UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

PRÓ-REITORIA ACADÊMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TESTES ADAPTATIVOS ENVOLVENDO O CONTEÚDO DE DERIVADAS: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE ENGENHARIA CIVIL

PATRÍCIA LIANE GRUDZINSKI DA SILVA

Canoas, 2019.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

PATRÍCIA LIANE GRUDZINSKI DA SILVA

TESTES ADAPTATIVOS ENVOLVENDO O CONTEÚDO DE DERIVADAS: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE ENGENHARIA CIVIL

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Canoas, 2019.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

S586t Silva, Patrícia Liane Grudzinski da Silva.
Testes adaptativos envolvendo o conteúdo de derivadas : um estudo de caso com alunos de engenharia civil [manuscrito] / Patrícia Liane Grudzinski da Silva. – Canoas, RS, 2019.
211 f. : il.

Orientadora: Prof. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2019.

1. Testes adaptativos. 2. Cálculo I. 3. Derivada. 4. Dificuldades de aprendizagem. 5. Sistema SIENA. 6. Engenharia civil – ensino-aprendizagem. I. Groenwald, Claudia Lisete Oliveira. II. Universidade Luterana do Brasil. III. Título.

CDU: 51:37.02:624

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Thaís Fernandes, CRB-2/1680.

FOLHA DE APROVAÇÃO

PATRÍCIA LIANE GRUDZINSKI DA SILVA

TESTES ADAPTATIVOS ENVOLVENDO O CONTEÚDO DE DERIVADAS: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE ENGENHARIA CIVIL

Linha de pesquisa: Educação Matemática.

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Data de Aprovação: 11/04/2019.

BANCA EXAMINADORA:

____

Prof. Dr. Frederico da Silva Reis
Universidade Federal de Ouro Preto

____

Prof. Dr. Arno Bayer
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

____

Profa. Dra. Carmen Teresa Kaiber
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

____

Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald (Orientadora)
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

DEDICATÓRIA

À minha família, meu esposo Adriano Chiarani da Silva e minhas filhas Ana Carolina Grudzinski Chiarani e Isabela Grudzinski Chiarani.
Dedico.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, pela vida, saúde e todo o necessário para seguir firme e completar mais esta etapa de minha formação acadêmica.

Agradeço à minha família, nas pessoas do meu esposo, Adriano Chiarani da Silva, e minha mãe, Mônica Grudzinski, pelo apoio incondicional em todos os momentos, sempre me motivando e permitindo que eu pudesse frequentar as aulas e escrever esta dissertação.

À minha orientadora, Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pelo auxílio, por direcionar os caminhos, pelo conhecimento compartilhado, pelo incentivo na realização desta pesquisa. Muito obrigada.

Aos mestres do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), agradeço todo o conhecimento transmitido que oportunizou minha aprendizagem por construção ao disponibilizarem diferentes visões e relações.

Aos professores Dr. Frederico da Silva Reis, Dra. Carmen Teresa Kaiber e Dr. Arno Bayer, obrigada por todas as contribuições relevantes para a construção da minha pesquisa.

Agradeço, sobretudo, à Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) pela concessão da bolsa de estudos, conforme regramento institucional, em prol da formação continuada do profissional.

Agradeço de forma especial ao Centro Universitário Luterano de Palmas/TO (CEULP/ULBRA) pelo apoio na realização da pesquisa ao permitir a utilização de seu espaço físico, bem como o grupo de investigados, alunos dessa instituição e desta pesquisadora. Obrigada, alunos, pela disponibilidade em participar da investigação, realizando todas as atividades propostas. Sem vocês, este trabalho não teria acontecido.

Aos colegas e amigos que conquistei durante os dois anos de estudos no PPGECIM: agradeço a amizade, as contribuições e discussões realizadas em aula.

Enfim, obrigada a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho que representa a conclusão de mais uma etapa da minha vida acadêmica.

RESUMO

O conteúdo de Derivada é importante para o Curso de Engenharia Civil, visto que é desenvolvido nas disciplinas de Cálculo, no início do curso, e considerada pré-requisito para as disciplinas posteriores que utilizam suas resoluções e aplicações. A pesquisa investigou as dificuldades dos alunos na disciplina de Cálculo I, no conteúdo de Derivadas, do Curso de Engenharia Civil do Centro Universitário Luterano de Palmas/TO – CEULP/ULBRA. Conhecer as dificuldades enfrentadas pelos discentes nesse conteúdo é relevante para que o professor possa realizar o planejamento de aula com a finalidade de oferecer melhor qualidade no ensino. Para tanto, o objetivo geral foi investigar as dificuldades de vinte (20) alunos ao resolverem Testes Adaptativos no sistema SIENA. Para alcançar o objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos: investigar questões com o conteúdo de Derivadas para construção do banco de questões, para os testes adaptativos no sistema SIENA; investigar competências e habilidades matemáticas importantes para o engenheiro civil, bem como conteúdos básicos e avaliação que subsidiam o Cálculo I do curso de Engenharia Civil, do CEULP/ULBRA; identificar as dificuldades que os estudantes apresentam ao resolverem as questões com as temáticas: Derivada e Aplicações. O sistema SIENA é um sistema inteligente que é capaz de comunicar informações sobre o conhecimento dos alunos em determinado tema, utilizando a combinação de mapas conceituais e testes adaptativos. O teste adaptativo informatizado trata de encontrar um teste ótimo para cada estudante, procurando estimar a habilidade do respondente através da aplicação de itens que sejam adequados a ele. A metodologia da pesquisa é de caráter qualitativo, com enfoque no estudo de caso, que analisou registros escritos e eletrônicos dos investigados. Foi realizado um experimento nas dependências da instituição CEULP/ULBRA, em dois dias durante o turno vespertino, perfazendo um total de 8 horas, com vinte (20) estudantes matriculados no curso de Engenharia Civil. Para o desenvolvimento da pesquisa foram construídos seis bancos de questões, compostos de vinte (20) questões de múltipla escolha para cada nível de dificuldade: fácil, médio e difícil, totalizando trezentos e sessenta (360) questões. Os seis conceitos do grafo foram: três de Matemática Básica: Aritmética; Álgebra e Funções; três de Derivadas: Diretas do formulário, Regra do Produto e do Quociente; Regra da Cadeia; e as Aplicações em Resolução de Situações Problemas. Foi possível analisar que as dificuldades existem devido a quantidade de repetições de testes que os alunos realizaram para atingir a nota mínima e assim conseguir avançar para o próximo conceito do grafo. O maior número de erros foi identificado no conceito 5 do grafo: Derivadas – Regra da Cadeia, em que os acadêmicos enfrentaram dificuldades na resolução das atividades propostas. Destacam-se ainda, dificuldades em interpretação de situações problemas e identificação de função composta. A pesquisa obteve resultados satisfatórios, visto que possibilitou através dos erros realizados na resolução das questões analisadas, conjecturar sobre as possíveis dificuldades dos alunos. Acredita-se que essa ação subsidie o trabalho do professor e pode contribuir para o avanço na qualidade no processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Testes Adaptativos; Derivada; Dificuldades; Erro; Sistema SIENA.

ABSTRACT

The derivatives content is important for the Civil Engineering Course, since it is developed in the subjects of Calculus, at the beginning of the course, considered a prerequisite for the later subjects of the course, using its resolutions and applications. The research seeks to investigate the difficulties of students in the discipline of Calculus I, in the content of Derivatives, of the Civil Engineering Course of the Lutheran University Center of Palmas/TO – CEULP/ULBRA. Knowing the difficulties faced by the students in this content may be relevant for the teacher to carry out a lesson plan seeking a better teaching quality. Therefore, the overall purpose was to investigate the difficulties of twenty (20) students to solve Adaptive Tests in the SIENA system. In order to achieve the general goal, the following specific objectives were established: To investigate questions with the content of Derivatives, to construct a question bank, for the adaptive tests in the SIENA system; To investigate important mathematical skills and abilities for the civil engineer professional as well as, basic contents and the evaluation that subsidize Calculus I of the Civil Engineering course, CEULP/ULBRA; Identify the difficulties that students present when solving the issues with the themes: Derivatives and Applications. The SIENA system is an intelligent system that is able to communicate information about students' knowledge on a given topic, using the combination of conceptual maps and adaptive tests. The computerized adaptive test seeks to find an ideal test for each student, seeking to estimate the respondent's ability through the application of items that are appropriate to oneself. The methodology of the research is qualitative, focusing on the case study, analyzing written and electronic records of the investigated. An experiment was carried out at the premises of the CEULP/ULBRA institution, in two days during the afternoon shift, for a total of 8 hours, with twenty (20) students enrolled in the Civil Engineering course. For the development of this research six question banks were constructed, containing twenty (20) multiple choice questions for each level of difficulty: easy, medium and hard, totaling three hundred and sixty (360) questions. The six concepts of the graph were: three of Basic Mathematics: Arithmetic; Algebra and Functions; three of Derivatives: Straight from the table, Product Rule and Quotient; Chain Rule and Applications in Problem Solving Problems. It was possible to analyze that the difficulties exist due to the number of repetitions of tests that the students performed to reach the minimum grade and thus to be able to advance to the next concept of the graph. The greatest number of errors was identified in concept 5 of the graph: Derivatives - Chain Rule, where they faced difficulties in solving the proposed activities. Noteworthy is also the difficulties in interpreting problem situations and identifying composite functions. The research obtained satisfactory results, since it made it possible, through the errors made in solving the questions analyzed, to conjecture about the possible difficulties of the students. It is believed that this action supports the teacher’s work, seeking to contribute to an improvement in quality in the teaching and learning process.

Keywords: Adaptive Tests; Derivative; Difficulties; Error; SIENA system.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A preocupação com a qualidade do ensino e da aprendizagem em diversos níveis de ensino vem crescendo ao longo das últimas décadas (PITON-GONÇALVES, 2013), principalmente na disciplina de Matemática nos Ensinos Fundamental e Médio. Mudar a forma de ensinar e aprender matemática não é uma tarefa fácil, porque é preciso mudar hábitos, quebrar paradigmas, inovar sem perder de vista o objeto de estudo da Matemática, que é o conhecimento historicamente construído (LIMA; COSTA, 2018).

A necessidade de renovação ocorre, visto que essa disciplina é considerada, por grande parte dos alunos, como complexa e de difícil compreensão, pois conforme Reis (2017, p. 3), “para a maioria dos estudantes não há construção do conhecimento matemático. Por isso em vez de compreenderem, passam a memorizar os conteúdos”, dificultando a aprendizagem.

Com isso, há preocupação em qualificar o processo de ensino e aprendizagem ao buscar a construção do conhecimento e não a memorização de fórmulas e algoritmos por parte dos envolvidos. Santos e Lima (2017, p. 10) afirmam que “os alunos sentem-se desmotivados com a ‘tecnologia’ das aulas, porque não veem sentido desse conhecimento em sua formação social”. E isso gera desinteresse e dificuldade de compreensão o que justifica a necessidade de reformulação.

Já para os docentes, a preocupação deveria ser em como abordar os conteúdos de forma a torná-los mais acessíveis ao aluno, vinculando-os a situações reais. Isso exige contextualizar situações problemas, acrescentar conceitos novos aos já conhecidos pelo estudante, possibilitar que o discente faça as relações e construa o seu aprendizado com significado e sem memorização. Conforme Santos, Lima (2017, p. 11), “atualmente buscam-se alternativas para dinamizar o processo de ensino aprendizagem em que o professor e os alunos sejam sujeitos e caminhem juntos na aventura de aprender e descobrir o novo”.

Nesse contexto a presente pesquisa investigou as causas do índice, considerado alto, de reprovação na disciplina de Cálculo I, especificamente com o conteúdo de Derivadas, do Curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA[1]. Essa disciplina é importante para a continuidade dos estudos, pois é pré-requisito para outras do curso.

---

[1] Centro Universitário Luterano de Palmas/TO – ULBRA.

Conhecer as dificuldades e incompreensões enfrentadas pelos discentes ao responder questões de Derivadas, na disciplina de Cálculo I, é relevante para que o professor possa realizar planejamento de aula focado nas dificuldades individuais dos estudantes. Isso significa resgatar conceitos e aplicações de conteúdos nos quais os estudantes apresentam dificuldades, bem como ampliar os conceitos já conhecidos pelos discentes. Dessa forma, o professor tem condições de planejar e dedicar-se a desenvolver aplicações e resoluções de situações problemas que são utilizadas em tais conceitos.

Diante disso, surge o seguinte questionamento para nortear a investigação: quais são as dificuldades evidenciadas por alunos do Curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA na resolução de testes adaptativos envolvendo os conteúdos de Derivadas na disciplina de Cálculo I?

Para responder à referida pergunta, propõe-se investigar as dificuldades de alunos matriculados no Curso de Engenharia Civil, do CEULP/ULBRA, os quais já cursaram a disciplina de Cálculo I, com ou sem aprovação, ao resolverem testes adaptativos no sistema SIENA, envolvendo o conteúdo de Derivadas. Para tanto, os conceitos analisados foram: conceitos básicos envolvendo a Aritmética, a Álgebra e Funções, cálculo de Derivadas Diretas, cálculo da Regra do Produto e Quociente, utilização da Regra da Cadeia, aplicações envolvendo Derivadas com resolução de situações problemas.

Neste trabalho são discutidas teoricamente as seguintes temáticas: Testes Adaptativos, Dificuldades e Erros no processo de ensino e aprendizagem envolvendo os conceitos matemáticos e Derivadas com suas aplicações para o curso de Engenharia Civil.

Esta dissertação está organizada em cinco (5) capítulos, explicitados a seguir.

No primeiro capítulo consta o referencial teórico sobre Testes Adaptativos e apresenta a estrutura do sistema SIENA com o aporte teórico dos autores: Piton-Gonçalves (2004, 2013), Costa (2009), Groenwald et al (2009), Groenwald e Ruiz (2006).

O segundo capítulo apresenta o referencial teórico sobre Dificuldades e Erros com os conceitos matemáticos e Cálculo Diferencial com o aporte teórico dos autores: Cury (1990, 2007), Cury e Cassol (2004), Quezada (2008) e Cantoral (2013).

O terceiro capítulo aborda os encaminhamentos metodológicos: descreve-se o tema da pesquisa, problema de investigação, objetivos geral e específicos, metodologia da investigação, sujeitos investigados e a instituição da pesquisa, o experimento e os instrumentos de coleta de dados.

No quarto capítulo é exposto o ambiente de investigação no sistema SIENA com a apresentação do grafo com a temática de pesquisa, o banco de questões para os testes adaptativos que foram realizados com os estudantes investigados.

A análise dos dados coletados está descrita no quinto capítulo onde constam as análises dos erros e das dificuldades encontradas pelos investigados no decorrer da aplicação das questões no sistema SIENA.

1 TESTES ADAPTATIVOS E O SISTEMA SIENA

Este capítulo aborda a respeito do referencial teórico sobre Testes Adaptativos e a estrutura do sistema SIENA.

1.1 TESTES ADAPTATIVOS

Para Van Der Linden e Glas (2000 apud MOREIRA JR. et al, 2013) “Testes Adaptativos Informatizados (TAI) são testes que procuram estimar a habilidade do respondente através da aplicação de itens que sejam adequados a ele”.

As primeiras ideias de testes adaptativos foram desenvolvidas pelo francês Alfred Binet (1857-1911) ao desenvolver os testes de Quociente de Inteligência (QI) em 1905, quando percebeu que poderia individualizar esses testes, classificando os termos em níveis de dificuldade. O teste de Binet (*Binet-type adaptive test*) é um teste de inteligência baseado em níveis de dificuldade, criado para o diagnóstico do nível de inteligência de uma criança em comparação com sua idade cronológica ao analisar a idade mental. As questões são classificadas segundo níveis e, se todos os itens de um determinado nível forem respondidos corretamente, são fornecidos itens de um nível mais alto até que todos eles sejam respondidos corretamente (Nível Superior). Caso contrário, se todos os itens de determinado nível forem respondidos incorretamente, são disponibilizados itens de um nível mais baixo até que todos eles sejam respondidos corretamente (Nível Inferior) (PITON-GONÇALVES, 2004).

Após a introdução do teste de Binet, na década de 50, foi desenvolvido o Teste Adaptativo de Dois Estágios (*Two-Stage Adaptive Testing*). Este divide-se em dois subtestes de menor dificuldade (*Routing Test*) e maior dificuldade (*Measurement Test*). Segundo as respostas corretas e incorretas obtidas no Routing Test, selecionam-se os itens do *Measurement Test* (WEISS, 1985 apud PITON-GONÇALVES, 2004).

Como variação do teste de Binet, o Teste Adaptativo Estratificado (*Stratified Adaptive Test*) é diferenciado pela eleição de um próximo item, logo após cada um ser respondido (WEISS,1985 apud PITON-GONÇALVES, 2004). Por um lado, quando o examinado responde corretamente um item, o próximo apresenta dificuldade maior. Por outro lado, quando o examinado responder incorretamente um item, o próximo tem menor dificuldade. O examinado inicia no item 1+, respondendo-o corretamente.

Conforme ocorrem acertos (+), o nível de dificuldade dos itens vai se elevando. No caso de errar um item (−), o examinado será levado a um item de um nível menor de dificuldade. O teste termina quando for identificado o nível superior (nível de dificuldade no qual nenhum item foi respondido corretamente) (PITON-GONÇALVES, 2004).

O teste adaptativo “procura encontrar um teste ótimo para cada examinando” (COSTA, 2009, p. 3), ao relacionar e verificar as questões que apresentam erros e as questões respondidas corretamente. Segundo Wainer (2000 apud COSTA, 2009, p. 3) “a noção básica de um teste adaptativo é imitar automaticamente o que um sábio examinador faria”.

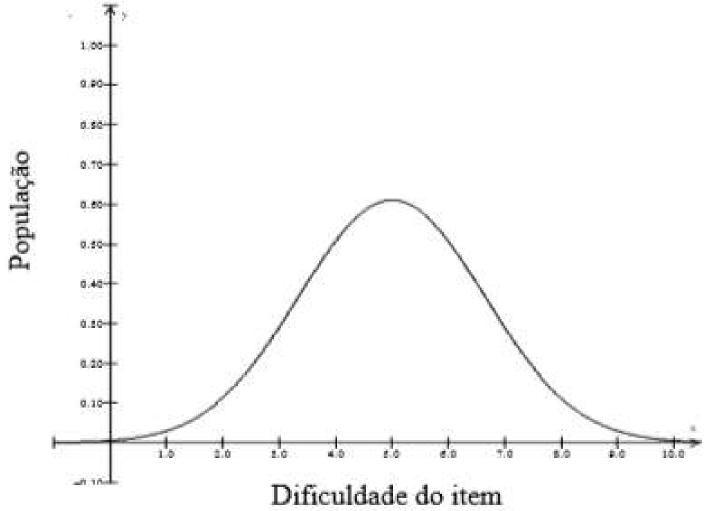
Em um teste adaptativo, as questões são calibradas de acordo com o nível de conhecimento do examinando. As questões são de nível de dificuldades diferentes e, caso seja respondido corretamente um item, este sobe o nível de dificuldade. Mas, caso responda incorretamente, diminui-se o nível de dificuldade do próximo item do teste.

Segundo Homa (2012, p. 29) “Geralmente os testes de lápis e papel assim como alguns computacionais, seguem a Teoria Clássica do Teste (TCT), na qual o item é a unidade de medida para a estimativa das habilidades do respondente”, assim sendo, o resultado dos acertos, o chamado *score,* o qual é fornecido perante os itens respondidos corretamente, independente do seu grau de dificuldade.

Segundo Costa (2009), a população com habilidades medianas é melhor avaliada, pois há quantidade maior de itens compatíveis com suas características. Logo, as possibilidades e chances de acertos são maiores. Enquanto as populações nos extremos, baixo e alto da escala, tem suas habilidades estimadas com menor precisão, devido à quantidade de itens disponíveis para avaliação.

Como as questões apresentadas em um teste de lápis e papel são diversas e possuem graus distintos de dificuldade, segundo o modelo da TCT, segue uma distribuição normal como apresentado no gráfico da Figura 1 a seguir Ele acompanha a distribuição por habilidades ou competências de uma população de estudantes em situações convencionais de aprendizagem, ou seja, as populações com habilidades ou competências de grau baixo e alto são menores que as populações de grau médio (BAKER, 2001 apud HOMA, 2012).

Figura 1 – Distribuição da população de acordo com suas habilidades



Fonte: adaptado de Baker (2001) apud Homa (2012).

Como em um teste adaptativo é possível estimar as habilidades de cada item ministrado, o número de itens desse tipo de teste é substancialmente menor do que em um teste tradicional para um mesmo nível de precisão (COSTA, 2009).

Uma das estratégias para desenvolvimento de testes em papel é apresentar maior proporção de itens de dificuldade mediana e poucos itens de alta e baixa dificuldade a fim de diminuir o grande número de questões. Esse procedimento torna o teste mais adequado para avaliar indivíduos de habilidade média do que indivíduos situados nos extremos da distribuição de habilidade, que possuirão menor precisão de suas estimativas (COSTA, 2009). Para uma maior precisão, é necessário o teste adaptativo informatizado.

Com o avanço da tecnologia com *softwares* e *hardwares* de computadores mais eficientes, e também pela necessidade de agilizar o processo de resolução desses testes, e para facilitar a avaliação na década de 60, as áreas de metodologia de análise e aplicação de testes também evoluíram. Por exemplo, o trabalho de Reckase (1974), que propôs uma implementação computacional para um teste adaptativo (PITON-GONÇALVES, 2004).

Segundo Costa (2009) as primeiras pesquisas sobre testes adaptativos computacionais foram realizadas na década de 70, por Lord (1971) e Owen (1975). Desde então, diversos testes adaptativos informatizados tem sido operacionalizados, tais como: *o Graduate Record Examination* (GRE), desenvolvido pela *Educational Testing Service* (ETS) em 1996; *Test of English as a Foreign Language* (TOEFL), também desenvolvido pela ETS; *Armed Services Vocational Aptitude Test Battery*

(ASBAV), desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos com a finalidade de selecionar potenciais recrutas para o serviço militar.

A informatização do teste adaptativo passou a ser denominado Teste Adaptativo Informatizado ou Teste Adaptativo Computadorizado (do inglês, *Computer Adaptive Test* ou *Computerized Adaptive Testing* – CAT).

No próximo item apresenta-se um CAT, considerando que esta investigação será desenvolvida com um CAT, construído no sistema SIENA com a temática Dificuldades na resolução de atividades em testes adaptativos, envolvendo o conteúdo de Derivadas: um estudo de caso com alunos de Engenharia Civil do Centro Universitário Luterano de Palmas/TO (CEULP/ULBRA).

1.1.1 Testes adaptativos computadorizados ou informatizados

Os testes adaptativos computadorizados ou informatizados possuem como instrumento um meio eletrônico que visa a agilidade em sempre direcionar, adaptando a questão seguinte em relação ao acerto ou equívoco do examinando.

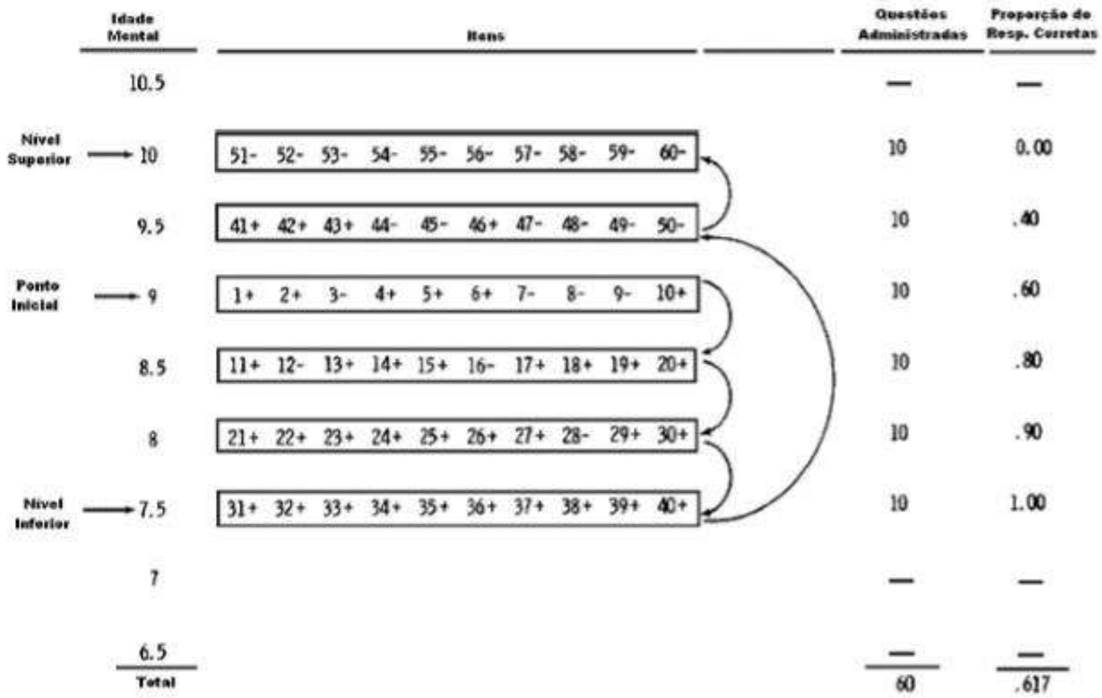
> Os testes adaptativos computadorizados (CAT — do inglês *Computerized Adaptive Test*), que são aqueles aplicados em meio eletrônico, no qual os itens são selecionados de acordo com o examinando que está realizando o teste: para alunos de maior proficiência, um teste com itens mais difíceis; para os de menor proficiência, itens mais fáceis serão selecionados. Desse modo, a proficiência do examinando é mensurada iterativamente (LABARRÈRE, SILVA, COSTA, 2011, p. 230).

Este teste ficará personalizado para cada examinando, pois a cada grupo de questões respondidas incorretamente, o teste propõe um grupo de questões de nível inferior, ou seja, mais fáceis. E a cada grupo de questões respondidas corretamente, o teste propõe questões de nível superior, ou seja, mais difíceis, sempre recalculando a média para finalizar um conceito do grafo e iniciar o seguinte.

Um teste adaptativo computadorizado (*CAT*) ou informatizado tem o objetivo de organizar questões ou itens de um banco de dados previamente elaborado e abastecido, que correspondam ao nível de capacidade do examinando. Geralmente, essas questões são selecionadas de acordo com o modelo da Teoria de Resposta ao Item (*TRI*), que é assumido para descrever o comportamento da resposta do indivíduo. Ao contrário dos testes com papel e caneta, distintos examinandos podem receber diferentes testes de tamanhos variados de acordo com a proficiência de cada indivíduo (COSTA, 2009).

Conforme podemos observar a seguir:

Figura 2 – Teste de Binet



Fonte: WEISS, 1985 apud PITON-GONÇALVES, 2004, p. 48.

Segundo Araújo, et al (2009) a Teoria de Resposta ao Item (TRI) iniciou seu desenvolvimento formal a partir das publicações de Frederic Lord em 1950. Além disso, contribuiu para o desenvolvimento de programas para computadores, imprescindíveis para colocar essa teoria em prática. Embora a Teoria Clássica tenha sido muito útil, alguns autores citam várias limitações dentre as quais se destaca que o instrumento de medida é dependente das características dos examinados que se submetem ao teste ou ao questionário. A TRI foi desenvolvida com a finalidade de suprir essas limitações e como uma forma de considerar cada item particularmente, sem relevar os *scores* totais. Portanto, as conclusões não dependem exclusivamente do teste ou questionário, mas de cada item que o compõe, propondo uma nova análise estatística.

Atualmente, na área educacional, as técnicas derivadas da TRI estão sendo exploradas e utilizadas, visto que propõem modelos para os traços latentes, ou seja, características dos indivíduos, as quais não podem ser observadas diretamente. Esses tipos de variáveis são somente observados a partir de variáveis secundárias relacionadas a elas. “O que esta metodologia sugere são algumas formas de representar a relação entre a probabilidade de um aluno responder corretamente a um item e seus traços latentes ou habilidades na área de conhecimento avaliada" (VALLE, 2000, p.7). A TRI atribui não só o certo e o errado, mas leva em consideração o grau de dificuldade de cada item (VALLE, 2000). Inclusive o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), também adotou essa teoria para avaliar o rendimento dos alunos. No Brasil, a TRI é usada desde 1995 nas provas do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que medem o desempenho de estudantes do Ensino Fundamental e Médio. Em 2009, foi usada pelo Enem com o objetivo de garantir a comparação das notas do exame daquele ano com os seguintes (BRASIL, PORTAL DO MEC, 2018).

> A TRI está ligada a aspectos psicométricos do teste e propõe uma modelagem estatístico-matemática para as características latentes do indivíduo e para os parâmetros associados aos itens. O CAT baseado na TRI (unidimensional) pode ser denominado Teste Adaptativo Computadorizado Unidimensional (UCAT). Geralmente, a literatura utiliza o termo CAT quando se refere a um UCAT (PITON-GONÇALVES, ALUÍSIO, 2015, p. 390).

Um *CAT* busca maximizar a eficácia do teste, baseando-se no conhecimento do examinando a partir do histórico de itens respondidos anteriormente (WEISS; KINGSBURY, 1984 apud PITON-GONÇALVES, 2013). Com isso, garante flexibilidade e agilidade na aplicação dos testes, já que ocorre correção imediata do teste e maior precisão em relação a testes que apresentam um número fixo de itens (OLEA et al., 1999 apud PITON-GONÇALVES, 2013).

Em testes aplicados com papel e caneta todos os examinandos respondem às mesmas questões já padronizadas. Já esses testes, objetos deste trabalho, por serem capazes de avaliar cada indivíduo, buscam analisar sua proficiência através dos acertos ou incorreção das respostas e direcionam para um grau mais avançado ou retrocedem para um grau inferior.

Conforme Sands e Waters (1997 apud COSTA, 2009), administrar questões fáceis, que não exigem muito conhecimento e relações, para examinandos de alta habilidade, é desgastante e desnecessário. Além disso, as respostas corretas a essas questões influenciam pouco na estimação da proficiência desses indivíduos. Ao responderem questões que não lhe oferecem desafio, os estudantes ficam entediados o que justifica responder às questões com desinteresse e isso pode leva-los a cometer erros, o que compromete o resultado da proficiência. De maneira similar, a administração de questões difíceis para indivíduos de baixo rendimento é desgastante e as respostas incorretas não oferecerão muita informação às estimativas. Diante de questões difíceis, os indivíduos de baixo rendimento ficam cansados e estão mais propícios a se sentirem frustrados. Tal situação pode levá-los a responder aleatoriamente às perguntas, ocorrendo um erro adicional ao processo de estimação. Por isso o *CAT* procura ajustar o teste a cada diferente examinando.

Para elaboração de um *CAT* são necessários, segundo Piton-Gonçalves (2013, p.50), "(...) quatro componentes (...): 1) um banco de itens, 2) um critério de seleção de itens, 3) um critério inicial e 4) um critério de parada do teste".

O banco de itens serve para armazenar e organizar os itens que são as questões as quais o examinador deseja pesquisar e conhecer a avaliação. Esses itens são cadastrados pelo examinador com suas respectivas respostas para que ocorra o direcionamento das questões de nível inferior para o nível superior ou vice-versa (PITON-GONÇALVES, 2013).

A seleção de itens do *CAT* ocorre de acordo com, por exemplo, a habilidade estimada do examinando a partir das respostas aos itens previamente administrados e cadastrados no banco de itens. O método de seleção de itens poderá depender da categoria que o item pertence. Por exemplo, em um banco de itens de matemática, como é o caso da temática desta pesquisa, pode-se selecionar itens de diferentes categorias, tais como matemática básica e derivadas. Essas categorias podem ser pré-determinadas por um especialista do conteúdo (PITON-GONÇALVES, 2013).

Para Piton-Gonçalves (2013), o primeiro item do teste adaptativo informatizado selecionado ao examinando pode seguir dois cenários: sem informação prévia, o qual considera que todos os examinandos estão no mesmo nível, sendo este desconhecido. Assim sendo, a dificuldade é padronizada, sem saber se realmente os examinandos estão no mesmo nível. E o segundo, com alguma informação prévia do examinando, pode-se basear no conhecimento de escores ou informações anteriores que ele tenha. Assim, o teste inicia em determinado ponto, a partir do conhecimento do nível em que o examinando se encontra. Para essa verificação pode ser usado o "Método Dados Colaterais" (PARSCHALL, et al, 2002 apud PITON-GONÇALVES, 2013, p. 51). Para Piton-Gonçalves (2013, p. 51) "são exemplos: 1) um currículo escolar do examinado pode ser pontuado e ser utilizado para selecionar o primeiro item; ou 2) o escore obtido em um exame anterior". Diante dessa verificação, cada indivíduo terá um teste definido com diferentes questões iniciais adaptadas ao seu nível de conhecimento prévio.

Um Teste Adaptativo Informatizado (TAI) seleciona o item seguinte que será apresentado, em cada momento, em função do nível estimado do conhecimento do aluno e da resposta do item previamente ministrado. Selecionar o melhor item pode melhorar a precisão na estimativa desse nível e, com isso, reduzir o tempo de teste (PITON-GONÇALVES, 2004).

Outro elemento fundamental em um *CAT* é o critério de parada o qual representa a finalização do teste, que dependerá de alguns fatores, tais como: os objetivos do teste, os modelos estatísticos adotados para calcular a proficiência e/ou realizar a análise desejada pelo examinador, o estresse do examinando, dentre outros fatores (PITON-GONÇALVES, 2013).

Com isso, é possível representar o fluxo de execução de um *CAT* conforme o esquema que segue:

Figura 3 – Fluxograma geral de um Teste Adaptativo

Fonte: MOREIRA JR et al, 2013, p. 528.

Para Sands e Waters (1997 apud COSTA, 2009), existem várias vantagens quanto à aplicação da versão *CAT* de um teste em relação à versão tradicional (papel e caneta) que são:

- redução do tamanho, devido à avaliação ser instantânea mediante cada item respondido pelo examinando
- a flexibilidade para realizar vários testes, pois ao contrário do teste tradicional, o *CAT* proporciona a possibilidade dos examinandos realizarem o teste em ocasiões diferentes

- maior rigidez no controle das regras, visto que está menos sujeito à burla de regras
- agilidade no processo de correção, pois corrigir um teste com papel e caneta é dispendioso e demanda tempo.

Portanto, “(...) o *CAT* traz agilidade, objetividade e transparência ao processo. Aliás, os resultados de uma avaliação por meio do *CAT* podem ser publicados quase que imediatamente após sua realização” (SANDS; WATERS, 1997 apud COSTA, 2009, p. 6).

No próximo item é apresentada a definição de redes bayesianas que são grafos formados para analisar variáveis em uma investigação. Busca-se combinar probabilidades e apresentar inferências, conforme é o foco deste trabalho que objetivou identificar as dificuldades dos alunos de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA em Cálculo I no conteúdo específico de Derivadas.

1.1.2 Redes Bayesianas

A estimação dos parâmetros dos itens da TRI pode ser realizada por dois métodos: Método de Máxima Verossimilhança ou Métodos bayesianos, tais como: a Moda *a Posteriori* (MAP) ou a Média *a Posteriori* (EAP) (COSTA, 2009).

Segundo Costa (2009), os métodos bayesianos surgiram pela necessidade de aprimoramento do método por Máxima Verossimilhança a fim de sanar problemas existentes de estimação de parâmetros e de proficiências. Sua aplicação na TRI tem sido importante para o avanço da teoria.

> A abordagem *Bayesiana* para estimação dos parâmetros dos itens na TRI baseia-se no Teorema de *Bayes*, que fornece uma forma de expressar probabilidade condicional. O objetivo é combinar probabilidades obtidas de uma função de Verossimilhança oriunda dos dados amostrais com probabilidades obtidas de uma informação *a priori* sobre a distribuição de um conjunto de parâmetros desconhecidos. Uma aplicação do Teorema de *Bayes* produz uma distribuição de probabilidade *a posteriori* que é proporcional ao produto da função de verossimilhança e da distribuição de probabilidade *a priori*. A distribuição *a posteriori* é usada para se fazer inferências sobre os parâmetros desconhecidos (COSTA, 2009, p. 21).

Para Pearl (1988 apud FIRMINO, 2004) a inferência bayesiana é única na sua habilidade de processar crenças. E o que torna o processamento computacional possível é que a informação necessária para a especificação do contexto de dependências pode ser representada por grafos e manipulada por propagações locais. Pearl (1988) tentou exercitar essa ideia para provar que a probabilidade existe também sobre a estrutura de raciocínio, ou seja, com ideias e conceitos interligados como grafos e mapas conceituais (FIRMINO, 2004).

Marques e Dutra (2018, p. 1) afirmam que: “As Redes Bayesianas são grafos acíclicos dirigidos que representam dependências entre variáveis em um modelo probabilístico”. Essa definição, de forma sucinta, explica a grandiosidade desse conceito que é utilizado para avaliar e analisar relações entre variáveis de forma probabilística.

Para Firmino (2004), uma Rede Bayesiana é um Grafo Acíclico Direcionado (DAG), onde os *nós* representam variáveis aleatórias e as conexões direcionadas expressam as relações de causa e efeito entre tais variáveis. O poder das relações causais inerentes ao sistema modelado é descrito por probabilidades condicionais sobre cada variável da rede, dados específicos valores do seu conjunto de *pais*.

Segundo Neapolitan (2003 apud FIRMINO, 2004) a inferência bayesiana é relativamente simples quando envolve apenas duas variáveis. Porém, quando a quantidade de variáveis se eleva, tal inferência torna-se complexa e sem valor prático (Neapolitan, 2003). É nesse momento em que as Redes Bayesianas se inserem ao problema da inferência bayesiana, através da condição *Markoviana* atribuída às variáveis aleatórias envolvidas (FIRMINO, 2004).

As Redes Bayesianas, através da condição *Markoviana*, usam a teoria dos grafos ao considerarem que os *nós* são as variáveis aleatórias envolvidas no problema e que os arcos direcionados expressam a relação causal entre as variáveis (FIRMINO, 2004).

A principal característica de processos *Markovianos* diz respeito à suposição de falta de memória. Quando se sabe sobre o atual estado do processo, informações anteriores são irrelevantes nas inferências sobre os seus estados futuros. Este é o conceito da condição *Markoviana* (FIRMINO, 2004).

Uma Rede Bayesiana, para a matemática, foco deste trabalho, é representação compacta de uma tabela de conjunção de probabilidades do universo do problema. Porém pelo ponto de vista de um especialista, Redes Bayesianas constituem um modelo gráfico que representa, de forma simples, as relações de causalidade das variáveis de um sistema (FIRMINO, 2004).

Segundo Marques e Dutra (2018) uma Rede Bayesiana consiste em:

- um conjunto de variáveis e um conjunto de arcos ligando as variáveis
- cada variável possui um conjunto limitado de estados mutuamente exclusivos

- as variáveis e arcos formam um grafo dirigido sem ciclos (DAG)
- para cada variável A que possui como *pais* $B1, \ldots, Bn$, existe uma tabela $P(A|\, B1, \ldots, Bn)$.

É possível observar que, caso A não possua um *pai*, a tabela de probabilidades é reduzida para uma probabilidade incondicional $P(A)$. Uma vez definida a topologia da rede, basta especificar as probabilidades dos *nós* que participam em dependências diretas e utilizar estas para computar as demais probabilidades desejadas (MARQUES & DUTRA, 2018).

Para a construção das Redes Bayesianas é necessário ser cuidadoso e associar os *nós* de forma coerente e correta a fim de que a tabela conjunção de probabilidades resultante seja uma boa representação do problema que se busca. Portanto, para se construir uma rede cuja estrutura represente devidamente o domínio do problema, é necessário que para todo *nó* da rede essa propriedade seja atendida. Intuitivamente, os *pais* de um *nó* Xi devem conter todos os nós $X1, \ldots, Xi - 1$ que influenciem diretamente Xi (MARQUES & DUTRA, 2018).

Assim, um procedimento geral para construção de Redes Bayesianas seria:

1. escolha de um conjunto de variáveis Xi que descrevam o domínio.
2. escolha de uma ordem para as variáveis.
3. enquanto existir variáveis:

    a. escolher a uma variável Xi e adicionar um *nó* na rede.

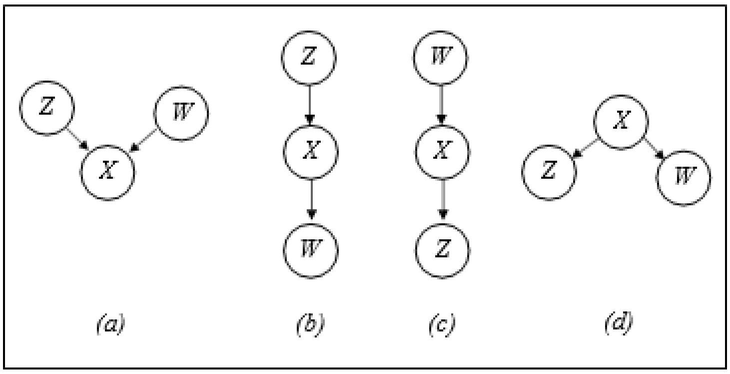
    b. determinar os *nós pais* (Xi)dentre os *nós* que já estejam na rede e que satisfaçam a equação (3.2).

    c. definir a tabela de probabilidades condicionais para Xi.

O fato de cada *nó* ser conectado aos *nós* mais antigos na rede garante que o grafo será sempre acíclico (MARQUES & DUTRA, 2018).

Para ilustrar o esquema de um DAG, Firmino (2004) apresenta o grafo, conforme representado na figura 4, pois partindo-se de *Z* chega-se a *X* ou a *W*. Ao sair de *X* finda-se em *W,* e *W* não permite qualquer passagem. Assim, não há caminhos que permitam o retorno ao *nó* inicial, seja este *Z*, *X* ou *W*.

Figura 4 – DAG e Redes Bayesianas



Fonte: FIRMINO, 2004.

Portanto, é necessário construir um grafo esquematizando os conceitos, ou seja, os *nós* que se deseja analisar, fazendo as ligações necessárias entre eles. O aluno só terá progressão para o próximo conceito, se tiver compreendido e realizado todas as perguntas e atividades pertencentes ao conceito anterior.

A seguir será apresentada a estrutura do sistema SIENA o qual utiliza-se nesta investigação para aplicar os Testes Adaptativos Informatizados.

1.2 SISTEMA INTEGRADO DE ENSINO E APRENDIZAGEM (SIENA)[2]

Segundo Grossi (2008 apud GROENWALD et al, 2009), os educadores têm como desafio descobrir maneiras diferentes de ensinar a mesma coisa, pois os estudantes têm ritmos e históricos variados. Além disso, o sistema educacional, historicamente, é projetado igualmente para todos, de forma que o aluno deve adaptar-se em um contexto educacional definido. Para essa autora, o professor, além de questionar a abordagem do conteúdo, deve despertar a curiosidade do educando e demonstrar a utilização do que é ensinado em diferentes situações da vida real. Assim, um dos desafios dos professores em sala de aula é a identificação das dificuldades individuais dos alunos.

Nesse sentido, o uso de recursos informáticos pode influenciar beneficamente quando utilizados como suporte ao trabalho docente ao agilizar as tarefas como fonte de informação do conhecimento real dos alunos ou na utilização de sistemas inteligentes que auxiliem o professor na sua docência (GROENWALD e RUIZ, 2006).

Kampff et al (2004), afirmam que em uma sociedade de bases tecnológicas,

[2] O texto sobre o sistema SIENA, utilizado neste trabalho, é um texto padrão desenvolvido pelo Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM) da ULBRA e do Grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna em Tenerife, Espanha, desenvolvedores do SIENA.

com mudanças contínuas, não é mais possível desprezar o potencial pedagógico que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) apresentam quando incorporadas à educação. Assim, o computador é um instrumento pertinente no processo de ensino e aprendizagem. Cabe à escola utilizá-lo de forma coerente com uma proposta pedagógica atual e comprometida com aprendizagem significativa.

Nessa perspectiva, o SIENA foi organizado pelos grupos de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna,Tenerife, Espanha e o GECEM (Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). O SIENA é um sistema inteligente

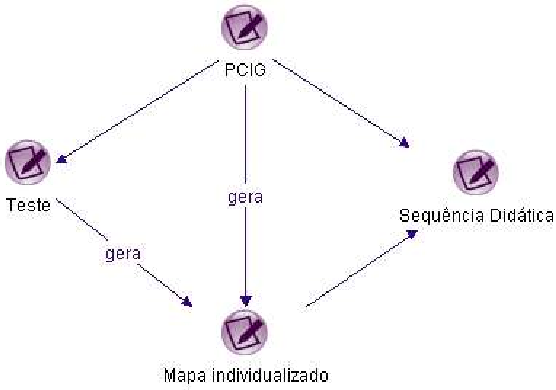
> capaz de comunicar informações sobre o conhecimento dos alunos em determinado tema, tem o objetivo de auxiliar no processo de recuperação de conteúdos matemáticos, utilizando a combinação de mapas conceituais e testes adaptativos (GROENWALD; RUIZ, 2006, p.26).

Ainda segundo Groenwald e Ruiz (2006), esse sistema permite ao professor uma análise do nível de conhecimentos prévios dos alunos e possibilita planejar o ensino de acordo com a realidade peculiar de cada indivíduo a fim de proporcionar aprendizagem significativa. O processo informático permite gerar um mapa individualizado das dificuldades dos discentes o qual estará ligado a um hipertexto, que servirá para recuperar as dificuldades que o aluno apresenta no conteúdo trabalhado e auxilia no processo de avaliação.

O SIENA foi desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais (NOVAK e GOWIN, 1988), sendo denominado de Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico - PCIG (*Pedagogical Concept Instructional Graph*), que permite a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico. O grafo não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias. Os conceitos são colocados de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentados ao aluno. Portanto, o grafo deve ser desenvolvido segundo relações do tipo “o conceito A deve ser ensinado antes do conceito B”, começando pelos nodos (conceitos no grafo) dos conceitos prévios em direção aos conceitos fundamentais, até atingir os nodos objetivos.

Cada conceito do grafo está ligado a um teste adaptativo que gera o mapa individualizado das dificuldades do estudante e contém uma sequência didática, conforme a figura 5.

Figura 5 – Esquema do sistema SIENA



Fonte: GROENWALD & RUIZ, 2006.

Um teste adaptativo informatizado é administrado pelo computador, que procura ajustar as questões do teste ao nível de habilidade de cada examinando. Segundo Costa (2009), um teste adaptativo informatizado procura encontrar um teste ótimo para cada estudante. Para isso, a proficiência do indivíduo é estimada interativamente durante a administração do teste e, assim, só são selecionados os itens que mensurem eficientemente a proficiência do examinado. O teste adaptativo tem por finalidade administrar questões de um banco de questões previamente calibradas que correspondam ao nível de capacidade do examinando. Como cada questão apresentada a um indivíduo é adequado à sua habilidade, nenhuma questão do teste é irrelevante (SANDS e WATERS, 1997). Ao contrário dos testes de papel e caneta, cada estudante recebe um teste com tamanhos variados e questões diferentes que produz uma medição mais precisa da proficiência e com redução do tamanho do teste em torno de 50% (WAINER, 2000).

No SIENA o teste adaptativo é realizado em cada nodo do PCIG e devem ser cadastradas perguntas que irão compor o banco de questões com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento que o aluno possui de cada conceito. As perguntas são de múltipla escolha, classificadas em fáceis, médias e difíceis. Assim, é necessário definir, para cada pergunta: o grau de sua relação com o conceito; o grau de sua dificuldade; a resposta verdadeira; a possibilidade de responder a pergunta considerando exclusivamente sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; o tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta. O teste adaptativo estima o grau de conhecimento do aluno para cada conceito, de acordo com as respostas do estudante. Para isso o teste adaptativo lança perguntas aleatórias ao aluno, com nível de dificuldade de acordo com as respostas do estudante. Se o aluno responde corretamente, o sistema vai aumentando o grau de dificuldade das perguntas. E ao contrário, se a partir de determinado momento, o discente não responde corretamente, o sistema diminui o nível de dificuldade da pergunta seguinte.

A ferramenta informática parte dos conceitos prévios, definidos no PCIG, e começa a avaliá-los, progredindo sempre que o aluno consegue uma nota superior ao estipulado pelo professor, no teste. Quando um conceito não é superado, o sistema não prossegue a avaliação por esse ramo de conceitos do grafo, pois se entende que esse conceito é necessário para a compreensão do seguinte. Permite, assim, que o estudante se recupere. É importante dizer que o sistema poderá prosseguir por outras ramificações do grafo.

Para estimar o conhecimento do aluno em cada conceito do grafo, o SIENA implementa uma rede bayesiana entre os conceitos implicados nesse nodo do grafo e as perguntas, do tipo múltipla escolha, criadas para esses conceitos, estão divididas em vários níveis de dificuldade. A estimativa é um processo interativo em que o sistema vai lançando perguntas, e cada pergunta lançada aos estudantes se estima o conhecimento mediante as fórmulas de Bayes:

Onde: $P\ (p_{1+}) = P(C_{+})x\ P\left(\frac{p_{1+}}{C+}\right) + P(C_{-})x\ P\left(\frac{p_{1}}{C_{-}}\right)$

Para o caso que se acerte a pergunta, e

$$P\left(\frac{C_{+}}{p_{1-}}\right) = \frac{P(C_{+}) \times P\left(\frac{p_{1-}}{C_{+}}\right)}{P(p_{1-})}$$

Onde $P(p_{1-}) = P(C_{+}) \times P\left(\frac{p_{1-}}{C_{+}}\right) + P(C_{-}) \times P\left(\frac{p_{1-}}{C_{-}}\right)$

Para o caso em que a pergunta seja respondida incorretamente.

Onde $P(C_{+})$ representa o conhecimento *a priori* estimado na pergunta anterior, $P\left(\frac{p_{1+}}{C_{+}}\right)$, representa a probabilidade de que se acerte a pergunta condicionado a saber o conceito, $P\left(\frac{p_{1+}}{C_{-}}\right)$, é a probabilidade de acertar a pergunta sem conhecer o conceito, $P\left(\frac{p_{1-}}{C_{+}}\right) = 1 - P\left(\frac{p_{1+}}{C_{+}}\right)\ y\ P\left(\frac{p_{1-}}{C_{-}}\right) = 1 - P\left(\frac{p_{1+}}{C_{-}}\right)$. O processo interativo finaliza quando a estimativa não se altera significativamente.

Enquanto a pergunta a ser lançada cada vez no processo interativo, o teste adaptativo se adequa ao conhecimento do estudante ao eleger uma pergunta de igual ou maior dificuldade, se a pergunta anterior foi respondida corretamente. E, dificuldade igual ou menor, se a pregunta foi respondida equivocamente (incorretamente).

O sistema mostrará, através do seu banco de dados, quais foram as perguntas realizadas, quais foram respondidas corretamente e qual a estimativa sobre o grau de conhecimento de cada conceito, conforme o exemplo apresentado na figura 6.

Figura 6 – Exemplo do banco de dados de um teste adaptativo de um conceito.

Acabado: true

Nota: 0.281

Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
1	true	49	Qual é o número que está representado no ábaco?	0.200
1	true	49	Qual é o número que está representado no ábaco?	0.238
4	false	231	Se agruparmos sessenta e cinco unidades em grupos de dez, teremos ao todo?	0.281
2	false	128	Que número está representado no QVL?	0.281
2	false	128	Que número está representado no QVL?	0.281
4	false	130	Qual o número representado no ábaco?	0.281

Atrás

Fonte: http://www.siena.ulbra.br.

O sistema possui duas opções de uso: a primeira serve para o aluno estudar os conteúdos dos nodos do PCIG e realizar o teste para verificar quais são seus conhecimentos sobre determinados conteúdos. A segunda opção oportuniza ao aluno realizar o teste e estudar os conceitos nos quais apresentou dificuldades, sendo possível uma recuperação individualizada dos conteúdos nos quais não conseguiu superar a média estipulada como necessária para avançar. Todos os nodos do PCIG estão ligados a uma sequência didática que possibilita ao aluno estudar os conceitos ou realizar a recuperação dos nodos em que apresenta dificuldades.

As sequências didáticas são um conjunto de atividades organizadas, de maneira sistemática, planejadas para o processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo, etapa por etapa. São organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos e envolvem atividades de aprendizagem e avaliação (DOLZ e SCHNEUWLY, 2004).

Segundo Zabala (1998) as sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Através da sequência didática é possível analisar as diferentes formas de intervenção e avaliar a pertinência de cada uma delas.

O sistema SIENA está disponível no endereço http://www.siena.ulbra.br, cujo acesso aos trabalhos e banco de dados é restrito a usuários cadastrados no sistema. O cadastramento é realizado pelos administradores do sistema e fornece um *login* e uma senha pessoal ao usuário.

Nesta investigação foram utilizados os testes adaptativos cadastrados no sistema SIENA para análise dos dados coletados no experimento com alunos do Curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA os quais já cursaram, com aprovação ou não, a disciplina de Cálculo I. Para isso, foram realizadas as seguintes ações:

- submissão do projeto de pesquisa à Plataforma Brasil
- construção do grafo com os conceitos e suas respectivas habilidades a serem avaliadas
- construção do banco de questões para os testes adaptativos de cada conceito do grafo
- realização de um experimento com estudantes matriculados no curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA que já cursaram a disciplina de Cálculo I.

2 DIFICULDADES E ERROS NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM E DERIVADAS

Neste capítulo constam os referenciais teóricos sobre Dificuldades e Erros no processo de ensino-aprendizagem e sobre o conteúdo de Derivadas.

2.1 DIFICULDADES E ERROS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

Neste ponto é fundamental diferenciarmos as dificuldades que os alunos sentem no processo de ensino-aprendizagem as quais compreendem conhecimentos que não foram construídos por eles, bem como falta de aptidão para resolver uma determinada questão. Já os erros são consequências das dificuldades. Ou seja, quando o discente sente dificuldade em relação a algum conhecimento, isto resulta em erros nas resoluções de questões, exercícios e problemas propostos sobre os conteúdos desenvolvidos.

Encontrar dificuldade para resolver parte de uma questão matemática é algo normal e até previsto por professor e discente, ou seja, quem propõe a questão a ser resolvida e quem a resolve. O termo dificuldade aqui se refere a não conseguir solucionar, não ter aptidão, não ser capaz de interpretar as questões.

De acordo com Ferreira (2004, p. 318), o significado de dificuldade é “caráter de difícil, obstáculo, óbice, situação crítica”. Segundo D’Ambrosio (1989), é bastante comum o aluno desistir de solucionar um problema matemático e afirmar não ter aprendido o conteúdo ou como resolver aquele tipo de questão. Ou ainda, ele considera difícil, quando não consegue reconhecer o processo de solução apropriado para tal problema.

Nesse caso o estudante precisa ser encorajado a realizar tentativas, a criar alternativas ou escolher protocolos para a solução de problemas. Silva (2005, p. 6) afirma que “o mais importante no trabalho matemático é o raciocínio, a capacidade de resolver problemas e de usar as ideias matemáticas para explorar as situações mais diversas”.

Para Noel (1991 apud VIEIRA, 2001), nessa perspectiva cabe ao experimentador, professor ou psicopedagogo propiciar o uso da metacompreensão, ou seja, orientar o resolvedor a conscientizar-se de suas dificuldades através da perspectiva da remediação e buscar soluções, auxílio para aprender e saber fazer. Nessa ocasião, o sujeito estará aprendendo a aprender, tal como fazem os especialistas. E, através dessa dificuldade apontada pelo resolvedor, ou no caso específico dessa pesquisa, o professor fará as orientações e as intervenções para que o aluno seja capaz de seguir sozinho sanando esta dúvida que até o momento servia como obstáculo para ele ir além e solucionar a referida questão (NOEL, 1991 apud VIEIRA, 2001).

Diagnosticar as dificuldades é imprescindível para o professor. De acordo com Miras (2006 apud VITORASSO, 2010, p.11) “o aprendizado de um novo conteúdo é resultado de uma atividade mental construtiva, a qual não pode ser realizada no vácuo, partindo do nada”. É muito complicado, para o docente, iniciar um conteúdo novo se o anterior ainda não está bem estruturado no cognitivo do discente, pois todas as vezes que ele necessitar dos conteúdos já estudados para auxiliar nas resoluções do conteúdo atual, ele enfrentará um pico de dificuldade que poderá gerar dúvidas e desmotivação no processo de ensino-aprendizagem. Para evitar barreira quanto aos conteúdos que exigem determinados conhecimentos prévios, é possível diagnosticar o que o aluno já conhece.

Miras (2006 apud VITORASSO, 2010, p.16)

> assinala alguns critérios importantes na seleção daquilo que o professor precisa conhecer, sendo o primeiro deles o conteúdo básico que será estudado, e quais conhecimentos prévios são mais importantes para que o aluno tenha como base ao iniciar a aprendizagem desse novo conteúdo.

Conforme Cury (1990) são frequentemente encontradas dificuldades na aprendizagem do conteúdo novo devido à deficiência na formação das bases. Para a autora, as causas dos erros estão relacionadas, principalmente, com as dificuldades nos conceitos básicos para a aprendizagem de determinado conteúdo.

Para diagnosticar as dificuldades e estudar sobre os possíveis obstáculos no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, dos quais podem originar erros no futuro, existem os trabalhos de Cury (1988, 1990, 2007), Borasi (1985), Bathelt (1999), Ribeiro (2001), Freitas (2002) e outros.

Um dos precursores dessa ideia de analisar e estudar as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao conhecer novos conteúdos foi Bachelard que afirmou: “no fundo, o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos” (BACHELARD, 1996, p. 17 apud CURY, 2007, p. 32). Ele afirma que isso constitui o que denomina de obstáculos epistemológicos, conforme esclarece o seguinte trecho:

> Quando se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção de que é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado. E não se trata de considerar

> obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 1996, p. 17 apud CURY, 2007, p. 31-32).

Esses obstáculos epistemológicos são as dificuldades que surgem e, muitas vezes, quando não resolvidas no momento oportuno, podem causar uma ruptura no processo de ensino e aprendizagem, bem como uma regressão em todo o andamento do trabalho do professor.

Percebe-se nas palavras de Brousseau (1983, p. 171 apud CURY, 2007, p. 33) que os erros podem ser recorrentes de conteúdos prévios não aprendidos com qualidade, os quais não foram adequadamente generalizados e, portanto, não estão bem fixados no cognitivo do educando, conforme segue:

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadequado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos.

O aluno possui a tendência de usar a mesma ideia para resolver diversos problemas e situações, porém há estratégias eficazes para algumas situações e que são ineficazes para outras. Cabe ao estudante selecionar e modificar, ou seja, refazer seu raciocínio, utilizando os conhecimentos prévios de forma coerente para cada aplicação. Cury (2007, p. 35) afirma que “é por esse motivo que se torna tão difícil superá-lo, já que para isso, o aluno (e o professor, por suposto) terá de trabalhar da mesma forma que o faz quando da construção de um novo conhecimento”, levando o aluno à construção de novas estratégias e mostrando que para cada situação é possível uma forma diferenciada de aplicar os conhecimentos prévios.

Para Cury (2007) durante a análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si, os quais são pontuados e apresentados pelo professor em uma prova de avaliação de aprendizagem. Mas as formas de se apropriar de determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem. Esse é o ponto crucial em que o professor deve ater. Pois, observando o erro, ele pode intervir para sanar as dificuldades de aprendizagens dos alunos.

Os erros são frequentemente originados de uma dificuldade que tem origem em conteúdos básicos os quais o aluno do ensino Superior já deveria dominar. Cury e Konzen (2006, p.1) afirmam que “efetivamente, a maioria dos problemas é decorrente da falta de pré-requisitos, especialmente quanto aos assuntos relacionados à Álgebra do Ensino Fundamental e Médio”. Pois, se a dificuldade não é sanada no momento que surge, o aluno tentará resolver sem buscar auxílio e isso possivelmente resultará em erro na solução da questão. Para Azevedo (2009, p. 30):

> Confiamos que o erro pode ser visto como um recurso, um instrumento que auxilia os professores na identificação das possíveis causas dos problemas de aprendizagem que originaram os erros, além de ajudar a elaborar estratégias para superar estas dificuldades.

Ao trabalhar a dificuldade diante de diagnóstico realizado pelo docente, sanando dúvidas e revendo conteúdos anteriores, pode ser uma forma de extinguir o erro ou pelo menos diminuir a quantidade incidente dele. Como afirma Oliveira (2015, p. 4), “com a compreensão do que levou o acadêmico a cometer o erro, o professor poderá elaborar atividades que visem essas dificuldades, uma vez que o poderá focar qual parte do conteúdo não está sendo compreendida pelo aluno”.

A dificuldade só é sanada quando o aluno compreender com eficácia todos os conteúdos que certa questão necessita para ser resolvida. E esta tarefa é concluída após muito esforço do aluno e trabalho do professor em auxiliá-lo na construção do conhecimento.

Conforme Cury (2007, p. 80) “o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas (...)”. Sendo assim, o aluno será capaz, com o auxílio do professor, de questionar suas respostas e reparar seus erros sem precisar realizar exercícios de forma repetitiva os quais não levam a raciocinar e elaborar estratégias para as soluções.

Partindo dessa ideia principal que o erro é parte fundamental do processo de ensino-aprendizagem e que o professor necessita do erro para interferir, para ser capaz de sanar as dificuldades encontradas, é primordial identificar o erro existente, analisar as dificuldades e propor intervenções. Como afirma Oliveira (2015, p. 2), “os erros cometidos pelos alunos devem ser vistos como algo natural ao processo de aprendizado e não apenas como falha na aprendizagem, podendo ser utilizado para uma aprendizagem mais significativa”. As pessoas consideram o erro como algo que não deve ocorrer, por isso o aluno deve ser punido. Porém conforme Azevedo (2009,

p. 24), “esse ponto de vista do senso comum está equivocado, uma vez que os erros têm um papel bastante importante na construção do conhecimento e na maturação do aluno enquanto cidadão”. Basta o docente saber utilizar o erro e trabalhá-lo para contribuir com o processo de ensino aprendizagem do discente.

> Com relação à Matemática, ser profissional no ensino desta disciplina exige do professor diversas competências. Além de dominar o conhecimento matemático, o professor deve compreender que os erros dos alunos se constituem em um importante componente para a construção de seus conhecimentos, e saber agir didaticamente para atuar de modo que estes conhecimentos sejam ampliados (COSTA, 2017, p. 2).

Os erros são positivos para o trabalho e atuação do docente, bem como para o discente. O primeiro poderá verificar a causa do erro e identificar o que o segundo ainda não abstraiu sobre os conteúdos trabalhados. E para os alunos, serve como um processo de crescimento, visto que normalmente quando o erro é identificado e compreendido, ele dificilmente cometerá outra vez.

Conforme exposto acima, este trabalho investigou as dificuldades mais frequentes enfrentadas pelos alunos de Engenharia Civil ao cursar a disciplina de Cálculo I e estudar o conteúdo de Derivadas. Identificar a existência das dificuldades que levam aos erros com pretensão de saná-las, por meio do professor. Supôs-se que, com a intervenção do professor e a identificação das dificuldades, o aluno fosse capaz de apontar e compreender o erro e superá-lo com mais confiança e disposição para construir conhecimentos novos embasados nos prévios.

Cury e Cassol (2004) relatam resultados de uma experiência realizada com alunos de Cálculo A: as dificuldades dos discentes e os erros são consequências da falta de conhecimento em matemática básica.

> A análise dos erros cometidos pelos estudantes, em provas ou em trabalhos de sala de aula, mostra que os estudantes não dominam conteúdos de Álgebra e Geometria do Ensino Fundamental, bem como os relativos a Trigonometria e Geometria Espacial, do ensino Médio. Esse problema, somando-se a dificuldades de abstração e generalização, leva muitos alunos a reprovar na disciplina ou evadir-se dos cursos da área de Ciências Exatas (CURY & CASSOL, 2004, p. 29).

Com base nisto, Cury e Cassol (2004), realizaram uma pesquisa, em 2003, com os objetivos de analisar os erros em questões de Cálculo A cometidos por alunos de um curso de Engenharia Química, ao resolverem problemas e exercícios, detectando causas dos erros. E, a partir dos dados coletados, deveriam propor estratégias para envolver os alunos na busca de soluções para suas próprias dificuldades.

Segundo Cury e Cassol (2004), a disciplina de Cálculo A é semestral, com oito créditos, que abrange conteúdos usualmente trabalhados em disciplinas de Cálculo A (funções, limites, derivadas, integrais), acrescidos de técnicas de integração, sequências e séries. Em cada semestre, foram realizadas várias atividades, com cômputo de acertos e erros, para que, após cada ação, fosse possível adaptar o planejamento às necessidades da turma. Inicialmente, os estudantes realizaram um pré-teste, sobre conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, pré-requisitos para o estudo de Cálculo. A seguir, foram desenvolvidos trabalhos sobre conteúdos específicos, como funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, incluindo as hiperbólicas; limites e derivadas; regras de L'Hôpital; derivadas das inversas das funções trigonométricas; diferenciais; integral definida. Também foram realizadas atividades em laboratório de Informática, com uso do software Maple, abordando movimentos de gráficos, domínio e imagem de funções, limites, continuidade e problemas de otimização. Além disso, houve sessões de estudo, em que os alunos com maiores dificuldades puderam, em horário alternativo, resolver exercícios e mostrar as dúvidas com atendimento e observação da bolsista e da professora orientadora. Das três provas de verificação da aprendizagem realizadas em cada semestre, foram escolhidas questões com maior índice de erros cometidos e estes, por sua vez, foram classificados e analisados e foram utilizados neste trabalho para exemplificar os erros cometidos por alunos. Destacam-se exemplos da primeira e da segunda atividade, pois envolvem os conteúdos desta pesquisa.

Da primeira prova do primeiro semestre de 2003, realizada por quarenta e cinco (45) alunos, Cury e Cassol (2004) destacam a seguinte questão:

Esboce o gráfico da função definida por:

$$f(x) = \begin{cases} e^{x}\ para\ x < 0 \\ e^{-x}\ para\ x \geq 0 \end{cases}$$

Cury e Cassol (2004) classificam os erros cometidos pelos alunos em quatro categorias. A descrição de cada uma delas é uma forma de interpretar a atuação do aluno ao resolver a questão, buscando entender as possíveis causas dos erros. Assim, pode-se acompanhar a categorização seguinte: A) Desconhecimento do gráfico da exponencial. Neste tipo de erro, o aluno, não plotando pontos em um sistema de eixos, apenas esboça gráficos, de funções como a linear ou a quadrática que lhes são mais conhecidas. B) Realização de simetria em relação a um eixo horizontal ou vertical. Neste caso, o aluno esboça um dos gráficos em um dos quadrantes e realiza uma simetria em relação a um dos eixos para obter o outro, confundindo-se em relação ao eixo ou ao próprio esboço. C) Erro no conceito de função. O aluno esboça, para todo *x* real, o gráfico de cada uma das funções dadas, de forma que, para cada elemento do domínio, exista mais de uma imagem. D) Erros de cálculo. O aluno tenta plotar os pontos no gráfico, mas erra os cálculos ao efetuar potências de *e*, por exemplo.

No segundo semestre, a primeira prova foi realizada por trinta (30) alunos. Desses, dezesseis (16) erraram a questão a seguir:

Esboce o gráfico da função,

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, x < 0 \\ \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 4 \\ -x + 4, x > 4 \end{cases}.$$

Tendo visto as dificuldades dos alunos na questão relativa à função exponencial, Cury e Cassol (2004) propõem nesta questão leis de formação para a função que permitiriam entender melhor as alternativas apresentadas.

Os erros foram classificados em seis categorias, a saber: A) Erro no conceito de função. B) Erro no cálculo dos valores do intervalo. O aluno confunde-se com os sinais de desigualdade, substituindo erroneamente os valores das extremidades em cada função. C) Erro no traçado da função linear dada. Mesmo tendo a possibilidade de calcular valores para plotar os pontos, o aluno esboça o gráfico da reta com a inclinação errada. D) Desconhecimento do gráfico de $\sqrt{x}$. E) Desconhecimento do gráfico de e^{-x}. F) Desconhecimento do gráfico de $f(x) = -x + 4$ (CURY & CASSOL, 2004).

No primeiro semestre, a segunda prova foi realizada por quarenta e um (41) alunos e as autoras escolheram três questões para análise, devido ao elevado número de erros. Dez (10) alunos erraram a primeira questão, cujo enunciado é:

Calcule:

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$

Para Cury e Cassol (2004), os erros foram classificados em quatro categorias descritas a seguir: A) Aplicação não adequada das regras de L'Hôpital. O limite em questão não permite a aplicação dessas regras e, mesmo assim o aluno deriva numerador e denominador, substituindo, a seguir, o valor de *x*. B) Erros relacionados a conteúdos de Álgebra do ensino básico. O aluno "cancela" x^2 do numerador com *x* do denominador, obtendo $-(x+3)$ e substituindo, então, o valor de x. C) Erros relacionados ao conceito de limite. O aluno não compreende que o sinal “+” indica um limite lateral. D) Erros de cálculo nas substituições ou lapsos de escrita. Por lapso, considera-se, por exemplo, o “esquecimento” da expressão “*lim*” no encadeamento das igualdades. Trinta e um alunos erraram a segunda questão analisada, a saber:

Apresentando o desenvolvimento, calcule a derivada da função dada por,

$$f(x) = \frac{3x^2 + 3}{2x^3 - 5}.$$

Os erros foram classificados em três categorias, descritas a seguir: A) Erros relacionados a conteúdos de Álgebra do ensino básico. Mesmo aplicando corretamente a regra da derivada do quociente, o aluno erra ao multiplicar monômio por binômio, em cálculo de produto de potências de mesma base ou na propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. B) Erros na aplicação de regras de derivação. O aluno confunde os sinais no numerador da derivada ou erra a derivada de um dos membros. C) Aplicação equivocada das regras de L´Hôpital. Por ter estudado as regras de L’Hôpital imediatamente antes da prova, alguns alunos se confundiram e derivaram numerador e denominador, em vez de aplicar a regra da derivada do quociente (CURY & CASSOL, 2004).

