UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

DIRETORIA ACADÊMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

UM ESTUDO SOBRE AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DA INTEGRAL DEFINIDA PARA O CÁLCULO DO VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

MARÍLIA DA COSTA

Canoas, 2020.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

DIRETORIA ACADÊMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MARÍLIA DA COSTA

UM ESTUDO SOBRE AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DA INTEGRAL DEFINIDA PARA O CÁLCULO DO VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para a banca de defesa do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin

Canoas, 2020.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

C837e Costa, Marília da.

Um estudo sobre tecnologias digitais no ensino da integral definida para o cálculo do volume de sólidos de revolução / Marília da Costa. – 2020.

124 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2020.

Orientadora: Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin.

1. Educação matemática. 2. Tecnologias de informação e comunicação. 3. Resolução de problemas. 4. Integral definida. 5. Sólidos de revolução. I. Olgin, Clarissa de Assis. II. Título.

CDU 372.851

Bibliotecária responsável - Heloisa Helena Nagel - 10/981

MARÍLIA DA COSTA

UM ESTUDO SOBRE AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DA INTEGRAL DEFINIDA PARA O CÁLCULO DO VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para a banca de defesa do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Zenar Pedro Schein
Faculdades Integrada de Taquara/RS (FACCAT)

Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Prof. Dr. Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin (Orientadora)
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)

Dedico este trabalho a minha família, em especial ao meu noivo, minha mãe e ao meu pai, que sempre me apoiaram muito durante todo o percurso acadêmico.

AGRADECIMENTO

Sou grata pela vida e pelas pessoas que fazem parte dela, mas, acima de tudo, grata a Deus, por me conceder tudo isso e muito mais do que mereço, sempre me dando força e saúde para superar todas as dificuldades. A esta universidade, seu corpo docente, direção e administração, que me acolheram e me orientaram sempre da melhor forma possível.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) e a minha orientadora, Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin, pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho e por me receber como aluna de mestrado, pela confiança no meu trabalho, conhecimentos compartilhados, compreensão e sábios conselhos. Também aos colegas/amigos que ganhei neste percurso.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro durante todo o meu mestrado.

Aos meus amados pais, que me educaram com amor, ensinando-me valores morais, fazendo mim o ser humano que hoje eu sou. À minha mãe, Rosmeri Elena da Costa, minha rainha, que sempre me inspirou a superar os limites da vida, sempre me apoiando com suas palavras de conforto, incentivo nas horas difíceis, de desânimo e cansaço. Ao meu amado pai, Campolim F. M. da Costa, que sempre me instigou a resolver problemas complexos, a pensar a vida utilizando o raciocínio lógico e brincando com as palavras explorando sempre os vários sentidos. Com muito amor, agradeço por tudo.

Agradeço aos meus familiares, em especial minha, vó que sempre me acompanhou, dando força e incentivo para esta etapa ser concluída com êxito.

Obrigado ao meu noivo, o qual sempre me apoiou, dando incentivo e, muitas vezes, ajudando com alguns afazeres, sempre com muito amor e carinho, os quais foram de suma importância nesta fase.

Agradeço à Banca Examinadora formada pela Profª. Dra. Cláudia Lisete Oliveira Groenwald, Prof. Dr. Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa, Prof. Dr. Zenar Pedro Schein, pela disponibilidade de fazerem parte das contribuições acadêmicas neste trabalho de mestrado. A todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

O educador não é transmissor de conhecimento, ele ajuda a todos, avaliando quem realiza e quem tem dificuldades. Portanto, o enfoque pedagógico deve estar centrado na diversidade e no conhecimento prévio de cada educando.

(Antoni Zabala).

RESUMO

Esta dissertação apresenta o desenvolvimento de uma pesquisa referente ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação na resolução de situações-problema envolvendo o conteúdo de Integral Definida para o cálculo do volume dos sólidos de revolução. O objetivo geral foi investigar as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação no desenvolvimento de situações-problema no Ensino Superior para o estudo da temática da Integral Definida, especificamente o cálculo do volume dos sólidos de revolução. Como objetivos específicos tem-se: pesquisar sobre o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação e a Resolução de Problemas para o ensino das aplicações da Integral Definida; pesquisar, selecionar e adaptar atividades para a construção de situações-problema, envolvendo o conteúdo de Integral Definida; implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) atividades didáticas envolvendo situações-problema com o conteúdo de Integral Definida; analisar as potencialidades e/ou limitações das atividades no Ensino Superior quanto ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no desenvolvimento do conteúdo de Integral Definida. A abordagem metodológica está pautada na pesquisa qualitativa, visando responder ao seguinte problema de pesquisa: Quais as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino da Integral Definida para os acadêmicos do Ensino Superior, da Universidade Luterana do Brasil, no estudo das aplicações do cálculo do volume de sólidos de revolução? Para esta pesquisa, o aporte teórico está pautado no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino e na Resolução de Problemas. Também foi realizada uma revisão de literatura no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Para a elaboração das atividades didáticas foram analisados os livros de cálculo, que possibilitaram o desenvolvimento de atividades didáticas envolvendo o conteúdo de Integral Definida com a utilização do *software* GeoGebra. A aplicação das atividades ocorreu, no Laboratório de Matemática da Universidade Luterana do Brasil, com os acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física e da Graduação em Engenharia. A partir da análise realizada, observou-se que é possível desenvolver atividades didáticas que aliem o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação ao conteúdo de Integral Definida, de forma a propiciar aos acadêmicos o desenvolvimento de estratégias para resolução de situações-problema contextualizadas.

Palavras-chave: Educação Matemática, Tecnologias da Informação e Comunicação, Resolução de problemas, Integral Definida, Sólidos de Revolução.

ABSTRACT

This dissertation presents the development of a research related to the use of Information and Communication Technologies in the resolution of problem situations involving the content of Defined Integral for the calculation of the volume of solids of Revolution. The general objective was to investigate the contributions of Information and Communication Technologies in the development of problem situations in Higher Education for the study of the theme of Integral Defined specifically the calculation of the volume of the solids of revolution. The specific objectives are: research on the use of Information and Communication Technologies and Problem Solving for teaching the applications of Defined Integral; Implement (develop, apply and evaluate) educational activities involving problem situations with the content of Integral Defina; Analyze the potential and / or limitations of activities in Higher Education regarding the use of Information and Communication Technologies in the development of the Definite Integral contente. The methodological approach is based on qualitative research, aiming to answer the following research problem: What are the contributions of Information and Communication Technologies in Teaching Integral Defined to Higher Education academics at the Lutheran University of Brazil, in the study of the applications of calculating the volume of solids of revolution? For this research, the theoretical contribution is based on the use of Information and Communication Technologies in Teaching and in Problem Solving. Also, a literature review was carried out in the bank of theses and dissertations of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel. Calculation books were analyzed for the elaboration of didactic activities, which enabled the development of didactic activities involving the content of Defined Integral with the use of the GeoGebra software. The activities were carried out at the Mathematics Laboratory, at the Lutheran University of Brazil, with academics from the Mathematics and Physics Degree and Engineering Graduation courses. From the analysis carried out, it was observed that it is possible to develop didactic activities that combine the use of Information and Communication Technologies with the content of Defined Integral, in order to provide students with the development of strategies for solving contextualized problem situations.

Keywords: Mathematical Education, Information and Communication Technologies, Problem Solving, Defined Integral, Solids of Revolution.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma investigação sobre o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) para o ensino do conteúdo de Integral Definida para o cálculo do volume dos sólidos de revolução. Segundo Morelatti (2001), os estudantes da graduação têm apresentado dificuldades na compreensão dos conceitos relativos aos conteúdos das disciplinas de Cálculo. Para ele, o Ensino Superior é uma fase importante na vida do futuro profissional, pois é o momento em que ocorre a compreensão significativa dos conteúdos, visando à sua capacitação para o mercado de trabalho.

A metodologia da pesquisa foi de base qualitativa, que se utiliza da análise interpretativa e descritiva para compreensão e análise dos dados. Optou-se por essa abordagem, porque possibilita ao investigador criar, aplicar, observar, descrever e analisar situações de ensino.

Esta dissertação está organizada em seis capítulos. O primeiro, “A Pesquisa”, apresenta o problema de pesquisa, bem como os objetivos da mesma e a metodologia da utilizada.

No segundo capítulo, “Revisão de literatura sobre o tema da pesquisa”, apresentam-se as pesquisas que foram desenvolvidas em programas de pós-graduação, no Brasil, envolvendo o Ensino do Cálculo com a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino Superior, tendo como fonte de pesquisa a plataforma do Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

O terceiro capítulo, “Fundamentação Teórica” traz subsídios teóricos, os quais foram: as Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino e a Resolução de Problemas.

O quarto capítulo, “Subsídios para a elaboração das atividades didáticas”, contempla as análises dos livros de cálculo os quais subsidiaram a construção das situações-problema desenvolvidas e aplicadas nesta pesquisa.

O quinto capítulo, “O experimento com estudantes do Ensino Superior”, apresenta a organização e estrutura da oficina desenvolvida com acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Matemática, Física e graduação em Engenharia.

No último capítulo é feita a análise dos dados que foram coletados durante a aplicação das atividades. Em seguida, são apresentadas as considerações finais.

1 A PESQUISA

Este capítulo apresenta o problema de pesquisa, os objetivos (geral e específicos) e a metodologia da pesquisa.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

O presente trabalho teve como finalidade investigar quais são as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação para o estudo das aplicações da integral definida. Acredita-se que essas Tecnologias aliadas ao ensino da Integral Definida, facilitam o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que esse recurso pode auxiliar na compreensão e entendimento dos conteúdos. Diante disso, apresenta-se o seguinte questionamento: quais são as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino da Integra Definida para os acadêmicos do Ensino Superior, da Universidade Luterana do Brasil, no estudo das aplicações do cálculo do volume de sólidos de revolução?

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos, geral e específicos, foram delineados de acordo com o problema desta investigação.

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral foi investigar as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação no desenvolvimento de situações-problema, no Ensino Superior, para o estudo da temática da Integral Definida, especificamente o cálculo do volume dos sólidos de revolução.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- pesquisar sobre o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação e a Resolução de Problemas para o ensino das aplicações da Integral Definida;
- pesquisar, selecionar e adaptar atividades para a construção de situações-problema, envolvendo o conteúdo de Integral Definida;

- ⇨ implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) atividades didáticas envolvendo situações-problema com o conteúdo de Integral Definida;
- ⇨ analisar as potencialidades e/ou limitações das atividades, no Ensino Superior, quanto ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no desenvolvimento do conteúdo de Integral Definida.

1.3 METODOLOGIA DA PESQUISA

A metodologia adotada nesta pesquisa está pautada nos pressupostos da pesquisa qualitativa em um paradigma interpretativo, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p.38):

> Melhor compreender o comportamento e a experiência humana. Eles procuram compreender o processo pelo qual as pessoas constroem significados e descrevem o que são aqueles significados. Usam observação empírica porque é com eventos concretos do comportamento humano que os investigadores podem pensar mais clara e profundamente sobre a condição humana.

Os autores trazem, ainda, a pesquisa qualitativa de caráter interpretativo, a qual subscreve uma perspectiva relativista da realidade, que encara o mundo como uma construção social que, em cada espaço e momento, constrói significados para os acontecimentos e fenômenos de suas realidades. Isso auxilia na compreensão e na explicação, buscando desenvolver e aprofundar o conhecimento de uma dada situação num dado contexto, bem como o cumprimento dos participantes desse contexto.

Neste estudo, foi utilizada a abordagem metodológica de pesquisa qualitativa, a qual é caracterizada como uma tentativa de se explicar, como profundidade, o significado e as características do resultado das informações obtidas através de entrevistas ou questões abertas, sem a mensuração quantitativa de características ou comportamentos, o que implica um processo de reflexão e análise dos dados reais, os quais são obtidos através de métodos e técnicas para o devido entendimento do objeto estudado (OLIVEIRA; MOURA; SOUSA, 2015).

Ainda de acordo com Gil (2007, p. 17), uma pesquisa é definida como:

> (...) um procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa desenvolve-se por um processo constituído de várias fases, desde a formulação do problema até a apresentação e discussão dos resultados.

Uma pesquisa exige procedimentos sistematizados e organizados, para que se desenvolva um bom trabalho, o qual deve estar todo voltado para o problema de pesquisa.

Nessa perspectiva, aponta-se a importância da escolha de um método para a validação da proposta. Minayo e Minayo-Gómez (2003, p.118), a respeito da pesquisa qualitativa e quantitativa, apontam que:

> Não há nenhum método melhor do que o outro, o "caminho do pensamento", ou seja, o bom método será sempre aquele capaz de conduzir o investigador a alcançar as respostas para suas perguntas, ou, dizendo de outra forma, a desenvolver seu objeto, explicá-lo ou compreendê-lo, dependendo de sua proposta.

Uma vez definida a problemática, é preciso escolher um método que conduzirá a um modelo de análise, ou seja, elaborar as hipóteses ou questões de estudo que surgiram da problemática e que deverão ser respondidas, ou não, a partir de conceitos, modelos teóricos, entre outros (GIL, 2007).

Segundo Firestone (1987), a pesquisa qualitativa tem raízes em um paradigma segundo o qual a realidade é socialmente construída e sua preocupação é a compreensão do fenômeno social, no qual o pesquisador fica "imerso" no fenômeno de interesse, pois ele:

> [...] colhe informações, examina cada caso, separadamente, e tenta construir um quadro geral [de uma dada] situação. É um exercício de ir juntando as peças, como num quebra-cabeça, até o entendimento global do problema, (COSTA, 2001, p. 41).

Nessa visão, a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo, mas sim com o caráter subjetivo do objeto de estudo.

Na abordagem qualitativa, os dados serão interpretados e relacionados de acordo com a fundamentação teórica. Complementa Moreira (2003) que a análise interpretativa assume um papel dentro da pesquisa qualitativa, cujo foco está na narrativa. Assim, ao invés dos gráficos e tabelas estatísticas, o pesquisador interpretativo narra o que fez e suas análises dependem de sua interpretação.

Dessa forma, optou-se pela pesquisa qualitativa, visto que possibilita uma análise aprofundada das relações, dos processos e dos fenômenos e seus objetos são os aspectos da realidade que não podem ser quantificados (MINAYO, 2001). Sua preocupação não é a representatividade numérica, mas o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.

Araújo e Borba (2004) destacam que:

> [...] quando decidimos desenvolver uma pesquisa, partimos de uma inquietação inicial e, com algum planejamento, não muito rígido, desencadeamos um processo de busca. Devemos estar abertos para encontrar o inesperado; o plano deve ser frouxo o suficiente para não "sufocarmos" a realidade e, em um processo gradativo e não organizado rigidamente, nossas inquietações vão se entrelaçando com a revisão da literatura e com as primeiras impressões da realidade que pesquisamos para, suavemente, delinearmos o foco e o design da pesquisa. (ARAÚJO; BORBA, 2004, p. 42-43).

Para o desenvolvimento deste trabalho realizaram-se as seis etapas descritas a seguir.

⇨ *Revisão bibliográfica:* foi realizada uma busca no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, a qual objetivou conhecer, categorizar e analisar as produções científicas que abordavam o tema das Tecnologias da Informação e comunicação no Ensino do Cálculo.

⇨ *Embasamento Teórico:* pesquisou-se o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino, bem como a Resolução de Problema.

⇨ *Análise de livros de cálculo:* investigou- se o conteúdo dos sólidos de revolução, em livros de cálculo, para a seleção e construção de situações-problema na aplicação da Integral Definida para o cálculo do volume dos sólidos de revolução, buscando-se analisar os exemplos/atividades e a forma como os livros de cálculo abordam e apresentam esse conteúdo.

⇨ *Construção das atividades didáticas:* foram construídas as situações-problema com a utilização do *software* GeoGebra.

⇨ *Aplicação das atividades didáticas:* foram aplicadas as situações-problema desenvolvidas com os acadêmicos dos cursos de Licenciatura Matemática e Física e da graduação em Engenharia.

⇨ *Análise dos dados:* foram analisadas as potencialidades e/ou limitações do uso das Tecnologias da Informação e comunicação na resolução das situações-problema envolvendo o conteúdo de Integral Definida.

Dessa forma realizou-se a análise descritiva dos dados.

Segundo Cervo, Bervian e Silva (2007), a análise descritiva utiliza a replicabilidade como uma noção fundamental para a validação científica do experimento. Para os autores, utilizar a técnica científica da descrição é necessário para que o resultado da observação seja cuidadosamente registrado, pois "a descrição constitui a habilidade de fazer com que o outro veja mentalmente aquilo que o pesquisador observou” (CERVO, BERVIAN; SILVA, 2007, p.43).

2 REVISÃO DA LITERATURA SOBRE O TEMA DA PESQUISA

Neste capítulo apresenta-se a revisão da literatura realizada no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), a qual objetivou conhecer, categorizar e analisar as produções científicas, considerando as palavras-chaves: Educação Matemática, Tecnologias, Ensino do Cálculo. Foram encontrados 841876 trabalhos que expressavam essas palavras em seus títulos, resumos e em suas palavras-chaves. Desse total, foram selecionados sete trabalhos que envolviam o tema desta investigação (Figura 1), pois apenas esses abordavam as Tecnologias da Informação e Comunicação, no ensino do Cálculo, nas instituições de Ensino Superior.

Figura 1 - Teses e dissertações envolvendo o ensino do Cálculo com a utilização das TIC

Autor	Título	Ano	Instituição	Conteúdos/assunto	Metodologia de pesquisa
Jussara de Loiola Araújo	Cálculo, tecnologias e modelagem Matemática: as discussões dos alunos	2002	Universidade Estadual Paulista (UNESP)	Derivadas, taxa de variação, máximos e mínimos de uma função.	Pesquisa qualitativa
Fernanda Cesar Bonafini	Explorando conexões entre a Matemática e a Física com o uso da calculadora gráfica e do CBL	2004	Universidade Estadual Paulista (UNESP)	Análise das variações dos coeficientes da expressão y = ax+b, obtendo respostas gráficas em tempo real, de forma que a Matemática e a Física se apresentaram sem estarem dissociadas.	Pesquisa qualitativa
Maura Eloiza Boros Abu-Jamra	A Matemática e suas interações com as Tecnologias da Informação e Comunicação	2005	Pontifícia Universidade Católica do Paraná Curitiba (PUCPR)	Análise de “Provão”.	Pesquisa qualitativa
Ricardo Scucuglia	A investigação do teorema fundamental do cálculo com calculadoras gráficas	2006	Universidade Estadual Paulista (UNESP)	Teorema Fundamental do cálculo e integral de Riemann.	Pesquisa qualitativa
Antonio Luis Mometti	Reflexão sobre a prática: Argumentos e Metáforas no Discurso de um Grupo de	2007	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUCSP)	Pesquisa colaborativa e formação continuada.	Pesquisa qualitativa

	Professores de Cálculo – 2007 – PUCSP				
Douglas Marin	Professores de Matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior	2009	Universidade Estadual Paulista (UNESP)	Uso das TIC na disciplina de Cálculo.	Pesquisa qualitativa
Andriceli Richit	Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais	2010	Universidade Estadual Paulista (UNESP)	Uso das TIC na disciplina de Cálculo, formação de professores.	Pesquisa qualitativa

Fonte: adaptado do banco de teses e dissertações da CAPES.

Com base na análise dessas produções, percebe-se que as metodologias de ensino utilizadas foram de caráter qualitativo, apresentando, também, relações do ensino do Cálculo, na formação profissional, com a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas representações gráficas. Os trabalhos analisados são apresentados a seguir.

Araújo (2002) investiga, em sua Tese de doutorado, discussões matemáticas que ocorrem entre alunos de Cálculo Diferencial e Integral I quando estão desenvolvendo projetos de Modelagem Matemática em ambientes computacionais. A pesquisa foi aplicada com dois grupos, ambos compostos por quatro alunos de uma turma de Cálculo I, do curso de Engenharia Química, de uma universidade pública localizada no Estado de São Paulo. Foram realizadas etapas baseadas na observação das aulas ministradas pelo professor titular da turma de Cálculo I, sendo 12 aulas realizadas, na sala de aula convencional, e 5 aulas no laboratório de informática, com o auxílio do *software* Maple. Durante todo o semestre, os estudantes tiveram que trabalhar em um projeto de Modelagem Matemática em particular na contextualização de uma função real que aparecesse no seu dia a dia. Foi-lhes sugerido que procurassem dados em experimentos realizados em outras disciplinas, jornais, revistas, etc. Na conclusão, a autora aponta que os computadores são um forte aliado no processo de ensino e aprendizagem do cálculo algébrico, possibilitando que os alunos transitem livremente na exploração de aplicações e conceitos matemáticos e na realização de simuladores, gerando, assim, várias possibilidades de investigação (Figura 2).

Figura 2 - Quadro-síntese da dissertação de Jussara de Loiola Araújo

Tema	Discussões matemáticas que ocorrem entre alunos de Cálculo Diferencial e Integral I quando estão desenvolvendo projetos de Modelagem Matemática em ambientes computacionais.
Objetivo Geral	Investigar de que que forma os alunos, por meio da Modelagem matemática aprendem, Cálculo em um ambiente computacional.
Conteúdo	Funções e noções de derivada e integral.
Conclusão	Os resultados apontaram que os computadores são um forte aliado no processo de ensino e aprendizagem do cálculo algébrico possibilitando com que os alunos transitem livremente na exploração de aplicações e conceitos matemáticos e na realização de simuladores, gerando assim várias possibilidades de investigação.

Fonte: adaptado de Araújo (2002).

A pesquisa de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática desenvolvido pela autora Bonafini (2004) teve como objetivo analisar como os alunos trabalham conceitos matemáticos e físicos em um ambiente de experimentação, lançando mão de tecnologias portáteis, especificamente, a calculadora gráfica e o CBL (Calculator Based Laboratory). Na pesquisa, foram desenvolvidas atividades experimentais nas quais exploraram os conceitos de Mistura de duas Soluções, Luminosidade x Distância, os Acetatos e a Lei de Resfriamento de Newton. Para o desenvolvimento das atividades, os alunos trabalharam em duplas, formando um total de 8 alunos ingressantes no Ensino Superior, mais especificamente, no curso de Licenciatura em Matemática. A autora expõe, em seu trabalho, que os estudantes utilizaram a calculadora gráfica e o CBL para construção de conhecimentos relativos aos tópicos matemáticos de: equações diferenciais, ajuste de curvas e coordenação entre modelos analíticos. Além de apresentar os conteúdos matemáticos aliados às tecnologias, também evidencia a integração entre a Matemática e a Física. (Figura 3).

Figura 3 - Quadro-síntese da dissertação de Fernanda Cesar Bonafini

Tema	Integrar a Matemática à Física, no Ensino superior, utilizando tecnologias informáticas.
Objetivo Geral	Analisar como os alunos trabalham conceitos matemáticos e físicos, em um ambiente de experimentação, lançando mão de tecnologias portáteis, especificamente, a calculadora gráfica e o CBL (calculator Based Laboratory).
Conteúdo	Exploraram os conceitos de Mistura de duas Soluções, Luminosidade x Distância, os Acetatos e a Lei de Resfriamento de Newton
Conclusão	A autora conclui que esse método de trabalho estimula a participação dos estudantes para perguntar e responder as próprias questões, expressar suas predições, testar suas hipóteses e comunicar os resultados, auxiliando os alunos a entenderem melhor a natureza do fenômeno observado e a relacionarem a Matemática à Física ali existente.

Fonte: adaptado de Bonafini (2004).

A dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, desenvolvida por Abu-jamra (2005), apresenta um estudo acerca das interações e do uso das Tecnologias da Informação e comunicação nas Instituições de Ensino Superior (IES). A autora utilizou, como critério de seleção, o conceito “A” da Instituição nas avaliações do curso de Matemática, realizado através do “Exame Nacional de Curso” (Provão1). O trabalho teve por objetivo verificar os principais aspectos pedagógicos e tecnológicos que são priorizados com a utilização das TIC, na relação ensino e aprendizagem da Matemática nas Instituições de Ensino Superior, além de fazer um levantamento das infraestruturas de TIC e suas interações, utilizadas no ensino da Matemática nas principais IES Brasileiras. A autora ainda menciona suas preocupações das IES quanto ao aporte tecnológico, principalmente no ensino das disciplinas de cálculo, cálculo diferencial e integral, Geometria analítica, etc. Complementa Abu-jamra (2005) que, nas principais IES voltadas para estudos da Matemática, é constante a utilização das TIC, tanto para pesquisas, como para a formação do professor, procurando entregar questões pedagógicas e de conteúdo. Ela, também, aponta que ambientes de ensino que permitem representações gráficas são voltadas para o ensino da Matemática, como, por exemplo, as calculadoras gráficas (Figura 4).

Figura 4 - Quadro-síntese da dissertação de Maura Eloiza Boros Abu-jamra

Tema	As interações e uso das Tecnologias da Informação e comunicação nas Instituições de Ensino Superior (IES).
Objetivo Geral	Analisar e resgatar o desenvolvimento do Ensino Superior da Matemática no contexto nacional e as suas relações e tendências com as Tecnologias da Informações e Comunicação. Nesse Contexto, são analisadas as principais IES brasileiras e a integração dos recursos das TIC no ensino e na aprendizagem Matemática.
Conteúdo	As interações das Tecnologias da Informação e Comunicação com o estudo da Matemática nas diversas disciplinas do Ensino superior.
Conclusão	AS TIC contribuem para a consolidação do ensino e do aprendizado da Matemática.

Fonte: adaptado de Abu-Jamra (2005).

Scucuglia (2006) apresenta a “A investigação do teorema fundamental do cálculo com calculadoras gráficas” como título de sua dissertação de Mestrado que teve como objetivo discutir como estudantes com Calculadoras Gráficas investigam o Teorema Fundamental do cálculo (TFC), com evidência no papel das tecnologias no processo de produção do conhecimento. Ele realizou um experimento de ensino com duas duplas de estudantes do primeiro ano da graduação em Matemática e a descrição dos dados foi feita, através da análise de vídeos, realizados durante a aplicação dos experimentos de ensino e das Atividades de Experimentação, o que proporcionam momentos nos quais os estudantes investigaram o Teorema Fundamental do Cálculo com a Calculadora Gráfica. Com a análise dos vídeos que registraram os experimentos, o autor procurou elaborar discussões

[1]O Provão foi instituído em 1995 e aplicado pela primeira vez em 1996. Até 2003, essa avaliação foi realizada anualmente, após foi substituída pela Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes - ENADE (ABU-JAMRA, 2005).

sobre a Matemática produzida pelas estudantes com a utilização dos recursos da Calculadora Gráfica (Figura 5).

Figura 5 - Quadro-síntese da dissertação de Ricardo Scucuglia

Tema	O teorema fundamental do cálculo com calculadoras gráficas.
Objetivo Geral	Discutir como estudantes, com calculadoras gráficas, investigam o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC).
Conteúdo	Teorema Fundamental do Cálculo: conceitos de soma de Riemann, integração, funções polinomiais com o comando de integração definida da Calculadora Gráfica.
Conclusão	A visualização e a coordenação de diferentes representações constituíram um modo de inferência no processo de produção de conhecimento matemático nos experimentos.

Fonte: adaptado de Scucuglia (2006).

A tese de doutorado em educação desenvolvida, pelo autor Mometti (2007), tem como título “Reflexão sobre a Prática: Argumentos e Metáforas no Discurso de um Grupo de Professores de Cálculo”. O trabalho teve como objetivo investigar como a discussão e a reflexão sobre a própria prática profissional, no âmbito de um grupo de professores de Cálculo, podem contribuir para o desenvolvimento profissional dos participantes desse grupo, tendo como base o que os professores efetivamente falam sobre a sua prática, em particular, sobre suas aulas de Integral de Riemann para funções de uma variável real. A pesquisa partiu da investigação da prática profissional e o grupo de discussões foi composto por quatro professores de Cálculo da mesma Universidade em que o pesquisador atua como docente, sendo ele, também, um participante da pesquisa e pesquisador. A investigação foi realizada em dez encontros, de uma hora cada, que ocorreram no segundo semestre de 2004. Para análise, o autor valeu-se das observações dos vídeos realizados na íntegra e de transcrições das falas dos professores durante os encontros, destacando as sequências de diálogos relevantes para as questões norteadoras da pesquisa. Ele destaca que os docentes recorrem a diferentes elementos para ensinar determinados conteúdos, como exercícios, problemas, definições, tecnologias, provas, ideias intuitivas, calculadoras gráficas, etc. (Figura 6).

Figura 6 - Quadro-síntese da dissertação de Antonio Luis Mometti

Tema	Reflexão sobre a Prática: Argumentos e Metáforas no Discurso de um Grupo de Professores de Cálculo
Objetivo Geral	Investigar como a discussão e a reflexão sobre a própria prática profissional, no âmbito de um grupo de professores de Cálculo, podem contribuir para o desenvolvimento profissional dos participantes desse grupo, partindo do que os professores efetivamente falam sobre a sua prática, em particular, sobre suas aulas de Integral de Riemann para funções de uma variável real.
Conteúdo	Integral de Riemann para funções de uma variável real.
Conclusão	Existe poucas pesquisa nessa área do ensino do cálculo que investiguem os professores e um grupo de discussões, auxiliou muito os docentes.

Fonte: adaptado de Mometti (2007).

Marin (2009) apresenta, em sua dissertação de mestrado, o seguinte questionamento: como os professores usam a tecnologias na disciplina de Cálculo?. Ele buscou compreender como os professores de Cálculo fazem uso da Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC) em suas aulas. O autor retrata sua prática docente no ensino e aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, abordando um problema comum entre os professores dessa disciplina, o grande número de reprovações e, consequentemente, a evasão por parte dos alunos nos diferentes cursos de graduação. Por tanto investigou pesquisas e movimentos já ocorridos sobre o uso de TIC no ensino do Cálculo. Os dados da pesquisa foram coletados, através de entrevistas e formulários desenvolvidos com treze professores de uma Universidade de São Paulo, que apresentam experiência docente na disciplina de Cálculo, em seu currículo, podendo ser oriundos das graduações em Engenharia, Física, Biologia, Arquitetura, Administração, delimitando o tema para os seguintes conteúdos: Funções, Derivadas e Integrais para uma ou mais variáveis reais o autor desconsiderou a maneira como a disciplina é denominada em cada curso (Figura 7).

