligados à engenharia, colocando em jogo pensamento variacional, assumindo esta avaliação como uma das funções da direção do processo de ensino e aprendizagem que está intimamente relacionado com a organização, planejamento e execução do referido processo (PÉREZ, 2006).

Conforme Cantoral (2013), realizar análises seguindo os princípios do pensamento e linguagem variacional de acordo com a S*ocioepistemologia*, faz-se necessário os questionamentos: O que muda? A respeito do que muda? Como isso muda? Quanto isso muda?

O objetivo das etapas é conseguir avaliar o nível de desempenho dos alunos na solução de exercícios matemáticos em campos fenomenológicos ligados à engenharia, colocando em jogo o pensamento variacional, assumindo essa avaliação como uma das funções da direção do processo de ensino e aprendizagem que está intimamente relacionado à organização, planejamento e execução do referido processo (PÉREZ, 2006).

Para análises das atividades, durante o experimento foram elaborados questionamentos norteadores conforme as etapas A, B e C, já referidos, da teoria *Socioepistemológica,* descritos a seguir:

1) Como o grupo organizou o pensamento para resolver a atividade proposta? O que mudou em relação à resolução de uma situação-problema usualmente utilizada em sala de aula?

2) Qual o plano de ação adotado para a resolução da atividade?

3) Como foi o processo de aprendizagem do grupo? Quanto isso mudou a rotina de sala de aula? A respeito do que mudou? Conforme Cantoral (2013), para realizar as análises seguindo os princípios do pensamento e linguagem variacional de acordo com a *Socioepistemologia.*

Por intermédio do processo de desenvolvimento das atividades realizadas pelos grupos foi possível constatar o envolvimento dos estudantes no processo realizado, por intermédio do processo de desenvolvimento das atividades realizadas pelos grupos. Os estudantes participaram ativamente da resolução e discussões das atividades, elaboraram planos de resolução e os executaram, bem como, analisaram a resposta encontrada. A professora/pesquisadora agiu, durante o processo, como orientadora e mediadora.

A seguir apresentam-se as análises das atividades realizadas durante o experimento nas aulas do experimento realizado, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, do curso de Engenharia Mecânica da UCEFF.

6.4.1 Primeiro encontro do experimento

Neste encontro foi proposto uma situação-problema que solicitava aos estudantes, em grupos, que analisassem um gráfico que continha quatro situações diferentes (a, b, c e d) referentes ao mesmo gráfico. Juntamente com essa situação-problema foi solicitado aos grupos relacionar os máximos e mínimos em uma situação real, justificando com outros exemplos que se adequassem ao curso de engenharia.

Nessa atividade, os grupos apresentaram dificuldades para interpretar a situação-problema proposta, necessitando da mediação da professora/pesquisadora. No segundo momento, com o auxílio da professora/pesquisadora e pesquisas realizadas em livros de Cálculo e em *sites* da internet, conseguiram apresentar uma solução.

Apresenta-se, na Figura 49, a situação-problema proposta.

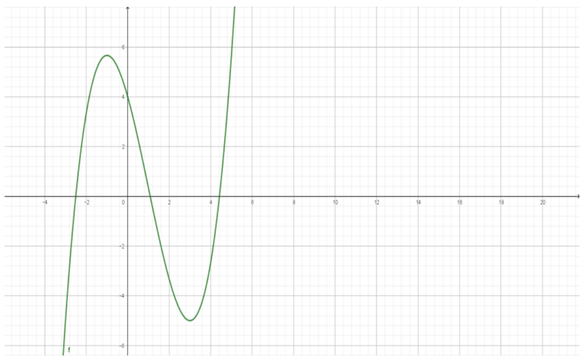
Figura 49 - Atividade proposta

1 Serão propostos quatro gráficos idênticos, conforme figuras a seguir, e envolvendo quatro proposições, de modo que devem marcar no gráfico apenas um dos quatro casos:

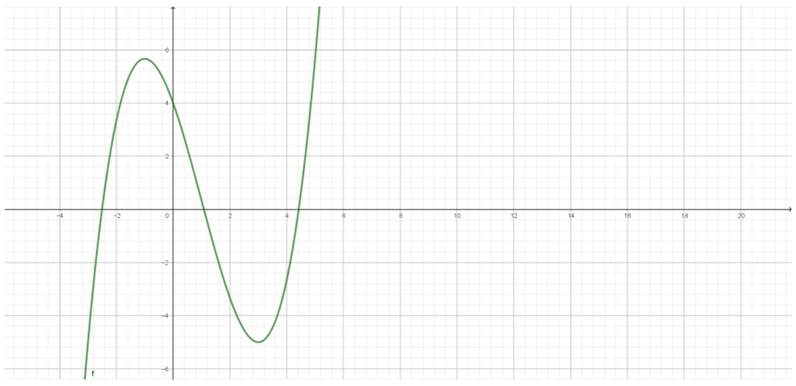
$$f(x) > 0,\ f'(x) > 0,\ f''(x) > 0,\ f'''(x) > 0$$

Indiquem as estratégias, os esquemas que utilizaram para resolução.

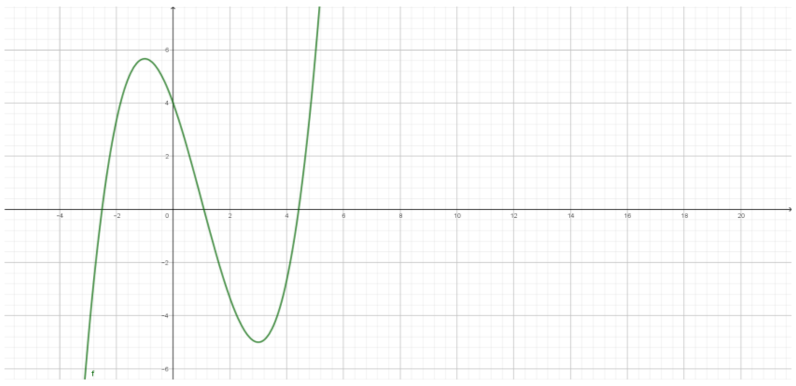
a) Marque sobre o gráfico, de $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$, a posição que considera correta para a condição $f(x) > 0$.



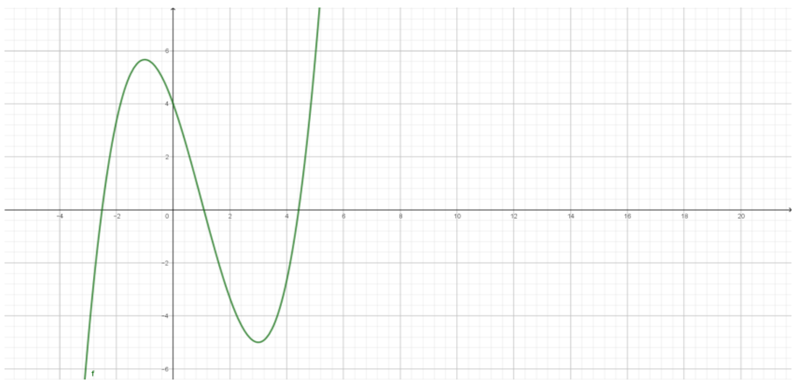
b) Marque sobre o grafico, de função $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$, a posição que considera correta para a condição $f'(x) > 0$.



c) Marque sobre o grafico, de função $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$, a posição que considera correta para a condição $f''(x) > 0$.



d) Marque sobre o gráfico, de função $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$, a posição que considera correta para a condição $f'''(x) > 0$.



2. Qual a relação dos máximos e mínimos em uma situação real. Justifique com um exemplo.

Fonte: Adaptado de Cantoral (2013).

O problema fornece as seguintes informações:

a) O gráfico de uma função para analisar;

b) As quatro proposições $f(x) > 0$, $f'(x) > 0$, $f"(x) > 0$, $f'''(x) > 0$, para serem analisadas no mesmo gráfico da função.

A situação-problema solicita para que marquem sobre o gráfico cada preposição solicitada.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

Na Figura 50, observa-se o envolvimento dos alunos no experimento, nesta aula.

Figura 50 - Alunos participando do experimento

Fonte: a Pesquisa.

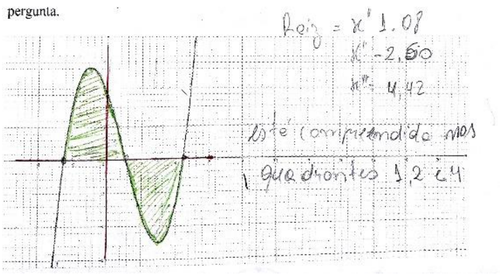
Em relação à pergunta 1: Como o grupo organizou o pensamento para resolver a atividade proposta? O que mudou em relação à resolução de uma situação-problema usualmente utilizada em sala de aula? O que mudou?

Análise da letra a da atividade proposta.

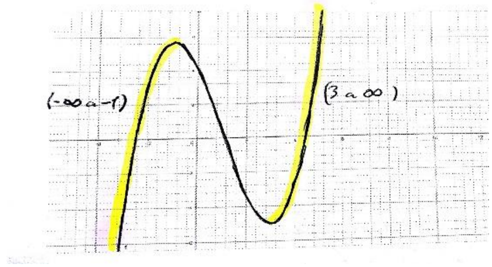
O grupo A descreve que a função $f(x) > 0$ está compreendida no 1º, 2º e 4º quadrantes, pinta os quadrantes de uma cor só, faz o cálculo das raízes x_1, x_2 e x_3. O grupo B identifica colorido no gráfico o comportamento da função, que a função é positiva quando está compreendida nos intervalos $(-\infty$, -1) e (3, ∞). O grupo C descreve que a função é positiva somente no 1º quadrante, identifica no gráfico colorindo cada quadrante (1º, 2º e 3º quadrantes), faz o cálculo das raízes x_1, x_2 e x_3. O grupo D faz o cálculo das raízes x_1, x_2 e x_3, pinta todo o gráfico, conforme Figura 51.

Figura 51 - Resolução dos grupos da letra a

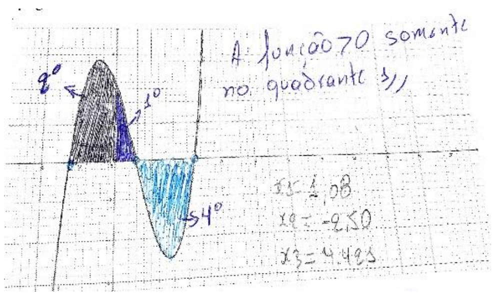
Grupo A



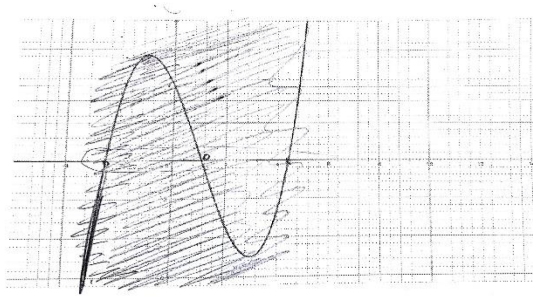
Grupo B



Grupo C



Grupo D



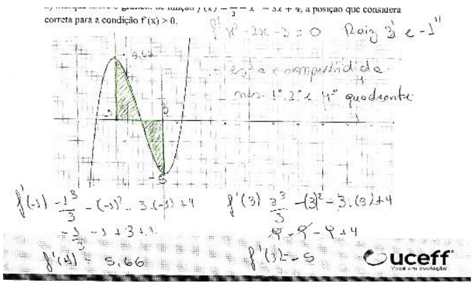
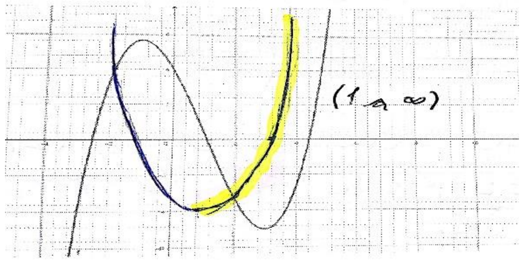
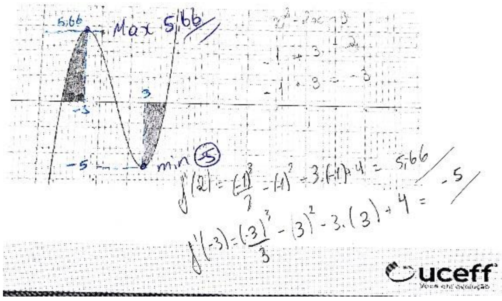
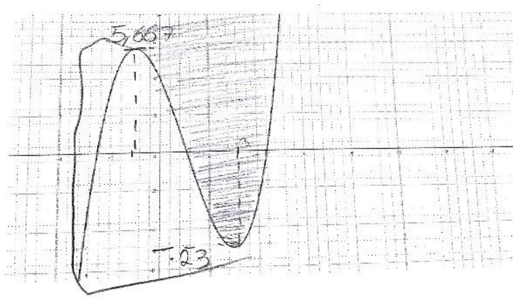
Fonte: a produção dos alunos.

Os quatro grupos não conseguiram responder corretamente a atividade, porém, os grupos A e C conseguiram realizar uma análise mais elaborada da situação representada graficamente.

A seguir apresentam-se as análises da letra b da atividade proposta.

O grupo A calcula a primeira derivada, pinta no gráfico identificando os pontos de máximo e de mínimo, faz o cálculo do ponto de máximo e mínimo, cálculo as raízes da segunda derivada x_1, x_2. O grupo B calcula a primeira derivada, representa graficamente, no mesmo plano e descreve que $f'(x) > 0$ está entre os intervalos (1, ∞). O grupo C calcula a primeira derivada, pinta no gráfico identificando os pontos de máximo e de mínimo, e calcula estes pontos. O grupo D calcula a primeira derivada, faz o cálculo dos pontos de máximo e mínimo, conforme Figura 52.

Figura 52 - Resolução da letra B

Grupo A	Grupo B
	
Grupo C	**Grupo D**
	

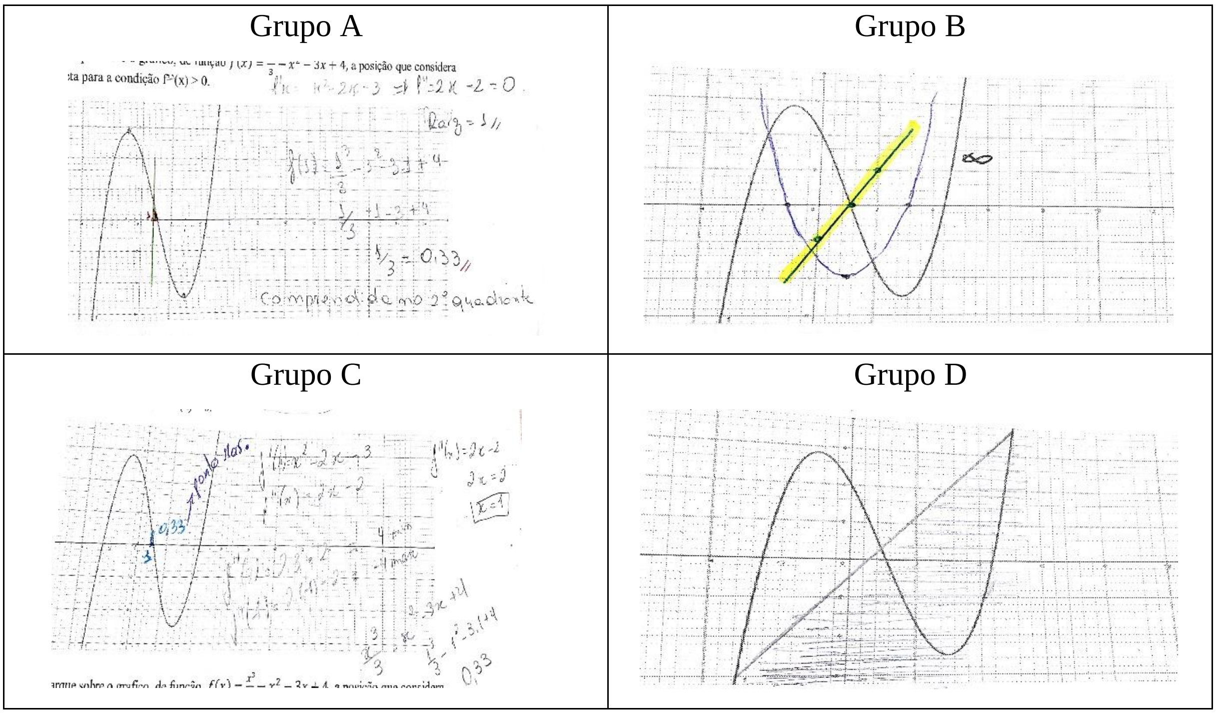
Fonte: a produção dos alunos.

Observa-se, também, que na resolução da letra b da atividade, os quatro grupos não conseguiram interpretar corretamente a atividade, os grupos A e C conseguiram representar de forma mais elaborada a situação.

A seguir apresentam-se as análises da letra c da atividade proposta.

O grupo A calcula a segunda derivada, calcula a raiz e o ponto de máximo e mínimo, identifica no gráfico o ponto de máximo. Descreve que a função está compreendida no 2º quadrante. O grupo B representa no mesmo plano o gráfico da função da segunda derivada, descreve o símbolo do infinito, mas justifica. O grupo C calcula a segunda derivada, calcula a raiz e o ponto de máximo e mínimo, identifica no gráfico o ponto de máximo. O grupo D representa no mesmo plano o gráfico da função da segunda derivada, conforme Figura 53.

Figura 53 - Resolução dos grupos da letra C



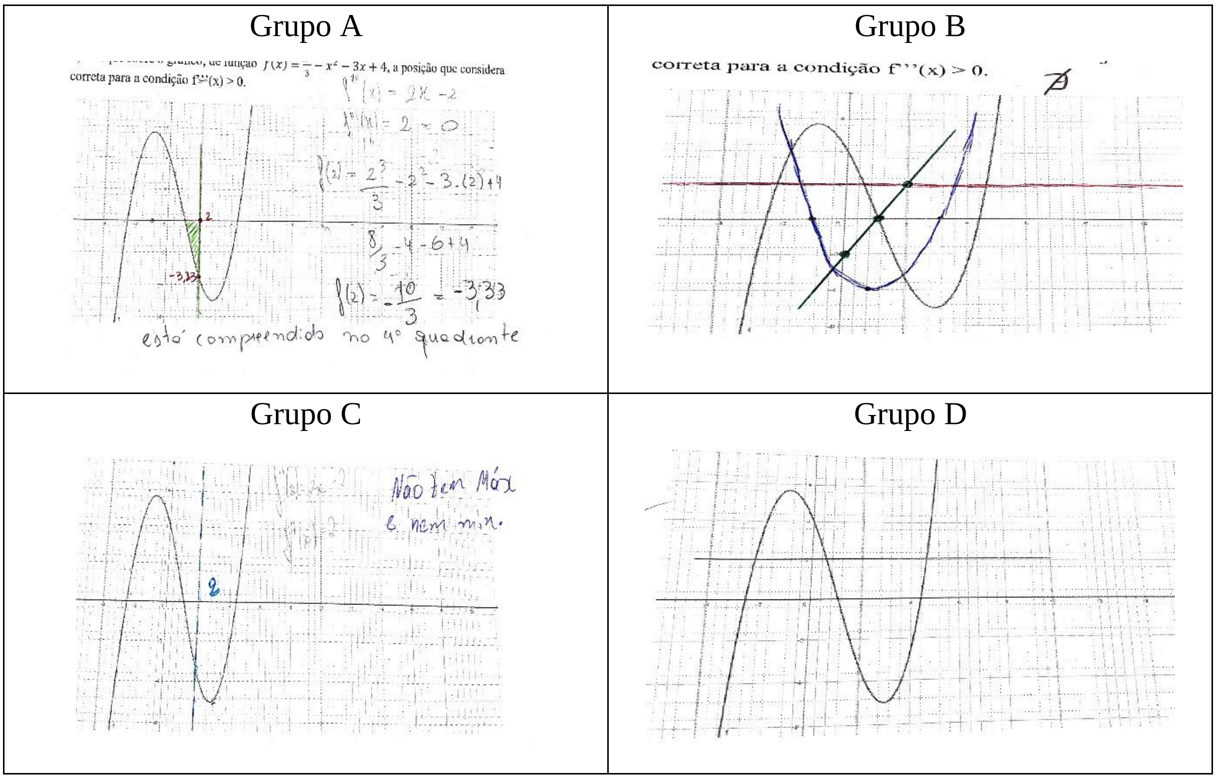
Fonte: a produção dos alunos.

Nesta atividade os quatro grupos não conseguiram responder corretamente a atividade. Os grupos A e C realizaram o cálculo e marcaram o ponto no gráfico. Os grupos B e D representaram com uma reta a resolução da atividade

A seguir apresentam-se as análises da letra d da atividade proposta.

O grupo A calcula a terceira derivada, calcula o ponto de máximo e mínimo. Identifica no gráfico o ponto de mínimo da função. O grupo B representa no mesmo plano o gráfico da função da terceira derivada, descreve que $f'''(x) > 0$ não existe. O grupo C calcula a terceira derivada e descreve que ela não tem ponto de máximo nem de mínimo. Descreve que a função está compreendida no 4º quadrante. O grupo D representa no mesmo plano o gráfico da função da terceira derivada, conforme Figura 54.

Figura 54 - Resolução dos grupos da letra D



Fonte: a produção dos alunos.

Observa-se que os quatro não conseguiu analisar a terceira derivada da função.

Referente a pergunta 2: Qual o plano de ação adotado para a resolução da atividade?