Trinta e dois (32) alunos erraram a terceira questão:

Apresentando o desenvolvimento, calcule a derivada da função dada por:

$$f(x) = sen^2(2x^4 - 3).$$

Os erros foram classificados em duas categorias, descritas a seguir: A) Erros na derivada da função composta. Nesta classe estão incluídos vários erros causados, provavelmente, pela dificuldade em reconhecer a função composta, o que ocasiona, por exemplo, a derivação da função seno em primeiro lugar. B) Erros relacionados com o conceito de função trigonométrica ou, mais especificamente, com o argumento da função. O aluno, acertando ou errando as regras, confunde-se no momento de indicar o argumento da função, o que justifica, por exemplo, respostas como: $2 \cdot sen \cdot cos$ (CURY & CASSOL, 2004).

Cury e Cassol (2004) afirmam que, no segundo semestre, a segunda prova foi realizada por vinte e sete (27) alunos e a questão sobre derivadas, que nove (9) alunos erraram, foi:

Derive implicitamente a função dada por:

$$5x^2 + 2x^2y + y^2 = 8.$$

Os erros foram classificados em quatro categorias, a saber: A) Erro na aplicação de regras de derivação. B) Não compreensão do conceito de função implícita. O aluno deriva, indiferentemente, ambas as variáveis, não considerando que *y* possa ser função implícita de *x*. C) Erro no processo de derivação implícita. O aluno deriva pela regra correta (do produto ou da potência), mas esquece de indicar a derivada de *y*. D) Lapso, quando o aluno deriva corretamente e erra ao copiar uma expressão na etapa seguinte (CURY & CASSOL, 2004).

Para Cury e Cassol (2004) algumas conclusões são importantes mediante as análises destas atividades. Elas destacam que, em primeiro lugar, parece que a transição para o ensino Superior está trazendo dificuldades para alunos e professores, pois muitos estudantes apresentam lacunas em termos de conhecimentos pré-requisitos da matemática básica, Ensinos Fundamental e Médio. Em segundo lugar, as autoras observam que a maior parte dos alunos não tem o hábito de pesquisar nos livros didáticos. Os estudantes esperam que todo o conteúdo seja apresentado pronto e se satisfazem apenas aos exemplos de aula e não discutem dúvidas que podem surgir quando estudam sozinhos. Além disso, para Cury e Cassol (2004), muitos estudantes, ainda que recebam comentários sobre suas resoluções, não conseguem entender os próprios erros o que remete à falta de reflexão sobre sua própria aprendizagem. Face às considerações feitas, as autoras consideram que é de suma importância o acompanhamento de todas as atividades realizadas pelos alunos, pois permite entender suas dificuldades e adaptar o ensino às suas reais necessidades.

A seguir apresenta-se a teoria referente à temática de Derivadas.

2.2 DERIVADAS

A investigação buscou analisar questões resolvidas em Testes Adaptativos com a temática Derivadas e suas Aplicações, por isso é importante apresentar um referencial sobre Derivadas.

2.2.1 Breve Histórico

Segundo Eves (2004 apud RIBEIRO, 2015), o século XVII foi o período de muitos avanços na ciência, principalmente no campo da matemática. Uma das maiores criações nesse ramo foi o Cálculo Diferencial e Integral, por Newton e Leibniz.

Como área de aplicação dessa ferramenta matemática é muito extensa, despertou o interesse de estudiosos em aperfeiçoá-la. Por isso houve envolvimento de muitos estudiosos.

De acordo com Eves (2004), o Cálculo foi inventado por Isaac Newton (1642-1727) que desenvolveu métodos analíticos unindo técnicas matemáticas já conhecidas, o que tornou possível a resolução de problemas de vários tipos, como o de encontrar áreas, tangentes e comprimentos de curvas, assim como máximos e mínimos de funções. E por Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646-1716) para o qual o destino tinha reservado a tarefa de elaborar uma notação apropriada, a de nomear o Cálculo Diferencial e Integral.

Para Eves (2004), o cálculo integral surgiu antes do cálculo diferencial, diferentemente da ordem a qual esses conteúdos são ministrados, atualmente. A ideia de integração foi consequência de problemas relacionados com comprimentos, áreas e volumes e a diferenciação através dos problemas de tangentes de curvas e de questões de máximos e mínimos. Supõe-se que o motivo tenha sido a necessidade cotidiana da sociedade, visto que muitas vezes era necessário calcular a área de terrenos com formas irregulares. Posteriormente, relacionaram as duas como operações inversas.

Leibniz desenvolveu seus estudos sobre o cálculo entre 1673 e 1676 ao elucidar ideias sobre o teorema fundamental do cálculo e estabelecendo muitas das fórmulas elementares de diferenciação. Ele usou pela primeira vez o símbolo $\int$ para integral em 1675. Esse símbolo derivou da primeira letra da palavra soma. O primeiro artigo do autor sobre integrais é de 1684 (EVES, 2004).

A criação do cálculo alimentou grande polêmica durante muitos anos entre Newton e Leibniz. Os estudos de Newton são anteriores aos de Leibniz, entretanto este foi quem primeiro publicou seus resultados. Atualmente, acredita-se que ambos desenvolveram suas pesquisas independentemente (EVES, 2004 apud RIBEIRO, 2015).

2.2.2 Definição de Derivada

Segundo Cantoral (2013), Anton (2000), Swokowski (1994), Leithold (1994), a derivada de uma função *f* é a função *f’* definida por

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

desde que o limite exista. Essa definição se origina da inclinação da reta tangente ao gráfico da função *f*, a qual passa por um ponto existente neste gráfico.

O conceito básico para compreender a definição de derivada é o do diferencial, visto que os infinitesimais são aceitos e utilizados em Cálculo. Segundo Quezada (2008, p. 13), "a derivada será o quociente de dois diferenciais e a integral a operação inversa da diferenciação".

O conceito de diferencial pode ser introduzido indicando que um aumento infinitesimal de uma quantidade variável será chamado de diferencial, caso em que um "*d*" será usado em vez de Δ. Assim, *dx* denotará um aumento infinitesimal de *x* (QUEZADA, 2008).

Com referência a uma função *f* definida por $y = f(x)$, se *x* tende a um valor inicial '*a'* e um incremento *dx* (portanto um valor final $a + dx$), então, o correspondente aumento da função – o qual supõe continuidade na função, espera-se que seja também infinitesimal – é o diferencial da função, ou seja: $df(a, dx) = f(a + dx) - f(a)$ (QUEZADA, 2008).

Por exemplo, se $y = x^2\ e\ a = 3$, então $dy(a, dx) = (3 + dx)^2 - 3^2 = 6dx + (dx)^2$. É importante indicar que, para o cálculo do diferencial, apenas o termo principal será conservado. Assim, no exemplo podemos escrever $dy(a, dx) = 6dx$ (QUEZADA, 2008).

A taxa de variação é um conceito importante que pode ser apresentado pela seguinte forma: se as variáveis *x* e *y* estiverem relacionadas por $y = f(x)$, de maneira que a cada valor de *x* (no domínio da função *f*) corresponda a um único valor de *y*, e se *y* variar seu valor de $f(a)$ para $f(a + \Delta x)$ quando *x* for de *a* para $a + \Delta x$, diz-se que a taxa média de variação de *y* em relação a *x*, no momento correspondente a $x = a$, é a relação entre o aumento da função e o aumento da variável, ou seja:

$$\frac{\Delta y(a, \Delta x)}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

a taxa média de variação sempre, ou seja, como a relação entre os aumentos de duas variáveis (QUEZADA, 2008).

Segundo Quezada (2008) uma vez definida a taxa de variação em um ponto, a função derivada pode ser definida dizendo que: se $y = f(x)$, a função derivada de *f*, denotada por *f'*, se define imediatamente:

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{f(x + dx) - f(x)}{dx}$$

Quanto a reta tangente, é conveniente indicar a importância de considerar, por uma parte, as curvas definidas mediante $R(x, y) = 0$, e por outra, aquelas definidas por $y = f(x)$.

Assim, ao considerar uma curva *C,* definida mediante $R(x, y) = 0$, como um polígono com uma infinidade de lados, cada um deles infinitamente pequeno, pode-se dizer que, onde $P = (xp, yp)$ um ponto da curva, a inclinação das retas tangente e normal a *C* em *P* são respectivamente:

$$m_T = \frac{dy}{dx} \; e \; m_{N=} - \frac{dy}{dx}.$$

Desta maneira, se *C* é uma curva definida mediante $R(x, y) = 0$, e se em um ponto *P* se tem que

$$\frac{dy}{dx} = 0,$$

então a reta tangente a *C* em *P* é horizontal (paralela ao eixo das abscissas) e a reta normal é vertical (QUEZADA, 2008).

Analogamente, se *C* é uma curva definida mediante $R(x, y) = 0$, e se em um ponto *P* se tem que

$$\frac{dx}{dy} = 0,$$

Então, a reta tangente a *C* em *P* é vertical (paralela ao eixo das ordenadas) e a reta normal é horizontal (QUEZADA, 2008).

Se a curva for definida mediante $y = f(x)$ observações semelhantes podem ser feitas, levando em consideração que, nesse caso, a inclinação da reta tangente, no ponto de abscissa *a*, será $f'(a)$ (QUEZADA, 2008).

2.2.3 Desenvolvimento do conteúdo de Derivadas na Disciplina de Cálculo I

O conteúdo de Derivadas, foco desta dissertação, é desenvolvido no curso de Engenharia Civil através da Disciplina de Cálculo I, considerada pré-requisito para as disciplinas posteriores do curso. Ela é cursada nos primeiros semestres, pois seus conhecimentos são necessários para o desenvolvimento de outras disciplinas específicas de cursos de Engenharias.

Segundo o Conselho Nacional de Educação, que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia, onde consta:

> Art. 6º Todo o curso de Engenharia, independente de sua modalidade, deve possuir em seu currículo um núcleo de conteúdos básicos, um núcleo de

> conteúdos profissionalizantes e um núcleo de conteúdos específicos que caracterizem a modalidade. § 1º O núcleo de conteúdos básicos, cerca de 30% da carga horária mínima, versará sobre os tópicos que seguem: I - Metodologia Científica e Tecnológica; II - Comunicação e Expressão; III - Informática; IV - Expressão Gráfica; V - Matemática; VI - Física; VII - Fenômenos de Transporte; VIII - Mecânica dos Sólidos; IX - Eletricidade Aplicada; X - Química; XI - Ciência e Tecnologia dos Materiais; XII - Administração; XIII - Economia; XIV - Ciências do Ambiente; XV - Humanidades, Ciências Sociais e Cidadania (MACEDO, 2002, p. 2).

Fica evidente que o MEC exige conhecimentos matemáticos para estudantes de um curso de Engenharia, onde inclui o conteúdo de Derivadas, no ponto V – Matemática, da resolução supracitada.

Segundo Anton (2000, p. 169), "Derivada é a ferramenta matemática usada para estudar taxas nas quais variam as grandezas físicas". E tem a seguinte definição, descrita por Anton (2000, p. 178):

> Se $P(x_0, y_0)$ é um ponto no gráfico de uma função *f*, então a reta tangente ao gráfico de *f* em P, também chamada de reta tangente ao gráfico de *f* em x_0, é definida como sendo a reta que passa por P com inclinação
> $$m_{tg} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$
> contanto que este limite exista. Se o limite não existir, então concordaremos que não há nenhuma reta tangente ao gráfico em P.

Derivada possui a interpretação geométrica como a inclinação de uma reta tangente a uma curva. Uma função que tenha uma derivada será denominada derivável. A derivada é calculada pela operação de derivação, provados por teoremas que auxiliam o cálculo de funções algébricas. A interpretação de uma derivada é a taxa de variação, o que a torna importante em diversos campos. A taxa de variação de uma reação química é um tópico de interesse para um químico. Os economistas estão preocupados com conceitos marginais tais como a receita marginal, o custo marginal e o lucro marginal, que são taxas de variação (LEITHOLD, 1994, p. 139).

2.2.4 Processos cognitivos para a aprendizagem da Derivada

É primordial entender como o pensamento humano evolui para a aquisição do conhecimento matemático, ou seja, estudar como ocorre a construção social dos saberes no âmbito da matemática. Para tanto, Cantoral (2013) afirma que o ponto de vista sistêmico assume o saber como a construção social do conhecimento e esta é a parte principal, explicar os mecanismos funcionais que permitem o trânsito do conhecimento ao saber.

Antes de falar da questão teórica geral da construção dos sistemas conceituais, a teoria Socioepistemológica tem como ponto de vista que “a prática é concebida como um conjunto organizado de atividades e ações objetivas intencionais para atender a uma determinada situação” (CANTORAL, 2013, p. 327). Sendo assim, ela responde à questão supracitada, invariavelmente, em três planos, não temporalmente sequenciados, porém articulados conceitualmente: o primeiro plano de resposta trata da própria natureza do saber, que é a sua problematização.

O segundo plano trata da prática social como normativa da atividade humana e como base da construção de nossos sistemas conceituais, ou seja, seus mecanismos funcionais.

O terceiro plano, o das articulações teóricas, se apoia sobre a grande diversidade de evidências empíricas acumuladas, buscando caracterizar o funcionamento do modelo de construção social do conhecimento através da dialética parcial do modelo.

Para Cantoral (2013), normalmente a apresentação de Derivada no ensino começa com a definição da Derivada como um limite e o emprego da regra de quatro passos para desenvolver as técnicas de derivação. Ilustra-se o significado geométrico da derivada mediante a inclinação da reta tangente ao gráfico da função no ponto de derivação como mostra em seguida:

Definição de derivada de *f* em *x*:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

A regra dos quatro passos é uma forma operacional, a partir da qual se ensina na classe o método para obter as derivadas:

- Primeiro passo: aumentar *f*, resultando em $f\ (x+h)$
- Segundo passo: calcular o aumento $f\ (x+h) - f\ (x)$
- Terceiro passo: dividir esse valor por *h*

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- Quarto passo: calcular o seguinte limite,

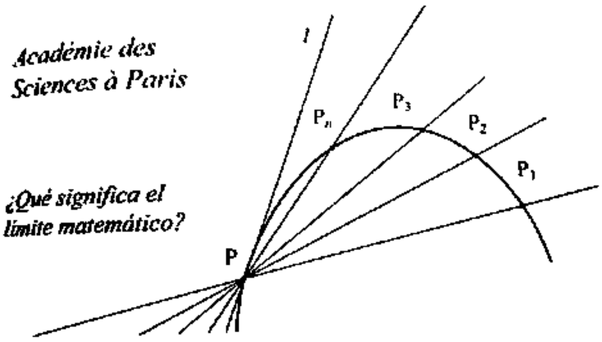
$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Essa regra, amplamente utilizada no ambiente educacional, é geralmente exemplificada ou representada graficamente com um diagrama que foi elaborado por

D’Alambert, que em uma competição da Academia de Ciências de Paris propôs um modelo que se tornou, posteriormente, um paradigma de explicação escolar. É interessante notar que, esta proposta não teve fins didáticos e, no entanto, é utilizada, atualmente, para introduzir a derivação aos estudantes do Ensino Médio e do Ensino Superior. Porém será a melhor forma de fazê-lo? Sierpinska (1985) e Dolores (1989) provaram que não, devido aos alunos pensarem a tangente de uma maneira diferente dessa apresentação elaborada por D’Alambert (CANTORAL, 2013).

A ideia de D’Alambert consiste em construir uma sucessão de secantes cujo declive converge para a inclinação da reta tangente em P. Isso se explica, dizendo que, ao tender P_n em direção a P, as retas secantes $\overleftrightarrow{PP_i}$ tendem a reta tangente *l*, conforme figura 7 (CANTORAL, 2013).

Figura 7 – Exemplo de D’Alambert em 1748



Fonte: CANTORAL, 2013, p. 193.

Esse enfoque sempre encontra uma reta tangente dada uma curva, mediante a técnica descrita anteriormente. Cantoral (2013) acredita que essa aproximação não produz uma informação adequada sobre a reta tangente. Nesse sentido, propôs uma nova estratégia, que é iniciar com a reta e solicitar aos alunos, nesse caso considerando alunos do Ensino Médio, que esboçassem uma parábola que fosse tangente no ponto indicado. Então, os estudantes teriam que modificar os parâmetros e atingir o seu objetivo que, uma vez alcançado, permitiria reconhecer o limite linear da parábola como a fórmula da reta tangente a curva no ponto de origem:

$$ax^2 + bx + c \ \leftrightarrow bx + c$$

Considerando uma função f arbitrária e infinitamente derivável em todos os pontos. Desenvolver em torno do ponto x um aumento h da função para obter o seguinte:

$$f(x+h) = a(x) + b(x)h + c(x)\frac{h^2}{2!}$$

Se fosse escrito os coeficientes do desenvolvimento anterior em termos das derivadas sucessivas da função f, tem-se que cada coeficiente é uma das derivadas em ordem ascendente:

$$f(x), f'(x), f''(x), f'''(x), \dots, f^n(x0, \dots$$

De onde se obtém,

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2!} +, \dots$$

Desenvolvendo a função em torno do eixo $x - a$, tem-se:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} +, \dots$$

Para Cantoral (2013) essa é uma maneira alternativa para encontrar as derivadas sucessivas de uma função em um ponto indicado, que consiste em tomar os coeficientes e depois desenvolver uma série de potências em torno do ponto indicado de onde se pretendia derivar.

Por meio de um exemplo Cantoral (2013) mostra como funcionam essas ideias.

Considere a função dada $f\ (x) = \ x^3$, a qual vamos calcular a derivada em x. É necessário escolher $f(x\ +\ h)$ e desenvolver em série de potências, como descrito anteriormente, sendo assim obtêm-se,

$$(x+h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

Que é equivalente a:

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2!} + \cdots$$

Portanto, igualando as expressões, obtêm-se o seguinte:

$$f(x) = x^3 \qquad f'''(x) = 6$$

$$f'(x) = 3x^2 \qquad f^{(4)}(x) = 0$$

$$f''(x) = 6x \qquad f^{(5)}(x) = 0$$

Segundo Cantoral (2013), então, se considerar a definição usual empregada no ensino Médio e essa última, há dois métodos distintos para obter a mesma derivada, uma denominada Derivada de Cauchy e a outra de Lagrange.

A primeira é a mais usual no ensino inicial, tanto no ensino Médio, como na primeira disciplina do ensino Superior, enquanto a segunda é mais usada em disciplinas mais avançadas de cálculo no ensino Superior.

Cantoral e Miron (2000 apud CANTORAL, 2013), com base na ideia de Lagrange, realizaram uma experiência educacional em uma escola da cidade do México. A atividade consistiu em uma série de atividades com uso de calculadora gráfica (pode-se usar qualquer *software* livre com recursos gráficos, como por exemplo o *software GeoGebra*).

Apresenta-se na tabela 1 uma das atividades propostas nesse experimento.

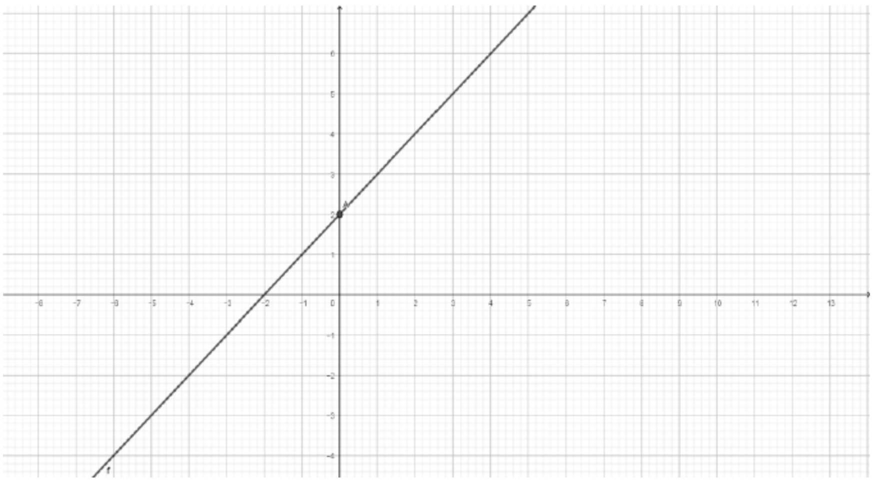
Tabela 1 - Derivada de Cauchy e Lagrange

DERIVADA DE CAUCHY	***DERIVADA DE LAGRANGE***
Limite do crescimento do quociente	Coeficiente linear no desenvolvimento em série
$f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$	$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)\dfrac{(x-a)^2}{2!} +, \ldots$

Fonte: CANTORAL & MIRON, 2000 apud CANTORAL, 2013.

Foi proposta, em papel impresso, uma imagem da calculadora gráfica referente a uma reta e um ponto sobre a mesma no eixo Y'Y, contendo o mesmo enunciado que se apresenta na Figura 8, onde se exibe uma reta e um ponto.

Figura 8 – Reta $y = x + 2$, tangencia em (0,2)

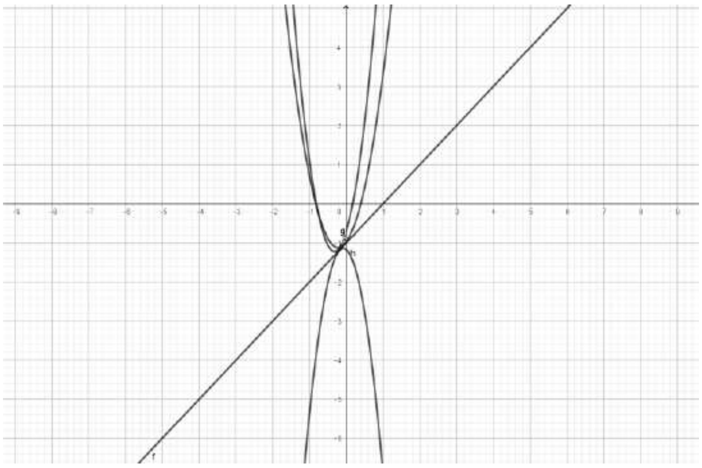


Fonte: CANTORAL, 2013, p. 196.

Variações da reta são dadas as coordenadas de um ponto sobre a mesma. A tarefa é traçar o gráfico de uma parábola de modo que esta tenha ponto que tangencia a reta no ponto indicado, como pode ser observado nas figuras 9 e 10.

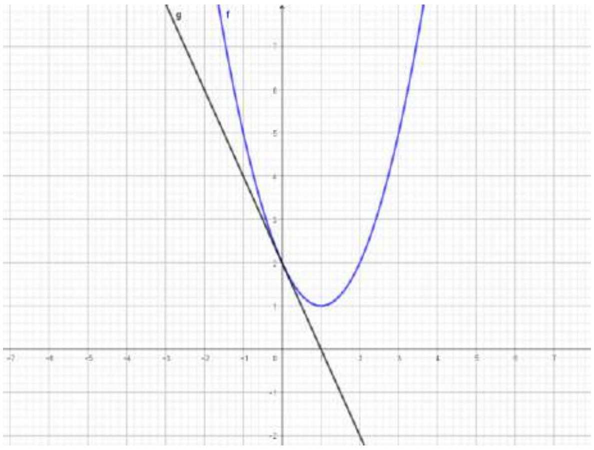
Os estudantes, de forma autônoma, organizaram pequenos grupos de três alunos. Nesse momento da atividade, eles tinham que movimentar e coordenar os movimentos da parábola na calculadora gráfica. Para isso deveriam seguir os parâmetros a, b e c da função quadrática, para fazê-lo coincidir com a reta. Esse era o problema real da atividade que, ao movimentar, estavam formando a reta tangente a esse ponto. Na realização dessa atividade experimental, os alunos estavam derivando sem nenhum resultado, apenas visualizando graficamente, ou seja, derivando sem derivar (CANTORAL, 2013, p.196).

Figura 9 – Gráfico da função parábola e reta



Fonte: CANTORAL, 2013, p. 197.

Figura 10 – Gráfico da função parábola e reta



Fonte: CANTORAL, 2013, p. 197.

Essa atividade foi realizada pela primeira vez com a ajuda de tecnologias e reaplicada sem o emprego de calculadora com capacidade gráfica e no mesmo nível escolar. Os resultados mostraram que essa experiência permitia construir uma ideia de tangência entre curva e reta mais próxima da definição matemática de Derivada. Com ela é possível introduzir a derivada no sentido de Lagrange, como aproximação linear de primeira ordem. Em um semestre, os estudantes de bacharelado conseguiram mostrar o que no ensino usual não se alcança em três anos (CANTORAL, 2013).

Outra atividade desenvolvida por Cantoral (2013) sobre as Derivadas sucessivas a Derivada será apresentada a seguir.

A atividade sobre Derivadas Sucessivas, proposta por Cantoral (2013, p. 197-201) apresenta quatro gráficos idênticos, conforme figuras a seguir. Foi solicitado aos alunos para utilizarem um gráfico para cada preposição, de modo que eles deveriam marcar no gráfico apenas um dos quatro casos:

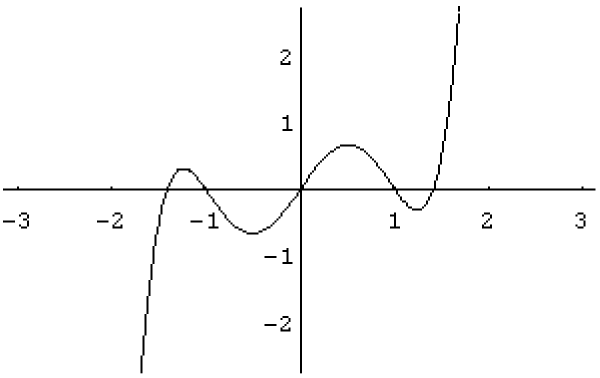
$$f(x) > 0, f'(x) > 0, f''(x) > 0, f'''(x) > 0$$

Esperava-se que as respostas dos alunos indicassem as estratégias, os esquemas que utilizariam e a formas de argumentação da seleção das estratégias utilizadas frente ao grupo.

De acordo com a atividade, a pergunta mais complexa resulta no último gráfico, pois é onde exige o uso de estratégias e precisa das definições como uma única possibilidade de resolução.

A Pergunta 1 foi: Marque sobre o gráfico (figura 11), de função f, a posição que considera correta para a condição $f(x) > 0$. É importante que se pinte no gráfico a região que satisfaz a pergunta (Figura11).

Figura 11 – Gráfico para Condição $f(x) > 0$

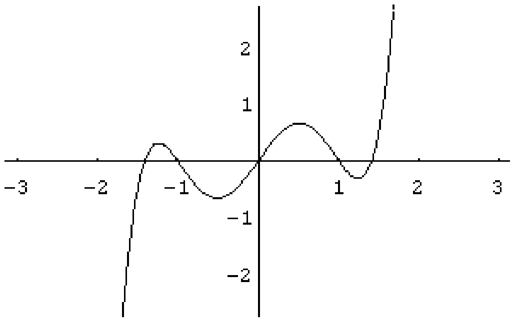


Fonte: CANTORAL, 2013, p. 198.

Neste caso, os estudantes precisavam relembrar conhecimentos prévios referente aos 1º, 2º, 3º e 4º quadrantes que determinam a imagem da função, de modo que as ordenadas positivas estão no 1º e 2º quadrantes e as negativas no 3º e 4º quadrantes. Segundo Cantoral (2013), geralmente os alunos respondem a essa pergunta com facilidade. Eles conseguem pintar, marcar no gráfico de acordo com o conhecimento prévio obtido na escola: acima do eixo X'X é positivo, abaixo do eixo X'X é negativo. Por conseguinte, no eixo das abscissas são os zeros da função f.

A pergunta 2 foi: Marque sobre o gráfico (figura 12) de função f, a posição que considera correta para a condição $f'(x) > 0$.

Figura 12 – Gráfico para Condição $f'(x) > 0$

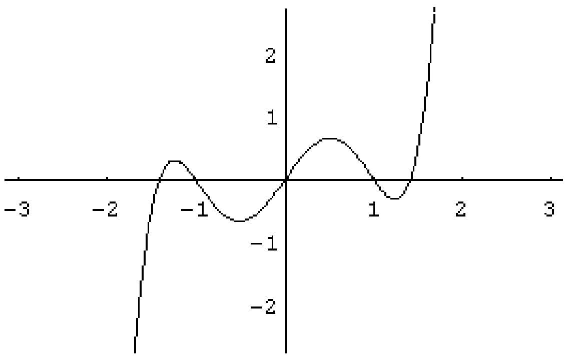


Fonte: CANTORAL, 2013, p. 199.

Nessa situação, Cantoral (2013) diz que os estudantes confundem o símbolo de derivada com a função. Alguns lembram-se da reta tangente a curva e determinam a derivada, fazendo a correspondência dos elementos. O registro construído pelos estudantes, referente à pergunta proposta num contexto simbólico e visual, é um pouco mais complicado. A proporção de respostas corretas é baixa e, nas outras explicações que eles usam, são escassas e confusas.

A pergunta 3 foi: Marque sobre o gráfico (figura 13), de função f, a posição que considera correta para a condição $f''(x) > 0$.

Figura 13 – Gráfico para Condição $f''(x) > 0$



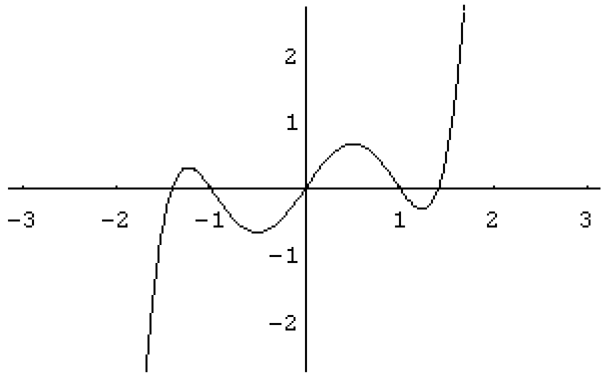
Fonte: CANTORAL, 2013, p. 200.

De acordo com Cantoral (2013), nessa pergunta a situação é mais complexa para o aluno, pois exige maior nível de abstração. Ele precisa lembrar a segunda derivada positiva que corresponde à concavidade para cima e da derivada negativa à concavidade para baixo. Embora os alunos não tenham qualquer explicação para confirmar o seu raciocínio, eles podem responder à pergunta. Pela análise realizada das respostas dadas pelos estudantes investigados por Cantoral, a existência de qualquer outro argumento para enfrentar a situação em questão não é clara. Na verdade, é comum entre os estudantes usar um método para estabelecer essas correspondências, "é côncava para cima, em seguida, retém mais água, se for para baixo retém menos água, na verdade ele vai puxar a água". Naturalmente, isso não parece envolver-se de estratégias corretas para resolução.

A pergunta 3 é uma situação na qual o estudante não pode recordar qualquer conhecimento prévio, porque a questão não foi abordada em sua educação formal.

A pergunta 4 foi: Marque sobre o gráfico (figura 14), de função f, a posição que considera correta para a condição $f'''(x) > 0$.

Figura 14 – Gráfico para Condição $f'''(x) > 0$



Fonte: CANTORAL, 2013, p. 201.

Essa pergunta, de acordo com Cantoral (2013), muitas vezes representa um desafio especial para estudantes e professores, pois eles precisam entender efetivamente o enunciado do problema para construir uma resposta que pareça convincente. Nesse caso, apresentam dificuldades em relação à ordem da derivada, pois precisam de elementos cognitivos e didáticos para construir uma resposta adequada. Cantoral considerou que até este momento, os estudantes estavam em uma situação de aprendizagem, em relação à série de perguntas anteriores que lhes permitiam utilizar algum conceito anterior já estudado nas séries anteriores.

Na quarta pergunta, foi apresentada uma problemática com maior complexidade aos alunos que precisavam ter mais clareza em relação às definições de derivadas sucessivas. Nesse momento, os estudantes e professores entraram em uma situação de aprendizagem mais rica, já que precisaram do domínio de algumas estratégias do pensamento e da linguagem matemática.

Segundo Cantoral (2013, p. 320), “para a sociologia, a prática será considerada como um conjunto organizado de atividades ou ações intencionais para resolver um determinado problema”. O autor segue afirma ainda que é fundamental considerar quais práticas são significativas para o campo, isto é, em que a construção de um certo conhecimento no momento da resolução de problemas está em jogo.

Um conjunto de atividades organizadas com certa intencionalidade, gera a prática, ou seja, ela surge do meio que impulsiona a realizá-la. Na visão do autor, a prática precede a experiência e a aprendizagem (do ponto de vista cognitivo e individual), por meio da experiência se produz aprendizagem. Considera-se que não só vai nessa direção, mas também, o conhecimento acontece através da aplicação, o que produz a experiência. Sendo assim, a aprendizagem e a experiência estão em relação dialética através da prática (CANTORAL, 2013).

Diante do exposto, é possível concluir que atividades orientadas de forma sequencial, com objetivos e intenções, gera a prática que, posteriormente, dará origem à experiência e aprendizagem. Essa abordagem abrange todos os conteúdos da Matemática. Logo, inclui também a derivação que é o foco deste trabalho.

Segundo Farfán (1997 apud CANTORAL, 2000), a hipótese central, depois de uma análise socioepistemológica profunda, consiste em assumir que, antes do estudo do cálculo, se requer a aquisição de uma linguagem gráfica que possibilite, essencialmente, a transferência de campos conceituais virtualmente alheios à causa dos ensinamentos tradicionais, estabelecendo um isomorfismo operacional entre a álgebra básica e o estudo de curvas. Melhor ainda, entre a linguagem algébrica e a gráfica, buscando dar sentido às operações fundamentais e faz analogias entre os números e as variáveis.

O interesse do ser humano em estudar a mudança e a variação advém da necessidade inerente a ele, o qual precisa prever antes de avançar o tempo para observar os resultados. No passado recente, várias ferramentas baseadas no estudo da mudança foram desenvolvidas e orientadas pela prática social de *Prædiciere* para antecipar o comportamento de sistemas complexos (CANTORAL, 2013).

Segundo Cantoral (2013) para determinar o caráter estável da mudança é necessário compreender quatro questões associadas à percepção da mudança: o que muda? A respeito do que muda? Como isso muda? E quanto isso muda? Em um fenômeno de variação, pode haver uma infinidade de elementos que estão mudando simultaneamente (o que muda?). No entanto, a atenção não é focada em todos eles, mas são eleitas as variáveis mais relevantes para uma situação específica. Nesse sentido requer alguma referência para comparar os estados do fenômeno a fim de perceber que uma mudança ocorreu, ou seja, para responder ao questionamento “a respeito do que muda?”.

O desenvolvimento de um conteúdo complexo, como é o Cálculo Diferencial, foco deste trabalho, é um desafio para o professor. As atividades desenvolvidas por Cantoral (2013) são sugestões muito interessantes que sugerem reflexão sobre a importância de aplicar a teoria de forma prática e contextualizada para promover aprendizagem significativa.

3 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo são apresentados o tema e a delimitação do tema da pesquisa, o problema da investigação, os objetivos geral e específicos, a metodologia, as ações desenvolvidas, descrição dos sujeitos investigados e também como ocorreu o experimento. Além disso, apresenta como é realizado o cadastro das questões no sistema SIENA.

3.1 TEMA DE INVESTIGAÇÃO

Esta pesquisa aborda o tema Testes Adaptativos com a temática Derivadas no Cálculo Diferencial com estudantes de Engenharia Civil.

3.1.1 Delimitação do Tema

Dificuldades na resolução de atividades em Testes Adaptativos, envolvendo o conteúdo de Derivadas com estudantes do curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA, os quais já cursaram a disciplina de Cálculo I.

3.2 PROBLEMA

Esta pesquisa teve como eixo norteador analisar as dificuldades de alunos matriculados no curso de Engenharia Civil, do CEULP/ULBRA, quanto à aprendizagem do conteúdo de Derivadas na disciplina de Cálculo I, utilizando o sistema SIENA para complementar a investigação.

O presente estudo tratou de responder à seguinte pergunta: *quais são as dificuldades evidenciadas por alunos do curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA na resolução de testes adaptativos envolvendo os conteúdos de Derivadas na disciplina de Cálculo I?*

3.3 OBJETIVOS

A seguir, estão expostos o objetivo geral e os objetivos específicos que nortearam esta pesquisa.

3.3.1 Objetivo Geral

A presente investigação foi norteada pelo seguinte objetivo geral: investigar as dificuldades de alunos matriculados no Curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA, os quais já cursaram a disciplina de Cálculo I, ao resolverem Testes Adaptativos no sistema SIENA.

3.3.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- investigar questões com o conteúdo de Derivadas para construção do banco de questões para os testes adaptativos no sistema SIENA;
- investigar competências e habilidades matemáticas importantes para o engenheiro civil, bem como conteúdos básicos e a avaliação que subsidiam o Cálculo I, do curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA;
- identificar as dificuldades que os estudantes apresentam ao resolverem as questões com as temáticas: Derivada e Aplicações.

3.4 METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Para alcançar o objetivo apresentado, que trata da investigação acerca das dificuldades que os alunos sentem ao resolverem testes adaptativos apresentados no sistema SIENA, envolvendo o conteúdo de Derivadas, a presente pesquisa é de caráter qualitativo com ênfase em um estudo de caso.

Quanto à abordagem qualitativa, Knechtel (2014, p. 97) afirma que

> é uma modalidade de pesquisa voltada para o entendimento de fenômenos humanos e cujo o objetivo é obter uma visão detalhada e complexa desses fenômenos, analisando a forma como os respondentes os configuram e os apreendem. Dessa forma, é dada ênfase à linguagem e à percepção dos informantes.

Os pressupostos básicos de uma pesquisa qualitativa são descritos por Knechtel (2014), como: preocupação primária com processos, interesse central no significado, a necessidade do trabalho de campo – o pesquisador vai ao campo adequado para observar e coletar dados pertinentes dos sujeitos investigados, além de ênfase na descrição e na explicação do fenômeno e a utilização de processos indutivos.

Demo (2003 apud KNECHTEL, 2014) afirma que o desafio da pesquisa qualitativa é buscar modos de captação que sejam congruentes com as marcas da qualidade como, por exemplo, sua dinâmica mais flexível, subjetiva, intensa, ideológica, profunda e provisória. Assim, “a pesquisa qualitativa é complexa, por permitir diversidade e flexibilidade” (KNECHTEL, 2014).

As pesquisas são classificadas quanto aos procedimentos técnicos, como: bibliográfica, documental, experimental, *ex post facto*, levantamento, estudo de campo, estudo de caso, pesquisa-ação e pesquisa participante (GIL, 2002 apud KNECHTEL, 2014). Nesta investigação, a pesquisa foi classificada como estudo de caso, o qual

> é circunscrito a uma ou a poucas unidades pesquisadas entendidas como uma pessoa, uma família, um produto, uma empresa, um órgão público, uma comunidade ou mesmo um país. Essa modalidade tem caráter de profundidade e detalhamento podendo ou não ser realizada em campo (KNECHTEL, 2014, p. 151).

Para Chizzotti (2008, p. 90 apud KNECHTEL, 2014) estudo de caso é uma caracterização abrangente de pesquisas que coletam e registram dados de um caso particular ou de vários para organizar um relatório crítico e/ou analítico de uma experiência, com o objetivo de tomar decisões a seu respeito ou propor uma ação transformadora. O caso é considerado como unidade significativa do todo, por isso é suficiente para fundamentar um julgamento quanto a propor uma intervenção.

Segundo Ludke e André (2013, p. 18-20 apud KNECHTEL, 2014) as características de estudo de caso são descritas como: visam à descoberta – o pesquisador busca novas respostas no desenvolvimento de seu trabalho; enfatizam a “interpretação do contexto” – o pesquisador leva em conta o contexto em que o objeto de estudo está inserido; buscam retratar a realidade de forma completa e profunda; utilizam grande variedade de fontes de informação; revelam experiências vicárias e permitem generalizações naturalísticas; procuram representar os diferentes e, às vezes, conflitantes pontos de vista presentes em uma determinada situação social – proporcionando diferentes pontos de vista; os relatos de estudo de caso utilizam linguagem e forma mais acessíveis do que as de outros relatórios de pesquisa – através de desenhos, fotos e narrativas.

De acordo com Dencker (1998, p.127 apud KNECHTEL, 2014, p.152) “o estudo de caso pode envolver exame de registros, observação da ocorrência de fatos, entrevistas estruturadas e não-estruturadas ou qualquer outra técnica de pesquisa”. Dessa forma, busca-se analisar os registros dos resultados dos testes adaptativos computadorizados disponíveis no site do sistema SIENA (http://www.siena.ulbra.br) e também, os registros escritos entregues à pesquisadora construídos pelos sujeitos investigados.

A seguir são apresentados os procedimentos necessários para desenvolver a análise e busca das respostas do problema de pesquisa, a saber: construção do questionário aplicado aos sujeitos, coleta de informações sobre a IES que sediou a aplicação da pesquisa, no caso, o CEULP/ULBRA, conhecimento do sistema SIENA, estudo e elaboração do referencial teórico sobre Testes Adaptativos, Dificuldades e Erros e o conteúdo de Cálculo Diferencial – Derivadas, submissão e aprovação sob o parecer de número 2.376.481, do projeto desta pesquisa na Plataforma Brasil. Além de elaboração do grafo para nortear a investigação, elaboração das questões para compor o banco de dados da pesquisa, cadastramento das questões no sistema SIENA, realização do experimento com o grupo de alunos matriculados no Curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA que já haviam cursado, com aprovação ou não, a disciplina de Cálculo I.

3.4.1 Local e Sujeitos da Pesquisa

A investigação foi realizada através de um experimento pontual com um grupo de vinte (20) alunos, maiores de 18 anos, os quais já haviam cursado, com aprovação ou não, a disciplina de Cálculo I, do curso de Engenharia Civil, do CEULP/ULBRA.

Para conhecer a realidade dos acadêmicos que foram sujeitos da pesquisa, primeiramente, foi aplicado um (01) questionário[3] com uma (01) questão aberta e onze (11) questões fechadas com o intuito de analisar um pouco da trajetória do aluno ao ingressar no ensino superior, bem como, com sete (7) questões relevantes para a análise dos resultados obtidos, visto que especificam a trajetória no curso.

O curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA é oferecido pela instituição há 16 anos com atuação no estado de Tocantins na cidade de Palmas. A IES é reconhecida regionalmente, tendo formado mais de 160 engenheiros civis nos dezesseis anos de atuação.

Foi o primeiro curso de Engenharia Civil do estado e, atualmente, é o único com egressos. É ofertado no período noturno, por isso permite trabalho ou estágios durante o período diurno. Apresenta um currículo atualizado, de acordo com as novas

[3] Questionário disponível no Apêndice D.

diretrizes curriculares (Resolução CNE/CES 11, de 11 de março de 2002) (PORTAL CEULP/ULBRA, 2017)[4].

Na disciplina de Cálculo I, do curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA, em média, são matriculados 50 alunos, por semestre. É ministrada por três (03) professores e oferecida em todos os semestres. O índice de reprovação nos anos de 2016 e 2017 permaneceu entre 40% e 50%.

Em contrapartida, pelos percentuais apresentados, conclui-se que o índice de aprovação na disciplina de Cálculo I oscila entre 50% e 60%. Há semestres em que fica mais próximo de 60%. Mas esse índice não tem passado dos 60% nos últimos dois anos, fato preocupante, pois é considerado um índice elevado de reprovações, ou seja, entre 40% e 50%.

Um estudo feito pela Direção Acadêmica do CEULP/ULBRA apontou que o maior índice de reprovação na Instituição, em torno de 50% e 60%, está concentrado na disciplina de Fundamentos de Matemática. Isso ocorre porque os alunos calouros possuem, em sua maioria, formação com baixo rendimento e qualidade aquém do esperado no Ensino Médio. Tal situação foi constatada por meio de uma avaliação diagnóstica aplicada nos primeiros dias de aula dessa disciplina através de questionários aplicados aos estudantes, envolvendo questões de Matemática sobre os conteúdos ministrados no Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Nesse estudo observou-se que o alto índice de reprovação diminui na disciplina de Cálculo I, que fica em média entre 40% e 50% e permanece diminuindo quando avança para a análise dos percentuais das disciplinas de Cálculo II, entre 15% e 25% e Cálculo III, entre 0% e 15%[5].

Diante disso, é possível observar que, conforme o aluno avança no curso, ele constrói os conhecimentos necessários para alcançar aprovação nas disciplinas institucionais de exatas, conforme já mencionadas.

3.4.2 Experimento

O experimento foi realizado nos dias 18 e 20 de abril de 2018, no CEULP/ULBRA, no turno vespertino, das 13h30min às 17h30min. Foi aplicado com um grupo de vinte (20) alunos matriculados no curso de Engenharia Civil, dos quais apenas um (01) estudante desistiu e não realizou os testes do segundo dia. Os demais

[4] Matriz Curricular disponível nos Anexos.
[5] Informações cedidas pela Direção Acadêmica do CEULP/ULBRA.

participaram das atividades dos dois dias. Dentre eles, dezoito (18) realizaram os testes no laboratório de informática da instituição, com rede de internet *Wi-fi* e provedor *Mozilla Firefox,* instalados em todas as máquinas e em pleno funcionamento, sob o comando da pesquisadora. Já dois (2) alunos realizaram de forma on-line em outros ambientes.

O experimento ocorreu sem orientação da professora pesquisadora. Porém, durante as resoluções das questões, os investigados tiveram à disposição para uso e consulta os seguintes recursos: calculadora científica e tabela com as fórmulas das derivadas diretas.

No decorrer da realização dos testes foi possível perceber que os alunos mostraram interesse em conhecer o seu rendimento em cada conceito do grafo realizado. E expressaram o desejo em realizar novos testes do mesmo conceito com a intenção de alcançar melhores resultados. Eles participaram do processo com entusiasmo, buscando resolver as questões propostas.

Apresenta-se nas figuras 15 e 16 o laboratório de informática do CEULP/ULBRA, com 29 máquinas equipadas com rede *Wi-fi* que serviu como sede para a realização das atividades.

Figura 15 – Laboratório de Informática

Fonte: a pesquisa.

Figura 16 – Laboratório de Informática

Fonte: a pesquisa.

3.4.2.1 Cadastrando as questões no sistema SIENA

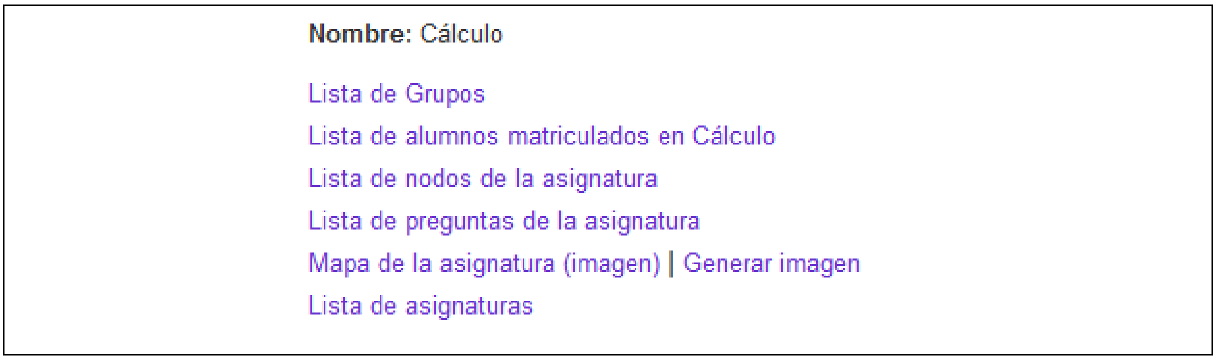
No sistema SIENA são utilizados testes adaptativos e de múltipla escolha para todos os conceitos do grafo. As questões foram cadastradas para cada conceito, contendo cinco opções de respostas para cada uma e classificadas em três níveis diferentes: fácil, médio e difícil. Foi necessário definir, também, no âmbito do sistema, o grau de sua relação com o conceito, a alternativa correta, além de considerar a possibilidade de responder à pergunta exclusivamente por sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; o tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta.

Para cadastrar as questões no sistema SIENA, segundo Melo (2018), é importante que se tenha o arquivo em Word, com as questões digitadas e a resposta correta assinalada, conforme exposto no Apêndice A, o qual foi construído pela autora.

Melo (2018) salienta que existem etapas a serem seguidas para o cadastramento correto das questões no sistema SIENA.

O primeiro passo é, após acessar o sistema SIENA pelo site: http:/www.siena.ulbra.br, registrar o login e a senha criados pelo administrador, anteriormente, e clicar em "*Lista de preguntas de la asignatura*" conforme a figura 17.

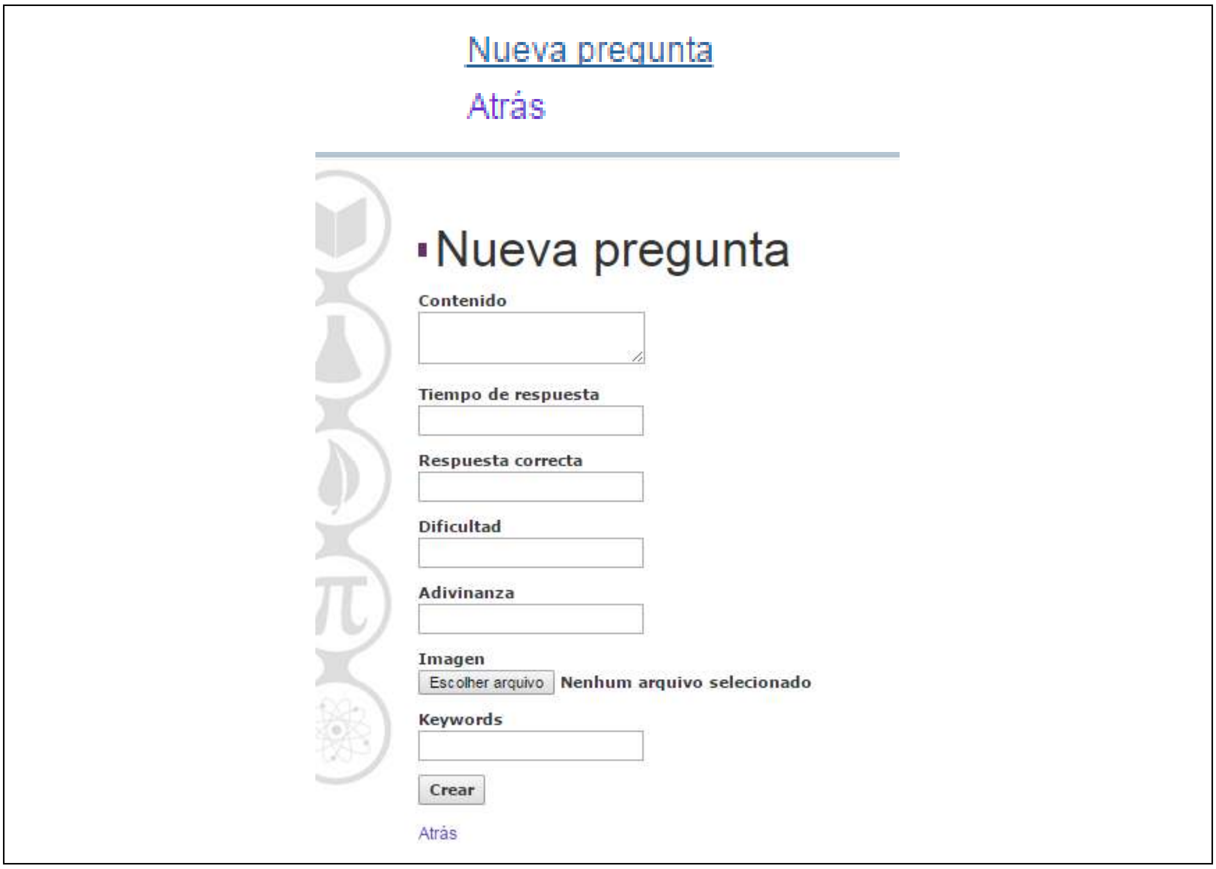
Figura 17 – 1º Passo do cadastramento das perguntas no SIENA



Fonte: http://www.siena.ulbra.br.

No segundo passo, deve-se clicar em “*Nueva Pregunta*”, onde abrirá a tela que segue, a qual deve ser preenchida com os dados da questão e, seguidamente, clicar em “*crear*” como mostra a figura 18.

Figura 18 – 2º Passo do cadastramento das perguntas no SIENA



Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Nessa tela já constará o conteúdo da questão. O tempo de reposta que o aluno terá para responder a questão; a identificação da resposta correta; o grau de dificuldade adotado para essa questão; o grau considerado de adivinhação, supondo que o aluno possa apenas escolher ao acaso sem realizar cálculo ou sem desenvolver uma solução estratégica; o anexar de uma imagem, se desejar e as palavras chaves da questão.

Para preencher cada um desses campos, segue as orientações trazidas por Melo (2018), como exposto na figura 19.

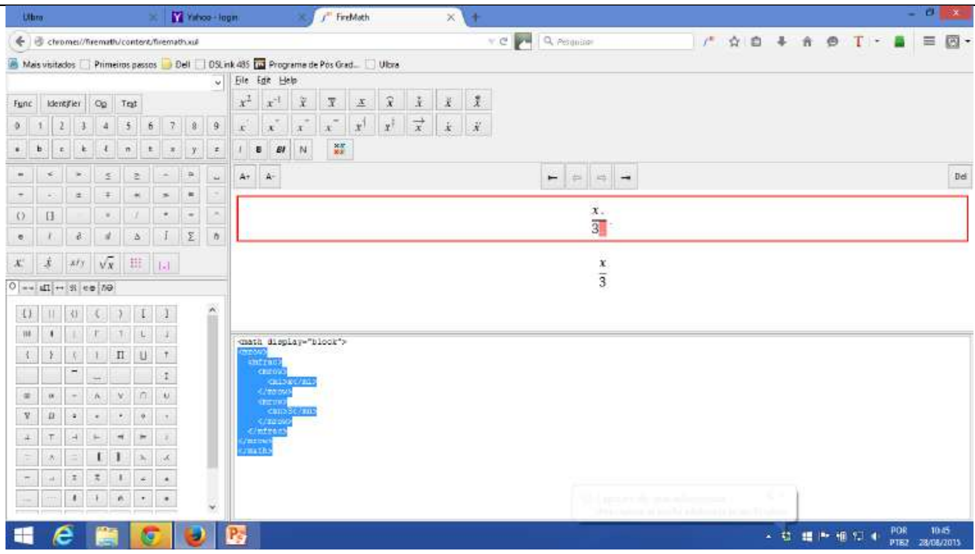
Figura 19 – Conteúdo da questão

“Sabendo que o perímetro de uma roda de uma motocicleta possui 1200mm, e a cada 2cm existe uma barra de sustentação. Quantas barras existem nesta roda?”

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Segundo Melo (2018) a pergunta deve ser digitada dentro da caixa disponível. Caso a pergunta ou as respostas apresentarem símbolos, estruturas de funções matématicas, por exemplo, uma fração, é necessário utilizar a ferramenta *Fire Match*, a qual é uma extensão do *Firefox*. Para isso, é preciso digitar a fração no espaço, conforme apresenta a figura 20.

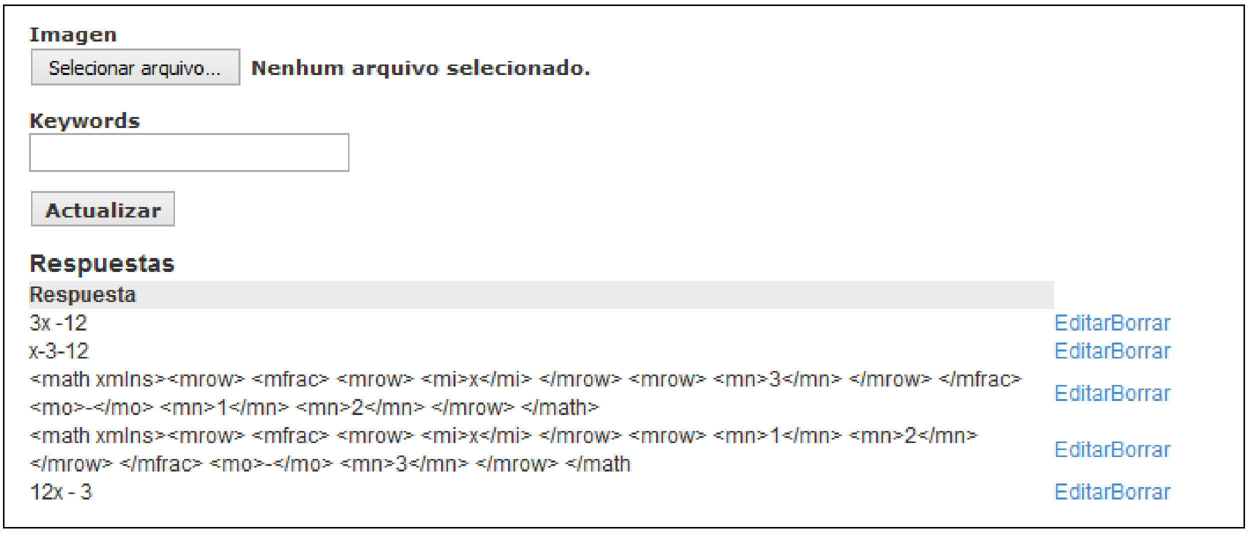
Figura 20 – Utilizando o *Fire Match*



Fonte: MELO, 2018.

Após digitar a fração, aparecerá o código de leitura para o sistema reconhecer os símbolos. Então, deve-se copiar o código gerado pelo *Fire Math* e colar no local desejado na questão que está sendo construída. E, antes do código, colar a expressão: <math xmlns>, pois é isso que fará com que a fração fique no local desejado, como mostra a figura 21 (MELO, 2018).

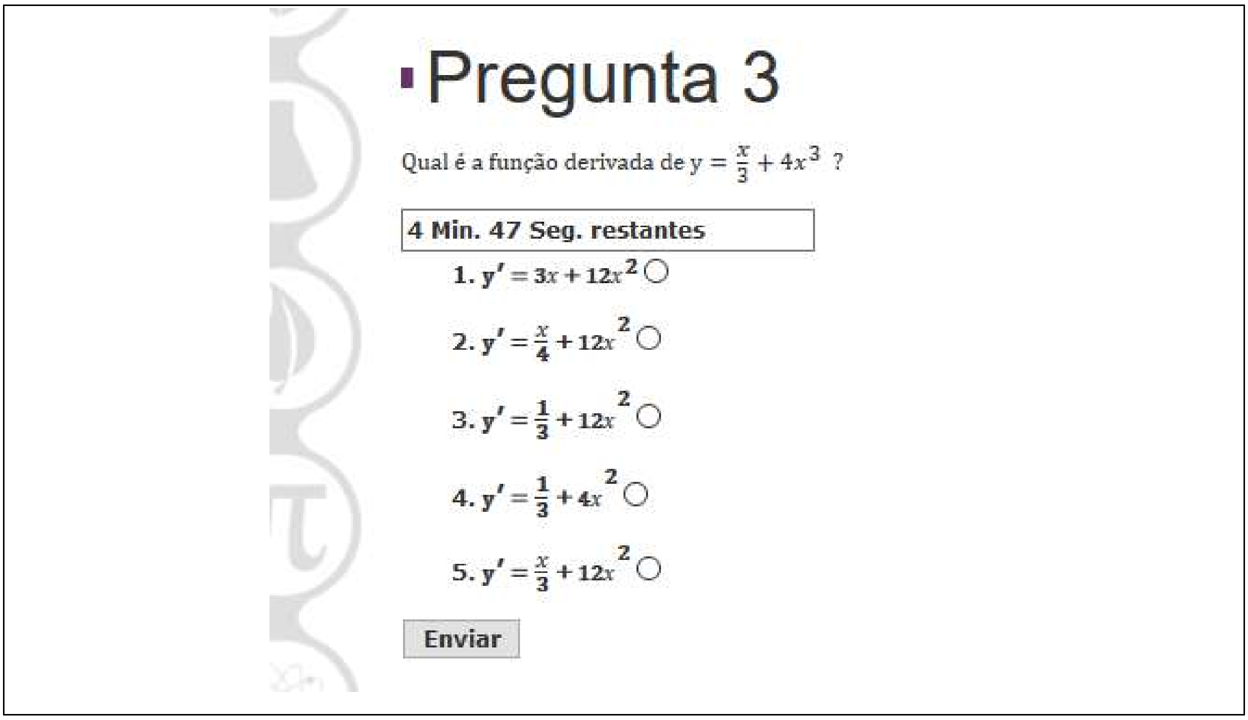
Figura 21 – Inserindo os dados do *Fire Match* na questão ou respostas do SIENA



Fonte: MELO, 2018.

Para exemplificar como a pergunta e as respostas com símbolos aparecem no sistema SIENA, apresenta-se um exemplo na figura 22.

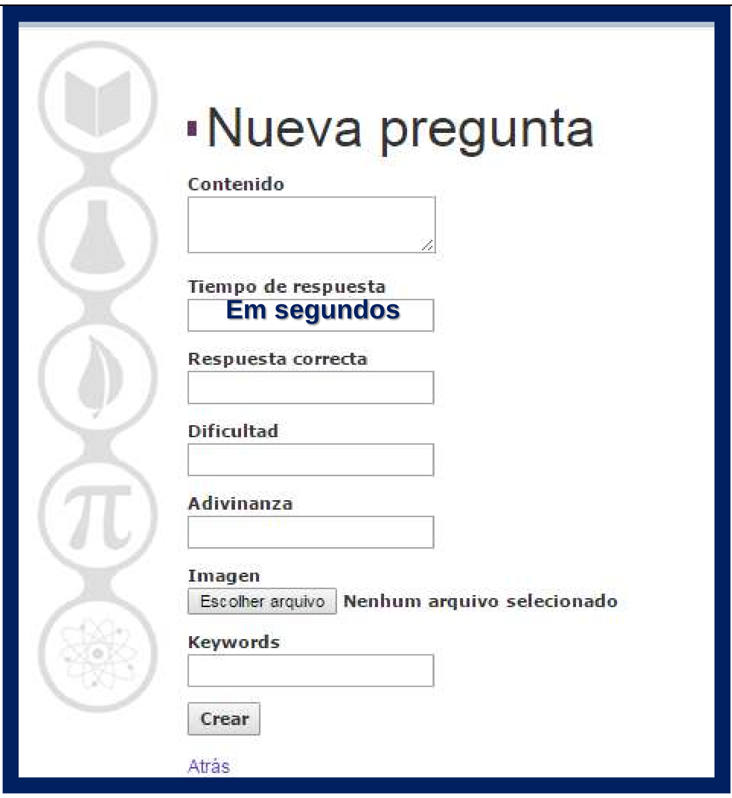
Figura 22 – Exemplo de uma pergunta e respostas cadatradas no sistema SIENA com símbolos registrados no *Fire Match*



Fonte: A pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Após cadastrar a pergunta, é o momento de determinar, em segundos, o tempo que o aluno terá disponível para realizar a questão, como apresenta-se na figura 23.

Figura 23 – Preencher o tempo em segundos que o aluno terá para responder a questão



Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Após, determinar o tempo disponível para o aluno realizar a questão e marcar a reposta correta, é necessário indicar qual é a resposta correta, conforme a questão que está sendo inserida no banco de dados de acordo com as figuras 24 e 25, suscessivamente.

Figura 24 – Indicando a resposta correta

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Figura 25 – Questão de exemplo

15. Qual é a função derivada de $y = {}^{x}/_{3} + 4x^3$?

1) $y' = 3x + 12x^2$

2) $y' = \frac{x}{4} + 12x^2$

3) $\boxed{y' = \frac{1}{3} + 12x^2 \; XXX}$

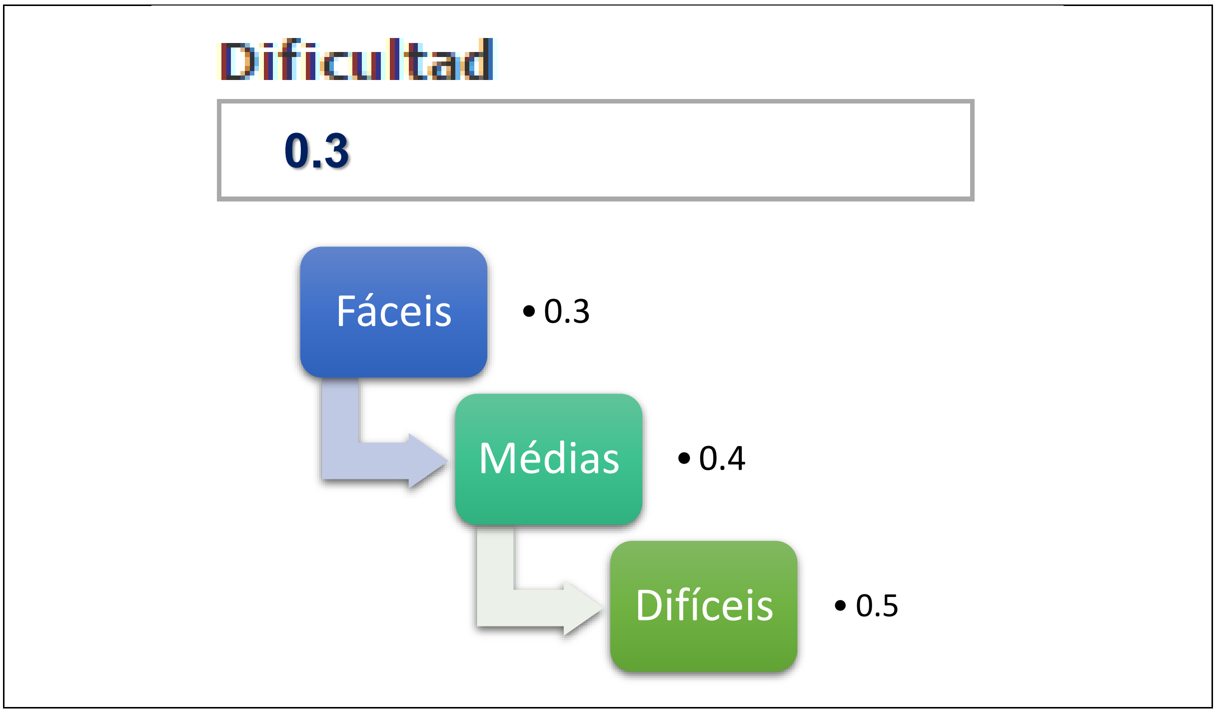
4) $y' = \frac{1}{3} + 4x^2$

5) $y' = \frac{x}{3} + 12x^2$

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Para registrar o grau de dificuldade, é fundamental levar em consideração a questão que está sendo cadastrada se ela é classificada como: fácil, médio ou difícil, conforme exposto na figura 26.

Figura 26 – Registrar o grau de Dificuldade de cada questão



Fonte: MELO, 2018.

No quarto passo, é necessário cadastrar as respostas, todas as alternativas referentes à questão, a qual já foi cadastrada no sistema SIENA, como mostra a figura 27. Esse passo necessita ser realizado por cinco vezes, visto que cada questão possui cinco alternativas de respostas.

Figura 27 – Registrando as respostas relacionadas da questão

Fonte: MELO, 2018.

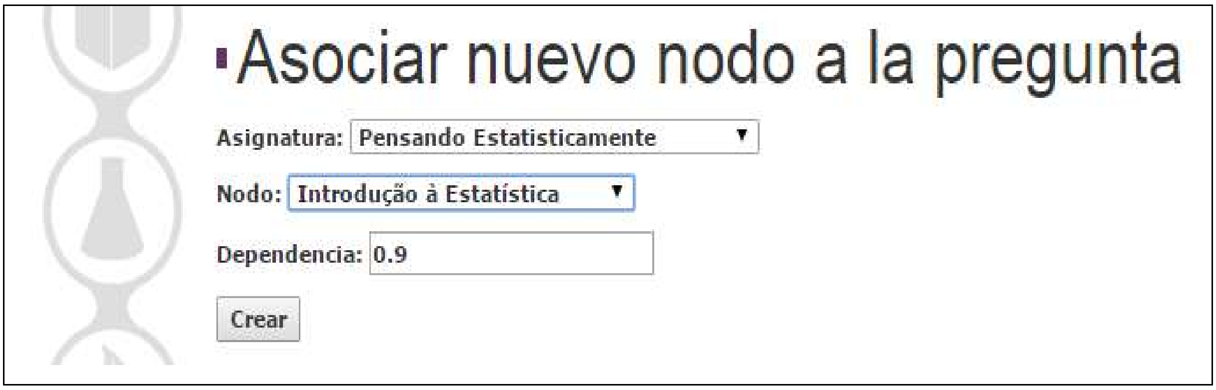
Em seguida, é preciso verificar se todas as respostas estão digitadas e apresentadas, conforme exemplificado na figura 28.