Figura 7 - Quadro-síntese da dissertação de Douglas Marin

Tema	A utilização das Tecnologias da Informação e comunicação pelos professores em sala de aula.
Objetivo Geral	Compreender como os professores fazem uso da tecnologia de informação e comunicação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.
Conteúdo	Funções, Derivadas e Integrais.
Conclusão	Existe a necessidade de pesquisas que envolvam a formação dos professores, no uso da TIC, pois muitos não utilizam pela falta de conhecimento, familiarização e capacitação.

Fonte: adaptado de Marin (2009).

Richit (2010), em seu trabalho de Mestrado, teve como objetivo investigar aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática docente em um curso a distância de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais. A investigação foi realizada, em um curso de extensão, totalmente a distância, viabilizado por meio da plataforma de ensino a distância TelEduc, na qual contou com professores de diferentes estados do Brasil e do exterior, atuantes no ensino superior e ministrantes da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) utilizadas na pesquisa foram o *software* GeoGebra e o ambiente TelEduc. O Curso de Extensão abordou a inserção das TIC, no contexto da Educação Matemática, a partir de reflexões teórico-metodológicas sobre as TIC no contexto educacional, com duração de quatro meses, em um total de treze aulas, nas quais foram discutidas, criticamente, as tecnologias, em sala de aula, de Cálculo Diferencial e Integral, assim como desenvolveram e discutiram atividades e textos relacionados à prática dos professores participantes, privilegiando os conceitos matemáticos de Cálculo Diferencial e Integral I: Funções, Limites, Derivadas e Integrais. A autora aponta que, diante da análise das interlocuções entre os professores participantes do Curso de Extensão e sete professores responsáveis, incluindo a pesquisadora e sua orientadora, perceberam que o professor não teve formação ou a oportunidade de discutir sobre como utilizar a tecnologias em suas aulas, que tipo de atividade desenvolver, com o apoio dos recursos das TIC, e quais *softwares* seriam adequados para uma proposta de aula com esse cunho. Assim, essas discussões recaem sobre a formação de professores para tal prática (Figura 8).

Figura 8 - Quadro-síntese da dissertação de Andriceli Richit

Tema	Aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática docente em um curso a distância de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais.
Objetivo Geral	Identificar e compreender os aspectos conceituais e instrumentais da prática docente em um curso a distância de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais.
Conteúdo	Funções, Limites, Derivadas e Integrais.
Conclusão	O processo de formação do professor é muito importante para que ele possa enfrentar as complexidades cotidianas referentes à sua prática pedagógica no contexto das tecnologias digitais.

Fonte: adaptado de Richit (2010).

Diante das análises, pode-se perceber a importância da formação continuada de professores voltada para o uso das tecnologias, na disciplina de cálculo, uma vez que proporciona aos docentes e ao ensino do cálculo um olhar diferente para o desenvolvimento das atividades na disciplina, capacitando os professores para trabalhar com diferentes recursos, facilitando, assim que ela atinja seus objetivos. Também se perceber a importância de correlacionar os conteúdos de cálculo com os temas referentes a cada curso, aliados aos seus conceitos específicos, como aponta Bonafini (2004, p.7):

> Assim, acredito que, se a Matemática e a Física fossem adicionadas de recursos tecnológicos, poderiam contribuir na formação do estudante, dando a ele a oportunidade de realizar conjecturas, verificá-las na prática, buscar possíveis generalizações e, por fim, formalizar os resultados.

Como a pontua Morelatti (2001), o ensino de Cálculo é bastante discutido em Educação Matemática e umas das principais justificativas para tal discussão é o grande número de reprovações de estudantes. É nesse sentido que algumas pesquisas sobre Cálculo buscam caracterizar as concepções dos estudantes, desenvolvidas em ambientes laboratoriais, com o auxílio de *softwares*. Diante disso, pode-se notar o quanto os recursos tecnológicos auxiliam no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo, uma vez que professores dessa disciplina enfrentam dificuldades no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

A partir da revisão bibliográfica, percebe-se a necessidade de propor uma sequência de atividades envolvendo os conteúdos de Integral utilizando os recursos tecnológicos, devido à falta de trabalhos que envolvam esses conteúdos com o uso dos recursos tecnológicos.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresenta-se o referencial teórico referente às Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino, com base nas pesquisa de Borba e Penteado (2016), Borges (2003), Brito e Purificação (2008), Fernandes e Santos (1998), Kenski (2012), Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (1996), Marin (2009), Martins (2011), Souza e Pataro (2015), Starepravo (2003), Zabalza (2004). Também é apresentado o referencial teórico a respeito da Resolução de Problemas, utilizando as pesquisas de Dante (2012), Polya (1994, 1995), Smole e Diniz (2001), Schroeder e Lester (1989) e Allevato e Onuchic (2014).

3.1 TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO

As tecnologias, desde a década de 90, vêm evoluindo com o passar dos tempos. Fernandes e Santos (1998) apresentam, em sua obra, a evolução da Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), esclarecendo que a informática tem essa origem francesa, indicando palavra que deriva de outras duas, informação e automática, sendo esta considerada a ciência que estuda o tratamento automático e racional da informação, com o objetivo de auxiliar o ser humano no processamento e na transmissão dessas informações nos seus trabalhos de rotina. Fernandes e Santos (1998, p.5) mencionam que:

> [..] essa ciência fascinante já se tornou uma das mais importantes áreas do conhecimento humano. Presente em quase todas as atividades da vida moderna, a informática é, hoje, uma companheira obrigatória no trabalho, nos negócios, assim como na medicina, no lazer, etc. E é, também, grande geradora de empregos, atraindo milhões de pessoas do mundo inteiro para seus diversos ramos de atividades.

Assim, pode-se dizer que as tecnologias estão presentes de tal forma, na vida cotidiana, que praticamente não se concebe mais a comunicação, em suas diversas formas, sem a utilização dos recursos os quais a informática oferece.

Fernandes e Santos (1998), ao apresentar a evolução das “Máquinas” de processar informações, enfatizam que, desde o início da civilização, o ser humano vem se aperfeiçoando na capacidade de processar informações, devido à necessidade que tem de fazer representações, tratar e guardar dados sobre tudo que o cerca. Um ponto marcante foi o aparecimento da escrita, uma das formas básicas de armazenamento de informações.

Nessa evolução, o homem representava a própria linguagem com um sistema de desenhos, utilizando um símbolo para cada palavra, pois, segundo os autores:

> [...] com o alfabeto, tornou-se possível decompor a linguagem em unidades básicas, sendo os símbolos reduzidos a menos de 30 em muitas línguas. Desse modo, viabilizou-se a ideia de ordenação, fundamental para a recuperação da informação armazenada (FERNANDES; SANTOS, 1998, p. 11).

Nessa busca, o homem passou por vários estágios, até alcançar os computadores modernos. Usou por exemplo, as Tábuas de Argila, encontradas por arqueólogos que acredita-se, foram escritas em torno de 1700 a.C, as quais continham cálculos matemáticos, o que mostra que, já naquela época, o homem efetuava cálculos e diversas equações algébricas (FERNANDES; SANTOS, 1998).

Fernandes e Santos (1998) mencionam que o Ábaco foi um dos primeiros dispositivos mecânicos computacionais, sendo utilizado desde 2500 a.C até os dias atuais.

Entre outros instrumentos, tem-se o Bastão de Napier, também conhecido como ossos de Napier, o qual auxiliava nos cálculos da multiplicação e da divisão, tratando de uma série de bastões que, combinados, permitiam a avaliação de cálculos.

No ano de 1642, surgiu a Máquina de Pascaline, desenvolvida pelo francês Blaise Pascal, na qual era uma máquina de cálculo que utilizava um conjunto de engrenagens (pequenos discos) para realizar as operações. Também havia a Máquina Analítica de Babbage, considerada por muitos o verdadeiro pai do computador atual, desenvolvida pelo Charles Babbage (1792-1871), para calcular tabelas matemáticas. Em 1804, surgiu o Tear Programado, construído por Joseph Marie Jacquard e utilizado no período da revolução industrial. Em 1890, foi desenvolvida a Máquina de Hollerith, para tabulação, que permitiu processar, de forma mais rápida, os dados do censo (FERNANDES; SANTOS, 1998).

Fernandes e Santos (1998) apresentam os primeiros computadores, que surgiram durante a segunda Guerra Mundial.

> Esses primeiros computadores foram chamados de computadores Bell a relé, porque utilizavam relés eletrônicos como componentes básicos. Eles representaram um progresso significativo sobre as máquinas de calcular da época (FERNANDES; SANTOS, 1998, p.15).

Os autores ainda mencionam que os computadores eram de grande porte, desenvolvidos para suprir a necessidade de cálculos científicos. Diante dessa evolução, percebe-se que ocorreram diversas mudanças tecnológicas ao longo dos anos, e que

> [...] o uso do computador transformou-se num fenômeno universal pela sua capacidade de processar informação. E sabemos que o maior patrimônio de que a humanidade dispõe é o registro de informações sobre datas e fatos ocorridos ao longo de sua história. Hoje, a tecnologias da informação é tão importante ao ponto de ser capaz de transformar a economia dos países e influir no equilíbrio entre as nações. A informação é o produto que o computador mexe, transforma, elabora, organiza e coloca à disposição de milhares de pessoas (FERNANDES; SANTOS, 1998, p.27).

As tecnologias fazem parte do mundo moderno, mas é necessário utilizá-las adequadamente, para o progresso de diferentes âmbitos, seja Educacional, Cultural, Político, Econômico, entre outros (FERNANDES; SANTOS, 1998). Ainda para os autores, é preciso que os utilizadores desses recursos tecnológicos estejam atentos à sua necessidade e funcionalidade:

> [...] ao longo da profissão que você escolheu, não se concentre apenas nas máquinas, ou nas suas características. Tampouco estude as linguagens de programação somente para conhecer a fundo suas particularidades. Pense sempre em para que e a quem a máquina e o *software* estão servindo! Aí está o segredo para você fazer uso deles e tornar o seu conhecimento realmente útil (FERNANDES; SANTOS, 1998, p.28).

Como os autores enfatizam, deve-se pensar para que e para quem a tecnologia estará servindo, assim como o professor deve preparar-se e pensar como utilizar esses recursos, em sala de aula, preocupando-se sempre, com seus objetivos e como fazer para atingi-los.

Como se percebe, o conceito de tecnologia vem evoluindo nas últimas décadas e a utilização e implementação das TIC se tornou necessária nos diversos campos, tanto do trabalho, da indústria, como também, no âmbito acadêmico, que capacita o estudante na sua formação profissional, preparando-o para um mercado de trabalho exigente e competitivo (BORBA; PENTEADO, 2016).

De acordo com Souza e Pataro (2015), as TIC têm provocado mudanças significativas na vida das pessoas, tanto na educação quanto em outros segmentos. Estão presentes em todo lugar, seja no simples procedimento de leitura de códigos de barra, na obtenção de informações bancárias, no transporte, no mercado, entre outros tantos. Conforme Kenski (2012, p.29):

> A possibilidade de acesso generalizado às tecnologias eletrônicas de comunicação e de informação trouxe novas maneiras de viver, trabalhar e se organizar socialmente. Um pequeno exemplo dessa nova realidade é visto pela maneira comum como as pessoas conseguem, por meio de telefones celulares ou correio eletrônico (e-mail), comunicar-se mais frequentemente com outras pessoas, mesmo quando se encontram em locais bem distantes.

Na vida cotidiana do estudante não é diferente, pois o aluno está estreitamente ligado às tecnologias. Souza e Pataro (2015) apontam que as tecnologias que os alunos utilizam, diariamente, evoluem rapidamente e se tornam cada vez mais acessíveis. Esse dinamismo e a democratização das tecnologias passaram a fazer parte da cultura da geração atual, sendo importante, nesse contexto, a reflexão do professor diante dessa realidade, repensando sua prática docente, para que, assim, possa fornecer ferramentas motivadoras aos alunos e, dessa forma, possibilitar que os mesmos construam o próprio conhecimento.

Para Brito e Purificação (2008), o uso dos recursos tecnológicos deve ir além do simples objetivo de motivar o aluno, mas sim fazer com que a utilização desses meios oportunize uma melhoria significativa na Educação, pois

> [...] o simples uso das tecnologias educacionais não implica a eficiência do processo de ensino e aprendizagem, nem uma, "inovação" ou "renovação", principalmente se a forma desse uso se limita as tentativas de introdução da novidade, sem o compromisso do professor que a utiliza com a inteligência de quem aprende (BRITO; PURIFICAÇÃO, 2008, p.40).

Diante disso, o professor que optar por utilizar os recursos tecnológicos, em suas aulas, não deve pensar nas tecnologias como uma mera novidade, mas utilizá-los de forma planejada, visando alcançar os objetivos educacionais propostos. Assim, Brito e Purificação (2008) salientam que a tecnologia educacional precisa, necessariamente, ser um instrumento mediador, no processo de ensino e aprendizagem, possibilitando redescobrir e reconstruir o conhecimento.

Segundo Borges (2003), pensar as tecnologias como um instrumento mediador no processo de ensino e aprendizagem requer um profissional com uma capacidade de se apropriar dos conhecimentos científicos e tecnológicos, para solucionar problemas de forma autêntica. Porém, Borba e Penteado (2016) apontam que alguns professores preferem caminhar numa zona de conforto, sem movimentação, onde tudo já se encontra pronto e sistematizado, procurando evitar o caminhar para o desconhecido, evitando a atualização dos conhecimentos, mudar suas práticas docentes. Marin (2009, p.68) traz os efeitos que os caminhos desconhecidos provocam:

> Avançar sobre caminhos desconhecidos provoca medo e leva os professores a algumas situações no uso da TIC, como perda de controle, que surge em decorrência de problemas técnicos que podem ocorrer com os equipamentos, dúvidas frente a possíveis dificuldades de lidar com o espaço físico do ambiente de uso da tecnologia, as possíveis mudanças na dinâmica da aula e na relação professor-aluno e aluno-aluno.

De acordo com Penteado (1997), muitos professores acreditam que a utilização das tecnologias, em sala de aula, requer qualificação, o que provoca medo e insegurança. Com os avanços tecnológicos, há necessidade de atualização em vários aspectos, tanto sobre os conteúdos, quanto ao uso dos recursos tecnológicos, pois é uma forma diferente de apresentá-los e ensiná-los.

Segundo Souza e Pataro (2015), as tecnologias educacionais estão presentes na sala de aula há anos, considerando as calculadoras, os televisores, os filmes, os projetores, entre outros, utilizados pelos professores. Borba e Penteado (2016) ressaltam que as atividades, por exemplo, com calculadoras gráficas e computadores, além de proporcionar uma multiplicidade de representações (visual, sonora e escrita), destacam a questão da experimentação como um aspecto fundamental. Conforme esses autores, o aspecto experimental está relacionado à possibilidade de rápido *feedback* das mídias informáticas e às facilidades de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas. Nessa perspectiva, Souza e Pataro (2015, p.349) destacam que a "[...] presença das TIC ampliou a gama de elementos disponíveis para enriquecer o trabalho do professor", visto que o uso de tecnologias, em sala de aula, potencializa o trabalho docente no processo de ensino e aprendizagem, favorecendo a interação entre professores, educando e conhecimento. Assim, o professor passa de um mero centralizador do conhecimento a um sujeito aberto, também, á aprendizagem de cada experiência digital.

A introdução das TIC, no ambiente educacional, contribui para o repensar e a reconstrução da prática educativa, rompendo um paradigma em que o professor é a única fonte de informação, tornando o estudante participativo e ativo na construção de seu conhecimento, para ativar os tipos de situações profissionais (SOUZA; PATARO, 2015).

Martins (2011, p.84) destaca algumas tecnologias que mudam o fazer pedagógico, seja em sala de aula presencial ou a distância, como:

> [...] livros eletrônicos, audiovisuais, animações, objetos educacionais, Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA), lousa interativa e os diversos recursos disponibilizados através da constante evolução da internet, tais como: e-mail, comunicadores instantâneos, portais, videoconferência, jogos, *softwares* educacionais.

Segundo Brito e Purificação (2008, p.38), as tecnologias educacionais podem ser definidas como "[...] recursos tecnológicos que estão em interação com o ambiente escolar num processo de ensino e aprendizagem". Percebe-se, assim, que a tecnologia pode se tornar um aliado no processo de ensino e aprendizagem, e não o foco central das aulas, desde que atue como um mediador entre o conhecimento do aluno e a atuação do professor nesse processo.

De acordo com Araújo (2002), os meios tecnológicos caminham para uma acelerada renovação, nas diversas áreas do conhecimento, influenciando, consideravelmente, nas mudanças que ocorrem na sociedade. Dessa forma, para os autores, as pessoas precisam acessar e interagir frequentemente com diferenciados meios de comunicação de massa para estar informadas. Na atualidade, diz Kenski (2012, p.73):

> [...] as pessoas rompem o vínculo tradicional com o conhecimento estruturado oferecido pelas escolas, pelos institutos e pelas universidades e se lançam iguais na coleta do que lhes é oferecido no mercado globalizado dos meios de comunicação de massa. Não mais professores e alunos, mas pessoas, em busca do saber, da permanente atualização, na atualização permanente da informação.

Desse modo, o ser humano acaba se tornando um ser consumidor e se esquece do vínculo tradicional com o conhecimento, o que o leva a fazer uso das TIC de modo errôneo. Esse é um dos grandes desafios para a ação da escola na atualidade. “As alterações sociais decorrentes da banalização do uso e do acesso das tecnologias eletrônicas de comunicação e informação atingem todas as instituições e todos os espaços sociais” (KENSKI, 2012, p.26). Nesse contexto, ocorre uma alteração nas informações, nos saberes, no comportamento, nas práticas, e tais “alterações refletem sobre as tradicionais formas de pensar e fazer educação” (KENSKI, 2012, p.27).

Segundo Abu-Jamra (2005), as TIC, no Ensino Superior, estão cada vez mais presentes, além dos recursos tradicionais como quadro e giz sendo utilizadas na construção de ambientes alternativos, como os ambientes virtuais de aprendizagem, os quais são integrados às aulas presenciais. A autora afirma ser uma tendência que vem crescendo muito com a criação das universidades virtuais, implantadas no final do século XX. Abu-Jamra (2005) expõe que são raros os exemplos de Instituições de Ensino Superior que não utilizam as TIC e não dispõem de uma grande variedade de *software* ou *softwares* educacionais para apoiá-las, sendo comum a criação pela própria instituição. As tecnologias estão em constate desenvolvimento, assim as Instituições de Ensino Superior precisam caminhar no mesmo sentido, avançando em termos de atualizações e integração com os recursos tecnológicos.

No que diz respeito ao Ensino Universitário, é necessário levar em consideração a categorização das instituições do Ensino Superior. Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB),

> [...] existem quatro tipos de Instituições do Ensino Superior (IES): a Universidade – caracterizada por autonomia didática, administrativa e financeira e por desenvolver ensino, extensão e pesquisa; o Centro Universitário – caracterizado por atuar em uma ou mais áreas com autonomia para abrir e fechar cursos e vagas de graduação; as Faculdades Integradas – caracterizadas por reunir instituições de diferentes áreas do conhecimento, oferecerem ensino e, às vezes, extensão e pesquisa; os Institutos ou Escolas Superiores – caracterizados por atuar em uma área específica do conhecimento, podendo ou não fazer pesquisa, além do ensino (BRASIL, 1996).

Cada instituição tem suas características e suas especificidades exigindo do professor uma produção diferente, sendo a docência a atividade comum entre elas. Uma das preocupações apontadas pela literatura frente à docência na universidade é o individualismo, o qual Zabalza (2004) aponta como um obstáculo à formação e ao trabalho docente. O autor salienta que alguns professores do ensino superior são dominados pela "síndrome de ensinar à minha maneira" (ZABALZA, 2004, p.109). Para Masetto (2003), o fato de o professor estar acomodado a sua maneira de ensinar está associado ao princípio de que o bom professor é aquele que tem domínio do conteúdo e sabe explicá-lo aos alunos.

Contudo, o professor universitário precisa assumir novas posturas e direcionamento em suas práticas pedagógicas. "Quando se fala em prática pedagógica, o professor é aquele que, tendo adquirido o nível de cultura necessário para o desempenho de sua atividade, dá direção ao ensino e à aprendizagem" (BRITO; PURIFICAÇÃO, 2008, p.40). Os professores precisam se apropriar da tecnologia para direcionar e efetivar o seu uso em suas didáticas. Zabalza (2004) traz uma realidade de mudanças profundas, tanto na estrutura do ensino, na universidade, como em sua posição e sentido social, devido ao fato de a

> [...] dinâmica de adaptação constante à circunstância e as demandas da sociedade aceleraram-se tanto, nesse último meio século, que é impossível uns ajustes adequados sem uma transformação profunda das próprias estruturas internas das universidades (ZABALZA, 2004, p.19).

Para o autor, existe nas universidades uma necessidade de mudanças profundas no modo de ensinar, devido ao avanço tecnológico, pois se está passando por um momento de aceleradas mudanças na forma de se viver, decorrentes do uso das tecnologias. Borba (2010) afirma que os ambientes computacionais condicionam as ações, quando se tem que resolver problemas matemáticos, e que a utilização de *softwares* oportuniza ao ensino diferentes estratégias metodológicas que complementam o uso de lápis e papel. Complementam Allevato, Jahn e Onuchic (2017) que as tecnologias, quando utilizadas no ambiente educacional de forma planejada, podem proporcionar aos estudantes uma visualização dos objetos matemáticos que, muitas vezes, não são acessíveis quando esboçados com auxílio do lápis e papel. As ferramentas tecnológicas ampliaram a gama de elementos disponíveis para enriquecer o trabalho do professor. Um recurso que vem ganhando espaço na didática do docente é o uso do computador: Segundo Santos e Maia (2007, p.3) “a inserção do computador no ambiente escolar é muito mais diversificada, interessante e desafiadora (...) passando a ser utilizado como ferramenta para enriquecer os ambientes educacionais (...)”. Enfatizam Allevato, Jahn e Onuchic (2017, p.250) que,

> [...] na realidade, o computador privilegia o pensamento visual sem, contudo, implicar a eliminação do algébrico. No Cálculo, pode-se empregar informações gráficas para resolver questões que também podem ser abordadas algebricamente e relacioná-las. É o caso da representação gráfica da função derivada que possibilita interessantes análises sobre o comportamento e os extremos das funções.

Buriol (2006), pensando em mudanças na Educação e no privilégio da visualização que o computador proporciona ao estudante, em sua dissertação de mestrado, define visualização como a transformação de dados ou informações em imagens, estimulando, assim, a *visão*, o principal sentido humano. “Visualizar não é apenas ver o visível, é, principalmente, tornar visível” (SANTOS apud KLEE, 2010, p.23).

Segundo Santos (2014), é na sala de aula que os alunos desenvolvem o pensamento visual e o raciocínio visual, podendo ocorrer uma percepção figurativa do que está sendo ensinado, atribuindo significados aos conceitos tidos como puramente abstratos. Focalizando o papel das imagens visuais para o desenvolvimento do pensamento, identifica-se que a imagem possibilita o elo entre a percepção e a imaginação.

Para Masetto (2003), um dos grandes desafios para a docência universitária é a inovação no Ensino Superior. Entre eles estão a prática reflexiva e o trabalho colaborativo. A respeito do trabalho colaborativo:

> [..] a participação é voluntária e todos os envolvidos desejam crescer profissionalmente; a confiança e o respeito mútuo são fundamentais para todo o trabalho; os participantes trabalham juntos (co-laboram) por um objetivo comum, construindo e compartilhando significados acerca do que estão fazendo e do que isso significa para suas vidas e para sua prática; os participantes se sentem à vontade para se expressar livremente e estão dispostos a ouvir críticas e a mudar; não existe uma verdade ou orientação única para as atividades. Cada participante pode ter diferentes interesses e pontos de vista, aportando distintas contribuições, ou seja, existirão diferentes níveis de participação (COSTA apud MARIN, 2009, p.55).

Nessa perspectiva, um professor universitário colaborativo é um profissional reflexivo, o que, no Ensino Superior, é um aspecto importante para a formação de profissionais que necessitam de orientação. Como a LDB traz, a finalidade da Educação Superior, no Artigo 43, é "promover a extensão, aberta à participação da população, visando à difusão das conquistas e benefícios resultantes da criação cultural e da pesquisa científica e tecnológica geradas na instituição". Para o desenvolvimento de professores reflexivos, o papel das instituições é incentivar o pensar e repensar desses profissionais.

Na Educação Superior, um dos protagonistas fundamentais, no processo de ensino universitário, é o professor. Ainda que, na visão de alguns, como afirma Zabalza (2004), o papel do professor universitário continue sendo o mesmo, não há dúvida de que se está diante de uma expressiva transformação, tanto das características formais da dedicação docente, quanto das exigências que lhe são impostas sendo um sistema que possui vários elementos tão complexos, deve haver um pensar conjunto e reflexivo sobre os mesmos, na busca por uma melhoria contínua na Educação Superior. Por isso, acredita-se que as tecnologias aliadas ao ensino podem contribuir para a construção de novos conceitos, sendo os alunos construtores do próprio conhecimento e o professor responsável por conduzir esse processo.

De acordo com Oliveira, Moura e Sousa (2015), as Tecnologias da Informação e Comunicação, inseridas na educação escolar, instigam o pensamento crítico, criativo e a aprendizagem cooperativa, uma vez que torna-se possível a realização de atividades interativas. Ressaltam ainda que, além de ajudar a desafiar regras, permitem que o educando descubra novos padrões. Atualmente, a conectividade está operando mudanças na forma de se pensar e planejar, pois

> [...] a conectividade de alta velocidade, em qualquer lugar e a qualquer momento, associada à portabilidade dos equipamentos como os tablets e celulares, cada vez mais poderosos computacionalmente, proporcionam uma mudança no uso das tecnologias, inclusive, na educação. (GROENWALD; HOMA, 2014, p.15).

Diante do apontamento realizado pelos autores, a conectividade proporciona mudanças na Educação. Como já mencionavam Fernandes e Santos (1998) a informática já se tornou uma das mais importantes áreas do conhecimento humano estando cada vez mais presente na vida cotidiana das pessoas. A implementação da informática como auxiliar do processo de construção do conhecimento implica mudanças na escola que vão além da formação do professor" (VIEIRA, 2011, p.4).

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), através de pesquisas realizadas, evidenciaram como o uso das artes, das tecnologias digitais móveis e da internet rápida podem trazer possibilidades diferenciadas para a produção coletiva de conhecimentos matemáticos em ambientes de aprendizagem, transformando aspectos sobre o pensamento matemático em cenários nos quais estudantes são engajados na produção de performances matemáticas.

3.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Na primeira metade do século XX, surgiu a Resolução de Problemas (RP), uma abordagem metodológica que vai além da prática da resolução de exercícios matemáticos pautados em procedimentos, tendo como foco a compreensão, a interpretação e a elaboração de estratégias nas aulas de Matemática, visando potencializar o ensino dessa disciplina (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Para Allevato e Onuchic (2014, p.37), o ensino da Resolução de Problemas "corresponde a considerá-la como conteúdo", pois apresenta etapas, regras e processos para solucionar um problema, não necessariamente matemático, o que remete a abordagem dada à Resolução de Problemas por Polya. Allevato e Onuchic (2014, p.37) compreendem que a Resolução de Problemas é o agente ativo na construção de novos conhecimentos e, ao mesmo tempo, proporciona a "resolução de intrigantes e importantes problemas".

Para Schroeder e Lester (1989), quando não se tem uma técnica específica para se resolver uma questão não estruturada, busca-se, na Resolução de Problemas, um caminho que possa levar de uma situação para outra por meio de uma série de operações mentais. Assim, a Resolução de Problemas é como uma estratégia composta por um conjunto de ações utilizadas para desempenhar uma tarefa. A pesquisa sobre a mesma e as iniciativas de considerá-la como uma forma de ensinar Matemática recebeu atenção a partir de Polya, sendo ele considerado o pai da RP.

Polya (1994) preocupou-se em descobrir resolver problemas e ensinar estratégias que levem a enxergar caminhos para resolvê-los. De acordo com o autor, essa tarefa é da natureza humana e, muitas vezes, as situações ou contextos em que se situam os problemas podem ser da vida real ou da própria Matemática. Ele complementa que a resolução de um problema estimula a criatividade e interesse dos alunos, bem como auxilia na solução de outros problemas que exigem dele uma análise aprofundada e não apenas uma resolução mecânica. Diante disso, é importante destacar que essa metodologia possibilita trabalhar os aspectos estruturais da Matemática os quais incluem conhecimentos de termos, procedimentos e conceitos ensinados nas escolas, bem como saber como esses aspectos são empregados.