Os grupos A, C e D analisaram a representação gráfica para conseguir entender as proposições em cada letra da atividade. Realizaram o cálculo das proposições e a representaram no gráfico.

O grupo B analisou as proposições no gráfico, representando-o de forma colorida. Não realizou cálculo de cada proposições, apenas a representação no gráfico dado na situação-problema.

Em relação à pergunta 3: Como foi o processo de aprendizagem do grupo? Quanto isso mudou a rotina de sala de aula?

Durante a aplicação do experimento as aulas aconteceram na forma de aula estendida, onde os alunos trabalhavam em grupo sendo pesquisadores e a professora mediadora, pois no primeiro momento sem a interferência da professora, buscavam uma solução para situação problema, discutindo e refletindo sobre o que observavam e pesquisavam em seus apontamentos de aula, no segundo momento realizavam pesquisas para dar continuidade as discussões e para responder aos questionamentos. A solução da atividade foi socializada no grande grupo, onde cada grupo apresentava a resolução que consideraram mais adequada a atividade. E neste momento a turma junto com a professora determinavam e resolução mis completa.

Os grupos A, B, C e D no primeiro momento apresentaram algumas dificuldades na interpretação, compreender o gráfico da função e fazer análise graficamente das preposições. Não conseguiam entender a definição da derivada no gráfico. Com o auxílio da professora/pesquisadora, livros, busca na internet conseguiram encontrar um caminho para resolução. Todos os integrantes do grupo participavam, discutiam caminhos para a resolução. Pode-se concluir que os grupos conseguiram em cada preposição fazer uma interpretação gráfica da situação, algumas mais completas, mas todos encontraram uma forma de análise da situação.

Apresentam-se, na Figura 55, as respostas dos grupos sobre a questão 2: “Qual a relação dos máximos e mínimos em uma situação real. Justifique com um exemplo”.

Figura 55 - Análise dos máximos e mínimos dos grupos

Grupo A

2 - Os máximos e mínimos são observados na medicina, como por exemplo, no eletrocardiograma. Onde as oscilações são os pontos máximos e mínimos. Os pontos máximos são as acelerações cardíacas, ou seja, significa que o coração está acelerado. Quando os pontos são mínimos, houve uma diminuição dos batimentos. Quando a linha é constante por um longo período, significa uma parada cardíaca ou até uma morte.

Grupo B

Mínimos e Máximos definem os extremos de um sistema definido por uma função. Ex.: O lucro máximo de uma empresa, rendimento máximo de um sistema, etc...

Grupo C

② A relação de máximos e mínimos, significa, dentro de uma empresa como a produção máxima que a mesma consegue produzir durante um determinado tempo e o mínimo seria o que a empresa precisa para que consiga manter suas despesas fixas. Ex: Uma produção de grãos no ano chega a 1500 toneladas, que é o máximo da safra, no mesmo período da safra seguinte, 1000 toneladas que é o mínimo produzido na região.

Grupo D

Em uma situação real voltada diretamente para área da engenharia, podemos citar o exemplo de uma máquina que se encontra em uma linha de produção de um frigorífico que necessite fazer por exemplo 1000 caixas de produto por hora para suprir a necessidade de produção, a qual pode oscilar entre 950 a 1050 caixas por hora para não faltar e não acumular o produto.

Fonte: a produção dos alunos.

Em relação à pergunta 2, proposta na atividade 1, o grupo A justifica a importância dos máximos e mínimos no eletrocardiograma, em que as oscilações cardíacas são os pontos de máximos e de mínimos. Se os pontos são mínimos é porque houve uma diminuição dos batimentos cardíacos e caso ficasse uma linha constante, significaria uma parada cardíaca.

Os grupos B, C e D descreveram a importância dos máximos e mínimos dentro de uma empresa, na sua produção durante determinado tempo.

6.4.2 Segundo encontro do experimento

Neste encontro foram propostas quatro situações-problema diferentes, onde cada grupo recebeu uma para resolver. Após a resolução, o grupo apresentava a atividade resolvida para a turma, e a professora era mediadora estimulando questionamentos e reflexões para a melhor solução.

Apresentam-se a seguir a resolução dos grupos A, B, C, e D referente as quatro situações-problema, fazendo análise de pesquisa referente à pergunta 1, norteadora desta pesquisa.

Em relação à pergunta 1: Como os grupos A, B, C e D organizaram o pensamento para resolver a atividade proposta? O que mudou em relação à resolução de uma situação-problema usualmente utilizada em sala de aula? O que mudou?

Apresenta-se, na Figura 56, o primeiro problema, que foi resolvido pelo Grupo A.

Figura 56 – Problema 1

Um terreno retangular deve ser cercado de 2 formas. Dois lados opostos devem receber cercas reforçadas que custa R$ 3,00 o metro, enquanto os outros dois lados restantes recebem uma cerca padrão de R$ 2,00 o metro. Qual a maior área que pode ser cercada com R$ 6000,00?

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) A forma do terreno: retangular;

b) Dois lados opostos devem receber cada tipo de cerca;

c) O valor da cerca reforçada R$ 3,00;

d) O valor da cerca padrão R$ 2,00;

e) O valor total que pode ser gasto R$ 6000,00.

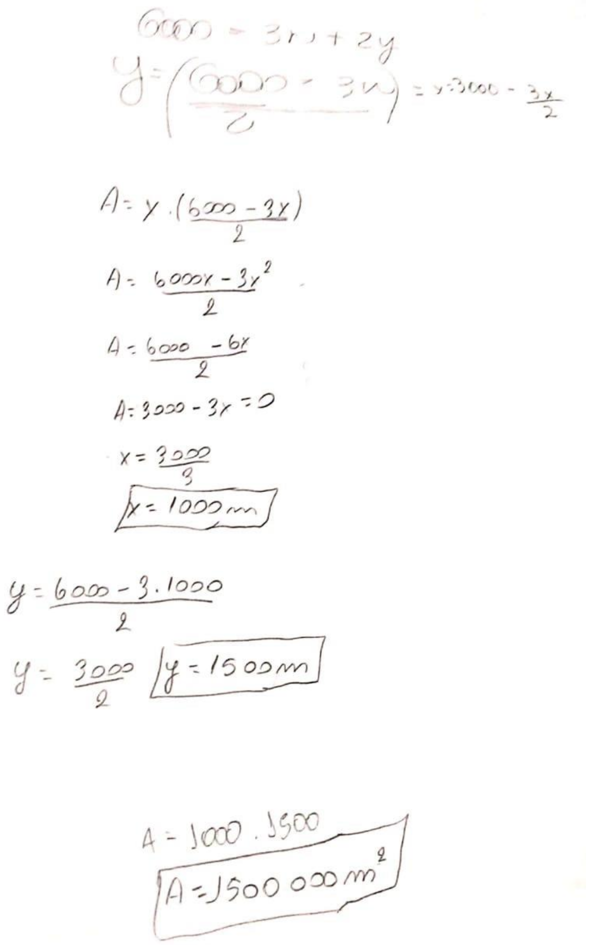
O problema solicita o cálculo que apresente qual a maior área que pode ser cercada.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução do grupo.

O grupo A organizou as fórmulas para a resolução, substituindo os valores fornecidos no problema, isolou a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizou a regra de derivada (regra da potência) para resolver e encontrar o valor de cada variável. Mas o grupo acabou não resolvendo corretamente, devido não utilizar as medidas corretamente no cálculo do perímetro em relação ao custo, de cada lado indicado na figura do problema, conforme a Figura 57.

Figura 57 - Resolução do problema 1

Grupo A



Fonte: a produção dos alunos.

Durante a socialização a turma juntamente com a professora formularam a resposta correta da situação problema proposta.

Figura 58, o segundo problema, que foi resolvido pelo Grupo D.

Figura 58 - Problema 2

Um galpão deve ser construído tendo uma área retangular de 12100m². A prefeitura exige que exista um espaço livre de 25m na frente, 20m atrás e 12m em cada lado. Encontre as dimensões do lote que tenha a área mínima na qual possa ser construído esse galpão.

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) A área do terreno retangular 12100m^2;

b) O espaço livre 25m na frente, 20m atrás e 12m em cada lado.

O problema solicita o cálculo das dimensões do lote que tenha a área mínima na qual possa ser construído esse galpão.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução do grupo.

O grupo D organizou as fórmulas para a resolução, substituindo os valores fornecidos no problema, isolou variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizou regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, conforme a Figura 59.

Figura 59 - Resolução do problema 2

Grupo D

$XY = 12100 \qquad x = \frac{12100}{y}$

$f(x) = (x-45)\,(y-24)$

$f(x) = xy - 45y - 24x + 1080$

$f(x) = \frac{12100y}{y} - 45y - 24.\frac{12100}{y} + 1080$

$f(x) = 13180 - 45y - \frac{290400}{y}$

$f'(x) = 0 - 45 + \frac{290400}{y^2}$

$\frac{290400}{y^2} = 45$

$290400 \quad 45y^2$

$y = \sqrt{\frac{290400}{45}} = 80{,}33\ m$

$x = \frac{12100}{80{,}33} = 150{,}62\ m$

$y_1 = 80{,}33 - 24 = 56{,}33\ m$

$x_1 = 150{,}62 - 45 = 105{,}62\ m$

$56{,}33 . 105{,}62 = 5949{,}57\ m^2$

Fonte: produção dos alunos.

Apresenta-se, na Figura 60, o terceiro problema, que foi resolvido pelo Grupo B.

Figura 60 - Resolução do problema 3

Uma caixa sem tampa, de base quadrada, deve ser construída de forma que o seu volume seja 2500m³. O material da base vai custar R$ 1200,00 por m² e o material dos lados R$ 980,00 por m². Encontre as dimensões da caixa de modo que o custo do material seja mínimo.

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) A forma da base da caixa: quadrada;

b) O volume 2500m³;

c) O valor do material da base por m² R$ 1200,00;

d) O valor do material dos lados por m² R$ 980,00.

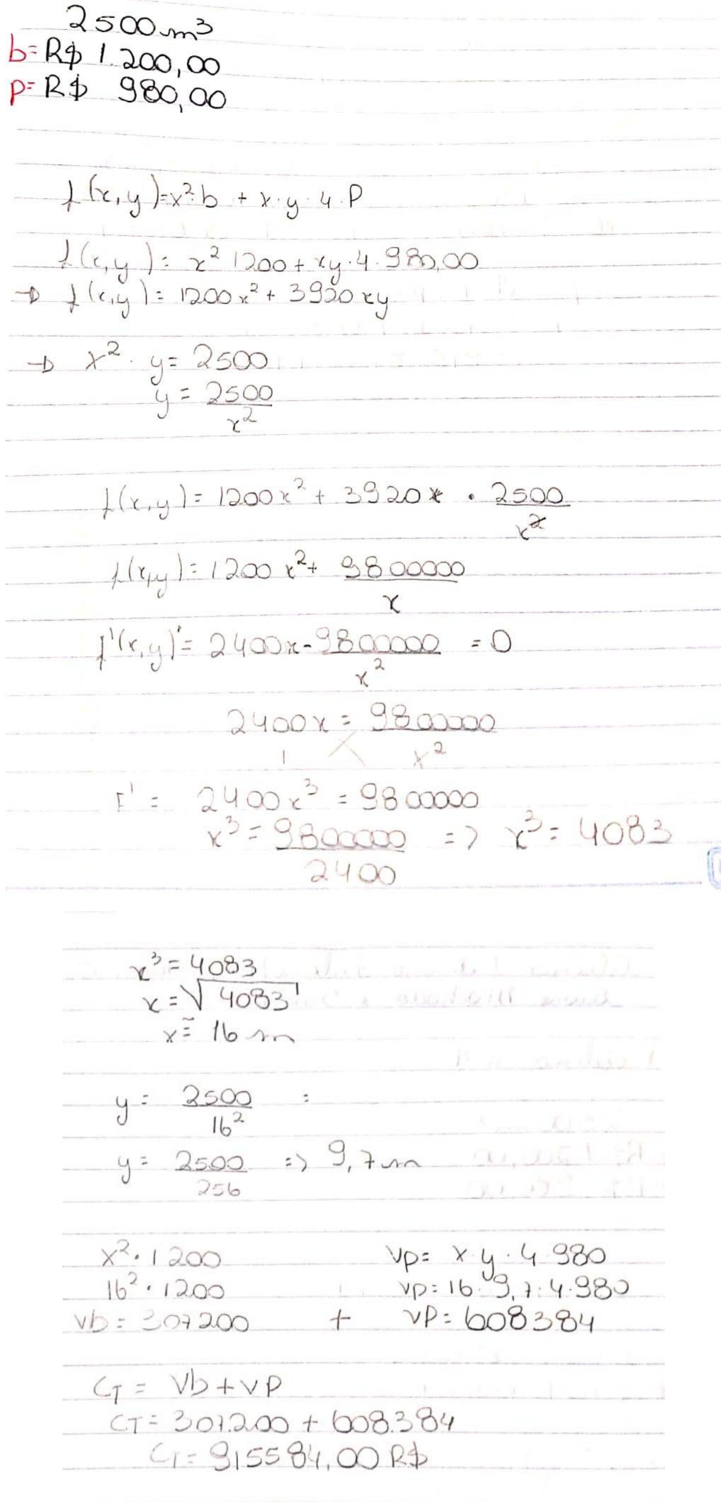
O problema solicita o cálculo das dimensões da caixa para que o custo seja mínimo.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução do grupo de estudantes participantes do experimento.

O grupo B retirou os dados do problema, organizou as fórmulas para a resolução, substituindo os valores fornecidos no problema, isolou a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizou regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver. Figura 61 mostra a resolução dos alunos.

Figura 61 - Resolução do problema 3

Grupo B



2500 m³

b= R$ 1.200,00

p= R$ 980,00

$f(x,y) = x^2 \cdot b + x \cdot y \cdot 4 \cdot P$

$f(x,y) : x^2\, 1200 + xy \cdot 4 \cdot 980{,}00$

$\rightarrow f(x,y) = 1200x^2 + 3920\,xy$

$\rightarrow x^2 \cdot y = 2500$

$y = \frac{2500}{x^2}$

$f(x,y) = 1200x^2 + 3920x \cdot \frac{2500}{x^2}$

$f(x,y) = 1200\,x^2 + \frac{9800000}{x}$

$f'(x,y) = 2400x - \frac{9800000}{x^2} = 0$

$2400x = \frac{9800000}{x^2}$

$f' : 2400\,x^3 = 9800000$

$x^3 = \frac{9800000}{2400} \Rightarrow x^3 = 4083$

$x^3 = 4083$

$x = \sqrt{4083}$

$x \cong 16\ m$

$y = \frac{2500}{16^2}$

$y = \frac{2500}{256} \Rightarrow 9{,}7\ m$

$x^2 \cdot 1200$

$16^2 \cdot 1200$

$vb = 307200$ +

$vp = x\,y \cdot 4 \cdot 980$

$vp = 16 \cdot 9{,}7 \cdot 4 \cdot 980$

$vP = 608384$

$C_T = Vb + VP$

$C_T = 307200 + 608384$

$C_T = 915584{,}00$ R$

Fonte: produção dos alunos.

Figura 62, o quarto problema, que foi resolvido pelo Grupo C.

Figura 62 - Problema 4

Carlos Antônio precisa fazer um reservatório de água (espécie de tanque) feito com tijolo e cimento revestido de cerâmica, sem tampa, tendo na base um retângulo com comprimento igual ao triplo da largura. Calcule as dimensões que permitem a máxima economia de material para produzir o reservatório de volume de $36m^3$.

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) A forma da base do reservatório: retangular;

b) O comprimento deve ser o triplo da largura;

c) O volume deve ser $36m^3$.

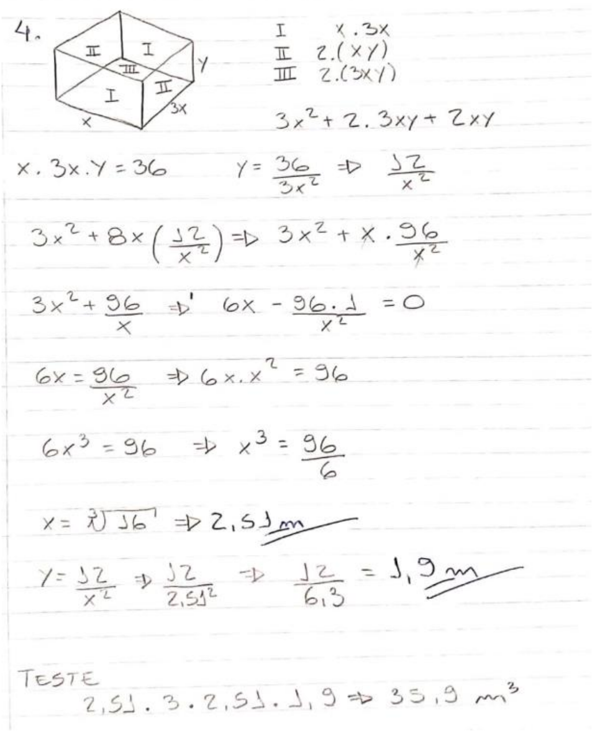
O problema solicita o cálculo das dimensões do reservatório para que haja uma máxima economia de material.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução do grupo de estudantes participantes do experimento.

O grupo C fez um desenho para representar, retirou as informações da figura organizando as fórmulas para a resolução, substituindo os valores fornecidos no problema, isolou a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizou regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, utilizou a regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver, realizou o teste para verificar o resultado, conforme a Figura 63.

Figura 63 - Resolução do problema 4

Grupo C



Fonte: produção dos alunos.

Referente à pergunta 2: Qual o plano de ação adotado para a resolução da atividade?

Os grupos A, B, C e D analisaram a situação-problema, conseguiram organizar na folha de cálculo as fórmulas, utilizaram as regras de derivada para obter uma solução.

Em relação à pergunta 3 Como foi o processo de aprendizagem do grupo? Quanto isso mudou a rotina de sala de aula?

Durante a aplicação do experimento, os alunos trabalhavam em grupo como pesquisadores e a professora mediadora, pois no primeiro momento, sem a interferência da professora, buscavam uma solução para a situação-problema. A solução de cada atividade foi socializada no grande grupo, em que cada grupo apresentava a resolução. E nesse momento, a turma junto com a professora, determinava a resolução mais completa.

Os grupos A, B, C e D, no primeiro momento, apresentaram dificuldades na interpretação, em compreender o problema, em perceber que precisavam utilizar uma fórmula em razão da outra, que precisavam da definição (regras) de derivada para resolver. Com a professora/pesquisadora mediando, pesquisa em livros e busca na internet conseguiram encontrar uma resolução. Todos os integrantes do grupo participavam, discutiam como resolver a atividade. Durante a socialização de cada situação-problema, pôde-se perceber que os grupos conseguiram compreender a aplicação dos conceitos da derivada, para solucionar os problemas práticos apresentados.

6.4.3 Terceiro encontro do experimento

Nesse encontro foram propostas quatro situações-problema para os grupos resolverem. Após a resolução, a professora/pesquisadora solicitava que os grupos apresentassem a resolução para a turma. Nesse momento, a professora era mediadora para formular a resposta correta junto com a turma.

Apresenta-se a seguir a resolução dos grupos A, B, C, e D referente as quatro situações-problema, fazendo análise de pesquisa referente à pergunta 1 norteadora desta pesquisa.

Em relação à pergunta 1: Como os grupo A, B, C e D organizaram o pensamento para resolver a atividade proposta? O que mudou em relação à resolução de uma situação-problema usualmente utilizada em sala de aula? O que mudou?

Nessa aula, os grupos A e B resolveram apenas as duas primeiras e os grupos C e D conseguiram resolver as quatro questões.

Apresenta-se, na Figura 64, a primeira situação-problema.

Figura 64 - Problema 1

Uma indústria elétrica vende estabilizadores a R$ 80,00 por unidade. Se o custo de produção total diário em reais para x unidades é dado por C(x) = 100 + 50x + 0,25x², quantos estabilizadores devem ser fabricados diariamente para maximizar o lucro? Qual o valor do lucro máximo?

Fonte: a Intenet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) Fórmula do custo

$$C(x) = 100 + 50x + 0{,}25x^2$$

b) O valor da unidade do estabilizador R$ 80,00.

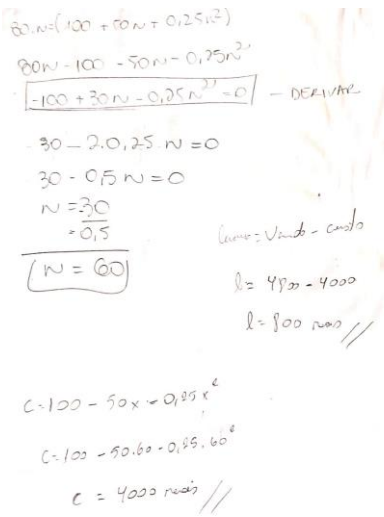
O problema solicita o cálculo de quantos estabilizadores devem ser fabricados para maximizar o lucro e qual o lucro máximo.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

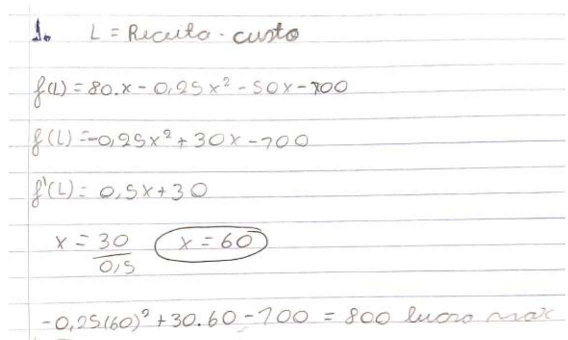
Os grupos A, B, C e D realizaram a mesma organização de dados na mesma linha de pensamento para a resolução do exercício, por intermédio da fórmula dada no problema, subsistiram os dados organizando e calcularam a derivada utilizando a regra da potência, conforme Figura 65.