Figura 28 – Respostas

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

No quinto passo, associa-se os conceitos do grafo com as respectivas questões e interliga-os de modo que, a fim de prosseguir para o próximo conceito, o aluno precisa ser aprovado no conceito que está realizando. Portanto, nesse ponto é essencial registrar a dependência, como exposto na figura 29.

Figura 29 – Associar novo conceito da pergunta



Fonte: MELO, 2018.

Em seguida, é possível verificar se as questões estão corretas segundo cada conceito da pesquisa. Caso seja necessário modificar alguma informação na questão, existe a opção "*editar*" para realizar correções e "*borrar*" para apagar a questão definitivamente, como apresenta a figura 30.

Figura 30 – Lista de algumas perguntas cadastradas

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Ao finalizar o cadastro das questões, é fundamental verificar se o registro está correto e condinzente com o desejado pelo pequisador, conforme a figura 31.

Figura 31 – Clicar na opção "*ver*" para verificar se o registro está correto

Contenido: Sabendo que o perímetro de uma roda de uma motocicleta possui 1200mm, e a cada 2cm existe uma barra de sustentação. Quantas barras existem nesta roda?

Tiempo de respuesta: 300

Respuesta correcta: 3

Dificultad: 0.3

Adivinanza: 0.2

Imagen:

Keywords:

Creado por: Usuario padrao para disciplinas

Asignatura: Cálculo

Respuestas

35 barras
42 barras
58 barras
60 barras
62 barras

Nodos relacionados

Asignatura	Nombre	Dependencia	Ver
Cálculo	Matemática Básica - Aritmética	0.9	Ver
			1-1 / 1

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

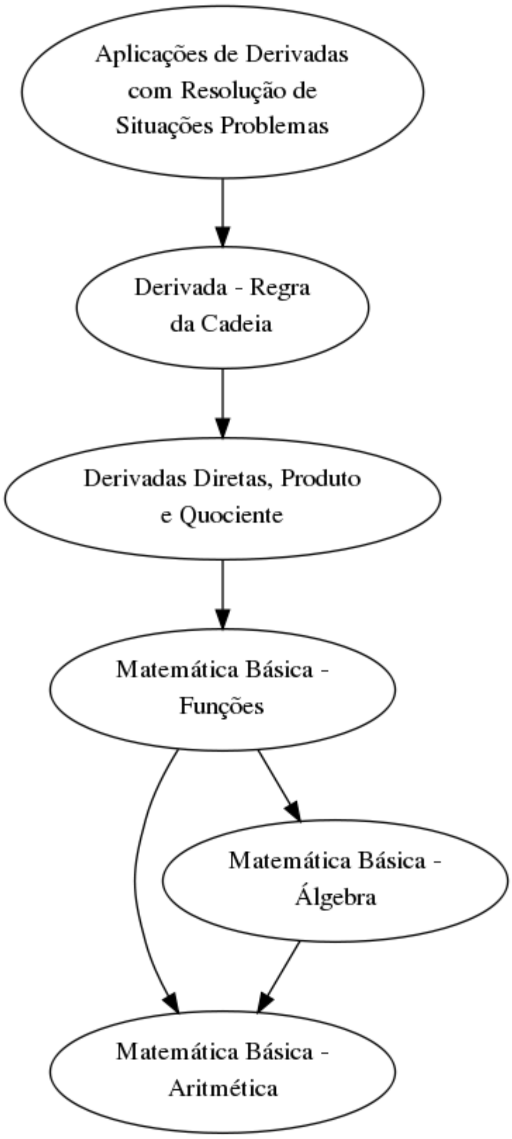
Dessa forma, as questões e suas respectivas respostas estão ajustadas e devidamente cadastradas no sistema SIENA. Esses procedimentos devem ser seguidos a fim de calibrar todos os conceitos do grafo.

4 AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO

Para o desenvolvimento da pesquisa foram construídos seis bancos de questões, contendo vinte (20) questões de múltipla escolha com cinco (05) opções de respostas cada, para cada nível de dificuldade: fácil, médio e difícil, sendo assim sessenta (60) questões, em cada conceito do grafo, totalizando um banco de dados com trezentas e sessenta (360) questões.

Os conceitos do grafo foram: 1) Matemática Básica: Aritmética; 2) Matemática Básica: Álgebra; 3) Matemática Básica: Funções; 4) Derivadas Diretas, Regra do Produto e do Quociente; 5) Derivada – Regra da Cadeia e 6) Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas. Segue o grafo na figura 32.

Figura 32 – Grafo Derivada e suas aplicações



Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Na figura 33 são apresentadas as habilidades previstas para cada conceito do grafo.

Figura 33 – Habilidades para cada conceito do grafo

CONCEITOS DO GRAFO	HABILIDADES
Matemática Básica: Aritmética	Conhecer os números e saber operá-los, segundo a linguagem matemática; Operar com os números, utilizando corretamente as propriedades da potência, da radiciação e operações envolvendo as frações; Ser capaz de interpretar situações problemas para a busca de uma solução; Ter noção de proporção e saber resolver regra de três simples e composta
Matemática Básica: Álgebra	Ser capaz de estruturar operações; Desenvolver raciocínios algébricos; Calcular variáveis e incógnitas descritas em diversas situações problemas; Utilizar os conceitos algébricos de forma correta; Interpretar situações problemas e propor soluções.
Matemática Básica: Funções	Ser capaz de organizar e construir funções; Saber solucionar as funções de 1º grau, Quadrática e Exponencial; Escrever algebricamente as situações descritas em forma de função; Calcular valores variáveis, desenvolver cálculos diante de situações problemas; Resolver e interpretar situações problemas envolvendo funções.
Derivadas Diretas, Regra do Produto e do Quociente	Resolver Derivadas segundo a tabela e /ou formulário de Derivadas diretas; Identificar um produto entre funções que exijam a aplicação da Regra do Produto em Derivação; Identificar um quociente entre funções que exijam a aplicação da Regra do Quociente em Derivação; Saber diferenciar Derivada direta do formulário, de Derivada pelas Regras do Produto ou do Quociente.
Derivadas – Regra da Cadeia	Saber resolver as Derivadas de funções que envolvam a Regra da Cadeia; Utilizar corretamente a Regra da Cadeia em funções de potência, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas; Saber diferenciar Derivadas diretas do formulário ou tabela das que necessitam da aplicação da Regra da Cadeia.
Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas	Interpretar situações problemas envolvendo o cotidiano; Propor soluções adequadas para cada situação; Compreender que em cada situação problema é uma aplicação do Conceito de Derivação; Ser capaz de calcular os valores de máximo e mínimo a partir da Derivada de uma função; Compreender o sentido de que cada função derivada aplicada origina outra, a qual corresponde a outro conceito; Identificar o que está sendo solicitado no problema; Identificar o tipo de Derivada que as funções estão submetidas para aplicar a regra correta.

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

O objetivo desta investigação foi identificar se os estudantes de Engenharia Civil do Centro Universitário Luterano de Palmas/TO (CEULP) possuem desenvolvidas as seguintes competências, de acordo com o grafo construído e as habilidades destacadas na figura 33.

As competências são:

- aplicação de conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais à engenharia (MEC, 2002)
- aplicação dos conceitos de Derivada na resolução de atividades intramatemática
- resolução de problemas que na estratégia de desenvolvimento envolvam os conceitos de Derivadas, aplicados à vida profissional de engenheiro civil
- equacionamento e estruturação de funções descritas em certa situação problema.

As questões são diversificadas quanto à forma de apresentação, a saber: com exigência de realização de cálculos matemáticos, aplicação de fórmulas para solucionar, questões envolvendo situações problemas as quais exigem interpretação e/ou aplicações de fórmulas ou cálculos matemáticos para solucionar. Além de questões dissertativas e de comparação que envolvem conhecimento visual de gráficos e conceitos importantes da matemática básica.

4.1 CATEGORIZAÇÃO DAS QUESTÕES EM NÍVEIS

Nesta investigação, foram cadastradas no sistema SIENA trezentas e sessenta (360) questões, as quais estão disponíveis no endereço: http://www.siena.ulbra.br, e também no Apêndice A deste trabalho. As questões utilizadas foram retiradas de livros de matemática fundamental, com base nos autores Bonjorno et al (2006), Dante (2000, 2005). E, também em livros de Cálculo Diferencial, com aporte nos autores: Anton (2000), Hoffmann (2008), Leithold (1994), Swokowski (1994), além de questões disponíveis abertamente na rede - internet, pelos seguintes sites: Brasil Escola, Cola da Web, Matematiquês, Mundo Educação, Quiz Racha Cuca, Só Matemática, Tutor Brasil. Estas foram adaptadas para questões optativas, com cinco alternativas, elaboradas mediante suposições de erros que poderiam ser cometidos pelos investigados durante as resoluções. As questões foram categorizadas em níveis: fácil, médio e difícil, como apresentado na tabela 2.

Tabela 2 – Categorização das questões por conceitos

CONCEITOS	NÍVEIS	CARACTERÍSTICAS DAS QUESTÕES
Matemática Básica: Aritmética, Álgebra e Funções	Fácil	Envolvem somente um conceito ou um procedimento para sua resolução.
	Médio	Dois conceitos ou procedimentos para solução.
	Difícil	São necessários três ou mais procedimentos e estratégias para realizar as questões, além da exigência de nível maior de abstração por parte dos alunos.
Derivadas Diretas, Regra do Produto e do Quociente	Fácil	Derivadas diretas do formulário e com funções mais simples.
	Médio	Derivadas consideradas simples com aplicação das regras do produto e quociente, envolvendo funções algébricas com potências e radiciação, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas.
	Difícil	Derivadas de funções complexas que são resolvidas com a aplicação das regras do produto e do quociente.
Derivadas – Regra da Cadeia	Fácil	Derivadas de funções simples resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
	Médio	Derivadas de funções complexas e compostas, resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
	Difícil	Derivadas de funções mais complexas, difíceis e compostas, resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas	Fácil	Conceitos para interpretar em cada situação problema, resolução de derivadas diretas do formulário.
	Médio	Interpretação das situações problemas, resolução das derivadas, seguidos de cálculos específicos da função, substituindo valores encontrados realizando a aplicação necessária.
	Difícil	Resolução da derivação das funções mais complexas e análise de pontos máximos e mínimos, aplicados a situações problemas.

Fonte: a pesquisa.

A seguir apresentam-se três (03) questões de cada nível, ou seja, nove (09) de cada conceito do grafo, na ordem em que os conceitos estão definidos no grafo. Seguindo a sequência que o sujeito investigado irá percorrer ao responder os testes adaptativos. Para exemplificar essa categorização dos níveis fácil, médio e difícil, segue a justificativa do devido enquadramento, bem como os objetivos da pesquisa com cada questão selecionada. As respostas corretas, de cada questão, estão assinaladas e indicadas com “XXX”.

As questões da figura 34 pertencem ao conceito do grafo de Matemática Básica: Aritmética, as quais foram categorizadas como nível fácil, visto que é necessário interpretar uma situação-problema e/ou resolver as operações fundamentais da matemática.

Assim, objetivou-se verificar se o aluno sabe resolver operações de radiciação, multiplicação, adição e subtração, envolvendo a ordem das operações, bem como a compreensão de um problema considerado de Ensino Fundamental.

Figura 34 – Exemplos de questões Matemática Básica: Aritmética – Nível Fácil

1. O quociente $\left(7\sqrt{4}-5\sqrt{9}+2\sqrt{16}\right):\sqrt{49}$ é igual a: 1) 8⁄7 2) 0 3) 9⁄7 4) 37⁄7 5) 1 XXX	**2.** Solange possui certa quantidade de CD's. Ela dividiu esses CD's em 3 caixas, colocando a mesma quantidade em cada uma. Sabendo que em cada caixa Solange colocou 39 CD's, quantos CD's ela possui? 1) 98 CD's 2) 117 CD's XXX 3) 107 CD's 4) 122 CD's 5) 123 CD's	**3.** Marta vende uniformes escolares. Pela venda de 3 uniformes de mesmo valor, ela recebeu R$ 70,95. Qual o valor de cada uniforme? 1) R$ 25,25 2) R$ 23,65 XXX 3) R$ 23,15 4) R$ 21,75 5) R$ 24,55

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Na figura 35 há questões do nível médio do conceito do grafo – Matemática Básica: Aritmética. As questões recebem essa classificação, pois a situação-problema a ser interpretada exige mais atenção e possui mais informações, portanto é mais complexa de resolver. Pretende-se verificar se o respondedor compreende os conceitos de porcentagem, acréscimo e lucro. E se sabe realizar operações envolvendo frações.

Figura 35 – Exemplos de questões Matemática Básica: Aritmética – Nível Médio

1. A venda de um videocassete da marca X estava sendo anunciada por R$ 297,00, à vista, ou em 10 parcelas mensais de R$ 34,80. Quem comprar esse videocassete a prazo pagará um acréscimo: 1) Entre 10% e 20%. XXX 2) Entre 20% e 30%. 3) Menor do que 10%. 4) Maior do que 30%. 5) Igual a 20%.	**2.** Um produto foi vendido por 100 reais. Se o vendedor lucrou 1/4 do preço de custo. Calcule este lucro. 1) 80 2) 40 3) 45 4) 20 XXX 5) 25	**3.** Carolina tinha R$ 175,00. Gastou 1/7 de 1/5 dessa importância. Quanto sobrou? 1) R$ 150,00 2) R$ 120,00 3) R$ 170,00 XXX 4) R$ 140,00 5) R$ 135,00

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

As questões apresentadas na figura 36 foram classificadas como nível difícil, considerando que envolvem a interpretação das situações-problema, a análise dos dados, a aplicação da regra de três composta, a realização de operações com frações e o raciocínio geométrico em cálculo de área. Portanto, são questões mais elaboradas e que envolvem raciocínios para a resolução, e não somente o desenvolvimento de cálculos mecânicos. Buscou-se analisar se o pesquisado seria capaz de resolver operações envolvendo regra de três composta, frações e cálculo de área de figura plana, os quais são conteúdos relevantes para a área em que pretendem atuar, a Engenharia Civil.

Figura 36 – Exemplos de questões Matemática Básica: Aritmética – Nível Difícil

1. O consumo de 8 lâmpadas, acesas durante 5 horas por dia, em 18 dias, é de 14 quilowatts. Qual será o consumo em 15 dias, deixando apenas 6 dessas lâmpadas acesas durante 4 horas por dia? 1) 10 Kw 2) 7 Kw XXX 3) 9 Kw 4) 13 Kw 5) 20 Kw	**2.** Dona Solange pagou R$ 5 960,00 por 4/7 de um terreno. Quanto pagaria por 4/5 desse terreno? 1) R$ 8 344,00 XXX 2) R$ 4 065,00 3) R$ 7 200,00 4) R$ 6 700,00 5) R$ 8 150,00	**3.** Para azulejar uma parede retangular, que tem 6,5 m de comprimento por 3 m de altura, foram usados 390 azulejos. Quantos azulejos iguais a esses seriam usados para azulejar uma parede que tem 15 m² de área? 1) 200 2) 350 3) 300 XXX 4) 340 5) 320

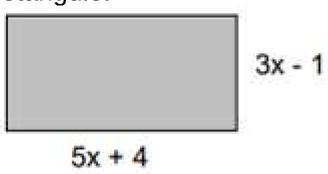
Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

No conceito de Matemática Básica – Álgebra do grafo, foram exploradas questões de equação e sistemas de equações de 1º grau e encontrar a incógnita em cada situação, matrizes e determinantes.

As questões apresentadas na figura 37 pertencem ao nível fácil desse conceito, pois exige a interpretação do problema, equacionamento da situação e a solução de equação do 1º grau, resolução de operações envolvendo frações e o conceito de geometria plana, além de área de retângulo.

Com isso, pode-se observar se o aluno tem conhecimento em operar com frações, se compreende o conceito de área e sabe operar produto com binômios realizando a propriedade distributiva, bem como soma dos termos semelhantes e mantendo o uso correto da incógnita “x”.

Figura 37 – Exemplos de questões Matemática Básica: Álgebra – Nível Fácil

1. Qual é o número que se da metade subtrairmos 8 unidades ficaremos com 1/3 dele mesmo? 1) 45 2) 48 XXX 3) 43 4) 44 5) 50	**2.** Ache a expressão algébrica que represente a área do retângulo.  1) $15x^2 - 4$ 2) $40x$ 3) $15x^2 + 17x + 4$ 4) $15x^2 + 17x - 4$ 5) $15x^2 + 7x - 4$ XXX	**3.** Uma pessoa compra x latas de azeitona a R$ 5,00 cada uma e x + 4 latas de palmito a R$ 7,00 cada uma. No total gastou R$ 172,00. Determine x. 1) 15 2) 10 3) 13 4) 14 5) 12 XXX

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Na figura 38 constam exemplos de questões do nível médio do conceito de Matemática Básica – Álgebra do grafo. Para solucionar tais questões é necessário interpretar, equacionar a situação-problema descrita, resolver o valor da incógnita através do conteúdo de equação do 1º grau e sistema de equações do 1º grau, conforme a terceira pergunta exemplificada. Sendo assim, é possível analisar se o aluno sabe resolver equações de 1º grau envolvendo frações e números decimais e correlacionar variáveis para resolver o sistema de equações de 1º grau.

Figura 38 – Exemplos de questões Matemática Básica: Álgebra – Nível Médio

1. A nona parte do que tenho aumentada de R$ 17,00 é igual a R$ 32,50. Quanto possuo? 1) R$ 445,50 2) R$ 130,50 3) R$ 120,50 4) R$ 159,50 5) R$ 139,50 XXX	**2.** Da terça parte de um número subtraindo-se 12, fica-se com 1/6 do mesmo número. Que número é esse? 1) 50 2) 66 3) 45 4) 68 5) 72 XXX	**3.** Num pátio existem automóveis e bicicletas. O número total de rodas é 130 e o número de bicicletas é o triplo do número de automóveis. O número de veículos que se encontram no pátio é: 1) 50 2) 51 3) 52 XXX 4) 53 5) 54

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Essas questões da figura 39 são categorizadas como nível difícil, visto que a interpretação é complexa. A situação-problema envolve a resolução de frações com denominadores diferentes e noção de proporção.

Assim, pretende-se analisar a habilidade em interpretar situações-problema, apresentar estratégias de solução e operar com frações, conteúdo fundamental para a álgebra.

Figura 39 – Exemplos de questões Matemática Básica: Álgebra – Nível Difícil

1. Alfredo pode pintar uma casa em sete horas de trabalho e seu irmão, em cinco horas. Juntos, que fração do trabalho executarão em uma hora? Em quanto tempo farão todo a pintura da casa? 1) 23/35 em 2h. 2) 12/35 em 2h 35min. 3) 23/35 em 3 h. 4) 12/35 em 1h 55 min. 5) 12/35 em 2h 55min XXX	**2.** Um número vale 8/5 de um segundo ou 2/3 de um terceiro. Calcular os três números sabendo que sua soma é igual a 500. 1) 160, 100, 240 XXX 2) 150, 100, 250 3) 110, 90, 300 4) 200, 100, 200 5) 245, 153, 102	**3.** Um reservatório é alimentado por duas torneiras. A primeira pode enchê-lo em 15 horas e a segunda, em 12 horas. Que fração do reservatório encherão em uma hora, as duas juntas? 1) 1/90 2) 1/27 3) 2/30 4) 5/60 5) 3/20 XXX

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

O terceiro conceito do grafo da pesquisa, Matemática Básica: Funções, explora o conteúdo tipos de funções: 1º grau, 2º grau ou quadrática, logarítmica e exponencial que é fundamental para o ensino de derivadas e suas aplicações.

A figura 40 traz questões classificadas como fácil desse conceito, visto que a exigência é descrever a função, ou seja, transformar o problema em uma linguagem matemática e compreender o conceito de função e coeficiente angular de uma reta. O intuito é identificar se o aluno sabe descrever uma situação-problema em linguagem matemática, utilizar o conceito de coeficiente angular de uma reta e usar a definição de função de 1º grau. Salienta-se que estes conceitos, principalmente do coeficiente angular da reta, são fundamentais para a interpretação de derivada, foco de análise desta pesquisa.

Figura 40 – Exemplos de questões Matemática Básica: Funções – Nível Fácil

1. Carolina vende salgados e doces para festas. O cento de salgados custa R$ 35,00 e o de doces custa R$ 38,00. Se você considerar que Carolina recebeu uma encomenda de x centenas de salgados e y centenas de doces, qual é a expressão que representa o total arrecadado com essa encomenda? 1) 35x + 38y XXX 2) 30x + 31y 3) 35x + 36y 4) 39x + 19y 5) 37x - 33y	**2.** Qual é o coeficiente linear da função $f(x) = 2x - 1$? 1) - 2 2) - 1 3) 1 4) 2 XXX 5) ½	**3.** Dada a função de primeiro grau $f(x) = 2x + 3$, qual é o valor de f (10)? 1) 10 2) 13 3) 23 XXX 4) 30 5) – 23

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Na figura 41 constam questões de nível médio, por exigir do respondedor a interpretação das situações-problemas, formulação da função, elaboração de estratégias para solucionar e a utilização do valor dado para resolver as incógnitas dos questionamentos.

O objetivo é verificar se o respondedor compreende que em uma função é possível utilizar valores para substituir as variáveis da função descrita na questão, a qual um valor desconhecido depende de outro. Dessa forma, ao se ter um dos valores das incógnitas da função, basta substituí-lo na função para calcular a outra incógnita.

Figura 41 – Exemplos de questões Matemática Básica: Funções – Nível Médio

1. As funções consumo e poupança de um operário de renda variável y são, respectivamente, $C = 100 + 0{,}6y \; e \; S = 0{,}4y - 100$. Qual o seu consumo e sua poupança se ele ganhar R$ 480,00?	**2.** Dadas a demanda de mercado $D = 20 - P$ e a oferta, com $P \leq 20$, determinar o preço de equilíbrio (PE). 1) R$ 5,00 2) R$ 8,00 3) R$ 12,00 4) R$ 15,00	**3.** O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 3,44 e cada quilômetro rodado custa R$

1) C = R$ 388,00 e S = R$ 192,00 2) C = R$ 388,00 e S = R$ 92,00 XXX 3) C = R$ 288,00 e S = R$ 92,00 4) C = R$ 188,00 e S = R$ 92,00 5) C = R$ 192,00 e S = R$ 388,00	5) R$ 10,00 XXX	0,86. Qual o preço de uma corrida de 11 km? 1) R$ 12,90 XXX 2) R$ 38,70 3) R$ 19,90 4) R$ 47,30 5) R$ 15,80

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

As questões apresentadas na figura 42 são classificadas como nível difícil, pois exploram a capacidade do aluno em interpretar a situação-problema, bem como organizar o tipo adequado de função que expresse determinada situação. Posteriormente, desenvolver a solução do questionamento.

Tem-se como objetivo verificar se o sujeito investigado é capaz de expressar a função matemática que o problema propõe, além de resolver função e equação de 2º grau, aplicar a fórmula resolutiva de equação do 2º grau, resolver função exponencial e calcular a variável que se deseja, utilizando os conceitos dos diferentes tipos de funções.

Figura 42 – Exemplos de questões Matemática Básica: Funções – Nível Difícil

1. Andréia possuía R$ 600,00 para fazer uma cirurgia que tinha um custo total de R$ 3.000,00. No mês de outubro ela passou a economizar do seu salário R$ 200,00 que será utilizado para pagar esta cirurgia. Qual a função que relaciona o tempo, em meses, com a quantia em reais? Em quantos meses ela terá o montante necessário para realizar a cirurgia? 1) C(x) = 200 + 600x, 4,7 meses. 2) C(x) = 700 + 200x, 10 meses. 3) C(x) = 600 + 200x, 12 meses. XXX 4) C(x) = 600 + 200x, 15 meses. 5) C(x) = 200 + 600x, 12 meses.	**2.** O produto da idade de um casal de tartarugas é igual a 594. Uma tartaruga (fêmea) possui 15 anos a mais que seu companheiro de longa data. Calcule a idade de cada tartaruga em anos. 1) Fêmea: 18 anos e Macho: 33 anos 2) Fêmea: 49 anos e Macho: 34 anos 3) Fêmea: 48 anos e Macho: 33 anos 4) Fêmea: 33 anos e Macho: 18 anos XXX 5) Fêmea: 20 anos e Macho: 5 anos	**3.** (FMJ-SP) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 19200 bactérias? 1) 4 horas 2) 10 horas XXX 3) 14 horas 4) 40 horas 5) 12 horas

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

No conceito do grafo Derivadas Diretas, Regra do Produto e do Quociente, são apresentadas questões que envolvem aplicação de derivadas diretas utilizando o formulário e as aplicações das regras do Produto e do Quociente. Vários tipos de funções são explorados nesse conceito para analisar a interpretação e adequação das fórmulas utilizadas.

A figura 43 apresenta questões de derivadas diretas do formulário, sendo assim desnecessário aplicar as regras mais complexas como Produto, Quociente e Cadeia. As funções exploradas são: algébricas, trigonométricas, logarítmicas e exponenciais.

Busca-se perceber se o aluno conhece as derivadas diretas do formulário, se sabe identificá-las, derivando adequadamente cada função dada, assim como entender que a derivação da soma ou subtração de duas ou mais funções é solucionado derivando cada função separadamente.

Figura 43 – Exemplos de questões Derivadas Diretas, Produto e Quociente: Nível Fácil

1. Qual é a derivada de $f(x) = -5\cos x + 4x^2$ no ponto $x = 0$? 1) 3 2) 13 3) 9 4) 0 XXX 5) – 5	**2.** Qual é a função derivada de $y = sen(x) - 5x^3$? 1) $y' = \cos(x) + 5x^2$ 2) $y' = -\cos(x) - 15x^2$ 3) $y' = \cos(x) - 5x^2$ 4) $y' = \cos(x) - 15x^2 XXX$ 5) $y' = -\cos(x) + 15x^2$	**3.** Qual é a função derivada de $y = -5\ lnx + 7x$? 1) $\mathrm{y}' = -5\mathrm{x}^{-2} + 7$ 2) $\mathrm{y}' = -\frac{5}{\mathrm{x}} + 7$ XXX 3) $\mathrm{y}' = -5 + 7\mathrm{x}$ 4) $\mathrm{y}' = -\frac{5}{\mathrm{x}} + 7\mathrm{x}$ 5) $\mathrm{y}' = \frac{5}{\mathrm{x}} + 7$

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

As questões da figura 44 são do nível médio por envolver um produto ou quociente entre duas funções. Na primeira, está o produto de duas funções algébricas, ou seja, de mesmo caráter. Assim, basta realizar a propriedade distributiva da multiplicação antes de derivar. Neste ponto é possível analisar se o respondedor é capaz de diferenciar quando há a necessidade de usar a regra do produto ou não, pois realizando a regra obtêm-se o mesmo resultado, porém com maior dificuldade.

A segunda questão da figura 44 é resolvida unicamente pela aplicação da regra do produto, visto que as duas funções multiplicadas são de caráter diferentes, uma algébrica e outra trigonométrica. Então, cabe ao respondedor analisar e identificar a necessidade do uso da regra do produto para responder à questão, sem ser possível solucionar de outra forma.

Na terceira questão da figura 44 apresenta o quociente entre duas funções algébricas. Logo, não há a necessidade de aplicação da regra do quociente, porém se resolver com a aplicação dela também fornecerá o mesmo resultado. Busca-se analisar se o investigado possui tal discernimento para julgar quando utilizar a regra ou não e se é capaz de derivar corretamente a função raiz quadrada.

Figura 44 – Exemplos de questões Derivadas Diretas, Produto e Quociente: Nível Médio

1. Qual é a derivada de: $f(x) = x^3.(2x+7)$?	**2.** Qual é a derivada de: $f(x) = 6x.\operatorname{sen} x$?	**3.** Qual é a derivada de: $y = \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}}$?
1) $f'(x) = 6x^3 + 21x^2$	1) $f'(x) = 6sen\ x + 6x.\cos x\ XXX$	1) $y' = \frac{9}{\sqrt[3]{x}}$
2) $f'(x) = 2x^4 + 7x^3$	2) $f'(x) = 6x.sen\ x + 6\cos x$	2) $y' = \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$
3) $f'(x) = 6x^3$	3) $f'(x) = -6sen\ x + 6x.\operatorname{sen} x$	3) $y' = 6\sqrt[3]{x^2}$
4) $f'(x) = 3x^2 + 2$	4) $f'(x) = 6\cos x$	4) $y' = \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$
5) $f'(x) = 8x^3 + 21x^2 XXX$	5) $f'(x) = 6sen\ x - 6x.\cos x$	5) $y' = -\frac{6}{\sqrt[3]{x^5}}\ XXX$

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Na figura 45 são expostos exemplos da categoria difícil desse conceito, pois exigem que o aluno realize a aplicação das regras do quociente e do produto para derivação de funções de caráter diferentes, as quais a aplicação da regra é imprescindível para a derivação correta, tornando a questão mais complexa.

O objetivo é verificar se o aluno compreende as regras, se é capaz de aplicá-las corretamente para apresentar a solução das questões, bem como se consegue diferenciar as funções, utilizar os sinais das expressões corretamente e resolver as operações matemáticas de forma coerente.

Figura 45 – Exemplos de questões Derivadas Diretas, Produto e Quociente: Nível Difícil

1. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{6e^x}{5x^2+4x}\ ?$$

1) $y' = \frac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^4 + 16x^2}$

2) $y' = \frac{30x^2e^x - 6xe^x - 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$

3) $y' = \frac{30x^2e^x - 36xe^x + 24e^x}{25x^4 + 16x^2}$

4) $y' = \frac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2} XXX$

5) $y' = \frac{5x^2e^x - 36xe^x + 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$

2. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{\cos x}{7\ln x + 8x}?$$

1) $y' = \frac{7\ln x.\cos x + 8x.cosx - {}^{7}/_{x}.\operatorname{sen} x - 8\cos x}{(7\ln x + 8x)^2}$

2) $y' = \frac{7\ln x.sen\ x + 8x.senx - {}^{7}/_{x}.\cos x - 8\cos x}{(7\ln x + 8x)^2}$

3) $y' = \frac{7\ln x.sen\ x + 8x.senx - {}^{1}/_{7x}.\cos x + 8\cos x}{(7\ln x + 8x)^2}$

4) $y' = \frac{-7\ln x.sen\ x - 8x.senx - {}^{1}/_{7x}.\cos x + 8\cos x}{(7\ln x + 8x)^2}$

5) $y' = \frac{-7\ln x.sen\ x - 8x.senx - {}^{7}/_{x}.\cos x - 8\cos x}{(7\ln x + 8x)^2}\ XXX$

3. Marque a opção que indica f’(x), considerando,

$$f(x) = \left(e^x + \frac{x}{5}\right).(\operatorname{cotg} x)?$$

1) $f'(x) = -e^x.cossec^2x - {}^1/_5\ cossec^2x$

2) $f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}\ \ XXX$

3) $f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}$

4) $f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}$

5) $f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}$

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

O conceito do grafo Derivadas – Regra da Cadeia tem a finalidade de analisar se o respondedor aplica corretamente essa regra, bem como é capaz de identificar a necessidade de seu uso na derivação de funções. Com esse conceito são explorados diferentes tipos de funções, tais como: algébricas, trigonométricas, logarítmicas e exponenciais, visto que existem particularidades na aplicação adequada dessa regra.

A figura 46 apresenta questões classificadas como fáceis, pois a primeira exige a derivação da função trigonométrica com arco modificado. Na segunda, a derivação de funções algébricas, potência de potência. Já a terceira, necessita da derivação da função exponencial. Estas questões têm caráter mais simples.

O objetivo foi verificar se o investigado é capaz de identificar a necessidade de realizar a regra da cadeia em diferentes tipos de funções.

Figura 46 – Exemplos de questões Derivadas – Regra da Cadeia: Nível Fácil

1. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = sen\ 4x + 3$: 1) $\frac{\partial y}{\partial x} = \cos(4x) + 3$ 2) $\frac{\partial y}{\partial x} = \cos(16x)$ 3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 4\cos(4x)\ \ XXX$ 4) $\frac{\partial y}{\partial x} = -\ cos(16x)$ 5) $\frac{\partial y}{\partial x} = -\ 4\ cos(4x)$	**2.** Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (x^3 + 4)^6$: 1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(x^3 + 4)^5$ 2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6x^2.(x^3 + 4)^5$ 3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 72x^2.(x^3 + 4)^5$ 4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(3x^2)^5$ 5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 18x^2.(x^3 + 4)^5\ XXX$	**3.** Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = e^{3x} - 7.$ 1) $f'(x) = 3e^{3x}\ \ XXX$ 2) $f'(x) = 3e^{3x} - 7$ 3) $f'(x) = e^{3x}$ 4) $f'(x) = \frac{e^{3x}}{3}$ 5) $f'(x) = e^{3x} - 7$

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Na figura 47 constam questões de nível médio, onde há a exigência de identificar o uso da Regra da Cadeia, bem como aplicá-la corretamente. São apresentados três tipos de questões: uma trigonométrica com arco modificado somada a uma algébrica, outra soma entre funções algébricas elevadas a uma potência maior que 2, e a terceira que explora a derivação de uma função raiz quadrada, a qual na maioria das vezes é um desafio para os alunos por ser necessária reescrevê-la com formato de potência fracionária.

O objetivo foi analisar a aplicação correta da regra da cadeia nesses casos citados, verificando correta aplicação das operações matemáticas básicas.

Figura 47 – Exemplos de questões Derivadas – Regra da Cadeia: Nível Médio

1. Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 5\,sen(3x) - 7x.$ 1) $f'(x) = 15\,cos(3x) - 7\ XXX$ 2) $f'(x) = 5\,cos(3x) - 7$ 3) $f'(x) = -15\,cos(3x) - 7$ 4) $f'(x) = -5\,cos(3x) - 7$ 5) $f'(x) = 45\,cos(x) - 7$	**2.** Qual é a derivada da função $y = (2x^4 + 7x^2)^6$? 1) $y' = 6(8x^3 + 14x)^5$ 2) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5.(8x^3 + 14x)\ XXX$ 3) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5 + (8x^3 + 14x)$ 4) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5$ 5) $y' = (12x^4 + 42x^2)^5.(8x^3 + 14x)$	**3.** Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(3x-5)^3}$? 1) $y' = 3\sqrt{(2x-6)^3}$ 2) $y' = \frac{9}{2}\sqrt{3x-5}\ XXX$ 3) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{3x-5}$ 4) $y' = \frac{1}{2}\sqrt{3x-5}$ 5) $y' = 2\sqrt{3x-5}$

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

A figura 48 apresenta questões de nível difícil, pois a aplicação da regra da cadeia é exigida em funções mais complexas. Na primeira, essa regra deverá ser aplicada duas vezes, tanto na potência quanto no arco modificado das funções trigonométricas. Na segunda, também o processo se repete por ter uma função composta na raiz quadrada e ainda a potência da função exponencial. E, na terceira, por apresentar no expoente da função exponencial, a função cúbica de “x”. Devido a isso, se torna mais complexa de derivar e aplicar a regra da cadeia.

Verifica-se nesse ponto a percepção do aluno em visualizar a necessidade de aplicar a regra em mais de uma função na mesma questão, conforme citado anteriormente.

Figura 48 – Exemplos de questões Derivadas – Regra da Cadeia: Nível Difícil

1. Qual é a derivada da função: $f(x) = (sen\ 5x - \cos 5x)^5$? 1) $f'(x) = 25(cos5x + sen5x)^4$ 2) $f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4$ 3) $f'(x) = (sen\ 5x - \cos 5x)^4.(\cos 5x + sen\ 5x)$ 4) $f'(x) = 25(sen\ 5x - \cos 5x)^4.(\cos 5x + sen\ 5x)\ XXX$ 5) $f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4.(\cos 5x - sen\ 5x)$	**2.** Qual é a derivada da função: $y = \sqrt{e^{2x} + 2x}$? 1) $y' = \frac{1}{2\sqrt{(e^{2x} + 2x)}}$ 2) $y' = \frac{e^{2x} + 1}{\sqrt{(e^{2x} + 2x)}}\ XXX$ 3) $y' = \frac{\sqrt{(e^{2x} + 2x)}}{2}$ 4) $y' = \frac{e^{2x} + 2}{2\sqrt{(e^{2x} + 2x)}}$	**3.** Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 8e^{x^3} + sen\ 3x.$ 1) $f'(x) = 24x^2e^{x^3} + 3\cos 3x\ XXX$ 2) $f'(x) = 24x^2e^{x^3} + \cos 3x$ 3) $f'(x) = 8x^2e^{x^3} + 3\cos 3x$ 4) $f'(x) = 8e^{3x^2} + 3\cos 3x$ 5) $f'(x) = 8e^{x^3} + \cos 3x$

	5) $y' = \frac{e^{2x}+1}{2\sqrt{(e^{2x}+2x)}}$	

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

No conceito do grafo Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, busca-se interpretar e aplicar o conteúdo de derivadas. Então, espera-se que o sujeito investigado seja capaz de derivar funções e aplicá-las nas situações-problema de forma coerente e condizente com o que o exercício propõe.

As questões da figura 49 são de nível fácil por exigirem a interpretação das situações-problema, a derivação direta do formulário das funções e, posteriormente, substituir o valor indicado para calcular o que é solicitado no problema.

O intuito foi analisar se o aluno é capaz de derivar a função proposta e realizar a aplicação da sua derivada de forma correta para resolver o problema.

Figura 49 – Exemplos de questões Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas: Nível Fácil

1. O produto nacional bruto de um certo país era de $N(t) = t^2 + 5t + 100$ bilhões de dólares *t* anos após 2000. Qual era a taxa de variação do produto nacional bruto, em 2005? 1) 15 bilhões de dólares/ano XXX 2) 150 bilhões de dólares/ano 3) 35 bilhões de dólares/ano 4) 4015 bilhões de dólares/ano 5) 10 bilhões de dólares/ano	**2.** O custo *C* para se beneficiar uma quantidade *q* de trigo é dado por $C(q) = q^2 + 400$, onde *C* é dado em reais e *q* é dado em toneladas. Calcule a taxa de variação do custo para 120 toneladas. 1) R$ 280,00 por tonelada 2) R$ 240,00 por tonelada XXX 3) R$ 640,00 por tonelada 4) R$ 28 800,00 por tonelada 5) R$ 14 800,00 por tonelada	**3.** Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação $S(t) = t^2 + 3t$, onde **S** é dado em metros e **t** em segundos. Qual é a velocidade no instante 2s. 1) 10m/s 2) 6m/s 3) 4m/s 4) 7m/s XXX 5) 8m/s

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Na figura 50 são expostas questões do nível médio, visto que a derivada é direta do formulário, mas exige mais atenção por parte do resolvedor em algumas situações no que se refere à base de potência, à inversão de função algébrica, à aplicação da definição de derivada e à aplicação da definição de ponto crítico nas situações problema descritas.

Nesse momento busca verificar se o aluno tem capacidade de derivar corretamente, além de utilizar as definições e aplicar para resolver situações problemas.

Figura 50 – Exemplos de questões Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas: Nível Médio

1. A função custo para fabricar um componente de microprocessador é dada por $C(x) = 1000 + 2x + 0{,}005x^2$. Se forem fabricadas 2 000 unidades, determine o custo marginal. 1) R$ 30,00 2) R$ 12,00 3) R$ 25 000,00 4) R$ 22,00 XXX 5) R$ 10 000,00	**2.** O lucro (em reais) resultante da venda de *x* galões de defensivos agrícolas é dado por $L(x) = -0{,}001x^2 + 24x$. Qual a quantidade de galões deverá ser vendida para que maximize o lucro? Qual será esse lucro? 1) 120 galões e L(120) = R$ 2 879,88 2) 12000 galões e L(12000) = R$ 144 000,00 XXX 3) 24000 galões e L(24000) = R$ 240 000,00 4) 2000 galões, e L(2000) = R$ 44 000,00 5) 10 000 galões e e L(10000) = R$ 140 000,00	**3.** Um fabricante de pequenos motores estima que o custo da produção de x motores por dia é dado por $C(x) = 100 + 50x + \left(\frac{100}{x}\right)$. Qual é o custo marginal para produção de 5 motores? 1) R$ 130,00 2) R$ 46,00 XXX 3) R$ 72,00 4) R$ 2550,00 5) R$ 550,00

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

A figura 51 expõe questões classificadas como nível difícil por entender que as derivações são mais complexas e exige aplicações das regras do Produto, Quociente e Cadeia.

Investiga-se a capacidade de derivação mediante o uso das regras, bem como a utilização dos dados descritos e a interpretação da situação-problema proposta.

Figura 51 – Questão 1 – Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas: Nível Difícil

1. Uma obra de arte comprada em 1998 por U$ 100 000,00 é estimada em $v(t) = 100\,000e^{\frac{t}{5}}$ dólares após *t* anos. Com qual taxa o valor da obra de arte estará se valorizando em 2013? 1) U$ 2 008 553,69 por ano 2) U$ 10 042 768,46 por ano 3) U$ 657 834,78 por ano 4) U$ 401 710,74 por ano XXX 5) U$ 1,307 x 10^{10} por ano	**2.** O deslocamento de uma partícula sobre uma corda vibrante é dado pela equação $S(t) = 10 + \frac{1}{4} sen\,(10\pi t)$, onde *s* é medido em centímetros e *t* em segundos. Qual é a velocidade da partícula após 10 segundos? 1) $0{,}175\pi \frac{cm}{s}$ 2) $2{,}5\pi \frac{cm}{s}$ XXX 3) $0{,}0175\pi \frac{cm}{s}$ 4) $1{,}75 \frac{cm}{s}$ 5) $0{,}175 \frac{cm}{s}$	**3.** A equação de oferta para certo produto é $x = 1000\sqrt{3p^2 + 20p}$, onde *x* unidades são oferecidas por mês quando *p* for o preço unitário. Ache a taxa de variação na oferta se o preço corrente for de R$ 20,00 por unidade. 1) 40 000 unidades/mês 2) 2400 unidades/mês 3) 1000 unidades/mês 4) 1525 unidades/mês 5) 1750 unidades/mês XXX

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

4.2 EXEMPLOS DE TESTES ADAPTATIVOS

A seguir serão apresentados exemplos de testes adaptativos realizados com o intuito de mostrar várias simulações de possíveis resultados, a saber: dois testes com 100% de acertos, dois testes com 100% de erros e um teste com erros e acertos.

4.2.1 Teste Adaptativo com 100% de acertos

São apresentadas a seguir simulações de testes para validação. O estudante consegue aprovação, quando atinge nota superior a 0.6, de um intervalo de 0 a 1.

Os testes adaptativos iniciam com questões de nível de dificuldade escolhidos aleatoriamente pelo sistema. Caso inicie com uma questão de nível difícil e o estudante acerta, ele continua com questões deste nível de dificuldade até atingir o nível de proficiência que ele possui, o que ocorre na figura 52. Caso inicie com uma questão de nível fácil ou médio e acerte, o teste aumenta o nível de dificuldade da questão, conforme consta na figura 53.

Estas situações podem ser percebidas analisando a coluna *Dificultad/Adivinanza* de cada tabela, visto que o primeiro número indica o grau de dificuldade no qual a questão foi cadastrada e categorizada. Assim, 0.5 para indicar as questões que estão no nível difícil, 0.4 para as questões de nível médio e 0.3 para as questões de nível fácil.

Observa-se que nas figuras 52 e 53, na parte superior, aparece nota: 1.000, cujo resultado representa que o teste foi realizado com a totalidade de acertos. Logo, em cada questão aparece a expressão "*true*" indicando o acerto, bem como a parte descritiva da questão com as estruturas matemáticas, e seus respectivos *scores* com os valores. Isso ocorre visto que cada nível possui a mensuração específica e a cada acerto a "nota" vai aumentando, pois é somado o valor da questão com a "nota" acumulada das questões anteriores.

Um teste com todas as respostas corretas tem em torno de 10 questões, conforme exemplos das figuras 52 e 53, que apresenta o resultado de uma simulação do teste referente ao conceito do grafo Matemática Básica – Aritmética, realizado com 100% de acertos nas questões.

Figura 52 – Simulação de um teste resolvido somente com acertos

Acabado: true

Nota: 1.000

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo (antes de que se acabe)	Pregunta	Dificultad /Adivinanza	Puntos antes	Puntos después
0	1	True	223	Um lojista paga R$175,00 por um determinado produto, ele aplica 25% sobre o valor para venda, e anuncia um desconto de 8% para vendas à vista. Qual lucro obtido em uma venda à vista?	0.5 / 0.2	0.60000	0.78947
1	3	True	247	Luciano fez uma viagem de 1.210 km, sendo 7/11 de aeroplano; 2/5 do resto, de trem, 3/8 do novo resto, de automóvel e os demais quilômetros, a cavalo. Calcular quantos quilômetros percorreu a cavalo?	0.5 / 0.2	0.78947	0.90361
2	0	True	274	Um pedreiro usou 2000 tijolos quadrados e iguais para erguer uma parede de 45m². Qual é a medida do lado de cada tijolo? Assinale a alternativa correta.	0.5 / 0.2	0.90361	0.95908
3	4	True	238	Uma turma de 20 pessoas foram acampar, levando alimentos suficiente para 21 dias, com 3 refeições diárias. Chegando ao local, encontraram mais 15 pessoas. Por quantos dias terão alimento se fizerem apenas 2 refeições diárias?	0.5 / 0.2	0.95908	0.98322
4	1	True	273	Um vendedor A oferece uma mercadoria por R$ 100,00, para pagamento com prazo de 30 dias, ou com 10% de desconto, na compra à vista. Um vendedor B oferece a mesma mercadoria por R$ 90,00 à vista ou com 10% de acréscimo, no prazo de 30 dias. Nestas condições:	0.5 / 0.2	0.98322	0.99322
5	0	True	234	Numa fábrica de uniformes escolares 12 costureiras fazem 400 uniformes em 5 dias. Foram contratadas mais três costureiras para confeccionar um pedido de 2.000 uniformes, em x dias. O enunciado descrito é um problema de Regra de Três, onde as grandezas: I) Costureiras e dias são inversamente proporcionais. II) Costureiras e dias são diretamente proporcionais. III) Dias e uniformes são diretamente proporcionais. IV) Dias e uniformes são inversamente proporcionais. A alternativa, contendo todas as afirmações VERDADEIRAS, é:	0.5 / 0.2	0.99322	0.99728
6	4	True	265	Um carro percorre uma avenida retilínea no sentido Leste-Oeste, em 3 etapas sucessivas. Na primeira etapa ele percorre $\frac{3}{7}$ do percurso total, na segunda etapa $\frac{4}{11}$ e na terceira, 480 metros, qual é	0.5 / 0.2	0.99728	0.99891

				o comprimento da avenida? (Respostas em metros).			
7	1	True	276	Distribuíram-se 3 1/2 quilogramas de bombons entre vários meninos. Cada um recebeu 1/4 de quilograma. Quantos eram os meninos?	0.5 / 0.2	0.99891	0.99956
8	2	True	250	Em um galinheiro é mantida a criação de 50 galinhas, 10 galos e 20 pintinhos, sabendo que os mesmos são vendidos por unidade, R$ 10,00 a unidade de pintinhos, R$ 25,00 a unidade de galos e R$ 30,00 a unidade de galinhas. Foram vendidas 20 aves para um agricultor, sendo 40% da quantidade total de galos e 20% da de galinhas. Qual é a porcentagem comprada da quantidade total de pintinhos, e o preço total da compra?	0.5 / 0.2	0.99956	0.99983
9	1	True	225	O consumo de 8 lâmpadas, acesas durante 5 horas por dia, em 18 dias, é de 14 quilowatts. Qual será o consumo em 15 dias, deixando apenas 6 dessas lâmpadas acesas durante 4 horas por dia?	0.5 / 0.2	0.99983	0.99993

Fonte: a pesquisa, disponível em http://www.siena.ulbra.br.

No teste referente à figura 53, a primeira questão respondida é de nível médio, devido ao valor de referência de sua dificuldade 0.4. Como a suposição se refere a acertos em todas as questões, ao acertar essa questão, o teste randomiza a próxima com o nível difícil, ou seja, grau de dificuldade 0.5. E permanece nesse nível até finalizar o teste, visto que a simulação é com todas as questões com resposta correta.

Figura 53 – Simulação de um teste resolvido somente com acertos

Acabado: true

Nota: 1.000

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo (antes de que se acabe)	Pregunta	Dificultad /Adivinanza	Puntos antes	Puntos después
0	0	True	237	A terça parte de um número adicionado a seus 3/5 é igual a 28. Calcule a metade desse número?	0.4 / 0.2	0.60000	0.81818
1	1	True	283	Encontre o valor numérico da expressão: $\left(x+\frac{y-x}{1+xy}\right):\left(1+\frac{x^2-xy}{1+xy}\right)$, Para, $x=\sqrt{17}\ e\ y=53$.	0.5 / 0.2	0.81818	0.91837

2	1	True	278	Um lojista paga R$175,00 por um determinado produto, ele aplica 25% sobre o valor para venda, e anuncia um desconto de 8% para vendas à vista. Qual lucro obtido em uma venda à vista?	0.5 / 0.2	0.91837	0.96567
3	4	True	290	Em um acampamento há alimento suficiente para 48 pessoas. Durante um mês foi retirado 16 pessoas do acampamento, teremos alimento para quantos dias?	0.5 / 0.2	0.96567	0.98598
4	3	True	279	Luciano fez uma viagem de 1.210 km, sendo $^{7}/_{11}$ de aeroplano; $^{2}/_{5}$ do resto, de trem, $^{3}/_{8}$ do novo resto, de automóvel e os demais quilômetros, a cavalo. Calcular quantos quilômetros percorreu a cavalo?	0.5 / 0.2	0.98598	0.99434
5	1	True	280	O número de tábuas de 3m de comprimento por 0,30m de largura, necessárias para assoalhar uma sala de 11,7m de comprimento por 4m de largura, é:	0.5 / 0.2	0.99434	0.99773
6	4	True	279	Um carro percorre uma avenida retilínea no sentido Leste-Oeste, em 3 etapas sucessivas. Na primeira etapa ele percorre $^{3}/_{7}$ do percurso total, na segunda etapa $^{4}/_{11}$ e na terceira, 480 metros, qual é o comprimento da avenida? Respostas em metros	0.5 / 0.2	0.99773	0.99909
7	2	True	274	Em um galinheiro é mantida a criação de 50 galinhas, 10 galos e 20 pintinhos, sabendo que os mesmos são vendidos por unidade, R$ 10,00 a unidade de pintinhos, R$ 25,00 a unidade de galos e R$ 30,00 a unidade de galinhas. Foram vendidas 20 aves para um agricultor, sendo 40% da quantidade total de galos e 20% da de galinhas. Qual é a porcentagem comprada da quantidade total de pintinhos, e o preço total da compra?	0.5 / 0.2	0.99909	0.99964
8	0	True	279	Um pedreiro usou 2000 tijolos quadrados e iguais para erguer uma parede de 45m². Qual é a medida do lado de cada tijolo? Assinale a alternativa correta.	0.5 / 0.2	0.99964	0.99985
9	4	True	281	Uma máquina de embalagens, produz 642 unidades a cada 45 minutos, sendo que a cada 45 minutos ocorre uma pausa para retirada das embalagens prontas da máquina, de duração de 3 minutos. Quanto tempo esta máquina levará para produzir um pedido de 10272 unidades?	0.5 / 0.2	0.99985	0.99994

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Como os testes exemplificados são com questões respondidas corretamente, o nível de dificuldade fica elevado, pois o sistema registra que o respondedor tem o conhecimento para a realização de questões difíceis.

4.2.2 Teste Adaptativo com 100% de erros

A seguir serão apresentadas simulações de testes adaptativos com 100% de erros.

Observa-se que nas figuras 54 e 55, na parte superior aparece a nota: 0.000 cujo resultado representa que o teste foi realizado com a totalidade de erros. Logo, em cada questão aparece a expressão “*false*” que indica o erro, bem como a parte descritiva da questão com as estruturas matemáticas e seus respectivos *scores* com os valores. Cada nível possui a mensuração específica e que a cada acerto a “nota” sofreria variações o que não ocorre nesses casos, visto que os testes foram realizados cometendo apenas erros.

Um teste com todas as respostas erradas, também possui em torno de 10 questões, conforme exemplos das figuras 54 e 55, que apresentam os resultados de simulações dos testes referentes ao conceito do grafo Matemática Básica – Aritmética, realizados com 100% de erros nas questões.

No teste da figura 54 pode-se verificar que não há alteração no indicativo da dificuldade das questões, visto que o teste é iniciado com uma questão de nível fácil indicado por 0.3, e por seguir apenas com erros, o teste permanece até a finalização nessa mesma categoria.

Figura 54 – Simulação de um teste resolvido somente com erros

Acabado: true

Nota: 0.000

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Dificultad / Adivinanza	Puntos antes	Puntos después
0	1	False	258	Uma certa mercadoria que custava R$ 10,50 teve um aumento, passando a custar R$ 11,34. O percentual de aumento da mercadoria foi de:	0.3 / 0.2	0.60000	0.36000
1	1	False	274	Sabendo que o perímetro de uma roda de uma motocicleta possui 1200mm, e a cada 2cm existe uma	0.3 / 0.2	0.36000	0.17419

				barra de sustentação. Quantas barras existem nesta roda?			
2	2	False	254	Qual é o valor de: $3^2 - [4^2 - (\sqrt{9}.\sqrt{25}).1^{100}]$?	0.3 / 0.2	0.17419	0.07330
3	1	False	288	Considere os números $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ e $b = 4 - \sqrt{24}$. O valor de $a^2 + b^2$ é:	0.3 / 0.2	0.07330	0.02881
4	3	False	250	O quociente $(7\sqrt{4} - 5\sqrt{9} + 2\sqrt{16}) : \sqrt{49}$ é igual a:	0.3 / 0.2	0.02881	0.01100
5	2	False	289	Qual é o valor de: $\{2 - [3.4 : 2 - 2 \cdot (3 - 1)]\} + 1 = ?$	0.3 / 0.2	0.01100	0.00415
6	3	False	281	Sejam a e b números reais positivos. Todas as afirmativas estão corretas, exceto:	0.3 / 0.2	0.00415	0.00156
7	0	False	284	Paulo colocou 64 fotos em um álbum, que tem 4 páginas. Todas as páginas receberam o mesmo número de fotos. Quantas fotos foram colocadas em cada página?	0.3 / 0.2	0.00156	0.00059
8	3	False	254	Numa escola de 630 alunos, 350 deles estudam matemática, 210 estudam física e 90 deles estudam as duas matérias. Quantos alunos estudam apenas matemática?	0.3 / 0.2	0.00059	0.00022
9	3	False	288	Joca tem 1000 figurinhas, se Joca distribuir suas figurinhas entre 4 amigos quantas figurinhas cada um dos amigos receberá?	0.3 / 0.2	0.00022	0.00008

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Nesse teste adaptativo representado na figura 55 ocorre uma situação diferente do teste anterior. Pois é iniciado com uma questão de nível médio e, em virtude do erro, ocorre a randomização e o sistema propõe a próxima questão categorizada como fácil, representada por 0.3. Como não há acertos, as questões permanecem nesse nível de dificuldade até a finalização do teste.

Figura 55 – Simulação de um teste resolvido somente com erros

Acabado: true

Nota: 0.000

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo (antes de que se acabe)	Pregunta	Dificultad/ Adivinanza	Puntos antes	Puntos después

0	1	False	282	Um produto foi vendido por 100 reais. Se o vendedor lucrou $\frac{1}{4}$ do preço de custo. Calcule este lucro.	0.4 / 0.2	0.60000	0.42857
1	2	False	271	Paulo colocou 64 fotos em um álbum, que tem 4 páginas. Todas as páginas receberam o mesmo número de fotos. Quantas fotos foram colocadas em cada página?	0.3 / 0.2	0.42857	0.21951
2	1	False	293	Nas olimpíadas de Barcelona, foram entregues 259 medalhas de ouro, 258 medalhas de prata e 298 de bronze. Quantas medalhas foram entregues no total?	0.3 / 0.2	0.21951	0.09541
3	4	False	292	Sejam a e b números reais positivos. Todas as afirmativas estão corretas, exceto:	0.3 / 0.2	0.09541	0.03805
4	4	False	283	Uma certa mercadoria que custava R$ 10,50 teve um aumento, passando a custar R$ 11,34. O percentual de aumento da mercadoria foi de:	0.3 / 0.2	0.03805	0.01461
5	4	False	279	Joca tem 1000 figurinhas, se Joca distribuir suas figurinhas entre 4 amigos quantas figurinhas cada um dos amigos receberá?	0.3 / 0.2	0.01461	0.00553
6	1	False	285	Qual é o valor de: $3^2 - [4^2 - (\sqrt{9}.\sqrt{25}).1^{100}]$?	0.3 / 0.2	0.00553	0.00208
7	1	False	280	Sabendo que o perímetro de uma roda de uma motocicleta possui 1200mm, e a cada 2cm existe uma barra de sustentação. Quantas barras existem nesta roda?	0.3 / 0.2	0.00208	0.00078
8	1	False	288	Qual é o valor de: $\{2 - [3.4:2 - 2(3-1)]\} + 1 =$	0.3 / 0.2	0.00078	0.00029
9	3	False	289	Considere os números $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ e $b = 4 - \sqrt{24}$. O valor de $a^2 + b^2$ é:	0.3 / 0.2	0.00029	0.00011

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Diante desses exemplos de testes realizados é possível verificar como ocorre a randomização, já que esta é vinculada ao erro ou ao acerto das questões.

4.2.3 Teste Adaptativo com acertos e erros

Na figura 56, a nota que aparece no canto superior à esquerda é: 0.993, cujo resultado representa que o teste foi realizado com acertos e erros. De acordo, com a randomização das questões, esse cálculo é efetivado automaticamente pelo sistema SIENA. Como as questões respondidas foram as de grau de dificuldade 0.5 e 0.4, isso significa que são questões dos níveis difícil e médio. Sendo assim, ocorrendo acertos, o *score* fica mais alto, o que aconteceria de forma diferente se apenas fossem acertadas as questões de nível fácil, com grau de dificuldade 0.3.

Pode-se observar a variação do *score* quando há o acerto e quando existe o erro.

Um teste respondido com respostas certas e erradas possui em torno de 10 questões. O teste aumenta o número de questões respondidas, quando o respondedor começa errando as primeiras e depois acerta algumas. Assim, mais questões são oferecidas para verificar se o respondedor seria capaz de responder outras questões corretamente, permitindo o aumento do *score* para assim, atingir a nota mínima e prosseguir para o próximo conceito do grafo. Na figura 56 é apresentado o resultado de uma simulação do teste referente ao conceito do grafo Matemática Básica – Aritmética, sendo realizado com acertos e erros nas questões.

Figura 56 – Simulação de um teste resolvido com acertos e erros

Acabado: true

Nota: 0.993

#	Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Dificultad / Adivinanza	Puntos antes	Puntos después
0	1	True	151	Numa eleição o candidato A teve 47% dos votos, o candidato B deve 39% e o número de votos nulos é 2/3 de votos em branco. A porcentagem dos votos em branco é:	0.4 / 0.2	0.60000	0.81818
1	3	False	284	Encontre o valor numérico da expressão: $\left(x + \frac{y-x}{1+xy}\right) : \left(1 + \frac{x^2 - xy}{1+xy}\right),$ Para, $x = \sqrt{17}\ e\ y = 53.$	0.5 / 0.2	0.81818	0.73770
2	0	True	243	Se 3/7 da capacidade de um reservatório correspondem a 8.400 litros, a quantos litros correspondem 2/5 da capacidade do mesmo tanque?	0.4 / 0.2	0.73770	0.89404
3	1	True	238	Distribuíram-se 3 1/2 quilogramas de bombons entre vários meninos. Cada um recebeu 1/4 de quilograma. Quantos eram os meninos?	0.5 / 0.2	0.89404	0.95474
4	4	False	296	O número de tábuas de 3m de comprimento por 0,30m de largura, necessárias para assoalhar uma sala de 11,7m de	0.5 / 0.2	0.95474	0.92950

				comprimento por 4m de largura, é:			
5	0	True	255	Considerando $$x = \frac{3^{-1} + 3^{-2}}{\frac{2}{9}}$$ o valor de x é:	0.4 / 0.2	0.92950	0.97534
6	2	False	294	Um carro percorre uma avenida retilínea no sentido Leste-Oeste, em 3 etapas sucessivas. Na primeira etapa ele percorre $\frac{3}{7}$ do percurso total, na segunda etapa $\frac{4}{11}$ e na terceira, 480 metros, qual é o comprimento da avenida? (Respostas em metros).	0.5 / 0.2	0.97534	0.96112
7	3	True	217	Um produto foi vendido por 100 reais. Se o vendedor lucrou 1/4 do preço de custo. Calcule este lucro.	0.4 / 0.2	0.96112	0.98669
8	2	False	279	Uma máquina de embalagens, produz 642 unidades a cada 45 minutos, sendo que a cada 45 minutos ocorre uma pausa para retirada das embalagens prontas da máquina, de duração de 3 minutos. Quanto tempo esta máquina levará para produzir um pedido de 10272 unidades?	0.5 / 0.2	0.98669	0.97888
9	4	True	293	Numa sala, 1/3 dos alunos têm 10 anos, 1/6 têm 11 anos e 15 alunos têm 9 anos. Qual é o número de alunos da sala?	0.4 / 0.2	0.97888	0.99286

Fonte: a pesquisa, disponível em: http://www.siena.ulbra.br.

Na simulação apresentada na figura 56 é possível observar a variação do indicativo de dificuldade das questões entre o nível médio (0.4), e o nível difícil (0.5). O teste é iniciado com uma questão de nível médio e, ao ser respondida corretamente, é proposta na sequência uma questão de nível difícil. Como esta é respondida de forma errada, o teste retorna para o grau de dificuldade anterior, ou seja, nível médio. E assim, segue variando e respeitando essa condição de respostas das questões, adaptando o teste ao grau de conhecimento do respondedor.

5 ANÁLISES DE DADOS

Neste capítulo será apresentado as análises dos dados coletados durante a investigação, tais como: questionário sobre os acadêmicos, testes adaptativos diante das notas e conceitos expressos no mapa individualizado de cada sujeito disponível no sistema SIENA, além dos registros dos alunos realizados em papel e caneta.

5.1 ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS NA APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO AOS ACADÊMICOS INVESTIGADOS

Os vinte (20) alunos de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA, sujeitos desta investigação responderam um questionário (Apêndice D) sobre a sua trajetória acadêmica a fim de que fosse possível conhecê-los para caracterizar esse grupo.

Diante disso, constatou-se que treze (13) alunos estão na faixa etária entre 17 e 20 anos; cinco (05) alunos entre 21 e 25 anos; e dois (02) alunos, entre 26 e 30 anos. Dentre eles, dezenove (19) são residentes em Palmas/TO, e um (01), em Miranorte/TO. Quanto à jornada de trabalho, dois (02) alunos responderam que realizam 8 horas diárias; um (01) aluno realiza 6 horas diárias; e dezessete (17) alunos não estão empregados, no momento. Desse grupo de estudantes, quinze (15) cursaram o Ensino Médio em uma escola estadual; e cinco (05) em uma escola particular. Dentre os investigados, um (01) possui outro curso superior, que é Técnico em Segurança do Trabalho. Os demais estão cursando o primeiro, que é Engenharia Civil. A respeito do ingresso no CEULP/ULBRA, dezenove (19) alunos ingressaram por meio do processo seletivo, Vestibular, dos quais sete (07) são participantes do Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior (FIES), que é um programa de financiamento estudantil do Ministério da Educação para financiar a graduação de acadêmicos que estudam em instituições de Ensino Superior privadas e pagas[6]. Um (01) aluno pertence ao Programa Universidade para todos (PROUNI) do Ministério da Educação, que oferece bolsas integrais e parciais de 50% para estudantes de instituições particulares de ensino superior[7].

Para todos os investigados, a Engenharia Civil foi a primeira opção de curso superior. Quanto às informações sobre disciplinas, foram realizadas três questões. A primeira abordou acerca da quantidade de disciplinas cursadas com aprovação. Dezesseis (16) alunos responderam que já cursaram mais que 10. Três (03) alunos

[6] Informações do site: https://www.siglaseabreviaturas.com/fies/
[7] Informações do site: http://siteprouni.mec.gov.br/o_prouni.php

afirmaram ter cursado de 7 a 10 disciplinas, enquanto um (01) aluno de 4 a 6 delas. A segunda questão abordou a quantidade de disciplinas cursadas com reprovação. Dois (02) alunos responderam que foram reprovados em mais de 6. Já cinco (05) alunos, foram reprovados em 4 a 6 disciplinas, seguindo a opção de resposta. E nove (09) foram reprovados em 1 a 3, seguindo a opção de resposta. Enquanto quatro (04) deles, até o momento, não tiveram reprovações. Na terceira questão, os alunos responderam acerca da quantidade de disciplinas em que estavam matriculados no semestre quando ocorreu a aplicação da pesquisa, 2018/1. Quinze (15) alunos marcaram a opção indicando que estavam cursando de 5 a 7 disciplinas. Quatro (4) marcaram a opção indicando que estavam cursando de 2 a 4. E um (1) aluno marcou a opção indicando que estava cursando de 8 a 10 disciplinas.

A última questão, fundamental para a pesquisa, foi a respeito da quantidade de vezes que haviam cursado a disciplina de Cálculo I, alvo desta investigação. Para tanto, segue a tabela 3 apresentando essas respostas.

Tabela 3 – Pergunta sobre a quantidade de vezes que os alunos cursaram a disciplina de Cálculo I

Pergunta: Você já cursou a disciplina de Cálculo I?	
Respostas:	
Não	0
Sim, uma vez.	13
Sim, duas vezes.	6
Sim, mais do que duas vezes.	1
Sim, mas desisti antes do final do semestre.	0

Fonte: a pesquisa.

Assim, sete (07) alunos, do total de 20 investigados, haviam sido reprovados na disciplina de Cálculo I, perfazendo um total de 35%. Dado preocupante, frente ao fato de que apenas três (03) alunos desse grupo afirmaram que estavam em atividade profissional. Os demais possuem dedicação exclusiva aos estudos da graduação.

A análise dos dados foi realizada da seguinte forma: os três primeiros conceitos do grafo, que envolveram matemática básica, as questões elencadas para análise foram as que os alunos mais cometeram erros ao solucionar. E os demais conceitos, que envolvem derivadas, as questões analisadas selecionadas partiram dos erros identificados nos registros efetuados em papel e caneta pelos investigados.

5.2 ANÁLISE GERAL DOS DADOS DO DESEMPENHO OBTIDO EM CADA CONCEITO DO GRAFO

A análise dos dados do desempenho dos alunos em cada conceito do grafo é apresentada a seguir, mediante as notas disponíveis no mapa individualizado de cada investigado, em cada teste realizado, que está disponível no sistema SIENA, bem como quantas vezes ele realizou cada teste para avançar ao próximo conceito do grafo.

A pesquisa contou com a participação de vinte (20) alunos do Curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA.

As notas adquiridas em cada conceito do grafo foram altas e a maioria variou de 0.900 a 1.000. Porém, em alguns casos, os alunos necessitaram realizar o teste mais de uma vez para conseguir atingir a média, 0.600 para prosseguirem ao próximo conceito o que caracteriza dificuldade naquele quesito.

No primeiro conceito do grafo – Matemática Básica: Aritmética, todos os alunos obtiveram notas de 0.9 a 1.000, porém dois alunos necessitaram repetir o teste, um (01) deles três vezes e, o outro, por quatro vezes, para conseguir atingir a nota mínima exigida e prosseguir para o próximo conceito.

No segundo conceito do grafo – Matemática Básica: Álgebra, dezenove (19) alunos obtiveram o resultado entre 0.9 e 1.000 e um (01) aluno obteve entre 0.7 e 0.8. Contudo três (03) alunos realizaram duas vezes o teste desse conceito. E dois (02) o realizaram por três vezes, buscando a nota mínima para avançar ao próximo conceito.

No terceiro conceito do grafo – Matemática Básica: Funções, todos os alunos resolveram apenas uma vez o teste adaptativo. Dezenove (19) apresentaram nota entre 0.9 e 1.000 e um (01) apresentou nota entre 0.8 e 0.9.

No quarto conceito do grafo – Derivadas Diretas, Regra do Produto e do Quociente, dezesseis (16) alunos ficaram com nota entre 0.9 e 1.000, dois (02) alunos tiveram entre 0.7 e 0.8 e um (01) ficou com nota entre 0.6 e 0.7. Vale ressaltar que oito (8) alunos repetiram os testes: cinco (5) os fizeram duas vezes; um (01) repetiu três vezes; um (01) repetiu cinco vezes e um (01), sete vezes.

No quinto conceito do grafo – Derivadas – Regra da Cadeia, treze (13) alunos obtiveram notas entre 0.9 e 1.000. Três (03) alunos entre 0.8 e 0.9 e dois (02) obtiveram notas entre 0.7 e 0.8. Um (01) aluno não alcançou média mínima e outro não resolveu esse conceito. É possível identificar que foi nesse conceito que os alunos apresentaram mais dúvidas e dificuldades, porque vários alunos necessitaram realizar o teste mais vezes. Inclusive um (01) aluno realizou 20 vezes os testes desse conceito até atingir a média necessária para prosseguir.