Conforme os autores Ferreira, Silva e Martins (2017), a Resolução de Problemas pode ser um diferencial no processo de ensino e aprendizagem, no Ensino Superior, porém o uso desse recurso metodológico no contexto didático-pedagógico dessa etapa de ensino ainda é bastante modesto. Segundo os autores, muitos grupos de pesquisa vêm trabalhando para mudar essa realidade. Complementam que:

> A Resolução de problemas, tanto na formação inicial de professores, como em outros cursos do Ensino Superior, pode ser trabalhada em duas abordagens: i) Com conteúdos da Educação básica: Nesse caso, a Resolução de Problemas é trabalhada com conteúdos do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio. Em geral, esses conteúdos são abordados em disciplinas de Matemática Elementar, dadas no início dos cursos de Graduação (Licenciatura ou outros), ou em outras disciplinas, como Didática, Estágios Supervisionados, etc. ii) Matemática Superior: Nessa abordagem, a Resolução de problemas é trabalhada em disciplinas de nível superior, como Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Álgebra Abstrata, Análise real, Equação Diferencial, entre outras. (FERREIRA; SILVA; MARTINS, 2017, p.191)

A Resolução de Problemas deve estar presente em disciplinas de nível superior as quais desenvolvam conteúdos matemáticos, a fim de promover efetividade no ensino e aprendizagem por parte dos acadêmicos. Essa metodologia se constitui em um contexto bastante propício à construção e produção de conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades matemáticas, sem prescindir do fundamental papel desempenhado pelo professor, como organizador e mediador do processo de ensino e aprendizagem. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014)

De acordo com Souza e Pataro (2015), são diversos os objetivos do ensino da Matemática. Entre eles destacam-se o buscar que o aluno compreenda, matematicamente, as variadas situações, utilizando o raciocínio matemático, situações do mundo à sua volta e de outras áreas do conhecimento, possibilitando-lhe interferir nessas situações. Também ocorre o desenvolvimento das capacidades próprias para resolver problemas, analisando criticamente as possíveis soluções. Os autores apontam, ainda, a importância da leitura e prática da escrita no processo de desenvolvimento dessas capacidades para resolver problemas. Complementam Smole e Diniz (2001, p.70) que

> toda as pesquisas desenvolvidas, ao longo dos últimos tempos, sobre como tornar os alunos leitores competentes têm sido unânimes em afirmar que o ato de ler está alicerçado na capacidade humana de compreender e interpretar o mundo. Ler é um ato de conhecimento, uma ação de compreender, transformar e interpretar o que o texto escrito apresenta.

Nessa perspectiva, ressalta-se a importância da leitura nesse processo da compreensão de um texto. Conforme Smole e Diniz (2001), a dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender problemas está, entre outros fatores, na ausência de um trabalho específico com o texto do problema. Além disso os problemas de Matemática, geralmente, não são relacionados ao contexto de vida dos alunos. São problemas específicos de Matemática que envolvem conceitos matemáticos com palavras que expressam diferentes significados na Matemática e fora dela:

> Para que tais dificuldades sejam superadas e não surjam dificuldades, é preciso alguns cuidados desde o início da escolarização, ou seja, desde o período alfabetização. Cuidados com a leitura que o professor faz do problema, cuidados em propor tarefas especificas de interpretação do texto de problemas, enfim, um projeto de intervenções didáticas destinadas, exclusivamente, a levar os alunos a lerem problemas de Matemática com autonomia e compreensão (SMOLE; DINIZ, 2001, p.72).

Um dos cuidados que o professor deve ter, nesse processo de ensino e aprendizagem, é propor tarefas específicas de interpretação, para que o aluno possa desenvolver sua autonomia na compressão dos problemas matemáticos. efetivando uma aprendizagem progressiva. Assim, conforme Smole e Diniz (2001), na aprendizagem progressiva pode ser utilizada a leitura reflexiva para buscar informações e aprender. Quanto à leitura reflexiva

> [...] ela exige que o leitor se posicione e situe-se diante de novas informações, que busque no texto novas compreensões, podendo fazer fluir muitas experiências, novos desafios e desenvolver aberturas para compreender melhor outros textos. Para isso, é necessário compreender o que o texto expressa, perceber a intenção do autor, produzir questionamentos, dúvidas e discordâncias. A leitura, portanto, pode ser vista como um processo de comunicação; se sua prática gera reflexão traz o novo, confirma ou contesta opiniões, provoca conflitos (SMOLE; DINIZ, 2001, p.70).

Salienta-se, dessa forma, que o aluno pode realizar uma interpretação reflexiva dos textos e, principalmente, dos problemas matemáticos, se fizer uma leitura reflexiva, que lhe permita refletir sobre as análises referentes à leitura, surgindo questionamentos, dúvidas e discordâncias.

De acordo com Polya (1995) traz que resolver problemas pode ser um meio de ensinar Matemática, pois um problema pode instigar a curiosidade do aluno, desafiá-lo e possibilitar o desenvolvimento de seu conhecimento através da experimentação.

Segundo Dante (1991), ao ter como prioridade a construção do conhecimento pelo fazer e pensar, o papel da formulação e da resolução de problema é fundamental para auxiliar os estudantes na apreensão dos significados. Logo, a Resolução de Problemas conforme o autor, deve ter por meta:

> [...] fazer o aluno pensar, desenvolver o raciocínio lógico do aluno, ensinar o aluno a enfrentar situações novas, levar o aluno a enfrentar situações novas, levar o aluno a conhecer as principais aplicações da Matemática, tornar as aulas mais interessantes e motivadoras (DANTE, 2012, p. 24).

Dessa forma, utilizando a Resolução de Problemas, o aluno pode desenvolver o raciocínio lógico e enfrentar diferentes situações que lhe permitam conhecer as principias aplicações da Matemática. Com relação ao papel do professor, na resolução de problemas, Dante (2012, p.23) aponta que “o papel do professor é o de orientador, estimulador e incentivador da aprendizagem”, pois ele estimulará seus alunos a desenvolverem a autonomia, instigando-os a refletir, investigar e descobrir. Salienta o autor que

> [...] de tempos em tempos, uma aula expositiva partilhada, dialogada com os alunos, pode ser apropriada para sintetizar e organizar as descobertas, as ideias e os resultados e para sistematizar os assuntos tratados em determinados períodos (DANTE, 2012, p.24).

Polya (1995, p.16) aponta, como auxílio ao estudante, que “um dos mais importantes deveres do professor é auxiliar os seus alunos, o que não é fácil, pois exigem tempo, prática, dedicação e princípios firmes”. Uma das melhores formas de ajudar os alunos, com naturalidade, é colocar-se no lugar do aluno, procurando compreender seu ponto de vista, o que se passa em sua cabeça. Nesse sentido é importante utilizar as cinco etapas da Resolução de Problemas propostas por Dante (2012, p.32):

> 1) Compreensão do problema: leitura e interpretação cuidadosa do problema; Quais são os dados e as condições do problema? Há dados a mais no problema? Faltam dados? O que se pede e o que se pergunta no problema? É possível fazer uma figura, um diagrama ou uma tabela? 2) Elaboração de um plano de solução: Qual é seu plano para resolver problema? Que estratégias você pode desenvolver? Você se lembra de um problema semelhante mais simples que pode ajudá-lo a resolver este problema? Tente organizar os dados em tabelas, gráficos ou diagramas. Tente resolver o problema por partes. 3) Execução do plano: execute o plano elaborado. Efetue todos os cálculos indicados no plano. Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema. 4) Verificação ou retrospectiva: Você leu e interpretou corretamente o problema? Você elaborou um plano razoável e variável? Executou com precisão o que foi planejado? Conferiu todos os cálculos? Há alguma maneira de “tirar a prova” para verificar se você acertou? A solução está correta? Existem outras maneiras de resolver o problema? É possível usar a estratégia empregada para resolver problemas semelhantes? 5) Emissão da resposta: A resposta é compatível com a pergunta? Você respondeu à pergunta do problema, escrevendo a resposta por extenso?

Conforme Smole e Diniz (2001), a aplicação da metodologia de Resolução de Problemas, no ensino da Matemática, pode ser um elemento que contribua para a construção de conceitos matemáticos, desde que seja feito um planejamento das atividades, vislumbrando possíveis questionamentos, pois questionar as soluções e a situação-problema em si exigirá, muitas vezes, uma volta à atividade realizada, fazendo, assim, a cada questionamento, surgir um novo pensamento sobre toda a situação e sobre tudo o que aluno fez. Segundo eles,

> [...] a Resolução de Problema deve ser entendida como uma competência mínima para que o indivíduo possa inserir-se no mundo do conhecimento e do trabalho. Ao final da década de 70 e durante os anos 80, especialmente nos currículos, a Resolução de Problema ganham essa dimensão na qual surgiram indicações claras de que todos os alunos devem aprender a resolver problemas e de que são necessárias escolhas cuidadosas quanto às técnicas e aos problemas a serem usados no ensino. Nessa perspectiva, é preciso considerar os problemas que envolvem o conteúdo específico, os diversos tipos de problemas e os métodos de resolução para que se alcance a aprendizagem de Matemática (SMOLE; DINIZ, 2001, p.75).

As competências matemáticas necessárias para resolver um problema relacionam-se com a natureza do mesmo, com o sistema de representações utilizado e os conteúdos envolvidos.

Portanto, acredita-se que, oportunizando aos estudantes o trabalho com a resolução de problemas, eles poderão desenvolver métodos e estratégias para a solução dos mesmos, utilizando os conhecimentos matemáticos na construção de novos conceitos, tornando-se construtores do próprio conhecimento, sendo o professor responsável por conduzir esse processo.

4 SUBSÍDIOS PARA A ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS

Neste capítulo, apresentam-se as análises realizadas nos livros de Cálculo dos autores Bastos e Schweig. (2017), Stewart (2016) e Thomas, Weir e Hass (2012), que visam à elaboração das situações-problema contextualizadas e desenvolvidas no *software* GeoGebra.

4.1 INVESTIGAÇÃO DO CONTEÚDO DOS SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO NOS LIVROS DE CÁLCULO

Para a seleção e construção das situações-problema da Integral Definida para o cálculo do volume dos sólidos de revolução, buscou-se analisar os exemplos/atividades e a forma como os livros de cálculo abordam e apresentam esse conteúdo, para a construção de duas situações-problema de forma contextualizada. De acordo com Boyer (1949), a contextualização articulada com outras disciplinas e os conhecimentos prévios dos alunos é uma fonte que pode contribuir para o aprendizado do aluno.

> Acredita-se que os alunos aprendem melhor quando as técnicas são explicadas da maneira mais clara e simples possível. Para isso, a solução dos problemas é apresentada passo a passo, especialmente quando envolve procedimentos complexos (THOMAS, WEIR, HASS 2012, p. 10).

Nesse sentido, foram selecionados três livros de cálculo, sendo utilizado como critério a acessibilidade por parte dos alunos e recomendações dos professores que ministram as aulas de Cálculo, na Instituição de Ensino Superior onde foram aplicadas as atividades. Assim, foram selecionados os livros de Cálculo II (BASTOS; SCHWEIG, 2017); Cálculo: volume 1 (STEWART, 2016); Cálculo: volume 1 (THOMAS, WEIR, HASS, 2012).

Nos próximos subcapítulos, apresentam-se as análises dos livros de Cálculo os quais subsidiaram a elaboração das situações-problema, desenvolvidas na fase do experimento da pesquisa.

4.1.1 Análise do livro "Cálculo II"

Neste subcapítulo apresenta-se o capítulo do livro de "Cálculo II", desenvolvido pelos autores Bastos e Schweig (2017), referente ao conteúdo de "Aplicações da Integral Definida". Esse livro foi organizado pelos professores que ministram a disciplina de

Cálculo II, na Universidade Luterana do Brasil, o qual também é disponibilizado para os alunos que estão cursando essa disciplina.

Pode-se observar que o livro, inicialmente, traz uma introdução ao conteúdo de sólidos de revolução, de forma breve e sucinta, utilizando-se de uma linguagem de fácil compreensão, A parte introdutória foi apresentada sem contextualização cotidiana, de modo algébrico e com representações gráficas, introduzindo os conhecimentos gráficos numa região. Ao girar em torno de uma reta, surgirá em um sólido de revolução (Figura 9).

Figura 9 - Análise da parte introdutória

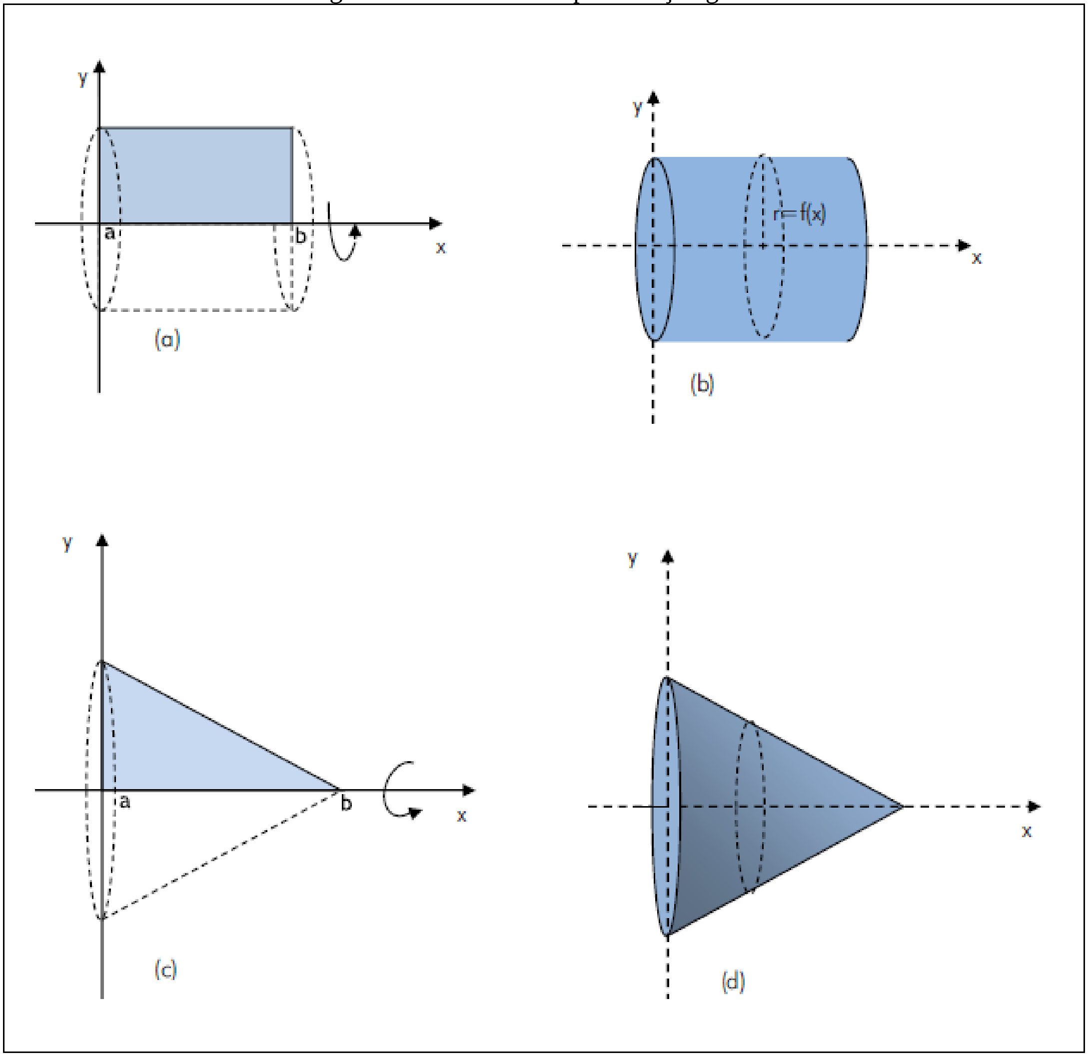
2 Sólidos de revolução

Se fizermos girar uma região em torno de uma reta, o resultado será um sólido de revolução. Por exemplo, ao girarmos um retângulo com um dos lados fixo a uma reta, teremos um cilindro circular reto; se girarmos triângulo retângulo com um dos catetos fixo em uma reta, teremos um cone circular reto; se girarmos um semicírculo com extremidade do diâmetro fixo na reta, teremos uma esfera. Dizemos que a reta é o eixo de revolução e que o sólido foi gerado pela região.

Fonte: Bastos e Schweig (2017, p.104).

Após a introdução teórica, os autores apresentaram a ilustração gráfica dos sólidos formados ao ser rotacionada em torno de uma reta (Figura 10).

Figura 10 - Análise da representação gráfica



Fonte: Bastos e Schweig (2017, p.105).

Posteriormente, os autores realizaram a apresentação teórica da parte da secção transversal circular, para determinar a fórmula do volume de um sólido de revolução (Figura 11).

Figura 11 - Análise da parte introdutória

Se interceptarmos um sólido de revolução com um plano perpendicular ao eixo x, obteremos uma secção transversal circular. Se o plano cortar o eixo x no ponto x = a, o raio do círculo é f(a), e sua área será $\pi[f(a)]^2$.

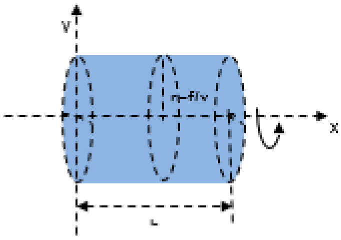
Se um sólido está entre x=a x=b, a área da secção transversal é A(x), e A(x) é uma função contínua, utilizando a soma de Rieman, podemos escrever uma definição para o volume dos sólidos de revolução:

$$V = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} A(x_1)\Delta x = \int_a^b A(x)dx$$

Como nos sólidos de revolução a secção transversal será sempre um círculo, $A(x) = \pi\left[f(a)\right]^2$ o volume de um sólido de revolução é dado por:

$$V = \int_a^b \pi[f(x)]^2\, dx$$

No caso do cilindro, f(x) = r é uma função constante, onde f(x) é o raio do círculo, base do cilindro cuja área é πr^2. Então:



$V = \int_a^b \pi . r^2 dx = \pi r[b - a]$, onde b – a = h.

Fonte: Bastos e Schweig (2017, p.106).

Pode-se analisar, na figura, que os autores, primeiramente, nos fornecem uma noção intuitiva do fenômeno estudado, no caso, a aplicação da Integral Definida envolvendo os sólidos de revolução. A partir da análise das atividades, verificou-se que o tema sólidos de revolução é tratado de modo formal com foco na definição do conteúdo.

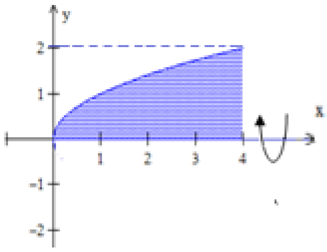
Quanto à análise dos exemplos e exercícios propostos, os autores desenvolvem o conteúdo de modo acessível aos alunos. A Matemática abordada é nivelada de maneira a começar com conceitos mais básicos e ir aumentando o nível de dificuldade. Um exemplo de exercício resolvido é apresentado na Figura 12.

Figura 12 - Exemplo envolvendo sólido de revolução

2 . Encontre o volume do sólido gerado pela rotação da região sob a curva $y = \sqrt{x}$ em torno do eixo x entre 0 e 4. Esboce a região e o sólido aproximado típico.

Solução:

A Figura 4.2.4 mostra a região e o sólido gerado.



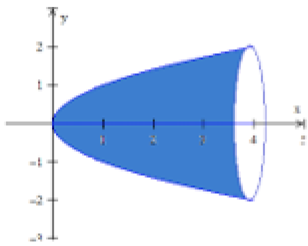


Figura 4.2.4.

Devemos integrar a função $y = \sqrt{x}$ de 0 até 4.

$$V = \int_a^b \pi[f(x)]^2\,dx$$

$$V = \int_0^4 \pi\left[\sqrt{x}\right]^2 dx = \int_0^4 [\pi.x]\,dx = \left[\frac{\pi.x^2}{2}\right]_0^4 = \left[\frac{\pi.4^2}{2} - \frac{\pi.0^2}{2}\right] = \left[\frac{16\pi.}{2}\right] = 8\pi$$

u.v.

Fonte: Bastos e Schweig (2017, p.108).

Também analisou-se um exemplo que apresenta um esboço de uma região delimitada pelos gráficos de duas funções do tipo $y = \sqrt{x}$ e $y = \frac{1}{2}$ com seus respectivos limites (Figura 13).

Figura 13 - Exemplo envolvendo sólido de revolução

5. Esboce a região delimitada pelos gráficos das funções $y = \sqrt{x}$ $y = \frac{1}{2}x$ de y = 0 até y = 4 e calcule o volume do sólido gerado pela rotação dessa região em torno do eixo x. Esboce o sólido aproximado típico.

Solução:

A Figura 4.2.7 mostra a região e o sólido gerado.

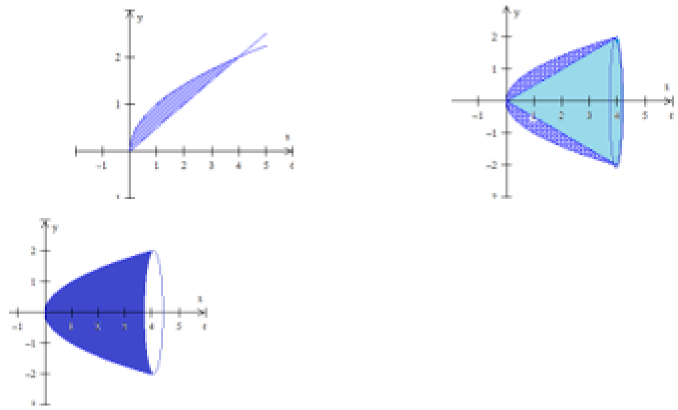


Figura 4.2.7.

$$V = \int_a^b \pi\left\{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\right\}dx \qquad f(x) = \sqrt{x} \quad g(x) = \frac{1}{2}x$$

$$V = \int_0^4 \pi\left\{\left[\sqrt{x}\right]^2 - \left[\frac{1}{2}x\right]^2\right\}dx = \int_0^4 \pi\left[x - \frac{1}{4}x^2\right]dx = \pi\left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4}\cdot\frac{x^3}{3}\right]_0^4 = \pi\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{12}\right]_0^4$$

$$V = \pi\left[\left(\frac{4^2}{2} - \frac{4^3}{12}\right) - 0\right] = \pi\left[\frac{16}{2} - \frac{64}{12}\right] = \pi\left[8 - \frac{16}{3}\right] = \frac{8\pi}{3} \ u.\ v.$$

Fonte: Bastos e Schweig (2017, p.110-111).

Nesse exemplo, os autores exploram o cálculo de volume de um sólido de revolução, gerado a partir da rotação em torno do eixo x, além do esboço gráfico desse sólido, delimitado pelas funções dos tipos $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = \frac{1}{2}x$.

A partir dos exercícios desenvolvidos no livro, selecionaram-se os problemas que tinham as funções do tipo função raiz "$\boldsymbol{f(x) = (ax)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ax}}$" para a elaboração de situações-problema do cotidiano para as atividades a serem construídas nesta pesquisa.

4.1.2. Análise do livro “Cálculo: volume 1”

O livro de Cálculo de James Stewart[2] (2016), no capítulo da aplicação da Integral Definida, especificamente, na resolução de atividades que envolvem o volume dos sólidos de revolução, apresenta uma introdução teórica (Figura 14).

Figura 14 - Análise da parte introdutória

Na tentativa de encontrar o volume de um sólido, nos deparamos com o mesmo tipo de problema que para calcular áreas. Temos uma ideia intuitiva do significado de volume, mas devemos torná-la precisa usando o cálculo para chegar à definição exata de volume.

Começamos com um sólido simples chamado **cilindro** (ou, mais precisamente, um *cilindro reto*). Como ilustrado na Figura 1(a), um cilindro é limitado por uma região plana B_1, denominada **base**, e uma região congruente B_2 em um plano paralelo. O cilindro consiste em todos os pontos nos segmentos de reta perpendiculares à base, que unem B_1 a B_2. Se a área da base é A e a altura do cilindro (a distância de B_1 a B_2) é h, então o volume V do cilindro é definido como

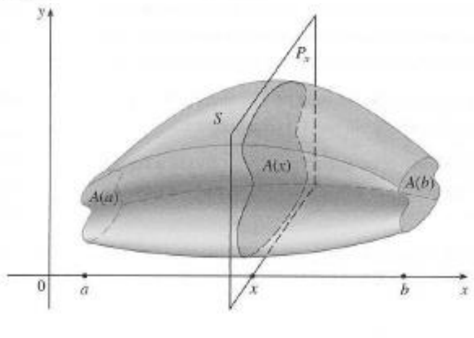
$$V = Ah$$

Em particular, se a base é um círculo com raio r, então o cilindro é um cilindro circular com o volume $V = \pi r^2 h$ [veja a Figura 1(b)], e se a base é um retângulo com comprimento l e largura w, então o cilindro é uma caixa retangular (também conhecida como *paralelepípedo retangular*) com o volume $V = lwh$ [veja a Figura 1(c)].

(a) Cilindro $V = Ah$ (b) Cilindro circular $V = \pi r^2 h$ (c) Caixa retangular $V = lwh$

Para um sólido S que não é um cilindro, primeiro “cortamos” S em pedaços e aproximamos cada pedaço por um cilindro. Estimamos o volume de S adicionando os volumes dos cilindros. Chegamos ao volume exato de S por um processo de limite no qual o número de partes se torna grande.

Começamos interceptando S com um plano e obtemos uma região plana chamada **seção transversal** de S. Seja $A(x)$ a área da secção transversal de S no plano P_x perpendicular ao eixo x e passando pelo ponto x, onde $a \leq x \leq b$. (Veja a Figura 2. Pense em fatiar S por x e calcular a área de uma fatia.) A área da secção transversal $A(x)$ varia quando x aumenta de a até b.



Vamos dividir S em n fatias de larguras iguais a Δx usando os planos $P_{x_1}, P_{x_2}, \ldots$ para fatiar o sólido. (Pense em fatiar um filão de pão.) Se escolhermos pontos amostrais x_i^* em $[x_{i-1}, x_i]$, poderemos aproximar a i-ésima fatia S_i (a parte de S que está entre os planos $P_{x_{i-1}}$ e P_{x_i}) a um cilindro com área de base $A(x_i^*)$ e “altura” Δx. (Veja a Figura 3.)

Fonte: Stewart (2016, p.389).

[2] Este livro é utilizado na instituição de Ensino Superior participante desta investigação e encontra-se disponível para consulta e empréstimos aos alunos na biblioteca física da Universidade.

Na introdução desse assunto, são apresentadas ilustrações gráficas com o intuito de formular a definição para o cálculo de forma contextualizada (Figura 15).

Figura 15 - Análise da parte introdutória

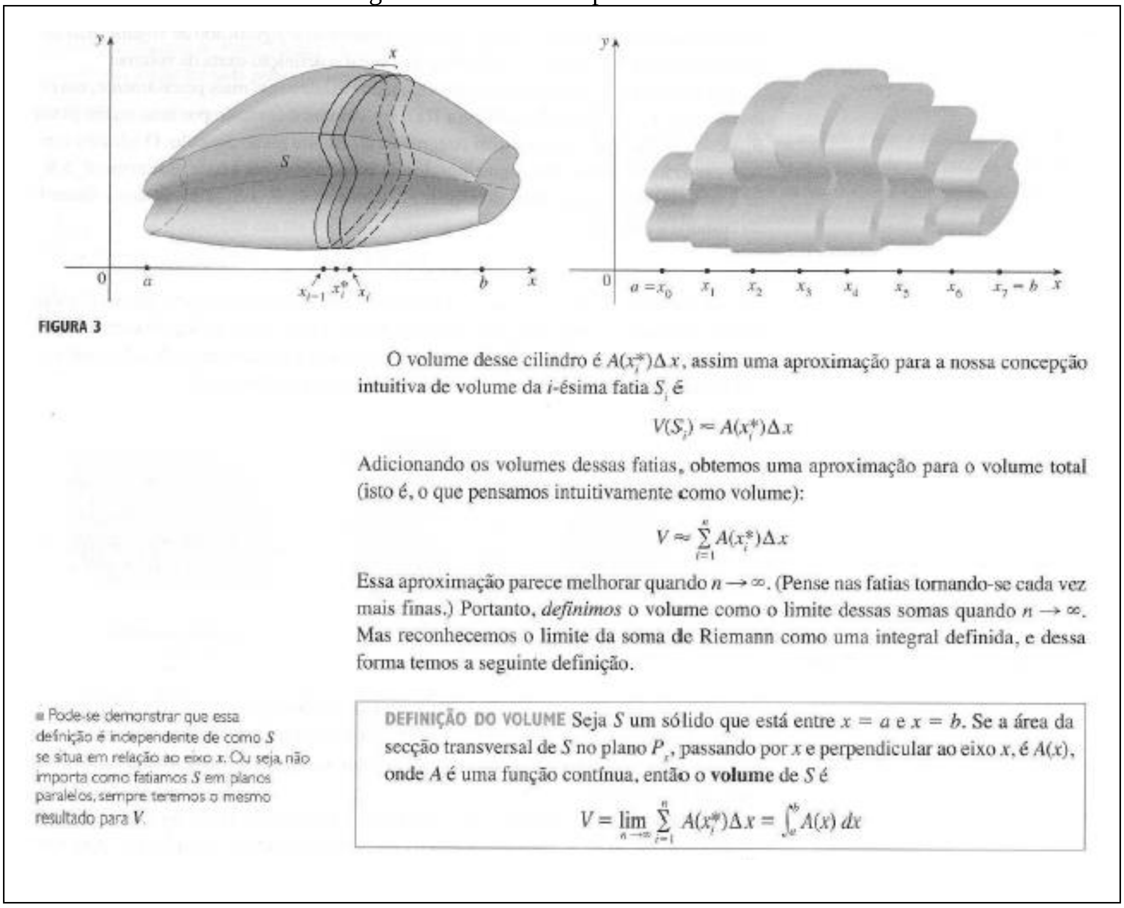


FIGURA 3

O volume desse cilindro é $A(x_i^*)\Delta x$, assim uma aproximação para a nossa concepção intuitiva de volume da i-ésima fatia S_i é

$$V(S_i) \approx A(x_i^*)\Delta x$$

Adicionando os volumes dessas fatias, obtemos uma aproximação para o volume total (isto é, o que pensamos intuitivamente como volume):

$$V \approx \sum_{i=1}^{n} A(x_i^*)\Delta x$$

Essa aproximação parece melhorar quando $n \to \infty$. (Pense nas fatias tornando-se cada vez mais finas.) Portanto, *definimos* o volume como o limite dessas somas quando $n \to \infty$. Mas reconhecemos o limite da soma de Riemann como uma integral definida, e dessa forma temos a seguinte definição.