Figura 65 - Resolução do problema 1

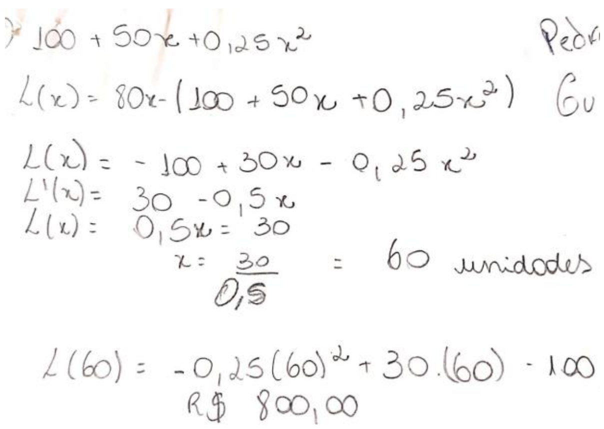
Grupo A



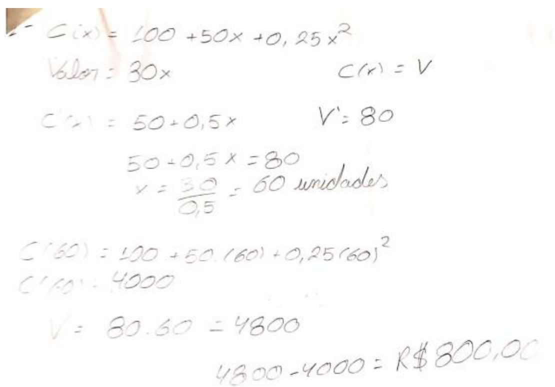
Grupo B



Grupo C



Grupo D



Fonte: produção dos alunos.

Todos os quatro grupos encontraram a resposta correta, percorreram caminhos diferenciados, mas encontraram a resposta.

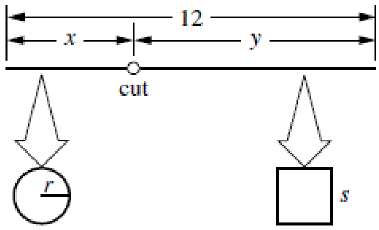
Apresenta-se, na Figura 66, a segunda situação-problema.

Figura 66 - Problema 2

Um fio com 12 cm pode ser curvado formando um círculo, dobrado formando um quadrado ou cortado em duas partes formando um círculo e um quadrado. Quanto do fio deve ser usado no círculo para que a área total englobada pela(s) figura(s) seja:

(a) máxima?

(b) mínima?



Fonte: a Intenet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) A espessura do fio 12 cm;

b) Que o fio pode ser dobrado formando um círculo.

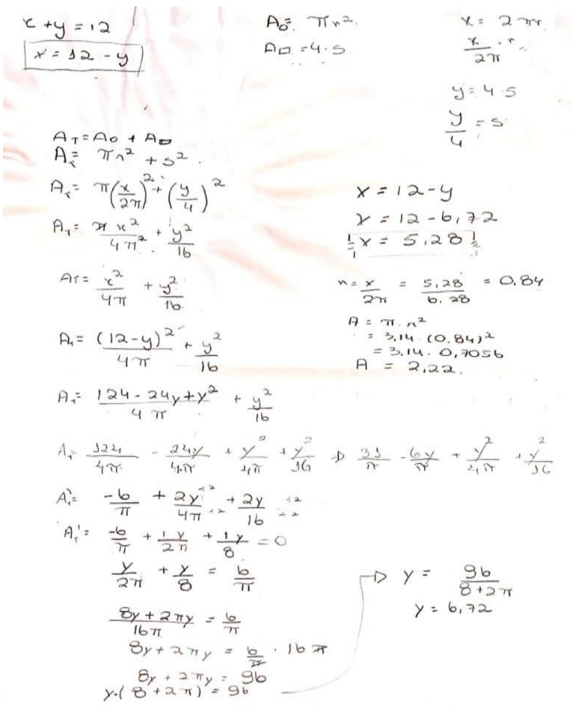
O problema solicita o cálculo de quanto fio deve ser usado no círculo para que a área total englobada pela figura seja máxima e mínima.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

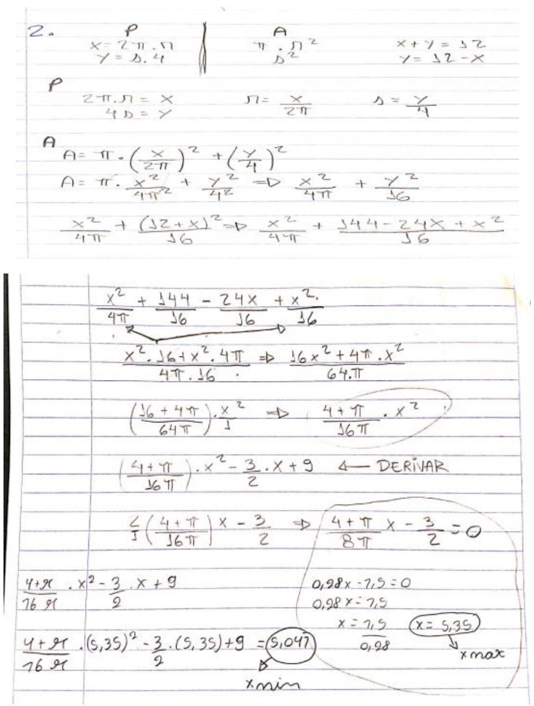
Os grupos A, B, C e D realizaram a mesma organização de dados e a mesma linha de pensamento para a resolução do exercício, retiraram os dados do problema, organizaram as fórmulas para a resolução, substituindo os valores fornecidos no problema, isolaram a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizaram regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, conforme a Figura 67.

Figura 67 - Resolução do problema 2

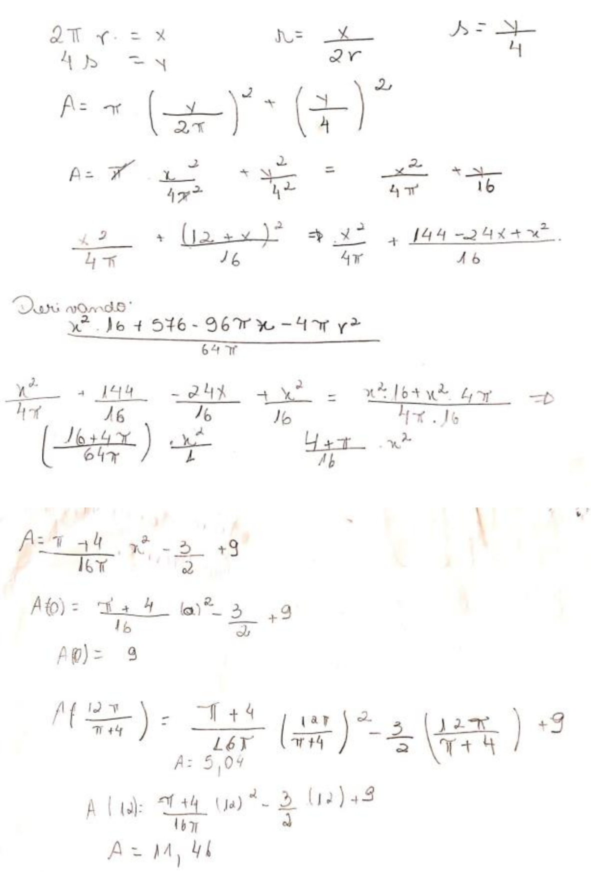
Grupo A



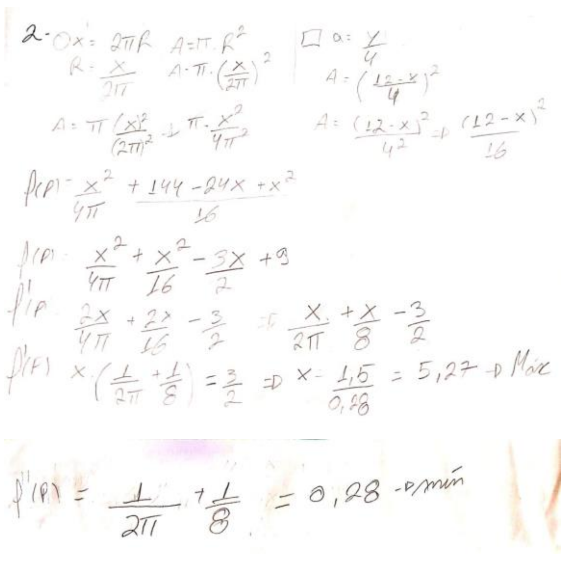
Grupo B



Grupo C



Grupo D



Fonte: produção dos alunos.

Apresenta-se, na Figura 68, a terceira situação-problema.

Figura 68 - Problema 3

Uma lata cilíndrica sem tampa superior tem volume 5 cm^3. Determine as dimensões da lata, de modo que a quantidade de material para sua fabricação seja mínima.

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) A forma da lata: cilíndrica;

b) O volume 5 cm^3.

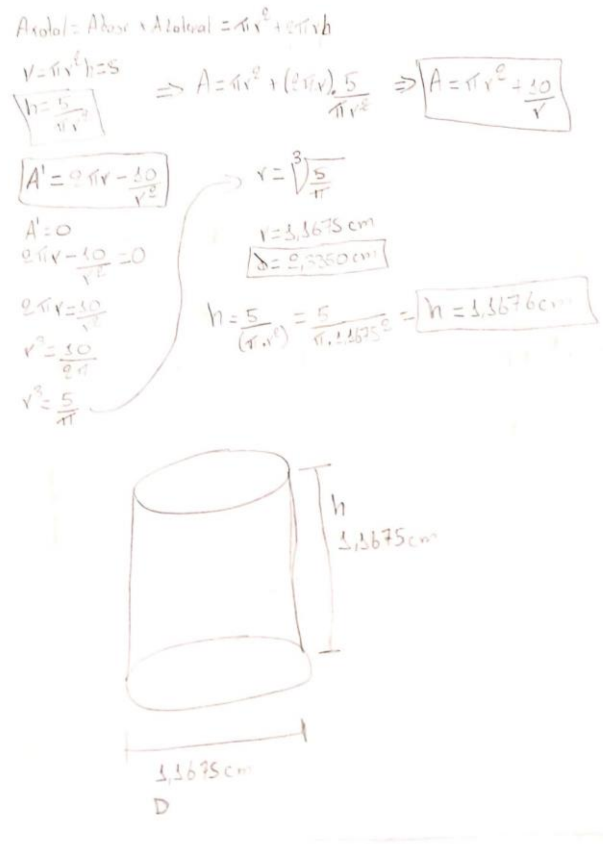
O problema solicita o cálculo das dimensões da lata para que a quantidade de material para sua fabricação seja mínima.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

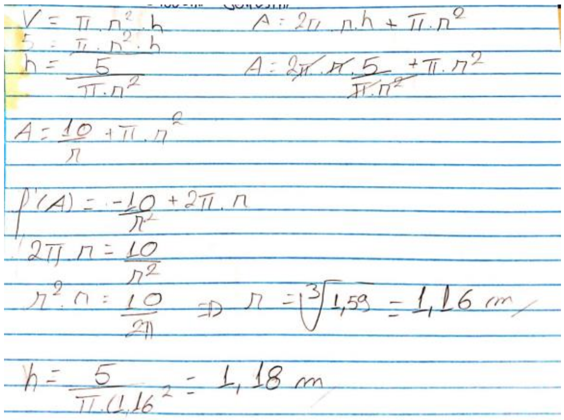
Apenas os grupos C e D resolveram a terceira situação-problema, o grupo C fez representação com desenho, mas para o processo de resolução ambos seguiram a mesma linha de raciocínio, retiraram os dados fornecidos pelo problema, organizaram as fórmulas, substituindo os valores fornecidos no problema, isolaram a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizaram regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, conforme a Figura 69.

Figura 69 - Resolução do problema 3

Grupo C



Grupo D



Fonte: produção dos alunos.

Apresenta-se, na Figura 70, a quarta situação-problema.

Figura 70 - problema 4

Um tanque cônico de aço, sem tampa, tem capacidade de 1000m³. Determine as dimensões do tanque que minimiza a quantidade de aço usada na sua fabricação.

Fonte: a Intenet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) A forma do tanque: cônica;

b) O volume 1000 m^3.

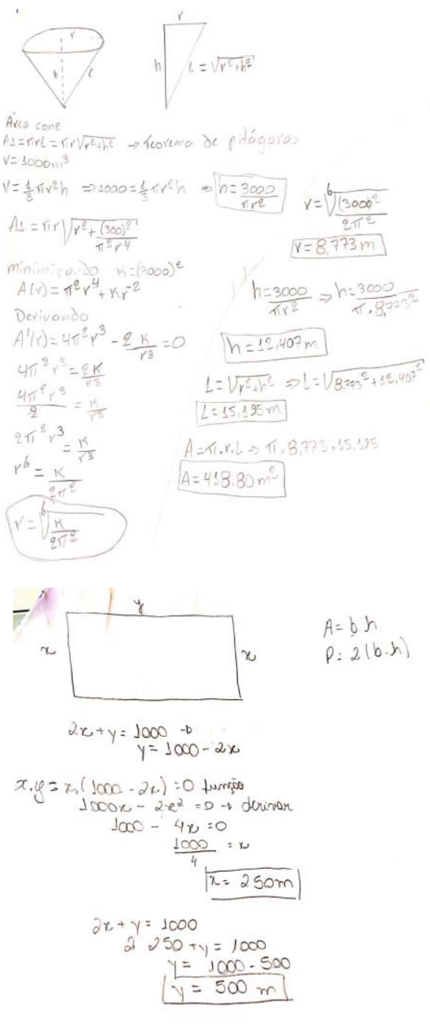
O problema solicita o cálculo das dimensões do tanque para minimizar a quantidade de aço usada na sua fabricação.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

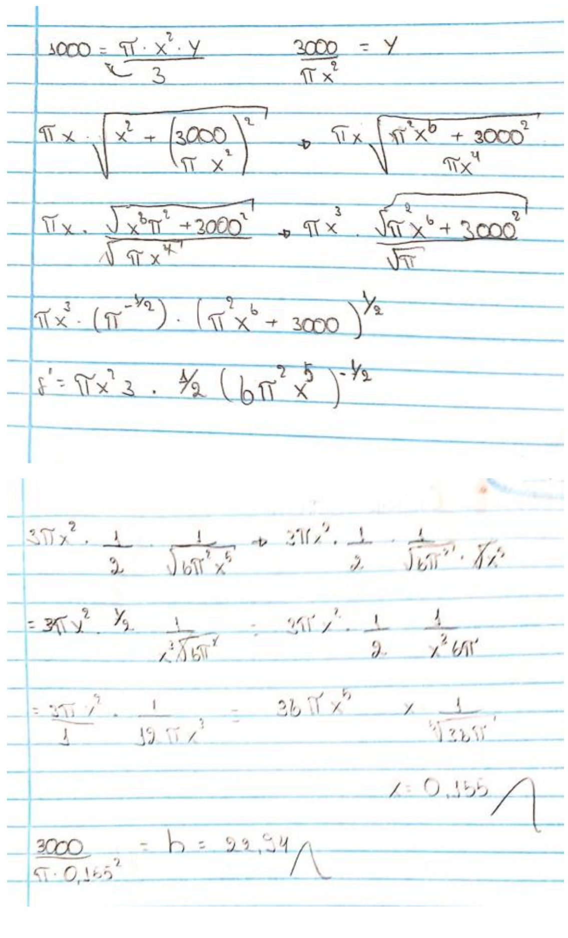
Apenas os grupos C e D resolveram a quarta situação-problema, o grupo C fez representação com desenho, mas para o processo de resolução ambos seguiram a mesma linha de raciocínio, retiraram os dados fornecidos pelo problema, organizaram as fórmulas, substituindo os valores fornecidos no problema, isolaram a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizaram regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, conforme Figura 71.

Figura 71 - Resolução do problema 4

Grupo C



Grupo D



Fonte: produção dos alunos.

Referente à pergunta 2: Qual o plano de ação adotado para a resolução da atividade?

Os grupos A, B, C e D, em relação aos problemas 1 e 2 analisaram a situação-problema, conseguiram organizar na folha de cálculo as fórmulas, utilizaram as regras de derivada para obter uma solução.

Os grupos C e D em relação aos problemas 3 e 4 analisaram a situação-problema, conseguiram organizar na folha de cálculo as fórmulas, utilizaram as regras de derivada para obter uma solução.

Em relação à pergunta 3: Como foi o processo de aprendizagem do grupo? Quanto isso mudou a rotina de sala de aula?

Durante a aplicação do experimento, os alunos trabalhavam em grupo como pesquisadores e a professora mediadora, pois, no primeiro momento, sem a interferência da professora, buscavam uma solução para a situação-problema. A solução de cada atividade foi socializada no grande grupo, em que cada grupo apresentava a resolução. E nesse momento a turma, junto com a professora, determinava a resolução correta.

Os grupos A, B, C e D no primeiro momento apresentaram dificuldades na interpretação, compreender o problema, perceber que precisavam utilizar uma fórmula em razão da outra, perceber que precisavam da definição (regras) de derivada para resolver, sendo que os grupos A e B não conseguiram resolver os problemas 3 e 4. Com a professora/pesquisadora mediando, pesquisa em livros e a busca na internet, todos os grupos conseguiram encontrar uma resolução referente aos problemas 1 e 2. E os grupos C e D conseguiram resolver todas as situações-problema propostas. Todos os integrantes do grupo participavam, discutiam em como resolver. Durante a socialização de cada situação-problema, pôde-se perceber que os grupos conseguiram compreender a aplicação dos conceitos da derivada, para solucionar problemas práticos.

Os grupos B, C, e D descreveram na folha de cálculo as dificuldades que encontraram para resolver a segunda situação-problema, conforme Figura 72.

Figura 72 - Dificuldades que os alunos descrevem

Grupo B
Tivemos um pouco de dificuldade para interpretar, notamos a falta de atenção entre os membros do grupo e dificuldade após a derivação da equação.
Grupo C
* O principal problema ao grupo foi a interpretação de ambas as questões * Montar a fórmula inicial (dedução)
Grupo D
Dificuldades: Entender o contexto da questão, como se chega no valor máximo e mínimo, oque utilizar para resolver x, y ...

Fonte: produção dos alunos.

Os grupos descreveram algumas de suas dificuldades na resolução. De acordo com os comentários, o grupo B pontuou dificuldades na interpretação, descreveu falta de atenção dos integrantes do grupo e dificuldades após a derivação da equação. Ainda, as dificuldades em interpretar e montar a fórmula inicial e o grupo D pontuou dificuldades na interpretação e nas técnicas de resolução.

6.4.4 Quarto encontro do experimento

Nesse encontro foram propostas duas situações-problema para cada grupo, a fim de serem resolvidas. A primeira situação-problema foi igual para todos os grupos, já a segunda cada grupo recebeu uma diferente.

Após a resolução, a professora/pesquisadora solicitava que os grupos apresentassem a resolução para a turma. Nesse momento, a professora era mediadora para formular a resposta correta junto com a turma.

Apresenta-se, a seguir, a resolução dos grupos A, B, C, e D referente à primeira situação-problema, comum a todos os grupos, fazendo análise de pesquisa referente à pergunta 1 norteadora desta pesquisa.

Em relação à pergunta 1: Como os grupos A, B, C e D organizaram o pensamento para resolver a atividade proposta? O que mudou em relação à resolução de uma situação-problema usualmente utilizada em sala de aula? O que mudou?

Apresenta-se, na Figura 73, a primeira situação-problema.

Figura 73 - Problema 1 comum a todos os grupos

Uma caixa aberta deve ser feita de uma folha de papelão medindo 16 por 30 cm, destacando-se quadrados iguais dos quatro cantos e dobrando-se os lados. Qual é o tamanho dos quadrados para se obter uma caixa com o maior volume?