No sexto conceito do grafo – Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, quinze (15) alunos obtiveram notas entre 0.9 e 1.000. Dois (02) alunos entre 0.7 e 0.8, um (01) aluno não conseguiu atingir a média mínima 0.6 e dois (02) alunos não responderam a esse conceito. Vários alunos repetiram os testes adaptativos desse conceito por duas, três, quatro, cinco e até seis vezes.

Na tabela 4 constam todas as notas dos alunos, separadas por conceito, bem como as quantidades de vezes que eles tiveram necessidade de realizar o teste para prosseguir ao próximo conceito do grafo, demonstrando o crescimento e persistência em alguns casos.

Tabela 4 – Notas dos alunos separadas por conceitos do Grafo

Aluno	***Conceito 1: Matemática Básica – Aritmética***	***Conceito 2: Matemática Básica – Álgebra***	***Conceito 3: Matemática Básica – Funções***	***Conceito 4: Derivadas Diretas, Regras Produto e Quociente***	***Conceito 5: Derivadas – Regra da Cadeia***	***Conceito 6: Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas***
1	**USUÁRIO PARA TESTES**					
2	0.993	0.036, 0.009, 0.996.	0.873	0.043, 0.777.	0.004, 0.000, 0.001, 0.002, 0.010, 0.013, 0.017, 0.002, 0.005, 0.009, 0.001, 0.002, 0.008, 0.000, 0.001, 0.007, 0.002, 0.001, 0.000, 0.847.	0.938
3	0.330, 0.479, 0.060, 0.992.	0.333, 0.183, 0.994.	0.999	0.183, 0.927	0.230, 0.007, 0.775.	0.974
4	0.998	0.991	0.984	0.945	0.235, 0.963.	0.993
5	0.987	0.990	0.991	0.997	0.814	0.993

Continua

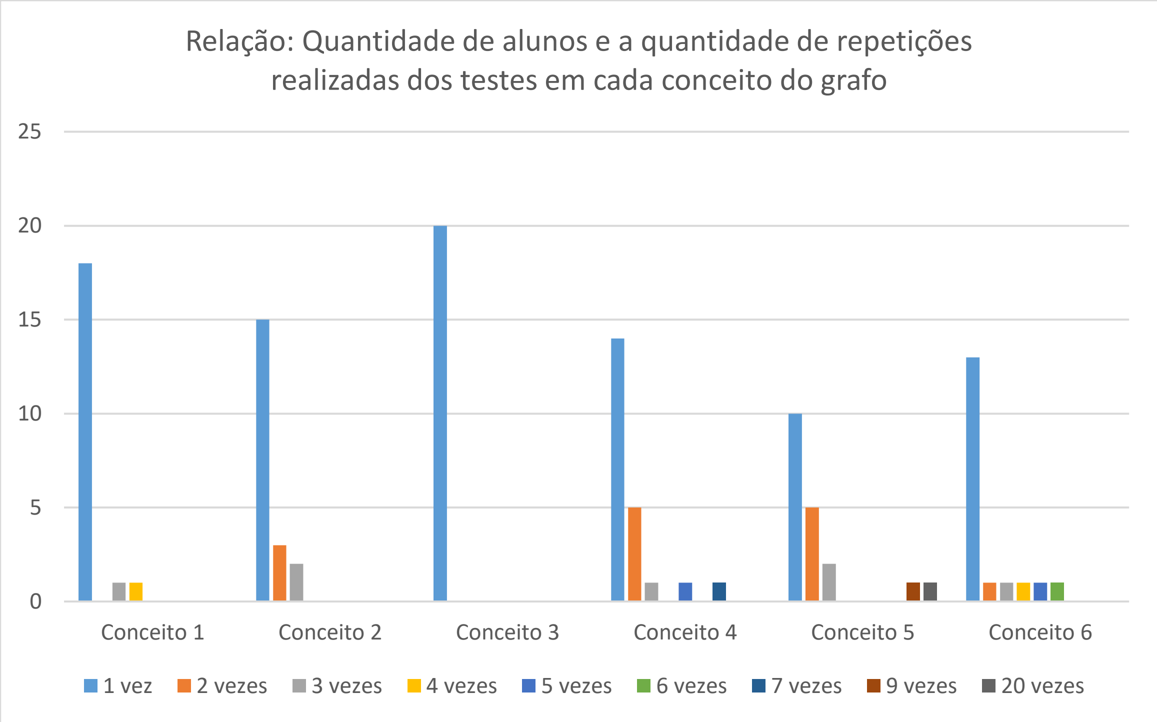
Tabela 4 – Notas dos alunos separadas por conceitos do Grafo

Aluno	***Conceito 1: Matemática Básica – Aritmética***	***Conceito 2: Matemática Básica – Álgebra***	***Conceito 3: Matemática Básica – Funções***	***Conceito 4: Derivadas Diretas, Regras Produto e Quociente***	***Conceito 5: Derivadas – Regra da Cadeia***	***Conceito 6: Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas***
6	0.998	0.462, 0.995.	0.995	0.994	0.073, 0.989.	0.553
7	1.000	0.036, 0.789.	0.990	0.994	0.991	0.994
8	0.992	0.991	0.990	0.923	0.004, 0.364, 0.002, 0.001, 0.001, 0.001, 0.060, 0.033, 0.056.	Não realizou, pois não conseguiu alcançar a média mínima no conceito anterior, e desistiu.
9	0.997	0.997	0.987	Não realizou	Não realizou	Não realizou
10	0.993	0.993	0.998	0.183, 0.580, 0.934.	0.811	0.001, 0.005, 0.994.
11	0.998	0.992	0.993	1.000	0.999	0.968
12	0.995	0.991	0.986	0.998	0.999	0.992
13	**CANCELADO**					
14	0.991	0.041, 0.934	0.950	0.723	0.994	0.002, 0.005, 0.010, 0.000, 0.002, 0.947.
15	0.998	0.994	0.997	0.962	0.977	0.996
16	0.959	0.984	0.990	0.965	0.013, 0.010, 0.999.	0.750
17	0.194, 0.269, 0.999.	0.998	0.997	0.993	0.052, 0.721.	0.955
18	0.991	0.991	0.991	0.956	0.147, 0.966.	0.991
19	0.955	0.970	0.991	0.956	0.004, 0.996	0.104, 0.992
20	0.994	0.951	0.959	0.004, 0.996, 0.039, 0.017, 0.138.	0.999.	0.000, 0.000, 0.011, 0.993.
21	0.995	0.991	0.998	0.993	0.998	0.787
22	0.991	0.998	0.989	0.056, 0.218, 0.043, 0.600, 0.056, 0.256, 0.005.	0.995	0.000, 0.001, 0.000, 0.005, 0.946.

Fonte: a pesquisa, disponível em http://www.siena.ulbra.br.

Na figura 57, o gráfico informa a seguinte relação: quantidade de alunos e o número de repetições que eles realizaram os testes de cada conceito do grafo.

Figura 57 – Gráfico – Relação: Quantidade de alunos e a quantidade de repetições realizadas dos testes em cada conceito do grafo



Fonte: a pesquisa.

Diante desses dados, pode-se constatar que o conceito 5, Derivada – Regra da Cadeia, foi o mais difícil para os investigados, visto que repetiram várias vezes os testes e um aluno até desistiu de realizá-lo, após a oitava tentativa frustrada.

Pelos registros é possível analisar que os alunos não identificam que as funções apresentadas para a derivação são definidas como funções compostas e, portanto, exigem a necessidade de derivar, aplicando a Regra da Cadeia. Assim, utilizaram o formulário[8] incorretamente.

5.3 ANÁLISE DO CONCEITO 1 DO GRAFO DA PESQUISA: MATEMÁTICA BÁSICA – ARITMÉTICA

Nesse conceito do grafo as questões que os alunos mais cometeram erros na resolução foram três, perfazendo um total de oito vezes em cada uma. Interessante que essas três questões que são apresentadas na figura 58, foram classificadas em níveis diferentes, ou seja, uma de cada nível: fácil, médio e difícil. Nessas questões,

[8] Para explicar os erros, será utilizado o Formulário de Derivação, disponível no Anexo B.

o objetivo foi de investigar se o aluno seria capaz de realizar operações envolvendo porcentagem, frações e regra de três simples. Para cada uma delas, segue um exemplo de resolução realizado por um investigado.

Figura 58 – Questões com respectivas resoluções realizadas por investigados, que foram respondidas com maior número de erros do conceito 1 do grafo da pesquisa

Nível Fácil:

1. Uma certa mercadoria que custava R$ 10,50 teve um aumento, passando a custar R$ 11,34. O percentual de aumento da mercadoria foi de:

1) 1,0%   2) 10,0%   3) 10,8%   4) 8,0% XXX   5) 0,84%

Resolução:

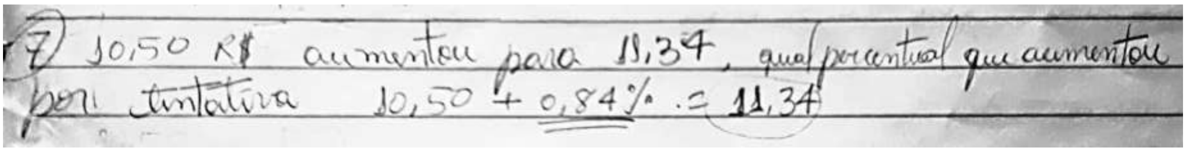
$11{,}34 - 10{,}50 = 0{,}84$. Então, precisamos definir por regra de três o percentual de aumento.

10,50 --------------100

0,84 ---------------- x

$$10{,}50\,x = 84 \;\rightarrow\; x = \frac{84}{10{,}50} \;\rightarrow\; x = 8\%$$

Resolução investigado:



Nível Médio:

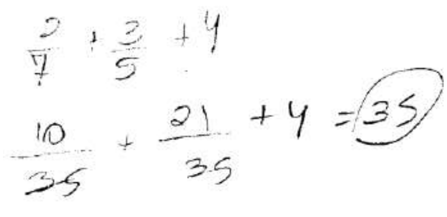
2. Sônia coleciona papéis de carta. Sabendo que 2/7 das folhas ela ganhou de sua mãe, 3/5 ela ganhou de suas avós e outras 4 folhas restantes ela ganhou de suas amigas, determine o número de folhas da coleção de Sônia.

1) 55   2) 70   3) 35 XXX   4) 100   5) 21

Resolução:

$$\frac{2}{7}x + \frac{3}{5}x + 4 = x$$
$$\frac{10x + 21x + 140}{35} = \frac{35x}{35}$$
$$31x + 140 = 35x$$
$$140 = 35x - 31x$$
$$140 = 4x$$
$$35 = x$$

Resolução investigado:



Nível Difícil:

3. Um carro percorre uma avenida retilínea no sentido Leste-Oeste, em 3 etapas sucessivas. Na primeira etapa ele percorre 3/7 do percurso total, na segunda etapa 4/11 e na terceira, 480 metros, qual é o comprimento da avenida? Respostas em metros

1) 5200 m   2) 2600 m   3) 541 m   4) 4500 m   5) 2310 m XXX

Resolução:

$$\frac{3}{7}x + \frac{4}{11}x + 480 = x$$
$$\frac{33x + 28x + 36\,960}{77} = \frac{77x}{77}$$
$$61x + 36\,960 = 77x$$
$$36\,960 = 16x \;\rightarrow\; x = 2310\,m$$

Resolução investigado:

$$\frac{3}{7}+\frac{4}{11}=\frac{33+28}{77}=\frac{61}{77}+\frac{5}{15}=\frac{915+385}{1155}=1300$$

Fonte: a pesquisa.

Ao comparar as questões, verifica-se algo em comum nas duas últimas, de nível médio e de nível difícil, que é a soma com frações de denominadores diferentes e a interpretação da questão, equacionando a situação-problema para ser respondida. O conceito de que a fração representa uma parte de um todo ainda não é compreendido por muitos.

Diante das resoluções, pode-se observar que, para responder à primeira questão, o aluno fez uma subtração entre os valores propostos e apresentou essa diferença como o resultado sem realizar o cálculo de porcentagem que esse valor representa, conforme solicitado na questão.

Na resolução da segunda questão, o aluno efetua a soma entre as duas frações, realizando o MMC (mínimo múltiplo comum), porém ao adicionar o 4, ele não realiza esse procedimento, tornando a resolução errada. É possível verificar também que o aluno não soube interpretar a situação-problema existente, visto que exigia a compreensão de que as frações seriam do todo e que a adição dessas partes e do 4 seria igual ao todo.

A mesma falha de compreensão aconteceu na resolução da terceira questão, pois efetuam a soma entre as frações e depois não finalizam corretamente, devido à interpretação errada da situação-problema. Sendo assim, percebe-se que o aluno possui dificuldades em interpretação e também em resolução de equações envolvem frações.

Na figura 59 apresenta-se mais exemplos de questões, com respectivas resoluções propostas pelos investigados, que foram resolvidas pelos alunos de forma errada, sendo constatado esse ocorrido em seis vezes em cada questão. Destaca-se que essas questões foram classificadas em níveis diferentes, onde há uma questão de cada nível de dificuldade.

Figura 59 – Questões que foram respondidas com erros e as resoluções apresentadas por investigados do conceito 1 do grafo da pesquisa

Nível Fácil

1. Sejam a e b números reais positivos. Todas as afirmativas estão corretas, exceto:

1) $(a^x.a^y)=a^{x+y}, \forall x,y \in R.$ 2) $(a.b)^x=a^x.b^x, \forall x,y \in R.$

3) $(a^x)^y=a^{x^y}, \forall x,y \in R. XXX$ 4) $(a^{x-y})=\dfrac{a^x}{a^y}, \forall x,y \in R.$

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}, \forall x, y \in R.$ ***Resolução:*** $O\ correto\ seria$: $(a^x)^y = a^{x.y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$. Pois, deve-se efetuar o produto das potências.
Esta questão era apenas de análise das propriedades. Sendo assim, não há solução com cálculos.
Nível Médio **2.** Numa eleição o candidato A teve 47% dos votos, o candidato B teve 39% e o número de votos nulos é 2/3 de votos em branco. A porcentagem dos votos em branco é: 1) 10,4% 2) 8,4% XXX 3) 7,8% 4) 5,6% 5) 2,8% ***Resolução:*** $47\% + 39\% = 86\%$ $100\% - 86\% = 14\%, logo$ $14\% = \frac{2}{3}x + x$ $0{,}42 = 5x$ $0{,}14 = \frac{5}{3}x$ $\frac{0{,}42}{5} = x$ $0{,}14 . 3 = 5x$ $x = 0{,}084,$ $Porcentagem: 0{,}084 \cdot 100 = 8{,}4\%$.
Resolução investigado: 7 = $\frac{2}{3}$ do 47% = $\frac{47}{3}$ = 15,66 x 2 = 31,33 ± 5,33% $\frac{49}{3}$ = 13 x 2 = 26
Nível Difícil **3.** Uma turma de 20 pessoas foram acampar, levando alimentos suficiente para 21 dias, com 3 refeições diárias. Chegando ao local, encontraram mais 15 pessoas. Por quantos dias terão alimento se fizerem apenas 2 refeições diárias. 1) 14 dias 2) 15 dias 3) 23 dias 4) 10 dias 5) 18 dias XXX ***Resolução:*** *Regra de três composta:* 20 pessoas 21 dias 3 refeições 35 pessoas x dias 2 refeições $\frac{x}{21} = \frac{20}{35} \times \frac{3}{2}$ $\frac{x}{21} = \frac{60}{70}$ $x/_{21} = 0{,}86 \rightarrow x = 18\ dias$
Resolução investigado: 3 = 20 pessoas 21 dias de alimento x 3 = 63 + 15 pessoas ↓ 2 refeicoes 3 refeicoes 70 refeicoes. 10 dias

Fonte: a pesquisa.

Essas questões exigem conhecimentos diversos na área da aritmética, visto que é possível analisar que na primeira questão não há cálculos, apenas utilização da propriedade de potência de potência da potenciação. Porém, para responder a segunda questão, é necessário conhecimento do conteúdo de porcentagem, bem como a interpretação da situação-problema. E para responder a terceira questão, a exigência é a aplicação correta da regra de três composta, fazendo comparações e proporções.

Observa-se que na resolução, proposta pelo aluno, referente à segunda questão de exemplo, ele realiza o cálculo de 2/3 de 47%, de forma errada tanto na interpretação, pois a questão dizia que 2/3 era da porcentagem de votos brancos, bem como, o próprio cálculo aritmético, pois faz a divisão de 47 por 3 e, em seguida, a multiplicação por 2, sem considerar 47% como, 47/100. Na sequência, realiza o mesmo raciocínio com os 39% e, para finalizar, subtrai os resultados obtidos nas duas operações. Ou seja, faz uma série de erros sequenciais nessa questão, tanto em relação aos conceitos de porcentagem e regra de três simples, quanto com as operações efetuadas.

Na terceira questão, percebe-se que o aluno não realizou a proporção por regra de três composta, mas poderia ter realizado a questão desenvolvendo o raciocínio lógico dedutivo, como fez inicialmente. Seu erro foi em não ter dado continuidade à sua estratégia de solução. Visto que o aluno organiza as duas situações e realiza o cálculo das refeições necessárias em cada uma delas. Na primeira ele considera 21 dias X 3 refeições diárias, total de 63 refeições diárias, porém esquece de multiplicar pelo número de pessoas, que seria a operação correta, ou seja, $21 \times 3 \times 20 = 1260$ refeições para todo o grupo, durante todo o período exposto no problema. Mas a questão supõe um aumento do grupo de pessoas e uma redução na quantidade de refeições diárias, questionando por quantos dias essas refeições seriam servidas. Sendo assim, o investigado realiza o cálculo multiplicando o número total de pessoas (20+15) pela quantidade de duas refeições diárias, obtendo: $35 \times 2 = 70$ refeições diárias. Nessa etapa, para finalizar, seria necessário dividir o total de refeições de todo o grupo com quantidades iniciais expostas no problema, como calculado na situação 1, que são 1260, por 70 refeições diárias que seriam servidas considerando a situação 2. Neste caso, a solução do problema seria: $1260 \div 70 = 18$ dias.

Diante do exposto é possível conjecturar que neste conceito 1 do grafo, as dificuldades mais evidentes foram: operações com frações e Mínimo Múltiplo Comum (MMC), Regra de Três Simples e Composta, Porcentagem e resolução de Equação de 1º grau.

5.4 ANÁLISE DO CONCEITO 2 DO GRAFO DA PESQUISA: MATEMÁTICA BÁSICA – ÁLGEBRA

Nesse conceito do grafo as questões que os alunos mais cometeram erros na resolução foram três, uma de cada nível de dificuldade, perfazendo um total de sete vezes em cada uma, conforme estão apresentadas na figura 60. Nessas questões, o objetivo foi verificar se o aluno seria capaz de realizar cálculos algébricos para definir a incógnita em diversas situações, a saber: determinante de matriz 2X2, regra de três simples e proporção, equações do 1º grau com frações.

Figura 60 – Questões com respectivas resoluções realizadas por investigados, que foram respondidas com maior número de erros do conceito 2 do grafo da pesquisa

Nível Fácil:

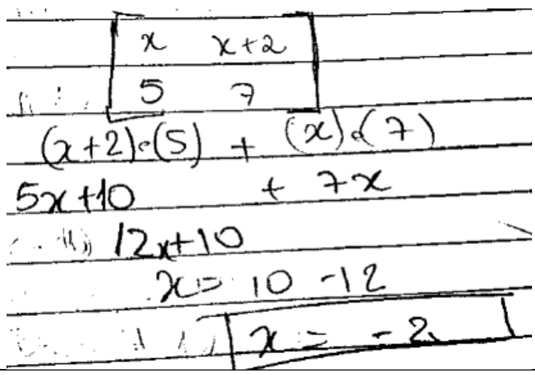
1. Qual é o valor de x em: $\begin{vmatrix} x & x+2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 0$?

1) x = 7 2) x = 5/6 3) x = 2/5 4) x = -2 5) x = 5 XXX

Resolução:

$$7x - 5.(x+2) = 0$$
$$7x = 5x + 10$$
$$7x - 5x = 10$$
$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2}$$
$$\boldsymbol{x = 5}$$

Resolução investigado:



Nível Médio:

2. Digitando x páginas por dia, dona Ana completa um serviço em 10 dias. Se digitasse x + 6 páginas por dia ela faria o serviço em 8 dias. O número x está entre:

1) 3 e 8 2) 9 e 13 3) 14 e 21 4) 22 e 28 XXX 5) 29 e 35

Resolução:

$x = 10\,dias$

$(x+6) = 8\,dias$

$Invertendo\ a\ proporção,$

$10x - 8x = 48$

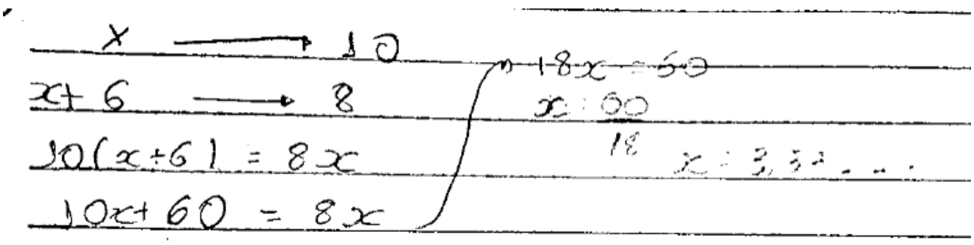
$2x = 48$

$x = 48/2$

$x = 24$

O número está entre 22 e 28.

Resolução investigado:



Nível Difícil:

3. Uma pessoa gasta 1/4 do dinheiro que tem, e em seguida, 2/3 do que lhe resta, ficando com R$ 350,00. Quanto tinha inicialmente?

1) R$ 400,00 2) R$ 700,00 3) R$ 1400,00 XXX 4) R$ 2100,00 5) R$ 600,00

Resolução:

Dados:

$Gasta\colon \frac{1}{4}x$ $Resta\colon x-\frac{1}{4}x=\frac{3}{4}x$ $Gasta\ novamente\colon \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}x\right)$

$$x-\frac{1}{4}x-\frac{2}{3}.\left(\frac{3}{4}x\right)=350 \quad\rightarrow\quad x-\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}x=350$$

$$\frac{4x-x-2x}{4}=\frac{1400}{4} \quad\rightarrow\quad \frac{x}{4}=\frac{1400}{4} \quad\rightarrow\quad x=1400$$

Resolução investigado:

$\frac{1}{4}x=y=525$ $\frac{1}{4}x=525$ $x=2100$

$\frac{2}{3}y=350$ $y=525$

Fonte: a pesquisa.

Na resolução proposta pelo investigado para a primeira questão é possível perceber que o aluno multiplica as diagonais para iniciar a resolução do determinante da matriz, corretamente. Porém não realiza a subtração devida entre as diagonais principal e secundária, adicionando os resultados de forma errada. Com isto obtêm o resultado $12x+10$ e, finaliza cometendo outro equívoco. Pois, ao isolar a incógnita, ele não realiza as inversões das operações com os valores 10 e 12, e aplica apenas uma subtração do 12 e a troca do 10 para o outro membro da igualdade, apresentando $x=10-12$, assim $x=-2$. Sendo que o correto, nesse caso, seria $x=-\frac{10}{12}$. Percebe-se com este exemplo que o aluno comete sucessivos equívocos. Primeiro, ao aplicar a regra de resolução de determinante de matriz 2X2 e, segundo, ao realizar a equação do 1º grau, conteúdo do Ensino Fundamental. Diante disso, pode-se inferir que o acadêmico possui dificuldade em solucionar Equação do 1º grau, visto que não compreendeu a relação de igualdade entre os termos e o isolar da incógnita para encontrar seu valor. Fato que leva a inferir que há necessidade de revisar conceitos elementares de álgebra e resolução de equações. Segundo Cury e Konzen (2006, p.1), “efetivamente, a maioria dos problemas é decorrente da falta de pré-requisitos, especialmente quanto aos assuntos relacionados à Álgebra do Ensino Fundamental e Médio”.

Na segunda questão apresentada, o aluno não realizou a inversão entre as grandezas da proporção, visto que são grandezas inversamente proporcionais. Sendo assim, cometeu o erro de interpretação da situação descrita e, seguidamente, errou o desenvolvimento por não realizar as inversões das operações na resolução da Equação de 1º grau. Portanto, é possível inferir que o aluno possui dificuldade em resolução de Equação do 1º grau, conteúdo do Ensino Fundamental.

Referente à terceira questão exposta na figura 60, era necessário que o aluno interpretasse e equacionasse a situação-problema descrita e, em seguida, realizasse as operações envolvendo equações algébricas com frações. Percebe-se que o aluno realizou essas ações incorretamente, pois igualou $\frac{2}{3}$ de uma parte desconhecida a 350, resultando 525, e calculou a igualdade entre $\frac{1}{4}$ de uma parte desconhecida e 525, restando 2100, que assume como resultado. Em momento algum ele utilizou a relação de subtração entre as partes fracionárias do todo e dos gastos, como era solicitado no problema e resolveu sem equacionar a situação. Diante do exposto, pode-se inferir que ele sente dificuldade em equacionar situações-problemas conteúdo do Ensino Fundamental, passo primordial para a resolução desse exercício.

Após as análises do conceito 2 do grafo, pode-se conjecturar que as dificuldades evidenciadas foram: operações com frações, Proporção, Regra de Três Simples, Equação de 1º grau, Determinante de uma matriz e interpretação de situações problemas.

5.5 ANÁLISE DO CONCEITO 3 DO GRAFO DA PESQUISA: MATEMÁTICA BÁSICA – FUNÇÕES

Nesse conceito do grafo, as questões que os alunos mais cometeram erros na resolução foram quatro. Uma de nível médio e três do nível difícil, perfazendo um total de seis vezes em cada uma, conforme estão apresentadas na figura 61. Nessas questões, o objetivo foi verificar se o aluno seria capaz de interpretar o problema e construir a função que o envolve, resolver a função mediante o valor dado e calcular o valor da incógnita, saber calcular funções de diversos tipos, como nesses casos, 1º grau e exponencial.

Figura 61 – Questões com respectivas resoluções realizadas por investigados, que foram respondidas com maior número de erros do conceito 3 do grafo da pesquisa

Nível Médio:

1. Um fabricante usa como política de vendas, colocar seu produto ao início de janeiro ao preço p e aumentar mensalmente esse preço de R$ 3,00. Em 1 de setembro esse preço passou a R$ 54,00. Qual foi o preço inicial em janeiro?

1) R$ 33,00 2) R$ 30,00 XXX 3) R$ 40,00 4) R$ 27,00 5) R$ 33,00

Resolução:

$V = p + 3x$, onde x é o período em meses.

V = 54,00, em setembro, ou seja, x = 8.
Então, temos que:

$54 = p + 3.8$ $\qquad$ $54 - 24 = p$

$54 = p + 24$ $\qquad$ $p = 30$

Logo, o produto era de R$ 30,00 em janeiro.

Resolução investigado:

Se2embro → 9 ag jlh jnh mai ab mar fev Janeiro

se2embro → 54 → 51 → 48 → 45 → 42 → 39 → 36 → 33

Nível Difícil:

2. Um cabeleireiro cobra R$ 12,00 pelo corte para clientes com hora marcada e R$ 10,00 sem hora marcada. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com hora marcada e um número variável x de clientes sem hora marcada. Qual foi o número de clientes atendidos num dia em que foram arrecadados R$ 212,00?

1) 14 clientes. 2) 6 clientes. 3) 19 clientes. 4) 8 clientes. 5) 20 clientes. XXX

Resolução:

Montando a função:

$$V(x) = 12.6 + 10x$$
$$V(x) = 72 + 10x$$

Calculando as clientes atendidas sem hora marcada:

$212 = 72 + 10x$ $\qquad$ $\frac{140}{10} = x$

$212 - 72 = 10x$ $\qquad$ $x = 14$

$140 = 10x$

São 14 clientes sem hora marcada, mas lembrando que são atendidas sempre 6 com hora marcada, precisamos somar, então 14 + 6 = 20 clientes no total de um dia.

Resolução investigado:

12.6 + 10.x = 212

10x = 140

x = 14 clientes

Nível Difícil

3. Chama-se montante (M) a quantia que uma pessoa deve receber após aplicar um capital *C*, a juros compostos, a uma taxa i durante um tempo *t*. O montante pode ser calculado pela fórmula $M = C(1 + i)^t$. Supondo que o capital aplicado é de R$ 200.000,00 a uma taxa de 12% ao ano durante 3 anos, qual o montante no final da aplicação?

1) R$ 300 000,00 2) R$ 250 000,00 3) R$ 345 600,00
4) R$ 201 000,00 5) R$ 280 000,00 XXX

Resolução:

$M = C.(1 + i)^t$ $\qquad$ $M = 200\,000.(1{,}40)$

$M = 200\,000.(1 + 0{,}12)^3$ $\qquad$ $M = 280\,000$

$M = 200\,000.(1{,}12)^3$

Resolução investigado:

M = C(1 + i)^t

M = 200(1 + 12%)^3

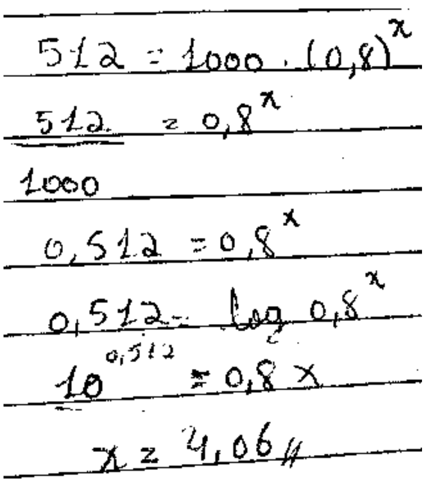
Nível Difícil:

4. A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí a produção anual passou a seguir a lei $y = 1000 \cdot (0{,}8)^x$. Em quantos anos a produção ficará em 512 unidades?

1) x = 4 2) x = 0,8 3) x = 8 4) x = 2 5) x = 3 XXX

Resolução:

$y = 1000 \cdot (0{,}8)^x$ $512 = 1000.\,(0{,}8)^x$ $\frac{512}{1000} = 0{,}8^x$	$0{,}512 = 0{,}8^x$ $0{,}8^3 = 0{,}8^x$ $x = 3$
Resolução investigado:	


$512 = 1000 \,.\, (0{,}8)^x$
$\frac{512}{1000} = 0{,}8^x$
$0{,}512 = 0{,}8^x$
$0{,}512 = \log 0{,}8^x$
$10^{0{,}512} = 0{,}8\,x$
$x = 4{,}064$

Fonte: a pesquisa

Na primeira questão apresentada, percebe-se que o aluno não utiliza função do 1º grau, o que seria esperado de resolução, mas usou uma estratégia lógica que é deduzir três em cada mês decorrido até chegar ao mês de referência solicitado na questão. Porém, ele coloca seu início no mês de agosto, mas o correto seria iniciar em setembro e fazer sucessivas reduções de três unidades até chegar ao mês de janeiro. Portanto, é possível conjecturar a dificuldade em representar a situação-problema na linguagem algébrica, em forma de função do 1º grau, e também na intepretação desta situação-problema descrita na questão.

Em relação à segunda questão apresentada, verifica-se que o investigado resolveu corretamente a função do 1º grau, chegando ao valor correto de clientes atendidos sem hora marcada. Porém, no enunciado pergunta quantos clientes foram atendidos durante aquele dia, se ele atendeu quatorze clientes sem hora marcada e seis clientes com hora marcada, o total são vinte clientes. Sendo assim, o aluno cometeu o erro ao não finalizar corretamente a questão, ou seja, não interpretou os dados solicitados da questão. Ressalta-se a dificuldade em interpretação de situações-problemas.

Quanto à terceira questão analisada, o aluno iniciou colocando a fórmula de juros compostos e substituindo os valores fornecidos na questão, ao utilizar o conteúdo de função exponencial. Mas, não finaliza sua resolução, tem-se por hipótese que não soube interpretar o que seria a porcentagem de 12% indicada na questão. Sendo assim, prefere interromper a resolução, apresentando-a de forma incompleta.

Diante disso, conjectura-se que o aluno possui dificuldade com o conteúdo de porcentagem, o qual é integrante do Ensino Fundamental.

Na quarta questão, cujo conteúdo explorado é função exponencial, percebe-se que o investigado iniciou a resolução corretamente, porém ao tentar finalizar aplicando logaritmo em ambos os membros da igualdade, realizou a base 10 elevada à potência 0,512, de forma incorreta, pois o certo seria calcular log 0,512, com uso da calculadora e repetir o processo com o segundo membro da igualdade, aplicando log 0,8. Ao realizar a divisão de log 0,512 por log 0,8, resultaria em 3. Então, é possível inferir que o aluno compreende as funções inversas, porém, sente dificuldade em equacionar e desenvolver uma função logarítmica, conteúdo pertinente ao Ensino Médio.

Diante do exposto, é possível conjecturar que as dificuldades evidenciadas sobre o conceito 3 do grafo foram: Porcentagem, Função Exponencial, Função Logarítmica e interpretação de situações problemas.

5.6 ANÁLISE DO CONCEITO 4 DO GRAFO DA PESQUISA: DERIVADAS DIRETAS, REGRA DO PRODUTO E DO QUOCIENTE

Para analisar esse conceito do grafo, optou-se em identificar nos registros realizados pelos alunos, em papel e caneta, questões as quais foram resolvidas incorretamente. As questões selecionadas estão apresentadas na figura 62.

Figura 62 – Questões com respectivas resoluções realizadas por investigados, que foram respondidas com erros, pertencentes ao conceito 4 do grafo da pesquisa

Nível Fácil:

1. Qual é a função derivada de $y = {}^{x}/_{3} + 4x^3$?

1) $y' = 3x + 12x^2$ 3) $y' = \frac{1}{3} + 12x^2 \ XXX$

2) $y' = \frac{x}{4} + 12x^2$ 4) $y' = \frac{1}{3} + 4x^2$

5) $y' = \frac{x}{3} + 12x^2$

Resolução:

$$y = {}^{x}/_{3} + 4x^3$$

$$y' = \frac{1}{3}x^{1-1} + 4.3x^{3-1}$$

$$y' = \frac{1}{3} + 12x^2$$

$y = \frac{x}{3} + 4x^3$

[illegible]

[illegible]

$y' = \frac{x^{-1}}{3} + 12x^2$

$y' = 3x + 12x^2$

Nível Médio:

2. Qual é a derivada de: $f(x) = 3x^4 . \cos x$?

1) $f'(x) = 12x^2 . \cos x + 3x^4 . sen\ x$
2) $f'(x) = 12x^3 . \cos x - 3x^4 . sen\ x \ \ XXX$
3) $f'(x) = -12x^3 . sen\ x$
4) $f'(x) = 3x^4 . sen\ x$
5) $f'(x) = -12x^3 . \text{sen}\, x + 3x^4 . \cos x$

Resolução: Derivada do Produto: $f'(x) = u'.v + v'.u$

$$f'(x) = (3x^4)' . \cos x + (\cos x)' . 3x^4$$
$$f'(x) = 12x^3 . \cos x + 3x^4 . (-sen\ x)$$
$$f'(x) = 12x^3 . \cos x - 3x^4 . sen\ x$$

$f(x) = 3x^4 . \cos x$

$f'(x) = 12x^3 . -sen\ x$

$= -12x^3 . sen\ x$

Nível Médio:

3. Qual é a derivada de: $f(x) = 5x^2 . e^x$?

1) $f'(x) = 10xe^x$
2) $f'(x) = 5e^x + 10xe^x$
3) $f'(x) = \ 10x . e^x + 5x^2 . e^x XXX$
4) $f'(x) = xe^x + 5x . e^{8x}$
5) $f'(x) = xe^x + x^2 . e^x$

Resolução: Derivada do Produto: $f'(x) = u'.v + v'.u$

$f'(x) = (5x^2)' . e^x + (e^x)' . 5x^2$

$f'(x) = 2.5 . x^{2-1} . e^x + 5x^2 . e^x$

$f'(x) = 10x . e^x + 5x^2 . e^x$

$f'(x) = 2.5x^{2-1} . e^x$

$f'(x) = 10x . e^x$

Nível Médio:

4. Qual é a derivada de $f(x) = 5x . sen\ (x) + 4x$?

1) $f'(x) = 5 \cos x + 4$
2) $f'(x) = 5 \,\text{sen}\, x + 5x . \cos x + 4 \ \ XXX$
3) $f'(x) = 5 \,\text{sen}\, x + \cos x + 4$
4) $f'(x) = 5 \,\text{sen}\, x + 5x . \cos x + 4x$
5) $f'(x) = 5 \cos x + 4x$

Resolução:

Para derivar a primeira parte da função f(x) precisamos utilizar a regra do produto: $u'.v + v'.u$, e a segunda parte derivada direta do formulário. Então:

$$f'(x) = 5 \,. sen\ x + cosx . 5x + 4$$
$$f'(x) = 5 \,\text{sen}\, x + 5x . \cos x + 4$$

$f(x) = 5x . sen(x) + 4x$?

$f'(x) = 5 \ . \cos(x) + 4$

Fonte: a pesquisa.

Na primeira questão o aluno realizou interpretando a função $\frac{x}{3}$ como $\frac{3}{x}$, cometendo o equívoco de inverter a função x, expressando por x^{-1}, cometendo assim, um erro na derivação dessa função, visto que o correto seria derivar a função $\frac{x}{3}$, a qual resultaria $\frac{1}{3}$, pois é um coeficiente multiplicando a função x. Infere-se que a dificuldade do aluno está na interpretação da função, e na identificação no formulário da função e fórmula que deve utilizar.

Nas três questões de nível médio, que são apresentadas na sequência, é possível analisar que os alunos não identificam a necessidade de aplicação da Regra do Produto para derivar as funções, conforme é necessário, visto que as questões envolvem funções diferentes. Eles apresentaram o resultado de forma incorreta, derivando a primeira função e multiplicando pela derivada da segunda função. Conjectura-se a dificuldade em identificar a necessidade de aplicação da Regra do Produto, portanto não identificam que as funções são distintas, exigindo a aplicação desta regra para derivação.

Após a análise do conceito 4 do grafo, pode-se inferir que as dificuldades evidenciadas foram: aplicação das Regras do Produto e do Quociente e inversão de funções.

5.7 ANÁLISE DO CONCEITO 5 DO GRAFO DA PESQUISA: DERIVADAS – REGRA DA CADEIA

Nesse conceito do grafo as questões analisadas foram selecionadas mediante o registro dos investigados realizados em papel e caneta de questões que estavam incorretas.

A figura 63 apresenta uma questão, na qual o investigado resolveu utilizando o formulário (Anexo B), identificando a função como u^n, ou seja, como função potência e não como função composta, a qual exige a aplicação da Regra da Cadeia, visto que não realiza a derivada de x^2, conforme seria a resolução correta.

Diante disso, é possível afirmar que o acadêmico possui dificuldade em compreensão de função composta, pois não foi capaz de identificá-la na questão.

Figura 63 – Questão 1 e resolução proposta de análise do conceito 5 do grafo da pesquisa

Nível Médio:	
1. Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 3e^{x^2} + 5x$.	
1) $f'(x) = 3e^{x^2} + 5$	2) $f'(x) = 6e^{x^2} + 5$

3) $f'(x) = 6x.e^{x^2} + 5$ XXX	4) $f'(x) = \frac{3e^{x^2}}{2x} + 5$
5) $f'(x) = 6x.e^{x^2}$	
Resolução: $f'(x) = 3e^{x^2}.(x^2)' + 5$ $f'(x) = 3e^{x^2}.2x + 5$ $\quad f'(x) = 6x.e^{x^2} + 5$	
$f(x) = 3e^{x^2} + 5x \rightarrow 6e^{x^2} + 5$	

Fonte: a pesquisa.

As resoluções apresentadas nas figuras 64 e 65 foram realizadas utilizando o formulário (Anexo B) em que identifica a função como u^n, ou seja, como função potência, e não como função composta, a qual exige a aplicação da Regra da Cadeia. Logo, conjectura-se dificuldade em identificar a função composta e aplicar a Regra da Cadeia para derivação. E quanto à figura 64, que envolve a função exponencial, verifica-se que o investigado não realizou a derivação correta dessa função, pois a potência da função exponencial, x^3 não deveria ser derivada, conforme o aluno realizou. Com isso, pode-se inferir que ele não identificou a função exponencial no momento da derivação.

Figura 64 – Questão 2 e resolução proposta de análise do conceito 5 do grafo da pesquisa

Nível Médio:		
2. Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = {}^3/_2\, e^{x^3} - 4x$		
1) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2.e^{x^3} - 4$ XXX	2) $f'(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4$	3) $f'(x) = \frac{9}{2}e^{x^3} - 4$
4) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2.e^{x^3}$	5) $f'(x) = \frac{9}{2}e^{x^2} - 4$	
Resolução: $f'(x) = \frac{3}{2}e^{x^3}.(x^3)' - 4$ $f'(x) = \frac{3}{2}e^{x^3}.3x^2 - 4$ $f'(x) = \frac{9}{2}x^2.e^{x^3} - 4$		
$f(x) = \frac{3}{2} e^{x^3} - 4x$ $\frac{9}{2} e^{x^2} - 4$		

Fonte: a pesquisa.

Figura 65 – Questão 3 e resolução proposta de análise do conceito 5 do grafo da pesquisa

Nível Fácil:

3. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (x^3+4)^6$:

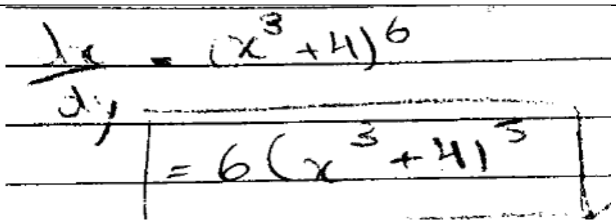
1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(x^3+4)^5$ 2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6x^2.(x^3+4)^5$ 3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 72x^2.(x^3+4)^5$

4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(3x^2)^5$ 5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 18x^2.(x^3+4)^5\ XXX$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(x^3+4)^{6-1}.(x^3+4)'$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(x^3+4)^{5.3x^2} \qquad \frac{\partial y}{\partial x} = 18x^2.(x^3+4)^5$$



Fonte: a pesquisa.

Nessa resolução, apresentada na figura 66, conjectura-se que o aluno não compreende a aplicação da Regra da Cadeia, visto que não identificou a função composta. Ele iniciou corretamente ao aplicar a Regra da Potência para derivar a função u^n, no caso $n = 4$. Prosseguiu com a derivação da função $u = x^2 - 3$ de forma correta, apresentando $2x$, porém confundiu sua opção, ao realizar uma troca da função original, $u = x^2 + 3$ pela sua derivada $u' = 2x$, ao invés de apresentá-la em forma de produto do coeficiente “4”. Mantendo desta forma, a função original conforme já havia operado anteriormente, de acordo com o apresentado junto à questão, sua resolução correta. Enfim, conjectura-se a possibilidade de dificuldade em compreensão e identificação da função composta, bem como a utilização da Regra da Cadeia para efetivar a derivação deste tipo de função.

Figura 66 – Questão 4 e resolução proposta de análise do conceito 5 do grafo da pesquisa

Nível Fácil:

4. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (x^2-3)^4$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 4.(x^2-3)^3$ 3) $\frac{\partial y}{\partial x} = (x^2-3)^3$

2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 8x(x^2-3)^3\ XXX$ 4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 4(2x)^3$

5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 4(x^2-3)^3 + 2x$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 4.(x^2-3)^{4-1}.(x^2-3)'$$

$\frac{\partial y}{\partial x} = 4.(x^2-3)^3 \cdot 2x$ $\qquad$ $\frac{\partial y}{\partial x} = 8x.(x^2-3)^3$
$\frac{dx}{dy} = (x^2-3)^4 \rightarrow 4(x^2-3)^3 \rightarrow 4(2x)^3$

Fonte: a pesquisa.

Para solucionar a questão representada na figura 67, o aluno apresentou a derivação correta da função trigonométrica, porém sem aplicação da Regra da Cadeia na qual deveria reaslizar a derivada do arco da função trigonométrica, multiplicando-o pela função principal, conforme apresentado na resolução correta da questão. É possível inferir sobre a dificuldade em identificar a função composta, a qual exige a derivação pela Regra da Cadeia.

Figura 67 – Questão 5 e resolução proposta de análise do conceito 5 do grafo da pesquisa

Nível Médio:
5. Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 7\cos(3x) - 9x^2$ 1) $f'(x) = -21\,sen(x) - 18x$ $\qquad$ 2) $f'(x) = 21\,sen(3x) - 18x$ 3) $f'(x) = -7\,sen(3x) - 18x$ $\qquad$ 4) $f'(x) = -21\,sen(3x) - 18x\ \ XXX$ 5) $f'(x) = 7\,sen(3x) - 9x$ ***Resolução:*** $f'(x) = 7\,(-sen)(3x).(3x)' - 9.2.x$ $f'(x) = -7\,\mathrm{sen}(3x).3 - 18x$ $\qquad$ $f'(x) = -21\,\mathrm{sen}(3x) - 18x$
5) $f(x) = 7\cos(3x) - 9x^2$ $f'(x) = -7sen(3x) - 18x$

Fonte: a pesquisa.

Nesta resolução, apresentada na figura 68, percebe-se que é identificada a potência da função raiz quadrada de forma correta, porém a derivação pela Regra da Cadeia fica incompleta. Foi resolvida a questão utilizando o formulário (Anexo B), identificando a função como u^n, ou seja, como função potência e não como função composta, que é solucionada mediante a aplicação da Regra da Cadeia, considerando que não realiza a derivada da função $4x + 2$, conforme seria a resolução correta.

Diante disso, é possível afirmar que o aluno possui dificuldade em compreensão de função composta, pois não foi capaz de identificá-la na questão.

Figura 68 – Questão 6 e resolução proposta de análise do conceito 5 do grafo da pesquisa

Nível Médio:

6. Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(4x+2)^3}$?

1) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{(4)^3}$

2) $y' = \sqrt{4x+2}$

3) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{4x+2}$

4) $y' = 3\sqrt{4x+2}$

5) $y' = 6\sqrt{4x+2}$ XXX

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt{(4x+2)^3}\right)' . (4x+2)'$$

$$y' = \left((4x+2)^{3/2}\right)' . 4$$

$$y' = \frac{3}{2}(4x+2)^{3/2-1} . 4$$

$$y' = \frac{3}{2}(4x+2)^{1/2} . 4$$

$$y' = 6\sqrt{4x+2}$$

$$y = \sqrt{(4x+2)^3}$$

$$y = (4x+2)^{3/2}$$

$$y = \frac{3}{2} . (4x+2)^{1/2}$$

$$y = \frac{3\sqrt{4x+2}}{2}$$

Fonte: a pesquisa.

É possível inferir, mediante as análises das questões relacionadas acima que os investigados não identificam a presença de funções compostas mesmo essas sendo apontadas de diversos tipos, como foram utilizadas nas questões, que são: Exponencial, Trigonométrica, Logarítmica, Raiz Quadrada e Potência. Mediante essa dificuldade, não aplicam a Regra da Cadeia para solucionar as derivadas que envolvem esses tipos de funções. Para Cury e Cassol (2004) erros na derivada da função composta, as quais utilizam a Regra da Cadeia, recebem uma classe específica de categorização do erro em sua pesquisa. Nela estão incluídos vários erros, causados, provavelmente, pela dificuldade em reconhecer a função composta.

5.8 ANÁLISE DO CONCEITO 6 DO GRAFO DA PESQUISA: APLICAÇÕES DE DERIVADAS COM RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS

Nesse conceito do grafo as questões que os alunos mais cometeram erros na resolução foram três: duas de nível fácil e uma do nível médio, perfazendo um total de dez vezes a primeira questão, e seis vezes as outras duas, conforme estão apresentadas na figura 69. Nestas questões, o objetivo foi verificar se o aluno seria capaz de interpretar o problema, derivar a função dada e resolver os cálculos que envolvem a aplicação de Derivada em cada questão, visto que as questões envolvem taxas de variação e determinação dos pontos críticos.

Figura 69 – Questões com respectivas resoluções realizadas por investigados, que foram respondidas com erros, pertencentes ao conceito 6 do grafo da pesquisa

Nível Fácil:

1. Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação $S(t) = t^3 + t^2 + 2t + 1$, onde **S** é dado em metros e t em segundos. Qual é a velocidade no instante 1s?

1) 7m/s XXX 2) 5m/s 3) 10m/s 4) 14m/s 5) 6m/s

Resolução:

$$V(t) = S'(t) \qquad V(1) = 3.1^2 + 2.1 + 2$$
$$V(t) = 3t^2 + 2t + 2 \qquad V(1) = 7\ m/s$$

$S(t) = t^3 + t^2 + 2t + 1 \Rightarrow 3t^2 + 2t - 2$

$3.1^2 + 2.1.2 = 3$

$1 + 1 + 2.1 + 1 = 5$

Nível Fácil:

2. Certo produto possui a seguinte função custo total $C(x) = 0{,}1x^3 - 18x^2 + 1500x + 10000$, em reais. Qual é o custo marginal para produzir 10 unidades deste produto?

1) R$ 23 300,00 2) R$ 15 000,00 3) R$ 1 190,00 4) R$ 1 170,00 XXX 5) R$ 1 143,00

Resolução:

$$C'(x) = 0{,}3x^2 - 36x + 1500$$
$$C'(10) = 0{,}3.(10)^2 - 36.10 + 1500$$
$$C'(10) = 30 - 360 + 1500$$
$$C'(10) = R\$\ 1170{,}00$$

$C(x) = 0{,}1(10)^3 - 18(10)^2 + 1500.10 + 10000$

$= 23\,300$ R$

Nível Médio:

3. A posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma reta coordenada é dada por $S = -\frac{1}{4}t^2 + t + 1$, com s em metros e t em segundos. Quantos segundos esta partícula levará para parar, ou seja, V(*t*) = 0?

1) 4s 2) 4,83 s 3) 3s 4) 0,5s 5) 2s XXX

Resolução:

$$S(t) = -\frac{1}{4}t^2 + t + 1 \qquad V(t) = -\frac{t}{2} + 1$$
$$V(t) = -\frac{1}{4}.2t + 1 \qquad 0 = -\frac{t}{2} + 1$$
$$V(t) = -\frac{2t}{4} + 1 \qquad \frac{t}{2} = 1 \rightarrow t = 2s$$

$\frac{2}{1} - \frac{1}{4}t + 1$ $\qquad 0{,}5$

$-\frac{2 \div 2}{4 \div 2} . 1{,}0 + 1$ / 2

Fonte: a pesquisa.

Na primeira questão destacada percebe-se que o aluno realizou de duas formas diferentes. Na primeira, ele substituiu diretamente o valor do tempo na função velocidade, cometendo um erro, pois era necessário, primeiramente, derivar a função e, em seguida, substituir pelo valor solicitado na questão. Na outra tentativa de resolução, o aluno deriva a função, porém ao final, erra o sinal da derivada de $2t$, onde escreve -2, realizando a questão de forma equivocada, pois ao somar os valores obtém o resultado 3, o qual não aparece nas alternativas, ao invés de 7, conforme era o esperado. Conjectura-se, diante dos erros analisados que o aluno não é capaz de identificar a situação-problema que exige a derivação. Por esse motivo apresentou duas respostas ao resolver essa questão. É importante destacar a dificuldade em utilizar os sinais, e prestar atenção no momento de reescrever as funções e derivar.

Na segunda questão, o estudante fez a substituição de forma direta, sem derivar a função, inicialmente, como era necessário. É possível inferir que o aluno não identifica a necessidade de derivar a função principal, visto que a questão apresenta a função custo total e deseja o custo marginal para produção de dez produtos. Logo, possui dificuldade em interpretar situações-problemas, bem como identificar problemas que utilizam a aplicação de Derivada.

Na terceira questão o investigado resolucionou através da derivação da função, porém não igualou a função a zero, conforme estava solicitado na questão. Ele fez a substituição da variável: tempo (*t*) por zero, resolvendo a questão de forma incorreta. É possível inferir que o aluno possui dificuldades em interpretar situações-problemas.

Percebe-se analisando esse conceito 6 do grafo que os alunos sentem dificuldade, principalmente, na interpretação das situações-problemas. Outra evidência ocorre na identificação da necessidade de derivar a função antes de solucionar o cálculo e a informação perguntada na questão, realizando a aplicação da derivada como sugerido para ampliar o conhecimento.

5.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, é possível afirmar que os alunos mostraram mais dificuldade ao realizar as questões do Conceito 5 do grafo, Derivadas – Regra da Cadeia, porém advindo muitas vezes, de erros cometidos em virtude de dificuldades em conteúdos que envolvem a matemática básica. Tais dificuldades afetam as resoluções das questões que envolvem o Cálculo de Derivadas, bem como a falta de compreensão da aplicação dessa regra e a identificação das funções compostas.

Em contrapartida, mediante a análise das notas dos testes adaptativos realizados, os investigados apresentaram mais facilidade em resolver o conceito 3, Matemática Básica – Funções, pois foi o conceito em que os acadêmicos não necessitaram repetir para avançar ao próximo conceito do grafo, ou seja, já obtiveram a aprovação nesse conceito mediante a realização do primeiro teste.

No decorrer do desenvolvimento dos testes, os alunos apresentaram interesse em conhecer seu rendimento em cada conceito do grafo. Eles verificaram as questões que haviam errado e também aproveitaram para identificar esses erros. Fato positivo, considerando que é importante que o estudante conheça os conceitos nos quais apresenta dificuldades e consiga organizar um plano de estudos que busque resolver seus problemas de pré-requisitos e do que ainda não compreendeu para continuar os estudos.

Os testes adaptativos são importantes para o professor diagnosticar as dificuldades do aluno ao partir do erro analisado com o objetivo de direcionar seus ensinamentos para saná-las durante o decorrer das aulas ministradas e possibilitar aprendizagem de qualidade.

CONCLUSÃO

Ao realizar esta pesquisa, compreende-se que todos os objetivos foram alcançados, visto que as resoluções que apresentam erros foram diversas e plausíveis de explicações sobre o ocorrido, levando à compreensão das dificuldades dos estudantes envolvidos. Esse diagnóstico sobre os erros permitiu a identificação das dificuldades. Mediante as construções redigidas em papel, pelos investigados, a análise pôde ser realizada observando o processo e não apenas a resolução final. Isso possibilita que o professor realize um plano individual de trabalho de recuperação dessas dificuldades.

Os investigados mostraram-se interessados em conhecer seu rendimento após cada teste adaptativo realizado mediante a nota disponibilizada pelo sistema. Então, pode-se concluir que há interesse em identificar o erro cometido, analisar a questão, verificar o erro para evitá-lo em situações posteriores e sanar a dificuldade reconhecida. Logo, constata-se a relevância disso no processo de aprendizagem e possibilita que os estudantes realizem estudos focados em suas dificuldades.

Uma competência importante do profissional engenheiro é relacionar os conhecimentos matemáticos aos conceitos específicos da Engenharia, os quais são estudados no decorrer do curso, conforme o Conselho Nacional de Educação que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia define segundo consta no artigo 6º da resolução (MACEDO, 2002).

A pesquisa é interessante para os docentes aprimorarem o processo de ensino e aprendizagem, pois é possível verificar os erros e, mediante eles, conjecturar sobre as dificuldades dos alunos na compreensão de conteúdos que envolvem a matemática básica. Para o professor, é essencial em sua prática de sala de aula identificar e diagnosticar as dificuldades para garantir uma qualidade na aprendizagem dos discentes. Ao partir dessa análise e identificação, as aulas podem ser programadas e realizadas a partir das dificuldades pontuais. Assim como a abordagem de conteúdos necessários para complementar o planejamento curricular semestral ou anual. O professor pode direcionar e intensificar explicações, exemplos e exercícios dos conteúdos sobre os quais os alunos apresentam mais dificuldade. O docente pode proporcionar melhor qualidade na aprendizagem deles.

Na busca de identificar os erros e as dificuldades, o professor pode fazer uso do banco de questões construído para essa investigação com 60 questões em cada conceito do grafo, classificadas quanto ao grau de dificuldade, sendo vinte (20) de cada nível: fácil, médio e difícil. Pois, essas questões foram pesquisadas, selecionadas e têm alternativas estruturadas através de hipóteses sobre os erros e dificuldades que os educandos cometem e enfrentam, respectivamente. Destaca-se o aspecto dos conteúdos abordados, pois as questões foram organizadas por conceitos matemáticos, tais como: matemática básica – envolvendo aritmética, álgebra e funções, Derivadas – diretas do formulário, Regra do Produto, do Quociente e da Cadeia e Aplicações de Derivadas. As questões disponibilizadas podem ser utilizadas para desenvolvimento de sequências didáticas que podem aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, ou podem ser desenvolvidas para recuperação e/ou fixação dos conteúdos.

É importante mencionar que o experimento aconteceu conforme o esperado, de forma tranquila e correta, considerando a qualidade da rede Wi-fi de internet, para gerar as questões dos testes adaptativos e os relatórios de desempenhos de forma rápida e eficiente conforme era necessário para o andamento dessa investigação.

O banco de questões disponível pode ser aplicado em futuras pesquisas, mediante sequências didáticas para recuperação e/ou fixação de conteúdos, para verificação de aprendizagem de conceito ou conteúdo específico.

Salienta-se que os resultados parciais deste trabalho foram apresentados no XXII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, ocorrido em 01, 02 e 03 de novembro de 2018, na Faculdade de Educação da UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais).

REFERÊNCIAS

ANTON, Howard. **Cálculo:** um novo horizonte. Trad. Cyro de Carvalho Patarra e Márcia Tamanaha. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000, V 1.

ARAÚJO, Eutalia Aparecida Candido; ANDRADE, Dalton Francisco de; BORTOLOTTI, Silvana Ligia Vincenzi. Teoria da Resposta ao Item. **Revista da Escola de Enfermagem da USP**, 2009, v. 43, n.spe, p. 1000-1008. Disponível em:< http://www.producao.usp.br/bitstream/handle/BDPI/4069/art_ARAUJO_Teoria_da_Resposta_ao_Item_2009.pdf?sequence=1> Acesso em: 20 fev. 2018.

AZEVEDO, Danielle S. **Análise de erros Matemáticos**: interpretação das respostas dos alunos. Trabalho de conclusão de curso. UFRGS, 2009. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/18221/000728054.pdf?Sequence=1> Acesso em 04 maio 2017.

BATHELT, Regina E. **Erros e concepções de alunos sobre a ideia de número**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 1999.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática Fazendo a Diferença.** São Paulo: FTD, 2006. V. 1 e 2.

BORASI, R. **Using errors as springboards for the learning of mathematics: an introduction**. Focus on Learning Problems in Mathematics, v.7, n. 3-4, p. 1-14, 1985.

BRASIL, Portal do MEC. **MEC vai esclarecer sobre TRI à Justiça Federal do Ceará.** Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/34530> Acesso em: 22 fev. 2018.

BRASIL, Portal do MEC. **Resolução CNE/CES 11, de 11 de Março de 2002.** Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES112002.pdf> Acesso em 20 jun. 2017

BRASIL, Portal do MEC-PROUNI. **Site do PROUNI.** Disponível em: < http://siteprouni.mec.gov.br/oprouni.php> Acesso em: 6 ago. 2018.

CANTORAL, Ricardo Uriza, et al. **Desarollo del pensamiento matemático.** México: Trillas: ITESM, Universidad Virtual, 2000, 225p.

CANTORAL, Ricardo Uriza. **Teoría Socioepistemológica de al Matemática Educativa.** México: Gedisa, S.A., 2013.

COSTA, Denise Reis. **Métodos Estatísticos em Testes Adaptativos Informatizados**. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Estatística – Departamento de Métodos Estatísticos) – Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: < http://www.pg.im.ufrj.br/teses/Estatistica/Mestrado/121.pdf> Acesso em: 16 fev 2017.

COSTA, José Roberto. **A análise de erros como possibilidade para a deflagração de um processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática**. In: Encontro Paraense de Educação Matemática. Disponível em: < http://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxii/ARQUIVOS/MINICURSOS/titulo/MC001.pdf> Acesso em: 02 maio 2017.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros em demonstrações de geometria plana: um estudo com alunos de 3º grau**. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1988.

___________ . **Erros em soluções de problemas de cálculo diferencial e integral: análise, classificação e tentativas de superação**. Porto Alegre: PUCRS, Instituto de Matemática, 1990. Relatório de pesquisa.

_____________. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. In: **Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia**, 31, 2003. Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: IME, 2003a. CD-ROM.

_____________. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007, 116p. Disponível em: < http://ulbra.bv3.digitalpages.com.br/users/publications/9788582170809/pages/-2> Acesso em fev. 2017.

CURY, Helena Noronha; CASSOL, Mariana. Análise de erros em Cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v.6, n.1, p. 27-36 jan./jun., 2004. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/128> Acesso em: 10 dez. 2018.

CURY, Helena Noronha; KONZEN, Beatriz. Classificação e análise de erros em álgebra. In: **IX Encontro Gaúcho de Educação Matemática–EGEM.** Caxias do Sul: SBEM, 2006. Disponível em: < http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/EncontroGaucho_Ed_Matem/cientificos/CC26.pdf> Acesso em: 02 maio 2017.

D'AMBROSIO, Beatriz. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates. SBEM**. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19. Disponível em: < http://www.gilmaths.mat.br/Artigos/Como%20ensinar%20matem%C3%A1tica%20hoje.pdf> Acesso em: 27 abr. 2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações. 2. ed. São Paulo: Ática, 2000. V.1.

_________________. **Matemática**. 1. ed. Série Novo Ensino Médio. São Paulo: Ática, 2005. Volume único.

DOLZ, Joaquim. SCHNEUWLY, Bernard. **Gêneros orais e escritos na escola.** Campinas/SP: Mercado das Letras, 2004.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. p. 844.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Minidicionário da língua portuguesa**. (Coord.) FERREIRA, Marina Baird; ANJOS, Margarida dos. 6 ed. Curitiba: Positivo, 2004, 896p.

FIRMINO, Paulo Renato Alves. **Redes Bayesianas para a Parametrização da Confiabilidade em Sistemas Complexos.** Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Pernambuco – Recife, 2004. Disponível em: < https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/5864/1/arquivo7409_1.pdf > Acesso em: 08 abr 2018.

FREITAS, M.A. de. **Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro das Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; RUIZ, Lorenzo Moreno. Formação de Professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v.8, n.2, jul./dez.2006.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira et al. Sequência Didática com Análise Combinatória no Padrão SCORM. **Bolema.** Rio Claro, ano 22, n.34, p. 27-56, 2009.

HOFFMANN, Laurence D.; BRADLEY, Gerald L. **Cálculo:** Um Curso Moderno e Suas Aplicações. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti. **E-Learning com Análise Combinatória.** 2012. Dissertação (Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – PPGECIM, Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, Canoas, 2012.

KNECHTEL, Maria do Rosário. **Metodologia da pesquisa em educação:** uma abordagem teórico-prática dialogada. Curitiba: InterSaberes, 2014.

KAMPFF, Adriana Justin Cerveira; MACHADO, José Carlos; CAVEDINI, Patrícia. Novas Tecnologias e Educação Matemática. In: **X Workshop de informática na escola e XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação,** 2004. Bahia. Disponível em: <http://www.cinted.ufrgs.br/renote/nov2004/artigos/a12_tecnologias_matematica.pdf>Acesso em: 10 jun. 2008.

LABARRÈRE, Juliana Guimarães; SILVA, Cibele Queiroz; COSTA Denise Reis. Testes Adaptativos Computadorizados. **Revista Brasileira de Biometria**. São Paulo, v. 29, n. 2, p. 229-261, 2011. Disponível em:< http://jaguar.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v29/v29_n2/Cibele.pdf> Acesso em: 27 abr. 2017.

LEITHOLD, Louis. **O Cálculo com Geometria Analítica.** 3.ed. São Paulo: Harbra Ltda., 1994, V 1.

LIMA, Denilson Alves de; COSTA, João Candido Bracarense. **Construção de uma metodologia para ensinar e aprender Matemática** – um estudo de caso da segunda série do ensino médio. Disponível em:< http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.

br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_denilson_alves_lima.pdf> Acesso em 09 jul. 2018.

MACEDO, Arthur Roquete de. **Resolução CNE/CES 11**. 2002. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES112002.pdf> Acesso em: 20 junho 2017.

MARQUES, Roberto Ligeiro; DUTRA, Inês. Redes Bayesianas: o que são, para que servem, algoritmos e exemplos de aplicações. **Coppe Sistemas UFRJ.** Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.cos.ufrj.br/~ines/courses/cos740/leila/cos740/Bayesianas.pdf>. Acesso em: 26 fev. 2018.

MELO, Karine Machado Fraga de. **Como cadastrar as questões dos testes adaptativos no Sistema SIENA.** 2018 (Polígrafo sem impressão).

MOREIRA JR, Fernando de Jesus; TEZZA, Rafael; ANDRADE, Dalton Francisco de; BORNIA, Antônio Cézar. Algoritmo de um teste adaptativo informatizado com base na teoria da resposta ao item para a estimação da usabilidade de sites de e-commerce. **Produção.** v. 23, n. 3, p. 525-536, jul./set. 2013. Disponível em:< http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-65132013000300007&lng=pt&tlng=pt> Acesso em: 16 jul. 2018.

NOVAK, J.; GOWIN D. **Aprediendo a aprender.** Barcelona: Ediciones Martínez Roca, S.A, 1988.

OLIVEIRA, Jailson Domingos de. **Análise de erros em matemática**. Irati, 2015. Disponível em:< http://www2.unicentro.br/proen/files/2014/09/Jailson-Domingos-de-Oliveira.pdf > Acesso em: 4 maio 2017.

PITON-GONÇALVES, Jean. **A integração de testes adaptativos informatizados e ambientes computacionais de tarefas para o aprendizado do inglês instrumental.** 142 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação ICMC/Universidade de São Paulo. São Carlos, 2004. Disponível em:< http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-03052004-160334/pt-br.php> Acesso em: 15 fev. 2017.

___________________. **Desafios e perspectivas da implementação computacional de testes adaptativos multidimensionais para avaliações educacionais.** 153 f. Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional) -Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2013. Disponível em: < http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-13032013-105955/pt-br.php> Acesso em: 16 fev. 2017.

PITON-GONÇALVES, Jean; ALUÍSIO, Sandra Maria. Teste Adaptativo Computadorizado Multidimensional com propósitos educacionais: princípios e métodos. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 23, n. 87, p. 389-414, abr./jun. 2015. Disponível em:<

http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v23n87/0104-4036-ensaio-23-87-389.pdf> Acesso em: 25 fev. 2018.

PORTAL CEULP/ULBRA. **Sobre o curso.** Disponível em: <http://ulbra-to.br/cursos/Engenharia-Civil/Sobre> Acesso em: 23 jan. 2017.

______________. **Matriz Curricular**. Disponível em:< http://ulbra-to.br/cursos/Engenharia-Civil/2011/02/05/Matriz-Curricular> Acesso em: 07 fev 2017.

PORTAL S & A. **Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior.** Disponível em: < https://www.siglaseabreviaturas.com/fies/> Acesso em: 6 ago. 2018.

QUEZADA, José Ismael Arcos. **Un curso de Cálculo Infinitesimal para Bachillerato.** In: Ivestigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte iberoamericano. México: Díaz de Santos S.A., 2008.

REIS, Leonardo Rodrigues dos. **Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção**. Disponível em: <http://www.revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/303> Acesso em: 14 jan. 2017.

RIBEIRO, A. J. **Analisando o desempenho de alunos de ensino fundamental em álgebra, com base em dados do SARESP**. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro das Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

RIBEIRO, Taís Alves Silva. **Cálculo Diferencial e Integra**l: Abordagem histórica. 2015. Disponível em: <www.revista.unisal.br/lo/index.php/revistajornada/article/view/482/ 212> Acesso em jun. 2018.

SANDS, William A.; WATERS, Brian K. Introduction to ASVAB and CAT. In: SANDS, William A.; WATERS, Brian K.; MCBRIDE, James R.(Eds.). **Computerized adaptive testing:** from inquiry to operation. Washington: American Psychological Association, 1997.

SANTOS, Osane Oliveira; LIMA, Mary Gracy e Silva. **O processo de ensino-aprendizagem da disciplina matemática: possibilidades e limitações no contexto escolar.** Disponível em: <http://www.uespi.br/prop/siteantigo/XSIMPOSIO/TRABALHOS/PRODUCAO/Ciencias%20da%20Educacao/O%20PROCESSO%20DE%20ENSINO-APRENDIZAGEM%20DA%20DISCIPLINA%20MATEMATICAPOSSIBILIDADES%20E%20LIMITACOES%20NO%20CONTEXTO%20ESCOLAR.pdf> Acesso em: 7 fev. 2017.

SILVA, José Augusto Florentino da. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações.** 2005. Disponível em: < https://repositorio.ucb.br/jspui/handle/10869/1816> Acesso em: 27 abr. 2017.

SITE BRASIL ESCOLA. **Exercícios sobre tipos de funções.** Disponível em: <http://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-os-tipos-funcoes.htm> Acesso em: 02 ago. 2017.

SITE COLA DA WEB. **Exercícios de Matemática.** Disponível em: <https://www. coladaweb.com/exercicios-resolvidos/exercicios-resolvidos-de-matematica. Acesso em: 23 jun. 2017.