■ Pode-se demonstrar que essa definição é independente de como S se situa em relação ao eixo x. Ou seja, não importa como fatiamos S em planos paralelos, sempre teremos o mesmo resultado para V.

DEFINIÇÃO DO VOLUME Seja S um sólido que está entre $x = a$ e $x = b$. Se a área da secção transversal de S no plano P_x, passando por x e perpendicular ao eixo x, é $A(x)$, onde A é uma função contínua, então o **volume** de S é

$$V = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} A(x_i^*)\Delta x = \int_a^b A(x)\,dx$$

Fonte: Stewart (2016, p.390).

Na obra de Stewart (2016), o conteúdo é introduzido de modo acessível aos alunos, apresentando exemplos objetivos e diretos para o cálculo do volume do sólido, conforme se pode observar na Figura 16.

Figura 16 - Exemplo de exercício resolvido

EXEMPLO 2 Encontre o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo x da região sob a curva $y = \sqrt{x}$ de 0 até 1. Ilustre a definição de volume esboçando um cilindro aproximante típico.

SOLUÇÃO A região é exposta na Figura 6(a). Se fizermos a rotação em torno do eixo x, obteremos o sólido mostrado na Figura 6(b). Quando fatiamos no ponto x, obtemos um disco com raio $\sqrt{x}$. A área dessa secção transversal é

$$A(x) = \pi(\sqrt{x})^2 = \pi x$$

e o volume do cilindro aproximante (um disco com espessura Δx) é

$$A(x)\Delta x = \pi x \Delta x$$

O sólido está entre $x = 0$ e $x = 1$; assim, o seu volume é

$$V = \int_0^1 A(x)\,dx = \int_0^1 \pi x\,dx = \pi \frac{x^2}{2}\Big]_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

Obtivemos uma resposta razoável no Exemplo 2? Para verificar o nosso trabalho, vamos substituir a região dada por um quadrado com base $[0, 1]$ e altura 1. Se fizermos a rotação desse quadrado, obteremos um cilindro com raio 1, altura 1 e volume $\pi \cdot 1^2 \cdot 1 = \pi$. Calculamos que o sólido dado tem metade desse volume. Isso parece estar certo.

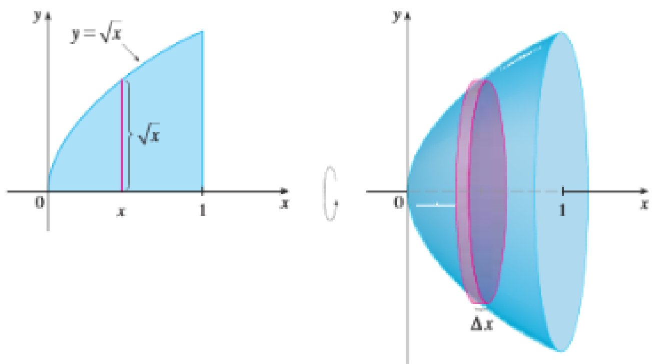


FIGURA 6 (a) (b)

Fonte: Stewart (2016, p. 391-392).

Nesse exemplo, o autor explora o cálculo de volume de um sólido de revolução e o esboço gráfico desse sólido.

Outro exemplo que ele apresenta em sua obra refere-se a uma região R, delimitada pelas curvas $y = x$ e $y = x^2$ que, se forem rotacionadas em torno do eixo x, levam a um sólido de revolução o qual pode determinar o volume. No decorrer da resolução, o autor mostra o esboço gráfico das curvas dadas pelas funções, os pontos em que se interceptam e a figura geométrica obtida pela rotação, denominada pelo autor como uma *arruela* (um anel), como se pode observar na Figura 17.

Figura 17 - Exemplo de exercício resolvido

EXEMPLO 4 A região $\mathfrak{R}$, delimitada pelas curvas $y = x$ e $y = x^2$, é girada ao redor do eixo x. Encontre o volume do sólido resultante.

SOLUÇÃO As curvas $y = x$ e $y = x^2$ se interceptam nos pontos (0,0) e (1,1). A região entre esses pontos, o sólido de rotação e a secção transversal perpendicular ao eixo x são mostrados na Figura 8. A secção transversal no plano P_x tem o formato de uma *arruela* (um anel) com raio interno x^2 e raio externo x, de modo que calculamos a área da secção transversal subtraindo a área do círculo interno da área do círculo externo:

Portanto, temos

$$V = \int_0^1 A(x)\,dx = \int_0^1 \pi(x^2 - x^4)\,dx = \pi\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right]_0^1 = \frac{2\pi}{15}$$

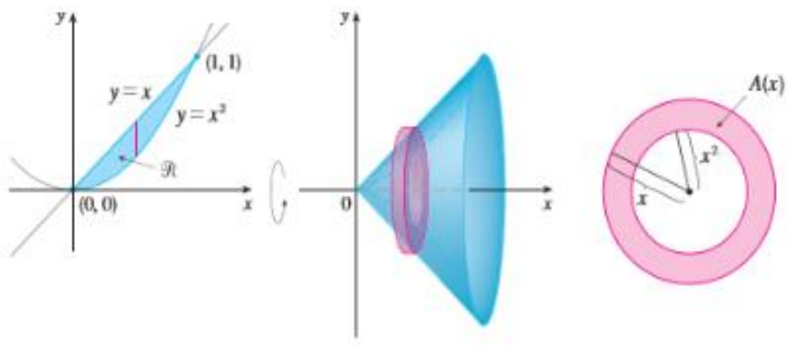


FIGURA 8 (a) (b) (c)

Fonte: Stewart (2016, p.392-393).

O autor apresenta outro exemplo, no formato de arruela, com dois raios diferentes, no qual são exploradas a parte algébrica e gráfica, de forma bem ilustrativa, para que a visualização auxilie na compreensão do conteúdo (Figura 18).

Figura 18 - Exemplo de exercício resolvido

EXEMPLO 5 Encontre o volume do sólido obtido pela rotação da região no Exemplo 4 em torno da reta $y = 2$.

SOLUÇÃO O sólido e a secção transversal são mostrados na Figura 9. Novamente, a secção transversal é uma arruela, mas dessa vez o raio interno é $2 - x$ e o raio externo é $2 - x^2$.

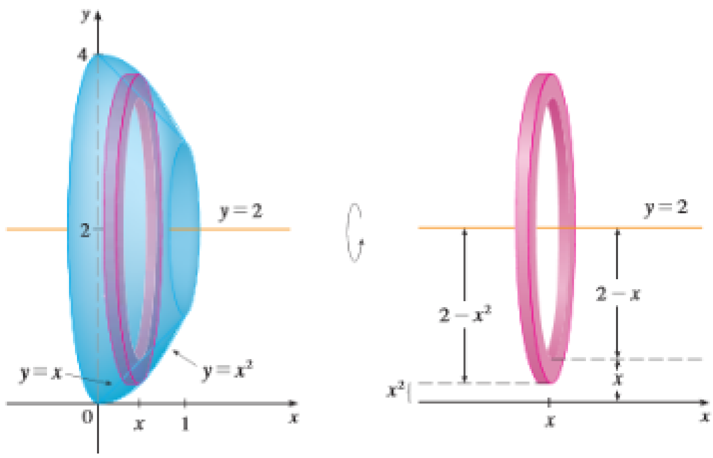


FIGURA 9

A área de secção transversal é

$$A(x) = \pi(2 - x^2)^2 - \pi(2 - x)^2$$

de modo que o volume de S é

$$\begin{aligned} V &= \int_0^1 A(x)\,dx \\ &= \pi \int_0^1 [(2 - x^2)^2 - (2 - x)^2]\,dx \\ &= \pi \int_0^1 (x^4 - 5x^2 + 4x)\,dx \\ &= \pi \left[\frac{x^5}{5} - 5\frac{x^3}{3} + 4\frac{x^2}{2} \right]_0^1 \\ &= \frac{8\pi}{15} \end{aligned}$$

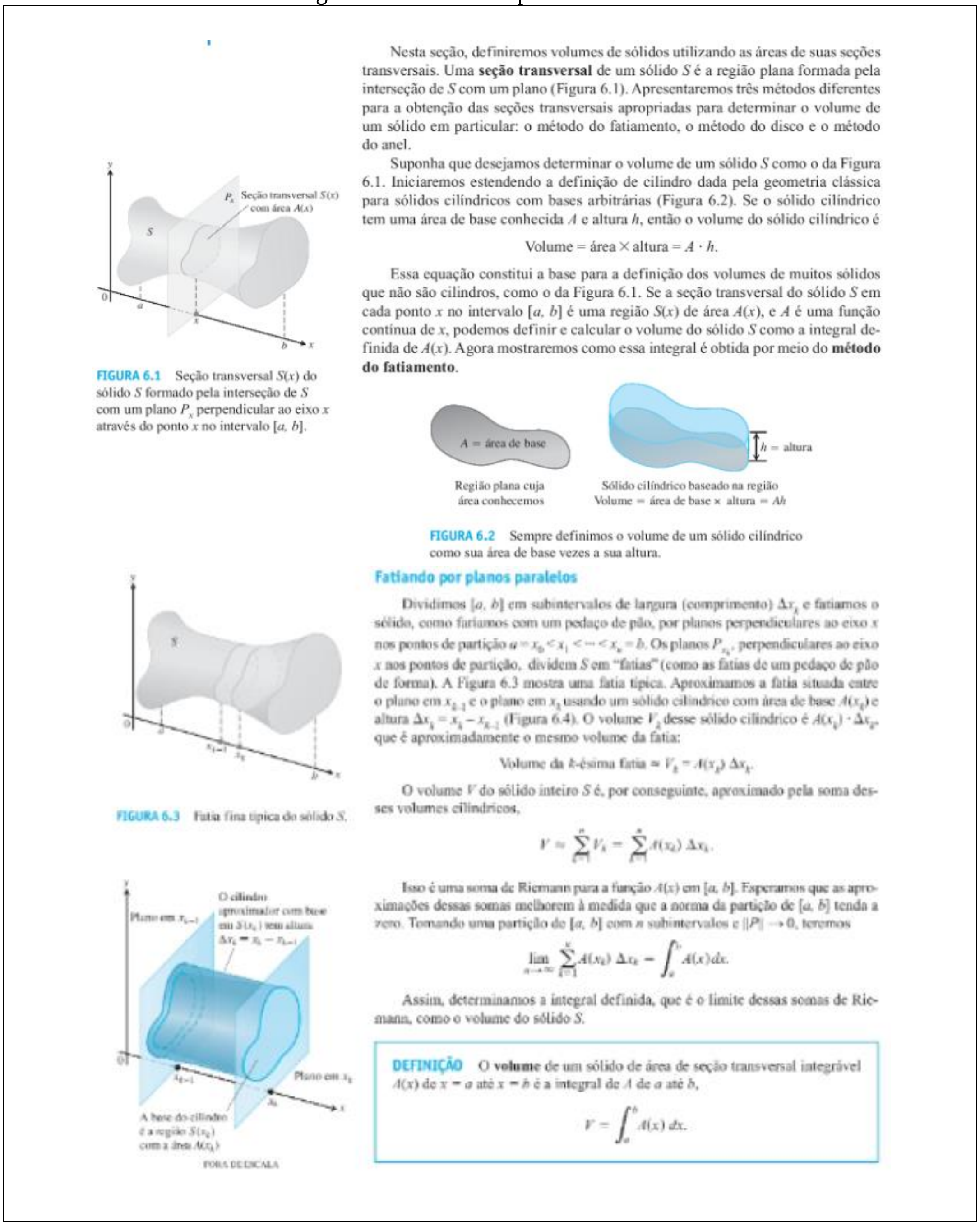
Fonte: Stewart (2016, p.393).

Com base nas análises, pode-se observar que o autor, em seus exemplos, utiliza ilustrações e informações apresentadas passo a passo, para facilitar a compreensão do conteúdo, e nesses exemplos, o nível de dificuldade vai aumentando, de forma crescente, possibilitando que os conhecimentos sejam aprofundados a cada exercício.

4.1.3. Análise do livro “Cálculo: volume 1”

George B. Thomas[3] (2012) apresenta, em sua obra, no conteúdo de sólidos de revolução, como determinar o volume de um sólido pelo método de fatiamento, para, então, concluir que se pode utilizar a fórmula da Integral Definida para encontrar o volume de um sólido de revolução, conforme esse observar na Figura 19.

Figura 19 - Análise da parte introdutória



Nesta seção, definiremos volumes de sólidos utilizando as áreas de suas seções transversais. Uma **seção transversal** de um sólido S é a região plana formada pela interseção de S com um plano (Figura 6.1). Apresentaremos três métodos diferentes para a obtenção das seções transversais apropriadas para determinar o volume de um sólido em particular: o método do fatiamento, o método do disco e o método do anel.

Suponha que desejamos determinar o volume de um sólido S como o da Figura 6.1. Iniciaremos estendendo a definição de cilindro dada pela geometria clássica para sólidos cilíndricos com bases arbitrárias (Figura 6.2). Se o sólido cilíndrico tem uma área de base conhecida A e altura h, então o volume do sólido cilíndrico é

$$\text{Volume} = \text{área} \times \text{altura} = A \cdot h.$$

Essa equação constitui a base para a definição dos volumes de muitos sólidos que não são cilindros, como o da Figura 6.1. Se a seção transversal do sólido S em cada ponto x no intervalo $[a, b]$ é uma região $S(x)$ de área $A(x)$, e A é uma função contínua de x, podemos definir e calcular o volume do sólido S como a integral definida de $A(x)$. Agora mostraremos como essa integral é obtida por meio do **método do fatiamento**.

FIGURA 6.1 Seção transversal $S(x)$ do sólido S formado pela interseção de S com um plano P_x perpendicular ao eixo x através do ponto x no intervalo $[a, b]$.

FIGURA 6.2 Sempre definimos o volume de um sólido cilíndrico como sua área de base vezes a sua altura.

Fatiando por planos paralelos

Dividimos $[a, b]$ em subintervalos de largura (comprimento) Δx_k e fatiamos o sólido, como faríamos com um pedaço de pão, por planos perpendiculares ao eixo x nos pontos de partição $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$. Os planos P_{x_k}, perpendiculares ao eixo x nos pontos de partição, dividem S em “fatias” (como as fatias de um pedaço de pão de forma). A Figura 6.3 mostra uma fatia típica. Aproximamos a fatia situada entre o plano em x_{k-1} e o plano em x_k usando um sólido cilíndrico com área de base $A(x_k)$ e altura $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$ (Figura 6.4). O volume V_k desse sólido cilíndrico é $A(x_k) \cdot \Delta x_k$, que é aproximadamente o mesmo volume da fatia:

$$\text{Volume da } k\text{-ésima fatia} \approx V_k = A(x_k)\,\Delta x_k.$$

O volume V do sólido inteiro S é, por conseguinte, aproximado pela soma desses volumes cilíndricos,

$$V \approx \sum_{k=1}^{n} V_k = \sum_{k=1}^{n} A(x_k)\,\Delta x_k.$$

FIGURA 6.3 Fatia fina típica do sólido S.

Isso é uma soma de Riemann para a função $A(x)$ em $[a, b]$. Esperamos que as aproximações dessas somas melhorem à medida que a norma da partição de $[a, b]$ tenda a zero. Tomando uma partição de $[a, b]$ com n subintervalos e $\|P\| \to 0$, teremos

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} A(x_k)\,\Delta x_k = \int_a^b A(x)\,dx.$$

Assim, determinamos a integral definida, que é o limite dessas somas de Riemann, como o volume do sólido S.

DEFINIÇÃO O **volume** de um sólido de área de seção transversal integrável $A(x)$ de $x = a$ até $x = b$ é a integral de A de a até b,

$$V = \int_a^b A(x)\,dx.$$

Fonte: Thomas, Weir e Hass (2012, p.351-352).

[3] Este livro é utilizado na instituição de Ensino Superior participante desta investigação e encontra-se disponível para consulta e empréstimos aos alunos na biblioteca virtual da Universidade.

Os exemplos são desenvolvidos de forma contextualizada e ilustrativa, com resoluções explicativas.

Analisou-se, inicialmente, um exemplo envolvendo uma função do tipo $y = \sqrt{x}$, no qual o autor introduz o problema, de forma objetiva, solicitando o volume do sólido gerado ao ser rotacionada a região entre a curva $y = \sqrt{x}$, com seus respectivos limites. Apresenta a parte algébrica e a parte gráfica do sólido, mostrando a região e o sólido obtido (Figura 20).

Figura 20 - Exemplo resolvido de sólido de revolução

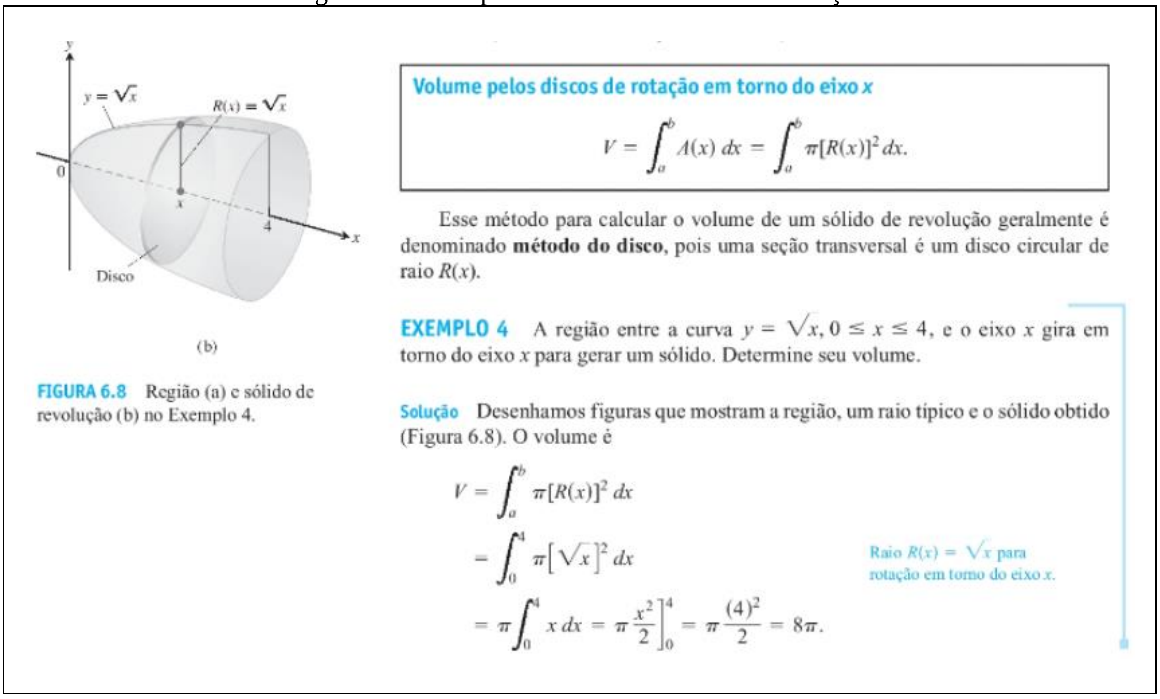


FIGURA 6.8 Região (a) e sólido de revolução (b) no Exemplo 4.

Volume pelos discos de rotação em torno do eixo x

$$V = \int_a^b A(x)\,dx = \int_a^b \pi[R(x)]^2\,dx.$$

Esse método para calcular o volume de um sólido de revolução geralmente é denominado **método do disco**, pois uma seção transversal é um disco circular de raio $R(x)$.

EXEMPLO 4 A região entre a curva $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 4$, e o eixo x gira em torno do eixo x para gerar um sólido. Determine seu volume.

Solução Desenhamos figuras que mostram a região, um raio típico e o sólido obtido (Figura 6.8). O volume é

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b \pi[R(x)]^2\,dx \\ &= \int_0^4 \pi\left[\sqrt{x}\right]^2 dx \qquad \text{Raio } R(x) = \sqrt{x} \text{ para rotação em torno do eixo } x. \\ &= \pi\int_0^4 x\,dx = \pi\frac{x^2}{2}\bigg]_0^4 = \pi\frac{(4)^2}{2} = 8\pi. \end{aligned}$$

Fonte: Thomas, Weir e Hass (2012, p. 354).

Em seguida, o autor apresenta um exemplo semelhante, porém explora uma função do tipo $y = \sqrt{x}$ e as retas $y = 1$ e $x = 4$, solicitando que se determine o volume do sólido obtido, visando, por meio de sua resolução, ampliar e aprofundar os conhecimentos desenvolvidos no exemplo anterior (Figura 21).

Figura 21 - Exemplo resolvido de sólido de revolução

Solução Desenhamos figuras que mostram a região, um raio típico e o sólido obtido (Figura 6.10). O volume é

$$V = \int_1^4 \pi[R(x)]^2\,dx$$

$$= \int_1^4 \pi\left[\sqrt{x} - 1\right]^2 dx \qquad \text{Raio } R(x) = \sqrt{x} - 1 \text{ para a rotação em torno de } y = 1$$

$$= \pi\int_1^4 \left[x - 2\sqrt{x} + 1\right] dx \qquad \text{Expandir integrando.}$$

$$= \pi\left[\frac{x^2}{2} - 2\cdot\frac{2}{3}x^{3/2} + x\right]_1^4 = \frac{7\pi}{6}. \qquad \text{Integre.}$$

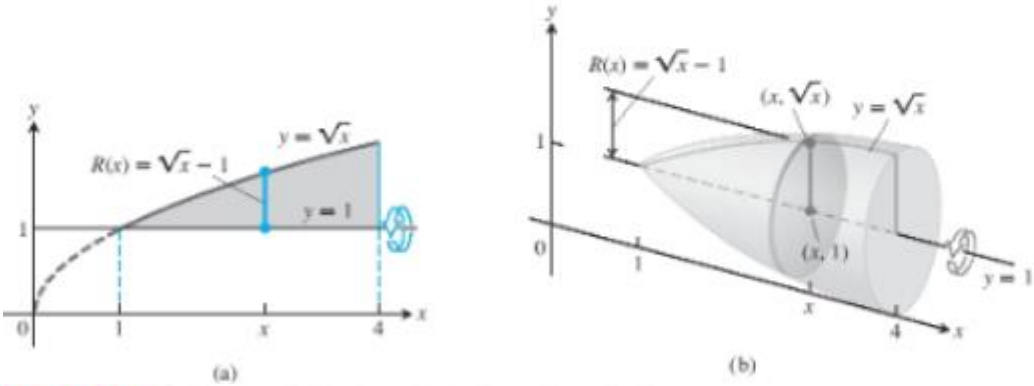


FIGURA 6.10 Região (a) e sólido de revolução (b) no Exemplo 6.

Para determinar o volume de um sólido obtido com a rotação de uma região entre o eixo y e a curva $x = R(y)$, $c \leq y \leq d$, em torno do eixo y, usamos o mesmo método com x trocado por y. Nesse caso, a seção transversal circular é

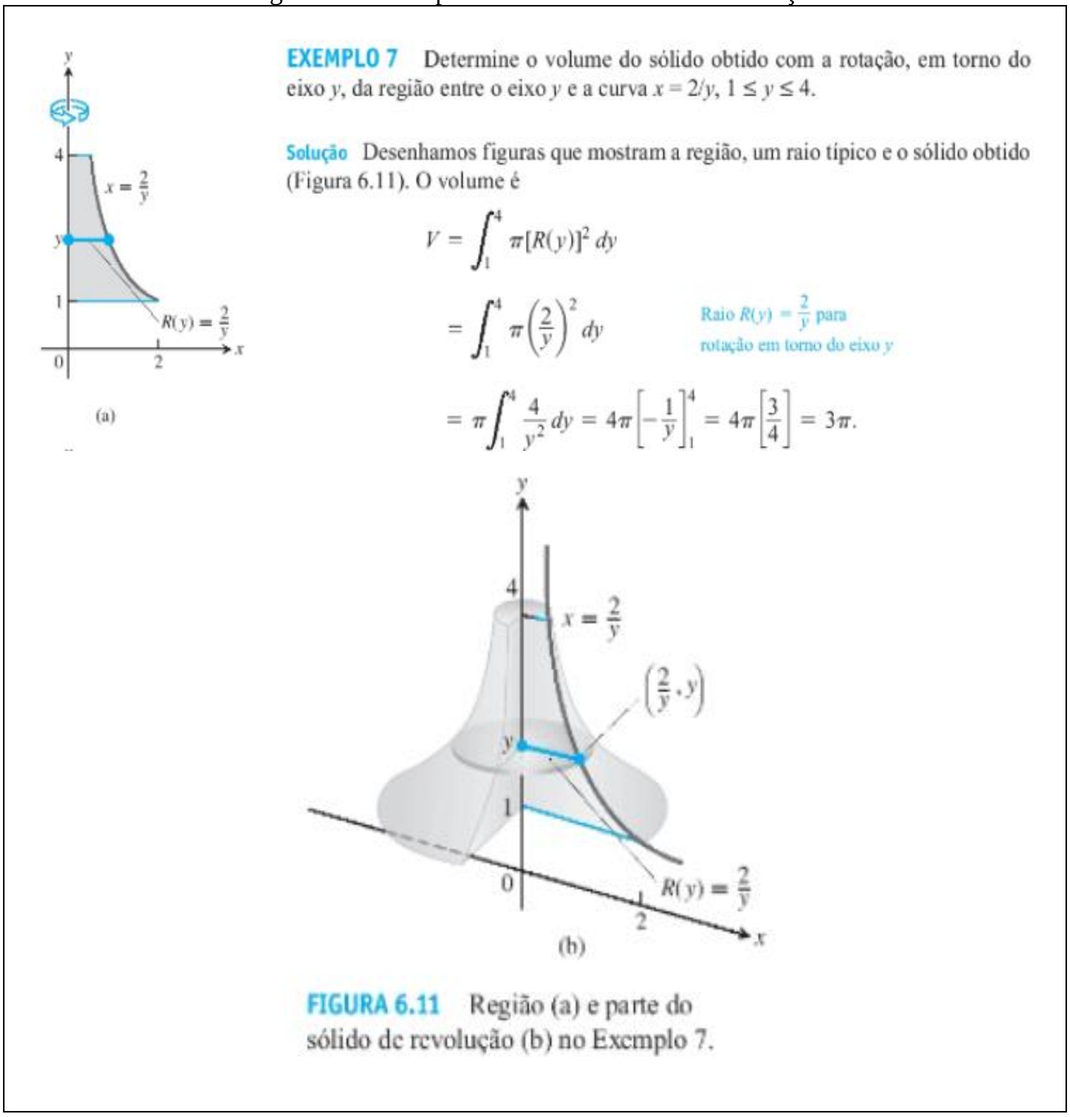
$$A(y) = \pi[\text{raio}]^2 = \pi[R(y)]^2,$$

e obtém-se a definição de volume

Fonte: Thomas, Weir e Hass (2012, p.35).

Após, o autor apresenta um exemplo explorando a função do tipo $x = \frac{2}{y}$ e delimitando os limites da função. Ele também apresenta a ilustração da região e do sólido de revolução e o desenvolvimento do cálculo algébrico para a determinação do volume do sólido (Figura 22).

Figura 22 - Exemplo resolvido de sólido de revolução



EXEMPLO 7 Determine o volume do sólido obtido com a rotação, em torno do eixo y, da região entre o eixo y e a curva $x = 2/y$, $1 \le y \le 4$.

Solução Desenhamos figuras que mostram a região, um raio típico e o sólido obtido (Figura 6.11). O volume é

$$V = \int_1^4 \pi[R(y)]^2\, dy$$

$$= \int_1^4 \pi\left(\frac{2}{y}\right)^2 dy \qquad \text{Raio } R(y) = \frac{2}{y} \text{ para rotação em torno do eixo } y$$

$$= \pi\int_1^4 \frac{4}{y^2}\, dy = 4\pi\left[-\frac{1}{y}\right]_1^4 = 4\pi\left[\frac{3}{4}\right] = 3\pi.$$

FIGURA 6.11 Região (a) e parte do sólido de revolução (b) no Exemplo 7.

Fonte: Thomas, Weir e Hass (2012, p.356).

Outro exemplo analisado é uma secção transversal, em forma de arruela, com rotação em torno de um eixo x, uma região delimitada pelas curvas $y = x^2 + 1$ e $y = x + 3$. Na resolução (Figura 23), o autor desenvolve 4 passos para a determinação do volume, auxiliando a resolver as atividades que possuem um certo grau de dificuldade.

Figura 23 - Exemplo resolvido de sólido de revolução

Solução Desenhamos figuras que mostram a região, um raio típico e o sólido obtido (Figura 6.12). Observe que as seções transversais são perpendiculares à reta $x = 3$ e têm as coordenadas y de $y = -\sqrt{2}$ a $y = \sqrt{2}$. O volume é

$$
\begin{aligned}
V &= \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \pi[R(y)]^2\,dy && y = \pm\sqrt{2} \text{ quando } x = 3\\
&= \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \pi[2 - y^2]^2\,dy && \text{Raio } R(y) = 3 - (y^2 + 1) \text{ para a rotação em torno do eixo } x = 3\\
&= \pi\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} [4 - 4y^2 + y^4]\,dy && \text{Expandir integrando.}\\
&= \pi\left[4y - \frac{4}{3}y^3 + \frac{y^5}{5}\right]_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} && \text{Integre.}\\
&= \frac{64\pi\sqrt{2}}{15}.
\end{aligned}
$$

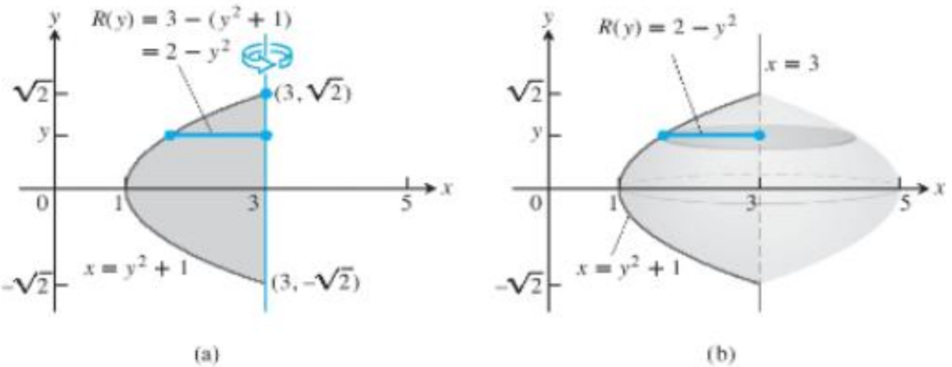


FIGURA 6.12 Região (a) e sólido de revolução (b) no Exemplo 8.