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) As medidas da caixa 16 por 30cm;

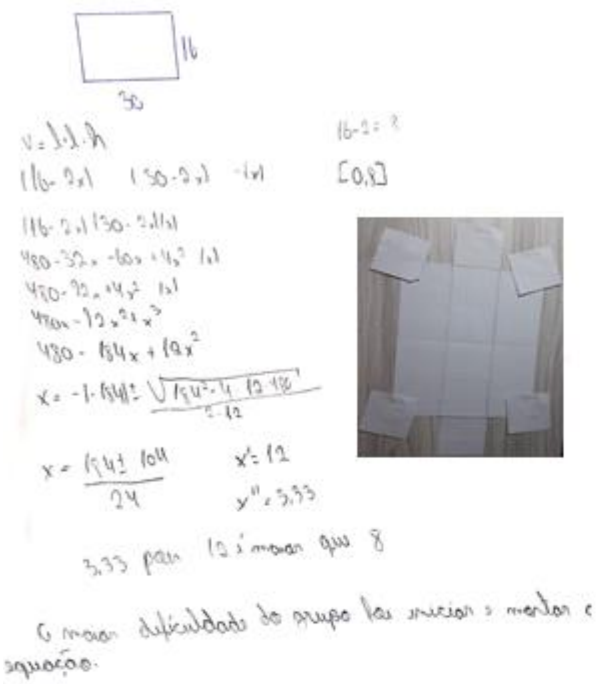
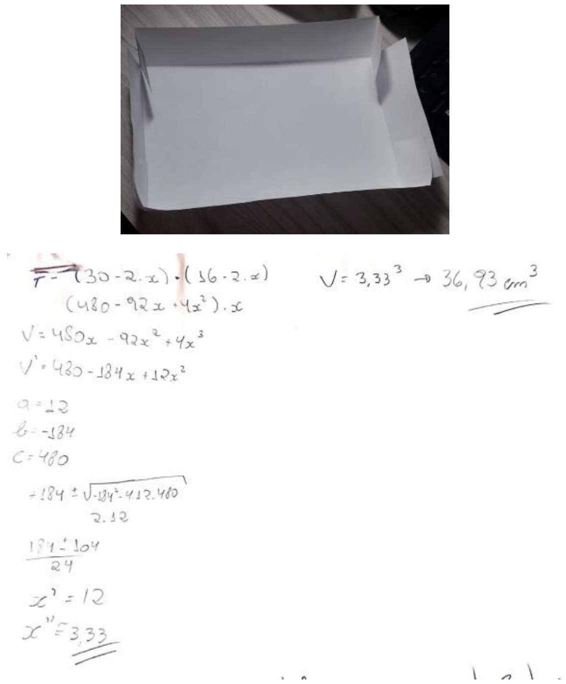
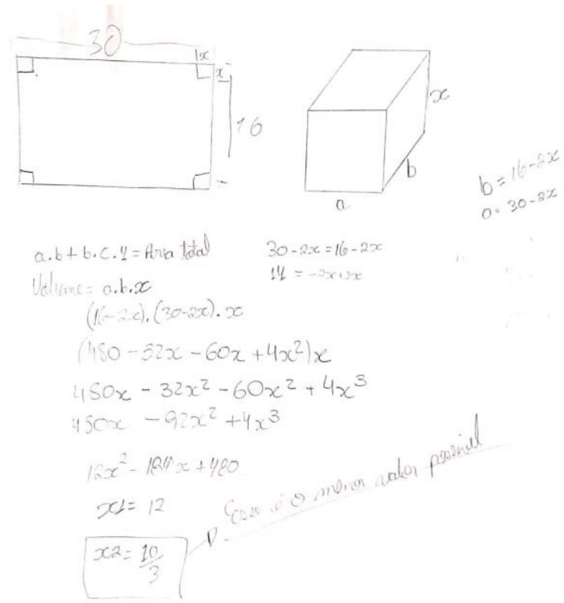
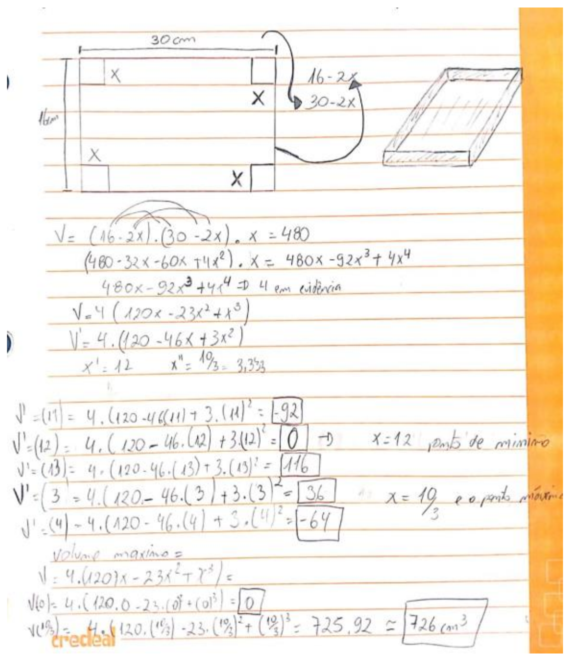
b) Quadrados iguais nos 4 cantos que devem ser dobrados para dentro.

O problema solicita o cálculo do tamanho dos quadrados para se obter uma caixa de maior volume.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

Os grupos A, B, C e D seguiram linhas de raciocínio diferentes, mas obtiveram o mesmo resultado para a resolução do exercício. Os grupos A, C e D utilizaram desenho para representar a situação-problema. Os grupos A e B construíram a caixinha em uma folha de oficio com recortes de quadradinhos, conforme dados fornecidos no problema. Para a resolução, os grupos A, B, C e D retiraram os dados fornecidos pelo problema, organizaram as fórmulas, utilizaram regra de derivada (regra da potência) para resolver e encontrar o valor de cada variável para determinar uma solução, conforme Figura 74.

Figura 74 - Resolução do problema 1 comum a todos os grupos

Grupo A	Grupo B
	
Grupo C	**Grupo D**
	

Fonte: produção dos alunos.

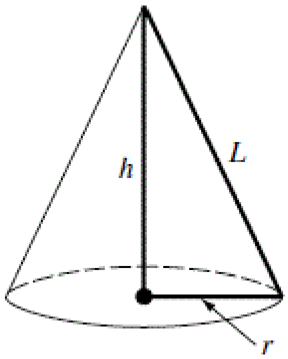
Apresenta-se a seguir a resolução dos grupos A, B, C, e D referente às situações-problema 1, 2, 3 e 4, em que cada grupo tem uma diferente, fazendo análise de pesquisa referente à pergunta 1 norteadora desta pesquisa.

Em relação à pergunta 1: Como os grupos A, B, C e D organizaram o pensamento para resolver a atividade proposta? O que mudou em relação à resolução de uma situação- problema usualmente utilizada em sala de aula? O que mudou?

Apresenta-se, na Figura 75, a primeira situação-problema resolvida pelo grupo A.

Figura 75 - Problema 1

Encontre a altura e o raio de um cone com altura inclinada L cujo volume é o maior possível.



Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) O problema nos dá uma imagem mostrando que h é altura e L a altura inclinada.

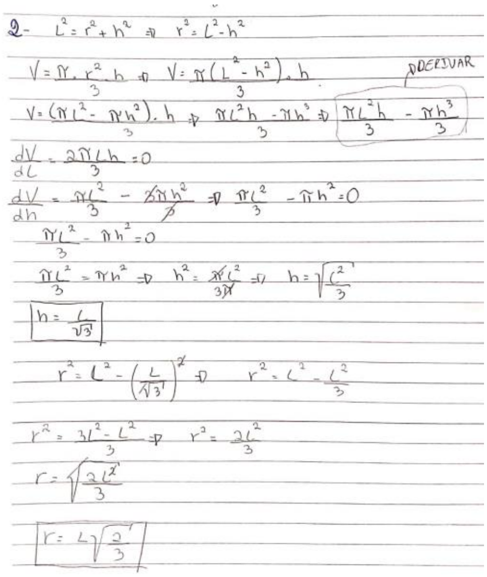
O problema solicita o cálculo da altura e do raio do cone para ter o maior volume possível.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução do grupo de estudantes participantes do experimento.

O grupo A fez uma análise e seguiu uma linha de raciocínio para a resolução do exercício, retirou os dados fornecidos pelo problema, organizou as fórmulas, substituindo os valores fornecidos no problema, isolou a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizou a regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, conforme Figura 76.

Figura 76 - Resolução problema 1

Grupo A



Fonte: produção dos alunos.

Apresenta-se, na Figura 77, a segunda situação-problema, resolvida pelo grupo B.

Figura 77 - Problema 2

Um arame de 60 cm de comprimento deve ser utilizado para cercar duas áreas, uma retangular e outra quadrada, de forma que o retângulo tenha maior área possível. Sabendo que as duas figuras juntas formam um retângulo maior, quais seriam as medidas do retângulo e do quadrado para que o retângulo tenha área máxima?

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) O tamanho do arame;

b) O arame deve cercar duas áreas um retângulo e um quadrado.

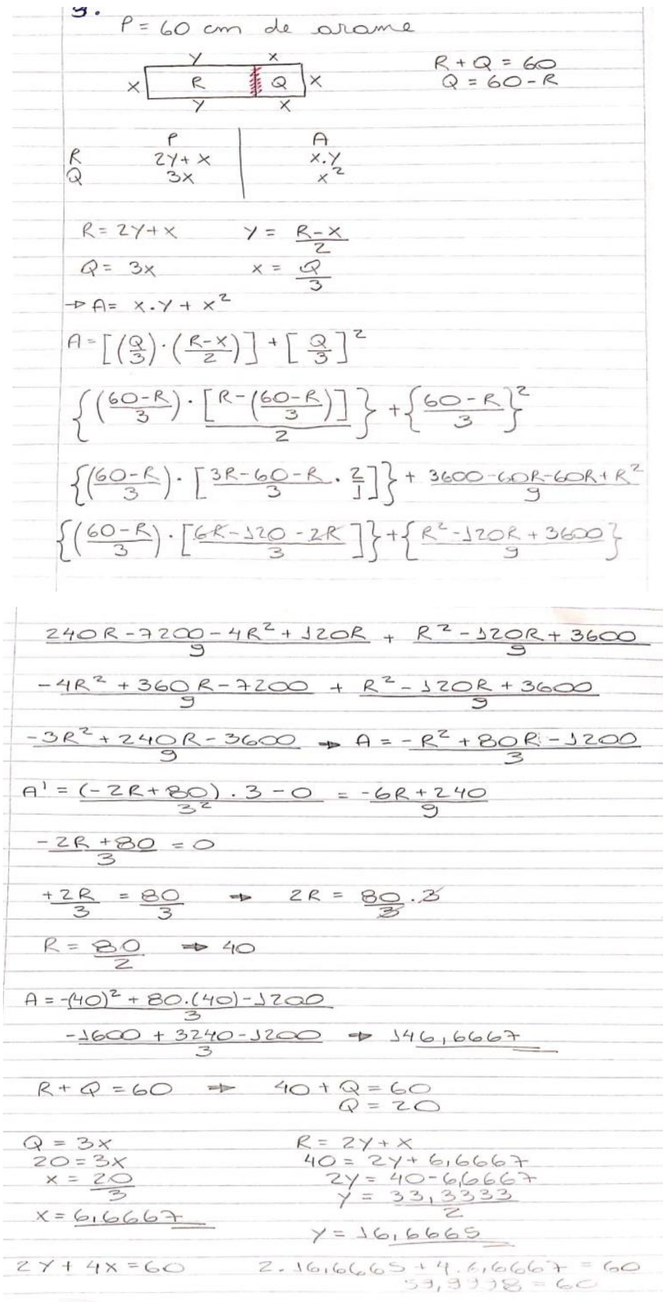
O problema solicita o cálculo das medidas do quadrado e do retângulo para que o retângulo formado por eles tenha área máxima.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução do grupo de estudantes participantes do experimento.

O grupo B fez uma análise e seguiu uma linha de raciocínio para a resolução do exercício, representou por desenho e tabela as informações do problema, retirou os dados fornecidos, organizou as fórmulas, substituindo os valores fornecidos no problema, isolou a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizou a regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, conforme Figura 78.

Figura 78 - Resolução problema 2

Grupo B



$P = 60$ cm de arame

$R + Q = 60$

$Q = 60 - R$

	P	A
R	$2y + x$	$x.y$
Q	$3x$	x^2

$R = 2y + x \qquad y = \frac{R-x}{2}$

$Q = 3x \qquad x = \frac{Q}{3}$

$\rightarrow A = x.y + x^2$

$A = \left[\left(\frac{Q}{3}\right)\cdot\left(\frac{R-x}{2}\right)\right] + \left[\frac{Q}{3}\right]^2$

$\left\{\left(\frac{60-R}{3}\right)\cdot\frac{\left[R-\left(\frac{60-R}{3}\right)\right]}{2}\right\} + \left\{\frac{60-R}{3}\right\}^2$

$\left\{\left(\frac{60-R}{3}\right)\cdot\left[\frac{3R-60-R}{3}\cdot\frac{2}{1}\right]\right\} + \frac{3600-60R-60R+R^2}{9}$

$\left\{\left(\frac{60-R}{3}\right)\cdot\left[\frac{6R-120-2R}{3}\right]\right\} + \left\{\frac{R^2-120R+3600}{9}\right\}$

$\frac{240R-7200-4R^2+120R}{9} + \frac{R^2-120R+3600}{9}$

$\frac{-4R^2+360R-7200}{9} + \frac{R^2-120R+3600}{9}$

$\frac{-3R^2+240R-3600}{9} \rightarrow A = \frac{-R^2+80R-1200}{3}$

$A' = \frac{(-2R+80)\cdot 3 - 0}{3^2} = \frac{-6R+240}{9}$

$\frac{-2R+80}{3} = 0$

$\frac{+2R}{3} = \frac{80}{3} \rightarrow 2R = \frac{80}{\cancel{3}}\cdot\cancel{3}$

$R = \frac{80}{2} \rightarrow 40$

$A = \frac{-(40)^2 + 80.(40) - 1200}{3}$

$\frac{-1600 + 3240 - 1200}{3} \rightarrow 146{,}6667$

$R + Q = 60 \rightarrow 40 + Q = 60$

$Q = 20$

$Q = 3x$

$20 = 3x$

$x = \frac{20}{3}$

$x = 6{,}6667$

$R = 2y + x$

$40 = 2y + 6{,}6667$

$2y = 40 - 6{,}6667$

$y = \frac{33{,}3333}{2}$

$y = 16{,}6665$

$2y + 4x = 60 \qquad 2.16{,}6665 + 4.6{,}6667 = 60$

$59{,}9998 = 60$

Fonte: produção dos alunos.

Apresenta-se, na Figura 79, a terceira situação-problema, resolvida pelo grupo C.

Figura 79 - Problema 3

Um campo retangular está limitado por uma cerca em três de seus lados e por um córrego reto no quarto lado. Encontre as dimensões do campo com área máxima que pode ser cercado com 1.000 metros de cerca.

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) O campo tem cerca de três lados e um córrego do outro;

b) O tamanho da cerca 1000m.

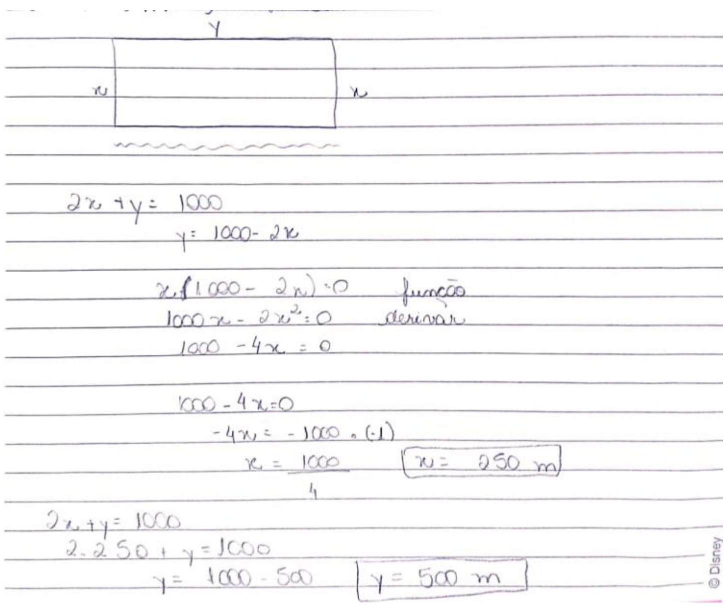
O problema solicita o cálculo das dimensões do campo.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução do grupo de estudantes participantes do experimento.

O grupo C fez uma análise e seguiu uma linha de raciocínio para a resolução do exercício, por desenho as informações do problema, retirou os dados fornecidos, organizou as fórmulas, substituindo os valores fornecidos no problema, isolou a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizou a regra de derivada (regra da potência) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, conforme Figura 80.

Figura 80 - Resolução problema 3

Grupo C



Fonte: produção dos alunos.

Apresenta-se, na Figura 81, a quarta situação-problema resolvida pelo grupo D.

Figura 81 - Problema 4

Um aquário de base quadrada será construído no salão de entrada de um hotel. Quais devem ser as dimensões que minimizam a área total deste aquário (sem tampa), sabendo que o volume máximo de água que ele pode armazenar é de 2m³.

Fonte: a Internet.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) A forma da base quadrada.

b) Volume máximo de água $2m^3$.

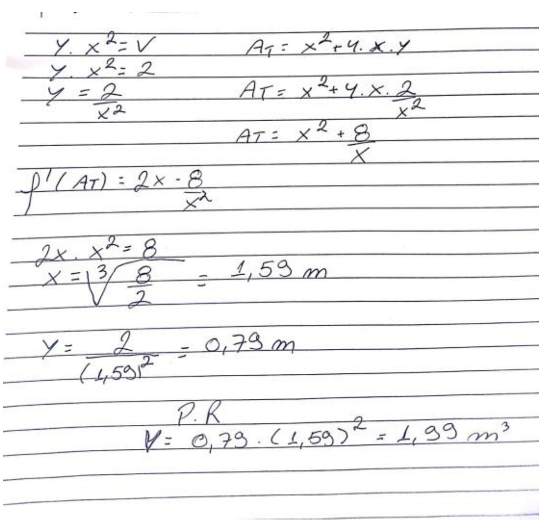
O problema solicita o cálculo das dimensões que minimizem a área total desse aquário.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução do grupo de estudantes participantes do experimento.

O grupo D fez uma análise e seguiu uma linha de raciocínio para a resolução do exercício, retirou os dados fornecidos no problema, organizou as fórmulas, substituindo os valores fornecidos no problema, isolou a variável de uma fórmula para substituir na outra, utilizou regra de derivada (regra da potência e quociente) para resolver e encontrar o valor de cada variável para resolver, conforme Figura 82.

Figura 82 - Resolução da atividade 2

Grupo D



$y \cdot x^2 = V$ $\quad A_T = x^2 + 4 \cdot x \cdot y$

$y \cdot x^2 = 2$

$y = \frac{2}{x^2}$ $\quad A_T = x^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{2}{x^2}$

$A_T = x^2 + \frac{8}{x}$

$f'(A_T) = 2x - \frac{8}{x^2}$

$2x \cdot x^2 = 8$

$x = \sqrt[3]{\frac{8}{2}} = 1,59\ m$

$y = \frac{2}{(1,59)^2} = 0,79\ m$

P.R

$V = 0,79 \cdot (1,59)^2 = 1,99\ m^3$

Fonte: produção dos alunos.

Referente à pergunta 2: Qual o plano de ação adotado para a resolução da atividade?

Os grupos A, B, C e D, em relação ao problema 1, comum a todos os grupos, analisaram a situação-problema, conseguiram organizar na folha de cálculo as fórmulas, utilizaram as regras de derivada para obter uma solução. Os grupos resolveram de diferentes formas, mas todos chegaram ao mesmo resultado.

Os grupos A e B demostraram a resolução por meio de construção da figura.

Em relação à pergunta 3: Como foi o processo de aprendizagem do grupo? Quanto isso mudou a rotina de sala de aula?

Durante a aplicação do experimento, os alunos trabalhavam em grupo como pesquisadores e a professora mediadora, pois, no primeiro momento, sem a interferência da professora, buscavam uma solução para a situação-problema. A solução de cada atividade foi socializada no grande grupo, em que cada grupo apresentava a resolução. E nesse momento, a turma, junto com a professora, determinou a resolução correta.

Os grupos A, B, C e D no primeiro momento apresentaram algumas dificuldades na interpretação, em compreender o problema, perceber que precisavam utilizar uma fórmula em razão da outra, que precisavam da definição (regras) de derivada para resolver. Durante a socialização de cada situação-problema, pôde-se perceber que os grupos conseguiram compreender a aplicação dos conceitos da derivada, para solucionar problemas práticos.

Os grupos A, B e C descreveram na folha de cálculo as dificuldades que encontraram para resolver a segunda situação-problema, conforme Figura 83.

Figura 83 - Dificuldades que os alunos descrevem

Grupo A
A maior dificuldade do grupo foi iniciar e montar a equação.
Grupo B
Análise: Tivemos dificuldade na interpretação do Problema Proposto, Tentando montar uma equação Para a resolução, não Sabendo Se utilizava derivação ou métodos Para equação de 2º grau.
Grupo C
A maior dificuldade foi a interpretação do problema.

Fonte: produção dos alunos.

Os grupos descrevem algumas de suas dificuldades na resolução. De acordo com os comentários, o grupo A pontua dificuldades em iniciar o problema e montar a equação, o grupo B descreve as dificuldades em interpretar e montar a equação e resolução da mesma, o grupo C pontua dificuldades na interpretação do problema.

6.4.5 Quinto encontro do experimento

Neste encontro foram propostas três situações-problema, para serem resolvidas em 4 horas-aula. Nessa atividade, os grupos apresentaram dificuldades para interpretar a primeira situação-problema proposta, necessitando da mediação da professora/pesquisadora. No segundo momento, com o auxílio da professora/pesquisadora e pesquisas realizadas em livros de Cálculo e em *sites* da internet, conseguiram apresentar uma solução.

Apresenta-se, na Figura 84, a primeira situação-problema.

Figura 84 - Atividade de Aplicações de Derivadas

O perfil de velocidade de escoamento entre placas paralelas é dado por:

$$\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2$$

em que h é a distância entre as duas placas, sendo que a origem do plano está situada na linha mediana entre as placas. Considerando um escoamento de água de 15°C (μ = 1,14 x 10-3 kg/m.s), com $u_{max} = 0{,}10\ m/s$ e h=0,1mm, calcule a tensão de cisalhamento na placa superior.

Obs.: Fórmula da tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$.