SITE MATEMATIQUÊS. **Aulas e exercícios.** Disponível em: <http://www. matematiques.com.br/materiais.php> Acesso em: jul. 2017.

SITE MUNDO EDUCAÇÃO. **Funções exercícios de matemática.** Disponível em: < https://www.mundovestibular.com.br/articles/4444/1/Funcoes-Exercicios-de-Matema tica/Paacutegina1.html> Acesso em: 3 abr. 2017.

SITE QUIZ RACHA CUCA. **Exercícios: funções de 1º grau.** Disponível em: < https://rachacuca.com.br/quiz/82222/exercicios-de-funcoes-do-1o-grau/> Acesso em: ago. 2017.

SITE SÓ MATEMÁTICA. **Só Exercícios.** Disponível em: <https://www. somatematica.com.br/soexercicios.php> Acesso em: 13 maio 2017.

SITE TUTOR BRASIL. **Exercícios de Função de 1º grau.** Disponível em: <https://www.tutorbrasil.com.br/aulas-de-matematica/funcoes-1-grau/exercicios-fun coes-primeiro-grau/> Acesso em: 28 maio 2017.

SWOKOWSKI, Earl W. **Cálculo com Geometria Analítica.** 2.ed. São Paulo: Makron Books, 1994. V1.

VALLE, Raquel da Cunha. Teoria de resposta ao item. **Estudos em Avaliação Educacional.** Fundação Carlos Chagas. n. 21, São Paulo, 2000, p. 7-91. Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/eae/article/view/2225/2183> Acesso em: 22 fev. 2018.

VIEIRA, Elaine. Representação Mental: As Dificuldades na Atividade Cognitiva e Metacognitiva na Resolução de Problemas Matemáticos. **Revista**: **Psicologia: Reflexão e Crítica.** Porto Alegre, 14(2), p. 439-448, 2001. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/prc/v14n2/7868> Acesso em: 27 abr. 2017.

VITORASSO, Maria Eduarda Kolonko. **Conhecimentos prévios: concepções de dois professores de uma escola particular da cidade de São Paulo.** 2010, 49 f. Disponível em: <http://www.mackenzie.br/fileadmin/Graduacao/CCBS/Cursos/ Ciencias_Biologicas/1o_2012/Biblioteca_TCC_Lic/2010/2o_2010/MARIA_EDUARDA .pdf> Acesso em: 14 jan. 2017.

WAINER, H. **Computerized adaptive testing: a primer.** New Jersey: Lawewnce Erlbaum Associates, 2000.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A – BANCO DE QUESTÕES DO SIENA

QUESTÕES – MATEMÁTICA BÁSICA – ARITMÉTICA

FÁCIL:

1. Um reservatório com capacidade de 438 litros, é abastecido uma vez ao dia pela parte da manhã com uma quantidade de 73 litros de água, quantos dias levará para completar ⅓ deste reservatório?

1) 3 dias
2) 4 dias
3) 6 dias
4) 5 dias
5) 2 dias XXX

Resolução:

Capacidade total do reservatório= 438 litros

⅓ da capacidade: $\frac{438}{3} = 146\ litros$

Abastecimento diário = 73 litros

146 litros / 73 litros = 2 dias

2. Sabendo que o perímetro de uma roda de uma motocicleta possui 1200mm, e a cada 2cm existe uma barra de sustentação. Quantas barras existem nesta roda?

1) 35 barras
2) 42 barras
3) 58 barras
4) 60 barras XXX
5) 62 barras

Resolução:

Perímetro total = 1200mm

$2cm = 2 * 10mm = 20mm$

Divide-se o perímetro total pelo espaçamento de 20mm.

$\frac{1200}{20} = 60$ barras

3. Paulo colocou 64 fotos em um álbum, que tem 4 páginas. Todas as páginas receberam o mesmo número de fotos. Quantas fotos foram colocadas em cada página?

1) 19 fotos
2) 14 fotos
3) 18 fotos
4) 16 fotos XXX
5) 13 fotos

Resolução:

64 fotos / 4 páginas = 16 fotos por página

4. Nas olimpíadas de Barcelona, foram entregues 259 medalhas de ouro, 258 medalhas de prata e 298 de bronze. Quantas medalhas foram entregues no total?

1) 823 medalhas
2) 912 medalhas
3) 818 medalhas
4) 670 medalhas
5) 815 medalhas XXX

Resolução:

Total: $259 + 258 + 298 = 815$ medalhas

5. Joca tem 1000 figurinhas, se Joca distribuir suas figurinhas entre 4 amigos quantas figurinhas cada um dos amigos receberá?

1) 299 figurinhas
2) 250 figurinhas XXX
3) 281 figurinhas
4) 316 figurinhas
5) 213 figurinhas

Resolução:

$$\frac{1000}{4} = 250\ figurinhas$$

6. Solange possui certa quantidade de CD's. Ela dividiu esses CD's em 3 caixas, colocando a mesma quantidade em cada uma. Sabendo que em cada caixa Solange colocou 39 CD's, quantos CD's ela possui?

1) 98 2) 117 XXX 3) 107 4) 122 5) 123

Resolução:

$39 \times 3 = 117$ CD's

7. Maria foi a uma loja e comprou um fogão por R$ 580,00, uma batedeira por R$ 78,00 e um jogo de copos por R$ 38,00. Ela vai pagar em 4 prestações iguais. Qual o valor de cada prestação?

1) R$ 174,00 XXX
2) R$ 164,00
3) R$ 170,00
4) R$ 164,50
5) R$ 170,00

Resolução:
Valor total: $580 + 78 + 38 = R\$\ 696{,}00$
Prestação: $\frac{696}{4} = R\$\ 174{,}00$

8. Marta vende uniformes escolares. Pela venda de 3 uniformes de mesmo valor, ela recebeu R$ 70,95. Qual o valor de cada uniforme?

1) R$ 25,25
2) R$ 23,65 XXX
3) R$ 23,15
4) R$ 21,75
5) R$ 24,55

Resolução:
Cada uniforme = ${}^{70,95}/_{3} = R\$\ 23{,}75$

9. Numa escola de 630 alunos, 350 deles estudam matemática, 210 estudam física e 90 deles estudam as duas matérias. Quantos alunos estudam apenas matemática?

1) 350 2) 440 3) 260 XXX 4) 340 5) 240

Resolução:

$$350 - 90 = 260\ alunos$$

10. Um artigo está sendo vendido com 15% de desconto sobre o preço de tabela. Então, para calcular o valor a ser pago pelo artigo, o preço de tabela deve ser:

1) Multiplicado por 0,15
2) Multiplicado por 0,85 XXX
3) Dividido por 0,15
4) Dividido por 85
5) Multiplicado por 85

Resolução:
Como 15% é o desconto, então $100\% - 15\% = 85\%$
Logo, para calcular o novo valor será necessário multiplicar o preço atual por 85%, ou seja, 0,85.

11. Uma mercadoria de R$ 240,00 foi comprada, à vista, com desconto de 15%. Quanto foi pago por ela?

1) R$ 206,00
2) R$ 225,00
3) R$ 216,00
4) R$ 204,00 XXX
5) R$ 200,00

Resolução:

$$240 - 15\% = 240 - \left(\frac{15}{100} * 240\right) = 240 - (0{,}15 * 240) = 240 - 36 = R\$\ 204{,}00$$

12. Uma certa mercadoria que custava R$ 10,50 teve um aumento, passando a custar R$ 11,34. O percentual de aumento da mercadoria foi de:

1) 1,0% 2) 10,0% 3) 10,8% 4) 8,0% XXX 5) 0,84%

Resolução:
$11{,}34 - 10{,}50 = 0{,}84$
Então, precisamos definir por regra de três o percentual de aumento.
10,50 --------------100
0,84 ---------------- x

$$10{,}50\,x = 84$$
$$x = \frac{84}{10{,}50}$$
$$x = 8\%$$

13. Se um negociante lhe vende uma camisa de R$ 120,00 por R$ 102,00, quantos por cento lhe concedeu de desconto?

1) 8% 2) 20% 3) 10% 4) 18% 5) 15% XXX

Resolução:
$120 - 102 = 18$
120 --------------100
18 ---------------- x

$$120\,x = 1800$$
$$x = \frac{1800}{120}$$
$$x = 15\%$$

14. Uma pessoa compra um terreno de R$ 20.000,00 e vende-o com um lucro de R$ 4.000,00. Qual é a porcentagem de lucro?

1) 20% XXX 2) 15% 3) 10% 4) 5% 5) 0,5%

Resolução:
20000 --------------100
4000 ---------------- x

$$20000\,x = 400000$$

$$x = \frac{400000}{20000} \qquad x = 20\%$$

15. Qual é o valor de: $\{2 - [3.4 : 2 - 2.(3 - 1)]\} + 1 =$

1) 2   2) – 7   3) – 11   4) 0   5) 1 XXX

Resolução:

$\{2 - [\ 12 : 2 - 2.2]\} + 1 =$

$\{2 - [\ 6 - 4]\} + 1 =$

$\{2 - [+2\ ]\} + 1 =$

$\{\ 2 - 2\ \} + 1 =$

$0 + 1 = 1$

16. Joaquim e Francisco estão pintando um muro. Joaquim já pintou $^3/_4$ do muro, e Francisco $^1/_8$. Que parte do muro eles já pintaram no total?

1) $^9/_8$ 2) $^4/_{12}$ 3) $^7/_8$ XXX   4) $^5/_8$ 5) $^1/_2$

Resolução:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6+1}{8} = \frac{7}{8}$$

17. Qual é o valor de: $3^2 - \left[4^2 - \left(\sqrt{9}.\sqrt{25}\right).1^{100}\right]$?

1) 8 XXX   2) 0   3) - 8   4) - 22   5) 1 493

Resolução:

$3^2 - \left[4^2 - \left(\sqrt{9}.\sqrt{25}\right).1^{100}\right] =$

$9 - [16 - (3.5).1] =$

$9 - [16 - 15] =$

$9 - 1 =$

8

18. Considere os números $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ e $b = 4 - \sqrt{24}$. O valor de $a^2 + b^2$ é:

1) $3 - 5\sqrt{3}$ 3) $45 - 14\sqrt{6}$ XXX   5) $9 - 5\sqrt{3}$

2) $42 + 12\sqrt{7}$ 4) $72 + 13\sqrt{7}$

Resolução:

$$\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2 + \left(4 - \sqrt{24}\right)^2 =$$

$$\left(\sqrt{2}^2 + 2.\sqrt{2}.\sqrt{3} + \sqrt{3}^2\right) + \left(16 - 8\sqrt{24} + \sqrt{24}^2\right) =$$

$$2 + 2\sqrt{6} + 3 + 16 - 8.2\sqrt{6} + 24 =$$

$$45 - 14\sqrt{6}$$

19. O quociente $\left(7\sqrt{4} - 5\sqrt{9} + 2\sqrt{16}\right) : \sqrt{49}$ é igual a:

1) $^8/_7$ 2) 0   3) $^9/_7$ 4) $^{37}/_7$ 5) 1 XXX

Resolução:

$\left(7\sqrt{4} - 5\sqrt{9} + 2\sqrt{16}\right) : \sqrt{49} =$

$(7.2 - 5.3 + 2.4) : 7 =$

$(14 - 15 + 8) : 7 =$

$7 : 7 = 1$

20. Sejam a e b números reais positivos. Todas as afirmativas estão corretas, exceto:

1) $(a^x.a^y) = a^{x+y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

2) $(a.b)^x = a^x.b^x, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

3) $(a^x)^y = a^{x^y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$. XXX

4) $(a^{x-y}) = \dfrac{a^x}{a^y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

Resolução:

$O\ correto\ seria$: $(a^x)^y = a^{x.y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$. Seria efetuar o produto das potências.

MÉDIO:

1. Se 3/7 da capacidade de um reservatório correspondem a 8.400 litros, a quantos litros correspondem 2/5 da capacidade do mesmo tanque?

1) 7840 XXX   2) 9 000   3) 19 600   4) 8 000   5) 7 500

Resolução:

$\frac{3}{7}x = 8400, então\ \ \frac{2}{5}x = ?$

$3x = 8400 \times 7$

$3x = 58800$

$x = 19600\ (capacidade\ total)$

Agora, precisamos calcular $\frac{2}{5}$ desta capacidade:

$$\frac{2}{5} \times 19600 =$$
$$19600 \times 5 \div 2 = 7840\ litros$$

2. Examine a tabela, que resultou de uma pesquisa de opinião.

Opinião	Número de pessoas
Sim	60
Não	45
Tanto faz	75

As pessoas com opinião "não" representam quantos por cento do total?

1) 45% 2) 40% 3) 35% 4) 30% 5) 25% XXX

Resolução:

Regra de três simples:

Sendo 180 pessoas 100% dos participantes da pesquisa (somatório de todas as opções), montamos a regra de três simples para resolução:

180---------100%

45----------- X

$180x = 4500$

$$x = \frac{4500}{180}$$
$$x = 25\ \%$$

3. De um garrafão contendo 10 litros de caldo de cana, até quantos copos com capacidade de 0,25 litros podem ser retirados de modo que restem mais de 3 litros?

1) 17 2) 19 3) 23 4) 25 5) 28 XXX

Resolução:

Nesse caso quer que reste 3 L, então:

$10 - 3 = 7$ (o que será consumido)

A razão entre o 7 e o 0,25 será o número de copos que renderá os 7 litros de caldo de cana.

Então:

$$\frac{7}{0{,}25} = 28$$

4. Um fazendeiro possui em sua propriedade, um curral onde mantém a criação de vacas, cavalos e ovelhas. Este fazendeiro possui um método de posicionamento dos animais, sendo que as vacas (v), são organizadas em 5 colunas, com 5 fileiras, os cavalos (c), em 5 colunas com 2 fileiras, e as ovelhas (o), em 7 colunas com 3 fileiras. Qual é a alternativa que melhor representa a quantidade total de cada animal?

1) V=(5*2), C=$(5)^2$, O=(7*3)
2) V=$(5)^2$, C=(5*2), O=$(7)^3$
3) V=(5*5), C=(2), O=$(7)^3$
4) V=(25), C=$(5)^2$, O=(7*3)
5) V=$(5)^2$, C=(5*2), O=(7*3) XXX

Resolução:

Vacas= 5 colunas* 5 fileiras = Total de 25 vacas

Cavalos= 5 colunas * 2 fileiras = 10 cavalos

Ovelhas= 7 colunas * 3 fileiras = 21 ovelhas

V=(25), C=(10), O =(21)

5. Qual é o valor de: $2^9 . 2^2 : (2^{18} : 2^{15})^2$? ?

1) 64 2) 2^{30} 3) 32 XXX 4) 2^{17} 5) 2^{42}

Resolução:

$$2^9 . 2^2 : (2^{18} : 2^{15})^2 = 2^{11} : (2^3)^2 = 2^{11} : 2^6 = 2^{11-6} = 2^5 = 32$$

6. A venda de um videocassete da marca X estava sendo anunciada por R$ 297,00, à vista, ou em 10 parcelas mensais de R$ 34,80. Quem comprar esse videocassete a prazo pagará um acréscimo:

1) Entre 10% e 20%. XXXX
2) Entre 20% e 30%.
3) Menor do que 10%.
4) Maior do que 30%.
5) Igual a 20%.

Resolução:

$R\$\ 34{,}80 \times 10 = R\$\ 348{,}00$

$R\$\ 348{,}00 - R\$\ 297{,}00 = R\$\ 51{,}00$

297 --------------100%

51 --------------x

$$297x = 5100$$
$$x = 18{,}28\%,$$
$$logo\ está\ entre\ 10\%\ e\ 20\%.$$

7. Qual é a área aproximada do Brasil se $^2/_5$ dessa área são 340 000 Km²?

1) 136 000 Km²
2) 850 000 Km² XXX
3) 700 000 Km²
4) 500 000 Km²
5) 900 000 Km²

Resolução:

$$\frac{2}{5}x = 340\,000$$
$$2x = 340\,000 \times 5$$

$$x = \frac{1\,700\,000}{2}$$
$$x = 850\,000\,Km^2$$

8. Num concurso comparecem 200 candidatos dos quais 170 foram aprovados. A porcentagem de reprovados é:

1) 15% XXX 2) 20% 3) 10% 4) 17% 5) 30%

Resolução:

200 – 170 = 30 candidatos reprovados

200 ------100%

30 ---------x

$$200x = 3000$$
$$x = 15\%$$

9. Numa eleição o candidato A teve 47% dos votos, o candidato B deve 39% e o número de votos nulos é 2/3 de votos em branco. A porcentagem dos votos em branco é:

1) 10,4% 2) 8,4% XXX 3) 7,8% 4) 5,6% 5) 2,8%

Resolução:

$$47\% + 39\% = 86\%$$
$$100\% - 86\% = 14\%, logo$$
$$14\% = \frac{2}{3}x + x$$
$$0{,}14 = \frac{5}{3}x$$
$$0{,}14.3 = 5x$$
$$0{,}42 = 5x$$
$$\frac{0{,}42}{5} = x$$
$$x = 0{,}084,$$
$$em\ porcentagem: 0{,}084\ X\ 100 = \mathbf{8{,}4}\%.$$

10. Um aluno de uma escola é obrigado a frequentar, no mínimo, $\frac{3}{4}$ das aulas dadas no ano letivo. Se a sua escola der 720 aulas, quantas aulas no mínimo, terá de frequentar?

1) 370 2) 450 3) 540 XXX 4) 400 5) 390

Resolução:

$$\frac{3}{4} \times 720 = \frac{2160}{4} = 540\ aulas$$

11. Considerando

$$x = \frac{3^{-1} + 3^{-2}}{\frac{2}{9}}$$

o valor de x é:

1) 2 XXX
2) 8/81
3) 1/18
4) 2/9
5) 729/2

Resolução:

$$x = \frac{3^{-1} + 3^{-2}}{\frac{2}{9}} = \frac{1/3 + 1/3^2}{2/9} = \frac{1/3 + 1/9}{2/9} = \frac{3 + 1/9}{2/9} = \frac{4/9}{2/9} = \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

12. Marlene está lendo um livro com 352 páginas. Em 3 horas ela já leu 48 páginas. Quanto tempo Marlene vai levar para ler o livro todo permanecendo este ritmo?

1) 16 horas
2) 22 horas XXX
3) 19 horas
4) 20 horas
5) 23 horas

Resolução:

$352 - 48 = 304$ páginas ainda faltam

48 ------ 3 horas

304 -----x horas

$$48x = 912$$

$x = 19$

horas para terminar de ler, $19 + 3h$ (que já passaram) = 22 horas

13. Sônia coleciona papéis de carta. Sabendo que $2/7$ das folhas ela ganhou de sua mãe, $3/5$ ela ganhou de suas avós e outras 4 folhas restantes ela ganhou de suas amigas, determine o número de folhas da coleção de Sônia.

1) 55 2) 70 3) 35 XXX 4) 100 5) 21

Resolução:

$$\frac{2}{7}x + \frac{3}{5}x + 4 = x$$

$$\frac{10x + 21x + 140}{35} = \frac{35x}{35}$$

$$31x + 140 = 35x$$
$$140 = 35x - 31x$$
$$140 = 4x$$
$$\mathbf{35 = x}$$

14. Um produto foi vendido por 100 reais. Se o vendedor lucrou $\frac{1}{4}$ do preço de custo. Calcule este lucro.

1) 80 2) 40 3) 45 4) 20 XXX 5) 25

Resolução:

$L = R - C$, ou seja, $L = 100 - C$

$$L = \frac{1}{4}C$$
$$\frac{1}{4}C = 100 - C$$
$$\frac{1}{4}C + C = 100$$
$$\frac{1C + 4C}{4} = 100$$
$$\frac{5C}{4} = 100$$
$$5C = 400$$
$$C = 80, logo\ L = \frac{80}{4} = 20$$

15. Numa sala, $\frac{1}{3}$ dos alunos têm 10 anos, $\frac{1}{6}$ têm 11 anos e 15 alunos têm 9 anos. Qual é o número de alunos da sala?

1) 35 2) 29 3) 22 4) 23 5) 30 XXX

Resolução:

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x + 15 = x$$
$$\frac{2x + x + 90}{6} = \frac{6x}{6}$$
$$3x + 90 = 6x$$
$$90 = 6x - 3x$$
$$90 = 3x$$
$$x = 30$$

16. Uma família tem $\frac{1}{3}$ de homens, $\frac{1}{4}$ de mulheres e 25 crianças. Qual o total de pessoas da família?

1) 30 2) 50 3) 45 4) 60 XXX 5) 25

Resolução:

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 25 = x$$
$$\frac{4x + 3x + 300}{12} = \frac{12x}{12}$$
$$7x + 300 = 12x$$
$$300 = 12x - 7x$$
$$300 = 5x$$
$$x = 60$$

17. Paulo faz um cinto com $^3/_5$ de um metro de couro. Quantos cintos poderão ser feitos com 18 metros de couro?

1) 10 2) 30 XXX 3) 20 4) 35 5) 11

Resolução:

$^3/_5$ ----------- 1
18 ----------- x

$$0{,}6x = 18$$
$$x = 30\ cintos$$

18. A terça parte de um número adicionado a seus 3/5 é igual a 28. Calcule a metade desse número?

1) 15 XXX 2) 25 3) 10 4) 30 5) 20

Resolução:

$$\frac{1}{3}x + \frac{3}{5}x = 28$$
$$\frac{5x + 9x}{15} = \frac{420}{15}$$
$$14x = 420$$
$$x = 30, então\ a\ metade\ \text{é}\ 15.$$

19. Carolina tinha R\$ 175,00. Gastou $\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{5}$ dessa importância. Quanto sobrou?

1) R\$ 150,00
2) R\$ 120,00
3) R\$ 170,00 XXX
4) R\$ 140,00
5) R\$ 135,00

Resolução:

$$175 - \frac{1}{7}.\left(\frac{1}{5}.175\right) = 175 - \frac{1}{7}.35 = 175 - 5 = 170$$

20. Se $\frac{7}{8}$ de um terreno valem R\$ 21.000,00, qual é o valor de 5/48 do mesmo terreno?

1) R\$ 3.500,00
2) R\$ 2.187,50
3) R\$ 7.000,00
4) R\$ 2.500,00 XXX
5) R\$ 2.850,00

Resolução:

$$\frac{7}{8}x = 21000$$
$$7x = 168.000$$
$x = 24.000$ (valor total do terreno)

$$\frac{5}{48} \cdot 24000 = \frac{12000}{48} = 2500$$
$$R\$\ 2\ 500{,}00$$

DIFÍCIL:

1. Em um galinheiro é mantida a criação de 50 galinhas, 10 galos e 20 pintinhos, sabendo que os mesmos são vendidos por unidade, R$ 10,00 a unidade de pintinhos, R$ 25,00 a unidade de galos e R$ 30,00 a unidade de galinhas. Foram vendidas 20 aves para um agricultor, sendo 40% da quantidade total de galos e 20% da de galinhas. Qual é a porcentagem comprada da quantidade total de pintinhos, e o preço total da compra?

1) 70% e R$ 400,00
2) 30% e R$ 462,00
3) 30% e R$ 460,00 XXX
4) 40% e R$ 400,00
5) NENHUMA

Resolução:

$$20\% = 0{,}2$$
$$40\% = 0{,}4$$

Aplica-se regra de três:
20 pintinhos____________100%
06 pintinhos__________x(%)
$\frac{600}{20} = 30\%\ pintinhos$

$Galinhas = 0{,}2 * 50 = 10\ galinhas$
Galos: $0{,}4 \cdot 10 = 4$ galos
10 galinhas + 4 galos= 14 aves
20 aves - 14 (galinhas e galos) = 6 pintinhos
Somatória
10 galinhas * R$ 30,00= R$ 300,00
04 galos * R$ 25,00= R$ 100,00
06 pintinhos * R$ 10,00= R$ 60,00
Total= R$ 460,00

2. Uma máquina de embalagens, produz 642 unidades a cada 45 minutos, sendo que a cada 45 minutos ocorre uma pausa para retirada das embalagens prontas da máquina, de duração de 3 minutos. Quanto tempo esta máquina levará para produzir um pedido de 10272 unidades?

1) 800 minutos
2) 630 minutos
3) 542 minutos
4) 648 minutos
5) 768 minutos XXX

Resolução:

Pedido total = 10272 unidades
Aplica-se regra de três (tempo de produção):
642 (unidades) _______45 (minutos)
10272 (unidades)_______x (minutos)

$$x = \frac{462240}{642}$$
$$x = 720\ minutos$$

Aplica-se regra de três (tempo de pausa):
45 (minutos) _______3 (minutos)
720 (minutos)_______x (minutos)

$$x = \frac{2160}{45}$$
$$x = 48\ minutos$$
$$720\ minutos + 48\ minutos = 768\ minutos$$

3. Um lojista paga R$175,00 por um determinado produto, ele aplica 25% sobre o valor para venda, e anuncia um desconto de 8% para vendas à vista. Qual lucro obtido em uma venda à vista?

1) R$ 26,35
2) R$ 26,25 XXX
3) R$ 26,15
4) R$ 26,26
5) R$ 27,50

Resolução:

$$100\% + 25\% = 125\%$$
$$100\% - 8\% = 92\%$$

Aplica-se regra de três:
R$ 175,00 _______________100%
x____________________125%

$$x = \frac{21875}{100}$$
$$x = R\$\ 218{,}75$$

R$ 218,75 _______________100%
x____________________92%

$$x = \frac{20125}{100}$$
$$x = R\$\ 201{,}25$$
$$Lucro = R\$\ 201{,}25 - R\$\ 175{,}00 = R\$\ 26{,}25$$

4. Três torneiras enchem uma piscina em 10 horas, quantas torneiras são necessárias para enchê-la em 2 horas?

1) 5 torneiras
2) 16 torneiras
3) 22 torneiras
4) 24 torneiras
5) 15 torneiras XXX

Resolução:

Aplica-se regra de três composta:

Obs: Ferramentas de auxílio: regra de três composta, pois nesta regra a coluna com a variável x mantém-se e a segunda coluna inverte).

3 (torneiras)_______10 (horas)
x (torneiras)_______02 (horas)

3 (torneiras)_______02 (horas)
x (torneiras)_______10 (horas)

$$x = 3 \cdot \frac{10}{2} \rightarrow x = 15\, torneiras$$

5. Em um acampamento há alimento suficiente para 48 pessoas. Durante um mês foi retirado 16 pessoas do acampamento, teremos alimento para quantos dias?

1) 47 (dias) 2) 46 (dias) 3) 35 (dias) 4) 37 (dias) 5) 45 (dias) XXX

Resolução:

Aplica-se regra de três composta:

Obs: Ferramentas de auxílio: regra de três composta, pois nesta regra a coluna com a variável x mantém-se e a segunda coluna inverte).

48 (pessoas)________30 (dias)
32 (pessoas)________x (dias)

32 (pessoas)________30 (dias)
48 (pessoas)________x (dias)

$$x = 48 \cdot \frac{30}{32} \rightarrow x = 45\, dias$$

6. Um vendedor A oferece uma mercadoria por R$ 100,00, para pagamento com prazo de 30 dias, ou com 10% de desconto, na compra à vista. Um vendedor B oferece a mesma mercadoria por R$ 90,00 à vista ou com 10% de acréscimo, no prazo de 30 dias. Nestas condições:

1) Na venda à vista, o vendedor A oferta sua mercadoria R$ 1,00 mais caro que B.
2) Na venda à vista, os dois vendedores oferecem mercadorias pelo mesmo preço. XXX
3) Na venda à vista, o vendedor B oferta sua mercadoria R$ 10,00 mais barato que A.
4) Na venda a prazo, as duas mercadorias têm o mesmo preço.
5) Na venda a prazo, o vendedor A oferta sua mercadoria R$ 1,00 mais barato que B.

Resolução:

Vendedor A: 10% de 100 = 10, logo o produto ficará R$ 90,00 à vista e a prazo R$ 100,00.
Vendedor B: R$ 90,00 à vista, ou $R\$\, 90{,}00 + 10\%\ (de\ 90) = R\$\, 90{,}00 + R\$\, 9{,}00 = R\$\, 99{,}00$.
Mesmo valor à vista.

7. Numa fábrica de uniformes escolares 12 costureiras fazem 400 uniformes em 5 dias. Foram contratadas mais três costureiras para confeccionar um pedido de 2.000 uniformes, em x dias. O enunciado descrito é um problema de Regra de Três, onde as grandezas:

I) Costureiras e dias são inversamente proporcionais.
II) Costureiras e dias são diretamente proporcionais.
III) Dias e uniformes são diretamente proporcionais.
IV) Dias e uniformes são inversamente proporcionais.

A alternativa, contendo todas as afirmações VERDADEIRAS, é:

1) I – III XXX 3) I – IV 5) I – II – III – IV
2) II – III 4) II – III – IV

Resolução:

12 costureiras	400 uniformes	5 dias
15 costureiras	2000 uniformes	x dias

Logo, costureiras e dias são grandezas inversamente proporcionais, pois aumentando o número de costureiras o número de dias diminuirá. Então, I é verdadeira e II é falsa.

As grandezas dias e uniformes são diretamente proporcionais, pois aumentando a quantidade de uniformes, o número de dias também aumentaria. Então, III é verdadeira e IV é falsa.

Resposta: alternativa 1, opção I e III corretas.

8. Uma turma de 20 pessoas foram acampar, levando alimentos suficiente para 21 dias, com 3 refeições diárias. Chegando ao local, encontraram mais 15 pessoas. Por quantos dias terão alimento se fizerem apenas 2 refeições diárias.

1) 14 dias 2) 15 dias 3) 23 dias 4) 10 dias 5) 18 dias XXX

Resolução:

20 pessoas	21 dias	3 refeições
35 pessoas	x dias	2 refeições

$$\frac{x}{21} = \frac{20}{35} \times \frac{3}{2} \qquad \frac{x}{21} = \frac{60}{70}$$

$$\frac{x}{21} = 0{,}86 \;\rightarrow x = 18\ dias$$

9. O número de tábuas de 3m de comprimento por 0,30m de largura, necessárias para assoalhar uma sala de 11,7m de comprimento por 4m de largura, é:

1) 45 2) 52 XXX 3) 36 4) 34 5) 12

Resolução:

$$C = 3m\ e\ L = 0{,}30m. Então, A(tábua) = 3 \times 0{,}30 = 0{,}9m^2$$
$$A(sala) = 11{,}7 \times 4 = 46{,}8m^2$$
$$Tábuas = 46{,}8 \div 0{,}9 = 52\ tábuas$$

10. Um carro percorre uma avenida retilínea no sentido Leste-Oeste, em 3 etapas sucessivas. Na primeira etapa ele percorre $^3/_7$ do percurso total, na segunda etapa $^4/_{11}$ e na terceira, 480 metros, qual é o comprimento da avenida? Respostas em metros

1) 5200 m 2) 2600 m 3) 5 041 m 4) 4500 m 5) 2310 m XXX

Resolução:

$$\frac{3}{7}x + \frac{4}{11}x + 480 = x$$
$$\frac{33x + 28x + 36\,960}{77} = \frac{77x}{77}$$

$$61x + 36\,960 = 77x$$
$$36\,960 = 16x$$
$$x = 2310\ m$$

11. Encontre o valor numérico da expressão:

$$\left(x + \frac{y - x}{1 + xy}\right) : \left(1 + \frac{x^2 - xy}{1 + xy}\right),$$

Para, $x = \sqrt{17}\ e\ y = 53$.

1) $\sqrt{17}$ 2) 53 XXX 3) 18 4) $53\sqrt{17}$ 5) 1

Resolução:

$$\left(\sqrt{17} + \frac{53 - \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17}.53}\right) : \left(1 + \frac{\sqrt{17}^2 - \sqrt{17}.53}{1 + \sqrt{17}.53}\right) =$$
$$\left(\frac{\sqrt{17}.\left(1 + \sqrt{17}.53\right) + 53 - \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17}.53}\right) : \left(\frac{1 + \sqrt{17}.53 + 17 - \sqrt{17}.53}{1 + \sqrt{17}.53}\right) =$$
$$\left(\frac{\sqrt{17} + 901 + 53 - \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17}.53}\right) : \left(\frac{18}{1 + \sqrt{17}.53}\right) = \left(\frac{954}{1 + \sqrt{17}.53}\right) : \left(\frac{18}{1 + \sqrt{17}.53}\right) =$$
$$\left(\frac{954}{1 + \sqrt{17}.53}\right) . \left(\frac{1 + \sqrt{17}.53}{18}\right) = \frac{954}{18} = \mathbf{53}$$

12. Distribuíram-se $3\frac{1}{2}$ quilogramas de bombons entre vários meninos. Cada um recebeu $^3/_4$ de quilograma. Quantos eram os meninos?

1) 7 meninos
2) 14 meninos XXX
3) 28 meninos
4) 10 meninos
5) 6 meninos

Resolução:

$$3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}. Então, \frac{7}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{7}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{28}{2} = 14\ meninos$$

13. Para ladrilhar 2/3 de um pátio empregaram-se 5 456 ladrilhos. Para ladrilhar 5/8 do mesmo pátio, quantos ladrilhos seriam necessários?

1) 5 000 2) 5 200 3) 5 500 4) 5 115 XXX 5) 4 850

Resolução:

2/3 -------------------5 456
5/8 ------------------ x

$$\frac{2}{3}x = 3\,410$$
$$x = 5\,115\ ladrilhos$$

14. Dona Solange pagou R$ 5 960,00 por $^4/_7$ de um terreno. Quanto pagaria por $^4/_5$ desse terreno?

1) R$ 8 344,00 XXX
2) R$ 4 065,00
3) R$ 7 200,00
4) R$ 6 700,00
5) R$ 8 150,00

Resolução:

5960 -----------4/7

x --------------4/5

$\frac{4}{7}x = 4768$

$x = 8344$, pagaria R$ 8 344,00

15. Luciano fez uma viagem de 1.210 km, sendo $^7/_{11}$ de aeroplano; $^2/_5$ do resto, de trem, $^3/_8$ do novo resto, de automóvel e os demais quilômetros, a cavalo. Calcular quantos quilômetros percorreu a cavalo?

1) 1) 120 Km 2) 100 Km 3) 65 Km 4) 165 Km XXX 5) 50 Km

Resolução:

Aeroplano: $\frac{7}{11} \times 1210 = 770\ Km$

Trem: $Resto = 1210 - 770 = 440,$

$logo \frac{2}{5} \times 440 = 176\ Km$

Automóvel: $Novo\ resto = 440 - 176 = 264\ Km,$

$logo \frac{3}{8} \times 264 = 99\ Km$

Cavalo: $264 - 99 = \mathbf{165\ Km}$

16. Um pedreiro usou 2000 tijolos quadrados e iguais para erguer uma parede de 45m². Qual é a medida do lado de cada tijolo? Assinale a alternativa correta.

1) 15 cm XXX 2) 10 cm 3) 12 cm 4) 0,13 m 5) 0,14 m

Resolução:

Área: 45 m²

Nº de tijolos: 2000

Área do tijolo: $L\ x\ L = (L^2)$

$2000\ (L^2) = 45\ m^2$

$$L^2 = \frac{45}{2.000} m^2$$

$$L^2 = 0{,}0225\ m^2$$

$$\sqrt{0{,}0225} = 0{,}15\ m\ x\ 100\ cm$$

$$L = 15\ cm$$

17. Para azulejar uma parede retangular, que tem 6,5 m de comprimento por 3 m de altura, foram usados 390 azulejos. Quantos azulejos iguais a esses seriam usados para azulejar uma parede que tem 15 m² de área?

1) 200 2) 350 3) 300 XXX 4) 340 5) 320

Resolução:

Área: $3\ X\ 6{,}5 = 19{,}5\ m^2$

Nº de tijolos: 390

Área do tijolo: $L\ x\ L = (L^2)$

$390\ (L^2) = 19{,}5\ m^2$

$$L^2 = \frac{19{,}5}{390} m^2$$

$L^2 = 0{,}05\ m^2$ (área do azulejo)

$15 \div 0{,}05 = \mathbf{300\ azulejos}$

18. Oito pedreiros fazem um muro em 72 horas. Quanto tempo levarão 6 pedreiros para fazer o mesmo muro?

1) 96 h 2) 69h 3) 80h 4) 54h XXX 5) 59h

Resolução:

72h ------------------- 8 pedreiros

X h ------------------- 6 pedreiros

$8x = 432$

$x = 54\ h$

19. Um caminhão percorre 1.116 km em 6 dias, correndo 12 horas por dia. Quantos quilômetros percorrerá 10 dias, correndo 14 horas por dia?

1) 574 Km
3) 1 850 Km
5) 2 170 Km XXX
2) 2 100 Km
4) 2 070 Km

Resolução:

1116 Km ---------------12 h/dia -------------------6 dias

X Km --------------------14h/dia ------------------10 dias

$$\frac{1116}{x} = \frac{12}{14} \times \frac{6}{10}$$

$$\frac{1116}{x} = \frac{72}{140}$$

$$72x = 156\ 240$$

$$x = 2\ 170\ Km$$

20. O consumo de 8 lâmpadas, acesas durante 5 horas por dia, em 18 dias, é de 14 quilowatts. Qual será o consumo em 15 dias, deixando apenas 6 dessas lâmpadas acesas durante 4 horas por dia?

1) 10 Kw 2) 7Kw XXX 3) 9Kw 4) 13Kw 5) 20Kw

Resolução:
8 lâmpadas--------------5 h/dia-------------------18 dias--------------14 Kw
6 lâmpadas -------------4 h/dia -------------------15 dias------------------x

$$\frac{14}{x} = \frac{8}{6} \times \frac{5}{4} \times \frac{18}{15}$$
$$\frac{14}{x} = \frac{720}{360}$$
$$720x = 5\,040$$
$$x = 7\ Kw$$

QUESTÕES – MATEMÁTICA BÁSICA – ÁLGEBRA:

FÁCIL:

1. A soma de um número com o seu quádruplo e seu dobro é igual a 56. Qual é esse número?
1) 12 2) 7 3) 8 XXX 4) 28/3 5) 14

Resolução:
$$x + 4x + 2x = 56$$
$$7x = 56$$
$$x = 8$$

2. Mário é dono de uma garagem de veículos, sendo que atualmente ele possui 10 veículos disponíveis para venda. Se, Mário decidir triplicar a quantidade de carros mantidos em sua garagem, e diversificar seus bens, comprando também 2 motos. Quantos veículos Mário terá em sua garagem?
1) 30 veículos 2) 28 veículos 3) 32 veículos XXX 4) 26 veículos 5) 34 veículos

Resolução:
Quantidade de veículos atual= 10 veículos
Triplicando essa quantidade= 10 veículos * 3 = 30 veículos
30 veículos + 2 motocicletas = **32 veículos no total.**

3. O preço de uma lapiseira é igual ao triplo do valor de uma caneta. Se as duas juntas custam R$ 24,00, qual o preço de cada uma delas?
1) Caneta R$ 6,00 e Lapiseira R$ 18,00 XXX
2) Caneta R$ 5,00 e Lapiseira R$ 19,00
3) Caneta R$ 7,00 e Lapiseira R$ 17,00
4) Caneta R$ 8,00 e Lapiseira R$ 16,00
5) Caneta R$ 4,00 e Lapiseira R$ 20,00

Resolução:
y = lapiseira, então y = 3x
x = caneta
$$x + 3x = 24$$
$$4x = 24$$
$$x = 6$$
Logo o preço da caneta é R$ 6,00. Então, $3 \times 6 = 18$, o preço da lapiseira é R$ 18,00.

4. Determine quantos kg de cobre e zinco são necessários para produzir 150 kg de latão, sabendo que o latão se obtém fundindo 7 partes de cobre com 3 partes de zinco.
1) 30 de cobre e 120 de zinco
2) 40 de cobre e 110 de zinco
3) 25 de cobre e 125 de zinco
4) 45 de cobre e 105 de zinco XXX
5) 50 de cobre e 100 de zinco

Resolução:
$$\frac{x}{7} + \frac{x}{3} = 150$$
$$\frac{3x + 7x}{21} = \frac{3150}{21}$$
$$10x = 3150$$
$$x = 315$$
$$Então, \frac{315}{7} = 45\ e\ \frac{315}{3} = 105$$

5. Para que $\begin{bmatrix} 2x + y \\ 2x - y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 9 \end{bmatrix}$ quais devem ser os valores de x e y?
1) 3 e 5
2) 5 e 1 XXX
3) 4 e 3
4) 0 e 11
5) 2 e 7

Resolução:
$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$$
$$4x = 20$$
$$x = 5$$
$$2.5 + y = 11$$
$$y = 1$$

6. Para quais valores a, b e c é verdadeiro: $\begin{bmatrix} a & 3 & 2a \\ c & 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & -3 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$?

1) 1, 1 e 2
2) 5, -3 e 2
3) 2, -1 e 4
4) 3, -1 e 2 XXX
5) 4, -2 e 4

Resolução:

$a + b = 2$, como a = 3, então:
$3 + b = 2$
$b = 2 - 3$
$\boldsymbol{b = -1}$

$2a - 1 = 5$, logo
$2a = 5 + 1$
$a = \frac{6}{2}$
$\boldsymbol{a = 3}$
$C + 1 = 3$, logo **C = 2**

7. Qual é o valor de x em: $\begin{vmatrix} x & x+2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 0$?

1) $x = 7$
2) $x = {}^{5}/_{6}$
3) $x = {}^{2}/_{5}$
4) $x = -2$
5) $x = 5$ XXX

Resolução:

$7x = 5.(x + 2)$
$7x = 5x + 10$
$2x = 10$
$x = 5$

8. Qual é o número cujos 4/5 equivalem a 108?

1) 135 XXX 2) 86,4 3) 100 4) 416 5) 220

Resolução:

$\frac{4}{5}x = 108$
$4x = 540$
$x = 135$

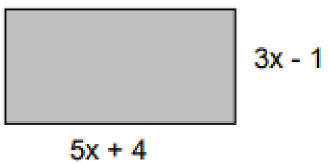
9. Qual é o número que se da metade subtrairmos 8 unidades ficaremos com 1/3 dele mesmo?

1) 45 2) 48 XXX 3) 43 4) 44 5) 50

Resolução:

$\frac{x}{2} - 8 = \frac{x}{3}$
$\frac{3x - 48}{6} = \frac{2x}{6}$
$3x - 2x = 48$
$\boldsymbol{x = 48}$

10. Ache a expressão algébrica que representa a área do retângulo.



1) $15x^2 - 4$
2) $40x$
3) $15x^2 + 17x + 4$
4) $15x^2 + 17x - 4$
5) $15x^2 + 7x - 4$ XXX

Resolução:

$A = (5x + 4).(3x - 1)$
$A = 15x^2 - 5x + 12x - 4$
$A = 15x^2 + 7x - 4$

11. Qual é a alternativa que representa uma expressão igual a essa: $(2x^3 - 5x)^2$?

1) $4x^5 - 20x^4 + 25x^2$
2) $4x^6 - 20x^4 + 25x^2$ XXX
3) $4x^6 + 20x^4 + 25x^2$
4) $4x^5 - 20x^4 - 25x^2$
5) $4x^6 - 20x^4 + 10x^2$

Resolução:

$(2x^3 - 5x)^2 = (2x^3)^2 + 2.2x^3.(-5x) + (5x)^2 = 4x^6 - 20x^4 + 25x^2$

12. Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Uma delas pavimenta ${}^{2}/_{5}$ da estrada, e a outra, os 81 km restantes. Determine a extensão dessa estrada.

1) 81,4 Km
2) 202,5 Km
3) 190 Km
4) 135 Km XXX
5) 113,4 Km

Resolução:

$\frac{2}{5}x + 81 = x$
$\frac{2x + 405}{5} = \frac{5x}{5}$

$$2x + 405 = 5x$$
$$405 = 3x$$
$$x = 135\ Km$$

13. Lia comprou um objeto que foi pago em três prestações. Na primeira prestação ela pagou a terça parte do valor do objeto, na segunda prestação, a quinta parte e na última, R$ 35,00. Quanto ela pagou pelo objeto?

1) R$ 75,00 XXX
2) R$ 65,63
3) R$ 100,00
4) R$ 80,00
5) R$ 5,00

Resolução:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} + 35 = x$$
$$\frac{5x + 3x + 525}{15} = \frac{15x}{15}$$
$$8x + 525 = 15x$$
$$525 = 7x$$
$$x = 75$$

14. (Unicamp – SP) Um funcionário teve seu salário reajustado em 6/10 e passou a ganhar R$ 860,00. Qual era o seu salário antes do aumento?

1) R$ 1 433,33
2) R$ 537,50 XXX
3) R$ 1 000,00
4) R$ 630,00
5) R$ 516,00

Resolução:

$$x + \frac{6}{10}x = 860$$
$$\frac{10x + 6x}{10} = \frac{8600}{10}$$
$$16x = 8600$$
$$x = 537{,}50$$

15. Uma pessoa compra x latas de azeitona a R$ 5,00 cada uma e $x + 4$ latas de palmito a R$ 7,00 cada uma. No total gastou R$ 172,00. Determine x.

1) 15 2) 10 3) 13 4) 14 5) 12 XXX

Resolução:

$$5x + (x + 4).7 = 172$$
$$5x + 7x + 28 = 172$$
$$12x = 172 - 28$$
$$12x = 144$$
$$x = 12$$

16. Num campeonato de futebol, os dois melhores artilheiros pertencem ao mesmo time vencedor. Durante o campeonato, só esses dois jogadores marcaram 32 gols. Se o segundo artilheiro marcou o triplo do número de gols do primeiro, quantos gols marcou cada jogador?

1) 10 e 22 gols
2) 7 e 25 gols
3) 4 e 28 gols
4) 8 e 24 gols XXX
5) 5 e 27 gols

Resolução:

$$x + 3x = 32$$
$$4x = 32$$
$$x = 8$$

1º: 8 gols
2º: $8 \cdot 3 = 24$ gols

17. Pedro e Paula são irmãos. Pedro tem 8 anos e a irmã é 2 anos mais velha que ele. Somando-se a idade dos dois e dobrando o resultado, tem-se a idade da mãe deles. Quantos anos a mãe deles tem?

1) 18 anos
2) 36 anos XXX
3) 24 anos
4) 28 anos
5) 30 anos

Resolução:

Pedro e irmã: 8+10 = 18 anos

Idade mãe: 2X18 = 36 anos

18. A soma de um número com o seu antecessor é igual a 49. Qual é o menor desses números?

1) 24 XXX 2) 25 3) 26 4) 23 5) 24

Resolução:

$$x + (x - 1) = 49$$
$$2x - 1 = 49$$
$$2x = 50$$
$$x = 25$$

Se $x = 25$, então $x - 1 = 24$.

19. No centro de São Paulo existe um estacionamento para carros e motos. Sabendo que o número total de rodas é 180 e que o número de carros é igual a 30, qual é a quantidade de motos que há neste estacionamento?

1) 60 2) 30 XXX 3) 20 4) 15 5) 150

Resolução:

Rodas dos carros: $30 \times 4 = 120$ rodas
Rodas motos: $180 - 120 = 60$ rodas
Motos: $^{60}/_{2} = 30$ motos
Logo, há 3 carros e 30 motos no estacionamento.

Ou,

$$30.4 + 2x = 180$$
$$120 + 2x = 180$$
$$2x = 60$$
$$x = 30$$

20. O quíntuplo de um número mais 15 é igual ao dobro desse número adicionado de 45. Qual é esse número?

1) 15 2) 30 3) 10 XXX 4) 5 5) 20

Resolução:

$$5x + 15 = 2x + 45$$
$$5x - 2x = 45 - 15$$
$$3x = 30$$
$$x = 10$$

MÉDIO:

1. Digitando x páginas por dia, dona Ana completa um serviço em 10 dias. Se digitasse $x + 6$ páginas por dia ela faria o serviço em 8 dias. O número x está entre:

1) 3 e 8
2) 9 e 13
3) 14 e 21
4) 22 e 28 XXX
5) 29 e 35

Resolução:

x = 10 dias
$(x + 6)$ = 8 dias

Invertendo

$$10x - 8x = 48$$
$$2x = 48$$
$$x = \frac{48}{2}$$
$$\boldsymbol{x = 24}$$

O número está entre 22 e 28.

2. Três latas iguais de massa de tomate mais uma lata de atum custam R$ 6,00. Duas latas de massa de tomate mais duas latas de atum (todas iguais as anteriores) custam R$ 6,80. Qual é o preço de uma lata de massa de tomate?

1) R$ 1,30 XXX
2) R$ 1,40
3) R$ 1,50
4) R$ 1,60
5) R$ 1,90

Resolução:

Montagem de um sistema de equações:
Temos:
y = representa atum
x = representa massa de tomate

$$\begin{cases} 3x + y = R\$\,6{,}00 \times (-2) \\ 2x + 2y = R\$\,6{,}80 \end{cases}$$

Aplicando o método da adição:

$$\begin{cases} -6x - 2y = -12 \\ 2x + 2y = 6{,}80 \end{cases}$$

$$-4x = -5{,}2\,(-1)$$

$x = R\$\,1{,}30$ (valor da massa de tomate)

$$3 \times (1{,}3) + y = 6$$

$y = R\$\,2{,}1$ (valor do atum, caso necessitasse cálculo)

3. Meu irmão é cinco anos mais velho do que eu. O triplo da minha idade, somado ao dobro da idade do meu irmão, dá 100 anos. Qual é a minha idade?

1) 14 2) 18 XXX 3) 16 4) 20 5) 22

Resolução:

x: minha idade
y: idade do meu irmão

$$y = x + 5$$

$3x + 2y = 100$, então como $y = x + 5$, substituindo teremos:

$$3x + 2(x + 5) = 100$$
$$3x + 2x + 10 = 100$$
$$5x = 90$$
$$x = \frac{90}{5}$$
$$x = 18$$

Logo, eu tenho 18 anos.

4. Resolva a equação:

$$\frac{4}{5x + 1} = \frac{9}{10x + 6}$$

1) $x = 10$
2) $x = -3$
3) $x = 3\ XXX$
4) $x = \frac{33}{85}$
5) $x = -10$

Resolução:

$$(10x + 6) = 9.(5x + 1)$$
$$40x + 24 = 45x + 9$$
$$40x - 45x = 9 - 24$$
$$-5x = -15$$
$$x = 3$$

5. Num pátio existem automóveis e bicicletas. O número total de rodas é 130 e o número de bicicletas é o triplo do número de automóveis. O número de veículos que se encontram no pátio é:

1) 50 2) 51 3) 52 XXX 4) 53 5) 54

Resolução:

Automóveis: x, possui 4 rodas cada
Bicicletas: 3x, possui 2 rodas cada

Rodas = 130

$$4x + 3x.(2) = 130$$
$$4x + 6x = 130$$
$$10x = 130$$
$$x = 13$$

Total de Veículos = 13 (automóveis) + 3.13 (bicicletas) = $13 + 39 = \mathbf{52}$

6. Um pai tinha 30 anos quando seu filho nasceu. Se multiplicarmos as idades que possuem hoje, obtém-se um produto que é igual a 3 vezes o quadrado da idade do filho. Quais são suas idades?

1) A idade do filho é 20 anos e do pai é 50 anos.
2) 5 A idade do filho é 13 anos e do pai é 43 anos.
3) A idade do filho é 15 anos e do pai é 45 anos. XXX
4) A idade do filho é 17 anos e do pai é 47 anos.
5) A idade do filho é 10 anos e do pai é 40 anos.

Resolução:

Idade atual do filho: x
Idade atual do pai: 30 + x

$$(30 + x).x = 3.(x^2)$$
$$30x + x^2 = 3x^2$$
$$30x = 3x^2 - x^2$$
$$30x - 2x^2 = 0$$
$$x.(30 - 2x) = 0$$
$$x' = 0$$
$$30 - 2x = 0$$
$$30 = 2x$$
$$15 = x''$$

Logo, o filho tem 15 anos e o pai 45 anos.

7. Gastei 2/3 do meu salário, em seguida 3/4 do restante e fiquei ainda com R$ 480,00. O meu salário é:

1) 4 800 2) 4 600 3) 5 760 XXX 4) 3 200 5) 5 000

Resolução:

Salário = x, calculando o gasto de 2/3 deste valor, obtemos:

$$x - \frac{2}{3}x = \frac{3x - 2x}{3} = \frac{x}{3}$$

Reduzir ¾ deste valor:

$$\frac{x}{3} - \frac{3}{4}.\left(\frac{x}{3}\right) = 480$$
$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 480$$
$$\frac{4x - 3x}{12} = \frac{5760}{12}$$
$$x = 5760$$

8. Um fazendeiro repartiu 240 reses entre 3 herdeiros na seguinte forma: O primeiro recebeu 2/3 do segundo e o terceiro tanto quanto o primeiro e o segundo juntos. A parte do primeiro é:

1) 80 2) 48 XXX 3) 55 4) 65 5) 72

Resolução:

O primeiro herdeiro: 2/3 x
O segundo herdeiro: x
O terceiro herdeiro: $\frac{2}{3x} + x$

$$\frac{2}{3}x + x + \left(\frac{2}{3}x + x\right) = 240$$
$$\frac{2x + 3x + 2x + 3x}{3} = \frac{720}{3}$$
$$\frac{10x}{3} = \frac{720}{3}$$
$$10x = 720$$
$$x = 72$$

Então, definindo a parte do primeiro herdeiro, temos:

$$\frac{2}{3} \cdot 72 = \frac{144}{3} = \mathbf{48}$$

9. Gastei R$ 540,00 e fiquei ainda com $\frac{2}{5}$ de meu salário. Qual é o meu salário?

1) R$ 1 350,00
2) R$ 1 000,00
3) R$ 2 700,00
4) R$ 850,00
5) R$ 900,00 XXX

Resolução:

$$x - 540 = \frac{2}{5}x$$
$$\frac{5x - 2700}{5} = \frac{2}{5}x$$

$$5x - 2700 = 2x$$
$$5x - 2x = 2700$$
$$3x = 2700$$
$$\boldsymbol{x = 900, o\ salário\ é\ de\ R\$ 900,00}$$

10. Pedro gastou $\frac{1}{3}$ da quantia que possuía e, depois, $\frac{2}{9}$ dessa quantia. Ficou ainda com R$ 40,00. Quanto Pedro possuía?

1) R$ 90,00 XXX
2) R$ 110,00
3) R$ 50,00
4) R$ 72,00
5) R$ 86,00

Resolução:

$$x - \frac{1}{3}x - \frac{2}{9}x = 40$$
$$\frac{9x - 3x - 2x}{9} = \frac{360}{9}$$

$$4x = 360$$
$$\boldsymbol{x = 90}$$

11. Qual o preço de custo de uma mercadoria vendida por R$ 321,00, com o lucro de 7% sobre o preço de custo?

1) R$ 345,16
2) R$ 300,00 XXX
3) R$ 280,00
4) R$ 310,00
5) R$ 324,00

Resolução:

$R = C$ (com 7% de lucro)

$$R = C + 0{,}07C$$

Como a venda é de R$ 321,00 então:

$$R = R\$ 321{,}00$$
$$7\% = 0{,}07$$
$$321 = C + 0{,}07C$$

$$321 = 1{,}07C$$
$$\frac{321}{1{,}07} = C$$
$$C = 300$$

Logo, o custo foi de R$ 300,00.

12. Um pai tem 40 anos e seu filho 6. Dentro de quantos anos a idade do pai terá o triplo da idade do filho?

1) Daqui a 11 anos XXX
2) Daqui a 10 anos.
3) Daqui a 15 anos.
4) Daqui a 8 anos.
5) Daqui a 6 anos

Resolução:

$$40 + x = 3.(x + 6)$$
$$40 + x = 3x + 18$$
$$40 - 18 = 3x - x$$

$$22 = 2x$$
$$\boldsymbol{11 = x}$$

13. Seu Joaquim gasta 1/4 do dinheiro que tem e, em seguida, 2/3 do que lhe resta, ficando com R$ 250,00. Quanto tinha inicialmente?

1) R$ 380,00
2) R$ 650,00
3) R$ 1 000,00 XXX
4) R$ 1 200,00
5) R$ 1 400,00

Resolução:

$$x - \frac{x}{4} = \frac{4x - x}{4} = \frac{3x}{4}$$
$$\frac{2}{3} \times \frac{3x}{4} = \frac{6x}{12} = \frac{x}{2}$$
$$\frac{3x}{4} - \frac{x}{2} = 250$$

$$\frac{3x - 2x}{4} = \frac{1000}{4}$$
$$x = 1000$$

14. Da terça parte de um número subtraindo-se 12, fica-se com 1/6 do mesmo número. Que número é esse?

1) 50 2) 66 3) 45 4) 68 5) 72 XXX

Resolução:

$$\frac{x}{3} - 12 = \frac{1}{6}x$$
$$\frac{2x - 72}{6} = \frac{x}{6}$$

$$2x - x = 72$$
$$x = 72$$

15. Qual é o número que retirando 48 unidades de sua metade, encontramos a sua oitava parte?

1) 130 2) 96 3) 140 4) 128 XXX 5) 138

Resolução:

$$\frac{x}{2} - 48 = \frac{x}{8}$$
$$\frac{4x - 384}{8} = \frac{x}{8}$$

$$4x - 384 = x$$
$$3x = 384$$
$$x = 128$$

16. A diferença entre dois números é 90, sendo que um é 3/13 do outro. Calcular os números.

1) 112 2) 101 3) 115 4) 110 5) 117 XXX

Resolução:

$$x - \frac{3}{13}x = 90$$
$$\frac{13x - 3x}{13} = \frac{1170}{13}$$

$$13x - 3x = 1170$$
$$10x = 1170$$
$$x = 117$$

17. A soma de dois números é 345, sendo que um é 12/11 do outro. Calcule-os.

1) 123 2) 165 XXX 3) 150 4) 345 5) 291

Resolução:

$$x + \frac{12}{11}x = 345$$
$$\frac{11x + 12x}{11} = \frac{3795}{11}$$

$$23x = 3795$$
$$x = \frac{3795}{23}$$
$$x = 165$$

18. Divida R$ 1 590,00 em três partes de modo que a primeira seja 3/4 da segunda e, esta seja 4/5 da terceira. Qual será o valor da terceira parte?

1) R$ 662,50 XXX
2) R$ 623,53
3) R$ 593,50
4) R$ R$ 676,60
5) R$ 654,70

Resolução:

x: terceira parte

$\frac{4}{5}\ x$: segunda parte

$\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{5}\ x\right)$: primeira parte

Equacionando, temos:

$$\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{5}x\right) + \frac{4}{5}x + x = 1590$$

$$\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}x + x = 1590$$
$$\frac{3x + 4x + 5x}{5} = \frac{7950}{5}$$
$$\frac{12x}{5} = \frac{7950}{5}$$
$$12x = 7950$$
$$\boldsymbol{x = 662,50}$$

19. Se eu tivesse apenas 1/5 do que tenho, mais R$ 25,00, teria R$ 58,00. Quanto tenho?

1) R$ 150,00
2) R$ 11,60
3) R$ 33,00
4) R$ 165,00 XXX
5) R$ 110,00

Resolução:

$$\frac{1}{5}x + 25 = 58$$
$$\frac{x + 125}{5} = \frac{290}{5}$$

$$x + 125 = 290$$
$$\boldsymbol{x = 165}$$

20. A nona parte do que tenho aumentada de R$ 17,00 é igual a R$ 32,50. Quanto possuo?

1) R$ 445,50
2) R$ 130,50
3) R$ 120,50
4) R$ 159,50
5) R$ 139,50 XXX

Resolução:

$$\frac{x}{9} + 17 = 32,50$$
$$\frac{x}{9} = 32,50 - 17$$

$$\frac{x}{9} = 15,5$$
$$x = 15,5 \times 9$$
$$x = 139,50$$

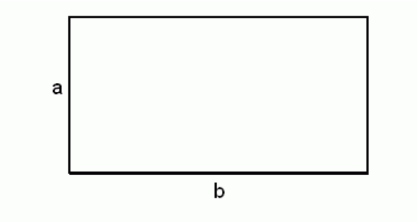
DIFÍCIL:

1. Um terreno retangular tem 84 m de perímetro. O comprimento tem 18 m a mais que a largura. Qual é área desse terreno?

1) 240 2) 360 XXX 3) 420 4) 500 5) 320

Resolução:

Aplicação do cálculo da área e perímetro de um retângulo:



Montagem de um sistema de equações:

a= comprimento

$b = largura$

Perímetro: $2 \cdot (18 + b) + 2b = 84\,m$

$36 + 2b + b = 84$

$4b = 48$

$b = 12\,m$

Área:

$A = 30\,X\,12$

$\boldsymbol{A = 360\,m^2}$

2. Um colégio tem 30 professores o número x de professores que ensinam outras matérias é igual a 4 vezes o número y que ensinam inglês. Quantos professores ensinam inglês?

1) 8 2) 5 3) 6 XXX 4) 4 5) 25

Resolução:

Montando a equação temos:

$x + y = 30$ (número total de professores)

$x = 4y$ (proporção de professores)

Substituindo:

$x + y = 30$

$4y + y = 30$

$5y = 30$

$y = \frac{30}{5}$

$y = \mathbf{6}$

$Cálculo\ de\ x$:

$x + y = 30$

$x + 6 = 30$

$x = \mathbf{24}$

Portanto 24 professores ensinam outras matérias e 6 ensinam inglês.

3. Numa classe há 33 alunos e a diferença entre o dobro do número de meninas e o número de meninos é 12. Quantas são as meninas? E os meninos?

1) 16 meninas e 14 meninos
2) 8 meninas e 12 meninos
3) 10 meninas e 20 meninos
4) 15 meninas e 15 meninos
5) 14 meninas e 16 meninos XXX

Resolução:

x: meninas

y: meninos

Montando o sistema com 2 equações, temos:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x - y = 12 \end{cases}$$

Adicionando as equações,

$3x = 42$

$\boldsymbol{x = 14}$

Substituindo na primeira equação, temos:

$14 + y = 30$

$y = 30 - 14$

$\boldsymbol{y = 16}$

Logo, há na sala 14 meninas e 16 meninos.

4. Com uma lata de tinta é possível pintar 50 m² de parede. Para pintar uma parede de 72 m², gasta-se uma lata e mais uma parte de uma segunda lata. A parte que se gasta da segunda lata, em porcentagem, é:

1) 44% XXX 2) 66% 3) 40% 4) 49% 5) 53%

Resolução:

Calculando a quantidade necessária de tinta através de uma regra de três simples, temos:

50 ------- 1 lata

72 ------ x latas

$50x = 72$

$X = 1{,}44$

Conclusão: 1 lata inteira e 0,44 da segunda. Calculando a porcentagem, temos:

1 --------- 100%

0,44 ----- x%

$x = 0{,}44 * 100$

$\boldsymbol{x = 44}\%$

5. Um caminhão carrega 5.000 pacotes de 2 kg e 5 kg de açúcar, num total de 15.400kg. O número de pacotes de 2 kg e 5 kg, respectivamente, que esse caminhão está transportando, é de:

1) 3 200 e 1 800 XXX
2) 3 000 e 2 000
3) 3 400 e 1 600
4) 3 500 e 1 500
5) 1 800 e 3 200

Resolução:

x: quantidade de pacotes de açúcar de 2Kg

y: quantidade de pacotes de açúcar de 5Kg

Montando o sistema de equações temos:

$$\begin{cases} x + y = 5000 \\ 2x + 5y = 15400 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por -2 para aplicar o método da adição, temos:

$$\begin{cases} -2x - 2y = -10000 \\ 2x + 5y = 15400 \end{cases}$$

Somando:

$$3y = 5400$$
$$y = \frac{5400}{3}$$
$$\boldsymbol{y = 1800}$$

Substituindo na primeira equação para calcular o x:

$$x + 1800 = 5000$$
$$x = 5000 - 1800$$
$$\boldsymbol{x = 3200}$$

Assim, são 3200 pacotes de 2Kg e 1800 pacotes de 5Kg de açúcar.

6. Um litro do vinho A custa R$ 6,00, e o litro do tipo B, R$ 4,80. Quantos litros de vinho A se deve misturar a 100 litros de vinho B para se obter um vinho C, que custe R$ 5,50 o litro?

1) 14 litros 2) 70 litros 3) 25 litros 4) 140 litros XXX 5) 170 litros

Resolução:

	A	B	C
Preço por litro (R$)	6,00	4,80	5,50
Volume (em Litros)	x	100	100 + x

$$6 \,.\, x + 4{,}8 \,.\, 100 = 5{,}5 \,.\, (100 + x)$$
$$6x + 480 = 550 + 5{,}5x$$
$$6x - 5{,}5x = 550 - 480$$
$$0{,}5x = 70$$
$$x = \frac{70}{0{,}5}$$
$$\boldsymbol{x = 140}$$

Logo, devem-se misturar 140 litros do vinho A.

7. Uma pessoa gasta 1/4 do dinheiro que tem, e em seguida, 2/3 do que lhe resta, ficando com R$ 350,00. Quanto tinha inicialmente?

1) R$ 400,00
2) R$ 700,00
3) R$ 1400,00 XXX
4) R$ 2100,00
5) R$ 600,00

Resolução:

Dados:

Gasta: $\frac{1}{4}x$

Resta: $x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x$

Gasta novamente: $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}x\right)$

$$x - \frac{1}{4}x - \frac{2}{3} . \left(\frac{3}{4}x\right) = 350$$
$$x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}x = 350$$
$$\frac{4x - x - 2x}{4} = \frac{1400}{4}$$
$$\frac{x}{4} = \frac{1400}{4}$$
$$\boldsymbol{x = 1400}$$

8. Repartir 153 cards em três montes de forma que o primeiro contenha 2/3 do segundo o qual deverá ter 3/4 do terceiro. Quantos cards terá o primeiro monte?

1) 68 2) 34 XXX 3) 45 4) 39 5) 122

Resolução:

Terceiro: x

Segundo: ¾ x

Primeiro: $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}x\right)$

$$\frac{2}{3} . \left(\frac{3}{4}x\right) + \frac{3}{4}x + x = 153$$
$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x + x = 153$$
$$\frac{2x + 3x + 4x}{4} = \frac{612}{4}$$
$$9x = 612$$
$$x = \frac{612}{9}$$
$$x = 68$$

Como o primeiro é: ${}^{2}/_{3} \cdot ({}^{3}/_{4}\,x)$,

$$Então\, \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot 68\right) = \frac{1}{2} \cdot 68 = \frac{68}{2} = \boldsymbol{34}$$

9. Distribuir 3.717 tijolos por três depósitos de tal maneira que o primeiro tenha 3/4 do segundo e este 5/6 do terceiro. Quantos tijolos serão colocados no terceiro depósito?

1) 1576 2) 1750 3) 2512 4) 1393 5) 1512 XXX

Resolução:

Terceiro: x

Segundo: 5/6 x

Primeiro: $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{6}x\right)$

$$\frac{3}{4} . \left(\frac{5}{6}x\right) + \frac{5}{6}x + x = 3717$$
$$\frac{5}{8}x + \frac{5}{6}x + x = 3717$$
$$\frac{30x + 40x + 48x}{48} = \frac{178416}{48}$$
$$\frac{118x}{48} = \frac{178416}{48}$$
$$118x = 178416$$

$$\boldsymbol{x = 1512}$$

10. Das laranjas de uma caixa foram retirados 4/9, depois 3/5 do resto, e ficaram 24 delas. Quantas eram as laranjas?

1) 200 2) 108 XXX 3) 540 4) 230 5) 115

Resolução:

X: quantidade de laranjas na caixa

Primeiro:

$x - {}^{4}/_{9}\,x = 9x - {}^{4}/_{9}\,x = {}^{5}/_{9}\,x$

Segundo: ${}^{3}/_{5}$ do resto = ${}^{3}/_{5} \cdot \left({}^{5}/_{9}\,x\right) = {}^{1}/_{3}\,x$

$$x - \frac{4}{9}x - \frac{1}{3}x = 24$$
$$\frac{9x - 4x - 3x}{9} = \frac{216}{9}$$
$$2x = 216$$
$$\boldsymbol{x = 108}$$

11. Marieta tinha R$ 240,00. Gastou um quinto dessa quantia, e, depois, a terça parte do resto. Com quanto ficou?

1) 48 2) 100 3) 128 XXX 4) 176 5) 112

Resolução:

Calculando o resto:

$240 - \frac{1}{5}.(240) = 240 - 48 = 192$

1/3 do resto: $\frac{1}{3}.(192) = 64$

Logo, 240 – 48 – 64 = **128**

12. Repartir R$ 671,00 entre três pessoas de modo que a primeira seja contemplada com 2/5 do que receber a segunda e esta, 3/8 do que receber a terceira. Quanto receberá a segunda pessoa?

1) R$ 440,00 2) R$ 250,00 3) R$ 180,00 4) R$ 165,00 XXX 5) R$ 378,00

Resolução:

Terceira: x

Segunda: 3/8 x

Primeira: 2/5 * (3/8 x)

$\frac{2}{5}.\left(\frac{3}{8}x\right) + \frac{3}{8}x + x = 671$

$\frac{6}{40}x + \frac{3}{8}x + x = 671$

$$\frac{6x + 15x + 40x}{40} = \frac{26840}{40}$$
$$\frac{61x}{40} = \frac{26840}{40}$$
$$61x = 26840$$
$$\boldsymbol{x = 440}$$

Logo, a segunda pessoa receberá: ${}^{3}/_{8} \cdot 440 = 165$

13. Dividir R$ 480,00 por três pessoas, de modo que as partes da primeira e da segunda sejam, respectivamente, 1/3 e 4/5 da parte a ser recebida pela terceira. Qual será o valor de cada parte?