Fonte: Thomas, Weir e Hass (2012, p.356).

Essas análises proporcionaram uma compressão dos processos que os alunos necessitam realizar para a resolução e compreensão das funções que dão forma aos sólidos de revolução, além de proporcionar subsídios para a construção das situações-problema propostas, nesta pesquisa.

Os autores dos livros analisados utilizam-se de atividades que se relacionam com explicações propriamente dita dos fenômenos matemáticos estudados. Também se valem algumas noções de Raymond Duval (2011), como as explicações linguística (demonstrações matemáticas), as explicações simbólicas (funções) e as explicações figurativas (gráficos, diagramas e tabelas).

Com base nos livros analisados, pôde-se notar, também, que o objetivo de seus autores é fornecer definições, interpretações e aplicações dos conteúdos que permeiam o assunto Cálculo, para que, de algum modo, auxiliem os alunos no desenvolvimento, compreensão e aplicação dos mesmos.

5 O EXPERIMENTO COM ESTUDANTES DO ENSINO SUPERIOR

O estudo teórico e as análises das atividades presentes nos livros de Cálculo proporcionaram as reflexões sobre as atividades que compõem este capítulo. Para sua aplicação, foi desenvolvida uma sequência didática. Na Figura 24, pode-se observar os momentos que subsidiaram a sua construção.

Figura 24 - Descrição dos momentos da oficina

Momentos	**Descrição**
1º	Apresentação dos objetivos da oficina e entrega do material de apoio para os participantes.
2º	Aplicação do questionário disponível no material de apoio através de um *Qr code*.
3º	Apresentação das definições, fórmulas e introdução ao conteúdo em questão.
4º	Apresentação do *software* GeoGebra auxiliou nas instalações.
5º	Desenvolvimento do primeiro exemplo com os alunos participantes. Construção do sólido no *software* e aplicação do cálculo.
6º	Desenvolvimento do segundo exemplo, método do anel. Construção do sólido no *software* e aplicação do cálculo.
7º	Aplicação da primeira situação-problema aos alunos. Construção do sólido no *software* e aplicação do cálculo.
8º	Aplicação da segunda situação-problema. Construção do sólido no *software* e aplicação do cálculo.
9º	Questões finais (fechamento).

Fonte: a pesquisa.

Toda a estrutura da sequência foi organizada conforme o Apêndice B. Também foi elaborado um material de apoio, para que os acadêmicos participantes pudessem acompanhar o desenvolvimento das atividades.

5.1 QUESTIONÁRIO INCIAL

Elaborou-se um questionário inicial[4] (APÊNDICE C), para ser aplicado aos participantes da atividade didática. O mesmo foi formulado com o Google Formulários (Figura 25), sendo disponibilizado aos participantes através de um *Qr code* no material de apoio. O questionário visou conhecer o perfil dos alunos com relação ao desenvolvimento na disciplina de Cálculo.

Figura 25 - Questionário inicial

Fonte: a pesquisa.

O questionário inicial foi de suma importância para conhecer o perfil dos participantes e seu desenvolvimento na disciplina de Cálculo.

5.2 INTRODUÇÃO DA ATIVIDADE DIDÁTICA

Inicialmente, elaborou-se uma introdução ao conteúdo Integral Definida, envolvendo volume dos sólidos de revolução, com o intuito de revisar, ampliar e/ou aprofundar esse assunto (Figura 26).

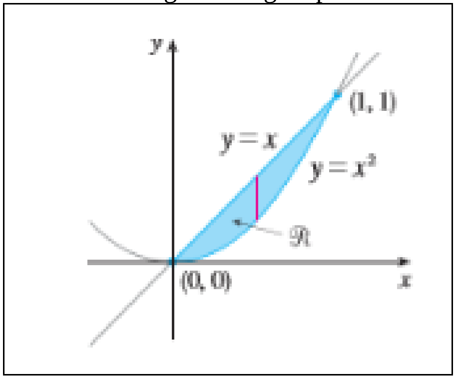
[4] Questionário disponibilizado para os participantes: https://bit.ly/2VrbVLz.

Figura 26 - Introdução do conteúdo de sólidos de revolução

Volume de sólidos de revolução

Girando-se uma região plana em torno de uma reta, obtém-se um sólido de revolução. A reta na qual a região é girada chama-se eixo de revolução. Como ilustra a figura:

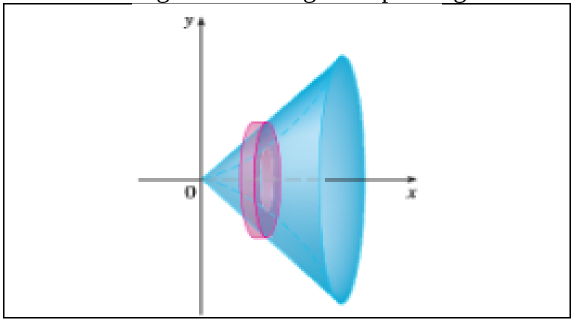
Figura - Região plana



Fonte: Stewart (2016, p. 393)

Girando-se a região em torno do eixo do x, obtém-se o sólido apresentado na figura a seguir:

Figura - Sólido gerado pela região



Fonte: Stewart (2016, p.393).

Pode-se obter um sólido de revolução no formato de diversos objetos encontrados no cotidiano, como, por exemplo, a parte superior de um silo como ilustra a figura.

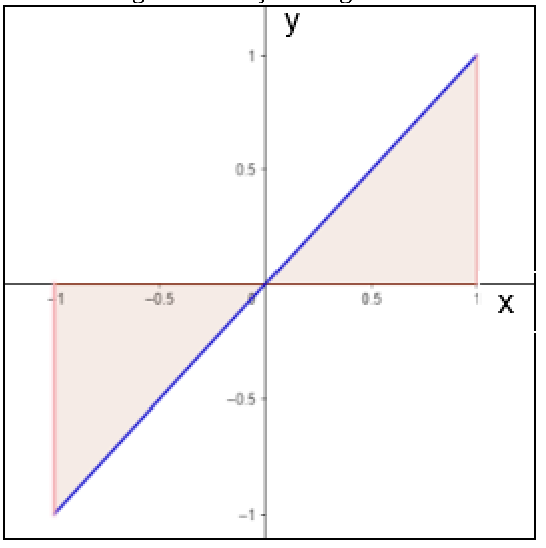
Figura - Exemplo do sólido de revolução no cotidiano

Fonte: https://blog.aegro.com.br/armazenagem-de-graos/

Considerando que este sólido pode ter sido gerado através da rotação de uma função em torno do eixo de revolução. Podemos assim gerar sólidos através da rotação de funções em torno de um eixo.

Considerando R uma região limitada pelas curvas $y = x$ e $x = \pm 1$ e o eixo do x, como ilustra a Figura. Se girarmos a região R, em torno do eixo x obtemos o sólido ilustrado na figura 2.

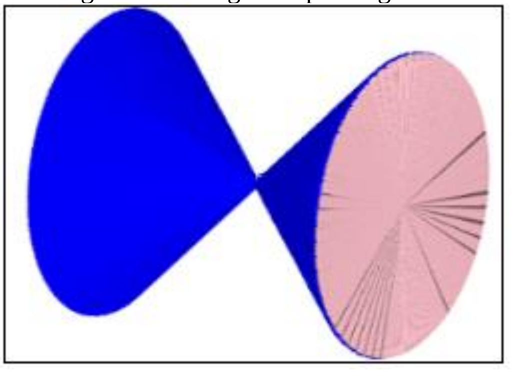
Figura - Esboço da região R



Fonte: a pesquisa.

Se girarmos a região R em torno do eixo dos x, obtemos o sólido ilustrado na Figura.

Figura - Sólido gerado pela região R



Fonte: a pesquisa.

Fórmula para o cálculo de um sólido de revolução, método disco:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$$

Fórmula para o cálculo de um sólido de revolução, método arruela:

$$V = \pi \int_a^b \left[\left(f(x)\right)^2 - \left(g(x)\right)^2 \right] dx$$

Acesso ao livro de Cálculo II, da Universidade Luterana do Brasil, formato PDF: https://bit.ly/3a7GfyV. Páginas envolvendo o conteúdo de Integral Definida, especificamente, Sólidos de Revolução: 104 até 115.

Fonte: a pesquisa.

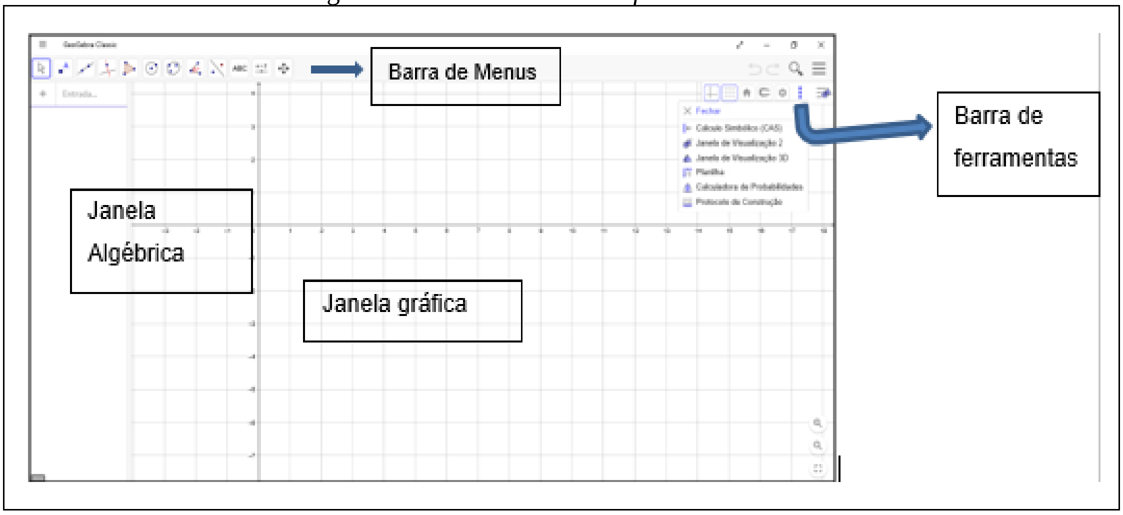
No material de apoio, foi disponibilizado aos acadêmicos participantes da pesquisa o livro, em pdf, utilizado pelos professores da universidade para estudo durante a realização das atividades.

5.3 APRESENTAÇAÕ DO *SOFWARE* GEOGEBRA

O GeoGebra é um *software* matemático escrito na linguagem Java. O programa possui uma interface dinâmica de fácil manuseio, disponível, de forma gratuita, em diversas plataformas. Ele apresenta, ao mesmo tempo, características geométricas e algébricas de um mesmo objeto, tanto em duas, quanto em três dimensões. Além das janelas de visualização gráfica e tridimensional, possui uma janela algébrica, com um campo de entrada, todas visíveis na abertura de um novo arquivo. Existe ainda, a janela de protocolo de construção, que mostra a sequência de construção do objeto matemático.

Ao ser iniciado, o programa apresenta, por padrão, uma barra de menus e uma de ferramentas, como mostra a Figura 27.

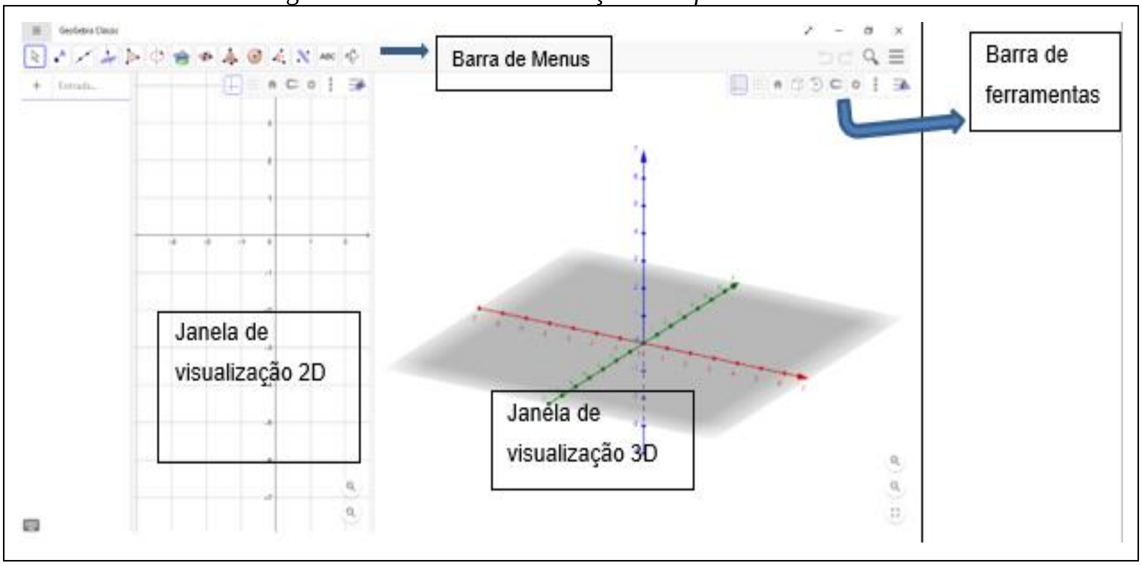
Figura 27 - Janela inicial do *software* GeoGebra



Fonte: a pesquisa.

Assim como na janela de visualização gráfica (2D), na de visualização tridimensional (3D) tem-se a barra de menus e a barra de ferramentas, na parte superior, como ilustra a Figura 28.

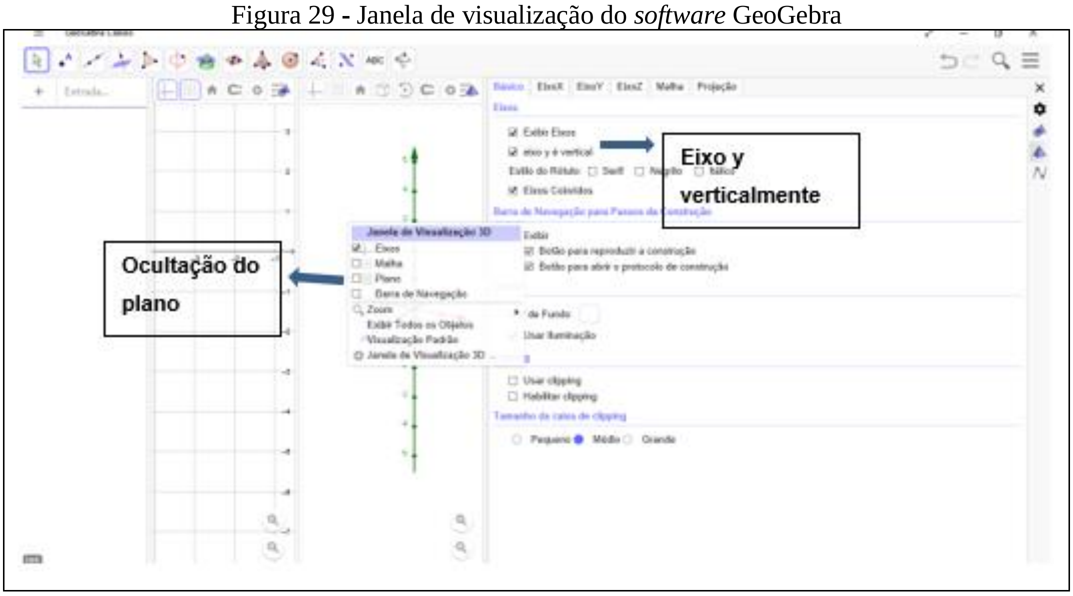
Figura 28 – Janela de visualização do *software* GeoGebra



Fonte: a pesquisa.

Através da barra de ferramentas, é possível realizar alterações nas configurações e formatações das janelas, como retirar o plano de fundo da janela tridimensional e escolher a opção de deixar o eixo y no sentido vertical (Figura 29).

Figura 29 - Janela de visualização do *software* GeoGebra



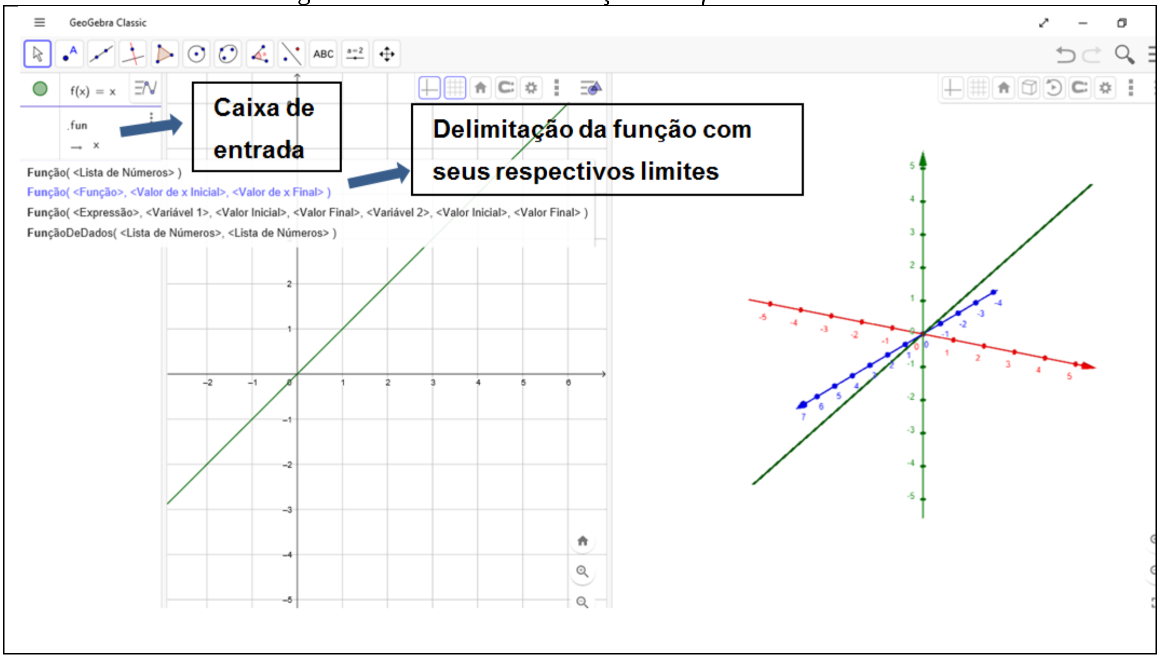
Fonte: a pesquisa.

Para a realização das atividades, serão utilizadas algumas ferramentas e comandos do *software* GeoGebra, sendo que todos objetos matemáticos podem ser acionados, digitando os comandos na caixa de entrada.

A fim de inserir uma função qualquer, qual será visível na janela gráfica, é necessário digitar, na caixa de entrada, o comando seguido de *enter*, como mostra a Figura 30. Automaticamente, a função será esboçada na janela de visualização tridimensional.

Para esboçar uma função com um dado intervalo, é preciso digitar, na caixa de entrada, a função, o valor inicial e o valor final, como mostra a Figura 30.

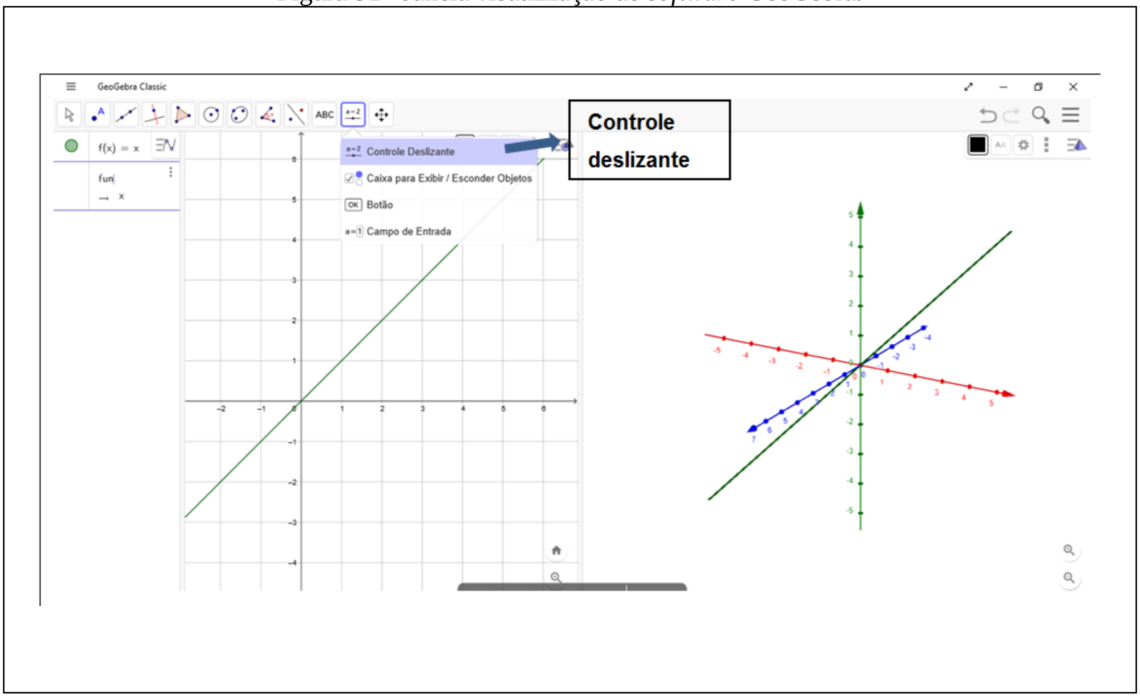
Figura 30 - Janela de visualização do *software* GeoGebra



Fonte: a pesquisa.

Outro comando a ser utilizado na construção das atividades propostas é o controle deslizante, disponível na barra de menus, como se observa na Figura 31.

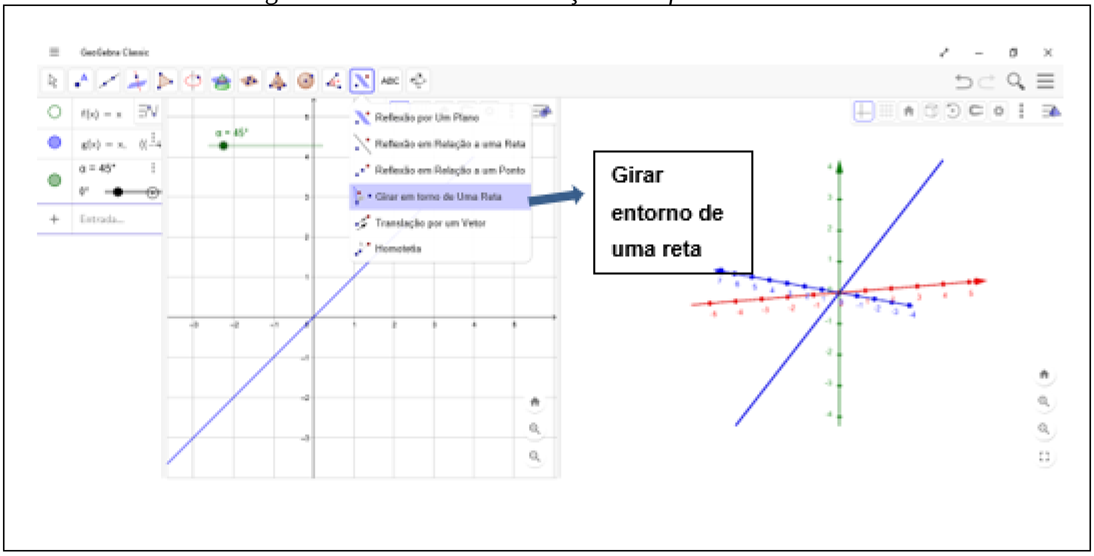
Figura 31 - Janela visualização do *software* GeoGebra.



Fonte: a pesquisa.

Para a construção do sólido de revolução, é necessária a utilização de um comando disponível, na barra de menu da janela de visualização tridimensional, o comando de rotação em torno de uma reta (Figura 32). Para isso ocorrer, é preciso vincular esse comando ao controle deslizante.

Figura 32 - Janela de visualização do *software* GeoGebra



Fonte: a pesquisa.

A apresentação e os conhecimentos dos recursos do *software* GeoGebra são importantes para que os acadêmicos possam visualizar e analisar os objetos geométricos construídos.

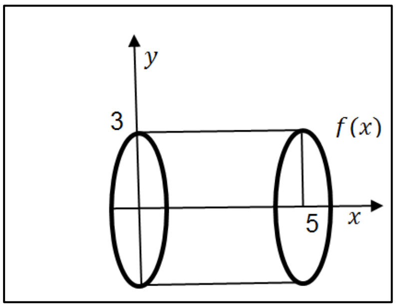
5.4 DESENVOLVIMENTO DOS EXEMPLOS COM O *SOFTWARE* GEOGEBRA

Após a apresentação do *software*, foram desenvolvidos dois exemplos com o auxílio do GeoGebra. No primeiro, (Figura 33) foi realizada a ilustração do sólido gerado ao ser rotacionada uma função em torno do eixo x ou eixo das abcissas.

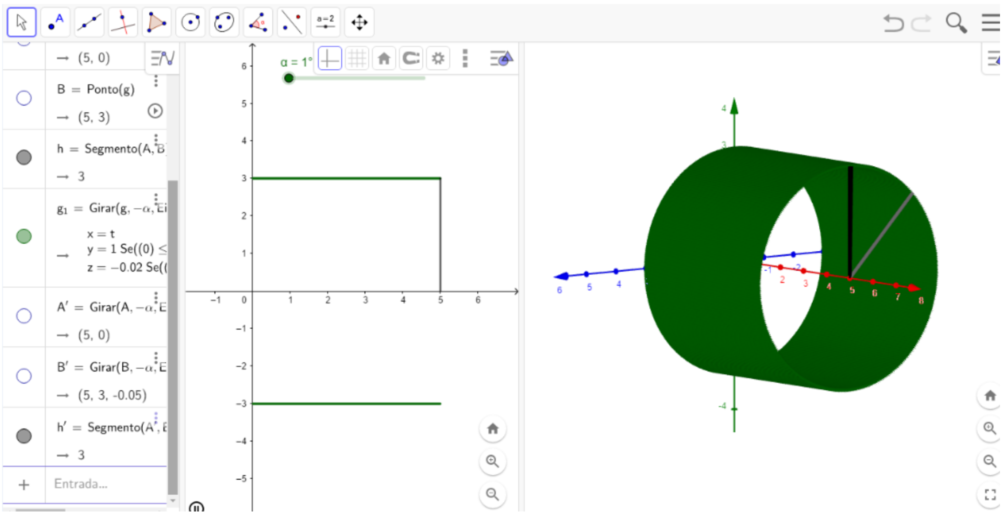
Figura 33 - Exemplo de atividade

Exemplo 1: Dada uma função definida como $f(x) = 3$, determine o volume do sólido de revolução no intervalo x = 0 a x = 5.

Observe, na figura a seguir, o gráfico dessa função e a ilustração do sólido gerado ao rotacionar essa função em torno do eixo x.



A ilustração do sólido gerado, no *software* GeoGebra, é apresentada a seguir.



Aplicando a fórmula e desenvolvendo o cálculo para o volume do sólido, tem-se:

$$v = \pi \int_0^5 3^2 \, dx = \pi \, 9x\Big]_0^5 = 45\pi \; u.v$$

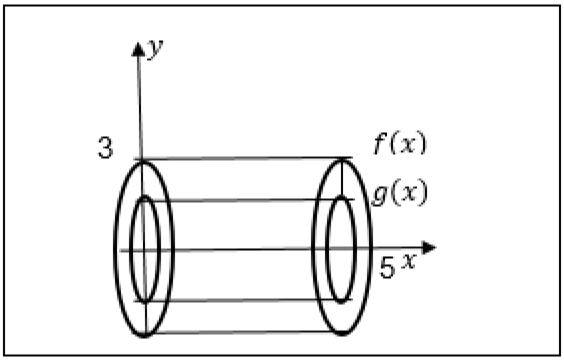
Fonte: a pesquisa.

O segundo exemplo (Figura 34) envolve o cálculo de volume com duas funções, usando método de arruela (STEWART, 2016).