Fonte: adaptado de Resistência dos Matérias pelos professores.

O problema apresenta as seguintes informações:

a) Fórmula do escoamento entre as placas paralelas

$$\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2$$

b) A distância h = 0,1mm

c) O escoamento u= 1,14 x 10-3 kg/m.s

d) O escoamento $u_{max} = 0{,}10\ m/s$

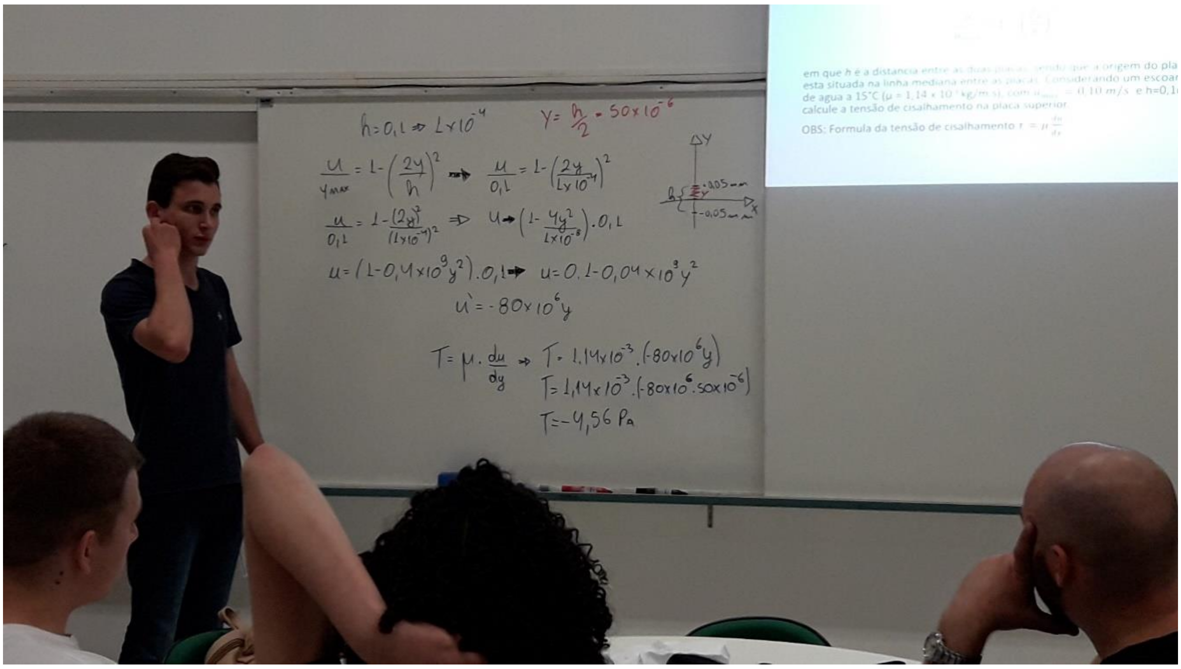
e) Fórmula da tensão $\tau = \mu \frac{\mathrm{du}}{\mathrm{dy}}$

O problema solicita o cálculo de cisalhamento na placa superior.

Apresenta-se a análise dessa atividade de acordo com a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

Conforme Figura 85, apresenta-se a socialização dos grupos no quadro. Nesse momento, a professora/pesquisadora, juntamente com a turma, discute a resolução de cada grupo, chegando à solução correta.

Figura 85 - Socialização do grupo no quadro

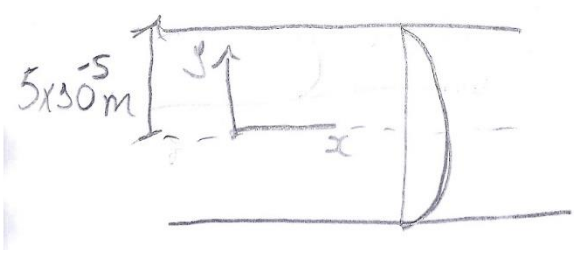
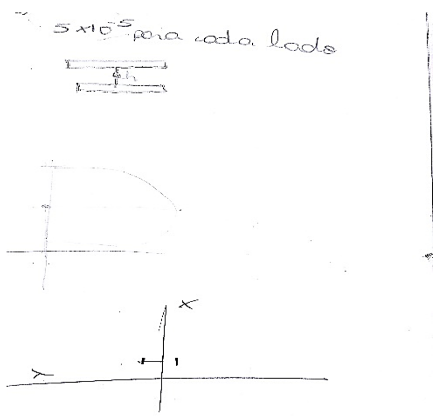


Fonte: a Pesquisa.

Em relação à pergunta 1: Como o grupo organizou o pensamento para resolver a atividade proposta? O que mudou em relação à resolução de uma situação-problema usualmente utilizada em sala de aula? O que mudou?

Os grupos A e C retiraram os dados do problema, organizando-os na folha de cálculo. Fizeram um desenho, representando as duas placas, indicando a altura e o ponto médio. Realizaram transformações de medidas, de milímetros para metro, quando retiraram os dados do problema, conforme a Figura 86.

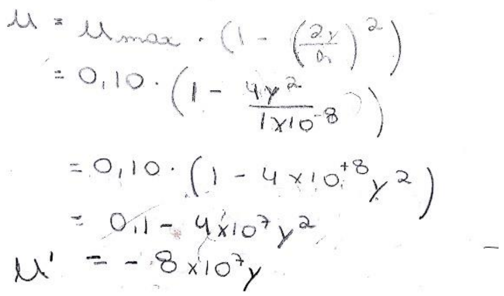
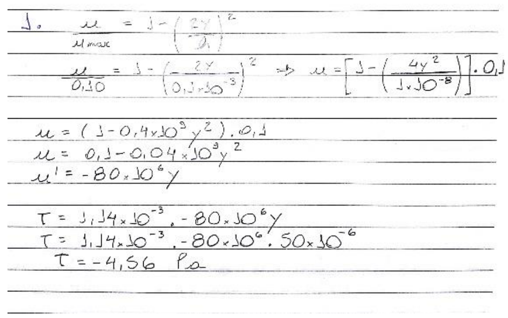
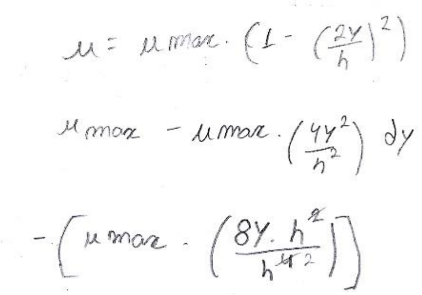
Figura 86 - Resolução da atividade 1

Grupo A	Grupo C
	

Fonte: produção dos alunos.

Os grupos A, B e D organizaram a fórmula $\frac{\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{u_{max}}} = \mathbf{1} - \left(\frac{\boldsymbol{2y}}{\boldsymbol{h}}\right)^{\mathbf{2}}$, na folha de cálculo, isolando a variável u**,** substituíram os valores fornecidos no problema na fórmula. Diagnosticaram que seriam necessárias regras de derivadas para resolver a situação-problema. Calcularam a derivada da fórmula organizada em função da variável y, utilizaram as regras da potência e do quociente para resolver, conforme Figura 87.

Figura 87 - Resolução da atividade 1

<table>
<tr><td>Grupo A

</td><td>Grupo B

</td></tr>
<tr><td colspan="2">Grupo D

</td></tr>
</table>

Fonte: produção dos alunos.

O grupo C, por intermédio da fórmula fornecida pelo problema $\frac{\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{u_{max}}} = \mathbf{1} - \left(\frac{\boldsymbol{2y}}{\boldsymbol{h}}\right)^{\mathbf{2}}$**,** na folha de cálculo, calculou a derivada em função da variável y, primeiro calcularam a derivada e finalizaram a resolução isolando a variável u. Utilizaram as regras da potência e do quociente para resolver, conforme Figura 88.

Figura 88 - Resolução da atividade 1

Grupo C

$$\frac{u}{u_{máx}} = 1 - \left(\frac{4y^2}{h^2}\right) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial y} = 1 - \frac{4y^2}{h^2} \to + \frac{8y}{h^2}$$

$$u_{max} \frac{8y}{h^2} \Rightarrow \tau = -\mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\mu \cdot 8max \cdot \frac{y}{h^2}$$

Fonte: produção dos alunos.

Os grupos A, B, C e D, após realizarem o cálculo da derivada em função da variável y, calcularam a tensão de cisalhamento (que o problema solicitava), substituindo o valor de u e os dados fornecidos no problema na fórmula $\tau = \mu \frac{du}{dy}$, obtendo, assim, o que o problema solicitava, conforme Figura 89.

Figura 89 - Resolução da atividade 1

Grupo A	Grupo B
$t = 1{,}14 \times 10^{-3} \cdot -8 \times 10^{7}$ $t = -9{,}12 \times 10^{4} \cdot 5 \times 10^{-6}$ $t = -4{,}56$ Pa	$T = 1{,}14 \times 10^{-3} \cdot -80 \times 10^{6} y$ $T = 1{,}14 \times 10^{-3} \cdot -80 \times 10^{6} \cdot 50 \times 10^{-6}$ $T = -4{,}56$ Pa
Grupo C	**Grupo D**
$\tau = -1{,}14 \times 10^{-3} \cdot 8 \cdot 0{,}10 \cdot \frac{5 \times 10^{-5}}{(1 \times 10^{-4})^2}$ $\boxed{\tau = -4{,}56 \text{ pa}}$	$\tau = \mu \cdot \left[-u_{max} \cdot \left(\frac{8y}{h^2}\right)\right]$ $\tau = 1{,}14 \cdot 10^{-3} \cdot \left[-0{,}10 \cdot \left(\frac{8 \cdot 0{,}00005}{(0{,}0001)^2}\right)\right] = -4{,}56 N$

Fonte: produção dos alunos.

Referente à pergunta 2: Qual o plano de ação adotado para a resolução da atividade? Como isso muda?

Os grupos A e C representaram com desenho as placas, identificando a variável h como a altura, ponto médio entre as placas, identificaram que a variável y seria a metade da altura (onde fizeram o ponto médio). Realizaram o cálculo da derivada na fórmula $\boldsymbol{\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2}$, utilizando as regras da potência e quociente, consequentemente, calcularam a tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ solicitada pelo problema.

Os grupos B e D realizaram a resolução a partir da fórmula $\boldsymbol{\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2}$, fornecida pelo problema, isolaram a variável μ, substituíram os dados fornecidos pelo problema e realizaram o cálculo da derivada em relação à variável y, utilizando as regras da potência e quociente, consequentemente, calcularam a tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ solicitada pelo problema.

Em relação à pergunta 3: Como foi o processo de aprendizagem do grupo? Quanto isso muda?

Os grupos A, B, C e D, em um primeiro momento apresentaram algumas dificuldades na interpretação, compreender o que o problema estava solicitando para calcular. Com o auxílio da professora/pesquisadora, livros, busca na internet conseguiram encontrar um caminho para resolução. Todos os integrantes do grupo participavam, discutiam em como resolver. Pode-se concluir que os grupos conseguiram compreender os conceitos de Derivadas numa situação-problema prática.

O grupo C não descreveu as dificuldades apresentadas.

Os grupos A, B e D descrevem na folha de cálculo as dificuldades que encontraram para resolver a primeira situação-problema, conforme Figura 90.

Figura 90 - Dificuldades que os alunos descrevem

Grupo A
→ dificuldade na interpretação das fórmulas
Grupo B
→ Tivemos dificuldade em entender o que, objetivamente, a questão pedia e como seria feita a resolução da mesma, mas entendemos que tínhamos que derivar em y, a parte da resolução não foi tão complicado.
Grupo D
→ Tivemos dificuldade em entender o que, objetivamente, a questão pedia e como seria feita a resolução da mesma, mas entendemos que tínhamos que derivar em y, a parte da resolução não foi tão complicado.

Fonte: produção dos alunos.

A partir dos comentários descritivos do grupo A, B e D, os alunos apresentam dificuldades na interpretação da situação-problema, em entender o que o problema solicitava para calcular, como utilizar as fórmulas fornecidas pelo problema.

Na segunda situação-problema proposta, os grupos apresentaram algumas dificuldades para interpretar, necessitando da mediação da professora/pesquisadora. No segundo momento, com o auxílio da professora/pesquisadora e pesquisas realizadas em livros de Cálculo e em *sites* da internet, conseguiram apresentar uma solução.

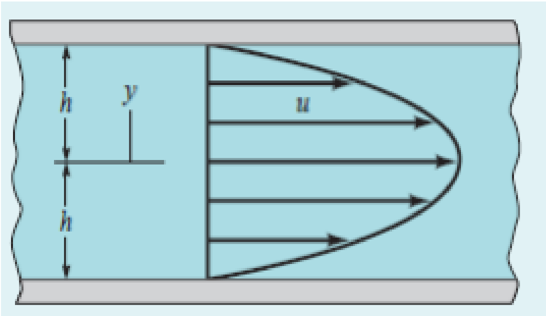
Apresenta-se, na Figura 91, a segunda situação-problema.

Figura 91 - Atividade de Aplicações de Derivadas

A distribuição de velocidade do escoamento de um fluido newtoniano num canal formado por duas placas planas paralelas e largas (vide figura) é dada pela equação:

$$u = \frac{3v}{2}\left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right]$$

onde v é a velocidade média. O fluido apresenta uma viscosidade dinâmica de 1,92 N.s/m2 . Assumindo v = 0,6 m/s e h = 5 mm, determine a tensão de cisalhamento na parede inferior do canal e a tensão de cisalhamento que atua no plano central do canal.



OBS: Fórmula da tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

Fonte: Adaptado de Resistência dos Matérias pelos Professores.

O problema fornece as seguintes informações:

a) Fórmula da velocidade do escoamento de um fluido newtoniano num canal formado por duas placas planas paralelas

$$u = \frac{3v}{2}\left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right]$$

b) Viscosidade dinâmica de 1,92 N.s/m².

c) A distância h = 5 mm

d) A velocidade v = 0,6 m/s

e) Fórmula da tensão $\tau = \mu \frac{\mathrm{du}}{\mathrm{dy}}$

O problema solicita para determinar a tensão de cisalhamento na parede inferior do canal e a tensão de cisalhamento que atua no plano central do canal.

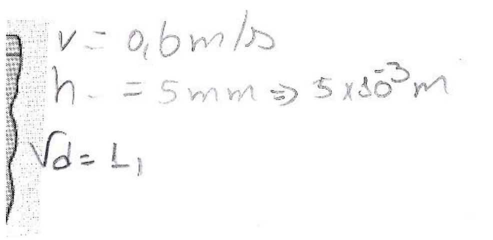
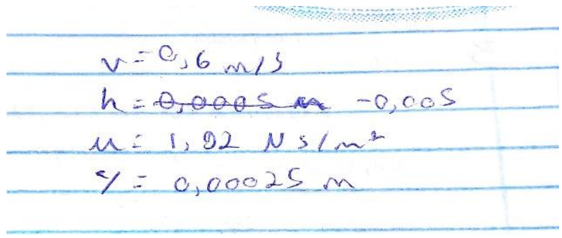
Apresenta-se a análise dessa atividade segundo a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

Em relação à pergunta 1: Como o grupo pensou inicialmente para resolver a atividade proposta? O que muda? A respeito do que muda?

Os grupos A e B organizaram os dados direto na fórmula.

Os grupos C e D retiraram os dados do problema, organizando-os na folha de cálculo. Realizaram transformações de medidas, de milímetros para metro, quando retiraram os dados do problema, conforme Figura 92.

Figura 92 - Resolução da atividade 2

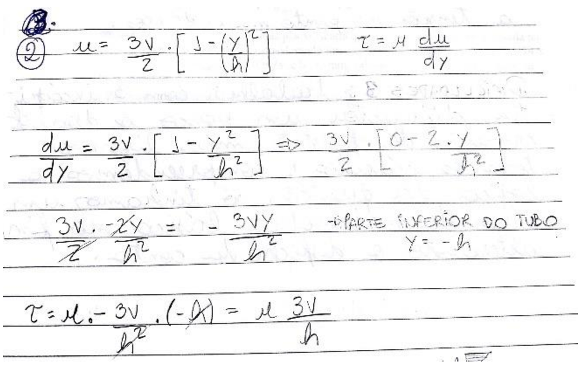
Grupo C	Grupo D
	

Fonte: produção dos alunos.

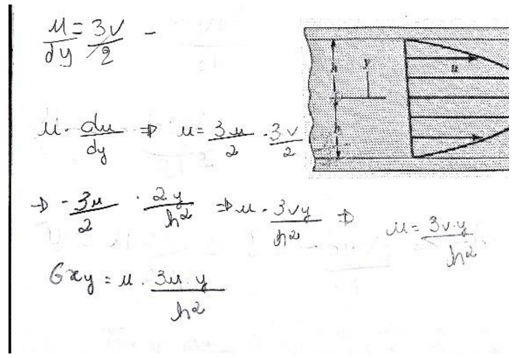
Os grupos B, C e D utilizaram a fórmula $u = \frac{3v}{2}\left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right]$ na folha de cálculo. Diagnosticaram que seria necessário derivar a fórmula utilizando regras do quociente e potência para resolver a situação-problema. Calcularam a derivada em função da variável y, conforme Figura 93.

Figura 93 - Resolução da atividade 2

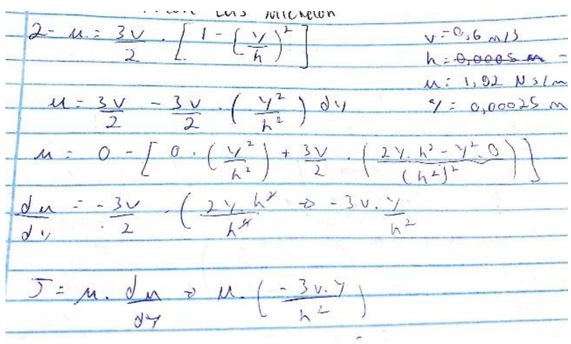
Grupo A



Grupo B



Grupo D

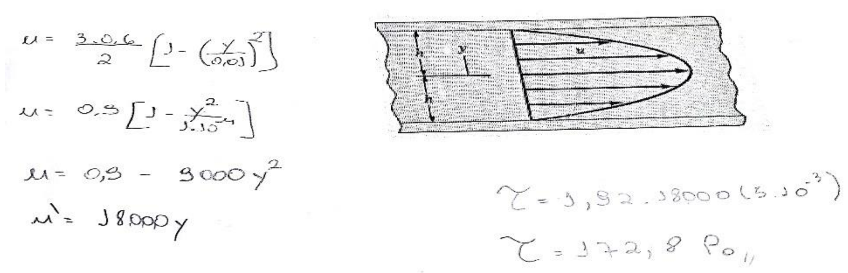


Fonte: produção dos alunos.

O grupo A, por intermédio da fórmula fornecida pelo problema $\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2$, na folha de cálculo substituíram os dados fornecidos pelo problema na fórmula e, consequentemente, calcularam a derivada da função, em função da variável y, utilizaram as regras da potência e do quociente para resolver. Calcularam tensão de cisalhamento solicitado no problema. O grupo não conseguiu chegar ao resultado correto, apresentaram uma dificuldade maior de interpretação, conforme Figura 94.

Figura 94 - Resolução da atividade 1

Grupo A

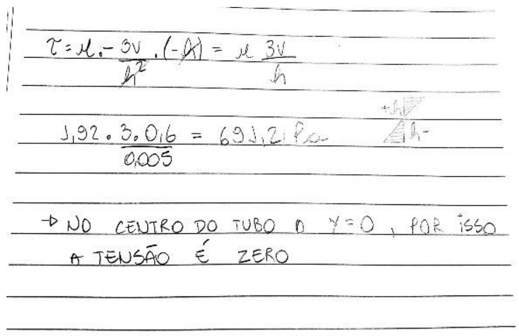


Fonte: produção dos alunos.

Os grupos B, C e D, após realizarem o cálculo da derivada em função da variável y, calcularam a tensão de cisalhamento (que o problema solicitava), substituindo o valor de u e os dados fornecidos no problema na fórmula $\tau = \mu \frac{du}{dy}$, conforme Figura 95.

Figura 95 - Resolução da atividade 2

Grupo B

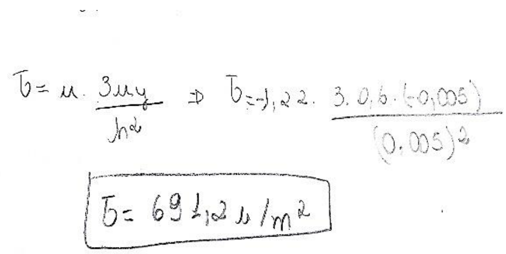


$\tau = \mu . \frac{-3v}{h^2} . (-A) = \mu \frac{3v}{h}$

$\frac{1,92 . 3 . 0,6}{0,005} = 691,2\ Pa$

→ NO CENTRO DO TUBO O Y = 0, POR ISSO A TENSÃO É ZERO

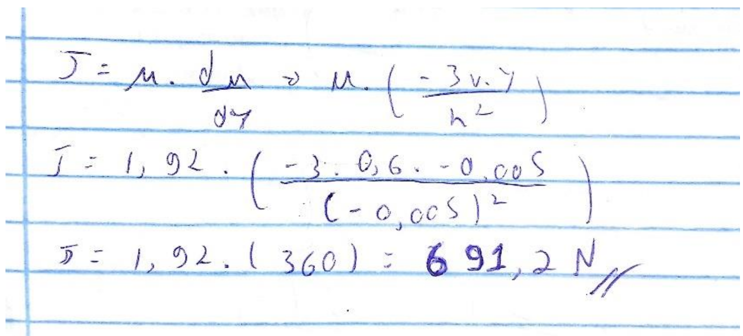
Grupo C



$\tau = \mu . \frac{3uy}{h^2} \rightarrow \tau = 1,22 . \frac{3 . 0,6 . (-0,005)}{(0,005)^2}$

$\boxed{\tau = 691,2\ N/m^2}$

Grupo D



$\tau = \mu . \frac{du}{dy} \rightarrow \mu . \left(\frac{-3v.y}{h^2} \right)$

$\tau = 1,92 . \left(\frac{-3 . 0,6 . -0,005}{(-0,005)^2} \right)$

$\tau = 1,92 . (360) = 691,2\ N$

Fonte: produção dos alunos.