1) 1ª) R$ 75,00; 2ª) R$ 180,00 e 3ª) R$ 225,00 XXX
2) 1ª) R$ 180,00; 2ª) R$ 75,00 e 3ª) R$ 225,00
3) 1ª) R$ 225,00; 2ª) R$ 180,00 e 3ª) R$ 75,00
4) 1ª) R$ 225,00; 2ª) R$ 75,00 e 3ª) R$ 180,00
5) 1ª) R$ 75,00; 2ª) R$ 180,00 e 3ª) R$ 250,00

Resolução:

Terceira: x

Primeira: 1/3 x

Segunda: 4/5 x

$\frac{1}{3}x + \frac{4}{5}x + x = 480$

$\frac{5x + 12x + 15x}{15} = \frac{7200}{15}$

$32x = 7200$

$$x = \frac{7200}{32}$$
$$\boldsymbol{x = 225}$$

Calculando cada parte:

Terceira: $x = \mathbf{225}$

Primeira: ${}^{1}/_{3} \cdot 225 = {}^{225}/_{3} = \mathbf{75}$

Segunda: ${}^{4}/_{5} \cdot 225 = {}^{900}/_{5} = \mathbf{180}$

14. Argemiro tinha R$ 375,00. Gastou 2/5, menos R$ 6,00; depois a terça parte do resto, mais R$ 18,00. Quanto sobrou?

1) R$ 177,00 2) R$ 275,00 3) R$ 183,00 4) R$ 165,00 XXX 5) R$ 100,00

Resolução:

Resto: $\left({}^{2}/_{5}\, de\ 375\right) - 6 = {}^{2}/_{5} \cdot 375 - 6 = 150 - 6 = 144$

(1/3 do resto) +18 $= \frac{1}{3} \cdot 144 + 18 = \frac{144}{3} + 18 = 48 + 18 = 66$

Cálculo de quanto sobrou:

$375 - 144 - 66 = \boldsymbol{R\$\ 165{,}00.}$

15. Um reservatório é alimentado por duas torneiras. A primeira pode enchê-lo em 15 horas e a segunda, em 12 horas. Que fração do reservatório encherão em uma hora, as duas juntas?

1) $^{1}/_{90}$ 2) $^{1}/_{27}$ 3) $^{2}/_{30}$ 4) $^{5}/_{60}$ 5) $^{3}/_{20}$ XXX

Resolução:

1 torneira 15h

1 torneira 12h

$$x = \frac{1}{15} + \frac{1}{12}$$

$$x = \frac{4+5}{60}$$

$$x = \frac{9}{60}$$

$$x = \frac{3}{20}$$

16. Roberval, um investidor no mercado de capitais, perdeu a quarta parte de um capital. Em outros negócios, ganhou o quíntuplo de R$ 30.000,00. Sendo a fortuna atual o dobro do capital inicial. Que capital era esse?

1) R$ 150 000,00 2) R$ 30 000,00 3) R$ 120 000,00 XXX 4) R$ 66 666,67 5) R$ 90 000,00

Resolução:

C: Capital inicial

M: montante final = 2C

$$C - \frac{C}{4} + 5.(30\,000) = 2C$$

$$C - \frac{C}{4} - 2C = -150\,000$$

$$-\frac{C}{4} - C = 150\,000$$

$$\frac{-C - 4C}{4} = -\frac{600\,000}{4}$$

$$-5C = -600\,000$$

$$\boldsymbol{C = 120\,000}$$

17. Andréa tem 2/9 do dinheiro necessário para comprar uma moto, e seu marido, 3/11 dessa quantia. Se a essa importância o casal adicionar R$ 3.500,00 poderão comprar a moto. Qual é o preço da moto? Quanto tem cada um deles?

1) R$ 5 232,33; Andréa tem R$ 777,77 e seu marido tem R$ 954,55.
2) R$ 6 000, 00; Andréa tem R$ 1 333,33 e seu marido tem R$ 1 636,36.
3) R$ 7 071,43; Andréa tem R$ 1 571,43 e seu marido tem R$ 1 928,57.
4) R$ 6 930,00; Andréa tem R$ 1 540,00 e seu marido tem R$ 1 890,00. XXX
5) R$ 6 400,00; Andréa tem R$ 1 422,22 e seu marido tem R$ 1 745,45.

Resolução:

$$\frac{2}{9}x + \frac{3}{11}x + 3500 = x$$

$$\frac{22x + 27x + 346500}{99} = \frac{99x}{99}$$

$$49x + 346500 = 99x$$

$$346500 = 99x - 49x$$

$$346500 = 50x$$

$$x = 6930$$

Preço da moto = **R$ 6 930,00**

Andréa tem = $^{2}/_{9} \cdot 6930 = {}^{13860}/_{9} = \boldsymbol{R\$\ 1\,540,00}$

Marido tem = $^{3}/_{11} \cdot 6930 = {}^{20790}/_{11} = \boldsymbol{R\$\ 1\,890,00}$

18. Um trem partiu do Rio de Janeiro com um certo número de passageiros. Na primeira parada, saltaram 3/7 dos passageiros e na quarta entraram 40 pessoas. Em outras estações saltaram 5/8 dos passageiros restantes. O trem chegou à estação final com 36 passageiros. Com quantos passageiros o trem partiu do Rio de Janeiro?

1) 150 2) 85 3) 63 4) 112 5) 98 XXX

Resolução:

Primeiro cálculo:

$$x - \frac{3}{7}x + 40 = \frac{7x - 3x}{7} + 40 = \frac{4x}{7} + 40$$

5/8 dos restantes:

$$\frac{5}{8}.\left(\frac{4x}{7} + 40\right) = \frac{20x}{56} + 25$$

$$\frac{4x}{7} + 40 - \left(\frac{20x}{56} + 25\right) = 36$$

$$\frac{4x}{7} + 40 - \frac{20x}{56} - 25 = 36$$

$$\frac{32x + 2240 - 20x - 1400}{56} = \frac{2016}{56}$$

$$\frac{12x + 840}{56} = \frac{2016}{56}$$

$$\frac{12x}{56} = \frac{2016}{56} - \frac{840}{56}$$

$$12x = 1176$$

$$x = \frac{1176}{12}$$

$$x = 98$$

19. Um número vale 8/5 de um segundo ou 2/3 de um terceiro. Calcular os três números sabendo que sua soma é igual a 500.

1) 160, 100, 240 XXX
2) 150, 100, 250
3) 110, 90, 300
4) 200, 100, 200
5) 245, 153, 102

Resolução:

X: segundo número
Y: terceiro número
Como o primeiro número é igual a 2/3 do terceiro, temos:

$$\left(\frac{8}{5}\right)x = \left(\frac{2}{3}\right)y$$
$$\left(\frac{8}{5}*\frac{3}{2}\right)x = y$$
$$\left(\frac{24}{10}\right)x = y$$
$$y = \left(\frac{12}{5}\right)x$$

A equação fica:

$$\frac{8}{5}x + x + \frac{12}{5}x = 500$$
$$\frac{8x + 5x + 12x}{5} = \frac{2500}{5}$$
$$\frac{25x}{5} = \frac{2500}{5}$$
$$25x = 2500$$
$$x = \frac{2500}{25}$$
$$x = 100$$

Assim, o primeiro número é $\left(\frac{8}{5}\right)x = \left(\frac{8}{5}\right) * 100 = \mathbf{160}$

O segundo é x = **100.**

O terceiro é $\left(\frac{12}{5}\right)x = \left(\frac{12}{5}\right)\cdot 100 = \frac{1200}{5} = \mathbf{240}$

$Logo, 160 + 100 + 240 = 500.$

20. Alfredo pode pintar uma casa em sete horas de trabalho e seu irmão, em cinco horas. Juntos, que fração do trabalho executarão em uma hora? Em quanto tempo farão todo a pintura da casa?

1) ${}^{23}/_{35}$ $em\ 2h.$
2) ${}^{12}/_{35}$ $em\ 2h\ 35min.$
3) ${}^{23}/_{35}$ $em\ 3\ h.$
4) ${}^{12}/_{35}$ $em\ 1h\ 55\ min.$
5) ${}^{12}/_{35}$ $em\ 2h$55min XXX

Resolução:

Alfredo: 1/7
Irmão: 1/5

$$x = \frac{1}{7} + \frac{1}{5}$$
$$x = \frac{5+7}{35}$$
$$\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{35}}$$

A casa inteira representa: 35/35

$$\frac{35}{35} - \frac{12}{35} = \frac{23}{35}$$

12/35 -----------1h
23/35-------------xh

$$\frac{12}{35}x = \frac{23}{35}$$
$$x = \frac{23}{35}\cdot\frac{35}{12}$$
$$x = \frac{23}{12}$$
$$x = 1{,}91$$

1h ------60 min
0,91 ------x
x = 54,6min, aproximadamente 55 minutos.
Total do tempo: 1h + 1h + 55 min = **2h55min**

QUESTÕES – MATEMÁTICA BÁSICA – FUNÇÕES

FÁCIL:

1. Dada a função de primeiro grau $f(x) = -x + 7$, qual é o valor de $f(5)$?

1) 12 2) 5 3) 2 XXX 4) -2 5) -12

Resolução:

$$f(5) = -(5) + 7$$
$$f\ (5) = 2$$

2. Um vendedor de livros consegue vender em um dia o total de R$ 3428,00, se tiver uma despesa de R$ 2830,00, qual será o seu lucro?

1) 534 reais 2) 565 reais 3) 598 reais XXX 4) 574 reais 5) 602 reais

Resolução:

$$L = R - C$$
$$L = 3428 - 2830$$
$$L = 598, logo$$
$$L = R\$\ 598{,}00$$

3. Carolina vende salgados e doces para festas. O cento de salgados custa R$ 35,00 e o de doces custa R$ 38,00. Se você considerar que Carolina recebeu uma encomenda de x centenas de salgados e y centenas de doces, qual é a expressão que representa o total arrecadado com essa encomenda?

1) $T = 35x + 38y$ XXX
2) $T = 30x + 31y$
3) $T = 35x + 36y$
4) $T = 39x + 19\,y$
5) $T = 37x - 33y$

Resolução:

x: salgados
y: doces

Valor vezes a quantidade:
$$T = 35x + 38y$$

4. Qual a expressão que representa o seguinte problema: o total em reais de Bruna sendo que ela tem x moedas de R$ 0,25, y moedas de R$ 0,05 e z moedas de R$ 1,00?

1) $T = 0{,}25x\ -\ 0{,}05y\ + z$
2) $T = 0{,}25x\ +\ 0{,}05y\ +\ z\ XXX$
3) $T = 0{,}25x\ +\ 0{,}05y\ -\ z$
4) $T = 0{,}25x\ -\ 0{,}05y\ -\ z$
5) $T = 0{,}25x\ +\ 0{,}05z\ -\ y$

Resolução:

Valor multiplicado pela quantidade de cada moeda. Para saber o total, precisamos somar todas as moedas: $T = 0{,}25x + 0{,}05y + z$

5. A função logarítmica f é dada por $f(x) = \log_3 x$, então qual é o valor de $f(9)$?

1) 3 2) 9 3) 2 XXX 4) 27 5) 729

Resolução:

Substituindo 9, na função de x:
$$y = \log_3 9$$
Aplicando a definição de logaritmo, temos:
$$3^y = 9$$
Igualando as bases, e potencializando 9:
$$3^y = 3^2$$
Cortando as bases e igualando os expoentes, temos:
$$\boldsymbol{y = 2}$$

6. Seja $f: IR * \rightarrow\ IR$ a função dada por
$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$
Qual é o valor de $f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right)$?

1) 100/27 2) 10/6 3) 20/6 4) 20/3 XXX 5) 10/3

Resolução:

$$f(3) = \frac{3^2 + 1}{3} = \frac{10}{3}$$
$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{9} + 1}{\frac{1}{3}} =$$
$$\frac{\frac{1+9}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{10}{9} . \frac{3}{1} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$$
$$Logo, f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = \boldsymbol{\frac{20}{3}}$$

7. (PUC-RS) Seja a função definida por:
$$f(x) = \frac{(2x - 3)}{5x}$$
O elemento do domínio de f que tem $-{}^{2}/_{5}$ como imagem é:

1) 0 2) 2/5 3) -3 4) 3/4 XXX 5) 4/3

Resolução:

$$-\frac{2}{5} = \frac{(2x - 3)}{5x}$$
$$-10x = 5.(2x - 3)$$
$$-10x = 10x - 15$$
$$-10x - 10x = -15$$
$$-20x = -15$$
$$x = \frac{15}{20}$$
$$x = \frac{3}{4}$$

8. Dada a função de primeiro grau $f(x) = 2x + 3$, qual é o valor de $f(10)$?

1) 10 2) 13 3) 23 XXX 4) 30 5) -23

Resolução:

$$f(10) = 2.10 + 3$$
$$f\ (10) = 23$$

9. Qual é o coeficiente linear da função $f(x) =\ 2x\ -\ 1$?

1) – 2 2) – 1 3) 1 4) 2 XXX 5) 1/2

Resolução:

Sabemos que $f(x) = ax + b$

Como *a* é o coeficiente angular, então: $a = 2$

10. Complete: Uma função liga um ___ (conjunto de valores de entrada) a um conjunto chamado ____ (conjunto de valores de saída) de tal forma que a cada elemento do ___ está associado exatamente um elemento do ___. Além disso, o ___ é um subconjunto do ___.

1) domínio, contradomínio, domínio, contradomínio, conjunto imagem e contradomínio. XXX
2) domínio, contradomínio, domínio, contradomínio, conjunto imagem e domínio.
3) contradomínio, domínio, contradomínio, domínio, conjunto imagem e contradomínio.
4) contradomínio, domínio, contradomínio, domínio, conjunto imagem e domínio
5) domínio, contradomínio, domínio, contradomínio, conjunto domínio e contradomínio.

Resolução:

Conjunto de entrada: domínio

Conjunto de saída: contradomínio

Cada elemento do domínio...um elemento do contradomínio. Além disso, o conjunto imagem é um subconjunto do contradomínio.

11. Na função $f(x) = -3x + 18$, qual é o valor de $f(x)$ quando $x = 6$?

1) – 18 2) 0 XXX 3) 4 4) -4 5) 18

Resolução:

$$f(6) = -3.(6) + 18$$
$$f(6) = -18 + 18$$
$$f(6) = 0$$

12. Qual é a raiz da função do 1º grau $f(x) = 5x + 15$?

1) – 3 XXX 2) 0 3) 5 4) 15 5) -5

Resolução:

Raiz de uma função é quando a imagem é igual a zero, ou seja,

$$f(x) = 0$$

Então,

$$0 = 5x + 15$$
$$-5x = 15$$
$$5x = -15$$
$$x = -\frac{15}{5}$$
$$x = -3$$

13. Qual é o coeficiente angular (taxa de variação) da função de 1º grau $f(x) = 9x - 27$?

1) – 27 2) 0 3) 3 4) 9 XXX 5) 27

Resolução:

O coeficiente angular é o *a,* na função $y = ax + b$, logo, em $f(x) = 9x - 27, a = 9$.

14. O domínio da função:

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}} \text{ é:}$$

1) $\{x \in \mathbb{R} | x \neq -1\}$
2) $\{x \in \mathbb{R} | x \neq 1\}$
3) $\{x \in \mathbb{R} | x \geq -1\}$
4) $\{x \in \mathbb{R} | x > -1\}$ XXX
5) $\mathbb{R}$

Resolução:

O denominador não pode ser zero e a raiz com índice par, não pode ter valor negativo.

Logo, $x > -1$.

15. A Cetesb detectou uma certa companhia jogando ácido sulfúrico no Rio Tiete, multou-a em R$ 125.000,00, mais R$ 1.000,00 por dia até que a companhia se ajustasse às normas legais que regulamentam os índices de poluição. Expresse o total de multa como função em número de dias em que a companhia continuou violando as normas.

1) $f(x) = 1000 + 125\,000\,x$
2) $f(x) = 125000x + 1000y$
3) $f(x) = 125000x + 1000x$
4) $f(x) = 125\,000 + 1\,000x$ XXX
5) $f(x) = 124\,000x$

Resolução:

Como a multa é calculada, considerando um valor fixo e outro, variável em função dos dias transcorridos, temos:

$$f(x) = 125\,000 + 1000x$$

Onde *x* representa a quantidade de dias transcorridos.

16. Uma companhia de gás irá pagar para um proprietário de terra R$ 15 000,00 pelo direito de perfurar a terra para encontrar gás natural, e R$ 0,30 para cada mil pés cúbicos de gás extraído. Expresse o total que o proprietário irá receber como função da quantidade de gás extraído.

1) $f(x) = 15000x + 0{,}3x$
2) $f(x) = 15000x + 0{,}3y$
3) $f(x) = 15000x$
4) $f(x) = 15000x + 0{,}3$
5) $f(x) = 15000 + 0{,}3x$ XXX

Resolução:
Como o valor é calculado, considerando um valor fixo e outro, variável em função dos da quantidade de gás extraída, temos:

$$f(x) = 15\,000 + 0{,}3x$$

Onde *x* representa a quantidade de cada mil pés cúbicos de gás extraído.

17. Em 1998, um paciente pagou R$ 300,00 por um dia em um quarto de hospital semiprivativo e R$ 1.500,00 por uma operação de apêndice. Expresse o total pago pela cirurgia como função do número de dias em que o paciente ficou internado.

1) $f(x) = 1\,500 + 300x$ XXX
2) $f(x) = 300x + 1\,500x$
3) $f(x) = 300 + 1500x$
4) $f(x) = 1\,800x$
5) $f(x) = 1\,500x + 300y$

Resolução:
Como o valor é calculado, considerando um valor fixo e outro, variável em função dos dias de permanência no hospital, temos:

$$f(x) = 1\,500 + 300x$$

Onde *x* representa a quantidade de dias internado no hospital.

18. Na função $f(x) = x^3 - 4x + 2, se\ x = \frac{1}{2}$, então o valor de *f* (x) é:

1) $^2/_3$
2) $^1/_4$
3) $^1/_6$
4) $^3/_4$
5) $^1/_8$ XXX

Resolução:
Dado o valor de x, realizando a substituição na variável na equação, e executando as operações matemáticas:

$$f(½) = (½)^3 - 4\,x\,(½) + 2$$
$$f(½) = ⅛ - 2 + 2$$
$$f(½) = ⅛$$

19. Um botijão de gás de cozinha completamente cheio contém 13 kg de gás. Na casa de Elvira consome-se, em média, 0,6 kg do gás desse botijão por dia. Qual é a expressão que define o valor do consumo de gás do botijão por dias percorridos?

1) $f(x) = 13x - 0{,}6x$
2) $f(x) = 13x - 0{,}6$
3) $f(x) = 13 - 0{,}6x \quad XXX$
4) $f(x) = 13x - 0{,}6y$
5) $f(x) = 13 + 0{,}6x$

Resolução:
E a quantidade de gás do botijão diminuído do gasto diário, assim teremos:

$$f(x) = 13 - 0{,}6x$$

Onde x é a quantidade de dias transcorridos.

20. Na revelação de um filme, uma óptica calcula o preço a ser cobrado usando a fórmula $P = 12{,}00 + 0{,}65n$, onde *P* é o preço, em reais, a ser cobrado e *n* o número de fotos reveladas do filme. Se paguei a quantia de R$ 33,45 pela revelação, qual o total de fotos reveladas?

1) 30 fotos
2) 20 fotos
3) 10 fotos
4) 15 fotos
5) 33 fotos XXX

Resolução:

$$P = 12 + 0{,}65n$$
$$33{,}45 = 12 + 0{,}65n$$
$$33{,}45 - 12 = 0{,}65n$$
$$21{,}45 = 0{,}65n$$
$$\frac{21{,}45}{0{,}65} = n$$
$$n = 33\,fotos.$$

MÉDIO:

1. O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 3,44 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,86. Qual o preço de uma corrida de 11 km?

1) R$ 12,90 XXX 2) R$ 38,70 3) R$ 19,90 4) R$ 47,30 5) R$ 15,80

Resolução:

Montando a função descrita, temos:

$$P(x) = 3{,}44 + 0{,}86\,x$$

Substituindo por 11 em *x*, temos:

$$P(x) = 3{,}44 + 0{,}86.(11)$$

$$P(x) = 3{,}44 + 9{,}46$$

$$P(x) = 12{,}90$$

$$Logo, R\$\ 12{,}90$$

2. Um vendedor recebe um ordenado fixo de R$ 500,00. Além disso, recebe mais R$ 10,00 cada vez que vende uma unidade do produto que trabalha. Determine o salário deste vendedor no mês em que ele vendeu 132 unidades?

1) R$ 642,00
2) R$ 1 820,00 XXX
3) R$ 632,00
4) R$ 1 950,00
5) R$ 2100,00

Resolução:

Montando a função:

$$S(x) = 500 + 10x$$

Substituindo:

$$S\,(132) = 500 + 10.(132)$$

$$S\,(132) = 500 + 1320$$

$$S\,(132) = 1820$$

Logo, o salário do vendedor será de R$ 1 820,00.

3. Um grupo de estudantes dedicado à confecção de produtos de artesanato gasta R$ 15,00 em material, por unidade produzida, e, além disso, tem um gasto fixo de R$ 600,00. Cada unidade será vendida por R$ 85,00. Quantas unidades terão de vender para obterem em lucro de R$ 800,00?

1) 7 2) 10 3) 12 4) 15 5) 20 XXX

Resolução:

A função custo será: $C(x) = 600 + 15x$

A função receita será: $R(x) = 85x$

A função lucro será: $L(x) = R - C$

$$L(x) = 85x - (600 + 15x)$$

$$L(x) = 85x - 600 - 15x$$

$$L(x) = 70x - 600$$

Então, o lucro para se obter R$ 800,00 deve ser calculado, substituindo este valor na função lucro:

$$800 = 70x - 600$$

$$800 + 600 = 70x$$

$$1400 = 70x$$

$$\frac{1400}{70} = x$$

$$\boldsymbol{x = 20}$$

4. Um motorista de táxi cobra R$ 3,50 de bandeirada (valor fixo) mais R$ 0,70 por quilômetro rodado (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros.

1) R$ 23,00
2) R$ 63,70
3) R$ 16,10 XXX
4) R$ 4,20
5) R$ 22,20

Resolução:

A função do preço da corrida do táxi, será: $P(x) = 3{,}50 + 0{,}70x$

Calculando a corrida percorridos 18 Km, temos:

$$P(18) = 3{,}50 + 0{,}70.(18)$$

$$P(18) = 3{,}50 + 12{,}6$$

$$P(18) = 16{,}10$$

Logo, o preço da corrida será de R$ 16,10.

5. O preço de venda de um livro é de R$ 25,00 a unidade. Sabendo que o custo de cada livro corresponde a um valor fixo de R$ 4,00 mais R$ 6,00 por unidade, construa uma função capaz de determinar o lucro líquido (valor descontado das despesas) na venda de x livros, e o lucro obtido na venda de 500 livros.

1) $L(x) = 25x - 10, L(500) = R\$\ 12\,490{,}00$
2) $L(x) = 19x - 4, L(500) = R\$\ 9\,500{,}00$
3) $L(x) = 21x - 6, L(500) = R\$\ 10\,494{,}00$
4) $L(x) = 19x - 4, L(500) = R\$\ 9\,496{,}00\ XXX$
5) $L(x) = 25x - 6, L(500) = R\$\ 12\,494{,}00$

Resolução:

Como o preço de venda é R$ 25,00, isto significa que a função receita pode ser descrita assim:

$$R(x) = 25x$$

Função custo, será desta forma:

$$C(x) = 4 + 6x$$

Então, como $L(x) = R - C$, temos:

$$L(x) = 25x - (4 + 6x)$$

$$L(x) = 25x - 4 - 6x$$

$$L(x) = 19x - 4$$

Logo, a função lucro será:

$$L(x) = 19x - 4$$

Calculando o lucro para 500 unidades vendidas:

$$L(500) = 19.(500) - 4$$
$$L(500) = 9\,500 - 4$$
$$L(500) = 9\,496$$

Então, o lucro para 500 unidades vendidas será de R$ 9 496,00.

6. O salário de um vendedor é composto de uma parte fixa no valor de R$ 800,00, mais uma parte variável de 12% sobre o valor de suas vendas no mês. Caso ele consiga vender R$ 45 000,00, qual será o valor de seu salário?

1) R$ 6 200,00 XXX
2) R$ 4 500,00
3) R$ 5 300,00
4) R$ 6 800,00
5) R$ 3 860,00

Resolução:

$$12\% = \frac{12}{100} = 0,12$$

Logo, a função salário será:

$$S(x) = 800 + 0,12x$$

Calculando o salário com venda de R$45000,00:

$$S(45\,000) = 800 + 0,12(45\,000)$$
$$S(45\,000) = 800 + 5400$$
$$S(45\,000) = 6\,200$$

O salário total será de: **R$ 6 200,00**.

7. Suponha que você trabalhe como representante de uma firma que se dedica à criação de jogos para computador. Seu salário é de R$ 2 000,00 fixos por mês acrescidos de R$ 20,00 por jogo vendido. Se em um mês você vender 15 jogos, quanto você receberá?

1) R$ 30 020,00
2) R$ 2 300,00 XXX
3) R$ 2 020,00
4) R$ 2 035,00
5) R$ 30 200,00

Resolução:

A função salário será:

$$S(x) = 2\,000 + 20x$$

Calculando o salário com 15 jogos vendidos:

$$S(15) = 2\,000 + 20.(15)$$
$$S(15) = 2\,000 + 300$$
$$S(15) = 2300$$

O salário será de R$ 2 300,00.

8. Na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R$ 16,00 mais um custo variável de R$ 1,50 por unidade produzida. Sendo *x* o número de peças unitárias produzidas, qual será o custo total para produzir 100 peças?

1) R$ 1 601,50
2) R$ 166,00 XXX
3) R$ 150,00
4) R$ 1 600,00
5) R$ 1 750,00

Resolução:

A função custo total será de:

$$C(x) = 16 + 1,50x$$

O custo para produzir 100 peças será:

$$C(100) = 16 + 1,50.100$$
$$C(100) = 16 + 150$$
$$C(100) = 166$$

O custo total será de **R$ 166,00.**

9. Um motorista de táxi cobra R$ 4,50 de bandeirada mais R$ 0,90 por quilômetro rodado. Sabendo que o preço a pagar é dado em função do número de quilômetros rodados, calcule o preço a ser pago por uma corrida em que se percorreu 22 quilômetros?

1) R$ 27,40 2) R$ 99,90 3) R$ 24,30 XXX 4) R$ 25,60 5) R$ 82,40

Resolução:

A função do preço da corrida do táxi, será: $P(x) = 4,50 + 0,90x$

Calculando a corrida percorridos 22 Km, temos:

$$P(22) = 4,50 + 0,90.22$$
$$P(22) = 4,50 + 19,80$$
$$P(22) = 24,30$$

Logo, a corrida terá o preço de **R$ 24,30.**

10. As funções logarítmicas f e g são dadas por $f(x) = \log_3 x$ e $g(x) = \log_4 x$. Qual é o valor de $f(27) + g(16)$?

1) 43 2) 17 3) 7 4) 5 XXX 5) 4

Resolução:

Calculando $f(27)$, teremos:

$$f(27) = \log_3 27 \text{ , } então\ y = \log_3 27$$

Por definição de logaritmo:

$$3^y = 27$$
$$3^y = 3^3$$
$$y = 3$$

Calculando g(16), teremos:

$$g(16) = \log_4 16 \text{ , } então\ y = \log_4 16$$

Por definição de logaritmo:

$$4^y = 16$$

$4^y = 4^2$
$y = 2$

Então, $f(27) + g(16) = 3 + 2 = \mathbf{5}$.

11. Dadas a demanda de mercado $\boldsymbol{D} = \mathbf{20} - \boldsymbol{P}$ e a oferta $S = -\frac{20}{3} + \frac{5}{3}P$, com $P \leq 20$, determinar o preço de equilíbrio *(PE)*.

1) R\$ 5,00 2) R\$ 8,00 3) R\$ 12,00 4) R\$ 15,00 5) R\$ 10,00 XXX

Resolução:
Para termos um preço de equilíbrio, é necessário que D = S.

$$20 - P = -\frac{20}{3} + \frac{5}{3}P$$
$$-P - \frac{5}{3}P = -\frac{20}{3} - 20$$
$$\frac{3P + 5P}{3} = \frac{20 + 60}{3}$$

$$3P + 5P = 20 + 60$$
$$8P = 80$$
$$P = \frac{80}{8}$$
$$P = 10$$

12. As funções **f** e **g** são dadas por$f(x) = 3x + 2m \; e \; g(x) = -2x + 1$. Calcule o valor de **m**, sabendo que $f(0) - g(1) = 3$.

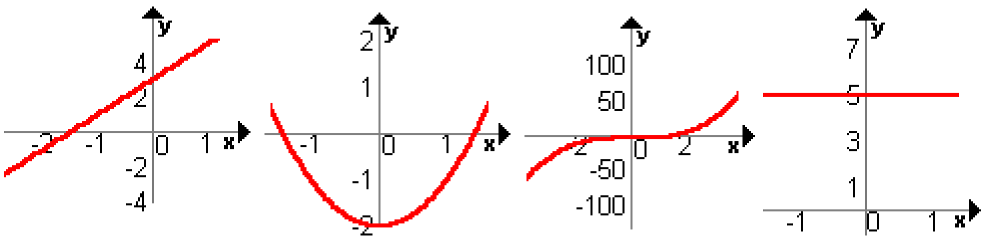
1) 1 XXX 2) -1 3) 2 4) – 2 5) 3

Resolução:

$$f(0) = 3.0 + 2m$$
$$f(0) = 2m$$
$$g(1) = -2.(1) + 1$$
$$g(1) = -1$$
$$Como, f(0) - g(1) = 3$$
$$Então,$$

$$2m - (-1) = 3$$
$$2m + 1 = 3$$
$$2m = 3 - 1$$
$$2m = 2$$
$$m = \frac{2}{2}$$
$$m = 1$$

13. Observe os seguintes gráficos:



Estes gráficos correspondem, respectivamente, a quais funções?

1) quadrática, 3º grau, linear e constante.
2) linear, 3º grau, quadrática e constante.
3) constante, quadrática, exponencial e linear.
4) linear, quadrática, 3º grau e constante. XXX
5) constante, exponencial, quadrática e linear.

Resolução:
Pela análise dos gráficos: 1) linear, pois é uma reta, 2) quadrática, pois é uma parábola, 3) de terceiro grau e 4) constante, pois é uma reta horizontal.

14. O lucro L de uma empresa é dado por $\boldsymbol{L(x) = -x^2 + 7x - 6}$, em que *x* é a quantidade vendida. Qual deve ser a quantidade vendida para o lucro ser máximo?

1) 3,5 unidades. XXX
2) 1,75 unidades.
3) 2 unidades.
4) 5 unidades.
5) 3 unidades.

Resolução:
Calculando a quantidade para atingir o lucro máximo:

$$V_x = -\frac{7}{2.(-1)} = -\frac{7}{-2} = 3{,}5 \; unidades$$

15. (UEL) A função real f, de variável real, dada por $f(x) = -x^2 + 12x + 20$, tem um valor:

1) mínimo, igual a -16, para x = 6
2) mínimo, igual a 16, para x = -12
3) máximo, igual a 56, para x = 6 XXX
4) máximo, igual a 72, para x = 12
5) máximo, igual a 56, para x = -6

Resolução:
Concavidade para baixo, ponto de máximo.

$$f(x) = -x^2 + 12x + 20$$
$$Vx = \frac{-12}{2(-1)} = 6$$
$$Vy = \frac{-(12^2 - 4.(-1).20)}{4(-1)} = 56$$

16. Sejam f e g funções em ℝ por $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x - 3$. O valor de $g(f(3))$ é:

1) – 3 2) -4 3) 7 4) 4 XXX 5) 10

Resolução:

Para calcular g(f(3)), precisamos primeiro encontrar o valor de f(3), então:

$$f(x) = 2x + 1$$
$$f(3) = 2.3 + 1$$
$$f(3) = 6 + 1$$
$$f(3) = 7$$

$$g(7) = x - 3$$
$$g(7) = 7 - 3$$
$$\boldsymbol{g(7) = 4}$$

17. Em algumas cidades você pode alugar um carro por R$ 154,00 por dia mais um adicional de R$ 16,00 por km. Qual será o valor para se alugar por um dia e dirigi-lo por 200 km?

1) R$ 3 354,00 XXX
2) R$ 370,00
3) R$ 1 980,00
4) R$ 2 790,00
5) R$ 3 054,00

Resolução:

$$V(x) = 154 + 16x$$

Dirigindo por 200Km, teremos:

$$V(200) = 154 + 16.(200)$$
$$V(200) = 154 + 3\,200$$
$$\boldsymbol{V(200) = 3\,354}$$

O aluguel ficou no valor de R$ 3 354,00.

18. As funções consumo e poupança de um operário de renda variável y são, respectivamente, $C = 100 + 0{,}6y$ e $S = 0{,}4y - 100$. Qual o seu consumo e sua poupança se ele ganhar R$ 480,00?

1) $C = R\$\,388{,}00$ e $S = R\$\,192{,}00$
2) $C = R\$\,388{,}00$ e $S = R\$\,92{,}00\ XXX$
3) $C = R\$\,288{,}00$ e $S = R\$\,92{,}00$
4) $C = R\$\,188{,}00$ e $S = R\$\,92{,}00$
5) $C = R\$\,192{,}00$ e $S = R\$\,388{,}00$

Resolução:

$$C = 100 + 0{,}6.(480)$$
$$C = 100 + 288$$
$$C = 388$$
$$Consumo = R\$\,388{,}00$$

$$S = 0{,}4.(480) - 100$$
$$S = 192 - 100$$
$$S = 92$$
$$Poupança = R\$\,92{,}00$$

19. Num determinado Estado, quando um veículo é rebocado por estacionar em local proibido, o motorista paga uma taxa fixa de R$ 76,88 e mais R$ 1,25 por dia de permanência no estacionamento da polícia. Se o valor pago foi de R$ 101,88, quantas horas o veículo ficou no estacionamento da polícia?

1) 20 dias XXX 2) 143 dias 3) 50 dias 4) 15 dias 5) 25 dias

Resolução:

Descrevendo a função temos:

$$f(x) = 76{,}88 + 1{,}25x$$

Substituindo o valor total em f(x):

$$101{,}88 = 76{,}88 + 1{,}25x$$
$$101{,}88 - 76{,}88 = 1{,}25x$$
$$25 = 1{,}25\,x$$
$$\frac{25}{1{,}25} = x$$
$$x = 20$$

Logo, o carro ficou 20 dias no estacionamento.

20. Um fabricante usa como política de vendas, colocar seu produto ao início de janeiro ao preço *p* e aumentar mensalmente esse preço de R$ 3,00. Em 1 de setembro esse preço passou a R$ 54,00. Qual foi o preço inicial em janeiro?

1) R$ 33,00 2) R$ 30,00 XXX 3) R$ 40,00 4) R$ 27,00 5) R$ 33,00

Resolução:

$V = p + 3x$, onde x é o período em meses.
$V = 54{,}00$, em setembro, ou seja,
$x = 8$.
Então, temos que:

$$54 = p + 3.8$$
$$54 = p + 24$$
$$54 - 24 = p$$
$$p = 30$$

Logo, o produto era de R$ 30,00 em janeiro.

DIFÍCIL:

1. O saldo de uma conta bancária é dado por $\boldsymbol{S = t^2 - 11t + 24}$, onde S é o saldo em reais e t é o tempo em dias. Qual é o valor do saldo mínimo? E em que dias ocorrerá?

1) Saldo mínimo: R$ 6,25, durante o 6º dia.
2) Saldo mínimo: – R$ 6,25, durante o 5º dia XXX
3) Saldo mínimo: R$ 6,25, durante o 4º dia.
4) Saldo mínimo: R$ 5,50, durante o 6º dia.
5) Saldo mínimo: – R$ 5,50, durante o 5º dia.

Resolução:

$$V_y = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(-11)^2 - 4.1.24}{4} = -\frac{121-96}{4} = -\frac{25}{4} = -6{,}25$$

Logo, o saldo mínimo será de – R$ 6,25.

$$V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-11}{2} = 5{,}5$$

Assim, concluímos que será durante o 5º dia.

2. No estoque inicial de uma loja, o número de casacos pretos era o triplo do número de casacos vermelhos. Foram vendidos 2 casacos vermelhos e 26 pretos, restando no estoque quantidades iguais de casacos de cada cor. O número total desses casacos no estoque inicial era?

1) 36 2) 48 XXX 3) 58 4) 66 5) 68

Resolução:

x = casacos pretos
y = casacos vermelhos
Primeiro passo:

$$x = 3y$$

Situação do estoque, onde encontramos o nº de casacos vermelhos:

$$(y-2) = (x-26)$$

Segundo passo:
Substitui o valor de x pela primeira função $(x = 3y)$

$$y - 2 = 3y - 26$$
$$y - 3y = -26 + 2$$

$$-2y = -24 \cdot (-1)$$
$$2y = 24$$
$$y = \frac{24}{2}$$
$$y = 12$$

Assim, são **12 casacos vermelhos**

$$x = 3y$$
$$x = 3 \cdot 12$$
$$x = 36$$

Assim, são **36 casacos pretos**
Logo, $12 + 36 = \mathbf{48}$**.**

Total de 48 cassacos no estoque inicial

3. Para produzir um objeto, um artesão gasta R$ 1,20 por unidade. Além disso, ele tem uma despesa fixa de R$ 123,50. Independentemente da quantidade de objetos produzidos. O preço de venda é de R$ 2,50 por unidade. O número mínimo de objetos que o artesão deve vender, para que recupere o capital empregado na produção dos mesmos, é:

1) 95 unidades XXX
2) 33 unidades
3) 70 unidades
4) 100 unidades
5) 55 unidades

Resolução:

Função custo do artesão:

$$C(x) = 123{,}50 + 1{,}20x$$
$$Função\ receita:$$
$$R(x) = 2{,}50x$$

Para recuperar o capital empregado, então precisamos igualar as funções:

$$123{,}50 + 1{,}20x = 2{,}50x$$
$$123{,}50 = 2{,}50x - 1{,}20x$$
$$123{,}50 = 1{,}30x$$
$$\frac{123{,}50}{1{,}30} = x$$
$$x = 95$$

4. O produto da idade de um casal de tartarugas é igual a 594. Uma tartaruga (fêmea) possui 15 anos a mais que seu companheiro de longa data. Calcule a idade de cada tartaruga em anos.

1) Fêmea: 18 anos e Macho: 33 anos
2) Fêmea: 49 anos e Macho: 34 anos
3) Fêmea: 48 anos e Macho: 33 anos
4) Fêmea: 33 anos e Macho: 18 anos XXX
5) Fêmea: 20 anos e Macho: 5 anos

Resolução:

x = macho
y = fêmea, logo $y = 15 + x$

$$x.(15 + x) = 594$$
$$15x + x^2 = 594$$
$$x^2 + 15x - 594 = 0$$
$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4.1.(-594)}}{2}$$
$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{2601}}{2}$$

$$x = \frac{-15 \pm 51}{2}$$
$$x' = \frac{-15 + 51}{2} = \frac{36}{2} = 18$$
$$x'' = \frac{-15 - 51}{2} = \frac{-66}{2} = -33$$

Como não existe idade negativa, consideramos penas o valor 18.

Logo, o macho possui 18 anos e a fêmea: 18 +
15 = 33 anos.

5. A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí a produção anual passou a seguir a lei $\boldsymbol{y = 1000 \cdot (0,9)^x}$. Em quantos anos a produção ficará em 810 unidades?

1) 5 anos 2) 3 anos 3) 2 anos XXX 4) 9 anos 5) 1 ano

Resolução:

$$y = 1000 \cdot (0,9)^x$$
$$810 = 1000 \cdot (0,9)^x$$
$$\frac{810}{1000} = (0,9)^x$$
$$0,81 = (0,9)^x$$
$$0,9^2 = (0,9)^x$$
$$2 = x$$

6. Um projétil é lançado verticalmente, para cima e sua trajetória é uma curva de equação $\boldsymbol{s = -40t^2 + 200t}$, onde s é o espaço percorrido, em metros, em *t* segundos. Qual é a altura máxima atingida por esse projétil? E em quantos segundos será atingida?

1) 2500 m e 30 s
2) 25 m e 250 s
3) 150 m e 25 s
4) 250 m e 25 s XXX
5) 100m e 10 s

Resolução:

Calculando a altura máxima:

$$V_y = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(200)^2 - 4.(-40).0}{4.(-40)} = -\frac{40\,000}{-160} = 250\ m$$

Calculando o tempo:

$$V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{200}{2.(-40)} = -\frac{200}{-80} = 25\ s$$

7. (UA–AM – Adaptada) Após várias experiências em laboratórios, observou-se que a concentração de certo antibiótico, no sangue de cobaias, varia de acordo com a função $\boldsymbol{y = 12x - 2x^2}$, em que *x* é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico. Em que horas a concentração é nula, ou seja, igual a zero?

1) 0 e 3h
2) 0 e 4h.
3) 0 e 6h
4) 0 e 10h.
5) 0 e 12 h. XXX

Resolução:

$$12x - 2x^2 = 0$$
$$x(12 - x) = 0$$
$$x' = 0$$
$$12 - x = 0$$
$$-x = -12$$
$$x'' = 12$$

8. A trajetória da bola, num chute a gol, descreve aproximadamente uma parábola. Supondo que sua altura *h(t)*, em metros, *t* segundos após o chute, seja dada por $\boldsymbol{h(t) = -t^2 + 5t\ (t \geq 0)}$. Em que instante a bola chega ao solo novamente, ou seja, no gol?

1) 5s XXX 2) 1s 3) 2s 4) 3s 5) 4s

Resolução:

$$-t^2 + 5t = 0$$
$$t.(-t + 5) = 0$$
$$t' = 0$$
$$-t + 5 = 0$$
$$5 = t''$$

9. (UESPI 2007) Um botânico, após registrar o crescimento diário de uma planta, verificou que o mesmo se dava de acordo com a função abaixo, com ***t*** representando o número de dias contados a partir do primeiro registro e ***f(t)*** a altura (em cm) da planta no dia ***t***. Nessas condições, é correto afirmar que o tempo necessário para que essa planta atinja a altura de 88,18 centímetros é:

$$f(t) = 0,7 + 0,04.\,3^{0,14t}$$

1) 30 dias 2) 40 dias 3) 46 dias 4) 50 dias XXX 5) 55 dias

Resolução:

$$f(t) = 0,7 + 0,04.\,3^{0,14t}$$
$$88,18 = 0,7 + 0,04.\,3^{0,14t}$$
$$88,18 - 0,7 = 0,04.\,3^{0,14t}$$
$$87,48 = 0,04.\,3^{0,14t}$$
$$2187 = 3^{0,14t}$$
$$3^7 = 3^{0,14t}$$
$$7 = 0,14t$$
$$\frac{7}{0,14} = t$$
$$t = 50\ dias$$

10. Andréia possuía R$ 600,00 para fazer uma cirurgia que tinha um custo total de R$ 3.000,00. No mês de outubro ela passou a economizar do seu salário R$ 200,00 que será utilizado para pagar esta cirurgia. Qual a função que relaciona o tempo, em meses, com a quantia em reais? Em quantos meses ela terá o montante necessário para realizar a cirurgia?

1) $C(x) = 200 + 600x$, 4,7 meses.
2) $C(x) = 700 + 200x$, 10 meses.
3) $C(x) = 600 + 200x$, 12 meses. XXX
4) $C(x) = 600 + 200x$, 15 meses.
5) $C(x) = 200 + 600x$, 12 meses.

Resolução:

Montando a função:

$C(x) = 600 + 200x$ (valor da economia, com o valor que Andréia já possuía).

O montante necessário para a cirurgia, se dá por:

$$3000 = 600 + 200x$$
$$3000 - 600 = 200x$$
$$2400 = 200x$$
$$\frac{2400}{200} = x$$
$$x = 12$$

11. (UFRN) A Academia *Fique em forma* cobra uma taxa de inscrição de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 50,00. A academia *Corpo e Saúde* cobra uma taxa de inscrição de R$ 70,00 e uma mensalidade de R$ 55,00. Qual academia oferece **menor custo** para uma pessoa que pretende "malhar" durante um ano?

1) A Academia Fique em Forma com o custo de R$ 690,00. XXX
2) A Academia Corpo e Saúde com o custo de R$ 730,00.
3) A Academia Fique em Forma com o custo de R$ 730,00.
4) A Academia Corpo e Saúde com o custo de R$ 690,00.
5) A Academia Fique em Forma com o custo de R$ 590,00.

Resolução:

Montando as funções:

Fique em Forma: $f(x) = 90 + 50x$

Corpo e Saúde: $g(x) = 70 + 55x$

Cálculo de 1 ano:

$f(x) = 90 + 50.12 = 90 + 600 = 690$

ou seja, R$ 690,00.

$g(x) = 70 + 55.12 = 70 + 660 = 730$

ou seja, R$ 730,00.

Logo, a Academia Fique em Forma possui no menor custo.

12. Um cabeleireiro cobra R$ 12,00 pelo corte para clientes com hora marcada e R$ 10,00 sem hora marcada. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com hora marcada e um número variável ***x*** de clientes sem hora marcada. Qual foi o número de clientes atendidos num dia em que foram arrecadados R$ 212,00?

1) 14 clientes. 2) 6 clientes. 3) 19 clientes. 4) 8 clientes. 5) 20 clientes. XXX

Resolução:

Montando a função:

$$V(x) = 12.6 + 10x$$
$$V(x) = 72 + 10x$$

Calculando as clientes atendidas:

$$212 = 72 + 10x$$
$$212 - 72 = 10x$$
$$140 = 10x$$
$$\frac{140}{10} = x$$
$$x = 14$$

São 14 clientes sem hora marcada, mas lembrando que são atendidas sempre 6 com hora marcada, precisamos somar, então $14 + 6 = 20$ clientes no total de um dia.

13. (INFO) A função f é definida por $f(x) = ax + b$. Sabe-se que $f(-1) = 3 \ e \ f(3) = 1$, então podemos afirmar que f(1) é igual a:

1) 2 2) -2 3) 0 4) 3 XXX 5) -3

Resolução:

$$f(-1) = 3$$
$$f(-1) = ax + b$$
$$f(-1) = a.(-1) + b$$
$$f(-1) = -a + b$$
$$3 = -a + b$$
$$f(3) = 1$$
$$f(3) = a.3 + b$$
$$1 = 3a + b$$

Escrevendo o sistema linear:

$$\begin{cases} -a + b = 3 \\ 3a + b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a - b = -3 \\ 3a + b = 1 \end{cases}$$
$$4a = -2$$
$$a = \frac{-2}{4}$$
$$\boldsymbol{a = -\frac{1}{2}}$$
$$-a + b = 3$$
$$-\frac{1}{2} + b = 3$$

$$b = 3 + \frac{1}{2}$$
$$b = \frac{6+1}{2}$$
$$\boldsymbol{b = \frac{7}{2}}$$

Escrevendo a função, temos:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$f(1) = -\frac{1}{2}.1 + \frac{7}{2}$$
$$f(1) = -\frac{1}{2} + \frac{7}{2}$$
$$f(1) = \frac{6}{2}$$
$$\boldsymbol{f(1) = 3}$$

14. A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí a produção anual passou a seguir a lei $\boldsymbol{y = 1000 \cdot (0,8)^x}$. Em quantos anos a produção ficará em 512 unidades?

$1)\ x = 4$ $2)\ x = 0{,}8$ $3)\ x = 8$ $4)\ x = 2$ $5)\ x = 3\ XXX$

Resolução:

$$y = 1000 \cdot (0{,}8)^x$$
$$512 = 1000.(0{,}8)^x$$
$$\frac{512}{1000} = 0{,}8^x$$
$$0{,}512 = 0{,}8^x$$
$$0{,}8^3 = 0{,}8^x$$
$$x = 3$$

15. A trajetória da bola, num chute a gol, descreve aproximadamente uma parábola. Supondo que sua altura *h(t)*, em metros, *t* segundos após o chute, seja dada por $\boldsymbol{h(t) = -t^2 + 4t\ (t \geq 0)}$**.** Em quanto tempo a bola atingirá a altura máxima? E qual é a altura máxima?

1) 4s e 8m
2) 3s e 6m
3) 2s e 4m XXX
4) 1s e 5m
5) 5s e 3m

Resolução:

$$V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2.(-1)} = -\frac{4}{-2} = 2\ V_y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(4^2 - 4.(-1).0)}{4.(-1)} = \frac{-16}{-4} = 4m$$

16. Em um ano, o valor *V*, de uma ação negociada na bolsa de valores, no decorrer dos meses, indicados por *t*, é dado pela expressão $V(t) = 2t^2 - 20t + 60$. Sabendo que o valor da ação é dado em reais (R$). Qual será o valor da ação após 5 meses? Em quantos meses o valor da ação será mínimo?

0) R$ 20,00 e 6 meses
1) R$ 30,00 e 5 meses
2) R$ 10,00 e 10 meses
3) R$ 10,00 e 5 meses XXX
4) R$ 60,00 e 6 meses

Resolução:

$$V(5) = 2.(5)^2 - 20.5 + 60$$
$$V(5) = 2.25 - 100 + 60$$
$$V(5) = 50 - 100 + 60$$
$$V(5) = 10$$

Logo, R$ 10,00.

$$V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-20)}{2.(2)} = \frac{20}{4} = 5\ meses$$

17. (FMJ-SP) O número de bactérias de uma cultura, *t* horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 19200 bactérias?

1) 4 horas 2) 10 horas XXX 3) 14 horas 4) 40 horas 5) 12 horas

Resolução:

$$N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$$
$$19200 = 1200 \cdot 2^{0,4t}$$
$$\frac{19200}{1200} = 2^{0,4t}$$
$$32 = 2^{0,4t}$$
$$2^4 = 2^{0,4t}$$
$$4 = 0{,}4t$$
$$\frac{4}{0{,}4} = t$$
$$10 = t$$

Logo, levará 10 horas.

18. (PUCC-SP) Numa certa cidade, o número de habitantes, num raio de r km a partir do seu centro, é dado por $P(r) = k \cdot 2^{3r}$, em que k é constante e r > 0. Se há 98 304 habitantes num raio de 5 km do centro, quantos habitantes há num raio de 3 km do centro?

1) 32 768 2) 3 024 3) 1 536 XXX 4) 4 608 5) 2 048

Resolução:

Primeiramente, precisamos calcular o k com os dados da população e raios fornecidos.

$$P(r) = k \cdot 2^{3r}$$
$$98\,304 = k.2^{3.5}$$
$$98\,304 = k.2^{15}$$
$$98\,304 = k.32\,768$$
$$\frac{98\,304}{32\,768} = k$$
$$k = 3$$

Após, calculamos a nova população com 3Km de raio, visto que k é uma constante.

$$P(r) = k \cdot 2^{3r}$$
$$P(3) = 3.2^{3.3}$$
$$P(3) = 3.2^{9}$$
$$P(3) = 3.512$$
$$P(3) = 1\,536$$

A população no raio de 3Km é 1 536 habitantes.

19. (Vunesp) Uma substância se decompõe aproximadamente segundo a lei $Q(t) = K \cdot 2^{-0,5t}$, em que *K* é uma constante, *t* indica o tempo (em minutos) e Q(t) indica a quantidade de substância (em gramas) no instante *t*. Sabendo que a quantidade é de 2048g para o tempo inicial, ou seja, *t* = 0min, em quanto tempo a quantidade da substância será de 512 g?

1) 2min 2) 5min 3) 2,5min 4) 4min XXX 5) 10min

Resolução:

Primeiramente, precisamos calcular o k com os dados da quantidade da substância e tempo fornecidos.

$$Q(t) = k \cdot 2^{-0,5t}$$
$$2048 = k.2^{-0,5.(0)}$$
$$2048 = k.2^{0}$$
$$2048 = k.1$$
$$2048 = k$$

Após, calculamos o tempo para atingir 512 gramas, visto que k é uma constante.

$$512 = 2048 \cdot 2^{-0,5t}$$
$$\frac{512}{2048} = 2^{-0,5t}$$
$$0,25 = 2^{-0,5t}$$
$$2^{-2} = 2^{-0,5t}$$
$$-2 = -0,5t$$
$$-\frac{2}{-0,5} = t$$
$$t = 4\,min$$

O tempo será de 4 minutos para atingir 512g.

20. Chama-se montante **(M)** a quantia que uma pessoa deve receber após aplicar um capital **C**, a juros compostos, a uma taxa **i** durante um tempo **t**. O montante pode ser calculado pela fórmula $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{t}}$. Supondo que o capital aplicado é de R$ 200.000,00 a uma taxa de 12% ao ano durante 3 anos, qual o montante no final da aplicação?

1) R$ 300 000,00 2) R$ 250 000,00 3) R$ 345 600,00 4) R$ 201 000,00 5) R$ 280 000,00 XXX

Resolução:

$$M = C.(1+i)^{t}$$
$$M = 200\,000.(1+0,12)^{3}$$
$$M = 200\,000.(1,12)^{3}$$
$$M = 200\,000.(1,40)$$
$$M = 280\,000$$

Logo, o montante final será de R$ 280 000,00.

QUESTÕES – DERIVADAS DIRETAS, PRODUTO E QUOCIENTE:

FÁCIL:

1. Qual é o valor da derivada de $f(x) = 3x^2$ no ponto $x = 7$?

1) 42 XXX 2) 21 3) 30 4) 40 5) 76

Resolução:

$$f'(x) = 3 \cdot 2x^{2-1} \rightarrow f'(x) = 6x$$
$$f(7) = 6 \cdot 7$$
$$f(7) = 42$$

2. Qual é a função derivada de $g(x) = x + \frac{9}{x}$?

1) $g'(x) = 1 + \dfrac{9}{x^2}$

2) $g'(x) = x - \dfrac{9}{x^2}$

3) $g'(x) = x + \dfrac{9}{x^2}$

4) $g'(x) = 1 - \dfrac{9}{x^2}$ XXX

5) $g'(x) = x + \dfrac{9}{x^3}$

Resolução:

$$g(x) = x + 9x^{(-1)}$$
$$g'(x) = x^{1-1} + (-1).9x^{(-1-1)}$$
$$g'(x) = 1 - 9.x^{(-2)}$$
$$g'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$$

3. Qual é a derivada da função $f(x) = 3x^4 - 3x + 2$?
1) $f'(x) = 3x^3 - 3$
2) $f'(x) = 12x^2 - 3x$
3) $f'(x) = 4x^2 + 3$
4) $f'(x) = 12x^3 - 1$
5) $f'(x) = 12x^3 - 3$ XXX

Resolução:

$$f'(x) = 12x^3 - 3.x^{1-1} + 0 \quad \to \quad f'(x) = 12x^3 - 3$$

4. Qual é a derivada da função $f(x) = -5x^4 + x - 5$?
1) $f'(x) = -5x^3 + 1$
2) $f'(x) = 20x^3 - x$
3) $f'(x) = -20x^3 + 1 - 5$
4) $f'(x) = -4x^3 + 1$
5) $f'(x) = -20x^3 + 1$ XXX

Resolução:

$$f'(x) = -5.4x^3 + x^{1-1} + 0 \quad \to \quad f'(x) = -20x^3 + 1$$

5. Para a função $f(x) = x^2 - 4$, qual é a derivada $f\,'(x)$ no ponto $x = 3$?
1) 2 2) 9 3) – 4 4) 4 5) 6 XXX

Resolução:

Derivando a função, temos:

$$f(x) = x^2 - 4$$
$$f'(x) = 2x + 0$$
$$f'(x) = 2x$$

Calcular, $x = 3$:

$$f'(3) = 2.3$$
$$f'(3) = 6$$

6. Para a função $f(x) = x^2 - 3x + 4$, qual é a derivada $f'(x)$ no ponto $x = 6$?
1) 6 2) 0 3) 9 XXX 4) 3 5) 12

Resolução:

Derivando a função, temos:

$$f(x) = x^2 - 3x + 4$$
$$f'(x) = 2x - 3 + 0$$

Calcular, f(x), quando $x = 6$:

$$f'(6) = 2.6 - 3$$
$$f'(6) = 12 - 3$$
$$f'(6) = 9$$

7. Qual é a função derivada de $y = x - {}^{5}/_{x^2}$?
1) $y' = 1 + \frac{10}{x^3}$ XXX
2) $y' = x - \frac{10}{x^3}$
3) $y' = x + \frac{5}{x^2}$
4) $y' = 1 - \frac{5}{x^3}$
5) $y' = x + \frac{10}{x^3}$

Resolução:

$$y = x - 5x^{(-2)}$$
$$y' = 1 - \left[(-2).5x^{(-2-1)}\right]$$
$$y' = 1 + 10.x^{(-3)}$$
$$y' = 1 + \frac{10}{x^3}$$

8. Qual é a função derivada de $y = sen(x) - 5x^3$?
1) $y' = \cos(x) + 5x^2$
2) $y' = -\cos(x) - 15x^2$
3) $y' = \cos(x) - 5x^2$
4) $y' = \cos(x) - 15x^2$ XXX
5) $y' = -\cos(x) + 15x^2$

Resolução:

$$y = sen(x) - 5x^3$$
$$y' = \cos(x) - 5.3.x^{3-1}$$
$$y' = \cos(x) - 15x^2$$

9. Qual é a função derivada de $y = cos(x) + 8x$?
1) $y' = \mathrm{sen}(x) + 8x$
2) $y' = -\mathrm{sen}(x) + 8$ XXX
3) $y' = -\mathrm{sen}(x) - 8$
4) $y' = -\mathrm{sen}(x) + 16$
5) $y' = \mathrm{sen}(x) + x$

Resolução:

$$y = cos(x) + 8x$$
$$y' = -\mathrm{sen}(x) + 8x^{-1-1}$$
$$y' = -\mathrm{sen}(x) + 8$$

10. Qual é a função derivada de $y = e^x + 6x^2$?

1) $y' = e^x + 6x$
2) $y' = e^x + 12x$ XXX
3) $y' = 3e^x + 6x$
4) $y' = e^x - 12x$
5) $y' = 2e^x - 6x$

Resolução:

$$y = e^x + 6x^2$$
$$y' = e^x + 6.2x^{2-1}$$
$$y' = e^x + 12x$$

11. Qual é a função derivada de $y = -6x^4 + 9x^2 - 7$?
1) $y' = -24x^4 + 18x - 7$
2) $y' = -6x^3 + 9x$
3) $y' = -24x^3 + 18x$ XXX
4) $y' = -6x^3 + 18x$
5) $y' = -24x^3 + 9x - 7$

Resolução:

$$y = -6x^4 + 9x^2 - 7$$
$$y' = -6.4x^{4-1} + 9.2x^{2-1} + 0$$
$$y' = -24x^3 + 18x$$

12. Qual é a função derivada de $y = e^x - 8x$?
1) $y' = e^x - x$
2) $y' = 2e^x - 8$
3) $y' = e^{-x} - 8$
4) $y' = xe^{x-1} - 8$
5) 4) $y' = e^x - 8$ XXX

Resolução:

$$y = e^x - 8x$$
$$y' = e^x - 8x^{1-1}$$
$$y' = e^x - 8$$

13. Qual é a função derivada de $y = tgx + 3x^2$?

1) $y' = tgx + 3x$
2) $y' = tg^2x + 6x$
3) $y' = sec^2x + 6x$ XXX
4) $y' = sec^2x + 3x$
5) $y' = -sec^2x + 6x$

Resolução:

$$y = tgx + 3x^2 \ \rightarrow \ y' = sec^2x + 3.2x^{2-1'} = sec^2x + 6x$$

14. Qual é a função derivada de $y = \ln x - x + 5$?
1) $y' = x^{-2} - 1$
2) $y' = {}^1/_x - 1 + 5$
3) $y' = {}^1/_x - x$
4) $y' = {}^1/_x - 1$ XXX
5) $y' = -{}^1/_x - 1$

Resolução:

$$y = \ln x - x + 5$$
$$y' = {}^1/_x - x^{1-1} + 0$$
$$y' = \frac{1}{x} - 1$$

15. Qual é a função derivada de $y = {}^x/_3 + 4x^3$?
1) $y' = 3x + 12x^2$
2) $y' = \frac{x}{4} + 12x^2$
3) $y' = \frac{1}{3} + 12x^2$ XXX
4) $y' = \frac{1}{3} + 4x^2$
5) $y' = \frac{x}{3} + 12x^2$

Resolução:

$$y = {}^x/_3 + 4x^3$$
$$y' = \frac{1}{3}x^{1-1} + 4.3x^{3-1}$$
$$y' = \frac{1}{3} + 12x^2$$

16. Qual é a função derivada de $y = -5\ln x + 7x$?
1) $y' = -5x^{-2} + 7$
2) $y' = {}^{-5}/_x + 7$ XXX
3) $y' = -5 + 7x$
4) $y' = -{}^5/_x + 7x$
5) $y' = {}^5/_x + 7$

Resolução:

$$y = -5\ln x + 7x \quad \rightarrow \quad y' = -5.\left({}^1/_x\right) + 7x^{1-1} \rightarrow \quad y' = -{}^5/_x + 7$$

17. Qual é a função derivada de $y = \sqrt{x} - 6x^3$?
1) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 6x^2$
2) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 18x^2$ XXX
3) $y' = 2\sqrt{x} - 18x^2$
4) $y' = \frac{2}{\sqrt{x}} - 18x^2$
5) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^3}} - 6x^2$

Resolução:

$$y = \sqrt{x} - 6x^3 \qquad y = x^{1/2} - 6x^3$$

$y' = \frac{1}{2}.x^{1/2-1} - 6.3x^{3-1}$ $\qquad y' = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} - 18x^2$ $\qquad y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 18x^2$

$y' = \frac{1}{2}\,.x^{-\frac{1}{2}} - 18x^2$

18. Qual é a derivada de $f(x) = 3sen\,x$ no ponto $x = \pi$?

1) 3 2) π 3) – 3 XXX 4) 1 5) 0

Resolução:

$f'(x) = 3\cos x$ $\qquad f'(\pi) = 3.(-1)$

$f'(\pi) = 3\cos\pi$ $\qquad f'(\pi) = -3$

19. Qual é a derivada de $f(x) = -5\cos x + 4x^2$ no ponto $x = 0$?

1) 3 2) 13 3) 9 4) 0 XXX 5) -5

Resolução:

$f'(x) = -5.(-\text{sen}\,x) + 4.2\,x^{2-1}$ $\qquad f'(0) = 0$

$f'(x) = 5\,\text{sen}\,x + 8x$

$f'(0) = 5\,.sen\;0 + 8.0$

20. Qual é a derivada de $f(x) = -7\;sen\;(x) + x$ no ponto $x = 0$?

1) – 6 XXX 2) 5 3) 1 4) 8 5) 0

Resolução:

$f'(x) = -7.(\cos x) + x^{1-1}$ $\qquad f'(0) = -7.1 + 1$

$f'(x) = -7\cos x + 1$ $\qquad f'(0) = -6$

$f'(0) = -7\,.\cos 0 + 1$

MÉDIO:

1. Qual é o coeficiente angular da reta tangente a função $y = 4x^2 + 7x$?

1) 8 XXX 2) 6 3) 3 4) 0 5) 7

Resolução:

Para calcular a equação da reta tangente, é necessário derivar a função, assim temos:

$$y' = 8x + 7$$

O coeficiente angular é o coeficiente do x, logo:

$$coeficiente\ angular = 8$$

2. Qual é a derivada de $f(x) = 5x.sen\;(x) + 4x$?

1) $f'(x) = 5\cos x + 4$
2) $f'(x) = 5\,\text{sen}\,x + 5x.\cos x + 4$ XXX
3) $f'(x) = 5\,\text{sen}\,x + \cos x + 4$
4) $f'(x) = 5\,\text{sen}\,x + 5x.\cos x + 4x$
5) $f'(x) = 5\cos x + 4x$

Resolução:

Para derivar a primeira parte da função f(x) precisamos utilizar a regra do produto: $u'.v + v'.u$, e a segunda parte derivada direta do formulário. Então:

$$f'(x) = 5\,.(\text{sen}\,x) + cosx.5x + 4 \;\rightarrow\; f'(x) = 5\,\text{sen}\,x + 5x.\cos x + 4$$

3. Qual é a derivada de $f(x) = x^2.\cos(x) - 9$?

1) $f'(x) = -2x.(\text{sen}\,x)$
2) $f'(x) = 2x.(\cos x) + x^2.\text{sen}\,x$
3) $f'(x) = 2x.(\cos x) - x^2.\text{sen}\,x$ XXX
4) $f'(x) = -x^{2\,\text{sen}\,x}$
5) $f'(x) = 2x.(\cos x) - x.\cos x$

Resolução:

Para derivar a primeira parte da função f(x) precisamos utilizar a regra do produto: $u'.v + v'.u$, e a segunda parte derivada direta do formulário. Então:

$f'(x) = (x^2)'.\cos(x) + (\cos x)'.x^2 + 0$ $\qquad f'(x) = 2x.(\cos x) - x^2.\text{sen}\,x$

$f'(x) = 2x\,.(\cos x) + (-sen\;x).x^2$

4. Marque a resposta correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = 5xe^x$.

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5xe^x + 5x^{2e^x}$
2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5e^x$
3) $\frac{\partial y}{\partial x} = -5e^x - 10xe^x$
4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5e^x + 5xe^x$ XXX
5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 10e^x$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto: \frac{\partial y}{\partial x} = u'.v + v'.u$$ $$\frac{\partial y}{\partial x} = 5e^x + 5xe^x$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = (5x)'.e^x + e^x.5x$$

5. Qual é a derivada de: $f(x) = x^3.(2x+7)$?

1) $f'(x) = 6x^3 + 21x^2$
2) $f'(x) = 2x^4 + 7x^3$
3) $f'(x) = 6x^3$
4) $f'(x) = 3x^2 + 2$
5) $f'(x) = 8x^3 + 21x^2$XXX

Resolução:
Para esta derivada não é necessário, mas pode aplicar a regra do produto. Ou, apenas realizar a propriedade distributiva da multiplicação, pois é a mesma função em “x”.

$$f(x) = x^3.2x + x^3.7$$
$$f(x) = 2x^4 + 7x^3$$
$$f'(x) = 8x^3 + 21x^2$$

6. Qual é a derivada de: $f(x) = 7x^3.(\cos x)$?

1) $f'(x) = 21x^2.\cos x - 7x^3.sen\ x$ XXX
2) $f'(x) = 7x^2.\cos x + 7x^3.sen\ x$
3) $f'(x) = -21x^2.sen\ x$
4) $f'(x) = 7x^2.sen\ x$
5) $f'(x) = 21x^2.\cos x + 7x^3.sen\ x$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto: f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (7x^3)'.\cos x + (\cos x)'.7x^3$$
$$f'(x) = 21x^2.\cos x + 7x^3.(-sen\ x)$$
$$f'(x) = 21x^2.\cos x - 7x^3.sen\ x$$

7. Qual é a derivada de: $f(x) = 3x^4.\cos x$?

1) $f'(x) = 12x^2.\cos x + 3x^4.sen\ x$
2) $f'(x) = 12x^3.\cos x - 3x^4.sen\ x$ XXX
3) $f'(x) = -12x^3.sen\ x$
4) $f'(x) = 3x^4.sen\ x$
5) $f'(x) = -12x^3.\text{sen}\ x + 3x^4.\cos x$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto: f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (3x^4)'.\cos x + (\cos x)'.3x^4$$
$$f'(x) = 12x^3.\cos x + 3x^4.(-sen\ x)$$
$$f'(x) = 12x^3.\cos x - 3x^4.sen\ x$$

8. Qual é a derivada de: $f(x) = 8x.e^x$?

1) $f'(x) = 8e^x + x.e^x$
2) $f'(x) = 8e^x + 8e^x$
3) $f'(x) = 8e^x + 8x.e^x$ XXX
4) $f'(x) = 8xe^x + x.e^{8x}$
5) $f'(x) = 8xe^x + x^{2.e^x}$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto: f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (8x)'.e^x + (e^x)'.8x$$
$$f'(x) = 8e^x + 8x.e^x$$

9. Qual é a derivada de: $f(x) = 5x^2.e^x$?

1) $f'(x) = 10xe^x$
2) $f'(x) = 5e^x + 10xe^x$
3) $f'(x) = 10x.e^x + 5x^{2.e^x}$ XXX
4) $f'(x) = xe^x + 5x.e^{8x}$
5) $f'(x) = xe^x + x^{2.e^x}$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto: f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (5x^2)'.e^x + (e^x)'.5x^2$$
$$f'(x) = 2.5.x^{2-1}.e^x + 5x^2.e^x$$
$$f'(x) = 10x.e^x + 5x^2.e^x$$

10. Qual é a derivada de:

$$f(x) = \frac{4x^3}{2x} \ ?$$

1) $f'(x) = 2x$
2) $f'(x) = 16x$
3) $f'(x) = 2x^2$
4) $f'(x) = 4x$ XXX
5) $f'(x) = 8x^2$

Resolução:
Para derivar, precisamos dividir as funções, assim teremos:

$$2x^{3-1} = 2x^2$$

E a derivada é:

$$(2x^2)' = 4x$$

11. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{6x^2}{e^x} \ ?$$

1) $y' = \frac{6x.e^x}{e^{2x}}$

2) $y' = \frac{12x}{e^x}$

3) $y' = \frac{18x.e^x}{e^{2x}}$

4) $y' = \frac{12x.e^x + 6x^2.e^x}{e^x}$

5) $y' = \frac{12x.e^x - 6x^{2.e^x}}{e^{2x}}$ XXX

Resolução:
Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2} \text{, onde } u = 6x^2 e\ v = e^x$$

$$y' = \frac{6.2.x^{2-1}.e^x - (e^x.6x^2)}{(e^x)^2}$$

$$y' = \frac{12x.e^x - 6x^{2.e^x}}{e^{2x}}$$

12. Qual é a derivada de: $f(x) = 6x.\operatorname{sen} x$?

1) $f'(x) = 6sen\ x\ + 6x.\cos x$ XXX
2) $f'(x) = 6x.sen\ x\ + 6\cos x$
3) $f'(x) = -6sen\ x\ + 6x.\operatorname{sen} x$
4) $f'(x) = 6\cos x$
5) $f'(x) = 6sen\ x - 6x.\cos x$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto:$$
$$f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (6x)'.sen\ x + (sen\ x)'.6x$$
$$f'(x) = 6x^{1-1}.sen\ x + 6x.\cos x$$
$$f'(x) = 6sen\ x\ + 6x.\cos x$$

13. Qual é a derivada de: $f(x) = x^4.\operatorname{cotg} x$?

1) $f'(x) = x^4.cotg\ x - 4x^3.\operatorname{cossec}^2 x$
2) $f'(x) = 4x^3.cotg\ x - x^4.\operatorname{cossec}^2 x$ XXX
3) $f'(x) = -4x^3.cossec^2 x$
4) $f'(x) = 4x.\operatorname{cotg} x + x^4.cossec\ x$
5) $f'(x) = -4x.\operatorname{cossec} x$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto: f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (x^4)'.cotg\ x + (cotg\ x)'.x^4$$
$$f'(x) = 4x^{4-1}.cotg\ x + (-cossec^2 x).x^4$$
$$f'(x) = 4x^3.cotg\ x - x^4.\operatorname{cossec}^2 x$$

14. Qual é a derivada da seguinte função: $f(b) = \sqrt[3]{b^2} - 9b^2 + 4\ln(b)$?

1) $f'(b) = 2\sqrt[3]{b} - 9b + \frac{4}{b}$

2) $f'(b) = \frac{2}{\sqrt[3]{b}} + 18b^2 + 4\ln(b)$

3) $f'(b) = \frac{2}{3\sqrt[3]{b}} - 18b + \frac{4}{b}$ XXX

4) $f'(b) = \frac{2}{3\sqrt[3]{b}} - 9b + \frac{4}{b}$

5) $f'(b) = \frac{2\sqrt[3]{b^5}}{3} - 18b + \frac{4}{b}$

Resolução:

$$f(b) = \sqrt[3]{b^2} - 9b^2 + 4\ln(b)$$
$$f(b) = b^{2/3} - 9b^2 + 4\ln(b)$$
$$f'(b) = \frac{2}{3}b^{\frac{2}{3}-1} - 9.2.b^{2-1} + 4.\frac{1}{b}$$
$$f'(b) = \frac{2}{3}b^{-\frac{1}{3}} - 18b + \frac{4}{b}$$
$$f'(b) = \frac{2}{3\sqrt[3]{b}} - 18b + \frac{4}{b}$$

15. Qual é a derivada de: $f(x) = x^5.\ln x$?

1) $f'(x) = x^5.\ln x + 5x^4$
2) $f'(x) = 5x^3 + x^5 \ln x$
3) $f'(x) = x^4 \ln x + 5x$
4) $f'(x) = 5x^4.\ln x + x^4$ XXX
5) $f'(x) = 5x^3$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto: f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (x^5)'.\ln x + (ln\ x)'.x^5$$
$$f'(x) = 5x^{5-1}.\ln x + \left(1/x\right).x^5$$
$$f'(x) = 5x^4.\ln x + x^{5-1}$$
$$f'(x) = 5x^4.\ln x + x^4$$

16. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}} \ ?$$

$1)\ y' = \frac{9}{\sqrt[3]{x}}$

$2)\ y' = \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$

$3)\ y' = 6\sqrt[3]{x^2}$

$4)\ y' = \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$

$5)\ y' = -\frac{6}{\sqrt[3]{x^5}}\ XXX$

Resolução:

$$y = 9.\left(x^{-2/3}\right)$$
$$y' = 9.-\frac{2}{3}.\left(x^{-\frac{2}{3}-1}\right)$$
$$y' = -6.x^{-\frac{5}{3}}$$
$$y' = -\frac{6}{\sqrt[3]{x^5}}$$

17. Qual é a derivada de: $f(x) = 9x.2\ln x$?

1) $f'(x) = 9.\ln x + 9x$
2) $f'(x) = 9.\ln x + 18x$
3) $f'(x) = 18.\ln x + 9x$
4) $f'(x) = 18.\ln x + 9$
5) $f'(x) = 18.\ln x + 18$ XXX

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto: f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (9x)'.2\ln x + (2ln\ x)'.9x$$
$$f'(x) = 9x^{1-1}.2\ln x + \left(2.{}^{1}/_{x}\right).9x$$
$$f'(x) = 9.2\ln x + {}^{2}/_{x}.9x$$
$$f'(x) = 18.\ln x + 18$$

18. Qual é a derivada de: $f(x) = 2x^4.\cos x$?

1) $f'(x) = 8x^3.\cos x - 2x^4.sen\ x$ XXX
2) $f'(x) = 2x^3.\cos x - 2x^4.sen\ x$
3) $f'(x) = 2x^3.\cos x + 2x^4.sen\ x$
4) $f'(x) = 8x^3.\cos x + 2x^4.sen\ x$
5) $f'(x) = -8x^3.\text{sen}\ x + 2x^4.\cos x$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto:$$
$$f'(x) = u'.v + v'.u$$
$$f'(x) = (2x^4)'.\cos x + (\cos x)'.2x^4$$
$$f'(x) = 2.4.x^{4-1}.\cos x + (-sen\ x).2x^4$$
$$f'(x) = 8x^3.\cos x - 2x^4.sen\ x$$
$$f'(x) = 8x^3.\cos x - 2x^4.sen\ x$$

19. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{sen\ x}{3x}\ ?$$

$1)\ y' = \frac{3x.\cos x - 3.\text{sen}\,x}{9x^2}$

$2)\ y' = \frac{3x.\cos x - 3.\cos x}{9x^2}\quad XXX$

$3)\ y' = \frac{3x.\cos x - 3.\text{sen}\,x}{3x^2}$

$4)\ y' = \frac{3.\cos x + 3.\text{sen}\,x}{9x^2}$

$5)\ y' = \frac{x.\cos x - 3.\text{sen}\,x}{3x^2}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}, onde$$
$$u = sen\ x\ \ e\ v = 3x$$
$$y' = \frac{\cos x.3x - ((3x)'.\text{sen}\,x)}{(3x)^2}$$
$$y' = \frac{3x.\cos x - 3.\text{sen}\,x}{9x^2}$$

20. Qual é a abscissa do ponto crítico da função: $f(x) = x^2 + x - 2$?

1) ½
2) 2
3) -1/2 XXX
4) 0
5) 1

Resolução:

Derivando a função em primeira e segunda ordem, respectivamente obtemos, $f'(x) = 2x + 1\ e\ f''(x) = 2$

Assim para calcular a abscissa (coordenada "x") do ponto crítico é necessário resolver a equação $2x + 1 = 0$, obtendo: $2x = -1 \quad \rightarrow \quad x = -{}^{1}/_{2}$

Logo, $x = -{}^{1}/_{2}$ é ponto crítico da função.