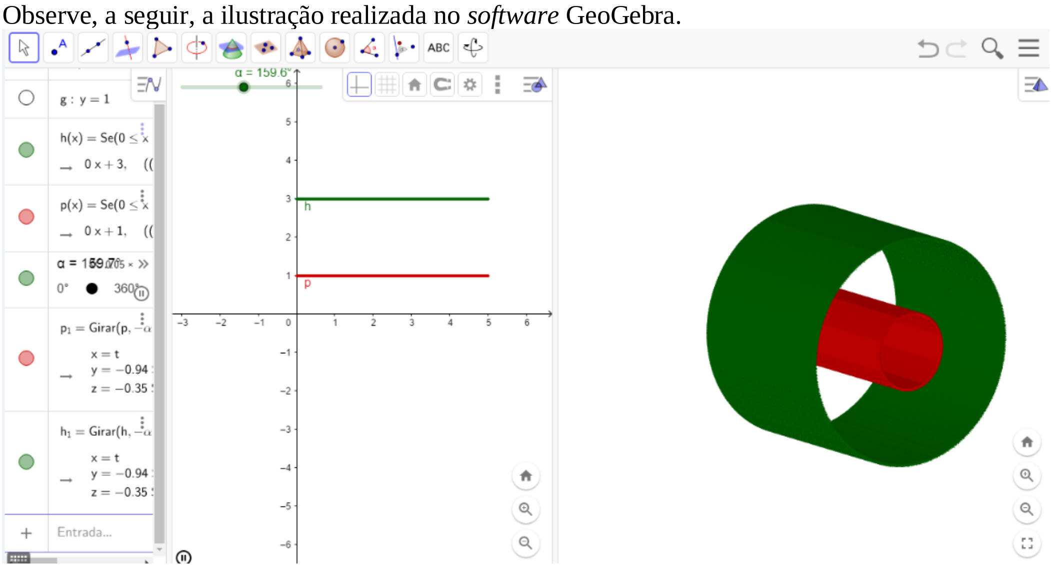
Figura 34 - Exemplo de atividade

Exemplo 2: Determine o volume de um tubo dado pelas funções f(x)=R e g(x)=r sendo f(x)>g(x) no intervalo de x=0 a x=5

Ilustra-se, a seguir, a construção do gráfico dessa função e o sólido gerado ao rotacionar essa função em torno do eixo x. Dessa forma, pode-se tirar as informações e resolver o problema.



Observe, a seguir, a ilustração realizada no *software* GeoGebra.



Aplica-se a fórmula do método de arruelas para determinar o volume do sólido de revolução gerado.

$$v = \pi \int_0^L (R^2 - r^2)dx = \pi\,(R^2 - r^2) \int_0^L dx = \pi(R^2 - r^2)x\,\Big]_0^L = \pi(R^2 - r^2)(L - 0)$$
$$= \pi(R^2 - r^2)L \;\; u.v$$

Fonte: a pesquisa.

Essas atividades objetivam revisar o conteúdo e explorar as funções do *software* GeoGebra.

5.5 SITUAÇÃO-PROBLEMA ENVOLVENDO SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

As atividades propostas, presentes nesta seção, foram elaboradas com base nos livros de cálculo indicados pelos professores que ministram as disciplinas de Cálculo da

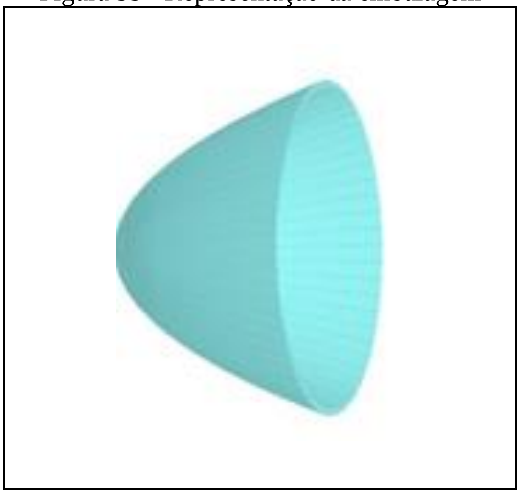
Universidade Luterana do Brasil. Nessas atividades, serão explorados os conteúdos de cálculo dos sólidos de revolução, para que os acadêmicos identifiquem as funções geradoras dos objetos matemáticos a serem construídos, bem como revisem e aprofundem os conceitos matemáticos que permeiam as situações-problema propostas, utilizando como recurso facilitador o *software* GeoGebra.

5.5.1. Situação-Problema 1

Quem está à mesa, disposto a comer e tomar um belo copo de suco, uma xícara de chá ou até mesmo uma taça de champanhe, nem imagina todo o processo pelo qual esses utensílios passaram antes de chegar lá. Afinal de contas, são inúmeros modelos e tamanhos que se encontram no mercado. Alguém pensa num formato, faz um esboço e, então, o desenha e, então, precisa das proporções do objeto e, claro, o volume do mesmo.

Supondo que uma empresa de chocolate necessita de embalagens que tenham o formato ilustrada na Figura 35.

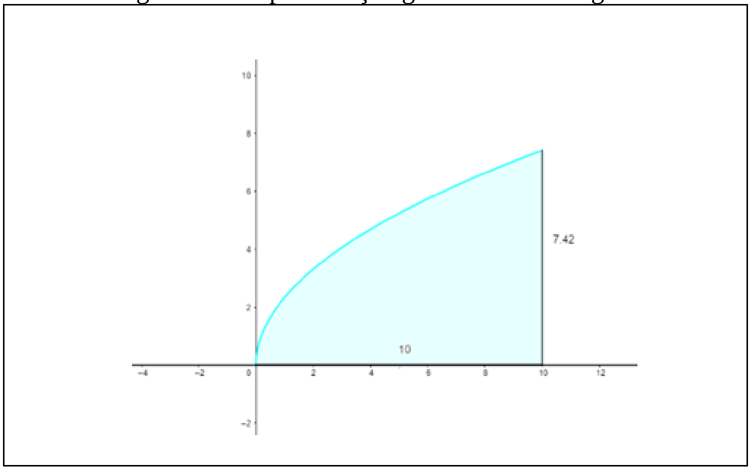
Figura 35 - Representação da embalagem



Fonte: a pesquisa.

Sabendo que a empresa já possui as tampas que serão utilizadas para fechar as embalagens e que tais embalagens serão preenchidas com doces, é necessário saber o volume dos mesmos. Sabendo que a função que dá forma à embalagem é uma função do tipo “função raiz: $\boldsymbol{f(x) = (ax)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ax}}$ (Figura 36), qual será a função que formará a embalagem apresentada na figura 2, considerando suas dimensões. Qual será o volume da embalagem, quando for rotacionado a função em torno do eixo x?

Figura 36 - Representação gráfica da embalagem



Fonte: a pesquisa.

Vamos pensar:

a) Quais conhecimentos matemáticos permitem determinar o formato da embalagem?

b) Como podemos determinar o volume dessa embalagem?

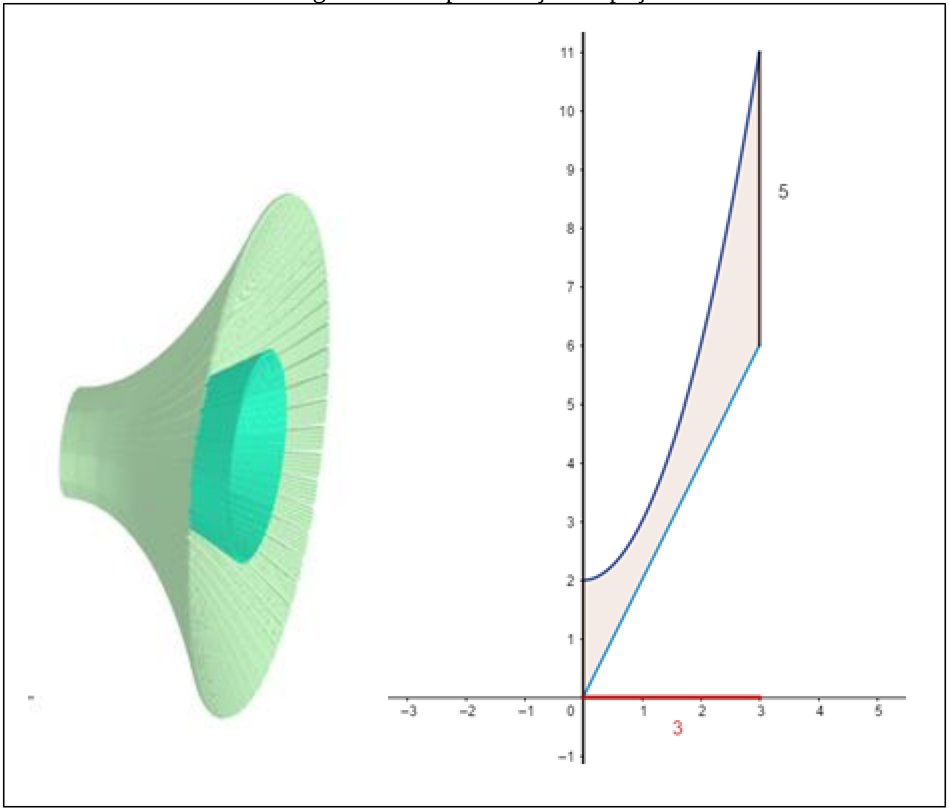
c) A partir das informações coletadas com o auxílio do *software* GeoGebra 3D, realize a construção dele.

5.5.2. Situação-Problema 2

Assim como na atividade anterior acontece no mercado automobilístico. O consumidor, as lojas comerciais, entre outros estabelecimentos, ao adquirirem peças automobilísticas, as quais possuem as mais variadas formas e volumes, não imaginam seu processo de produção.

Supondo-se que uma fábrica de peças automotivas necessita produzir uma determinada peça para revender a uma montadora de veículos, tendo como exigência que a mesma tenha o formato apresentado na Figura 37 e sabendo-se que as funções que dão forma à peça são do tipo “função quadrática: $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$" e “função linear: $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$"...

Figura 37 - Representação da peça



Fonte: a pesquisa.

Com base na imagem e na exigência feita pela montadora, qual(is) função(ões) ao serem rotacionadas em torno de um eixo x, geram a peça solicitada? Qual será o volume dessa peça? A partir das informações coletadas, esboce a figura geométrica, utilizando o *software* GeoGebra.

5.6 QUESTIONÁRIO FINAL

Nesta seção apresenta-se o questionário a ser aplicado com os acadêmicos participantes da pesquisa, além do desenvolvimento das atividades didáticas.

1) Qual a sua opinião sobre a utilização de questões contextualizadas no desenvolvimento do conteúdo de Integral Definida, especificamente, sólidos de revolução? Justifique.
2) Qual a sua opinião sobre a utilização de um *software* GeoGebra, para compreensão e análise de situações-problema envolvendo o conteúdo de Integral Definida (Sólidos de Revolução)? Justifique.
3) Você considera importante desenvolver os conteúdos de cálculo de forma contextualizada e com uso de tecnologias? Justifique.

6. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo, apresentam-se as análises dos dados coletados, no desenvolvimento da oficina, envolvendo a temática aplicação da Integral Definida, especificamente, os sólidos de revolução. Inscreveram-se para a oficina 19 (dezenove) acadêmicos da graduação em Licenciatura em Matemática, dos cursos de Engenharia Mecânica, Engenharia Automotiva, Engenharia Civil, Engenharia de Produção e Licenciatura em Física, com faixa etária de 19 a 36 anos de idade, sendo 16 do sexo masculino e 3 do sexo feminino. Dentre esses 8 acadêmicos, efetivamente, participaram da oficina.

As etapas do desenvolvimento da aplicação das atividades, que ocorrem na forma de uma oficina[5], são apresentadas na Figura 38:

Figura 38 - Etapas da oficina

Etapas	Descrição
Questionário prévio	Conhecer os sujeitos participantes da pesquisa e seus conhecimentos sobre o assunto.
Introdução	Introduzir a proposta de resolução de situações envolvendo o cálculo integral.
Utilizando o *software* GeoGebra	Apresentação dos recursos disponíveis no *software* GeoGrebra relacionados aos cálculos do volume.
Situação-problema 1: desenvolvimento de uma embalagem	Desenvolver o conteúdo dos sólidos de revolução com aplicação da integral para o cálculo do volume.
Situação-problema 2: construção de uma peça automobilística	Desenvolver o conteúdo dos sólidos de revolução com aplicação da integral para o cálculo do volume.
Questionário Final	Avaliar a proposta de ensino.

Fonte: a pesquisa.

Para responder à pergunta, foi necessária a construção de um experimento que teve como objetivo contribuir no desenvolvimento na resolução de atividades para o ensino do conteúdo da Integral Definida, visto que ficou evidente, nas leituras das teses e dissertações, que há dificuldades com relação aos conteúdos que permeiam a disciplina de cálculo II, por parte dos alunos, na resolução das atividades e compreensão dos conteúdos e, por parte dos professores, no requisito inovação na abordagem desses conteúdos.

Para desenvolver esse experimento, houve dificuldades de encontrar os subsídios necessários à construção das situações-problema, quando se pensou na aplicação dessas situações na vida profissional dos acadêmicos que cursam a disciplina de Cálculo II.

A aplicação do experimento deu-se, por meio de uma oficina, ofertada aos alunos da graduação presencial dos cursos de Licenciatura em Matemática, Engenharia Mecânica,

[5] A aplicação das atividades junto ao grupo de acadêmicos da Universidade Luterana do Brasil, foi na forma de uma oficina, ministrada pela mestranda, com duração de 8 horas, no primero semestre de 2020. Os acadêmicos participantes assinaram o termo de compromisso do comitê de ética em pesquisa.

Engenharia Automotiva, Engenharia Civil, Engenharia de Produção e Licenciatura em Física, sendo que todos já haviam cursado a disciplina de Cálculo II da ULBRA.

O experimento buscou apresentar situações-problema com a utilização de diferentes recursos, como *softwares* GeoGebra, *Qr code* e *software powerpoint*, que proporcionaram situações diferenciadas e dinâmicas. Sobre essas atividades, os estudantes relataram que as mesmas eram práticas, esclarecedoras e importantes, visto que representam situações do cotidiano das pessoas. Disseram, também, que as revisões ajudaram bastante na compreensão e resolução das atividades, que serviram para lembrar os conteúdos e como material de apoio.

6.1 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO INICIAL

Inicialmente, os participantes da oficina responderam a um questionário (APÊNDICE C) formulado do *Google* Formulários. Para análise do questionário, os alunos foram denominados por letras do alfabeto, de A até H.

Dos participantes da pesquisa, um cursa o terceiro semestre, dois estão no quarto semestre, três cursam o quinto semestre, um o sexto e um o oitavo semestre. Observou-se através desse questionário, que 4 dos participantes possuem bolsa ou são voluntários em algum projeto da Universidade, sendo um participante da iniciação científica e três possuem bolsa do Programa Universidade para Todos (ProUni).

Em relação à vida profissional dos acadêmicos, 5 exercem atividade profissional nas funções de mecânico industrial, auxiliar de inclusão, auxiliar administrativo e construtor civil e 3 não possuem emprego. Todos os participantes estudaram em escola pública estadual.

Quanto ao desempenho na disciplina de Cálculo II[6], 3 dos participantes consideram seu rendimento regular, 3 consideram seu desempenho bom e 2, desempenho fraco. Além disso, 6 dos participantes responderam que tiveram dificuldades em entender/aprender os conteúdos que permeiam esta disciplina, 1 respondeu ter dificuldades na maior parte dos conteúdos e 1 não teve dificuldades. Também 6 dos participantes mencionaram que tiveram a necessidade de procurar ajuda com monitorias ou aulas particulares e 5 indicaram ter reprovado na disciplina de Cálculo II.

[6] Disciplina em que se trabalha o conteúdo de Integral Definida, na Universidade Luterana do Brasil, campus Canoas.

Quanto ao conteúdo de Integral Definida, 5 dos participantes mencionaram que tinham pouca recordação do conteúdo, 2 não se lembravam do conteúdo e 1 se lembrava do mesmo.

Apenas 3 alunos disseram que o professor que ministrou a disciplina de Cálculo II utilizou os recursos tecnológicos, como o ambiente Aula, o *software* GeoGebra e o Datashow. Com relação ao uso de tecnologias, mencionaram que facilitou a compreensão, mas 5 disseram que seu professor não utilizou as tecnologias.

Em relação à utilização da *internet*, 7 dos participantes fazem uso desse meio para as pesquisas e os estudos e 1, às vezes, utiliza, sendo que 3 dos participantes passam mais de duas horas na *internet*, 2 passam mais de cinco horas, 2 passam menos de uma hora e 1 mais de uma hora. Além disso, 6 acadêmicos disseram conhecer canais no *youtube* para o estudo da Integral. São eles: Me salva, professor Ferreto e Marcos Aba. Os participantes disseram que os critérios utilizados para a seleção são os de praticidade, fácil compreensão, tempo de duração e objetividade.

Todos os participantes consideram importante a inserção de tecnologias no Ensino Superior, pois, segundo o acadêmico A, "*quanto mais visual for o conteúdo, mais fácil o seu entendimento".* Já o acadêmico C menciona que *a "tecnologia faz parte do nosso dia a dia e pode ser benéfica para nossos estudos*". O acadêmico D afirma que "*as tecnologias ajudam na visualização do conteúdo, consolidando o saber*". E o acadêmico H relatou que "*as tecnologias podem ajudar no entendimento dos cálculos e das fórmulas*".

No que refere-se às experiências dos participantes com as tecnologias, ao longo das disciplinas já cursadas, verificam-se, por meio do questionário, que 5 dos participantes não tiveram nenhuma experiência, mas 3 tiveram, sendo que os recursos utilizados foram o *software* GeoGebra, Symbolab, fooplot, vídeos, ambientes virtuais e calculadoras gráficas.

A partir da descrição do questionário inicial, percebeu-se que todos os acadêmicos conheciam o *software* GeoGebra e alguns tiveram dificuldade na disciplina Cálculos II, necessitando de tutorias, aulas complementares, entre outros.

Percebeu-se, também, que os acadêmicos utilizam as tecnologias e indicam que as mesmas possibilitam visualizar as representações gráficas dos objetos matemáticos, auxiliando na compreensão dos conceitos matemáticos. Outro apontamento de suma importância na análise do questionário foi a questão de que 5 dos participantes mencionaram que tiveram reprovação na disciplina de cálculo II, apresentando pouca recordação dos conteúdos. Eles nunca tiveram experiência com Tecnologias no Ensino Superior e seus professores da disciplina de cálculo não utilizaram recursos tecnológicos em suas aulas. E 100% dos participantes mencionaram achar importante a inserção das Tecnologias no Ensino Superior.

6.2 ANÁLISE DA SITUAÇÃO-PROBLEMA 1

O momento seguinte, caracterizou-se pelo início da primeira situação-problema (Figura 38).

Para a realização das atividades, os acadêmicos participantes se organizaram em duplas denominadas, dupla A, dupla B, dupla C e dupla D. Porém, os registros no material de apoio fornecido foram individuais, sendo os participantes denominados acadêmico A, acadêmico B, acadêmico C, até o acadêmico H. A atividade foi desenvolvida em duas etapas[7], uma referente ao cálculo do volume do sólido de revolução e a outra foi a construção, utilizando os recursos do *software* GeoGebra.

Para resolver as atividades, os participantes da oficina puderam consultar os exemplos desenvolvidos durante a oficina, além de acessar o livro de Cálculo disponível por meio do *Qr cod* no material de apoio.

6.2.1. Análise da questão a

Essa atividade exige uma análise sobre os conteúdos matemáticos que permeiam a produção de uma determinada embalagem solicitada por uma empresa, além da determinação específica do volume da mesma.

Nessa questão, os acadêmicos precisaram indicar os conhecimentos matemáticos que permitem determinar o formato da embalagem proposta na situação-problema.

O acadêmico A relatou que “Como já havia o valor de y e x, utilizando de função inversa, conseguimos achar o valor de *a* e após integrar, achando o volume”.

Já o acadêmico B menciona que os conteúdos matemáticos são: “funções, interpretações de gráficos e manipulações aritméticas”.

O acadêmico C aponta: “conhecimento de integral definida, cálculo de sólidos de revolução, conhecimento de gráficos e álgebra”.

Quanto ao acadêmico D, tem-se: “basicamente, o conhecimento dos tipos de funções, suas representações gráficas no plano cartesiano e a restrição em seu domínio,

---

[7] Considera-se importante destacar que essas etapas não foram realizadas de forma distinta, mas simultaneamente. Para organização das análises, considerou-se pertinente essa separação.

juntamente com o uso de integrais definidas e trigonometria, o que irá nos dar integrais que rotacionam o gráfico da função em torno de um eixo".

O acadêmico E mencionou que: "achar o valor de (a), achar a função, colocar os valores achados na função, integrar os valores e achar o volume da embalagem".

Segundo o acadêmico F: "Interpretação de gráficos, tipos de funções, cálculo integral e geometria descritiva".

O acadêmico G: "conhecimentos de funções".

Para o acadêmico H, "O uso de integral, trigonometria, plano cartesiano, gráficos das funções".

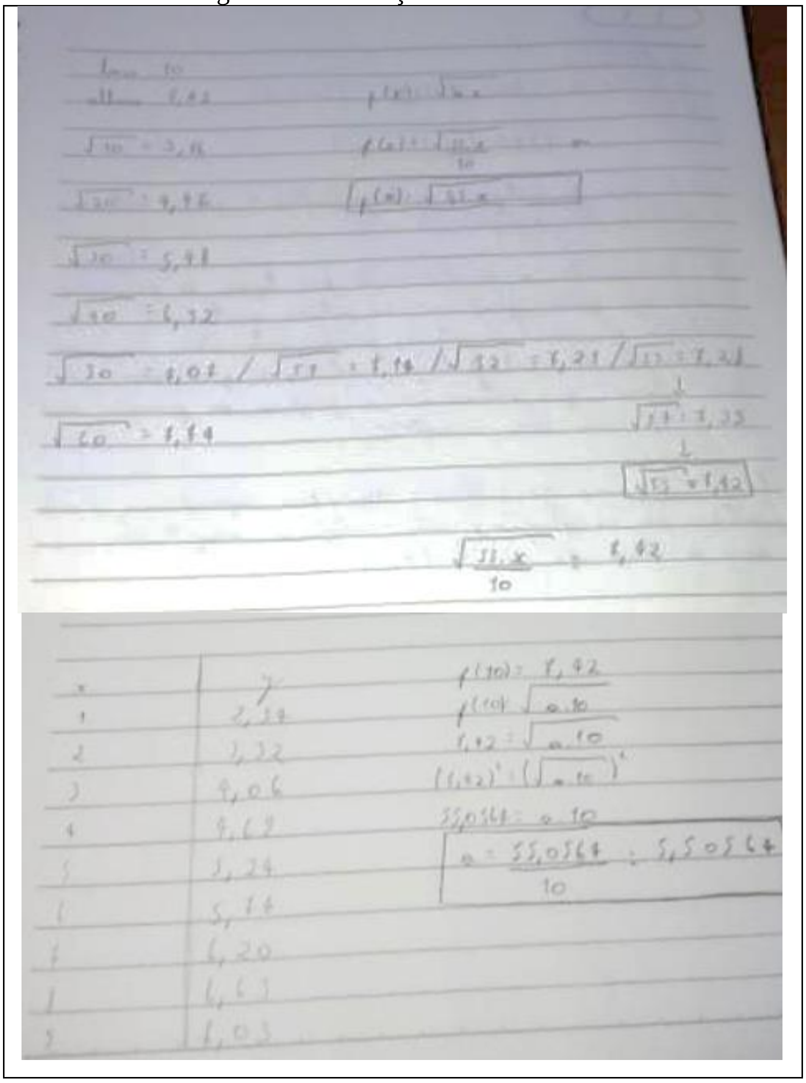
Dessa forma, verifica-se que os alunos conseguiram identificar os conteúdos matemáticos para a resolução da situação proposta, sendo eles funções e Integral Definida. Eles também indicaram caminhos que podem ser utilizados para a resolução da atividade, por exemplo, "achar o valor de *a*", que seria encontrar o valor do coeficiente da função e, conhecendo a função, calcular a Integral. Os acadêmicos D e H podem ter se baseado na representação gráfica da figura, para indicar que poderia ser utilizada a trigonometria, o que representa um equívoco, pois na Situação-Problema é indicado o tipo de função.

6.2.2. Análise da questão b

Essa atividade, assim como a anterior, exigiu dos alunos conhecimentos específicos de Integral Definida para a resolução do cálculo que determina o volume da embalagem.

Na resolução do acadêmico A, percebe-se que ele elaborou uma tabela para encontrar o valor do coeficiente *a*, atribuindo valores para x, conforme se observar na Figura 39.

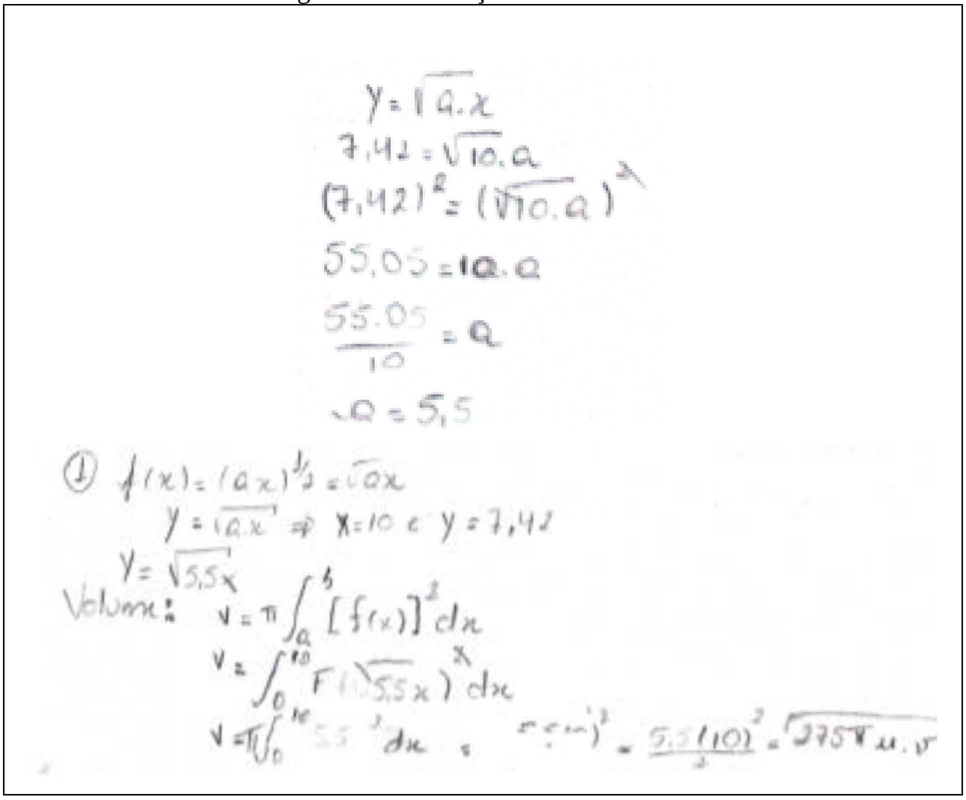
Figura 39 - Resolução do acadêmico A



Fonte: material produzido pelo acadêmico A.

Na resolução do aluno B, nota-se que ele utilizou a função $y = \sqrt{ax}$ e substituiu os valores que obteve, quando analisou o gráfico, encontrando o valor do coeficiente a. Na sequência, aplicou os dados na fórmula da Integral Definida para a determinação do volume do sólido de revolução. Nota-se que as operações matemáticas aplicadas antes do cálculo da integral foram, inicialmente, a transformação de potência em raiz, já na determinação do coeficiente a. Em seguida, o acadêmico apresentou e resolveu a integral elaborada (Figura 40).

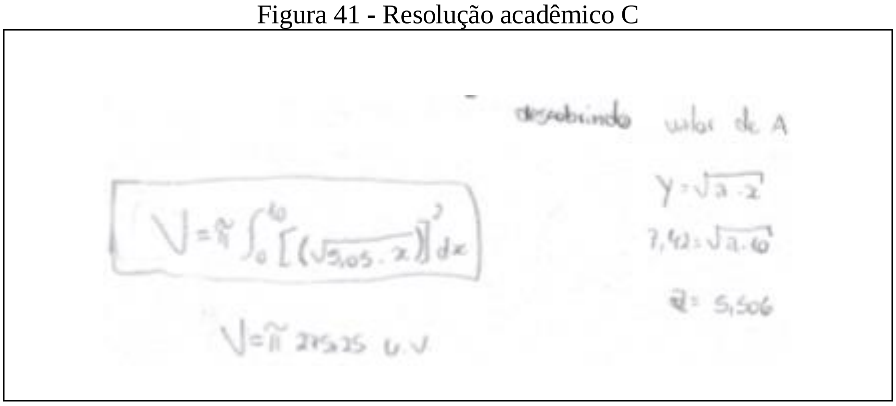
Figura 40 - Resolução do acadêmico B



Fonte: material produzido pelo acadêmico B.

O aluno C expressou sua resolução como “descobrindo o valor de A”, onde, primeiramente, determinou o valor do coeficiente a, para, após, realizar o cálculo da Integral Definida (Figura 41).

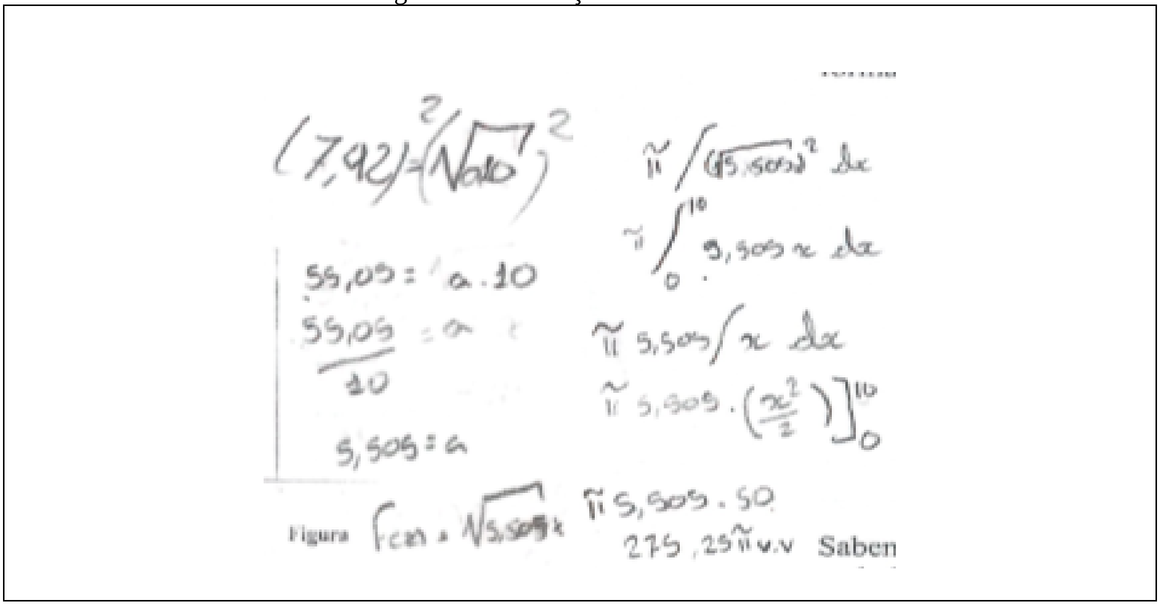
Figura 41 - Resolução acadêmico C



Fonte: material produzido pelo acadêmico C.