Referente à pergunta 2: Qual o plano de ação adotado para a resolução da atividade? Como isso muda?

Os grupos B, C e D identificaram que a variável y seria a metade da altura (onde fizeram o ponto médio). Realizaram o cálculo da derivada na fórmula $\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2$, em função da variável y, utilizando as regras da potência e quociente, consequentemente, calcularam a tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ solicitada pelo problema.

Os grupos A realizaram a resolução a partir da fórmula $\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2$, fornecida pelo problema, substituíram os dados fornecidos pelo problema e realizaram o cálculo da derivada em relação à variável y, utilizando as regras da potência e quociente, consequentemente, calcularam a tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ solicitada pelo problema. Mas não conseguiram chegar à solução correta.

Em relação à pergunta 3: Como foi o processo de aprendizagem do grupo? Quanto isso muda?

Os grupos B, C e D, no primeiro momento apresentaram algumas dificuldades na interpretação, compreender o que o problema estava solicitando para calcular. Com o auxílio da professora/pesquisadora, livros, busca na internet, conseguiram encontrar um caminho para a resolução.

O grupo A apresentou maior grau de dificuldade, mesmo com auxílio da professora/pesquisadora, não conseguiram a solução adequada para o problema.

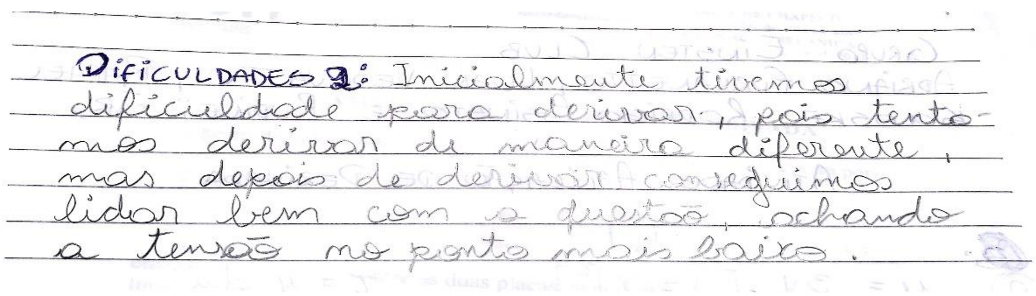
Todos os integrantes do grupo participavam, discutiam em como resolver. Pode-se concluir que durante a socialização os grupos conseguiram compreender os conceitos de Derivadas, numa situação-problema prática.

O grupo A e D não descreveram as dificuldades apresentadas nesta situação-problema.

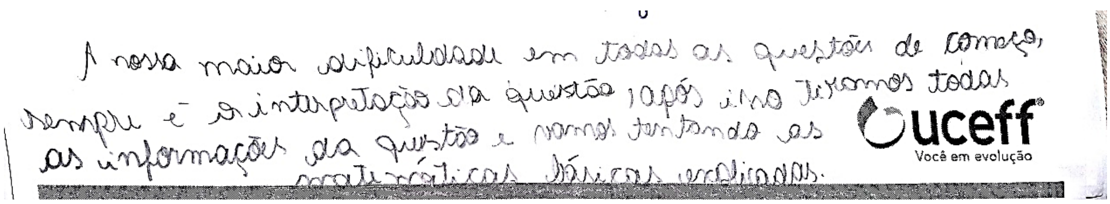
O grupo B descreveu na folha de cálculo as dificuldades encontradas para resolver a segunda situação-problema. O grupo C descreveu nessa situação-problema as dificuldades encontradas no decorrer de todas as atividades, conforme Figura 96.

Figura 96 - Dificuldades que os alunos descrevem

Grupo B


DIFICULDADES 2: Inicialmente tivemos dificuldade para derivar, pois tentamos derivar de maneira diferente, mas depois de derivar conseguimos lidar bem com a questão, achando a tensão no ponto mais baixo.

Grupo C


A nossa maior dificuldade em todas as questões de começo sempre é a interpretação da questão. Após isso tiramos todas as informações da questão e vamos tentando as matemáticas básicas aplicadas.

Fonte: produção dos alunos.

A partir dos comentários descritivos, o grupo B pontua dificuldades para calcular a derivada; o grupo C descreve as dificuldades na interpretação e com matemática básica na organização dos dados, para resolver todas as situações-problema propostas durante a aula.

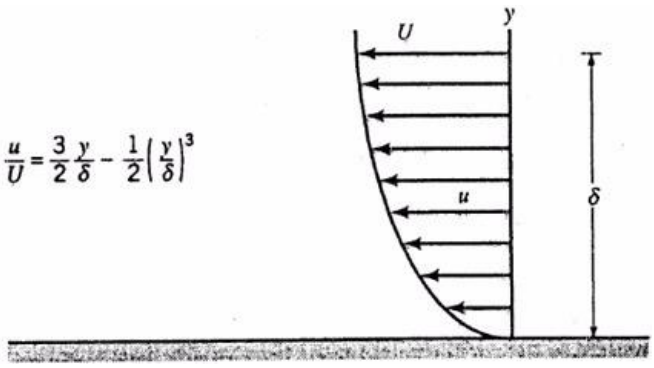
Na terceira situação-problema proposta, os grupos apresentaram um grau menor de dificuldades para interpretar, necessitando de alguma mediação da professora/pesquisadora. No segundo momento, com o auxílio de pesquisas realizadas em livros de Cálculo e em *sites* da internet, conseguiram apresentar uma solução.

Apresenta-se, na Figura 97, a terceira situação-problema.

Figura 97 - Atividade de Aplicações de Derivadas

Um fluido newtoniano (μ = 0,368 kg/m.s) escoa sobre uma superfície imóvel. O perfil de velocidade μ deste escoamento está mostrando na figura. Determine a tensão de cisalhamento que atua sobre a placa. Expresse a resposta em função de U e δ.

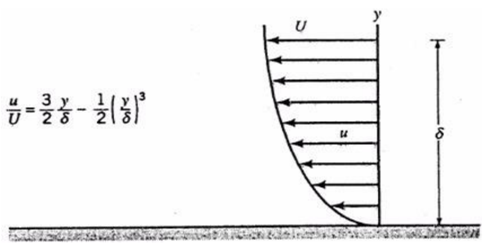
OBS: Formula da tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$



Fonte: Adaptado de Resistência dos Matérias pelos Professores.

O problema fornece as seguintes informações:

a) Fórmula do perfil de velocidade μ deste escoamento está mostrada na figura.



b) Fluido newtoniano μ = 0,368 kg/m.s

c) Fórmula da tensão $\tau = \mu \frac{\mathrm{du}}{\mathrm{dy}}$

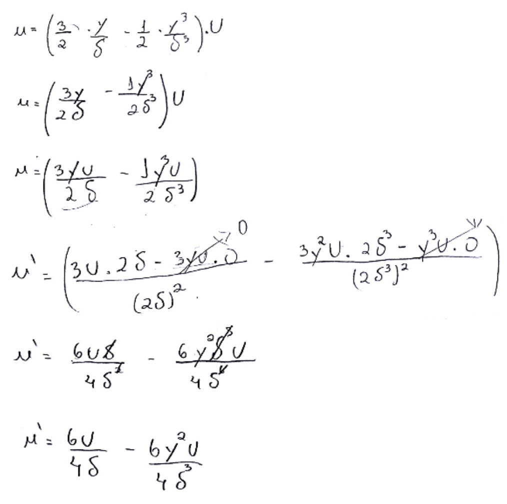
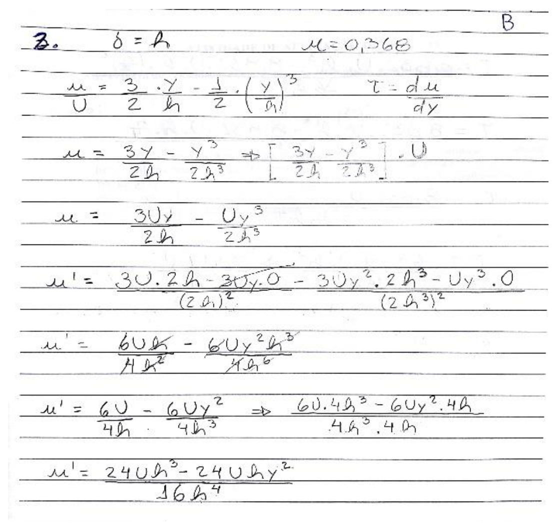
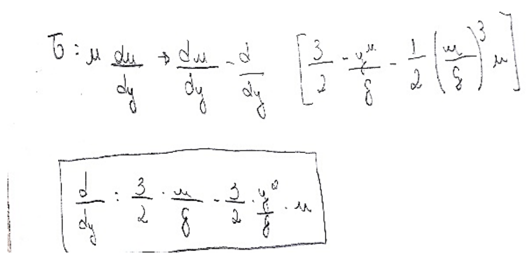
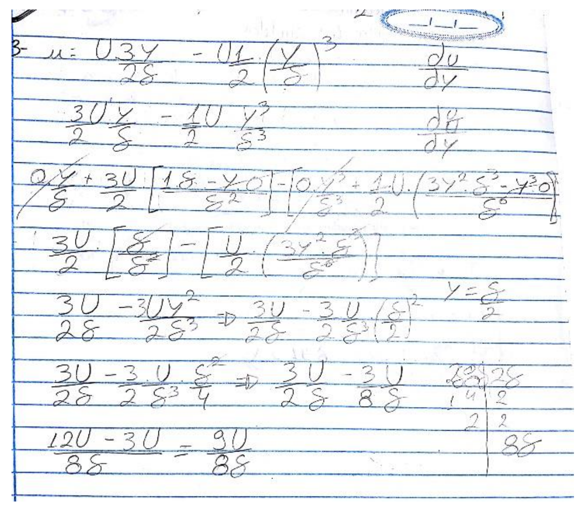
O problema solicita para determinar a tensão de cisalhamento que atua sobre a placa. Expresse a resposta em função de U e δ.

Apresenta-se a análise desta atividade de acordo com a resolução dos grupos de estudantes participantes do experimento.

Em relação à pergunta 1: Como o grupo pensou inicialmente para resolver a atividade proposta? O que muda? A respeito do que muda?

Os grupos A, B, C e D organizaram a fórmula na folha de cálculo, isolando a constante μ. Após a organização, calcularam a derivada em função da variável y, utilizando a regra do quociente e potência, conforme Figura 98.

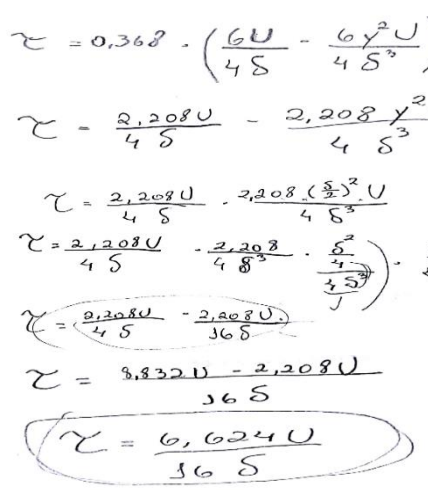
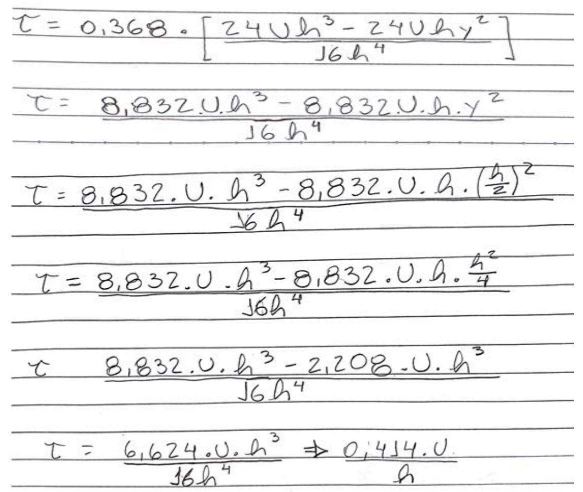
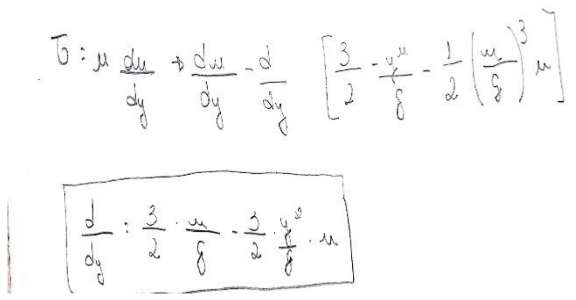
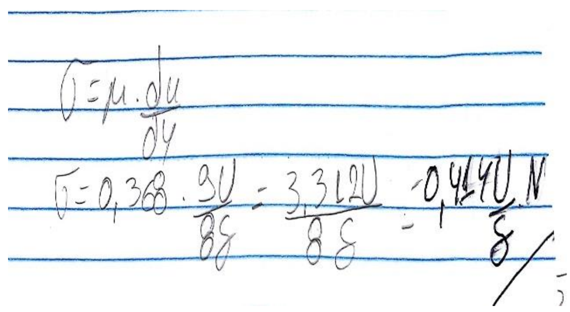
Figura 98 - Resolução da atividade 3

Grupo A	Grupo B
	
Grupo C	**Grupo D**
	

Fonte: produção dos alunos.

Os grupos A, B, C, e D, após calcularem a derivada, substituíram na fórmula da tensão de cisalhamento os dados fornecidos pelo problema e cálculo da derivada para calcular o que o problema solicitava, conforme Figura 99.

Figura 99 - Resolução da atividade 3

Grupo A	Grupo B
	
Grupo C	Grupo D
	

Fonte: produção dos alunos.

Referente à pergunta 2: Qual o plano de ação adotado para a resolução da atividade? Como isso muda?

Os grupos A, B, C e D identificaram que seria necessário isolar a variável μ na fórmula e realizar a derivada na fórmula em função da variável y, utilizando as regras da potência e quociente, consequentemente, calcularam a tensão de cisalhamento $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ solicitada pelo problema, expressa em função de U e δ.

Em relação à pergunta 3: Como foi o processo de aprendizagem do grupo? Quanto isso muda?

Os grupos A, B, C e D, no primeiro momento apresentaram algumas dificuldades na interpretação, compreender o que o problema estava solicitando para calcular. Com o auxílio da professora/pesquisadora, livros, busca na internet, conseguiram encontrar um caminho para a resolução.

Todos os integrantes do grupo participavam e discutiam em como resolver.

Os grupos A, B, e D descrevem na folha de cálculo as dificuldades que encontraram para resolver a terceira situação-problema, conforme Figura 100.

Figura 100 - Dificuldades que os alunos descrevem

Grupo A

Dificuldades = Interpretação da questão, uso da matemática básica e na aplicação de derivada.

Grupo B

DIFICULDADES 3: trabalhar com 3 incógnitas dificultou um pouco o desenvolvimento da questão, mas fizemos todos os cálculos e compreendemos a lógica da questão, só tinhamos um erro de matemática básica no fim, alterando o desfecho da conta.

Grupo D

Dificuldades encontradas
Interpretacções dos questões
Na questão 3 entender o por que encontravamos 2 variaveis em seu resultado

Fonte: produção dos alunos.

Os grupos descrevem algumas de suas dificuldades na resolução. De acordo com os comentários, o grupo A pontua dificuldades na interpretação e no uso da matemática básica. O grupo B descreve as dificuldades em trabalhar com três variáveis na mesma fórmula e na matemática básica e o grupo D pontua dificuldades na interpretação.

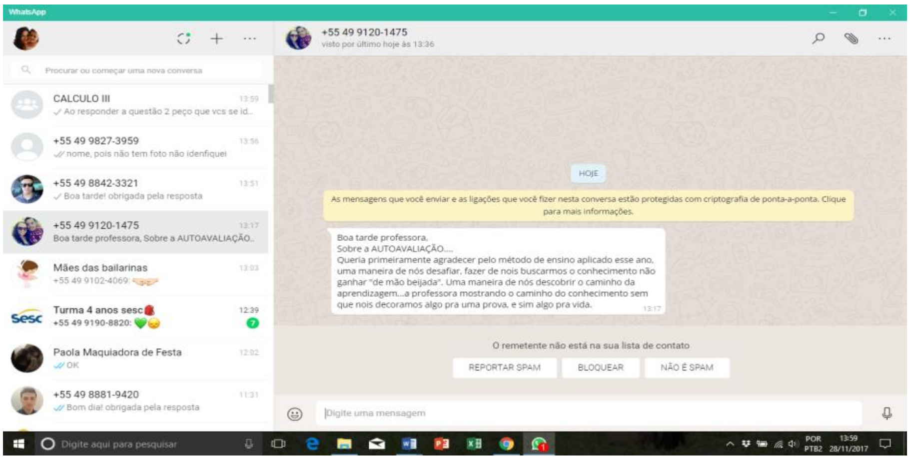
Ao término da aplicação do experimento, os alunos realizaram uma autoavaliação, sobre a forma de ensino utilizada pela professora/pesquisadora. Os alunos encaminharam a autoavaliação por e-mail e pelo WhatsApp da professora. Na Figura 101 seguem os textos/relatos dos alunos envolvidos na pesquisa.

Figura 101 - Autoavaliação dos alunos

Aluno A

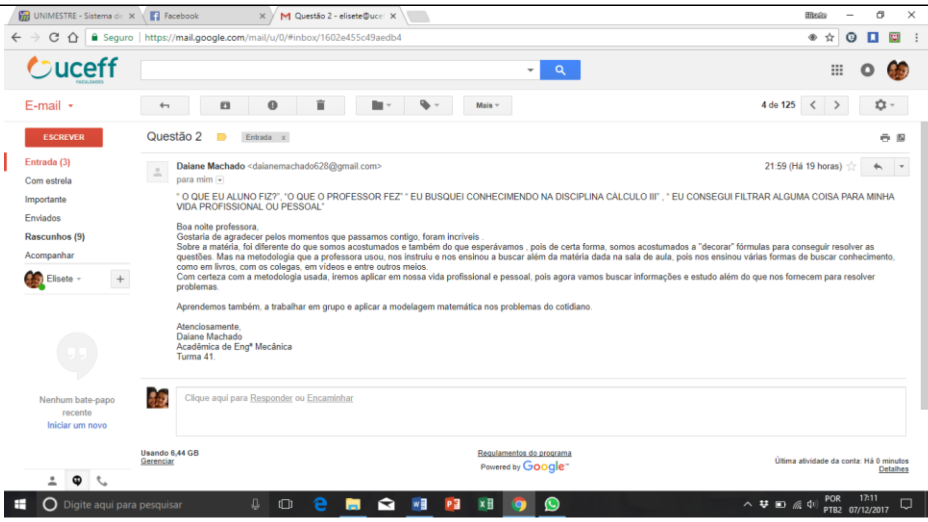
Transcrição: Bom professora, respondendo a questão 2 da prova. Quero que saiba que eu como aluno nunca fui o melhor, muitas vezes disperso e sem dar o devido interesse. Muitas vezes não me empenhei o suficiente na resolução de cálculos e problemas. Mas quero que saiba que, apesar de nem sempre saber as respostas, sua matéria despertou em mim a curiosidade, desconfiança, formação de opinião própria, e vontade de mudar, não aceitando tudo como verdade, isso pessoal e profissionalmente, bem como em outras matérias na própria faculdade. Só tenho a te agradecer, meu muito obrigado!

Aluno B



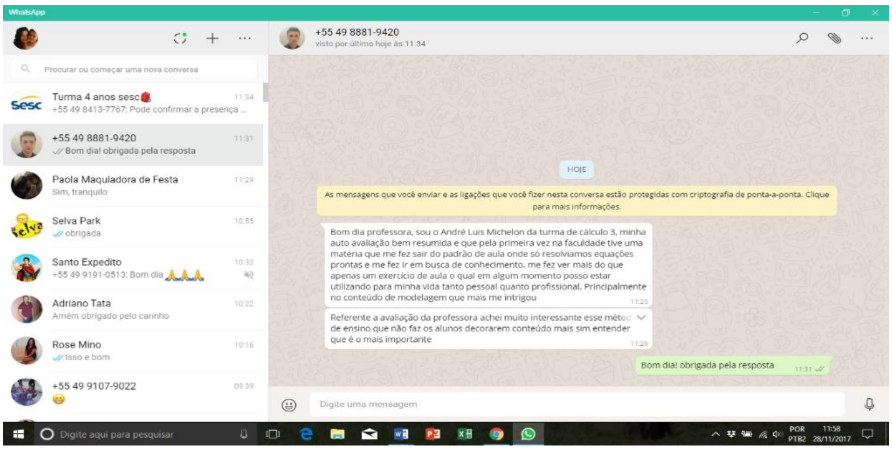
Transcrição:
[13:17, 28/11/2017] +55 49 9120-1475: Boa tarde professora,
Sobre a AUTOAVALIAÇÃO....
Queria primeiramente agradecer pelo método de ensino aplicado esse ano, uma maneira de nós desafiar, fazer de nós buscarmos o conhecimento não ganhar "de mão beijada". Uma maneira de nós descobrir o caminho da aprendizagem...a professora mostrando o caminho do conhecimento sem que nós decoramos algo pra uma prova, e sim algo pra vida.