DIFÍCIL:

1. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{6+x}{3-x}\ ?$$

1) $y' = \frac{x+6}{9-6x+x^2}$

2) $y' = \frac{9}{9+x^2}$

3) $y' = \frac{3-x}{9-6x+x^2}$

4) $y' = \frac{9}{9-6x+x^2}$ XXX

5) $y' = \frac{9}{9-x^2}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , onde$$

$$u = 6 + x \quad e \ v = 3 - x$$

$$y' = \frac{1.(3-x) - \left((-1).(6+x)\right)}{(3-x)^2}$$

$$y' = \frac{3 - x - (-6 - x)}{9 - 6x + x^2}$$

$$y' = \frac{3 - x + 6 + x}{9 - 6x + x^2}$$

$$y' = \frac{9}{9 - 6x + x^2}$$

2. Marque a resposta correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = e^x.(2x^3 + 9x^2)$.

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = e^x.(2x^3 + 15x^2 + 18x)$ XXX
2) $\frac{\partial y}{\partial x} = e^x.(2x^3 + 9x^2) + (6x^2 + 18x)$
3) $\frac{\partial y}{\partial x} = (2x^3 + 9x^2) + (6x^2 + 18x).e^x$
4) $\frac{\partial y}{\partial x} = e^x.(6x^2 + 18x)$
5) $\frac{\partial y}{\partial x} = e^x.(2x^3 + 9x^2)$

Resolução:

$$Derivada\ do\ Produto:$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = u'.v + v'.u$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = e^x.(2x^3 + 9x^2) + (6x^2 + 18x).e^x$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = e^x.(2x^3 + 9x^2 + 6x^2 + 18x)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = e^x.(2x^3 + 15x^2 + 18x)$$

3. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{7x^2 + 5}{9x}\ ?$$

1) $y' = \frac{126x^2 - 45}{81x^2}$

2) $y' = \frac{63x^2 - 45}{81x^2}$ XXX

3) $y' = \frac{63x^2 + 45}{81x^2}$

4) $y' = \frac{126x^2 + 45}{81x^2}$

5) $y' = \frac{63x^2 - 45}{9x^2}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}, u = 7x^2 + 5\ e\ v = 9x$$

$$y' = \frac{(7x^2 + 5)'.(9x) - \left(9.(7x^2 + 5)\right)}{(9x)^2}$$

$$y' = \frac{(7.2.x).9x - (63x^2 + 45)}{81x^2}$$

$$y' = \frac{126x^2 - 63x^2 - 45}{81x^2}$$

$$y' = \frac{63x^2 - 45}{81x^2}$$

4. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{2\cos x}{6x}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{-12x.sen\ x - 12\cos x}{6x^2}$

2) $y' = \dfrac{-12x.sen\ x + 12\cos x}{36x^2}$

3) $y' = \dfrac{-x.sen\ x - \cos x}{3x^2}$ XXX

4) $y' = \dfrac{x.sen\ x + \cos x}{x^2}$

5) $y' = \dfrac{-12x.sen\ x - \cos x}{3x^2}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , u = 2\cos x\ e\ v = 6x$$

$$y' = \frac{(2\cos x)'.(6x) - \big(6.(2\cos x)\big)}{(6x)^2}$$

$$y' = \frac{\big(2.(-sen\ x)\big).6x - (12\cos x)}{(6x)^2}$$

$$y' = \frac{-12x.sen\ x - 12\cos x}{36x^2},$$

$simplificando\ tudo\ por\ 12, temos$:

$$y' = \frac{-x.sen\ x - \cos x}{3x^2}$$

5. Marque a resposta correta para

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\sqrt{x^5}}{4x+7}$$

1) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{6\sqrt{x^5} + \frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2 + 56x + 49}$

2) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{6\sqrt{x^3} + \frac{35}{2}\sqrt{x}}{16x^2 + 49}$

3) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{6\sqrt{x^5} + \frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2 + 49}$

4) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{6\sqrt{x^5} + \frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2 + 56x + 49}$ XXX

5) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{6x^3 - 4\sqrt{x^5}}{16x^2 + 56x + 49}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , onde\ u = \sqrt{x^5}\ e\ v = 4x + 7$$

$$y' = \frac{\left(\sqrt{x^5}\right)'.(4x+7) - \left(4.\left(\sqrt{x^5}\right)\right)}{(4x+7)^2}$$

$$y' = \frac{\left(\frac{5}{2}.x^{5/2-1}.(4x+7)\right) - \left(4\sqrt{x^5}\right)}{16x^2 + 56x + 49}$$

$$y' = \frac{\left(\frac{5}{2}.x^{3/2}.(4x+7)\right) - \left(4\sqrt{x^5}\right)}{16x^2 + 56x + 49}$$

$$y' = \frac{\left(10x^{3/2+1} + \frac{35}{2}x^{3/2}\right) - \left(4x^{5/2}\right)}{16x^2 + 56x + 49}$$

$$y' = \frac{10x^{5/2} + \frac{35}{2}x^{3/2} - 4x^{5/2}}{16x^2 + 56x + 49}$$

$$y' = \frac{6x^{5/2} + \frac{35}{2}x^{3/2}}{16x^2 + 56x + 49}$$

$$y' = \frac{6\sqrt{x^5} + \frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2 + 56x + 49}$$

6. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{5e^x}{7x^2}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{35x^{2e^x} - 10xe^x}{7x^2}$

2) $y' = \dfrac{5x^{2e^x} - 70xe^x}{7x^4}$

3) $y' = \dfrac{5x^{2e^x} - 10xe^x}{49x^4}$

4) $y' = \dfrac{5x^{2e^x} - 10xe^x}{7x^4}$ XXX

5) $y' = \dfrac{5xe^x - 10x^{2e^x}}{7x^2}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , onde\ u = 5e^x\ e\ v = 7x^2$$

$$y' = \frac{(5e^x)'.(7x^2) - \big((7x^2)'.(5e^x)\big)}{(7x^2)^2}$$

$$y' = \frac{35x^{2e^x} - (14x.5e^x)}{(7x^2)^2}$$

$$y' = \frac{35x^{2e^x} - 70xe^x}{49x^4},$$

$simplificando\ tudo\ por\ 7, temos$: $y' = \dfrac{5x^{2e^x} - 10xe^x}{7x^4}$

7. Marque a resposta correta para

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{6x^2}{\sqrt{x}}$$

1) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = 6x$
2) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = 9x$
3) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{9}{\sqrt{x}}$
4) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{\left(12x^{1/2}\right) - \left(\frac{3}{x}\right)}{x}$
5) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = 9\sqrt{x}$ XXX

Resolução:
Para derivar essa função, podemos dividir as funções, sendo assim não precisamos utilizar a regra do quociente, mas pode ser realizado das duas formas:

$$y = 6x^{2-\frac{1}{2}}$$
$$y = 6x^{\frac{3}{2}}$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 6 \cdot \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1}$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 9x^{\frac{1}{2}}$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 9\sqrt{x}$$

8. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{\operatorname{tg} x}{4x^3}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{x^3.sec^2\,x - 3x^2.\operatorname{tg} x}{4x^6}$ XXX
2) $y' = \dfrac{4x^3.sec^2\,x - 4x^3.\operatorname{tg} x}{4x^6}$
3) $y' = \dfrac{4x^3.sen\,x - 4x^3.\operatorname{tg} x}{16x^6}$
4) $y' = \dfrac{x^3.sec^2\,x - 3x^2.\operatorname{tg} x}{4x^5}$
5) $y' = \dfrac{x^3.\operatorname{tg} x - 3x^{2.\sec^2 x}}{4x^6}$

Resolução:
Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , onde\ u = \operatorname{tg} x\ \ e\ v = 4x^3$$

$$y' = \frac{(\operatorname{tg} x)'.(4x^3) - \left((4x^3)'.(\operatorname{tg} x)\right)}{(4x^3)^2}$$
$$y' = \frac{(sec^2x.4x^3) - (4.3.x^{3-1}.\operatorname{tg} x)}{16x^6}$$
$$y' = \frac{4x^3.sec^2x - 12x^2.\operatorname{tg} x}{16x^6}$$

$simplificando\ tudo\ por\ 4, temos$:

$$y' = \frac{x^3.sec^2\,x - 3x^2.\operatorname{tg} x}{4x^6}$$

9. Qual é a derivada de:

$$C(x) = 7x^3.(5e^x + 4x)?$$

1) $C(x)' = 112x^2e^x + 105x^3 + 35x^3e^x$
2) $C(x)' = 105x^2e^x + 112x^3 + 35x^3e^x$ XXX
3) $C(x)' = 105x^2e^x + 84x^3 + 35x^3e^x$
4) $C(x)' = 105x^2e^x + 84x^3 + 35x^3$
5) $C(x)' = 35x^2e^x + 56x^3 + 35x^3e^x$

Resolução:
Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do produto:

$$C(x)' = u'.v + v'.u\ , onde\ u = 7x^3\ e\ v = 5e^x + 4x$$
$$C(x)' = (7x^3)'.(5e^x + 4x) + (5e^x + 4x)'.7x^3$$
$$C(x)' = (7.3.x^{3-1}).(5e^x + 4x) + (5e^x + 4).7x^3$$
$$C(x)' = 21x^2.(5e^x + 4x) + (35x^3e^x + 28x^3)$$
$$C(x)' = 105x^2e^x + 84x^3 + (35x^3e^x + 28x^3)$$
$$C(x)' = 105x^2e^x + 112x^3 + 35x^3e^x$$

10. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{5x^3 + 7}{9\ sen\ x}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{135x^2. senx - 45x^3. \cos x + 63 \cos x}{81\ sen^2x}$

2) $y' = \dfrac{135x^2. senx - 45x^3. \cos x - 63 \cos x}{9\ sen^2x}$

3) $y' = \dfrac{135x^2. senx - 45x^3. \cos x - 63 \cos x}{81\ sen^2x} XXX$

4) $y' = \dfrac{45x^2. senx - 45x^3. \cos x - 7 \cos x}{81\ sen^2x}$

5) $y' = \dfrac{15x^2. senx - 5x^3. \cos x - 7 \cos x}{81\ sen^2x}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'. v - v'. u}{v^2}, onde\ u = 5x^3 + 7\ e\ v = 9senx$$

$$y' = \frac{(5x^3 + 7)'. (9senx) - ((9sen\ x)'. (5x^3 + 7))}{(9\ senx)^2}$$

$$y' = \frac{(5.3. x^{3-1}. 9\ senx) - \left(9 \cos x\,. (5x^3 + 7)\right)}{81\ sen^2x}$$

$$y' = \frac{(135x^2. senx) - (45x^3. \cos x + 63 \cos x)}{81\ sen^2x}$$

$$y' = \frac{135x^2. senx - 45x^3. \cos x - 63 \cos x}{81\ sen^2x}$$

11. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{6e^x}{5x^2 + 4x}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^4 + 16x^2}$

2) $y' = \dfrac{30x^2e^x - 6xe^x - 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$

3) $y' = \dfrac{30x^2e^x - 36xe^x + 24e^x}{25x^4 + 16x^2}$

4) $y' = \dfrac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}\ XXX$

5) $y' = \dfrac{5x^2e^x - 36xe^x + 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'. v - v'. u}{v^2}\ , onde\ u = 6e^x\ e\ v = 5x^2 + 4x$$

$$y' = \frac{(6e^x)'. (5x^2 + 4x) - ((5x^2 + 4x)'. (6e^x))}{(5x^2 + 4x)^2}$$

$$y' = \frac{\left(6e^x. (5x^2 + 4x)\right) - ((10x + 4). (6e^x))}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$$

$$y' = \frac{(30x^2e^x + 24xe^x) - (60xe^x + 24e^x)}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$$

$$y' = \frac{30x^2e^x + 24xe^x - 60xe^x - 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$$

$$y' = \frac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$$

12. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{\cos x}{7 \ln x + 8x}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{7 \ln x. cos\ x + 8x. cosx - {}^{7}/_{x}. \operatorname{sen} x - 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$

2) $y' = \dfrac{7 \ln x. sen\ x + 8x. senx - {}^{7}/_{x}. \cos x - 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$

3) $y' = \dfrac{7 \ln x. sen\ x + 8x. senx - {}^{1}/_{7x}. \cos x + 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$

4) $y' = \dfrac{-7 \ln x. sen\ x - 8x. senx - {}^{1}/_{7x}. \cos x + 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$

5) $y' = \dfrac{-7 \ln x. sen\ x - 8x. senx - {}^{7}/_{x}. \cos x - 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}\ XXX$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'. v - v'. u}{v^2}\ , onde\ u = \cos x\ \ e\ v = 7 \ln x + 8x$$

$$y' = \frac{(\cos x)'. (7 \ln x + 8x) - ((7 \ln x + 8x)'. (\cos x))}{(7 \ln x + 8x)^2}$$

$$y' = \frac{(-\operatorname{sen} x).(7\ln x + 8x) - \left(7.\frac{1}{x} + 8.(\cos x)\right)}{(7\ln x + 8x)^2}$$

$$y' = \frac{-7\ln x\,.\,sen\ x - 8x.senx\ - \frac{7}{x}.\cos x - 8\cos x}{(7\ln x + 8x)^2}$$

13. Qual é a derivada da função: $(8x - x^2)\cdot \sec x$?
1) $f'(x) = 8\sec x - 2x.\sec x + 8x.\sec x\,.tg\ x - x^2.\sec x.tg\ x\quad XXX$
2) $f'(x) = 8\sec x.\ tg\ x - 2x.\sec x\,.tg\ x + 8x.\sec x - x^2.\sec x$
3) $f'(x) = 8\sec x\,.tg\ x - 2x\sec x\,.tg\ x$
4) $f'(x) = 8\sec x + x.\sec x + 8x.\sec x\,.tg\ x - x^2.\sec x.tg\ x$
5) $f'(x) = 16\sec x - 2x.\sec x - 8x^3.\sec x\,.tg\ x$

Resolução:
Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do produto:

$$f'(x) = u'.v + v'.u\ ,onde\ u = (8x - x^2)\ e\ v = \sec x$$
$$f'(x) = (8x - x^2)'.(\sec x) + (\sec x)'.(8x - x^2)$$
$$f'(x) = (8 - 2x^{2-1}).(\sec x) + (\sec x.tg\ x).(8x - x^2)$$
$$f'(x) = (8 - 2x).(\sec x) + (8x.\sec x\,.tg\ x - x^2.\sec x.tg\ x)$$
$$f'(x) = 8\sec x - 2x.\sec x + 8x.\sec x\,.tg\ x - x^2.\sec x.tg\ x$$

14. Marque a opção que indica f'(x), considerando,

$$f(x) = \left(e^x + \frac{x}{5}\right).(\operatorname{cotg} x)?$$

1) $f'(x) = -e^x.cossec^2x - {}^{1}/_{5}\ cossec^2x$
2) $f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}\quad XXX$
3) $f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}$
4) $f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}$
5) $f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}$

Resolução:
Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do produto:

$$f'(x) = u'.v + v'.u\ ,onde\ u = \left(e^x + \frac{x}{5}\right)\ e\ v = \operatorname{cotg} x$$
$$f'(x) = \left(e^x + \frac{x}{5}\right)'.(\operatorname{cotg} x) + (\operatorname{cotg} x)'.\left(e^x + \frac{x}{5}\right)$$
$$f'(x) = \left(e^x + \frac{1}{5}\right).(\operatorname{cotg} x) + \left(-cossec^2x.\left(e^x + \frac{x}{5}\right)\right)$$
$$f'(x) = e^x.cotg\ x + \frac{1}{5}.cotg\ x - cossec^2x.e^x - cossec^2(x).\frac{x}{5}$$

15. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{5e^x + 9}{3\ tg\ x}\ ?$$

1) $y' = \frac{3e^x.tg\ x - 3e^x.\sec^2 x - 27\sec^2 x}{9\ tg^2x}$
2) $y' = \frac{15e^x.tg\ x - 15e^x.\sec^2 x - 27\sec^2 x}{3\ tg^2x}$
3) $y' = \frac{15e^x.\sec^2 x - 15e^x.tg\ x - 27\ tg\ x}{9\sec^2 x}$
4) $y' = \frac{15e^x.tg\ x - 15e^x.\sec^2 x - 27\sec^2 x}{9\ tg^2x}\quad XXX$
5) $y' = \frac{15e^x.tg\ x - 15e^x.\sec^2 x + 27\sec^2 x}{9\ tg^2x}$

Resolução:
Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ ,onde\ u = 5e^x + 9\ e\ v = 3\ tg\ x \qquad y' = \frac{(5e^x + 9)'.(3\ tg\ x) - ((3\ tg\ x)'.(5e^x + 9))}{(3\ tg\ x)^2}$$

$$y' = \frac{\left(5e^x.(3\,tg\,x)\right) - ((3\sec^2 x).(5e^x + 9))}{9\,tg^2 x}$$

$$y' = \frac{15e^x.tg\,x - 15e^x.\sec^2 x - 27\sec^2 x}{9\,tg^2 x}$$

$$y' = \frac{15e^x.tg\,x - (15e^x.\sec^2 x + 27\sec^2 x)}{9\,tg^2 x}$$

16. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{cossec\,x - 2x^3}{x}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{cossec\,(x).cotg\,(x) - 4x^3 - cossec\,x}{x^2}$

2) $y' = -cossec\,(x).cotg\,(x) - 6x^3$

3) $y' = \dfrac{-x\,cossec\,(x).cotg\,(x) - 4x^3 - cossec\,x}{x^2}$ XXX

4) $y' = \dfrac{-x\,cossec\,(x).cotg\,(x) - 4x^3 - cossec\,x.cotg\,x}{x^2}$

5) $y' = \dfrac{-x\,cossec\,(x).cotg\,(x) - 8x^3 - cossec\,x}{x^2}$

Resolução:
Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , onde\ u = cossec\,x - 2x^3\ e\ v = x$$

$$y' = \frac{((cossec\,x - 2x^3)'.(x)) - ((x)'.(cossec\,x - 2x^3))}{(x)^2}$$

$$y' = \frac{((-cossec\,x.cotg\,x - 2.3.x^{3-1}).(x)) - (1.(cossec\,x - 2x^3))}{x^2}$$

$$y' = \frac{((-cossec\,x.cotg\,x - 6x^2).(x)) - cossec\,x + 2x^3)}{x^2}$$

$$y' = \frac{-x\,cossec\,(x).cotg\,(x) - 6x^3 - cossec\,x + 2x^3}{x^2}$$

$$y' = \frac{-x\,cossec\,(x).cotg\,(x) - 4x^3 - cossec\,x}{x^2}$$

17. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{cossec\,x + 7x^2}{3x}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{-x\,cossec\,(x).cotg\,(x) + 35x^2 - cossec\,x}{9x^2}$

2) $y' = \dfrac{-cossec\,(x).cotg\,(x) + 14x}{3}$

3) $y' = \dfrac{-3x\,cossec\,(x).cotg\,(x) + 21x^2 + 3cossec\,x}{x^2}$

4) $y' = \dfrac{-3x\,cossec\,(x).cotg\,(x) + 21x^2 - 3cossec\,x}{9x^2}$ XXX

5) $y' = \dfrac{-3cossec\,x - 63x^2 - 3x\,cossec\,(x).cotg\,(x) - 42x^2}{9x^2}$

Resolução:
Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , onde\ u = cossec\,x + 7x^2 e\ v = 3x$$

$$y' = \frac{((cossec\ x + 7x^2)'.(3x)) - ((3x)'.(cossec\ x + 7x^{22}))}{(3x)^2}$$

$$y' = \frac{((-cossec\ x.cotg\ x + 7.2.x^{2-1}).(3x)) - (3.(cossec\ x + 7x^{22}))}{9x^2}$$

$$y' = \frac{\big((-cossec\ x.cotg\ x + 14x).(3x)\big) - 3cossec\ x - 21x^2)}{9x^2}$$

$$y' = \frac{-3x\ cossec\ (x).cotg\ (x) + 42x^2 - 3cossec\ x - 21x^2}{9x^2}$$

$$y' = \frac{-3x\ cossec\ (x).cotg\ (x) + 21x^2 - 3cossec\ x}{9x^2}$$

18. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{8e^x}{3x^2 - 2x}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{8e^x}{6x - 2}$

2) $y' = \dfrac{24x^2e^x - 64xe^x - 16e^x}{9x^4 - 12x^3 - 4x^2}$

3) $y' = \dfrac{24x^2e^x - 64xe^x + 16e^x}{9x^4 - 4x^2}$

4) $y' = \dfrac{24x^2e^{x-1} - 64xe^x + 16e^x}{9x^4 - 12x^3 + 4x^2}$

5) $y' = \dfrac{24x^2e^x - 64xe^x + 16e^x}{9x^4 - 12x^3 + 4x^2}$ XXX

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , onde\ u = 8e^x\ e\ v = 3x^2 - 2x$$

$$y' = \frac{(8e^x)'.(3x^2 - 2x) - ((3x^2 - 2x)'.(8e^x))}{(3x^2 - 2x)^2}$$

$$y' = \frac{\big(8e^x.(3x^2 - 2x)\big) - ((6x - 2).(8e^x))}{9x^4 - 12x^3 + 4x^2}$$

$$y' = \frac{(24x^2e^x - 16xe^x) - (48xe^x - 16e^x)}{9x^4 - 12x^3 + 4x^2}$$

$$y' = \frac{24x^2e^x - 16xe^x - 48xe^x + 16e^x}{9x^4 - 12x^3 + 4x^2}$$

$$y' = \frac{24x^2e^x - 64xe^x + 16e^x}{9x^4 - 12x^3 + 4x^2}$$

19. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{\operatorname{sen} x}{5\ln x + 6x}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{5\ln x.\cos x + 6x.\cos x - {}^5\!/_x.\operatorname{sen} x - 6\operatorname{sen} x}{(5\ln x + 6x)^2}$ XXX

2) $y' = \dfrac{-5\ln x.\operatorname{sen} x - 6x.\operatorname{sen} x - {}^5\!/_x.\cos x - 6\cos x}{(5\ln x + 6x)^2}$

3) $y' = \dfrac{5\ln x.\cos x + 6x.\cos x - {}^5\!/_x.\operatorname{sen} x - 6\operatorname{sen} x}{(\operatorname{sen} x)^2}$

4) $y' = \dfrac{5\ln x.\cos x + 6x.\cos x - {}^1\!/_{5x}.\operatorname{sen} x - 6\operatorname{sen} x}{(5\ln x + 6x)^2}$

5) $y' = \dfrac{\cos x}{{}^5\!/_x + 6}$

Resolução:

Para derivar essa função, temos que utilizar a regra do quociente:

$$y' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}\ , onde\ u = \operatorname{sen} x\ e\ v = 5\ln x + 6x$$

$$y' = \frac{(\operatorname{sen} x)'.(5\ln x + 6x) - ((5\ln x + 6x)'.(\operatorname{sen} x))}{(5\ln x + 6x)^2}$$

$$y' = \frac{(\cos x\,.(5\ln x + 6x)) - \big((5.{}^1\!/_x + 6\big).(\operatorname{sen} x))}{(5\ln x + 6x)^2}$$

$$y' = \frac{(5\ln x.\cos x + 6x.\cos x) - \left({}^{5}/_{x}.\operatorname{sen} x + 6\operatorname{sen} x\right)}{(5\ln x + 6x)^2}$$
$$y' = \frac{5\ln x.\cos x + 6x.\cos x - {}^{5}/_{x}.\operatorname{sen} x - 6\operatorname{sen} x}{(5\ln x + 6x)^2}$$

20. Marque a resposta correta para

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{9x^3}{4\sqrt{x}}$$

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{45\sqrt{x^5}}{8}$

2) $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{45\sqrt{x^3}}{8}$ XXX

3) $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{27x^3\sqrt{x}}{4}$

4) $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\left(27\sqrt{x^5}\right)}{2}$

5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5\sqrt{x^3}$

Resolução:
Para derivar essa função, podemos utilizar a regra do quociente ou, simplesmente, dividir as funções e realizar a redução das potências antes de derivar:

$$y = \frac{9x^{3-{}^{1}/_{2}}}{4}$$
$$y = \frac{9x^{{}^{5}/_{2}}}{4}$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{9}{4}\cdot\frac{5}{2}x^{{}^{5}/_{2}-1}$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{45}{8}x^{{}^{3}/_{2}}$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{45\sqrt{x^3}}{8}$$

QUESTÕES – DERIVADA – REGRA DA CADEIA

FÁCIL:

1. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (x+3)^5$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5(x+3)^4$ XXX

2) $\frac{\partial y}{\partial x} = (x+3)^4$

3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5(x+3)^6$

4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 15(x+3)^4$

5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5(x+3)^4 + 1$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = (x+3)^5$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 5.(x+3)^{5-1}.(x+3)'$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 5(x+3)^4.1$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 5(x+3)^4$$

2. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (2x+1)^6$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(2x+1)^5$

2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 12.(2x+1)^5$ XXX

3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 2.(2x+1)^5$

4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 10(2x+1)^5$

5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 2.(2x+1)^6$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = (2x+1)^6$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(2x+1)^{6-1}.(2x+1)'$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(2x+1)^5.2$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 12.(2x+1)^5$$

3. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = sen\ 4x + 3$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = \cos(4x) + 3$

2) $\frac{\partial y}{\partial x} = \cos(16x)$

3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 4\cos(4x) XXX$

4) $\frac{\partial y}{\partial x} = -\cos(16x)$

5) $\frac{\partial y}{\partial x} = -4\cos(4x)$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = sen\ 4x + 3$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = \left(sen(4x)\right)'.(4x)'$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = \cos(4x).4$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 4\cos(4x)$$

4. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = \cos 2x + 5$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = -\operatorname{sen}(2x) + 5$

2) $\frac{\partial y}{\partial x} = \operatorname{sen}(-4x)$

3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 2\operatorname{sen}(2x)$

4) $\frac{\partial y}{\partial x} = -2\operatorname{sen}(2x)\ XXX$

5) $\frac{\partial y}{\partial x} = -\operatorname{sen}(4x)$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \cos 2x + 5$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = (\cos(2x))'.(2x)'$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\operatorname{sen}(2x).2$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = -2\operatorname{sen}(2x)$$

5. Qual é a derivada de: $y = sen\ 5x + 7$?

1) $y' = \cos(5x)$

2) $y' = \cos(25x)$

3) $y' = -\cos(25x)$

4) $y' = -5\cos(5x)$

5) $y' = 5\cos(5x)\ XXX$

Resolução:

$$y = sen\ 5x + 7$$
$$y' = \left(sen(5x)\right)'.(5x)'$$
$$y' = \cos(5x).5$$
$$y' = 5\cos(5x)$$

6. Qual é a derivada de: $y = \cos 7x - 2$?

1) $y' = -7\operatorname{sen}(7x) XXX$

2) $y' = \operatorname{sen}(-49x)$

3) $y' = 7\operatorname{sen}(7x)$

4) $y' = -\operatorname{sen}(7x)$

5) $y' = -\operatorname{sen}(49x)$

Resolução:

$$y = \cos 7x - 2$$
$$y' = (\cos(7x))'.(7x)'$$
$$y' = -\operatorname{sen}(7x).7$$
$$y' = -7\operatorname{sen}(7x)$$

7. Qual é a derivada de: $y = \operatorname{tg} 4x - 5$?

1) $y' = \sec^2(16x)$

2) $y' = 4\sec^2(4x)\ XXX$

3) $y' = 16\sec^2(4x)$

4) $y' = \sec^2(4x)$

5) $y' = 4\sec^2(4x) - 5$

Resolução:

$$y = \operatorname{tg} 4x - 5$$
$$y' = (\operatorname{tg}(4x))'.(4x)'$$
$$y' = \sec^2(4x).4$$
$$y' = 4\sec^2(4x)$$

8. Qual é a derivada de: $z = \operatorname{cotg}(8x) + 1$?

1) $z' = \operatorname{cossec}^2(8x) + 1$

2) $z' = \operatorname{cossec}^2(-64x)$

3) $z' = -8\operatorname{cossec}^2(8x)\quad XXX$

4) $z' = -\operatorname{cossec}^2(8x)$

5) $z' = -\operatorname{cossec}^2(64x)$

Resolução:

$$z = \operatorname{cotg} 8x + 1$$
$$z' = (\operatorname{cotg}(8x))'.(8x)'$$
$$z' = -\operatorname{cossec}^2(8x).8$$
$$z' = -8\operatorname{cossec}^2(8x)$$

9. Qual é a derivada de: $y = \operatorname{tg} 3x - 2$?

1) $y' = \sec^2(3x)$
2) $y' = 9\sec^2(3x)$
3) $y' = \sec^2(9x)$
4) $y' = 3\sec^2(3x)$ XXX
5) $y' = 3\sec^2(3x) - 2$

Resolução:

$$y = \operatorname{tg} 3x - 2$$
$$y' = (\operatorname{tg}(3x))'.(3x)'$$
$$y' = \sec^2(3x).3$$
$$y' = 3\sec^2(3x)$$

10. Qual é a derivada de: $z = \operatorname{cotg} 2x + 9$

1) $z' = -\operatorname{cossec}^2(2x) + 9$
2) $z' = \operatorname{cossec}^2(-4x)$
3) $z' = -\operatorname{cossec}^2(2x)$
4) $z' = -\operatorname{cossec}^2(4x)$
5) $z' = -2\operatorname{cossec}^2(2x)$ XXX

Resolução:

$$z = \operatorname{cotg} 2x + 9$$
$$z' = (\operatorname{cotg}(2x))'.(2x)'$$
$$z' = -\operatorname{cossec}^2(2x).2$$
$$z' = -2\operatorname{cossec}^2(2x)$$

11. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = e^{2x} - 3.$$

1) $f'(x) = 2e^{2x}$ XXX
2) $f'(x) = 2e^{2x} - 3$
3) $f'(x) = e^{2x}$
4) $f'(x) = \frac{e^{2x}}{2}$
5) $f'(x) = e^{2x} - 3$

Resolução:

$$f'(x) = e^{2x}.(2x)' \rightarrow f'(x) = 2e^{2x}$$

12. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = e^{3x} + 5.$$

1) $f'(x) = 3e^{3x} + 5$
2) $f'(x) = 3e^{3x}$ XXX
3) $f'(x) = e^{3x}$
4) $f'(x) = \frac{e^{3x}}{3}$
5) $f'(x) = e^{3x} + 5$

Resolução:

$$f'(x) = e^{3x}.(3x)' \rightarrow f'(x) = 3e^{3x}$$

13. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = 4e^{-x}.$$

1) $f'(x) = 4e^{-x}$
2) $f'(x) = e^{-x}$
3) $f'(x) = -4e^{-x}$ XXX
4) $f'(x) = -\frac{e^{-x}}{4}$
5) $f'(x) = -4e^{x}$

Resolução:

$$f'(x) = 4e^{-x}.(-x)'$$
$$f'(x) = 4e^{-x}.(-1)$$
$$f'(x) = -4e^{-x}$$

14. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = 2e^{-5x}.$$

1) $f'(x) = -10e^{x}$
2) $f'(x) = 2e^{-5x}$
3) $f'(x) = 10e^{-5x}$
4) $f'(x) = -\frac{2e^{-x}}{5}$
5) $f'(x) = -10e^{-5x}$ XXX

Resolução:

$$f'(x) = 2e^{-5x}.(-5x)'$$
$$f'(x) = 2e^{-5x}.(-5)$$
$$f'(x) = -10e^{-5x}$$

15. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (x^2 + 2)^5$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 10x.(x^2 + 2)^4$ XXX
2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5(x^2 + 2)^4$
3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5(x^2 + 2)^6$
4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5(2x)^4$
5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 5(x^2 + 2)^4 + 2x$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = (x^2 + 2)^5$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 5.(x^2 + 2)^{5-1}.(x^2 + 2)'$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 5.(x^2 + 2)^4.2x$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 10x.(x^2 + 2)^4$$

16. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (4x^3 - 3)^8$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 8.(4x^3 - 3)^7$
2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 96x^2.(4x^3 - 3)^7$ XXX
3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 20x^2.(4x^3 - 3)^7$
4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 8.(12x^2 - 3)^7$
5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 12x^2.(4x^3 - 3)^7$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = (4x^3 - 3)^8$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 8.(4x^3 - 3)^{8-1}.(4x^3 - 3)'$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 8.(4x^3 - 3)^7.12x^2$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 96x^2.(4x^3 - 3)^7$$

17. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (x^2 - 3)^4$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 4.(x^2 - 3)^3$
2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 8x(x^2 - 3)^3$ XXX
3) $\frac{\partial y}{\partial x} = (x^2 - 3)^3$
4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 4(2x)^3$
5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 4(x^2 - 3)^3 + 2x$

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 4.(x^2 - 3)^{4-1}.(x^2 - 3)'$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 4.(x^2 - 3)^3.2x$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 8x.(x^2 - 3)^3$$

18. Marque a opção correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = (x^3 + 4)^6$:

1) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(x^3 + 4)^5$
2) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6x^2.(x^3 + 4)^5$
3) $\frac{\partial y}{\partial x} = 72x^2.(x^3 + 4)^5$
4) $\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(3x^2)^5$
5) $\frac{\partial y}{\partial x} = 18x^2.(x^3 + 4)^5$ XXX

Resolução:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(x^3 + 4)^{6-1}.(x^3 + 4)'$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 6.(x^3 + 4)^5.3x^2$$
$$\frac{\partial y}{\partial x} = 18x^2.(x^3 + 4)^5$$

19. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = e^{3x} - 7.$$

1) $f'(x) = 3e^{3x}$ XXX
2) $f'(x) = 3e^{3x} - 7$
3) $f'(x) = e^{3x}$
4) $f'(x) = \frac{e^{3x}}{3}$
5) $f'(x) = e^{3x} - 7$

Resolução:

$$f'(x) = e^{3x}.(3x)' \ \rightarrow f'(x) = 3e^{3x}$$

20. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = e^{4x} - x.$$

1) $f'(x) = 4e^{4x} - x$
2) $f'(x) = 4e^{4x} - 1$ XXX
3) $f'(x) = e^{4x} - 1$
4) $f'(x) = \frac{e^{4x}}{4} - 1$
5) $f'(x) = -e^{4x}$

Resolução:

$$f'(x) = e^{4x}.(4x)' - 1$$

$$f'(x) = 4e^{4x} - 1$$

MÉDIO:

1. Qual é a derivada da função $y = (5x^4 + 2x)^3$?

1) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2$
2) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2.(20x^3 + 2)XXX$
3) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2 + (20x^3 + 2)$
4) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2.(20x^4 + 2x)$
5) $y' = (15x^4 + 6x)^2.(20x^3 + 2)$

Resolução:

$$y' = 3(5x^4 + 2x)^{3-1}.(5x^4 + 2x)'$$
$$y' = 3(5x^4 + 2x)^2.(20x^3 + 2)$$

2. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = sen(2x) + 6x.$$

1) $f'(x) = cos(2x) + 6$
2) $f'(x) = 2cos(2x) + 6$ XXX
3) $f'(x) = -2cos(2x) + 6$
4) $f'(x) = -2cos(x) + 6$
5) $f'(x) = 2cos(2x)$

Resolução:

$$f'(x) = cos(2x).(2x)' + 6$$
$$f'(x) = 2\,cos(2x) + 6$$

3. Qual é a derivada da função $y = (4x^3 - 6x)^5$?

1) $y' = 5(4x^3 - 6x)^4$
2) $y' = 5(4x^3 - 6x)^4 + (12x^2 - 6)$
3) $y' = 5(4x^3 - 6x)^4.(12x^2 - 6)XXX$
4) $y' = 5(12x^2 - 6)^4$
5) $y' = (20x^3 - 30x)^4.(12x^2 - 6)$

Resolução:

$$y' = 5(4x^3 - 6x)^{5-1}.(4x^3 - 6x)'$$
$$y' = 5(4x^3 - 6x)^4.(12x^2 - 6)$$

4. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = 5\,sen(3x) - 7x.$$

1) $f'(x) = 15\,cos(3x) - 7\;\; XXX$
2) $f'(x) = 5\,cos(3x) - 7$
3) $f'(x) = -15\,cos(3x) - 7$
4) $f'(x) = -5\,cos(3x) - 7$
5) $f'(x) = 45\,cos(x) - 7$

Resolução:

$$f'(x) = 5\,cos(3x).(3x)' - 7$$
$$f'(x) = 5\,cos(3x).3 - 7$$
$$f'(x) = 15\,cos(3x) - 7$$

5. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = 4\,tg(2x) - x.$$

1) $f'(x) = 4\sec^2(2x) - 1$
2) $f'(x) = -4\sec^2(2x) - 1$
3) $f'(x) = -8\sec^2(2x) - 1$
4) $f'(x) = 8\sec^2(2x) - 1\;\; XXX$
5) $f'(x) = 16\sec^2(x) - 1$

Resolução:

$$f'(x) = 4\sec^2(2x).(2x)' - 1$$
$$f'(x) = 4\sec^2(2x).2 - 1$$
$$f'(x) = 8\sec^2(2x) - 1$$

6. Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(5x+3)^3}$?

1) $y' = \frac{15}{2}\sqrt{(5x+3)^3}$
2) $y' = \sqrt{5x+3}$
3) $y' = \frac{15}{2}\sqrt{5x+3}\;\; XXX$
4) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{5x+3}$
5) $y' = 5\sqrt{5x+3}$

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt{(5x+3)^3}\right)'.(5x+3)'$$
$$y' = \left((5x+3)^{3/2}\right)'.5$$
$$y' = \frac{3}{2}(5x+3)^{3/2-1}.5$$
$$y' = \frac{15}{2}(5x+3)^{1/2}$$
$$y' = \frac{15}{2}\sqrt{5x+3}$$

7. Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(2x-6)^3}$?

1) $y' = 3\sqrt{(2x-6)^3}$
2) $y' = \sqrt{2x-6}$
3) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{2x-6}$
4) $y' = 3\sqrt{2x-6}\ XXX$
5) $y' = 2\sqrt{2x-6}$

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt{(2x-6)^3}\right)'.(2x-6)'$$
$$y' = \left((2x-6)^{3/2}\right)'.2$$
$$y' = \frac{3}{2}(2x-6)^{3/2-1}.2$$
$$y' = \frac{3}{2}(2x-6)^{1/2}.2$$
$$y' = 3\sqrt{2x-6}$$

8. Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(4x+2)^3}$?

1) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{(4)^3}$
2) $y' = \sqrt{4x+2}$
3) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{4x+2}$
4) $y' = 3\sqrt{4x+2}$
5) $y' = 6\sqrt{4x+2}\ XXX$

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt{(4x+2)^3}\right)'.(4x+2)'$$
$$y' = \left((4x+2)^{3/2}\right)'.4$$
$$y' = \frac{3}{2}(4x+2)^{3/2-1}.4$$
$$y' = \frac{3}{2}(4x+2)^{1/2}.4$$
$$y' = 6\sqrt{4x+2}$$

9. Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(3x-5)^3}$?

1) $y' = 3\sqrt{(2x-6)^3}$
2) $y' = \frac{9}{2}\sqrt{3x-5}\ XXX$
3) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{3x-5}$
4) $y' = \frac{1}{2}\sqrt{3x-5}$
5) $y' = 2\sqrt{3x-5}$

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt{(3x-5)^3}\right)'.(3x-5)'$$
$$y' = \left((3x-5)^{3/2}\right)'.3$$
$$y' = \frac{3}{2}(3x-5)^{3/2-1}.3$$
$$y' = \frac{3}{2}(3x-5)^{1/2}.3$$
$$y' = \frac{9}{2}\sqrt{3x-5}$$

10. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = 5e^{2x} - 3x.$$

1) $f'(x) = 10e^{2x} - 3\ \ XXX$
2) $f'(x) = 5e^{2x} - 3$
3) $f'(x) = 5e^{2x}$
4) $f'(x) = \frac{5e^{2x}}{2} - 3$
5) $f'(x) = 10e^{x} - 3$

Resolução:

$$f'(x) = 5e^{2x}.(2x)' - 3$$
$$f'(x) = 5e^{2x}.2 - 3$$
$$f'(x) = 10e^{2x} - 3$$

11. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = 3e^{x^2} + 5x.$$

1) $f'(x) = 3e^{x^2} + 5$
2) $f'(x) = 6e^{x^2} + 5$
3) $f'(x) = 6x.e^{x^2} + 5\ XXX$
4) $f'(x) = \frac{3e^{x^2}}{2x} + 5$
5) $f'(x) = 6x.e^{x^2}$

Resolução:

$$f'(x) = 3e^{x^2}.(x^2)' + 5$$
$$f'(x) = 3e^{x^2}.2x + 5$$
$$f'(x) = 6x.e^{x^2} + 5$$

12. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = 7\,cos(3x) - 9x^2$$

1) $f'(x) = -21\ sen(x) - 18x$
2) $f'(x) = 21\ sen(3x) - 18x$
3) $f'(x) = -7\ sen(3x) - 18x$
4) $f'(x) = -21\ sen(3x) - 18x\ \ XXX$
5) $f'(x) = 7\ sen(3x) - 9x$

Resolução:

$f'(x) = 7\,(-\text{sen})(3x).(3x)' - 9.2.x$

$f'(x) = -7\,\text{sen}(3x).3 - 18x$

$f'(x) = -21\,\text{sen}(3x) - 18x$

13. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = cos(x^2) - 2x^3.$$

1) $f'(x) = \text{sen}(2x) - 6x^2$
2) $f'(x) = -\,sen(x^2) - 6x^2$
3) $f'(x) = 2x.sen(x^2) - 6x^2$
4) $f'(x) = -sen(2x) - 2x^2$
5) $f'(x) = -2x.\text{sen}(x^2) - 6x^2\ XXX$

Resolução:

$f'(x) = -\,\text{sen}(x^2).(x^2)' - 2.3.x^{3-1}$

$f'(x) = -\,\text{sen}(x^2).2x - 6x^2$

$f'(x) = -2x.\text{sen}(x^2) - 6x^2$

14. Qual é a derivada da função $y = (2x^4 + 7x^2)^6$?

1) $y' = 6(8x^3 + 14x)^5$
2) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5.(8x^3 + 14x)XXX$
3) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5 + (8x^3 + 14x)$
4) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5$
5) $y' = (12x^4 + 42x^2)^5.(8x^3 + 14x)$

Resolução:

$$y' = 6(2x^4 + 7x^2)^{6-1}.(2x^4 + 7x^2)'$$
$$y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5.(8x^3 + 14x)$$

15. Qual é a derivada da função $y = 2(4x^3 - 6x^2)^7$?

1) $y' = 14(4x^3 - 6x^2)^6$
2) $y' = 14(4x^3 - 6x^2)^6 + (12x^2 - 12x)$
3) $y' = 14(4x^3 - 6x^2)^6.(12x^2 - 12x)\ \ XXX$
4) $y' = 7(4x^3 - 6x^2)^6$
5) $y' = (56x^3 - 84x^2)^6.(12x^2 - 12x)$

Resolução:

$$y' = 2.7(4x^3 - 6x^2)^{7-1}.(4x^3 - 6x^2)'$$
$$y' = 14(4x^3 - 6x^2)^6.(12x^2 - 12x)$$

16. Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(3x^2 + 7)^3}$?

1) $y' = \dfrac{3}{2}\sqrt{(3x^2 + 7)^3}$
2) $y' = \dfrac{3}{2}\sqrt{3x^2 + 7}$
3) $y' = 9x.\sqrt{3x^2 + 7}\ \ XXX$
4) $y' = 6x.\sqrt{3x^2 + 7}$
5) $y' = 18x\sqrt{3x^2 + 7}$

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt{(3x^2 + 7)^3}\right)'.((3x^2 + 7))'$$
$$y' = \left(((3x^2 + 7))^{3/2}\right)'.6x$$
$$y' = \frac{3}{2}(3x^2 + 7)^{3/2-1}.6x$$
$$y' = 9x.(3x^2 + 7)^{1/2}$$
$$y' = 9x.\sqrt{3x^2 + 7}$$

17. Qual é a derivada de: $y = \frac{1}{2}\sqrt{(5x - 4)^5}$?

1) $y' = \dfrac{15}{2}\sqrt{(5x - 4)^3}$
2) $y' = \dfrac{5}{4}\sqrt{5x - 4}$
3) $y' = \dfrac{5}{2}\sqrt{(5x - 4)^3}$
4) $y' = \dfrac{25}{4}\sqrt{(5x - 4)^3}\ \ XXX$
5) $y' = \dfrac{5}{4}\sqrt{(5x - 4)^3}$

Resolução:

$$y' = \left(\frac{1}{2}\sqrt{(5x - 4)^5}\right)'.(5x - 4)'$$
$$y' = \left(\frac{1}{2}(5x - 4)^{5/2}\right)'.5$$
$$y' = \frac{1}{2}.\frac{5}{2}(5x - 4)^{5/2-1}.5$$
$$y' = \frac{5}{4}(5x - 4)^{3/2}.5$$
$$y' = \frac{25}{4}\sqrt{(5x - 4)^3}$$

18. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4x$$

1) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2.e^{x^3} - 4$ XXX

2) $f'(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4$

3) $f'(x) = \frac{9}{2}e^{x^3} - 4$

4) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2.e^{x^3}$

5) $f'(x) = \frac{9}{2}e^{x^2} - 4$

Resolução:

$$f'(x) = \frac{3}{2}e^{x^3}.(x^3)' - 4$$

$$f'(x) = \frac{3}{2}e^{x^3}.3x^2 - 4$$

$$f'(x) = \frac{9}{2}x^2.e^{x^3} - 4$$

19. Qual é a derivada de: $y = \sqrt{x^2+1}$?

1) $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x}}$

2) $y' = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}$

3) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$

4) $y' = x\sqrt{x^2+1}$

5) $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ XXX

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt{x^2+1}\right)'.(x^2+1)'$$

$$y' = \left((x^2+1)^{1/2}\right)'.2x$$

$$y' = \frac{1}{2}(x^2+1)^{1/2-1}.2x$$

$$y' = \frac{2x}{2}(x^2+1)^{-1/2}$$

$$y' = x(x^2+1)^{-1/2}$$

$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

20. Qual é a derivada da função $y = (x^5 - 4x + 8)^7$?

1) $y' = 7(x^5 - 4x + 8)^6$

2) $y' = 7(x^5 - 4x + 8)^6 + (5x^4 - 4)$

3) $y' = (7x^5 - 28x + 56)^6.(5x^4 - 4)$

4)$y' = 7(x^5 - 4x + 8)^6.(5x^4 - 4)XXX$

5) $y' = 7(5x^4 - 4)^6$

Resolução:

$$y' = 7(x^5 - 4x + 8)^{7-1}.(x^5 - 4x + 8)'$$

$$y' = 7(x^5 - 4x + 8)^6.(5x^4 - 4)$$

DIFÍCIL:

1. Qual é a derivada de: $y = \sqrt[3]{5x^2 - x + 4}$?

1) $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ XXX

2) $y' = \frac{10x-1}{\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$

3) $y' = \frac{(10x-1).\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}{3}$

4) $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$

5) $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{5x^2-x+4}}$

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt[3]{5x^2-x+4}\right)'.(5x^2-x+4)'$$

$$y' = \left((5x^2-x+4)^{1/3}\right)'.(10x-1)$$

$$y' = \frac{1}{3}(5x^2-x+4)^{1/3-1}.(10x-1)$$

$$y' = \frac{1}{3}(5x^2-x+4)^{-2/3}.(10x-1)$$

$$y' = \frac{10x-1}{3}(5x^2-x+4)^{-2/3}.$$

$$y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$$

2. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{1}{(4x^2+6x-7)^3}\ ?$$

1) $y' = \frac{-24x-18}{(4x^2+6x-7)^2}$

2) $y' = \frac{-24x-18}{(4x^2+6x-7)^4}$ XXX

3) $y' = \frac{-24x-18}{4x^2+6x-7}$

4) $y' = -\frac{3}{(4x^2+6x-7)^4}$

5) $y' = -\dfrac{3}{(4x^2+6x-7)^2}$

Resolução:

$$y' = ((4x^2+6x-7)^{-3})'$$
$$y' = ((4x^2+6x-7)^{-3})'.(4x^2+6x-7)'$$
$$y' = -3(4x^2+6x-7)^{-3-1}.(8x+6)$$
$$y' = -3(4x^2+6x-7)^{-4}.(8x+6)$$
$$y' = \frac{-3(8x+6)}{(4x^2+6x-7)^4}$$
$$y' = \frac{-24x-18}{(4x^2+6x-7)^4}$$

3. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = \sqrt{sen\ 6x}$$

1) $f'(x) = \dfrac{\cos 6x}{2\sqrt{sen\ 6x}}$

2) $f'(x) = 3\cos 6x \cdot \sqrt{sen\ 6x}$

3) $f'(x) = \dfrac{3\cos 6x}{\sqrt{sen\ 6x}}$ XXX

4) $f'(x) = \dfrac{3\cos 6x}{\sqrt{(sen\ 6x)^3}}$

5) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{sen\ 6x}}$

Resolução:

$$f'(x) = \left((sen\ 6x)^{1/2}\right)'$$
$$f'(x) = \frac{1}{2}(sen\ 6x)^{1/2-1}.(sen\ 6x)'$$
$$f'(x) = \frac{1}{2}(sen\ 6x)^{-1/2}\cdot\cos 6x.(6x)'$$
$$f'(x) = \frac{6\cos 6x}{2\sqrt{sen\ 6x}}$$
$$f'(x) = \frac{3\cos 6x}{\sqrt{sen\ 6x}}$$

4. Qual é a derivada de: $y = \sqrt[3]{4x^2-2x+8}$?

1) $y' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}$

2) $y' = \dfrac{8x-2}{\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}$

3) $y' = \dfrac{(8x-2).\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}{3}$

4) $y' = \dfrac{8x-2}{3\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}$ XXX

5) $y' = \dfrac{8x-2}{3\sqrt[3]{4x^2-2x+8}}$

Resolução:

$$y' = \left(\sqrt[3]{4x^2-2x+8}\right)'.(4x^2-2x+8)'$$
$$y' = \left((4x^2-2x+8)^{1/3}\right)'.(8x-2)$$
$$y' = \frac{1}{3}(4x^2-2x+8)^{1/3-1}.(8x-2)$$
$$y' = \frac{1}{3}(4x^2-2x+8)^{-2/3}.(8x-2)$$
$$y' = \frac{8x-2}{3}(4x^2-2x+8)^{-2/3}.$$
$$y' = \frac{8x-2}{3\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}$$

5. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{1}{(3x^2-5x+9)^3}\ ?$$

1) $y' = \dfrac{-18x+15}{(3x^2-5x+9)^2}$

2) $y' = \dfrac{-18x+15}{(3x^2-5x+9)^4}$ XXX

3) $y' = \dfrac{-18x+15}{3x^2-5x+9}$

4) $y' = -\dfrac{3}{(3x^2-5x+9)^4}$

5) $y' = -\dfrac{3}{(3x^2-5x+9)^2}$

Resolução:

$$y' = ((3x^2-5x+9)^{-3})'$$
$$y' = ((3x^2-5x+9)^{-3})'.(3x^2-5x+9)'$$
$$y' = -3(3x^2-5x+9)^{-3-1}.(6x-5)$$
$$y' = -3(3x^2-5x+9)^{-4}.(6x-5)$$
$$y' = \frac{-3(6x-5)}{(3x^2-5x+9)^4}$$
$$y' = \frac{-18x+15}{(3x^2-5x+9)^4}$$

6. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = \sqrt{sen\ 7x}$$

1) $f'(x) = \dfrac{\cos 7x}{\sqrt{sen\ 7x}}$

2) $f'(x) = \dfrac{7}{2}\cos 7x \cdot \sqrt{sen\ 7x}$

3) $f'(x) = \frac{7\cos 7x}{2\sqrt{sen\ 7x}}$ XXX

4) $f'(x) = \frac{7\cos 7x}{2\sqrt{(sen\ 7x)^3}}$

5) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{sen\ 7x}}$

Resolução:

$f'(x) = \left((sen\ 7x)^{1/2}\right)'$

$f'(x) = \frac{1}{2}(sen\ 7x)^{1/2-1}.(sen\ 7x)'.(7x)'$

$f'(x) = \frac{1}{2}(sen\ 7x)^{-1/2} \cdot \cos 7x\,.(7x)'$

$f'(x) = \frac{7\cos 7x}{2\sqrt{sen\ 7x}}$

7. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-4}}$$

1) $f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{(3x-4)^3}}$ XXX

2) $f'(x) = -\frac{3}{2}\sqrt{(3x-4)^3}$

3) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{(3x-4)^3}}$

4) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{(3x-4)^3}}$

5) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{(3x-4)^3}}$

Resolução:

$f'(x) = \left((3x-4)^{-1/2}\right)'$

$f'(x) = -\frac{1}{2}(3x-4)^{-1/2-1}.(3x-4)'$

$f'(x) = -\frac{1}{2}(3x-4)^{-3/2} \cdot 3$

$f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{(3x-4)^3}}$

8. Qual é a derivada da função: $f(x) = tg^3 4x$?

1) $f'(x) = 12sec^2 4x$
2) $f'(x) = 3tg^2 4x$
3) $f'(x) = 3tg^2(4x).sec^2(4x)$
4) $f'(x) = 3sec^2(4x)$
5) $f'(x) = 12tg^2(4x).sec^2(4x)$ XXX

Resolução:

$f'(x) = 3(tg\ 4x)^{3-1}.(tg\ 4x)'$

$f'(x) = 3\ tg^2(4x).sec^2(4x).(4x)'$

$f'(x) = 3\ tg^2(4x).sec^2(4x).4$

$f'(x) = 12tg^2(4x).sec^2(4x)$

9. Qual é a derivada da função: $f(x) = tg^4 5x$?

1) $f'(x) = 20sec^2 5x$
2) $f'(x) = 4tg^3 5x$
3) $f'(x) = 4tg^3(5x).sec^2(5x)$
4) $f'(x) = 20tg^3(5x).sec^2(5x)$ XXX
5) $f'(x) = 4sec^2(5x)$

Resolução:

$f'(x) = 4(tg\ 5x)^{4-1}.(tg\ 5x)'$

$f'(x) = 4\ tg^3(5x).sec^2(5x).(5x)'$

$f'(x) = 4\ tg^3(5x).sec^2(5x).5$

$f'(x) = 20tg^3(5x).sec^2(5x)$

10. Qual é a derivada de:

$$y = (5x^2 - 2x + 1)^{-3}\ ?$$

1) $y' = \frac{-30x+6}{(5x^2-2x+1)^2}$

2) $y' = \frac{-30x+6}{(5x^2-2x+1)^4}$ XXX

3) $y' = \frac{-30x+6}{5x^2-2x+1}$

4) $y' = -\frac{3}{(5x^2-2x+1)^4}$

5) $y' = -\frac{3}{(5x^2-2x+1)^2}$

Resolução:

$y' = ((5x^2-2x+1)^{-3})'.(5x^2-2x+1)'$

$y' = -3(5x^2-2x+1)^{-3-1}.(10x-2)$

$y' = -3(5x^2-2x+1)^{-4}.(10x-2)$

$y' = \frac{-3(10x-2)}{(5x^2-2x+1)^4}$

$y' = \frac{-30x+6}{(5x^2-2x+1)^4}$

11. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^6$$

1) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5$

2) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . \left(2x + \frac{2}{x}\right)$

3) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . \left(2x + \frac{2}{x^3}\right) XXX$

4) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . \left(2x - \frac{1}{2x}\right)$

5) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . \left(2x - \frac{2}{x^3}\right)$

Resolução:

$f'(x) = \left(\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^6\right)'$

$f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^{6-1} . \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)'$

$f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . (2x - (x^{-2})')$

$f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . (2x - (-2.x^{-2-1}))$

$f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . (2x - (-2.x^{-3}))$

$f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . (2x + 2.x^{-3})$

$f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 . \left(2x + \frac{2}{x^3}\right)$

12. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt[3]{(2y^2 - 9y + 8)^2}}$$

1) $f'(y) = \frac{-8y + 18}{3(2y^2 - 9y + 8)}$

2) $f'(y) = \frac{(-8y + 18).\sqrt[3]{2y^2 - 9y + 8}}{3}$

3) $f'(y) = -\frac{2}{3\sqrt[3]{(2y^2 - 9y + 8)^5}}$

4) $f'(y) = \frac{4y - 9}{3\sqrt[3]{(2y^2 - 9y + 8)^5}}$

5) $f'(y) = \frac{-8y + 18}{3\sqrt[3]{(2y^2 - 9y + 8)^5}}$ XXX

Resolução:

$f'(y) = \left((2y^2 - 9y + 8)^{-2/3}\right)'$

$f'(y) = -\frac{2}{3}(2y^2 - 9y + 8)^{-2/3-1}.(2y^2 - 9y + 8)'$

$f'(y) = -\frac{2}{3}(2y^2 - 9y + 8)^{-5/3} \cdot (4y - 9)$

$f'(y) = \frac{-2.(4y - 9)}{3\sqrt[3]{(2y^2 - 9y + 8)^5}}$

$f'(y) = \frac{-8y + 18}{3\sqrt[3]{(2y^2 - 9y + 8)^5}}$

13. Qual é a derivada da função: $f(x) = (sen\ 5x - \cos 5x)^5$?

1) $f'(x) = 25(cos5x + sen5x)^4$

2) $f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4$

3) $f'(x) = (sen\ 5x - \cos 5x)^4.(\cos 5x + sen\ 5x)$

4) $f'(x) = 25(sen\ 5x - \cos 5x)^4.(\cos 5x + sen\ 5x)\ XXX$

5) $f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4.(\cos 5x - sen\ 5x)$

Resolução:

$$f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^{5-1}.(sen\ 5x - \cos 5x)'$$
$$f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4.[cos(5x).(5x)' - (-sen\ 5x).(5x)']$$
$$f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4.(5\cos 5x + 5\ sen\ 5x)$$
$$f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4.5(\cos 5x + sen\ 5x)$$
$$f'(x) = 25(sen\ 5x - \cos 5x)^4.(\cos 5x + sen\ 5x)$$

14. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^5$$

1) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$

2) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 . \left(x - \frac{1}{x^2}\right)$

3) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 . \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$ XXX

4) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 . (1 - x)$

5) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 . \left(1 - \frac{1}{x}\right)$

Resolução:

$$f'(x) = \left(\left(x+\frac{1}{x}\right)^5\right)'$$
$$f'(x) = 5\left(x+\frac{1}{x}\right)^{5-1}.\left(x+\frac{1}{x}\right)'$$
$$f'(x) = 5\left(x+\frac{1}{x}\right)^4.(1+(x^{-1})')$$
$$f'(x) = 5\left(x+\frac{1}{x}\right)^4.(1+(-1.x^{-1-1}))$$
$$f'(x) = 5\left(x+\frac{1}{x}\right)^4.(1+(-x^{-2}))$$
$$f'(x) = 5\left(x+\frac{1}{x}\right)^4.(1-x^{-2})$$
$$f'(x) = 5\left(x+\frac{1}{x}\right)^4.\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$$

15. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = 8e^{x^3} + sen\ 3x.$$

1) $f'(x) = 24x^2e^{x^3} + 3\cos 3x \quad XXX$
2) $f'(x) = 24x^2e^{x^3} + \cos 3x$
3) $f'(x) = 8x^2e^{x^3} + 3\cos 3x$
4) $f'(x) = 8e^{3x^2} + 3\cos 3x$
5) $f'(x) = 8e^{x^3} + \cos 3x$

Resolução:

$$f'(x) = 8e^{x^3}.(x^3)' + \cos 3x.(3x)'$$
$$f'(x) = 8e^{x^3}.3x^2 + 3\cos 3x$$
$$f'(x) = 24x^2e^{x^3} + 3\cos 3x$$

16. Qual é a derivada da função: $y = e^{\sqrt{x^2+1}}$?

1) $y' = e^{\sqrt{x^2+1}}.\sqrt{x^2+1}$
2) $y' = e^{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}$
3) $y' = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}}$
4) $y' = 2x.e^{\sqrt{x^2+1}}$
5) $y' = e^{\sqrt{x^2+1}}.\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right) \quad XXX$

Resolução:

$$y' = e^{\sqrt{x^2+1}}.(\sqrt{x^2+1})'$$
$$y' = e^{\sqrt{x^2+1}}.\left((x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right)'$$
$$y' = e^{\sqrt{x^2+1}}.\left(\frac{1}{2}(x^2+1)^{\frac{1}{2}-1}.(x^2+1)'\right)$$
$$y' = e^{\sqrt{x^2+1}}.\left(\frac{1}{2}(x^2+1)^{-1/2}.2x\right)$$
$$y' = e^{\sqrt{x^2+1}}.\left(\frac{2x}{2}(x^2+1)^{-1/2}\right)$$
$$y' = e^{\sqrt{x^2+1}}.\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$

17. Qual é a derivada da função: $y = \sqrt{e^{2x}+2x}$?

1) $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{(e^{2x}+2x)}}$
2) $y' = \dfrac{e^{2x}+1}{\sqrt{(e^{2x}+2x)}} \quad XXX$
3) $y' = \dfrac{\sqrt{(e^{2x}+2x)}}{2}$
4) $y' = \dfrac{e^{2x}+2}{2\sqrt{(e^{2x}+2x)}}$
5) $y' = \dfrac{e^{2x}+1}{2\sqrt{(e^{2x}+2x)}}$

Resolução:

$$y' = \left((e^{2x}+2x)^{1/2}\right)'.(e^{2x}+2x)'$$
$$y' = \frac{1}{2}(e^{2x}+2x)^{\frac{1}{2}-1}.(e^{2x}.(2x)'+2)$$
$$y' = \frac{1}{2}(e^{2x}+2x)^{-\frac{1}{2}}.(e^{2x}.2+2)$$
$$y' = \frac{1}{2\sqrt{(e^{2x}+2x)}}.(2e^{2x}+2)$$
$$y' = \frac{2(e^{2x}+1)}{2\sqrt{(e^{2x}+2x)}}$$
$$y' = \frac{e^{2x}+1}{\sqrt{(e^{2x}+2x)}}$$

18. Qual é a derivada da função:

$$y = e^{1/x} + \frac{1}{e^x}\ ?$$

1) $y' = (e^{1/x}) - e^{-x}$
2) $y' = \left(-\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) - e^{-x} \quad XXX$

3) $y' = \left(-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) + e^{-x}$

4) $y' = \left(-\frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^2}\right) - e^{-x}$

5) $y' = \left(e^{-1/x^2}\right) - e^{-x}$

Resolução:

$y' = e^{1/x}.\left(\frac{1}{x}\right)' + (e^{-x})'$
$y' = e^{1/x}.(x^{-1})' + e^{-x}.(-x)'$
$y' = e^{1/x}.(-1.x^{-2}) + e^{-x}.(-1)$

$y' = e^{1/x}.\left(-\frac{1}{x^2}\right) - e^{-x}$
$y' = \left(-\frac{e^{1/x}}{x^2}\right) - e^{-x}$

19. Qual é a derivada da função: $y = (e^{4x} - 5)^3$?
1) $y' = 3.(e^{4x} - 5)^2$
2) $y' = 3.(e^{4x} - 5)^2.(e^{4x})$
3) $y' = 12(e^{4x})$
4) $y' = 12.(e^{4x} - 5)^2.(e^{4x})\ XXX$
5) $y' = 12.(e^{4x} - 5)^2$

Resolução:

$y' = 3.[(e^{4x} - 5)^{3-1}.(e^{4x} - 5)']$
$y' = 3.[(e^{4x} - 5)^2.(e^{4x} - 5)']$
$y' = 3.[(e^{4x} - 5)^2.(e^{4x}).(4x)']$
$y' = 3.(e^{4x} - 5)^2.(e^{4x}).4$
$y' = 12.(e^{4x} - 5)^2.(e^{4x})$

20. Qual é a derivada da função: $y = (e^{5x} - 2)^4$?
1) $y' = 4.(e^{5x} - 2)^3$
2) $y' = 4.(e^{5x} - 2)^3.(e^{5x})$
3) $y' = 20(e^{5x})$
4) $y' = 20.(e^{5x} - 2)^3$
5) $y' = 20.(e^{5x} - 2)^3.(e^{5x})\ XXX$

Resolução:

$y' = 4.[(e^{5x} - 2)^{4-1}.(e^{5x} - 2)']$
$y' = 4.[(e^{5x} - 2)^3.(e^{5x} - 2)']$
$y' = 4.[(e^{5x} - 2)^3.(e^{5x}).(5x)']$
$y' = 4.(e^{5x} - 2)^3.(e^{5x}).5$
$y' = 20.(e^{5x} - 2)^3.(e^{5x})$

QUESTÕES – APLICAÇÕES DE DERIVADAS COM RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS

FÁCIL:

1. Um móvel se desloca em uma trajetória segundo a seguinte equação $S(t) = 2t^2 + 10t - 1$, onde **S** é dado em metros e **t** em segundos. Qual é a velocidade no instante 2 segundos?