O aluno D, para descobrir o valor do coeficiente a, substituiu os valores de y e x dados na representação gráfica da situação-problema na função $y = \sqrt{ax}$. Em seguida, elevou ambos os lados da expressão matemática obtida ao quadrado, para encontrar o valor de a. Após, calculou a Integral Definida, para determinar o volume do sólido de revolução (Figura 42).

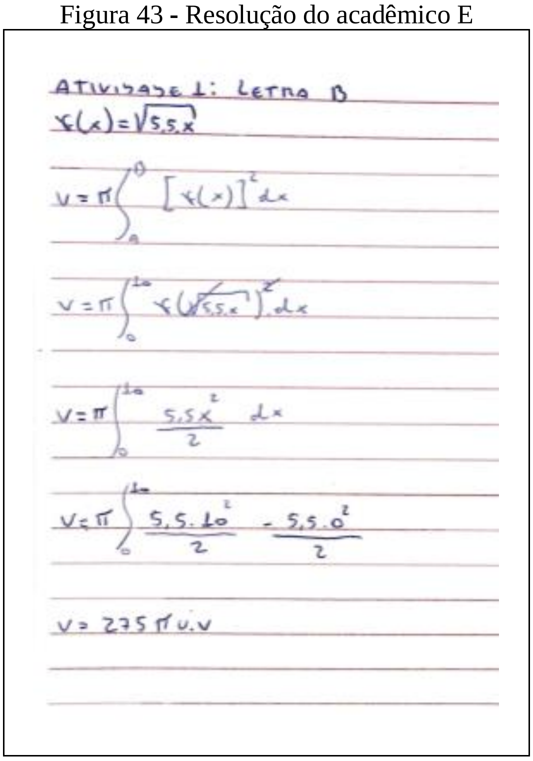
Figura 42 - Resolução do acadêmico D



Fonte: material produzido pelo acadêmico D.

Quanto ao acadêmico E, percebe-se que não expressou a forma como encontrou o valor do coeficiente *a*, porém apresentou a função e os cálculos da Integral Definida para a determinação do volume do sólido de revolução (Figura 43).

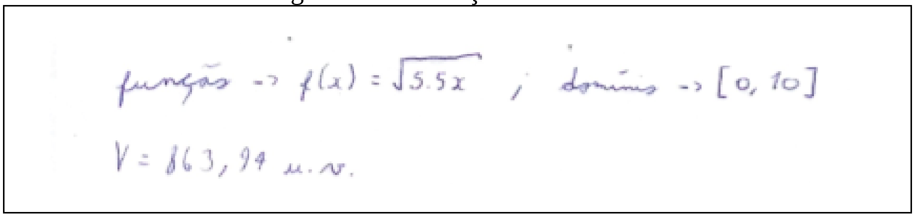
Figura 43 - Resolução do acadêmico E



Fonte: material produzido pelo acadêmico E.

O acadêmico F apresentou o resultado final dos cálculos, bem como o intervalo do domínio da função de [0,10] (Figura 44).

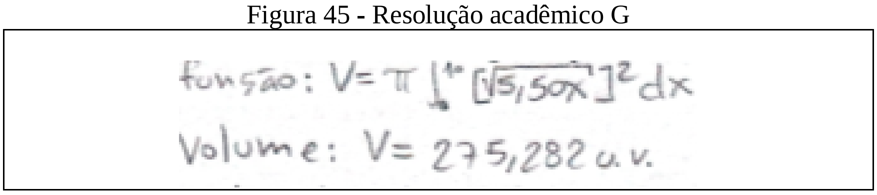
Figura 44 - Resolução acadêmico F



Fonte: material produzido pelo acadêmico F.

O acadêmico G, apesar da solicitação de que os alunos demonstrassem o desenvolvimento do cálculo, optou por demonstrar somente sua resolução final na folha (Figura 45).

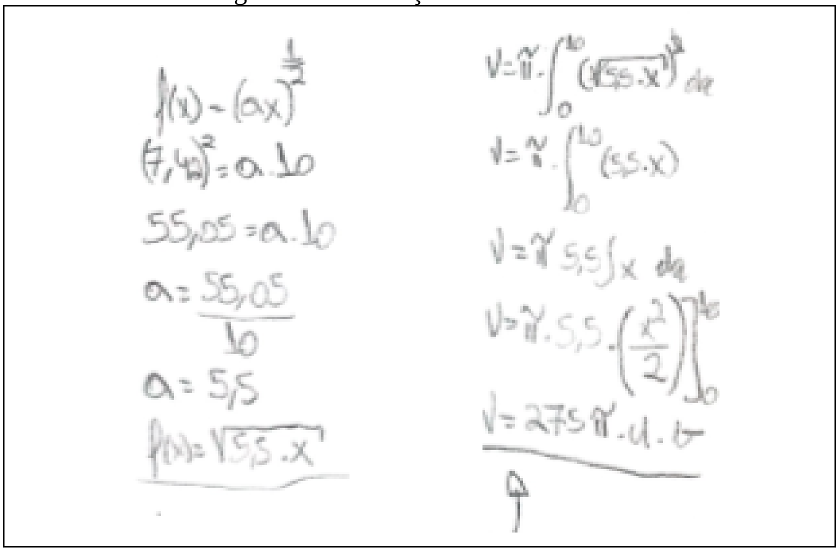
Figura 45 - Resolução acadêmico G



Fonte: material produzido pelo acadêmico G.

Já o acadêmico H desenvolveu sua resolução (Figura 46) do cálculo do volume, iniciando pela função $y = \sqrt{ax}$. Após, substituiu os dados coletados no gráfico, aplicou a propriedade de potência, realizando, assim, os cálculos para determinar o valor do coeficiente a, sendo esse substituído na função e aplicado na fórmula para o cálculo da Integral Definida $y = \sqrt{ax}$. Desse modo, utilizando a resolução de problemas o aluno desenvolveu o raciocínio lógico e enfrentou situações que lhe permitiram conhecer as principais aplicações da Matemática (DANTE, 2012).

Figura 46 - Resolução do acadêmico H



Fonte: material produzido pelo acadêmico H.

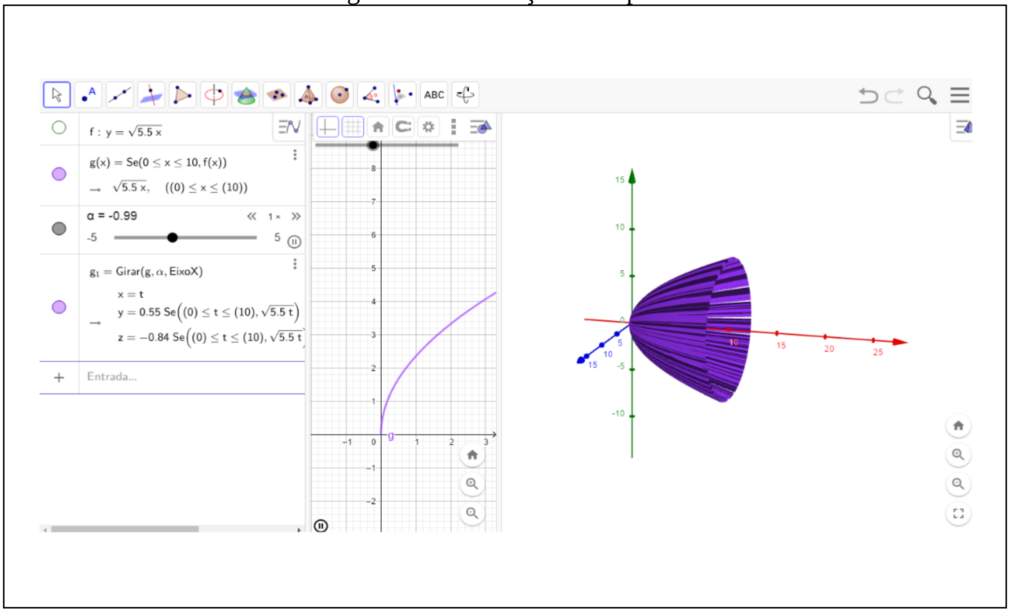
Dessa forma, percebe-se que os acadêmicos identificaram, na figura geométrica apresentada, os dados relevantes, que seriam os valores correspondentes ao *x* e ao *y*, para, então, substituir na função, determinando o valor do coeficiente *a*. Obtendo a função, os eles identificaram o intervalo de integração e apresentaram a Integral Definida, que daria o resultado correto do volume da embalagem solicitada pela empresa. Ressalta-se, ainda, que, no desenvolvimento dessa atividade, 4 acadêmicos solicitaram esclarecimento de dúvidas quanto à análise dos dados apresentados no gráfico e com relação às propriedades matemáticas, como resolver uma expressão com radical, tipos de funções, entre outras. Realizando as quatro fases de Polya (1994), os alunos, de modo estratégico, encontraram caminhos para a resolução dos problemas, os quais exigiram deles uma análise profunda da situação em estudo e não uma resolução mecânica.

6.2.3. Análise da questão desenvolvida no *software* GeoGebra

A atividade envolvendo o *software* GeoGebra foi realizada, em dupla, e os acadêmicos foram orientados a salvar a construção realizada e enviar por *e-mail* ou salvar no *pendrive* da professora/pesquisadora[8].

Os acadêmicos da dupla A, durante a realização da atividade no *software* Geogebra (Figura 47), solicitaram ajuda da professora/pesquisadora, pois tiveram dúvidas em alguns comandos, como de controle deslizante e rotação em torno do eixo.

Figura 47 - Resolução da dupla A

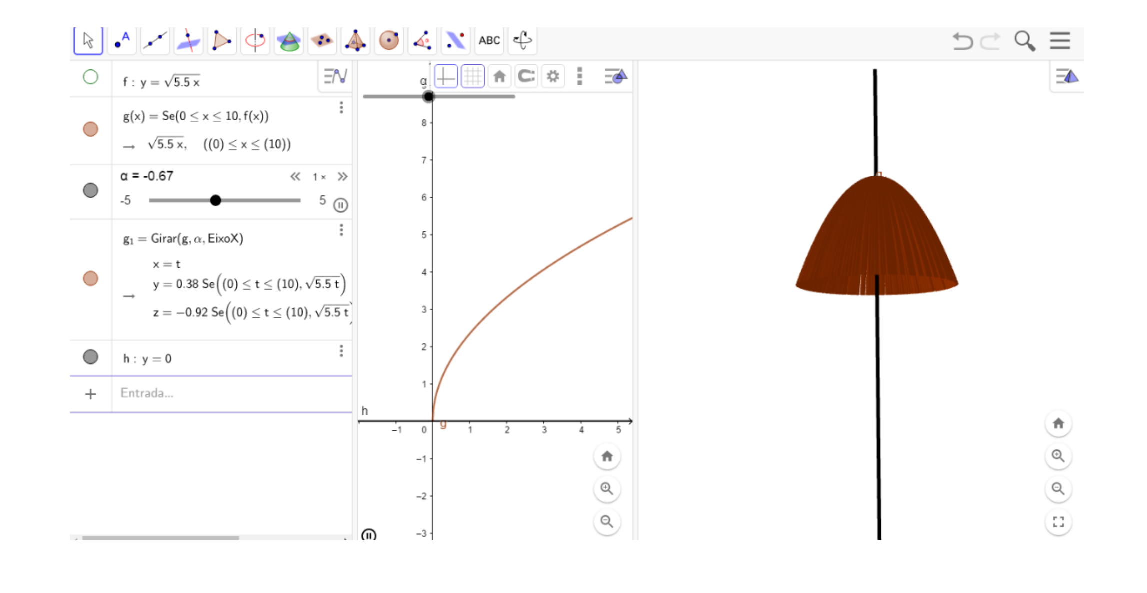


Fonte: material produzido pelos acadêmicos da dupla A.

Na construção realizada pelos acadêmicos da dupla B, pode-se notar, na Figura 48, que realizaram corretamente, demonstrando uma familiarização e domínio dos comandos e recursos do *software* Geogebra.

[8] As atividades foram desenvolvidas com alunos da Universidade Luterana do Brasil, pela pesquisadora, que aplicou a sua proposta na instituição, onde realiza a sua pesquisa de Mestrado.

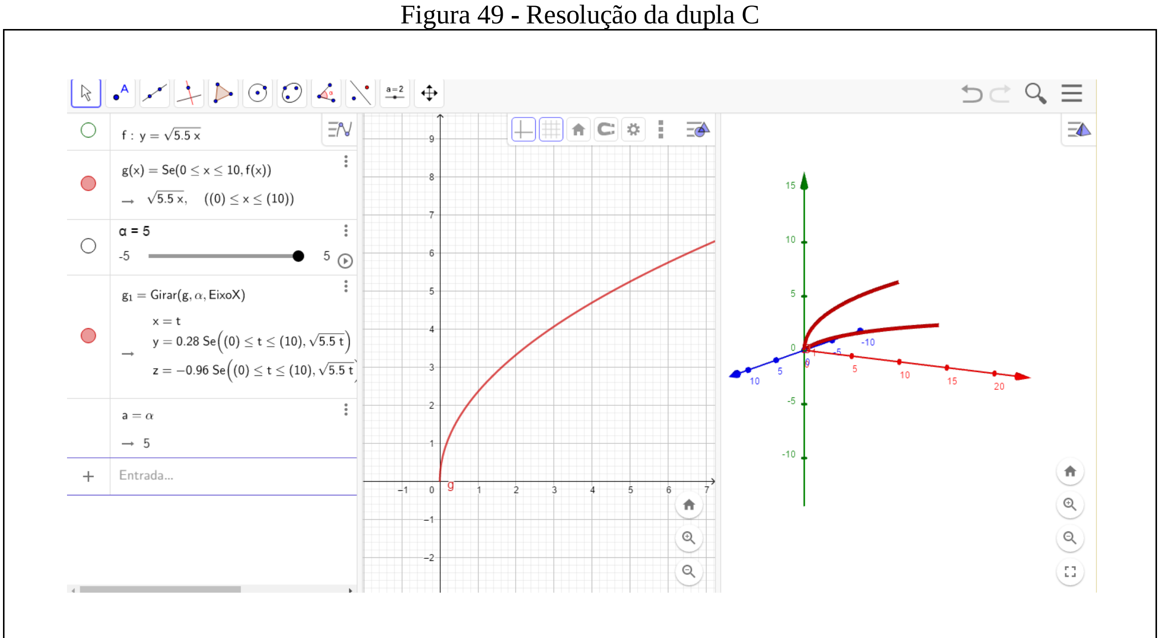
Figura 48 - Resolução da dupla B



Fonte: material produzido pelos acadêmicos da dupla B.

Na resolução dos acadêmicos da dupla C, observa-se que tiveram dificuldade na construção do sólido no *software* GeoGebra (Figura 49). Apesar da professora/pesquisadora ter auxiliado nas dúvidas, durante a construção, eles não conseguiram realizar a tarefa solicitada. Nessa construção gráfica, pode-se observar que a construção da função está correta, mas o controle deslizante não foi vinculado à função de rotação em torno do eixo x.

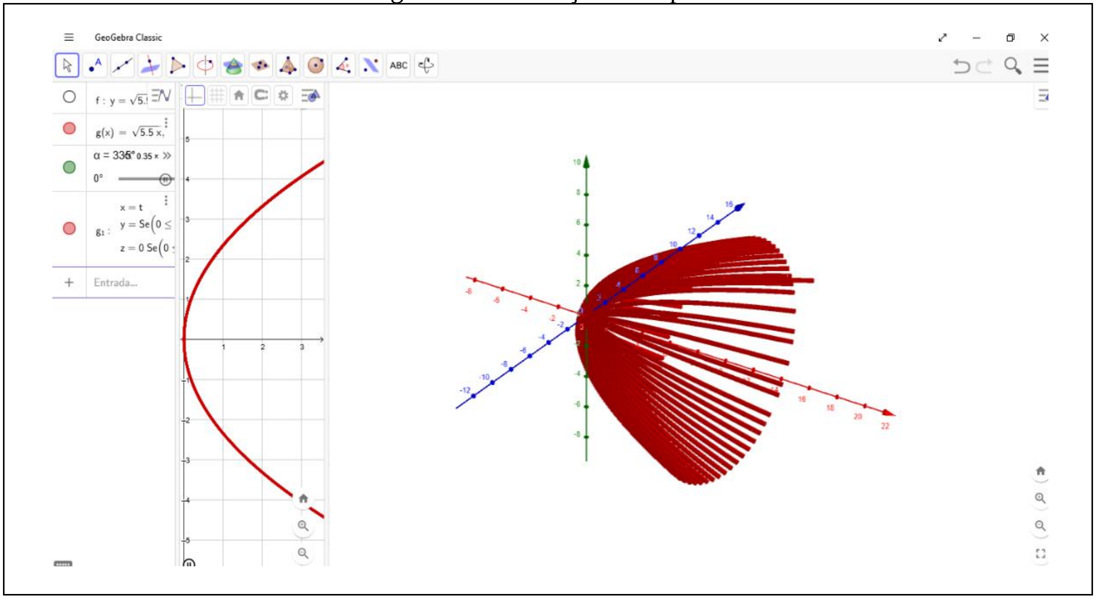
Figura 49 - Resolução da dupla C



Fonte: material produzido pelos acadêmicos da dupla C.

Quanto à construção dos acadêmicos da dupla D, observou-se que na atividade estava correta, mas o *software* não correspondeu adequadamente, pois apresentou falhas como travamento e dificuldade de responder aos comandos realizados pelos acadêmicos (Figura 50).

Figura 50 - Resolução da dupla D



Fonte: material produzido pelos acadêmicos da dupla D.

Na realização dessa atividade, notou-se que os acadêmicos utilizaram o *software* GeoGebra, como instrumento auxiliar, para o esboço gráfico da função encontrada na atividade anterior, pois, no momento em que estabeleciam estratégias para determinar a função, eles iam testando a construção do gráfico no GeoGebra, (BRITO; PURIFICAÇÃO, 2008). Na construção do sólido de revolução, percebeu-se a dificuldade encontrada pelos acadêmicos, que procuraram a professora/pesquisadora para conversar sobre os comandos no *software* para a construção. As tecnologias fazem parte do mundo moderno, mas é necessário utiliza-las adequadamente para o progresso de diferentes âmbitos, seja Educacional, Cultural, Político, Econômico, entre outros (FERNANDES; SANTOS, 1998). Os autores ressaltam, ainda, que é preciso que os utilizadores desses recursos tecnológicos estejam atentos aos objetivos que pretendem alcançar ao utilizar tais ferramentas, tendo domínio de suas funcionalidades.

6.3 ANÁLISE DA SITUAÇÃO-PROBLEMA 2

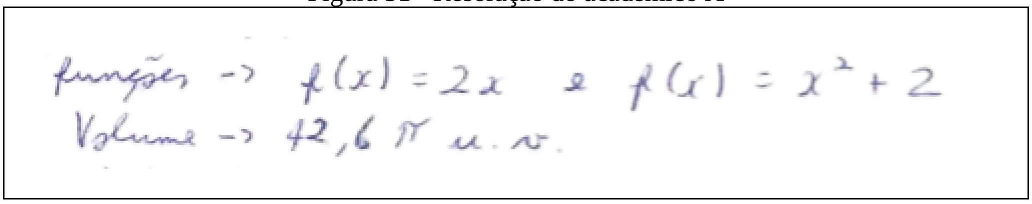
Após o desenvolvimento da situação-problema1, deu-se seguimento à próxima atividade, que envolve a aplicação da Integral Definida, sólidos de revolução, definidos por duas funções.

6.3.1. Análise da questão a

Os acadêmicos A, C, D, E e F realizaram essa atividade, porém B, G e H não as desenvolveram, por estarem realizando as atividades anteriores.

O acadêmico A apresentou apenas seu resultado final (Figura 51), identificando as duas funções e o volume final da peça. As funções foram identificadas corretamente, mas ocorreu equívoco nos procedimentos matemáticos, pois o valor do volume encontrado não corresponde.

Figura 51 - Resolução do acadêmico A



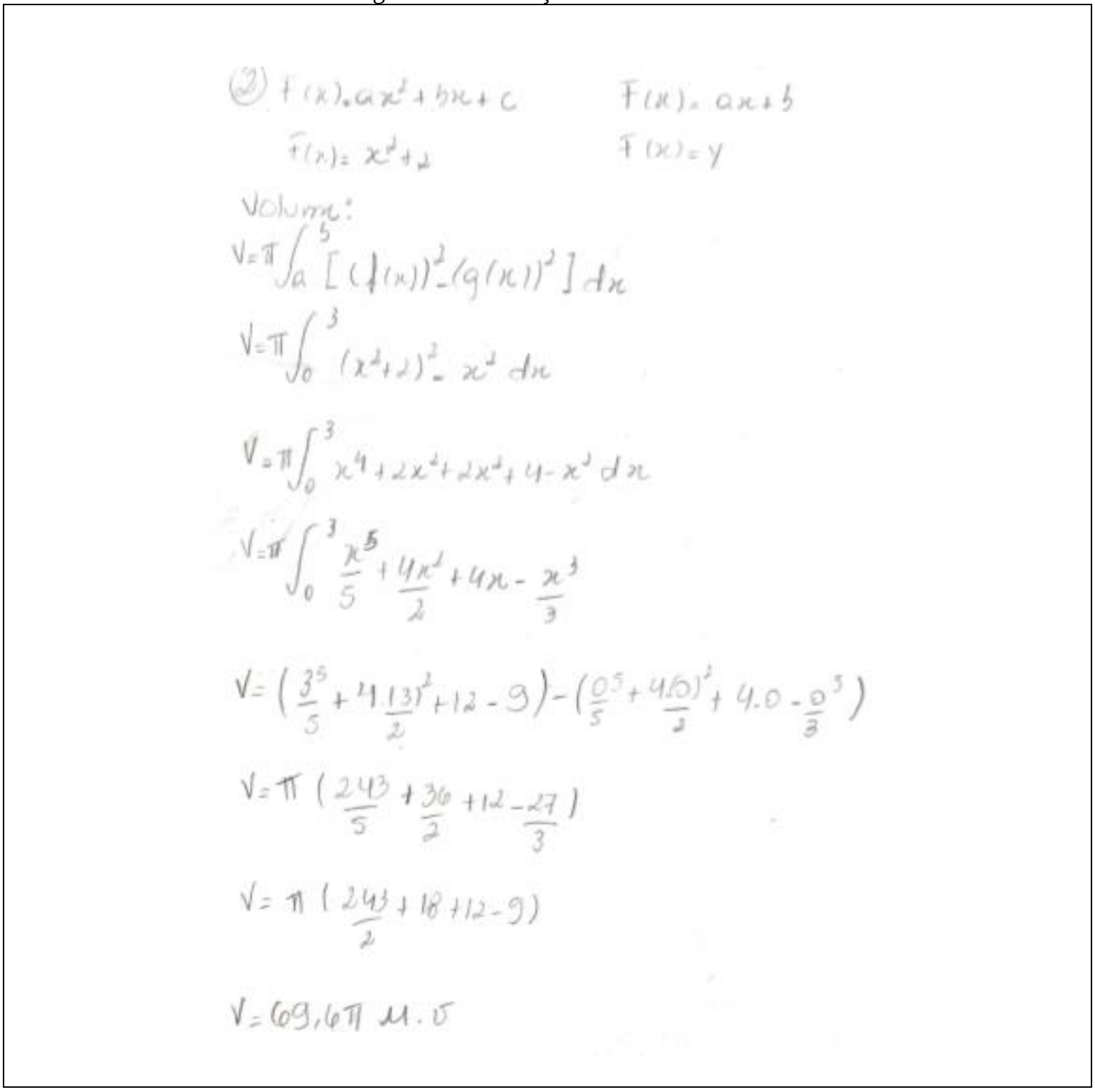
funções -> $f(x) = 2x$ e $f(x) = x^2 + 2$

Volume -> $42{,}6\pi$ u.v.

Fonte: material produzido pelo acadêmico A.

O acadêmico C iniciou a atividade (Figura 52), identificando os tipos de funções, analisando suas características e, posteriormente, utilizando a fórmula da Integral Definida, para, assim, determinar o volume do sólido de revolução. Também optou por não deixar a resolução da atividade na folha entregue.

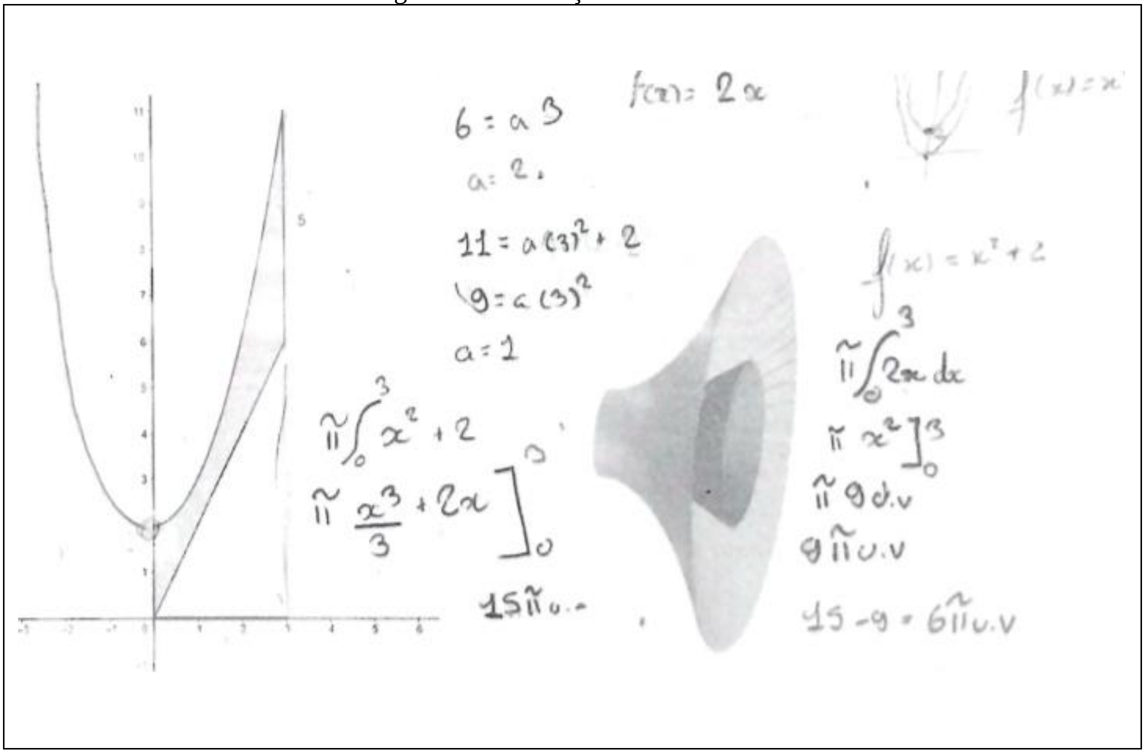
Figura 52 - Resolução do acadêmico C



Fonte: material produzido pelo acadêmico C.

Quanto ao acadêmico D, pode-se observar que o mesmo iniciou a atividade tentando determinar o valor do coeficiente angular da reta e as duas funções, sendo a $f(x) = 2x$ e a $f(x) = x^2 + 2$ (Figura 53).