Aluno C



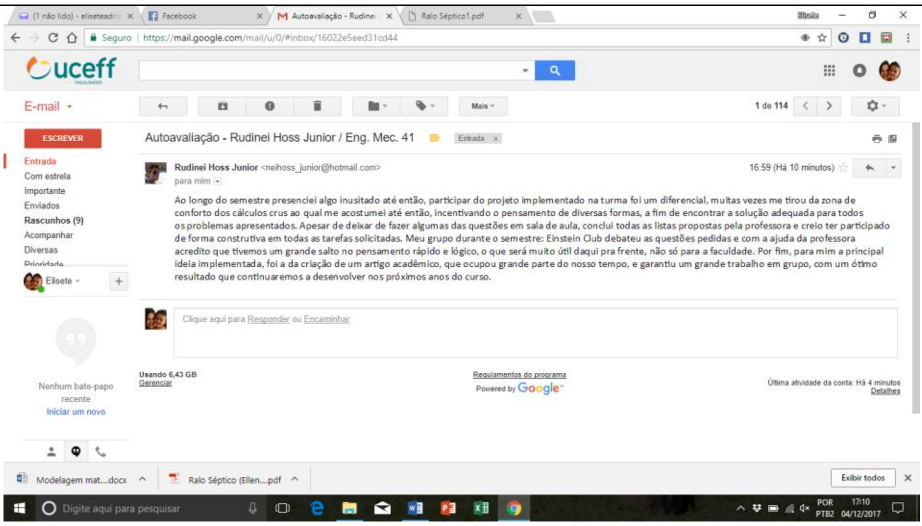
Transcrição:
Boa noite professora,
Gostaria de agradecer pelos momentos que passamos contigo, foram incríveis.
Sobre a matéria, foi diferente do que somos acostumados e também do que esperávamos, pois de certa forma, somos acostumados a "decorar" fórmulas para conseguir resolver as questões. Mas na metodologia que a professora usou, nos instruiu e nos ensinou a buscar além da matéria dada na sala de aula, pois nos ensinou várias formas de buscar conhecimento, como em livros, com os colegas, em vídeos e entre outros meios.
Com certeza com a metodologia usada, iremos aplicar em nossa vida profissional e pessoal, pois agora vamos buscar informações e estudo além do que nos fornecem para resolver problemas.
Aprendemos também, a trabalhar em grupo e aplicar a modelagem matemática nos problemas do cotidiano.

Aluno D



Transcrição:
[11:25, 28/11/2017] +55 49 8881-9420:
Bom dia professora, sou aluno da turma de cálculo, minha auto avaliação bem resumida e que pela primeira vez na faculdade tive uma matéria que me fez sair do padrão de aula, onde só resolvíamos equações prontas e me fez ir em busca de conhecimento, me fez ver mais do que apenas um exercício de aula o qual em algum momento posso estar utilizando para minha vida tanto pessoal quanto profissional. Principalmente no conteúdo de modelagem que mais me intrigou.
Referente a avaliação da professora achei muito interessante esse método de ensino que não faz os alunos decorarem conteúdo mais sim entender que é o mais importante.

Aluno D



Transcrição:
Ao longo do semestre presenciei algo inusitado até então, participar do projeto implementado na turma foi um diferencial, muitas vezes me tirou da zona de conforto dos cálculos crus ao qual me acostumei até então, incentivando o pensamento de diversas formas, a fim de encontrar a solução adequada para todos os problemas apresentados. Apesar de deixar de fazer algumas das questões em sala de aula, conclui todas as listas propostas pela professora e creio ter participado de forma construtiva em todas as tarefas solicitadas. Meu grupo durante o semestre: Einstein Club debateu as questões pedidas e com a ajuda da professora acredito que tivemos um grande salto no pensamento rápido e lógico, o que será muito útil daqui pra frente, não só para a faculdade.

Fonte: resposta dos alunos.

De acordo com as respostas dos alunos na autoavaliação, pôde-se concluir que a forma de trabalhar na visão da teoria *Socioepistemológica*, utilizando aula estendida, resulta em aprendizagem mais significativa para o aluno de engenharia. Também se ressalta que muda a rotina da sala de aula de Cálculo, muda o discurso matemático vigente, pois o professor é um orientador dos trabalhos e os alunos passam a ser agentes do seu aprender. O professor pode mudar o discurso escolar quando não apresenta o conteúdo e sim orienta as dúvidas e realiza questionamentos nos planos de trabalhos dos estudantes, também, orienta quando estes estão apresentando as soluções encontradas para o grande grupo.

Entende-se que o usual nas aulas de Cálculo é o professor apresentar o conteúdo, dar exemplos e depois solicitar uma listagem de atividades que depois são resolvidas pelo professor. Da forma como foi desenvolvida as aulas do experimento os estudantes recebem as atividades e buscaram a solução em grupos de trabalho, com leituras e pesquisas na internet e nos livros de Cálculo, solicitando auxílio da professora quando necessário, mas, importante são as discussões e reflexões realizadas no trabalho em grupo. Também, o conteúdo vai sendo revisitado e aprofundado durante a resolução das atividades quando necessário, os estudantes vão buscando apropriar-se dos conceitos através da resolução de atividades práticas integrados ao seu futuro fazer profissional.

Entende-se que a principal dificuldade para aulas com este fazer metodológico é encontrar atividades que estejam integradas ao fazer profissional dos estudantes, neste caso, atividades práticas para engenheiros.

As principais dificuldades encontradas pela pesquisadora, na realização da pesquisa foram nas análises dos dados, pois deveriam estar com o enfoque da teoria S*ocioepistemológica.*

Observa-se, também, que foi difícil para os estudantes, participantes do experimento, entenderem o processo de uma aula estendida, pois não estavam acostumados a serem agentes ativos no processo de aprendizagem, porém, com o andamento das atividades começaram a trabalhar de forma coletiva, trocando saberes, conseguindo expor suas ideias e a resolução encontrada em grande grupo e através das discussões encontrarem o melhor caminho de resolução.

Salienta-se, também, que uma das dificuldades está no planejamento didático do professor de Matemática com essa metodologia de aula estendida, pois deve-se buscar atividades práticas de situações do futuro profissional de Engenharia e sair do planejamento tradicional, com o uso de atividades do livro didático.

CONCLUSÃO

Para apresentar os resultados da pesquisa, retoma-se a questão norteadora: Como a teoria *Socioepistemológica* contribui para a mudança do Discurso Matemático Escolar na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral?

Para abordar os conteúdos de Derivadas e suas Aplicações no curso de Engenharia, foi realizada uma busca de pesquisas no banco de dados da CAPES e SIPEM, buscando verificar se existem trabalhos realizados com a temática investigada nesta tese. Essa ação foi importante para a compreensão do objeto em estudo, bem como para seus desdobramentos, evidenciando, a importância da pesquisa.

No segundo momento foi estudado a teoria da *Socioepistemologia* e quais aspectos seriam importantes para realização da investigação. Foi identificado que o conceito de aula estendida e do discurso matemática vigente em sala de aula seriam pontos importantes a serem abordados na tese.

A investigação da teoria *Socioepistemológica* permitiu a compreensão do Discurso Matemático Escolar na disciplina de Cálculo Diferencia e Integral, levando ao entendimento da necessidade da mudança desse discurso para a formação profissional dos estudantes dos cursos de Engenharia, buscando mostrar possíveis formas de demonstrar os conteúdos de aplicação de derivadas contextualizados para o desenvolvimento do Pensamento e Linguagem Variacional.

A busca da teoria *Socioepistemológica* para a seleção de temas a serem estudados nesta pesquisa possibilitou a reflexão sobre a importância de elaborar propostas metodológicas as quais viabilizem, aos estudantes, a construção de um conhecimento matemático que lhes permitam relacionar as teorias a sua aplicabilidade na vida em sociedade e no sua profissão, com o objetivo de formar indivíduos ativos e comprometidos com a comunidade em que estão inseridos, buscando torna-los profissionais com as competências necessárias ao desenvolvimento profissional.

Tendo em vista o objetivo geral desta pesquisa, investigar como mudar o Discurso Matemático Escolar utilizar o conceito de aula estendida nas aulas de Cálculo com a temática Derivadas e suas Aplicações em um curso de Engenharia da instituição UCEFF Faculdades, em Chapecó, Santa Catarina, considerou-se necessário apresentar uma proposta metodológica com uma sequência de atividades envolvendo as temáticas sugeridas, com situações práticas investigadas em livros didáticos e com engenheiros que já atuam profissionalmente. Para tanto, este trabalho apresentou uma sequência de atividades envolvendo a temática Derivadas e suas

Aplicações no curso de Engenharia Mecânica, com 5 aulas de 4 horas, totalizando 20 horas aulas, com 16 situações problemas.

Por meio da busca de subsídios, identificaram-se os temas abordados, nos Livros e artigos sobre a teoria *Socioepistemológica*, na pesquisa dos Projeto Político Pedagógico dos cursos de engenharias na instituição UCEFF Faculdades, onde foi aplicado o experimento. Ainda, cabe mencionar que na entrevista realizada com os docentes na instituição UCEFF Faculdades, pode-se perceber como alguns docentes trabalham os conteúdos de Derivadas e suas Aplicações, utilizando o discurso matemático escolar dos livros didáticos. No entanto, buscar subsídios auxiliou na elaboração da pesquisa, na sequência de atividades referente ao tema de estudo, aliados aos conteúdos Derivadas e suas Aplicações no curso de Engenharia, para contextualizar ou relacionar teoria e prática nessa área de ensino.

Essa etapa da investigação oportunizou a identificação da importância do tema a ser abordado, no Ensino Superior, nos cursos de engenharias. A partir dos dados obtidos, elaborou-se uma sequência de atividades na perspectiva da teoria *socioespistemológica*, utilizando aula estendida para aplicar o tema de estudo, apontando interesse nas áreas de Engenharias, visando à formação dos estudantes. Para tanto, indicaram-se possibilidades metodológicas para o desenvolvimento do trabalho com temática de estudo, visando uma prática educativa que oportunize relacionar temas contextualizados aos conteúdos de Derivadas e suas Aplicações.

A sequência de atividades propostas é uma possibilidade de ensinar de forma contextualizada, pois sua elaboração baseia-se num processo de atividades relacionando teoria e prática, no qual o professor pode aperfeiçoá-lo, à medida que se apropria do perfil dos estudantes que pretende formar.

Entende-se que a temática Derivadas e suas Aplicações permitiu que os alunos relacionassem o tema de estudo com situações práticas relacionadas com sua área de formação. Também exploraram os conceitos utilizando recursos de livros, pesquisa na internet, folha de cálculo para resolução das situações problemas. Quanto à aplicação do tema Derivadas e suas Aplicações, entende-se que os conceitos de Derivadas ficaram mais evidentes para o aluno. Porém, possibilitou aos alunos a avaliarem esses conceitos referente a sua formação profissional, bem como, percebeu-se que foi possível desenvolver as competências de análise, trabalho em grupo, competências de previsão, transformação, aproximação, modelagem gráfica, acumulação, estado permanente, analiticidade e variação, visando à construção de noções matemáticas em campos fenomenológicos ligados à engenharia, importantes para formação profissional.

Para a elaboração da sequência de atividades, foram encontradas dificuldades em selecionar situações-problema contextualizadas envolvendo a área de formação, que envolvessem os alunos na sua resolução.

Os resultados da aplicação da sequência de atividades utilizando a teoria *Socioespistemológica*, aula estendida, indicam que o trabalho com temáticas de estudo pode ser viável na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia do Ensino Superior, no qual o professor pode escolher um rol de atividades envolvendo uma ou várias temáticas para desenvolver os conteúdos matemáticos.

De acordo com os comentários dos alunos feito durante aplicação do experimento, na autoavaliação descritiva, pôde-se perceber que a forma de trabalhar os conteúdos de Derivadas e suas aplicações na visão da teoria S*ocioepistemológica*, utilizando aula estendida, resulta em aprendizagem significativa para o aluno de Engenharia. Neste sentido, houve uma mudança no discurso matemático escolar, mudando a forma de ensinar, proporcionando ao docente e discente um novo olhar para o ensinar a temática de pesquisa.

Ressalta-se, também, que o desenvolvimento dos conteúdos Derivadas e suas Aplicações relacionados a temas contextualizados na área profissional, tendo por base a teoria So*cioespistemológica*, pode auxiliar o docente no planejamento de atividades didáticas que busquem potencializar o ensino de cálculo nos cursos de Engenharias. É importante frisar que a pesquisa indicada está aberta a novos temas e novas propostas metodológicas. Buscou-se elencar uma possibilidade de ensinar com recursos didáticos importantes para o estudante e possibilidades metodológicas para o desenvolvimento de conteúdos da disciplina de Cálculo Diferencial Integral que possibilitem a formação do profissional desejado para o mercado de trabalho.

Nesse sentido, com base na fundamentação teórica investigada, considera-se que esta pesquisa contribui para o ensino de Derivadas e suas Aplicações nos cursos de Engenharia, pois apresenta uma forma de ensinar que podem ser desenvolvidas no ensino de cálculo, inspiradas na teoria S*ocioespistemológica*, que podem fornecer subsídios para a construção de conceitos visando sua formação profissional, indicando caminhos para o trabalho com temática de estudo, que é uma sugestão, diferente da tradicional listagem de conteúdos, para se apresentar o conceito de Derivadas e suas Aplicações aos estudantes, podendo propiciar a discussão de assuntos relevantes.

Percebe-se que o estudo Derivadas e suas Aplicações nos cursos de Engenharia, pode ser ampliado, por meio de pesquisas futuras que investiguem: como o professor, pode trabalhar esses conteúdos relacionados a prática de formação profissional, considerando os planos de estudo estabelecidos pela instituição e a formação esperada do estudante egresso; quais os metodologias podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, vislumbrando suas possibilidades e limitações; o desenvolvimento de sequência de atividades envolvendo temáticas para serem tratados em sala de aula.

Os resultados desta investigação resultaram nos seguintes trabalhos:

1. Artigo publicado nos anais do CUREM 7 (Congresso Uruguaio de Educação Matemática), com o título: Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharia na Perspectiva S*ocioespistemológica*.
2. Artigo publicado nos anais do VII CIEM (Congresso Internacional de Ensino de Matemática), com o título: Aplicações de Derivadas na Perspectiva S*ocioespistemológica*.
3. Artigo encaminhado à revista Vidya, em avaliação, com o título: Derivadas na Perspectiva da *Socioepistemologia*: Uma Experiência em um Curso de Engenharia.

Entende-se que futuras pesquisas podem ser realizadas ampliando a sequência de atividades realizando outros experimentos com alunos de cursos de engenharia.

Finalizando agradeço a CAPES pela bolsa taxa de doutorado sem a qual não seria possível a realização desta pesquisa.

Também, agradeço ao professor Ricardo Cantoral Uriza pelo período de estudos realizado na CINVESTAV que auxiliou na compreensão da teoria e nas análises realizadas.

REFERÊNCIAS

ABALOS, G. B.; ORDÓÑEZ A. El comportamiento periódico en la relación de una función y sus derivadas: significados a partir de la variación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Ciudad do México, v. 12, p. 7-28, febrero 2009.

ALVES-MAZZOTTI, A. Parte II – O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWAMDSZNADJDER, F. *O método nas ciências naturais e sociais*: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1998.

ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. *Cálculo*. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, v. 1, 2007.

ARRIETA, V. J., DÍAZ M. L. Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología, Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, vol. 18, nº. 1, p.19-48, 2015.

ARTIGUE, M. *L'evolution des problematiques en Didactique de l'Analyse*. Recherches en Didactique des Mathématiques. vol. 18 /2, La Pensée Sauvage, Grenoble, 1998.

BÁEZ, A. M., MARTÍNEZ-LÓPEZ, Y., PÉREZ, O. L.; PÉREZ, R. Propuesta de Tareas para el Desarrollo del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Ingeniería Formación Universitaria, Centro de Información Tecnológica, La Serena, Chile, vol. 10, nº 3, p. 93-105, 2017.

BARBOSA, M. A. *O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral*. Dissertação (Mestrado em Educação)–Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.

BUENDIA, G. A. Articulando el saber matemático a través de prácticas sociales. El caso de lo periódico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, RELIME, v. 13, n. 4, p. 11-28, abr./jan. 2010.

BAKER, D.; STREET, B.; TOMLIN, A. Mathematics as social: Understanding relationships between home and school numeracy practices. *For the Learning of Mathematics*, v. 23, p. 11-15, 2003.

BELTRÁN, S. El papel de la modelación en el desarrollo del pensamiento funcional trigonométrico en estudiantes del nivel medio superior. Tesis de maestría. CICATA del IPN, Ciudad de México-México, 2013.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 99-112, 2004.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Características da investigação qualitativa. In: *Investigação qualitativa em educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, p. 47-51, 1994.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. *A resolução de problemas na matemática escolar*. Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, p. 32-48, 1997.

CABALLERO, M. P.; CANTORAL, U. R. Una caracterización de los elementos del Pensamiento y Lenguaje Variacional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, v. 26, p. 1007-1015, Coacalco, Estado de México, 2013.

CABALLERO, M. P.; MORENO, G. D. Diseño de una situación de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Ciudad do México, v. 30, n. 04, p. 1066-1074, ago. 2017.

CABEZA, C., MENDOZA, M. Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Cálculo Inicial, DOI: 10.4067/S0718-50062016000600003, Formación Universitaria, vol. 9, nº. 6, p.13-26, 2016.

CANTORAL, U. R. *Desequilibrio y equilibración. Categorías relativas a la apropiación de una base de significados propia del pensamiento físico para conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de funciones analíticas*. Tesis de Doctorado en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa del Cinvestav, IPN, México, 1990.

CANTORAL, U. R. Matemática, Matemática Escolar y Matemática Educativa. In: FARFÁN, R. (Ed.). *Memorias de la Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*. Ciudad de México, p. 1-10, julho 1995.

CANTORAL, U. R.; FARFÁN, R. M. Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", Ciudad do México, v. 42, p. 353-372, 1998.

CANTORAL, U. R. et al. Situaciones de cambio, pensamiento y lenguaje variacional. Garza (Ed.) *Desarrollo del Pensamiento Matemático*, México, p. 185-203, 2000.

CANTORAL, U. R.; MOLINA, J. G.; SÁNCHEZ, M. Socioepistemología de la Predicción. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Ciudad do México, v. 18, p. 463-468, 2005.

CANTORAL, U. R. et al. Socioepistemologia y representación: algunos ejemplos. *Relime*, número especial, p. 83-102, 2006.

CANTORAL, U. R. *Fundamentos y Métodos de la Socioepistemología.* 1º Simpósio en Matemática Educativa, CICATA del IPN, Ciudad de México, D.F, México, 2011.

CANTORAL, U. R. Teoría Sociepistemológica de la Matemática Educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento. 3. ed. Barcelona Espanha: Editorial Gedisa, S.A., 2013.

CANTORAL, U. R.; REYES, G. D.; MONTIEL, G. Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Colombia, v. 7, p. 91-116, outubro 2014. E-ISSN: 2011-5474.

CATAPANI, E. C. Cálculo em serviço: um estudo exploratório. *Bolema*, Rio Claro, ano 14, n. 16, p. 48-62, 2001.

CNE. Resolução CNE/CES 11/2002. *Diário Oficial da União*, Brasília, 2002.

CORDERO, F. *Cognición de la integral y la construcción de sus significados*: un estudio del Discurso Matemático Escolar. (Tesis Doctoral). Cinvestav, Ciudad de México-México, 1994.

CRESPO, C. *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología*. (Tesis de Doctorado). CICATA del IPN, Ciudad de México-México, 2007.

DE LAS FUENTES, M., ARCOS, J. L. y NAVARRO, C. R. Impacto en las Competencias Matemáticas de los Estudiantes de Ecuaciones Diferenciales a Partir de una Estrategia Didáctica que Incorpora la Calculadora, DOI: 10.4067/S0718-50062010000300005, Formación Universitaria, vol. 3, nº. 3, p. 33-44, 2010.

DINIZ, Geraldo L. História da Derivada. 2006. Disponível em: . Acesso em: 05/08/2015.

ESPINOSA, G. M. Construcción social de la función trigonométrica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, v. 19, México. p-818-823, 2006.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Unicamp, 2002.

FACHIN, O. *Fundamentos de metodologia*. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

FARFÁN, R. M. Construcción de la noción de convergencia en ámbitos fenomenológicos vinculados a la ingeniería. Estudio de caso (Tesis de Doctorado). Cinvestav, Ciudad de México-México, 1993.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. *Cálculo A*: Funções, Limite, Derivação e Integração. 6. ed. rev. e ampl. São Paulo: Prentice Hall, 1992.

FONT, V., GODINO, J., GALLARDO, J. The emergence of objects from mathematical practices, Educational Studies in Mathematics, vol. 82, nº. 1, p. 97-124, 2013.

FRANCHI, A. *Compreensão das situações multiplicativas elementares*. 1995. Tese (Doutorado)–Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1995.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GIL, A. C. Método e técnicas de pesquisa social. 6ª. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2008.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de Administração de Empresas*, São Paulo, v. 35, n. 2, 1995.