1) 21 m/s 2) 18 m/s XXX 3) 25 m/s 4) 36 m/s 5) 14 m/s

Resolução:

$V(t) = S'(t)$
$V(t) = 4t + 10$
$V(2) = 4.2 + 10$
$V(2) = 18\ m/s$

2. A temperatura de um forno varia com o tempo *t* de acordo com a expressão: $T(t) = 0{,}02t^3 + 0{,}2t^2 + 110$, onde a temperatura está expressa em graus Celsius e o tempo em minutos. Qual a taxa de variação da temperatura do forno no instante *t* = 10 min?

1) 12ºC/min
2) 120ºC/min
3) 10ºC/min XXX
4) 150ºC/min
5) 64ºC/min

Resolução:

$T'(t) = 0{,}06t^2 + 0{,}4t$
$T'(10) = 0{,}06.10^2 + 0{,}4.10$
$T'(10) = 6 + 4$
$T'(10) = 10℃/\text{min}$

3. Certa mangueira despeja água em um tanque. O volume *V* (litros) de água depositado no tanque, no instante *t* (minutos) é calculado pela função: $V(t) = 3t^3 + 4t$. Qual é a taxa de variação do volume de água em função do tempo no instante *t* = 5 minutos?

1) 227 L/min 2) 225 L/min 3) 129 L/min 4) 350 L/min 5) 229 L/min XXX

Resolução:

$V'(t) = 9t^2 + 4$
$V'(5) = 9(5)^2 + 4$
$V'(5) = 9.25 + 4$
$V'(5) = 229\ \text{L/min}$

4. Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação $S(t) = t^2 + 2t - 3$, onde **S** é dado em metros e **t** em segundos. Qual é a velocidade no instante 2s.

1) 6m/s XXX 2) 5m/s 3) 4m/s 4) 9m/s 5) 3m/s

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = 2t + 2$$
$$V(2) = 2.2 + 2$$
$$V(2) = 6m/s$$

5. Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação $S(t) = t^2 + 3t$, onde **S** é dado em metros e **t** em segundos. Qual é a velocidade no instante 2s.

1) 10m/s 2) 6m/s 3) 4m/s 4) 7m/s XXX 5) 8m/s

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = 2t + 3$$
$$V(2) = 2.2 + 3$$
$$V(2) = 7m/s$$

6. Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação $S(t) = t^3 + t^2 + 2t + 1$, onde **S** é dado em metros e **t** em segundos. Qual é a velocidade no instante 1s.

1) 7m/s XXX 2) 5m/s 3) 10m/s 4) 14m/s 5) 6m/s

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = 3t^2 + 2t + 2$$
$$V(1) = 3.1^2 + 2.1 + 2$$
$$V(1) = 7m/s$$

7. Uma cidade X é atingida por uma moléstia epidêmica. Os setores de saúde calculam que o número de pessoas atingidas pela moléstia depois de um tempo *t* (medido em dias a partir do primeiro dia de epidemia) é, aproximadamente, dado por $f(t) = 64t - \frac{t^3}{3}$. Qual a taxa de expansão da moléstia epidêmica em 4 dias?

1) 36 pessoas/dia
2) 48 pessoas/dia XXX
3) 64 pessoas/dia
4) 234 pessoas/dia
5) 80 pessoas/dia

Resolução:

$$f'(t) = 64 - \frac{1}{3}.3t^2$$
$$f'(4) = 64 - t^2$$
$$f'(4) = 64 - 4^2$$
$$f'(4) = 64 - 16$$
$$f'(4) = 48 \text{ pessoas/dia}$$

8. Uma torneira lança água em um tanque. O volume *V* (litros) de água no tanque, no instante *t* (minutos) é dado por $V(t) = 3t^3 + 2t$. Qual é a taxa de variação do volume de água em função do tempo no instante *t* = 4 min?

1) 434 L/min
2) 200 L/min
3) 146 L/min XXX
4) 148 L/min
5) 50 L/min

Resolução:

$$V'(t) = 9t^2 + 2$$
$$V'(4) = 9.4^2 + 2$$
$$V'(4) = 144 + 2$$
$$V'(4) = 146\ L/min$$

9. Sabe-se que a metade dos produtos exportados pelo Brasil vem dos recursos naturais. A derivada primeira da função $E(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5x - 4$, para x = 2, equivale à porcentagem dos produtos primários (café, minério de ferro, etc.). Qual é essa porcentagem (taxa)?

1) 26 % 2) 30 % 3) 47 % 4) 41 % XXX 5) 15 %

Resolução:

$$E'(x) = 12x^2 - 6x + 5$$
$$E'(2) = 12.2^2 - 6.2 + 5$$
$$E'(2) = 48 - 12 + 5$$
$$E'(2) = 41\%$$

10. Suponhamos que *C(x)* seja o custo total de fabricação de x pares de calçados da marca WW dado pela equação $C(x) = 110 + 4x + 0{,}02x^2$. Determinar o custo marginal quando *x* = 50.

1) 5 2) 360 3) 214 4) 2 5) 6 XXX

Resolução:

$$C'(x) = 4 + 0{,}04x$$
$$C'(50) = 4 + 0{,}04.50$$

$C'(50) = 4 + 2$ $\qquad$ $C'(50) = 6$

11. Para produzir um par de calçado, uma indústria tem seu custo total, em reais, expresso pela função: $C(x) = 0{,}1x^3 - 18x^2 + 1500x + 10000$, onde x representa a quantidade de calçados fabricados. Calcule o custo marginal, ou seja, C'(x) para 65 pares.

1) R$ 427,50 XXX
2) R$ 3385,00
3) R$ 58 912,50
4) R$ 678,50
5) R$ 10 427,50

Resolução:

$C'(x) = 0{,}3x^2 - 36x + 1500$

$C'(65) = 0{,}3.65^2 - 36.65 + 1500$

$C'(65) = 1267{,}50 - 2340 + 1500$

$C'(65) = R\$\,427{,}50$

12. Consideremos a função custo total $C(x) = 0{,}02x^3 - 0{,}4x^2 + 400x + 200$. Determinar o custo marginal para produzir 20 unidades.

1) 9784 2) 600 3) 580 4) 408 XXX 5) 400

Resolução:

$C'(x) = 0{,}06x^2 - 0{,}8x + 400$

$C'(x) = 0{,}06(20)^2 - 0{,}8(20) + 400$

$C'(x) = 24 - 16 + 400$

$C'(x) = 408$

13. O produto nacional bruto de um certo país era de $N(t) = t^2 + 5t + 100$ bilhões de dólares t anos após 2000. Qual era a taxa de variação do produto nacional bruto, em 2005?

1) 15 bilhões de dólares/ano XXX
2) 150 bilhões de dólares/ano
3) 35 bilhões de dólares/ano
4) 4015 bilhões de dólares/ano
5) 10 bilhões de dólares/ano

Resolução:

$N'(t) = 2t + 5$

$t = 2005 - 2000$

$t = 5$

$N'(5) = 2.5 + 5$

$N'(5) = 15\ bilhões\ de\ dólares/ano$

14. Uma partícula se move sobre uma trajetória obedecendo à equação horária $S(t) = 2t^3 + t + 1$ metros e o tempo em segundos. Qual a velocidade no tempo de 5 segundos?

1) 51 m/s
2) 151 m/s XXX
3) 52 m/s
4) 152 m/s
5) 256 m/s

Resolução:

$V(t) = S'(t)$

$V(t) = 6t^2 + 1$

$V(5) = 6 \cdot (5)^2 + 1$

$V(5) = 6 \cdot 25 + 1$

$V(5) = 151\ m/s$

15. Dada a função receita $R(x) = -2x^2 + 1000x$, em reais, obtenha a receita marginal no ponto x = 50.

1) R$ 45 000,00
2) R$ 47 500,00
3) R$ 800,00 XXX
4) R$ 1 000,00
5) R$ 900,00

Resolução:

$Rmg(x) = R'(x)$

$Rmg(x) = -4x + 1000$

$Rmg(50) = -4.(50) + 1000$

$Rmg(50) = -200 + 1000$

$Rmg(50) = R\$\,800{,}00$

16. Certo produto possui a seguinte função custo total $C(x) = 0{,}1x^3 - 18x^2 + 1500x + 10000$, em reais. Qual é o custo marginal para produzir 10 unidades deste produto?

1) R$ 23 300,00
2) R$ 15 000,00
3) R$ 1 190,00
4) R$ 1 170,00 XXX
5) R$ 1 143,00

Resolução:

$C'(x) = 0{,}3x^2 - 36x + 1500$

$C'(10) = 0{,}3.(10)^2 - 36.10 + 1500$

$C'(10) = 30 - 360 + 1500$

$C'(10) = R\$\,1170{,}00$

17. Certo produto possui a seguinte função custo total $C(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}5x^2 + 300x + 100$, em reais. Qual é o custo marginal para produzir 10 unidades deste produto?

1) R$ 1 070,00
2) R$ 3 060,00
3) R$ 350,00
4) R$ 270,00
5) R$ 293,00 XXX

Resolução:

$C'(x) = 0{,}03x^2 - x + 300$

$C'(10) = 0{,}03.(10)^2 - 10 + 300$

$C'(10) = 3 - 10 + 300$

$C'(10) = R\$\ 293{,}00$

18. Calcule o custo marginal de uma empresa na qual a função custo total é representada por: $C_T(x) = 3x^5 - 3x^2$, para a produção de 3 unidades.

1) R$ 1 161,00
2) R$ 1 188,00
3) R$ 1 370,00
4) R$ 216,00
5) R$ 1 197,00 XXX

Resolução:

$C'(x) = 15x^4 - 6x$

$C'(3) = 15.(3)^4 - 6.3$

$C'(3) = 1215 - 18$

$C'(3) = R\$\ 1\ 197{,}00$

19. Uma empresa possui uma função custo total de certo produto como: $C_T(x) = 4x^3 + 2x - 5$. Qual é o custo marginal para produzir 11 unidades deste produto?

1) R$ 1 454,00 XXX
2) R$ 1 452,00
3) R$ 1 650,00
4) R$ 5 341,00
5) R$ 4 780,00

Resolução:

$C'(x) = 12x^2 + 2$

$C'(11) = 12.(11)^2 + 2$

$C'(11) = 12.121 + 2$

$C'(11) = 1\ 452 + 2$

$C'(11) = R\$\ 1454{,}00$

20. O custo *C* para se beneficiar uma quantidade *q* de trigo é dado por $C(q) = q^2 + 400$, onde *C* é dado em reais e *q* é dado em toneladas. Calcule a taxa de variação do custo para 120 toneladas.

1) R$ 280,00 por tonelada
2) R$ 240,00 por tonelada XXX
3) R$ 640,00 por tonelada
4) R$ 28 800,00 por tonelada
5) 5) R$ 14 800,00 por tonelada

Resolução:

$C'(x) = 2q$

$C'(120) = 2.120$

$C'(10) = 240$

$C'(10) = R\$\ 240{,}00\ por\ tonelada$

MÉDIO:

1. O lucro de uma empresa pela venda diária de *x* peças, é dado pela função: $L(x) = -x^2 + 14x - 40$. Quantas peças devem ser vendidas diariamente para que o lucro seja máximo?

1) 7 peças XXX
2) 10 peças
3) 4 peças
4) 8 peças
5) 12 peças

Resolução:

$L'(x) = 0$

$L'(x) = -2x + 14$

$-2x + 14 = 0$

$-2x = -14$

$x = 7\ peças$

2. Seja $C_T(x) = 1000 + 4x + \frac{1}{10}x^2$ a função custo total associado à produção de um bem de certa indústria, em reais, na qual *x* representa a quantidade produzida. Qual o custo marginal para produzir 30 unidades?

1) R$ 1210,00
2) R$ 10,00 XXX
3) R$ 25,00
4) R$ 6,00
5) R$ 7,00

Resolução:

$Cmg(x) = C'_T(x)$

$C'_T(x) = 4 + \frac{1}{10} \cdot 2x$

$C'_T(x) = 4 + \frac{1}{5}x$

$C'_T(30) = 4 + \frac{1}{5} \cdot 30$

$C'_T(30) = 4 + 6$

$C'_T(30) = R\$\ 10{,}00$

3. Uma empresa possui seu lucro descrito pela seguinte função $L(x) = -x^2 + 16x - 42$**.** Quantas peças devem ser vendidas por dia para que o lucro seja máximo? E qual é esse lucro máximo?

1) 6 e lucro máximo de 18
2) 5 e lucro máximo de 13
3) 8 e lucro máximo de 22 XXX
4) 16 e lucro máximo de 470
5) 10 e lucro máximo de 18

Resolução:

$$L'(x) = -2x + 16$$
$$-2x + 16 = 0$$
$$-2x = -16$$
$$x = 8$$

$$L(8) = -(8)^2 + 16.8 - 42$$
$$L(8) = -64 + 128 - 42$$
$$L(8) = 22$$

4. A quantidade P (em toneladas) produzida por mês de certo produto e x o trabalho mensal envolvido (medido em homens-hora) é dada pela função produção $P(x) = 1016\sqrt{x}$. Determinar a produtividade marginal quando x = 64.

1) 8 128 toneladas/mês
2) 260 096 toneladas/mês XXX
3) 4 064 toneladas/mês
4) 32 512 toneladas/mês
5) 520 192 toneladas/mês

Resolução:

$$P'(x) = \left(1016.x^{1/2}\right)'$$
$$P'(x) = 1016 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{1/2+1}$$

$$P'(x) = 508x^{3/2}$$
$$P'(64) = 508.(64)^{3/2}$$
$$P'(64) = 508 \cdot 512$$
$$P'(64) = 260\ 096\ toneladas/mês$$

5. Considere a função produção $P(H) = 500\sqrt{H} - 6H$, onde P é a produção mensal (em toneladas), e H, o número de homens-hora empregados. Determinar a produtividade marginal quando 100 empregados trabalham.

1) 4 400 toneladas/mês
2) 24 994 toneladas/mês
3) 49 994 toneladas/mês
4) 499 994 toneladas/mês
5) 249 994 toneladas/mês XXX

Resolução:

$$P'(H) = \left(500.H^{1/2} - 6H\right)'$$
$$P'(H) = 500 \cdot \frac{1}{2} \cdot H^{1/2+1} - 6$$

$$P'(H) = 250H^{3/2} - 6$$
$$P'(100) = 250.(100)^{3/2} - 6$$
$$P'(100) = 250 \cdot 1000 - 6$$
$$P'(100) = 249\ 994\ toneladas/mês$$

6. O custo diário de produção de uma indústria de tintas é dado pela função $C(x) = x^2 - 86x + 2500$, onde $C(x)$ é o custo em reais e $\boldsymbol{x}$ é o número de latas de tinta fabricadas diariamente. Quantas latas de tinta devem ser produzidas para que o custo seja mínimo? Qual é esse custo mínimo?

1) 43 latas e R$ 651,00 XXX
2) 86 latas e R$ 2 500,00
3) 43 latas e R$ 3151,00
4) 35 latas e R$ 715,00
5) 50 latas e R$ 700,00

Resolução:

$$Custo\ mínimo: C'(x) = 0$$
$$C'(x) = 2x - 86$$
$$2x - 86 = 0$$
$$2x = 86$$
$$x = \frac{86}{2}$$

$$x = 43\ latas$$
$$Custo\ mínimo:$$
$$C(43) = 43^2 - 86.43 + 2500$$
$$C(43) = R\$\ 651{,}00$$

7. O lucro (em reais) resultante da venda de x galões de defensivos agrícolas é dado por $L(x) = -0,001x^2 + 24x$. Qual a quantidade de galões deverá ser vendida para que maximize o lucro? Qual será esse lucro?

1) 120 galões e L(120) = R$ 2 879,88
2) 12000 galões e L(12000) = R$ 144 000,00 XXX
3) 24000 galões e L(24000) = R$ 240 000,00
4) 2000 galões, e L(2000) = R$ 44 000,00
5) 10 000 galões e e L(10000) = R$ 140 000,00

Resolução:

$L'(x) = -0{,}002x + 24$
$Para\ maximizar\ o\ lucro: L'(x) = 0$
$-0{,}002x + 24 = 0$
$-0{,}002x = -24$
$0{,}002x = 24$

$x = \frac{24}{0{,}002}$
$x = 12000\ galões$

$L(12000) = -0{,}001(12000)^2 + 24(12000)$

$L(12000) = -144000 + 288000$

$L(12000) = R\$\ 144\ 000{,}00$

8. O custo diário de produção de uma indústria de fertilizantes é dado pela função $C(x) = 2x^2 - 5x + 8$, onde $C(x)$ é o custo em reais e **x** é o número de arrobas fabricadas diariamente. Quantas arrobas devem ser produzidas para que o custo seja mínimo. Qual é esse custo mínimo?

1) 3 arrobas e R$11,00
2) 2 arrobas e R$ 6,00
3) 1,25 arrobas e R$ 4,87 XXX
4) 8 arrobas e R$ 96,00
5) 5 arrobas e R$ 33,00

Resolução:

$$Custo\ mínimo: C'(x) = 0$$
$$C'(x) = 4x - 5$$
$$4x - 5 = 0$$
$$4x = 5$$
$$x = \frac{5}{4}$$
$$x = 1{,}25\ arrobas$$
$$C(1{,}25) = 2.(1{,}25)^2 - 5.1{,}25 + 8$$
$$C(1{,}25) = 3{,}125 - 6{,}25 + 8$$
$$C(1{,}25) = R\$\ 4{,}87$$

9. Uma bala é atirada de um canhão, percorrendo uma trajetória representada pela parábola de equação $h(t) = -t^2 + 5t$, com *h* em metros e *t* em segundos. Em quantos segundos a bala atinge a altura máxima? Qual a altura máxima atingida pela bala?

1) 5 s e 10 m.
2) 2 s e 6 m.
3) 4 s e 4 m.
4) 2,5 s e 6,25 m XXX
5) 1,5 e 5,25 m

Resolução:

$$Altura\ máxima: h'(t) = 0$$
$$h'(t) = -2t + 5$$
$$-2t + 5 = 0$$
$$-2t = -5$$
$$t = \frac{5}{2}$$
$$t = 2{,}5\ s$$
$$h(2{,}5) = -(2{,}5)^2 + 5.(2{,}5)$$
$$h(2{,}5) = -6{,}25 + 12{,}5$$
$$h(2{,}5) = 6{,}25\ m$$

10. Um corpo lançado do solo verticalmente para cima tem posição em função do tempo dado pela expressão $h(t) = 40t - 5t^2$, em que a altura e dada em metros e o tempo *t* em segundos. Em quanto tempo, o corpo alcança a altura máxima? Qual a altura máxima alcançada?

1) 3s e 10m.
2) 2s e 60m.
3) 5s e 75m.
4) 8s e 160m
5) 4s e 80m XXX

Resolução:

$$Altura\ Máxima: h'(t) = 0$$
$$h'(t) = 40 - 10t$$
$$40 - 10t = 0$$
$$40 = 10t$$
$$t = \frac{40}{10}$$
$$t = 4s$$
$$h(4) = 40.4 - 5.(4)^2$$
$$h(4) = 160 - 80$$
$$h(4) = 80m$$

11. Uma companhia de ração para cachorro verifica que seu lucro (em reais) é dado como uma função de P (o preço) por q (o quilograma) da ração por: $P(q) = -q^2 + 130q - 225$. Aproximadamente, quantos quilos da ração devem ser vendidos para maximizar o lucro? Qual é esse lucro máximo?

1) 65 quilos e R$ 4 000,00 XXX
2) 130 quilos e R$ 225,00
3) 2 quilos e R$ 31,00
4) 100 quilos e R$ 8 925,00
5) 47,5 quilos e R$ 3 693,75

Resolução:

$$Lucro\ máximo: P'(q) = 0$$
$$P'(q) = -2q + 130$$
$$-2q + 130 = 0$$
$$-2q = -130$$
$$q = 65\ quilos$$
$$P(65) = -(65)^2 + 130.65 - 225$$
$$P(65) = -4225 + 8450 - 225$$
$$P(65) = R\$\ 4000{,}00$$

12. Suponha que a equação da velocidade *V*(m/s) de um ponto material em função do tempo *t*(s) é dada por $V(t) = -3t^2 + 18t + 8$. Determine o instante no qual a velocidade do ponto material é máxima e a velocidade máxima.

1) t = 4s e V = 248m/s
2) t = 3s e V = 35m/s XXX
3) t = 6s e V = 8m/s

4) t = 2s e V = 32m/s 5) t = 8s e V = 40m/s

Resolução:

$$Velocidade\ máxima: V'(t) = 0$$
$$V'(t) = -6t + 18$$
$$-6t + 18 = 0$$
$$18 = 6t$$
$$\frac{18}{6} = t$$

$$t = 3s$$
$$V(3) = -3.3^2 + 18.3 + 8$$
$$V(3) = -27 + 54 + 8$$
$$V(3) = 35m/s$$

13. Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água no reservatório, em litros, t horas após o escoamento ter começado é dada por $V = 50(80 - t)^2$. Determine a taxa de variação do volume de água no reservatório durante as 10 primeiras horas de escoamento.

1) 245 000 L/hora
2) – 3500 L/hora
3) – 7000 L/hora XXX
4) – 5000 L/hora
5) – 10 000 L/hora

Resolução:

$$V'(t) = 50.2(80 - t)^{2-1}.(80 - t)'$$
$$V'(t) = 100(80 - t)^1.(-1)$$
$$V'(t) = (8000 - 100t).(-1)$$
$$V'(t) = -8000 + 100t$$

$$V'(10) = -8000 + 100.10$$
$$V'(10) = -8000 + 1000$$
$$V'(t) = -7000\ L/hora$$

14. A posição de uma partícula é dada por $S(t) = 2t^3 - 40t^2 + 200t - 50$, onde *s* está em metros e *t* em segundos. Para quais valores de *t* a velocidade se anula?

1) – 12,66s e 14s
2) 0s e 10s
3) 2s e 15s
4) 3,33s e 10s XXX
5) 5s e 12s

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = 6t^2 - 80t + 200$$
$$V(t) = 0, logo:$$
$$6t^2 - 80t + 200 = 0$$
$$t = \frac{80 \pm \sqrt{(-80)^2 - 4.6.200}}{2.6}$$
$$t = \frac{80 \pm \sqrt{6400 - 4800}}{12}$$

$$t = \frac{80 \pm \sqrt{1600}}{12}$$
$$t = \frac{80 \pm 40}{12}$$
$$t' = \frac{120}{12} = 10s$$
$$t'' = \frac{40}{12} = 3{,}33s$$

15. A coordenada de posição de uma partícula movendo-se ao longo de uma linha reta é dada por $S(t) = 2t^3 - 24t + 6$, onde s é medido em metros a partir de uma origem e t está em segundos. Qual o tempo necessário para a partícula alcançar uma velocidade de 72m/s?

1) 10s 2) 0s 3) 5s 4) 7s 5) 4s XXX

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = 6t^2 - 24$$
$$72 = 6t^2 - 24$$
$$72 + 24 = 6t^2$$
$$96 = 6t^2$$

$$16 = t^2$$
$$t = \pm\sqrt{16},$$
$$logo\ como\ tempo\ é\ positivo, t = 4s$$

16. Uma partícula move-se segundo a trajetória $S(t) = -2t^3 + 7t^2 - 3$. Qual a velocidade no instante t = 3 segundos?

1) – 12m/s XXX 2) 10m/s 3) 6m/s 4) 5m/s 5) 8m/s

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = -6t^2 + 14t$$
$$V(3) = -6(3)^2 + 14.(3)$$

$$V(3) = -54 + 42$$
$$V(3) = -12m/s$$

17. Um fabricante de pequenos motores estima que o custo da produção de x motores por dia é dado por $C(x) = 100 + 50x + \left(\frac{100}{x}\right)$. Qual é o custo marginal para produção de 5 motores?

1) R$ 130,00
2) R$ 46,00 XXX
3) R$ 72,00
4) R$ 2550,00
5) R$ 550,00

Resolução:

$$Cm(x) = C'(x)$$
$$C'(x) = 50 + 100(x^{-1})'$$
$$C'(x) = 50 + 100.(-1)(x^{-2})$$
$$C'(x) = 50 - 100.x^{-2}$$
$$C'(x) = 50 - \frac{100}{x^2}$$

$$C'(5) = 50 - \frac{100}{5^2}$$
$$C'(5) = 50 - \frac{100}{25}$$
$$C'(5) = 50 - 4$$
$$C'(5) = R\$\,46{,}00$$

18. Uma companhia faz um teste piloto para a produção de um novo solvente industrial e verifica que o custo da produção de x de cada teste é dado pela fórmula $C(x) = 3 + x + \left(\frac{10}{x}\right)$. Qual é o valor do custo marginal de produção de 11 litros?

1) R$ 130,00
2) R$ 46,00
3) R$ 72,00 XXX
4) R$ 2550,00
5) R$ 550,00

Resolução:

$$Cm(x) = C'(x)$$
$$C'(x) = 1 + 10(x^{-1})'$$
$$C'(x) = 1 + 10.(-1).x^{-1-1}$$
$$C'(x) = 1 - 10.x^{-2}$$
$$C'(x) = 1 - \frac{10}{x^2}$$

$$C'(x) = 1 - \frac{10}{(11)^2}$$
$$C'(x) = 1 - \frac{10}{121}$$
$$C'(x) = 1 - 0{,}083$$
$$C'(x) = R\$\,0{,}92$$

19. A função custo para fabricar um componente de microprocessador é dada por $C(x) = 1000 + 2x + 0{,}005x^2$. Se forem fabricadas 2 000 unidades, determine o custo marginal.

6) R$ 30,00
7) R$ 12,00
8) R$ 25 000,00
9) R$ 22,00 XXX
10) R$ 10 000,00

Resolução:

$$Cm(x) = C'(x)$$
$$C'(x) = 2 + 0{,}01x$$

$$C'(2000) = 2 + 0{,}01.2000$$
$$C'(x) = R\$\,22{,}00$$

20. A posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma reta coordenada é dada por $S = -\frac{1}{4}t^2 + t + 1$, com *s* em metros e *t* em segundos. Quantos segundos esta partícula levará para parar, ou seja, V(t) = 0?

1) 4s
2) 4,83 s
3) 3s
4) 0,5s
5) 2s XXX

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = -\frac{1}{4}.2t + 1$$
$$V(t) = -\frac{2t}{4} + 1$$
$$V(t) = -\frac{t}{2} + 1$$

$$V(t) = -\frac{t}{2} + 1$$
$$0 = -\frac{t}{2} + 1$$
$$\frac{t}{2} = 1$$
$$t = 2s$$

DIFÍCIL:

1. A posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma reta coordenada é dada por $S = \sqrt{1 + 4t}$, com *s* em metros e *t* em segundos. Determine a velocidade da partícula para t = 6s.

1) 0,4m XXX
2) 2,5m
3) 0,1m
4) 0,7m
5) 4) 0,2m

Resolução:

$$S'(t) = \frac{1}{2}(1 + 4t)^{\frac{1}{2}-1}.(1 + 4t)'$$
$$S'(t) = \frac{1}{2}(1 + 4t)^{-\frac{1}{2}}.(4)$$
$$S'(t) = \frac{2}{(1 + 4t)^{\frac{1}{2}}}$$
$$S'(t) = \frac{2}{\sqrt{1 + 4t}}$$

$$S'(6) = \frac{2}{\sqrt{1 + 4.6}}$$
$$S'(6) = \frac{2}{\sqrt{1 + 24}}$$
$$S'(6) = \frac{2}{\sqrt{25}}$$
$$S'(6) = 0{,}4m$$

2. Um projétil é lançado verticalmente para cima com uma velocidade de 120m/s. Pela física sabemos que sua distância acima do solo após *t* segundos é $S(t) = -4{,}9t^2 + 120t$. Determine em que instante e com que velocidade o projétil atinge o solo.

1) $t = 10s\ e\ V(10) = 22m/s$
2) $t = 24{,}5s\ e\ V(24{,}5) = 120{,}1m/s$ XXX
3) $t = 12{,}24s\ e\ V(12{,}24) = 0m/s$
4) $t = 5s\ e\ V(5) = 71m/s$
5) $t = 2s\ e\ V(24{,}5) = 100{,}4m/s$

Resolução:

$$-4{,}9t^2 + 120t = 0$$
$$t(-4{,}9t + 120) = 0$$
$$t' = 0\ s$$
$$-4{,}9t + 120 = 0$$
$$-4{,}9t = -120$$
$$t = \frac{120}{4{,}9}$$

$$t'' = 24{,}5\ s$$
$$V(t) = S'(t) = -9{,}8t + 120$$
$$V(24{,}5) = -9{,}8.(24{,}5) + 120$$
$$V(24{,}5) = -240{,}1 + 120$$
$$V(24{,}5) = -120{,}1$$
$$V(24{,}5) = |-120{,}1|$$
$$V(24{,}5) = 120{,}1\ m/s$$

3. Um fabricante de móveis estima que o custo semanal da fabricação de *x* reproduções (manuais) de uma mesa colonial é dado por $C(x) = x^3 - 3x^2 - 80x + 500$. Cada mesa é vendida por R$ 2 800,00. Que produção semanal maximizará o lucro? Dica: $L(x) = R(x) - C(x), sendo\ R(x) = valor\ X\ quantidade$

1) 20 unidades
2) 30 unidades
3) 32 unidades XXX
4) 6 unidades
5) 35 unidades

Resolução:

$$L(x) = R(x) - C(x)$$
$R(x) = 2800x\ e$
$C(x) = x^3 - 3x^2 - 80x + 500$
$L(x) = 2800x - (x^3 - 3x^2 - 80x + 500\ )$
$L(x) = 2800x - x^3 + 3x^2 + 80x - 500$
$L(x) = -x^3 + 3x^2 + 2880x - 500$
$L'(x) = -3x^2 + 6x + 2880,$
$para\ ser\ máximo\ L'(x) = 0$
$-3x^2 + 6x + 2880 = 0,$
$dividindo\ a\ equação\ por -3, temos:$
$$x^2 - 2x - 960 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4.1.(-960)}}{2.1}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{3844}}{2}$$
$$x = \frac{2 \pm 62}{2}$$
$$x' = \frac{64}{2} = 32$$
$$x'' = -\frac{60}{2} = -30$$

Como a produção não pode assumir valores negativos, então, serão necessários produzir 32 unidades para atingir o lucro máximo.

4. Uma obra de arte comprada em 1998 por U$ 100 000,00 é estimada em $v(t) = 100\ 000e^{t/5}$ dólares após *t* anos. Com qual taxa o valor da obra de arte estará se valorizando em 2013?

6) U$ 2 008 553,69 por ano
7) U$ 10 042 768,46 por ano
8) U$ 657 834,78 por ano
9) U$ 401 710,74 por ano XXX
10) U$ 1,307 x 10^{10} por ano

Resolução:

$$Tempo: 2013 - 1998 = 15\ anos$$
$$V'(x) = \left(\frac{t}{5}\right)' \cdot 100\ 000e^{\frac{t}{5}}$$
$$V'(x) = \frac{1}{5} \cdot 100\ 000e^{\frac{t}{5}}$$

$$V'(x) = 20\ 000e^{\frac{t}{5}}$$
$$V'(15) = 20\ 000e^{\frac{15}{5}}$$
$$V'(15) = 20\ 000e^{3}$$
$$V'(15) = U\$\ 401\ 710{,}74\ por\ ano$$

5. O valor de um computador *t* anos após a compra é $v(t) = 200e^{-0{,}35t}$ dólares. Com qual taxa o computador estará depreciando depois de três anos?

1) U$ 69,99 por ano
2) U$ - 199,97 por ano
3) U$ - 0,74 por ano
4) U$ - 20,00 por ano
5) U$ - 24,50 por ano XXX

Resolução:

$$v'(t) = (-0{,}35t)' \cdot 200e^{-0{,}35t}$$
$$v'(t) = -0{,}35 \cdot 200e^{-0{,}35t}$$

$$v'(3) = -0{,}35 \cdot 200e^{-0{,}35.3}$$
$$v'(3) = -0{,}35 \cdot 69{,}99$$
$$v'(3) = -24{,}50$$

6. Após várias horas de experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias, varia de acordo com a função $y = 12x - 2x^2$, em que *x* é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão desse antibiótico. Qual o tempo necessário para atingir o nível máximo de concentração desse antibiótico no sangue dessas cobaias? Qual o nível máximo de concentração desse antibiótico?

1) 3h e 18 XXX
2) 6h e 14
3) 3h e 12
4) 6h e 18
5) 3h e 30

Resolução:

$$Tempo\ máximo: y' = 0$$
$$y' = 12 - 4x$$
$$12 - 4x = 0$$
$$12 = 4x$$
$$\frac{12}{4} = x$$
$$x = 3h$$
$$Nível\ de\ Concentração\ máximo:$$
$$y(3) = 12x - 2x^2$$
$$y(3) = 12.3 - 2.(3)^2$$
$$y(3) = 36 - 18$$
$$y(3) = 18$$

7. Suponha que a quantia total de petróleo consumida no mundo possa ser modelada pela função $Q(t) = 640.e^{0,05t}$ bilhões de barris. Determine qual a taxa de consumo em aproximadamente 10 anos.

1) 1 055,18 bilhões de barris/ano
2) 52,76 bilhões de barris/ano XXX
3) 336,41 bilhões de barris/ano
4) 527,59 bilhões de barris/ano
5) 704 846,91 bilhões de barris/ano

Resolução:

$$Q'(t) = (0{,}05t)' \cdot 640.e^{0,05t}$$
$$Q'(t) = 0{,}05.640.e^{0,05t}$$
$$Q'(t) = 32.e^{0,05t}$$
$$Q'(10) = 32.e^{0,05.10}$$
$$Q'(10) = 32\,.\,1{,}649$$
$$Q'(10) = 52{,}76\ bilhões\ de\ barris$$

8. Um fazendeiro quer construir um galpão em sua fazenda. Fazendo os cálculos ele chega à conclusão que o custo da obra em reais, é dado pela função $C(x) = 10x + \frac{160}{x}$, onde *x* é a medida em metros do lado do galpão. Qual deverá ser a medida *x* do lado do galpão para que o custo seja mínimo? Qual será esse custo mínimo?

1) 16 metros e R$ 170,00
2) 2 metros e R$ 100,00
3) 4 metros e R$ 80,00 XXX
4) 8 metros e R$ 100,00
5) 0,25 metros e R$ 642,50

Resolução:

$$Custo\ mínimo: C'(x) = 0$$
$$C'(x) = 10 + (160.(x)^{-1})'$$
$$C'(x) = 10 + 160.(-1).x^{-2}$$
$$C'(x) = 10 - 160.x^{-2}$$
$$C'(x) = 10 - \frac{160}{x^2}$$
$$Medida\ do\ lado: 10 - \frac{160}{x^2} = 0$$
$$\frac{10x^2 - 160}{x^2} = 0$$
$$10x^2 - 160 = 0$$
$$10x^2 = 160$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm\sqrt{16}$$
$$x = \pm 4$$
$$x' = 4\ e\ x'' = -4$$

Como x é medida de lado, logo seu valor é positivo, ou seja, 4 metros.

$$Custo\ mínimo: C(4) = 10x + \frac{160}{x}$$
$$C(4) = 10.4 + \frac{160}{4}$$
$$C(4) = 40 + 40$$
$$C(4) = R\$\ 80{,}00$$

9. Suponha que uma colônia de moscas da fruta esteja crescendo de acordo com a seguinte lei exponencial $y = 100.e^{0,08t}$, onde *y* é a quantidade total de moscas da fruta e *t* o tempo em dias. Determine a taxa de crescimento para 20 dias.

1) 2 166,57 moscas/dia
2) 495,30 moscas/dia
3) 173,33 moscas/dia
4) 39,62 moscas/dia XXX
5) 792,49 moscas/dia

Resolução:

$$y' = 100 \cdot (0{,}08t)' \cdot e^{0,08t}$$
$$y' = 100 \cdot 0{,}08 \cdot e^{0,08t}$$
$$y' = 8e^{0,08t}$$
$$y'(20) = 8e^{0,08.20}$$
$$y'(20) = 39{,}62\ moscas/dia$$

10. Suponha que após t horas existam P(*t*) células presentes em uma cultura, em que $P(t) = 5000e^{0,2t}$. Qual a taxa de crescimento de células na cultura após 10 horas.

1) 61 070,14 células/hora
2) 22 026 465,79 células/hora
3) 36 945,28 células/hora
4) 12 214,03 células/hora

5) 7 389,06 células/hora XXX

Resolução:

$$P'(t) = 5000 \cdot (0{,}2t)' \cdot e^{0{,}2t}$$
$$P'(t) = 5000 \cdot 0{,}2 \cdot e^{0{,}2t}$$
$$P'(t) = 1000e^{0{,}2t}$$
$$P'(10) = 1000e^{0{,}2.10}$$
$$P'(10) = 1000.e^{2}$$
$$P'(10) = 7\,389{,}06$$

11. O tamanho da população de um determinado inseto é dado por $P(t) = 300e^{0{,}01t}$, em que *t* é medido em dias. Determine a taxa de crescimento em 5 dias.

1) 3,15 insetos/dia XXX
2) 315,38 insetos/dia
3) 15,15 insetos/dia
4) 1 515,08 insetos/dia
5) 3,03 insetos/dia

Resolução:

$$P'(t) = 300 \cdot (0{,}01t)' \cdot e^{0{,}01t}$$
$$P'(t) = 300 \cdot 0{,}01 \cdot e^{0{,}01t}$$
$$P'(t) = 3 \cdot e^{0{,}01t}$$
$$P'(5) = 3 \cdot e^{0{,}01.5}$$
$$P'(t) = 3 \cdot e^{0{,}05}$$
$$P'(t) = 3{,}15 \text{ insetos/dia}$$

12. O deslocamento de uma partícula sobre uma corda vibrante é dado pela equação $S(t) = 10 + \frac{1}{4}sen\,(10\pi t)$, onde *s* é medido em centímetros e *t* em segundos. Qual é a velocidade da partícula após 10 segundos?

1) $0{,}175\pi\ cm/s$
2) $2{,}5\pi\ cm/s$ XXX
3) $0{,}0175\pi\ cm/s$
4) $1{,}75\ cm/s$
5) $0{,}175\ cm/s$

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = \frac{1}{4}\cos(10\pi t).(10\pi t)'$$
$$V(t) = \frac{1}{4}\cos(10\pi t).10\pi$$
$$V(t) = \frac{10\pi}{4}\cos(10\pi t)$$
$$V(t) = 2{,}5\pi\cos(10\pi t)$$
$$V(10) = 2{,}5\pi\cos(10\pi.10)$$
$$V(10) = 2{,}5\pi\cos(100.180)$$
$$V(10) = 2{,}5\pi \cdot 1$$
$$V(10) = 2{,}5\pi\ cm/s$$

13. A posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma reta coordenada é dada por $S = \sqrt{2t^2+1}$, com *s* em metros e *t* em segundos. Determine a velocidade da partícula para t = 2s.

1) 3 m/s
2) 0,166 m/s
3) 1,33 m/s XXX
4) 0,33 m/s
5) 1,5 m/s

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = \frac{1}{2}(2t^2+1)^{\frac{1}{2}-1}.(2t^2+1)'$$
$$V(t) = \frac{1}{2}(2t^2+1)^{-\frac{1}{2}}.(4t)$$
$$V(t) = \frac{4t}{2}(2t^2+1)^{-\frac{1}{2}}$$
$$V(t) = 2t(2t^2+1)^{-\frac{1}{2}}$$
$$V(t) = \frac{2t}{(2t^2+1)^{\frac{1}{2}}}$$
$$V(t) = \frac{2t}{\sqrt{2t^2+1}}$$
$$V(2) = \frac{2.2}{\sqrt{2.2^2+1}}$$
$$V(2) = \frac{4}{\sqrt{2.2^2+1}}$$
$$V(2) = \frac{4}{\sqrt{9}}$$
$$V(2) = 1{,}33\ m/s$$

14. A posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma reta coordenada é dada por $S = \sqrt{7+3t}$, com *s* em metros e *t* em segundos. Determine a velocidade da partícula para t = 5s.

1) 4,69 m/s
2) 2,35 m/s
3) 7,04 m/s
4) 0,32 m/s XXX
5) 0,11 m/s

Resolução:

$$V(t) = S'(t)$$
$$V(t) = \frac{1}{2}(7+3t)^{\frac{1}{2}-1}.(7+3t)'$$
$$V(t) = \frac{1}{2}(7+3t)^{-\frac{1}{2}}.(3)$$
$$V(t) = \frac{3}{2}(7+3t)^{-\frac{1}{2}}$$
$$V(t) = \frac{3}{2(7+3t)^{\frac{1}{2}}}$$

$$V(t) = \frac{3}{2\sqrt{7+3t}}$$
$$V(5) = \frac{3}{2\sqrt{7+3.5}}$$
$$V(5) = \frac{3}{2\sqrt{7+15}}$$
$$V(5) = \frac{3}{2\sqrt{22}}$$
$$V(5) = \frac{3}{9{,}38}$$
$$V(5) = 0{,}32\ m/s$$

15. A equação de oferta para certo produto é $x = 1000\sqrt{3p^2 + 20p}$, onde *x* unidades são oferecidas por mês quando *p* for o preço unitário. Ache a taxa de variação na oferta se o preço corrente for de R$ 20,00 por unidade.

6) 40 000 unidades/mês
7) 2400 unidades/mês
8) 1000 unidades/mês
9) 1525 unidades/mês
10) 1750 unidades/mês XXX

Resolução:

$$x'(p) = 1000.\frac{1}{2}.(3p^2 + 20p)^{\frac{1}{2}-1}.(3p^2 + 20p)'$$
$$x'(p) = 500(3p^2 + 20p)^{-\frac{1}{2}}.(6p + 20)$$
$$x'(p) = \frac{500.(6p + 20)}{(3p^2 + 20p)^{\frac{1}{2}}}$$
$$x'(p) = \frac{3000p + 10\,000}{\sqrt{3p^2 + 20p}}$$
$$x'(20) = \frac{3000.20 + 10\,000}{\sqrt{3.(20)^2 + 20.20}}$$
$$x'(20) = \frac{60\,000 + 10\,000}{\sqrt{1200 + 400}}$$
$$x'(20) = \frac{70\,000}{\sqrt{1600}}$$
$$x'(20) = \frac{70\,000}{40}$$
$$x'(20) = 1750\ unidades/mês$$

16. Em um lago grande, um peixe predador alimenta-se de um peixe menor e a população de predadores em qualquer época é uma função do número de peixes pequenos no lago, naquele período de tempo. Suponha que quando há *x* peixes pequenos no lago, a população de predadores é *y* e $y = \frac{1}{4}(8t + 90)^2 + 80$. A que taxa a população do peixe predador estará crescendo 9 semanas após o término da temporada de pesca?

1) 648 peixes/semana XXX
2) 6 641 peixes/semana
3) 728 peixes/semana
4) 81 peixes/semana
5) 210 peixes/semana

Resolução:

$$y'(t) = \frac{1}{4}.2.(8t + 90)^{2-1}.(8t + 90)'$$
$$y'(t) = \frac{1}{2}.(8t + 90).8$$
$$y'(t) = \frac{8}{2}.(8t + 90)$$
$$y'(t) = 4.(8t + 90)$$
$$y'(t) = (32t + 360)$$
$$y'(t) = (32t + 360)$$
$$y'(t) = 32.9 + 360$$
$$y'(t) = 648\ peixes/semana$$

17. Um epidemiologista determina que uma certa doença se dissemina de tal forma que, t semanas após o início de um surto, N centenas de novos casos são observados, onde

$$N(t) = \frac{5t}{12 + t^2}$$

Em que semana o número de casos da doença é máximo?

1) 2 semanas
2) 3,5 semanas XXX
3) 5 semanas
4) 10 semanas
5) 3 semanas

Resolução:

$$N'(t) = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$$
$$N'(t) = \frac{5.(12 + t^2) - 2t.5t}{(12 + t^2)^2}$$
$$N'(t) = \frac{60 + 5t^2 - 10t^2}{(12 + t^2)^2}$$
$$N'(t) = \frac{60 - 5t^2}{(12 + t^2)^2}$$
$$0 = \frac{60 - 5t^2}{(12 + t^2)^2}$$
$$0 = 60 - 5t^2$$
$$5t^2 = 60$$
$$t^2 = \frac{60}{5}$$
$$t^2 = 12$$
$$t = \pm\sqrt{12}, como\ o\ tempo\ é\ positivo,$$

$$ então: t = 3{,}5\ semanas $$

18. O gerente de uma fábrica de calçados determina que *t* meses após o início de uma campanha publicitária *S(t)* centenas de pares serão vendidos, onde:

$$ S(t) = \frac{3}{t+2} - \frac{12}{(t+2)^2} + 5 $$

Em que mês o número de pares vendidos será máximo?

1) No 5º mês.
2) No 18º mês.
3) No 6º mês. XXX
4) No 8º mês.
5) No 3º mês.

Resolução:

$$ S(t) = 3.(t+2)^{-1} - 12(t+2)^{-2} + 5 $$
$$ S'(t) = 3.(-1).(t+2)^{-1-1} - 12.(-2).(t+2)^{-2-1} $$
$$ S'(t) = -3.(t+2)^{-2} + 24.(t+2)^{-3} $$
$$ S'(t) = -3.(t+2)^{-2} + 24.(t+2)^{-3} $$
$$ S'(t) = \frac{-3}{(t+2)^2} + \frac{24}{(t+2)^3} $$
$$ 0 = \frac{-3.(t+2) + 24}{(t+2)^3} $$
$$ 0.(t+2)^3 = -3t - 6 + 24 $$
$$ 0 = -3t + 18 $$
$$ 3t = 18 $$
$$ t = 6, logo\ 6º\ mês. $$

19. Uma empresa estima que, se investir *x* milhares de reais na comercialização de um certo produto, Q(*x*) milhares de unidades do produto serão vendidas, onde

$$ Q(x) = \frac{7x}{27 + x^2} $$

Para que investimento em comercialização *x* as vendas são maximizadas?

1) 7 vendas
2) 2 vendas
3) 10 vendas
4) 5,2 vendas XXX
5) 6 vendas

Resolução:

$$ Q'(x) = \frac{u'.v - v'.u}{v^2} $$
$$ Q'(x) = \frac{7.(27 + x^2) - 2x.7x}{(27 + x^2)^2} $$
$$ Q'(x) = \frac{189 + 7x^2 - 14x^2}{(27 + x^2)^2} $$
$$ Q'(x) = \frac{189 - 7x^2}{(27 + x^2)^2} $$
$$ 0 = \frac{189 - 7x^2}{(27 + x^2)^2} $$
$$ 0 = 189 - 7x^2 $$
$$ 7x^2 = 189 $$
$$ x^2 = \frac{189}{7} $$
$$ x^2 = 27 $$
$$ x = \pm\sqrt{27} $$
$$ como\ a\ quantidade\ é\ só\ positiva, $$
$$ então: x = 5{,}2\ vendas. $$

20. Uma loja de artigos para cozinha verifica que o custo de fabricação e embalagem de x moinhos de pimenta por dia é $500 + 0{,}02x + 0{,}001x^2$. Se cada moinho é vendido por R$ 8,00 determine a produção que maximiza o lucro. Dica: $L(x) = R(x) - C(x), sendo\ R(x) = valor\ X\ quantidade.$

1) 1 000 unidades
2) 7 980 unidades
3) 4 000 unidades
4) 4 590 unidades
5) 3 990 unidades XXX

Resolução:

$$ R(x) = 8x $$
$$ L(x) = R(x) - C(x) $$
$$ L(x) = 8x - (500 + 0{,}02x + 0{,}001x^2) $$
$$ L(x) = 8x - 500 - 0{,}02x - 0{,}001x^2 $$
$$ L(x) = 7{,}98x - 500 - 0{,}001x^2 $$
$$ Para\ o\ Lucro\ Máximo\ L'(x) = 0, $$
$$ então: L'(x) = 7{,}98 - 0{,}002x $$
$$ 7{,}98 - 0{,}002x = 0 $$
$$ 7{,}98 = 0{,}002x $$
$$ x = \frac{7{,}98}{0{,}002} $$
$$ x = 3\ 990\ unidades $$

APÊNDICE B – DECLARAÇÃO DE INSTITUIÇÃO PARTICIPANTE

CENTRO UNIVERSITÁRIO LUTERANO DE PALMAS

ULBRA

Recredenciado pela Portaria Ministerial nº 1.162, de 13/10/16, D.O.U nº 198, de 14/10/2016
ASSOCIAÇÃO EDUCACIONAL LUTERANA DO BRASIL

DECLARAÇÃO DE INSTITUIÇÃO PARTICIPANTE

Eu, Adriano Chiarani da Silva, abaixo assinado, responsável pela instituição Centro Universitário Luterano de Palmas - CEULP/ULBRA, participante no projeto de pesquisa intitulado: Dificuldades na resolução de problemas envolvendo o conteúdo de Derivadas: um estudo de caso com alunos de Engenharia Civil, que está sendo proposto pela pesquisadora Patrícia Liane Grudzinski da Silva, vinculado à Universidade Luterana do Brasil - ULBRA, **DECLARO** ter lido e concordar com a proposta de pesquisa, bem como conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Norma Operacional CONEP 001/13, a Resolução CNS 466/2012 e suas complementares. Esta instituição está ciente de suas co-responsabilidades e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos participantes, dispondo de infraestrutura necessária, para a garantia a realização das ações previstas no referido projeto, visando à integridade e proteção dos participantes da pesquisa.

Palmas, 31 de julho de 2017.

Adriano Chiarani da Silva

Adriano Chiarani da Silva
Reitor
Portaria AELBRA nº 15/2015

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

PROFESSORA – CEULP/ULBRA
Pesquisador Responsável: Patrícia Liane Grudzinski da Silva
Endereço: Quadra 108 Norte, Alameda 16, lote 01
CEP: 77.006-118 – Palmas – TO
Fone: (63) 3322.2261
E-mail: patriciagrudzinski@hotmail.com

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O Sr. (a) está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa "DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO O CONTEÚDO DE DERIVADAS: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE ENGENHARIA CIVIL". Neste estudo pretendemos investigar as dificuldades de um grupo de alunos que já cursaram a disciplina de Cálculo I do Curso de Engenharia Civil, do CEULP/ULBRA, ao resolverem problemas envolvendo o conteúdo de Derivadas.

O motivo que nos leva a estudar é auxiliar o discente a verificar em qual conteúdo apresenta dificuldades e, ao docente, subsídios para que conheça a realidade educacional dos estudantes, possibilitando que o mesmo possa propor metodologias diversificadas em suas aulas e de acordo com as individualidades, explorando estes conteúdos que não foram bem compreendidos pelos alunos, propiciando uma recuperação individualizada das dificuldades apresentadas pelos mesmos.

Para este estudo adotaremos os seguintes procedimentos:

- questionário para conhecer o perfil dos sujeitos da pesquisa;
- análise documental do Curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA.
- banco de dados dos testes adaptativos, no Sistema Siena, envolvendo o conteúdo de Matemática Básica e de Derivadas e suas Aplicações;
- análise dos registros dos estudantes ao realizarem as questões dos testes;
- observação participativa da professora pesquisadora.

A referida pesquisa não apresenta risco algum, apenas benefícios considerando os conhecimentos adquiridos e a oportunidade de resolver exercícios utilizando uma metodologia diversificada, o Sistema Siena.

Para participar deste estudo você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido (a) sobre o estudo em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se a participar. Poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido pelo pesquisador.

O pesquisador irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo.

Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a sua permissão.

O (A) Sr (a) não será identificado em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, no Centro Universitário Luterano de Palmas/TO e a outra será fornecida a você.

Eu, ____, portador do documento de Identidade ____________________ fui informado (a) dos objetivos do estudo "DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO O CONTEÚDO DE DERIVADAS: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE ENGENHARIA CIVIL", de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão de participar se assim o desejar.

Declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada à oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Palmas, _________ de __________________________ de 2018.

Participante:____ Data:

____

Assinatura

Pesquisadora:____ Data:

____

Assinatura

Orientadora:____ Data:

____

Assinatura

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa CEULP/ULBRA

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS INVESTIGADOS

PPGECIM – PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

COLETA DE DADOS PARA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DA ALUNA: PATRÍCIA LIANE GRUDZINSKI DA SILVA

As informações aqui descritas, serão utilizadas apenas para cunho de pesquisa acadêmica.

QUESTIONÁRIO:

1. Qual é a sua idade?

( ) faixa etária entre 17 e 20 anos.

( ) faixa etária entre 20 e 25 anos.

( ) faixa etária entre 25 e 30 anos.

( ) faixa etária superior a 30 anos.

2. Você mora na cidade de Palmas?

( ) Sim.

( ) Não. Em qual? ____

3. Atualmente, você está trabalhando?

( ) Sim, com carga horária de 8 horas diárias.

( ) Sim, com carga horária de 6 horas diárias.

( ) Sim, com carga horária de 4 horas diárias.

( ) Não.

4. Você cursou o Ensino Médio onde?

( ) Em uma Escola Estadual.

( ) Em uma Escola Municipal.

( ) Em uma Escola Particular.

( ) Em um Curso de caráter Intensivo.

5. Você possui outra formação em Ensino Superior?

( ) Não.

( ) Sim. Qual (is)? ____.

6. Como você ingressou no Centro Universitário Luterano de Palmas, CEULP/ULBRA?

( ) Vestibular. ( ) PROIES.

( ) PROUNI. ( ) FIES.

7. O curso de Engenharia Civil foi a sua primeira opção no processo seletivo para ingressar no CEULP/ULBRA?

( ) Sim.

( ) Não. Qual foi?____.

8. Quantas disciplinas já cursou do curso com aprovação?

( ) 1 a 3 disciplinas. ( ) 7 a 10 disciplinas.

( ) 4 a 6 disciplinas. ( ) Mais que 10 disciplinas.

9. Quantas disciplinas você teve reprovação no curso que está cursando?

( ) Nenhuma. ( ) 4 a 6 disciplinas.

( ) 1 a 3 disciplinas. ( ) Mais que 6 disciplinas.

10. Em quantas disciplinas você está matriculado neste semestre?

( ) De 2 a 4 disciplinas. ( ) De 8 a 10 disciplinas.

( ) De 5 a 7 disciplinas. ( ) Mais que 10 disciplinas. Quantas? _____

11. Quais disciplinas você está matriculado neste semestre? Você fez a escolha ou fez um aconselhamento de matrícula com a coordenadora do curso?

____

____

____

____

12. Você já cursou a disciplina de Cálculo I?

( ) Não. ( ) Sim, mais do que duas vezes.

( ) Sim, uma vez. ( ) Sim, mas desisti antes do final do semestre.

( ) Sim, duas vezes.

APÊNDICE – E – DECLARAÇÃO DA PESQUISADORA

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

ULBRA

DECLARAÇÃO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL

Eu, Patrícia Liane Grudzinski da Silva, abaixo assinado, pesquisador responsável envolvido no projeto intitulado: **Dificuldades na resolução de problemas envolvendo o conteúdo de Derivadas: um estudo de caso com alunos de Engenharia Civil**, **DECLARO** estar ciente de todos os detalhes inerentes a pesquisa e **COMPROMETO-ME** a acompanhar todo o processo, prezando pela ética tal qual expresso na Resolução do Conselho Nacional de Saúde - CNS nº 466/12 e suas complementares, assim como atender os requisitos da Norma Operacional da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa - CONEP n º 001/13, especialmente, no que se refere à integridade e proteção dos participantes da pesquisa. **COMPROMETO-ME** também à anexar os resultados da pesquisa na Plataforma Brasil, garantindo o sigilo relativo às propriedades intelectuais e patentes industriais. Por fim, **ASSEGURO** que os benefícios resultantes do projeto retornarão aos participantes da pesquisa, seja em termos de retorno social, acesso aos procedimentos, produtos ou agentes da pesquisa.

Palmas, 30 de julho de 2017.

Patrícia Grudzinski da Silva

Patrícia Liane Grudzinski da Silva
Especialista em Docência Universitária e Gestão de Pessoas

ANEXOS

ANEXO A – Matriz Curricular do Curso de Engenharia Civil do CEULP/ULBRA

Publicado em: 05/02/2011 11:40 - Atualizado em: 05/04/2013 11:39

Matriz Curricular

Filial 43 Palmas - Graduação
043161 Engenharia Civil
Bacharel em Engenharia Civil
Reconhecido pela Portaria Nro 3.058/03 – D.O.U. DE 29/10/2003

Código	Nome	Sem	CH	Cred
503555	ATIVIDADES COMPLEMENTARES	0	136	0
503574	COMPUTACAO APLICADA	1	34	2
503567	INTRODUCAO A ENGENHARIA CIVIL	1	34	2
505527	DESENHO TECNICO E GEOMETRIA DESCRITIVA	1	68	4
202501	QUIMICA GERAL I	1	68	4
203688	FUNDAMENTOS DE MATEMATICA	1	68	4
990101	COMUNICACAO E EXPRESSAO	1	68	4
990100	CULTURA RELIGIOSA	1	68	4
204659	COMPUTACAO GRAFICA I	2	68	4
203500	CALCULO I	2	68	4
203535	GEOMETRIA ANALITICA E ALGEBRA LINEAR	2	68	4
503523	TOPOGRAFIA I	2	68	4
503522	MATERIAIS DE CONSTRUCAO CIVIL	2	68	4
990103	INSTRUMENTALIZACAO CIENTIFICA	2	68	4
503524	TECNOLOGIA DO CONCRETO	3	68	4
503557	DESENHO TECNICO CIVIL	3	34	2
503526	GEOLOGIA APLICADA A OBRAS CIVIS	3	68	4
203680	FISICA I	3	68	4
503558	TOPOGRAFIA II	3	34	2
503527	TECNOLOGIA DA CONSTRUCAO I	3	68	4

203502	CALCULO II	3	68	4
203681	FISICA II	4	68	4
503528	TECNOLOGIA DA CONSTRUCAO II	4	68	4
506508	GEOPROCESSAMENTO	4	68	4
503529	MECANICA DOS SOLOS	4	68	4
203689	CALCULO III	4	34	2
203690	FISICA III	4	34	2
503503	FENOMENOS DE TRANSPORTE	5	68	4
503530	OBRAS GEOTECNICAS	5	68	4
503534	TRANSPORTE E TRAFEGO URBANO	5	68	4
503559	TRATAMENTO DE DADOS	5	68	4
503515	ESTRUTURAS ISOSTATICAS	5	68	4
993018	GESTAO TECNOLOGICA I	6	68	4
503531	HIDRAULICA	6	68	4
505514	INSTALACOES ELETRICAS	6	68	4
503516	RESISTENCIA DOS MATERIAIS I	6	68	4
990102	SOCIEDADE E CONTEMPORANEIDADE	6	68	4
503532	RESISTENCIA DOS MATERIAIS II	7	68	4
503533	HIDROLOGIA	7	68	4
503537	PROJETO DE RODOVIAS	7	68	4
503536	PROJETO DE SISTEMAS HIDRAULICOS	7	68	4
993019	GESTAO TECNOLOGICA II	7	68	4
503540	PROJETO DE SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE AGUA	8	68	4
503593	PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO I	8	68	4
503542	PROJETO DE PAVIMENTACAO RODOVIARIA	8	68	4

503538	ESTRUTURAS HIPERESTATICAS	8	68	4
	OPTATIVA			
900506	101643 LIBRAS 503579 PROJETO DE ESTRUTURAS ESPECIAIS 503580 PROJETO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA 506588 PLANEJAMENTO E GESTAO AMBIENTAL	8	68	4
503581	ESTAGIO SUPERVISIONADO EM ENGENHARIA CIVIL	9	204	12
503544	PROJETO DE SISTEMAS DE ESGOTOS SANITARIOS	9	68	4
503594	PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO II	9	68	4
503541	ORCAMENTO, CONTROLE E INCORPORACAO	9	68	4
503543	PROJETO DE FUNDACOES	9	68	4
503563	TRABALHO DE CONCLUSAO DE CURSO EM ENGENHARIA CIVIL I	9	34	2
506501	IMPACTO AMBIENTAL	10	68	4
503595	TOPICOS ESPECIAIS EM ENGENHARIA CIVIL	10	68	4
507543	LEGISLACAO, ETICA E SEGURANCA DO TRABALHO	10	34	2
503564	PATOLOGIA E RECUPERACAO DE ESTRUTURAS	10	68	4
503547	PROJETO DE ESTRUTURAS DE ACO	10	68	4
503565	TRABALHO DE CONCLUSAO DE CURSO EM ENGENHARIA CIVIL II	10	34	2
503548	PROJETO DE EDIFICACOES	10	68	4

ANEXO B – Tabela de Derivadas e Integrais

TABELA: Derivadas, Integrais e Identidades Trigonométricas

• *Derivadas*

Sejam u e v funções deriváveis de x e n constante.

1. $y = u^n \Rightarrow y' = n\,u^{n-1}u'$.
2. $y = uv \Rightarrow y' = u'v + v'u$.
3. $y = \frac{u}{v} \Rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.
4. $y = a^u \Rightarrow y' = a^u(\ln a)\,u',\ (a > 0,\ a \neq 1)$.
5. $y = e^u \Rightarrow y' = e^u u'$.
6. $y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u}\log_a e$.
7. $y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{1}{u}u'$.
8. $y = u^v \Rightarrow y' = v\,u^{v-1}\,u' + u^v(\ln u)\,v'$.
9. $y = \text{sen}\,u \Rightarrow y' = u'\cos\,u$.
10. $y = \cos\,u \Rightarrow y' = -u'\text{sen}\,u$.
11. $y = \text{tg}\,u \Rightarrow y' = u'\sec^2 u$.
12. $y = \text{cotg}\,u \Rightarrow y' = -u'\text{cosec}^2 u$.
13. $y = \sec\,u \Rightarrow y' = u'\sec\,u\,\text{tg}\,u$.
14. $y = \text{cosec}\,u \Rightarrow y' = -u'\text{cosec}\,u\,\text{cotg}\,u$.
15. $y = arc\,\text{sen}\,u \Rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$.
16. $y = arc\,\cos\,u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$.
17. $y = arc\,\text{tg}\,u \Rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}$.
18. $y = arc\,\cot g\,u \Rightarrow \frac{-u'}{1+u^2}$.
19. $y = arc\,\sec\,u,\ |u| \geqslant 1$
    $\Rightarrow y' = \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}},\ |u| > 1$.
20. $y = arc\,\text{cosec}\,u,\ |u| \geqslant 1$
    $\Rightarrow y' = \frac{-u'}{|u|\sqrt{u^2-1}},\ |u| > 1$.

• *Identidades Trigonométricas*

1. $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$.
2. $1 + \text{tg}^2 x = \sec^2 x$.
3. $1 + \text{cotg}^2 x = \text{cosec}^2 x$.
4. $\text{sen}^2 x = \frac{1-\cos\,2x}{2}$.
5. $\cos^2 x = \frac{1+\cos\,2x}{2}$.
6. $\text{sen}\,2x = 2\,\text{sen}\,x\,\cos\,x$.
7. $2\,\text{sen}\,x\,\cos\,y = \text{sen}\,(x-y) + sen\,(x+y)$.
8. $2\,\text{sen}\,x\,\text{sen}\,y = \cos\,(x-y) - \cos\,(x+y)$.
9. $2\,\cos\,x\,\cos\,y = \cos\,(x-y) + \cos\,(x+y)$.
10. $1 \pm \text{sen}\,x = 1 \pm \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

• *Integrais*

1. $\int du = u + c$.
2. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c,\ n \neq -1$.
3. $\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$.
4. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln\,a} + c,\ a > 0,\ a \neq 1$.
5. $\int e^u du = e^u + c$.
6. $\int \text{sen}\,u\,du = -\cos\,u + c$.
7. $\int \cos\,u\,du = \text{sen}\,u + c$.
8. $\int \text{tg}\,u\,du = \ln|\sec\,u| + c$.
9. $\int \text{cotg}\,u\,du = \ln|\text{sen}\,u| + c$.
10. $\int \sec\,u\,du = \ln|\sec\,u + \text{tg}\,u| + c$.
11. $\int \text{cosec}\,u\,du = \ln|\text{cosec}\,u - \text{cotg}\,u| + c$.
12. $\int \sec\,u\,\text{tg}\,u\,du = \sec\,u + c$.
13. $\int \text{cosec}\,u\,\text{cotg}\,u\,du = -\text{cosec}\,u + c$.
14. $\int \sec^2 u\,du = \text{tg}\,u + c$.
15. $\int \text{cosec}^2 u\,du = -\text{cotg}\,u + c$.
16. $\int \frac{du}{u^2+a^2} = \frac{1}{a}arc\,\text{tg}\frac{u}{a} + c$.
17. $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + c,\ u^2 > a^2$.
18. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2+a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2+a^2}\right| + c$.
19. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2-a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2-a^2}\right| + c$.
20. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = arc\,\text{sen}\frac{u}{a} + c,\ u^2 < a^2$.
21. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a}arc\,\sec\left|\frac{u}{a}\right| + c$.

• *Fórmulas de Recorrência*

1. $\int sen^n au\,du = -\frac{sen^{n-1}au\,\cos\,au}{an} + \left(\frac{n-1}{n}\right)\int sen^{n-2}au\,du$.
2. $\int \cos^n au\,du = \frac{sen\,au\,\cos^{n-1}au}{an} + \left(\frac{n-1}{n}\right)\int \cos^{n-2}au\,du$.
3. $\int tg^n au\,du = \frac{tg^{n-1}au}{a(n-1)} - \int tg^{n-2}au\,du$.
4. $\int cotg^n au\,du = -\frac{cotg^{n-1}au}{a(n-1)} - \int cotg^{n-2}au\,du$.
5. $\int \sec^n au\,du = \frac{\sec^{n-2}au\,tg\,au}{a(n-1)} + \left(\frac{n-2}{n-1}\right)\int \sec^{n-2}au\,du$.
6. $\int cosec^n au\,du = -\frac{cosec^{n-2}au\,cotg\,au}{a(n-1)} + \left(\frac{n-2}{n-1}\right)\int cosec^{n-2}au\,du$.