GÓMEZ, G. R.; FLORES, J. G.; JIMÉNEZ, E. G. *Metodología de la investigación cualitativa*. Archidona, Málaga: Aljibe, 1996.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar*: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 7. ed. Rio de Janeiro: Record, 2003.

GONÇALVES, D. C. *Aplicações das Derivadas No Cálculo I*: Atividades Investigativas Utilizando O Geogebra. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática)– Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

GROENWALD, C. L. O. A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico. *Educação matemática em Revista* – SBEM – RS, n. 1, p. 23-30, 1999.

GROENWALD, C. L. O. *A metodologia resolução de problemas no ensino da Matemática*. Canoas: Ulbra, 2014.

GROENWALD, C. L. O; ZAT, A. D. Resolução de problemas matemáticos no "sexto ano" do ensino fundamental no município de Canoas. *REVEMAT*, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 455-456, 2016

IEZZI, G. et al. *Matemática*: Ciência e Aplicações. 2. ed. São Paulo: Atual, 2004. 3. v.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. A.; MACHADO, N. J. *Fundamentos de Matemática Elementar*. 5. ed. São Paulo: Atual, 1993. 8. v.

KENSKI, V. M. Aprendizagem mediada pela tecnologia. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 4, n. 10, p. 47-56, 2003.

KLEINER, I. History of the infinitely small and the infinitely large in calculus. Educational Studies in Mathematics, vol. 48, nº. (2-3), p. 137-174, 2001.

LEITHOLD, L. *O Cálculo com Geometria Analítica*. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994. v. 1.

LERMAN, S. The social turn in mathematics education research. In: BOALER, J. (Ed.). *Multiple perspectives on Mathematics Teaching and Learning*. USA: Ablex, Publishing, 2000. p. 19-44.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. *Pesquisa em Educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MALTA, G. H. S. *Grafos no Ensino Médio*: uma inserção possível. 2008.138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

MARTINEZ, G. Los Procesos e Convención Matemática Como Generadores de Conocimiento. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, v. 8, p. 195-218, Julio 2005.

MENDES, M. *Dificuldades no Ensino de Cálculo*. Dissertação (Mestrado)–Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 1994.

MEYER, J. F. C. A.; SOUZA, A. J. J. A utilização do computador no processo de ensinar–aprender Cálculo: A constituição de grupos de ensino com pesquisa no interior da universidade. *ZETETIKÉ*, CEMPEM, Campinas, v. 10, n. 17/18, p. 113-146, 2002.

MONTIEL, G. *Construcción de conocimiento trigonométrico*. Un estudio socioepistemológico. México: Ediciones Díaz de Santos, 2011

MONTIEL, G. *Desarrollo del pensamiento trigonométrico*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior de la Secretaría de Educación Pública, 2013.

MORENO, N., FONT, V., JUAN, R., La importancia de los diagramas en la resolución de problemas de cuerpos deformables en Mecánica: el caso de la fuerza de fricción, Revista chilena de ingeniería, vol. 24, nº. 1, p. 158-172, 2016.

ONUCHIC, L. L. R.; ZUFFI, E. M. O ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. *Revista Iberoamericana de matemática*, p. 79-97, 2007.

ORDOÑEZ, S., ALONSO, E. Razones, proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: una mirada desde la teoría antropológica de lo didáctico, Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, vol. 16, nº. 1, p. 65-97, 2013.

PARANHOS, M. M. *Geometria Dinâmica e o Cálculo Diferencial e Integral*. São Paulo: PUC-SP, 2009.

PATTON, M. G. Qualitative Research and Evaluation Methods, 3 ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2002.

RAMOS, V. V. Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em Matemática sobre derivada e suas aplicações. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

REYES, G. D. *Empoderiamiento docente y Socioepistemologia*: Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas. Barcelona España: Editorial Gedisa, S.A., 2013.

REYES, G. D. *La transversalidad de la proporcionalidad*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior. Secretaría de Educación Pública, 2013.

RUIZ, E. Diseño de estrategias de enseñanza para el concepto de variación en áreas de ingeniería, Innovación Educativa, vol. 9, nº.46, p. 27-39, 2009.

SILVA, C. H.; CORDERO, F. Matemática Educativa, identidad y Latinoamérica: el quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, v. 15, p. 295-318, 2012.

UCEFF, F. *Projeto Político Pedagógico do Curso de Engenharia Química*. Chapecó: UCEFF, 2014.

UCEFF, F. *Projeto Político Pedagógico do Curso de Engenharia Elétrica*. Chapecó: UCEFF, 2015.

UCEFF, F. *Plano de Desenvolvimento Institucional*. Chapecó: UCEFF, 2016-2020.

UCEFF, F. *Projeto Político Pedagógico do Curso de Engenharia Civil*. Chapecó: UCEFF, 2017.

UCEFF, F. *Projeto Político Pedagógico do Curso de Engenharia de Produção*. Chapecó: UCEFF, 2017.

UCEFF, F. *Projeto Político Pedagógico do Curso de Engenharia Mecânica*. Chapecó: UCEFF, 2017.

UCEFF, F. *Projeto Político Pedagógico do Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária*. Chapecó: UCEFF, 2017.

VILLELLA, J. *Ideas para enseñar... a través de problemas*. Montevideo: Espartaco, 2006.

VOSS, C.; TSIKRIKTSIS, N.; FROHLICH, M. Case research in operations management. International Journal Of Operations & Production Management, v. 22, n. 2, p. 195-219, 2002.

VYGOTSKY, L. S. *Mind in society*: The development of higher psychological processes. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

WEISZFLOG, W. (Ed.). *Michaelis*: moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1998.

WEISZFLOG, W. (Ed.). *Michaelis*: moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1998.

YIN, R. K. Estudo de caso: planejamento e métodos. 4ª ed. Tradução: Daniel Grassi. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZUIN, E. S. L. Cálculo: uma abordagem histórica. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. (Org.). *Educação Matemática*: a prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo. Belo Horizonte: FUMARC, 2001. p. 13-36.

https://www.dicio.com.br/reificacao/

ANEXOS

ANEXO A - PERÍODO DE ESTUDOS NA CINVESTAV, CIDADE DO MÉXICO, MÉXICO.

Cinvestav
Matemática
Educativa

Ciudad de México, a 21 de febrero de 2018.
Ref. RCU/DPDM/2018/25

A QUIEN CORRESPONDA
PRESENTE

Por este medio se informa que la estudiante de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática de la **Universidade Luterna Do Brasil (ULBRA) Elisete Adriana José Luiz** realizó una estancia de investigación en el Departamento de Matemática Educativa del 19 de enero al 21 de febrero de 2018 bajo mi dirección.

Atentamente

CantoralU.

Dr. RICARDO ARNOLDO CANTORAL URIZA
Investigador Titular "D" del Departamento de Matemática Educativa
Coordinador General de los Proyectos Cinvestav y Sep-Matedu/Docente
Investigador SNI III

Av. Instituto Politécnico Nacional #2508, Col. San Pedro Zacatenco, C.P. 07360, México, DF.
Tel. 5747 3817

APÊNDICES

APÊNDICE A – NÚMERO DO PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP.

ULBRA

UNIVERSIDADE LUTERANA
DO BRASIL - ULBRA/ RS

Plataforma Brasil

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

Pesquisador: ELISETE ADRIANA JOSE LUIZ

Área Temática:

Versão: 3

CAAE: 69492817.0.0000.5349

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL-COMUNIDADE EVANGELICA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 2.413.144

Apresentação do Projeto:

A pesquisa busca investigar maneiras de qualificar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações para cursos de Engenharia. A proposta é pesquisar o desenvolvimento de uma sequência didática eletrônica para estudantes do Ensino Superior, utilizando tecnologias da informação e comunicação. Os participantes da pesquisa são os professores de cálculo, pesquisador como professor titular da disciplina de Cálculo Diferencial e integral I e os alunos dos cursos de Engenharia, que estão cursando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Objetivo da Pesquisa:

Investigar uma sequência de atividades elaborada a partir das tecnologias da informação e comunicação para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharias com o enfoque da Socioepistemologia.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Adequados à proposta, conforme constante nos Termos de Consentimento Livre e Esclarecido.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Pesquisa relevante para a área do Ensino Superior de Engenharias.

Endereço: Av. Farroupilha, 8001 Prédio14- Sala 224
Bairro: São José **CEP:** 92.425-900
UF: RS **Município:** CANOAS
Telefone: (51)3477-9217 **Fax:** (51)3477-9239 **E-mail:** comitedeetica@ulbra.br

APÊNDICE B – CARTA DE APRESENTAÇÃO DA PESQUISA DE TESE DE DOUTORADO

À UNIDADE CENTRAL DE EDUCAÇÃO FAEM FACULDADES - UCEFF

Prezados Senhores

Esta pesquisa, **DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA**, será desenvolvida por meio da aplicação de questionário aos professores que ministran disiciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Estas informações estão sendo fornecidas para subsidiar sua participação voluntária neste estudo que visa Investigar como se procede o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações em cursos de Engenharia.

Em qualquer etapa do estudo, você terá acesso ao investigador para esclarecimento de eventuais dúvidas. Contato: **Elisete Adriana José Luiz**, telefone 84354686, endereço eletrônico: **eliseteadriana@yahoo.com.br.**

É garantida aos sujeitos de pesquisa a liberdade da retirada de consentimento e o abandono do estudo a qualquer momento.

As informações obtidas serão analisadas em conjunto com outros sujeitos da pesquisa, não sendo divulgada a identificação de nenhum participante. Fica assegurado, também, o direito de ser mantido atualizado sobre os resultados parciais da pesquisa, assim que esses resultados chegarem ao conhecimento do pesquisador.

Não há despesas pessoais para o participante em qualquer fase do estudo. Também não há compensação financeira relacionada à sua participação. Se existir qualquer despesa adicional, ela será absorvida pelo orçamento da pesquisa.

Comprometo-me, como pesquisador principal, a utilizar os dados e o material coletados somente para esta pesquisa.

Chapecó, 01 de julho de 2017.

____

Elisete Adriana José Luiz

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DA PESQUISA PARA TESE DE DOUTORADO PROFESSORES

Você está convidado(a) a participar da produção de dados da pesquisa "**DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA"**, sob responsabilidade da pesquisadora Elisete Adriana José Luiz e da orientadora Professora Profª. Dr.ª Claudia Lisete Oliveira Groenwald, vinculados ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil.

CONTEXTO DA PESQUISA

Essa proposta se articula a partir do entrelaçamento sobre o ensino de Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharias, utilizando as tecnologias da informação e comunicação na plataforma de ensino SIENA (Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem), utilizando-se da perspectiva da *Sócioepistemologia*. O objetivo desta pesquisa é investigar uma sequência de atividades, utilizando as tecnologias da informação e comunicação, para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharias no enfoque da *Sociepistemologia.*

Segundo Cantoral (2003), a *Socioepistemologia* é uma teoria que trata do conhecimento social, histórico e culturalmente situado, envolvendo os fenômenos de construção e difusão do conhecimento. Caracteriza-se por ser um estudo sistêmico do conhecimento em situações específicas e se interessa por enfatizar o papel da prática social na construção do conhecimento.

A problemática desta pesquisa tem como pano de fundo investigar como qualificar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações para cursos de Engenharia. A proposta é investigar o desenvolvimento de uma sequência didática eletrônica, para estudantes do Ensino Superior, utilizando tecnologias da informação e comunicação e referenciado na teoria da Socioepistemologia.

Esta pesquisa se descortina a partir do pesquisador e alunos de cursos de Engenharia cursando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, na perspectiva de buscar qualificar a aprendizagem sobre o conceito de Derivadas e suas Aplicações.

Propõe-se a seguinte questão central para esta investigação: **Como desenvolver o processo de ensino e aprendizagem de Derivadas e suas Aplicações segundo a teoria da *Socioepistemologia*?**

DESCONFORTOS, RISCOS E BENEFÍCIOS

Os professores que irão participar da pesquisa, respondendo um questionário, quanto aos desconfortos e riscos considera-se que são mínimos ou inexistentes para os participantes.

FORMA DE ACOMPANHAMENTO

Os professores vão receber os questionários pelo pesquisador, terão um tempo para responder, possibilitando assim a participação de todos. Caso precisar de esclarecimento pode entrar em contato com pesquisador por telefone ou e-mail.

GARANTIA DE ESCLARECIMENTO, LIBERDADE DE RECUSA E GARANTIA DE SIGILO

Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer aspecto que desejar. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios. O pesquisador irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo.

Os resultados serão enviados a você e permanecerão confidenciais. Seu nome ou o material que indique a sua participação não será liberado sem a sua permissão. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo. Uma cópia deste consentimento informado será arquivada pelo pesquisador e pelo professor orientador, telefone (51) 3477 4000, ULBRA Canoas, Avenida Farroupilha, 8001, Bairro São José, Canoas, PPGECIM, Prédio 14, Sala 338, responsáveis pela pesquisa e outra será fornecida a você.

CUSTOS DA PARTICPAÇÃO, RESSARCIMENTO E INDENIZAÇÃO POR EVENTUAIS DANOS

A participação no estudo não acarretará custos para você e não será disponível nenhuma compensação financeira adicional

APÊNDICE D – DECLARAÇÃO DO PARTICIPANTE PROFESSOR

Eu ____ fui informado(a) dos objetivos da pesquisa acima de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que em qualquer momento poderei solicitar novas informações e mudar minha decisão se assim o desejar. A pesquisadora Elisete Adriana José Luiz certificou-me de que todos os dados serão confidenciais.

Sei também que caso existam gastos adicionais, estes serão absorvidos pelo orçamento da pesquisa. Em caso de haver dúvidas poderei contatar o professor Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pelo telefone (51) 3477 4000 e a pesquisadora Elisete Adriana José Luiz, pelo telefone (49) 84354686. Declaro que concordo em participar do estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

____

ASSINATURA DO(A) PROFESSOR(A) Data

____

ASSINATURA DO PESQUISADOR Data

APÊNDICE E – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DA PESQUISA PARA TESE DE DOUTORADO ALUNO

Você está convidado(a) a participar da produção de dados da pesquisa "**DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA"**, sob responsabilidade da pesquisadora Elisete Adriana José Luiz e da orientadora Professora Profª. Dr.ª Claudia Lisete Oliveira Groenwald, vinculados ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil.

CONTEXTO DA PESQUISA

Essa proposta se articula a partir do entrelaçamento sobre o ensino de Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharias, utilizando as tecnologias da informação e comunicação na plataforma de ensino SIENA (Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem), utilizando-se da perspectiva da *Sócioepistemologia*. O objetivo desta pesquisa é investigar uma sequência de atividades, utilizando as tecnologias da informação e comunicação, para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações em Cursos de Engenharias no enfoque da *Sociepistemologia.*

Segundo Cantoral (2003), a *Socioepistemologia* é uma teoria que trata do conhecimento social, histórico e culturalmente situado, envolvendo os fenômenos de construção e difusão do conhecimento. Caracteriza-se por ser um estudo sistêmico do conhecimento em situações específicas e se interessa por enfatizar o papel da prática social na construção do conhecimento.

A problemática desta pesquisa tem como pano de fundo investigar como qualificar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações para cursos de Engenharia. A proposta é investigar o desenvolvimento de uma sequência didática eletrônica, para estudantes do Ensino Superior, utilizando tecnologias da informação e comunicação e referenciado na teoria da Socioepistemologia.

Esta pesquisa se descortina a partir do pesquisador e alunos de cursos de Engenharia cursando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, na perspectiva de buscar qualificar a aprendizagem sobre o conceito de Derivadas e suas Aplicações.

Propõe-se a seguinte questão central para esta investigação: **Como desenvolver o processo de ensino e aprendizagem de Derivadas e suas Aplicações segundo a teoria da *Socioepistemologia*?**

DESCONFORTOS, RISCOS E BENEFÍCIOS

Os alunos que irão participar da pesquisa, quanto aos desconfortos e riscos considera-se que são mínimos ou inexistentes para os participantes. Poderá ter algum desconforto os alunos, devido ter filmagem durante a aplicação da pesquisa, mas o mesmo, será informado e vai assinar o termo de consentimento de livre, autorizando o uso de imagem, áudio para transcrição de dados e apresentação.

FORMA DE ACOMPANHAMENTO

Os alunos vão participar da pesquisa, que será durante a aula na disciplina de cálculo Diferencial e Integral I, no conteúdo de Derivadas e suas Aplicações, através de uma sequência didática eletrônica. A pesquisadora (professora titular da disciplina) vai acompanhar, auxiliar em todo o processo de aplicação da pesquisa.

GARANTIA DE ESCLARECIMENTO, LIBERDADE DE RECUSA E GARANTIA DE SIGILO

Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer aspecto que desejar. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios. O pesquisador irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo.

Os resultados serão enviados a você e permanecerão confidenciais. Seu nome ou o material que indique a sua participação não será liberado sem a sua permissão. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo. Uma cópia deste consentimento informado será arquivada pelo pesquisador e pelo professor orientador, telefone (51) 3477 4000, ULBRA Canoas, Avenida Farroupilha, 8001, Bairro São José, Canoas, PPGECIM, Prédio 14, Sala 338, responsáveis pela pesquisa e outra será fornecida a você.

CUSTOS DA PARTICPAÇÃO, RESSARCIMENTO E INDENIZAÇÃO POR EVENTUAIS DANOS

A participação no estudo não acarretará custos para você e não será disponível nenhuma compensação financeira adicional.

APÊNDICE F – DECLARAÇÃO DO PARTICIPANTE ALUNO

Eu ____ fui informado(a) dos objetivos da pesquisa acima de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que em qualquer momento poderei solicitar novas informações e mudar minha decisão se assim o desejar. A pesquisadora/ professora titular da disciplina Elisete Adriana José Luiz certificou-me de que todos os dados serão confidenciais.

Sei também que caso existam gastos adicionais, estes serão absorvidos pelo orçamento da pesquisa. Em caso de haver dúvidas poderei contatar o professor Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pelo telefone (51) 3477 4000 e a pesquisadora Elisete Adriana José Luiz, pelo telefone (49) 84354686. Declaro que concordo em participar do estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

____

ASSINATURA DO(A) ALUNO (A)   Data

____

ASSINATURA DO PESQUISADOR   Data

APÊNDICE G – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM, NOME E VOZ

Pelo presente instrumento particular de licença de uso de imagem, nome e voz, ____, portador(a) do CPF de nº ________________________, residente e domiciliado(a) na rua ____, nº __________, na cidade de ____ / _, doravante denominado(a) Licenciante, autoriza a veiculação de sua imagem, nome e voz, gratuitamente por tempo indeterminado, por ____, portador(a) do CPF de nº _________________, doravante denominada Licenciada.

Mediante assinatura deste termo, fica a Licenciada autorizada a utilizar a imagem, nome e voz do Licenciante no projeto intitulado ***Derivadas e suas Aplicações em cursos de Engenharia, na Perspectiva Socioepistemológica***, para fins exclusivos de divulgação da Instituição e suas atividades, podendo, para tanto, reproduzi-la ou divulga-la junto à internet, ensino a distância, jornais e todos os demais meios de comunicação, público ou privado, sem qualquer contraprestação ou onerosidade, comprometendo-se a Licenciante a nada exigir da Licenciada em razão do ora autorizado.

Em nenhuma hipótese poderá a imagem, nome e voz do Licenciante ser utilizada de maneira contrária a moral, bons costumes e ordem pública.

E, por estarem de acordo, as partes assinam o presente instrumento em 02 (duas) vias, de igual teor e forma, para que produza entre si os efeitos legais.

__________________________, ___ de, _______________ de ______.

____

ACADÊMICO

APÊNDICE H – QUESTIONÁRIO APLICADO COM OS PROFESSORES DA UCEFF FACULDADES

PESQUISA PARA TESE DE DOUTORADO

DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

PROBLEMA DA PESQUISA

A problemática desta pesquisa tem como pano de fundo investigar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Derivadas e suas Aplicações nos cursos de Engenharia. A proposta é investigar o desenvolvimento de uma sequência didática, utilizando tecnologias da informação e comunicação, utilizando como referencial teórico a Socioepistemologia.

Esta pesquisa se descortina a partir do pesquisador e alunos de cursos de Engenharia cursando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, na perspectiva de melhorar a aprendizagem sobre o conceito de Derivadas e suas Aplicações. Propõe-se a seguinte questão central para esta investigação: **Como desenvolver o processo de ensino e aprendizagem de Derivadas e suas Aplicações segundo a teoria da *Socioepistemologia*?**

PERFIL DO PROFESSOR

Nome:____

Formação Acadêmica:____

Tempo de serviço na docência:____

Disciplina que ministra:____

____

Instituição que trabalha:____

Categoria do professor:

( ) Efetivo ( ) Temporário ( ) Regime parcial ( ) Horista

Horas trabalhadas:____

PERFIL PROFISSIONAL

1. Há quanto tempo ministra disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?

____
____
____

2. Quais são os livros utilizados para planejar e desenvolver a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?

____
____
____

3. Quais as metodologias de ensino adotadas para ministrar a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?

____
____

4. Utiliza recursos da **Tecnologias de Informação e Comunicação** (TICs) para ministrar a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I? Quais?

____
____

5. Quais os recursos utilizados para ensinar os conceitos Derivadas e suas Aplicações?

6. Qual o procedimento utilizado para avaliação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I?

7. Quais as dificuldades dos alunos ao se depararem com conceitos de Aplicações das Derivadas?