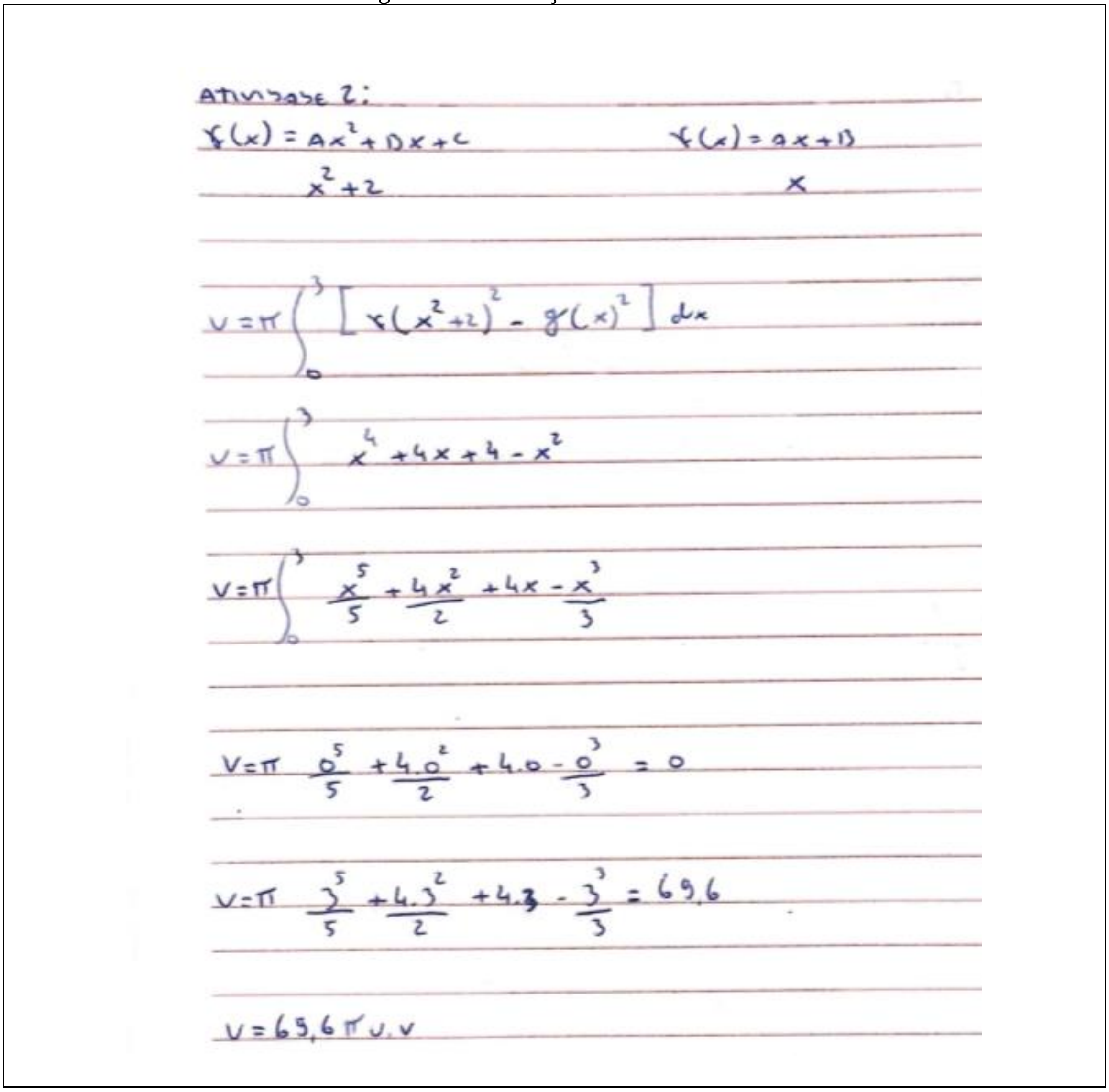
Figura 53 - Resolução do acadêmico D



Fonte: material produzido pelo acadêmico D.

Já o acadêmico E iniciou sua resolução (Figura 54), identificando os dois tipos de funções e suas características, mas o interpretou de forma equivocada. Em seguida, realizou o cálculo da Integral Definida, para determinar o volume da peça, realizando os cálculos com seus respectivos intervalos.

Figura 54 - Resolução do acadêmico E


Atividade 2:

$f(x) = Ax^2 + Bx + C$ $\qquad$ $f(x) = ax + b$

$x^2 + 2$ $\qquad$ x

$V = \pi \int_0^3 \left[f(x^2+2)^2 - g(x)^2 \right] dx$

$V = \pi \int_0^3 x^4 + 4x + 4 - x^2$

$V = \pi \int_0^3 \frac{x^5}{5} + \frac{4x^2}{2} + 4x - \frac{x^3}{3}$

$V = \pi \ \frac{0^5}{5} + \frac{4.0^2}{2} + 4.0 - \frac{0^3}{3} = 0$

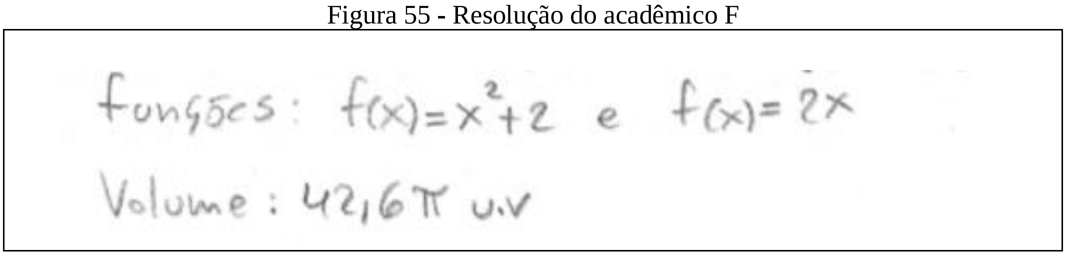
$V = \pi \ \frac{3^5}{5} + \frac{4.3^2}{2} + 4.3 - \frac{3^3}{3} = 69{,}6$

$V = 65{,}6\pi$ u.v

Fonte: material produzido pelo acadêmico E.

O acadêmico F, em sua resolução (Figura 55), identificou as funções como sendo $f(x) = x^2 + 2$ e $f(x) = 2x$, realizando uma interpretação correta das funções, mas algo no desenvolvimento dos cálculos fez com que apresentasse o valor do volume de forma equivocada.

Figura 55 - Resolução do acadêmico F


funções: $f(x) = x^2 + 2$ e $f(x) = 2x$

Volume: $42{,}6\pi$ u.v

Fonte: material produzido pelo acadêmico F.

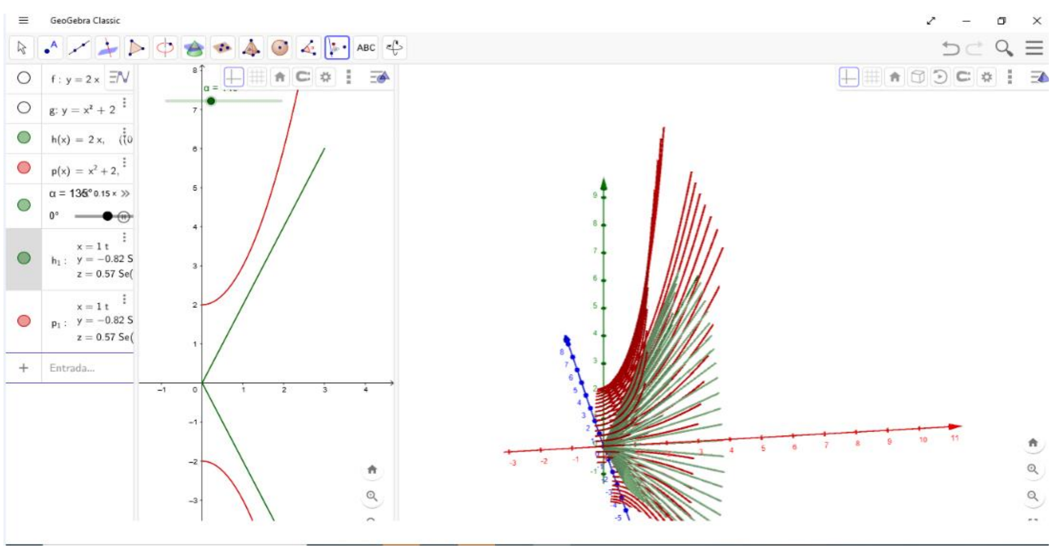
Com base nos cálculos que os alunos apresentaram, e nas suas respostas finais, verifica-se que nenhum deles efetivou suas respostas corretamente. Diante dos cálculos apresentados pelos alunos C, D e E pode-se identificar erros envolvendo os cálculos da Matemática básica. Nesse momento, os alunos teriam que validar a solução encontrada, realizando a fase indicada por Polya (1995), referente à verificação e retrospectiva da resposta, fazendo uma conferência dos cálculos e a sua releitura (DANTE, 2012).

6.3.2. Análise da questão desenvolvida no *software* GeoGebra

A construção utilizando o *software* GeoGebra foi realizada em dupla, mas o acadêmico G optou por fazê-la de forma individual.

Os acadêmicos da dupla A (Figura 56) realizaram a construção no *software*, juntamente com os cálculos para identificação das funções que permeiam a situação-problema, fazendo testes e analisando as imagens. Solicitaram o auxílio da professora/pesquisadora, devido ao fato de ter duas funções a serem rotacionadas em torno do eixo. De acordo com a tarefa realizada pelos acadêmicos, observou-se que, na construção do sólido, utilizando o controle deslizante, não se obtinha a figura na sua totalidade, pois ocorreu um erro no processamento do *software*. Porém, observou-se que as funções foram inseridas de forma correta, embora alguns *softwares* necessitem de máquina apropriada para execução (BORGES, 2003).

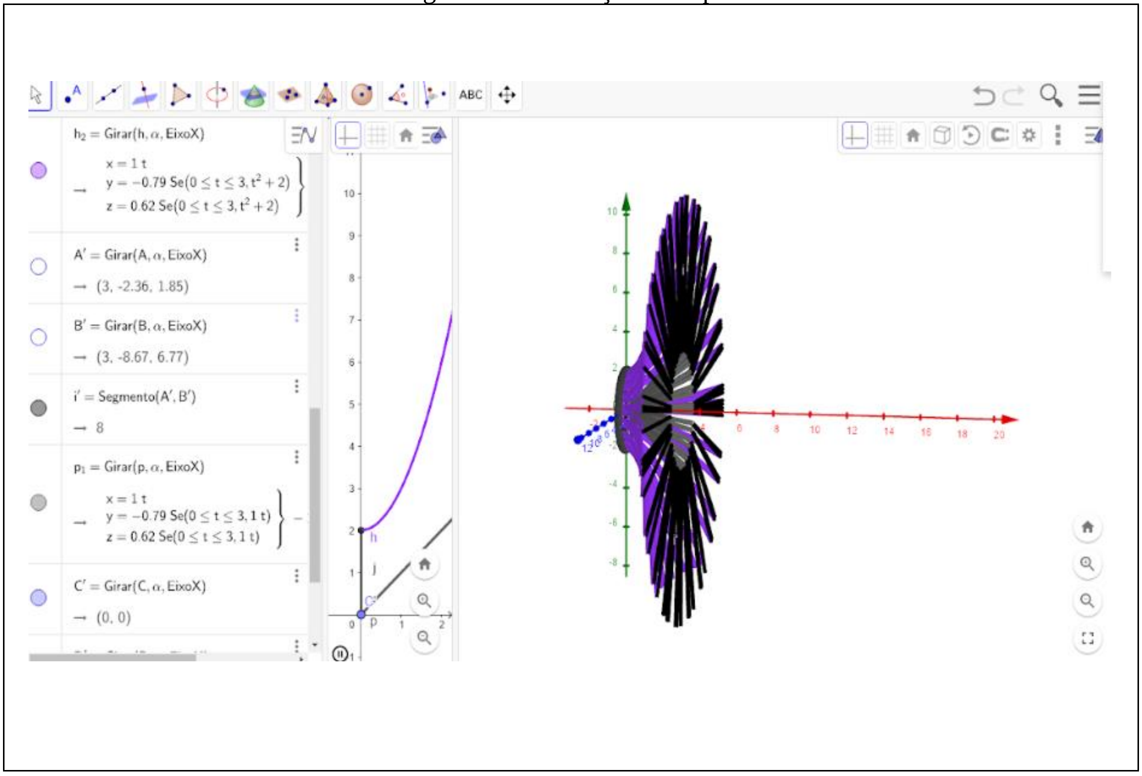
Figura 56 - Resolução da dupla A



Fonte: material produzido pelos acadêmicos da dupla A.

Já os acadêmicos da dupla B realizaram sua construção (Figura 57) do sólido no *software* GeoGebra corretamente, apesar de haver um erro na identificação da função linear que compõe a situação-problema. Observa-se, na ilustração gráfica, a função sendo uma $f(x) = x$.

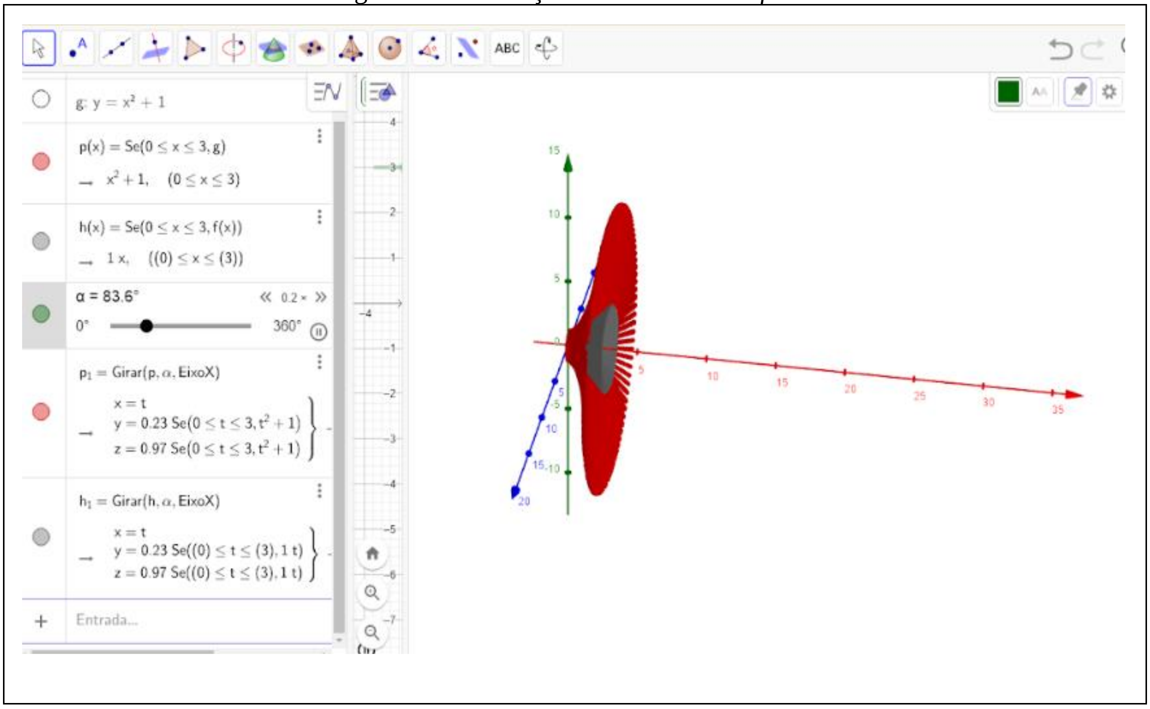
Figura 57 - Resolução da dupla B



Fonte: material produzido pelos acadêmicos da dupla B.

O acadêmico G realizou, como os alunos anteriores, sua construção do sólido de revolução no *software* GeoGebra (Figura 58), fazendo teste para a identificação e a comprovação das funções que geram o objeto matemático solicitado.

Figura 58 - Resolução do aluno G no *Software*



Fonte: a pesquisa.

Durante a realização dessa atividade, na qual os acadêmicos deveriam construir a peça formada pelas funções no *software* GeoGebra, observou-se que o *software* auxiliou-os no momento de identificar as funções, realizando testes a cada construção, visto que o uso de tecnologias, em sala de aula, potencializa o trabalho docente no processo de ensino e aprendizagem, favorecendo a interação entre professores, educandos e conhecimento (BORGES, 2003; SOUZA, PATARO, 2015; PENTEADO, 1997; MARIN, 2009).

.

6.4 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO FINAL

Após os participantes da oficina concluírem as atividades envolvendo o cálculo do volume dos sólidos de revolução, eles responderam ao questionário final (APÊNDICE D), que visou conhecer quais são os pareceres dos acadêmicos sobre a utilização das tecnologias na resolução de situações-problema que envolvam o conteúdo de Integral Definida, especificamente, em aplicações envolvendo o volume de sólidos de revolução.

Quanto à opinião sobre a utilização de questões contextualizadas, os acadêmicos mencionaram, no questionário, que "*se fazem necessárias, pois despertam maior interesse nos alunos*" (Acadêmico A).

Segundo o acadêmico B: N*a minha opinião é de grande ajuda, tanto para o aprendizado, quanto para a resolução de exercícios.*

O acadêmico C menciona: *Acho a questão bem válida, tende a quebrar a parte que acaba ficando mecanizada pela quantidade grande de matéria a serem ensinadas.*

Conforme o acadêmico D: *é interessante abordar dessa forma, pois assim o aluno não fica preso a fórmulas e começa a lentas interpretações.*

Quanto ao acadêmico E, tem-se: *é interessante, pois assim o aluno pode analisar melhor o que esta sendo pedido.*

Já o acadêmico G diz: *acho que são muito importantes pois exigem habilidades que serão requisitados nos exercícios da profissão.*

Já o acadêmico H menciona: *questões contextualizados são necessários para que o aluno não abandone e tenha que usar fato, acontecimentos descritos nas "historinhas" das provas.*

Aos acadêmicos também foi perguntado em relação à sua opinião sobre ao uso de um *software* para o desenvolvimento do conteúdo de Integrais Definidas.

O acadêmico A respondeu: *os softwares de gráficos nos permitem ter uma experiencia com os conteúdos de cálculo que, juntamente com as questões contextualizadas, nos aproximam mais dos conteúdos vistos, facilitando assimilação.*

O acadêmico B respondeu que: *foi de grande ajuda para o entendimento.*

O acadêmico C destacou: *é bem-vinda qualquer tipo de tecnologia, principalmente de visualização gráfica, adicionando um panorama diferente ao aprendizado.*

Quanto ao acadêmico D, a resposta foi: *bem útil, ajuda na hora da resolução dos cálculos.*

Já o acadêmico E afirmou: *foi muito bom, pois podemos ver nossos cálculos virarem desenhos, e desenhos virarem cálculos.*

O acadêmico G disse: *os softwares favorecem muito a visualização.*

Já o acadêmico H diz ser *muito bom, fica mais fácil e prático de resolver as atividades.*

Na terceira e última pergunta, a qual questionava sobre a importância e se gostariam de ter um desenvolvimento contextualizado e dinâmico do conteúdo de integrais, houve as respostas a seguir.

O acadêmico A disse que considera *importante e, sim, gostaria de tê-lo visto também desta forma nas disciplinas de cálculo.*

Já acadêmico B apenas disse Sim.

Quanto ao acadêmico C: *Com certeza, espero que cada vez mais isto seja disseminado e aplicado.*

O acadêmico D indicou: s*im, acho muito importante.*

Já o acadêmico E disse: *sim, pois iria ajudar bastante o que estamos fazendo.*

Quanto ao acadêmico G, o mesmo afirmou: s*im, penso que seria a forma mais adequada para a aprendizagem deste tipo de conteúdo.*

O acadêmico H respondeu: *acho que tem que ser mais dinâmico, com outras formas de aprender e utilizar os métodos.*

Todos os alunos que participaram responderam às questões. Então percebeu-se que houve uma aprovação positiva por conta da dinâmica e como as situações-problema foram abordadas e desenvolvida no *software*, ajudando-os a aprimorar e revisar o conteúdo abordado nas atividades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, investigaram-se as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação na resolução de situações-problema que envolvam o conteúdo de Integral Definida, especificamente, volume dos sólidos de revolução, visando compreender a sua importância no Ensino do referido conteúdo. Essa importância pode ser evidenciada por Martins (2011), quando destaca que as tecnologias mudam radicalmente o fazer pedagógico, em sala de aula, sendo ela tanto presencial, quanto virtual. Além disso tecnologias como *softwares* contribuem para o repensar e a reconstrução da prática educativa, podendo evitar erros na resolução de situações-problema que exigem do aluno um pensar crítico.

Sua função educacional também é evidenciada nas pesquisas de Brito e Purificação (2008), quando destacam a importância de se utilizar os recursos tecnológicos, em sala de aula, sempre pensando em seu objetivo e como fazer para atingi-lo de forma a potencializar o processo de ensino e aprendizagem.

A investigação do tema, no banco de teses e dissertações da CAPES, contribuiu para identificar os recursos tecnológicos que vêm sendo utilizados para o ensino dos conteúdos abordados na disciplina de Cálculo, bem como conhecer as pesquisas nessa área. Nesse sentido, concorda-se com Bonafini (2004), que aponta, em sua dissertação, que os recursos tecnológicos podem contribuir na formação do estudante, dando-lhe a oportunidade de realizar conjecturas, verificá-las na prática, buscar possíveis generalizações e, por fim, formalizar os resultados. Diante das produções analisadas, bem como nos dados coletados nesta pesquisa, pode-se perceber as inúmeras dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos quanto aos conteúdos matemáticos abordados nas disciplinas de Cálculo, além do alto índice de reprovação e desistências nessas disciplinas.

Concorda-se com Abu-jamra (2005), segundo o qual o ensino da Matemática se potencializa quando se utilizam sistemas computacionais, pois possibilitam maior interatividade e permitem a construção de conhecimentos. Ressalta o autor que esses sistemas desenvolvem a capacidade de aprender do aluno, oferecendo um conjunto rico de materiais para o seu aprendizado.

Neste trabalho, ficaram evidente as contribuições do *software* GeoGebra para o desenvolvimento das atividades didáticas propostas, pois ele possibilitou aos acadêmicos aprender a linguagem do *software*, para inserir as funções e obter o objeto matemático.

Após a construção do mesmo, puderam comparar se o objeto formado condizia com a imagem fornecida na situação-problema.

O objetivo de investigar o assunto das Tecnologias de Informação e Comunicação e o ensino do Cálculo no Ensino Superior foi atingido, pois tanto o referencial teórico sobre as Tecnologia da Informação e Comunicação no Ensino, como o referencial sobre Resolução de Problemas ,auxiliaram na construção das atividades didáticas com o conteúdo de Integral Defina, envolvendo o volume dos sólidos de revolução.

Também foi observado que, nos livros didáticos analisados, há questões pouco contextualizadas, que focam na definição do conteúdo. Nesse sentido, as atividades elaboradas, nesta investigação, indicam caminhos para os professores adaptarem as atividades presentes nos livros didáticos. Com isso, entende-se que os objetivos específicos de pesquisar e construir situações-problema para o conteúdo de aplicações de Integrais Definidas foi subsidiado pela análise dos livros que foi realizada.

Para a apresentação dos resultados da pesquisa, retoma-se a questão que foi o foco desta investigação: quais as contribuições das tecnologias da informação e comunicação para o estudo das aplicações da integral definida?

O estudo permitiu perceber que houve um trânsito da utilização de apenas lápis e papel pelos acadêmicos para o uso de diferentes tecnologias, como o celular como leitor do *Qr code* para acesso ao livro disponibilizado e o computador para acesso ao *software* GeoGebra. Há de se notar que, inicialmente, os acadêmicos se valeram mais de lápis-e-papel, porém, durante o desenvolvimento das atividades, os mesmos acabaram utilizando o recurso do *software* para esboçar as funções, pois isso auxiliava na visualização do objeto matemático construído. Porém, cabe ressaltar que os alunos não utilizaram o recurso tecnológico disponível para verificar a resposta final dos cálculos desenvolvidos.

Observou-se que os participantes da oficina utilizaram o *software* GeoGebra, como auxiliar na resolução das atividades. Também sinalizaram que gostaram da oficina, porque os ajudou a sanar diversas dúvidas referentes ao conteúdo abordado na mesma e ressaltaram a importância do uso dos recursos tecnológicos para a representação gráfica das funções expressas nas situações-problema, o que facilitou a compreensão da situação-problema proposta de uma forma dinâmica e prática.

Eles destacaram que as Tecnologias de Informação e Comunicação são necessárias, pois despertam o interesse por parte dos alunos e ajudam no aprendizado dos conteúdos e na resolução dos exercícios. Além disso, os *softwares* de gráficos permitem uma experiência com os conteúdos de cálculo que, juntamente com as questões contextualizadas, facilitam a assimilação. Um acadêmico complementou que acha muito importante e que gostaria de participar mais desse tipo de oficina.

Acredita-se que, após o desenvolvimento e a análise da oficina, o objetivo específico de aplicar um experimento com as situações-problema, analisar as atividades aplicadas e investigar como o uso das tecnologias auxiliam no desenvolvimento do conteúdo de Integrais Definidas foram atingidos.

O experimento também teve a intenção de fornecer subsídios práticos como a construção de objetos presentes no cotidiano que possam auxiliar esses futuros profissionais na sua atuação profissional, fazendo com que as situações contextualizadas envolvendo o cálculo do volume de um sólido de revolução sejam um subsídio para futuras situações que possam ocorrer em sua carreira.

Diante dos dados apresentados, ficou evidente que se faz necessário o estudo das Tecnologias da Informação e Comunicação para o ensino da Integral Definida. Evidenciou-se, também, que oficinas envolvendo os conteúdos desenvolvidos, nos cursos de graduação, podem contribuir para a compreensão e aprendizado dos acadêmicos, proporcionando atividades didáticas contextualizadas e com a utilização de diferentes estratégias metodológicas, como o uso das tecnologias.

Por fim, diante das pesquisas já realizadas com a temática desta pesquisa e do estudo realizado nesta investigação, verificou-se que há poucas pesquisas nessa linha, que o ensino da Integral Definida para o cálculo do volume dos sólidos de revolução desenvolvido com o auxílio das Tecnologias da Informação e Comunicação ainda é pouco pesquisado. Também foi possível constatar que adotar a implementação das Tecnologias da Informação e Comunicação agregadas à resolução de situações-problema para o ensino da Integral Definida é de caráter potencializador, inovador e auxiliador no processo de ensino e aprendizagem para os participantes da pesquisa.

REFERÊNCIAS

ABU-JAMRA, M.E.B. *Relatório técnico II: Tecnologia na educação: O computador e a internet*. Curitiba: PUCPR-CTCH-PPGE, 2005.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). *Resolução de problemas*: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ALLEVATO, N. S. G; JAHN, A. P; ONUCHIC, L. de La. R. *O computador no ensino e aprendizagem de Matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas*. In:

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JR., Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio. Perspectivas para resolução de problemas. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 247-277

ALMEIDA. A. *A Era da Tecnologia*: As primeiras máquinas de computar, John Napier (1550-1617). 2011. Disponível em: <https://aeradatecnologia.wordpress.com/2011/06/21/as-primeiras-maquinas-de-computar-john-napier-1550-1617/>. Acesso em 20 set. 2018.

ARAÚJO, J. *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As Discussões dos Alunos*. Tese (Doutorado em Educação Matemática)– Instituto de Geociências e Ciências Exatas, - Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2002.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. *Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática*. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BASTOS, J.A; SCHWEIG, L. J. *Aplicação da Integral Definida.* ln: BRUNET, Ana et al. Cálculo II. Canoas: Ed. Ulbra, 2017.

BRASIL. Lei nº9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União. Brasília, DF, 10 set. 2019.

_________. *Planejamento a Próxima Década*: Ministério da Educação. 2014. Disponível em: <http://pne.mec.gov.br/images/pdf/pne_conhecendo_20_metas.pdf>. Acesso em: 20 de Abril. 2018.

BRITO, G. S.; PURIFICAÇÃO, I. *Educação e novas tecnologias um repensar*. 2. Ed. Curitiba: IBPEX, 2008.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 5.ed, 2016.

BORBA, M. C; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática*: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. *Qualitative research for education*: an introduction to theory and methods. Boston, Allyn and Bacon. 1982. Cap. 1, p. 1-53: Fundactions of qualitative research in education: an introduction.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. *Investigação Qualitativa em educação:* uma introdução à teoria dos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BONAFINI, F. C. *Explorando conexões entre a matemática e a física com o uso da calculadora gráfica e do CBL*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

BORGES, C. M. F. *Os professores da Educação Básica de 5ª a 8ª séries e seus saberes profissionais*. beres profissionais 2003. Tese (Doutorado). Departamento de Educação da Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro. 2003.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. 2ª Edição. Revista por Uta C. Merzbach. Tradução de Elza F. Gomide do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, São Paulo: Edgar BlUcher Ltda, 1996.

___________. The History of the Calculus and its Conceptual Development. New York, Dover Publications, INC, 1949.

BURIOL, T. M. *Processamento e Visualização de campos em ambientes virtuais e sistemas CAD 3D aplicados a projetos de iluminação em subestações*. 123 f. Dissertação (Métodos Numéricos em Engenharia) Setor de Tecnologia e Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba,2006.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. *Metodologia científica*. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CHARLOT, B. *A Mistificação Pedagógica*: realidades sociais e processos ideológicos na teoria da educação. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1976.

COSTA, E.V.; *Globalização e reforma universitária*, in: Barbosa, R. L.L. (org), trajetórias e perspectivas da formação de educadores. Editora Unesp, São Paulo, 2004.

COSTA, S. F. *Método Cientifico: Os caminhos da Investigação.* São Paulo: Harbra, 2001.

DAMM, R. F. *Registros de Representação*. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (et. al). Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, p. 167-188, 2016.

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática*. 3. ed. São Paulo: Ática, 1991.

______________. *Matemática contexto e aplicações*. 1ª edição, São Paulo, editora Ática, 2012.

DUVAL, R. *Ver e ensinar matemática de outra forma*: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011. Vol. 1.

FERREIRA, N. C.; SILVA, L. E. da.; MARTINS, E. R. Resolução de Problemas no Ensino Superior. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Org.). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p.189-219.

FERNANDES, A. L. B. SANTOS, R.L. S. *Introdução á tecnologia da informação*. Rio de Janeiro: SENAC Nacional, 1998.

FIRESTONE, W.A. Meaning in method: the rethoric of quantitative and qualitative research. Educational Researcher, 1987.

GIL, A. C. *Como e laborar projetos de pesquisa*. São Paulo :Atlas, 2007.

GROENNWALD, C.L.O; HOMA, R. I. A. *Ambiente Virtual de Aprendizagem do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA*, Acta Scientiae, 2014.

KENSKI, V. M. *Educação e tecnologias*: o novo ritmo da informação. 8º ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

MARIN, D. *Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior.* Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2009.

MASETTO, M. T. *Competência pedagógica do professor universitário*. São Paulo: Summus, 2003.

MARTINS, Maria Cecília. *Integração de Mídias e Práticas pedagógicas*. In: VALENTE, José Armando; ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini. (Orgs). *Formação de Professores a Distância e Integração de Mídias*. São Paulo, Avercamp, 2011.

MINAYO, M.C.S.; MINAYO-GÓMEZ, C.. *Difíceis e Possíveis Relações entre Métodos Quantitativos e Qualitativos nos Estudos de Problemas de Saúde*. In: GOLDENBERG, P.; MARSIGLIA, R. M. G.; GOMES, M. H. A. O clássico e o novo. Tendências, objetos e abordagens em ciências sociais e saúde. Rio de Janeiro: Fiocruz. 2003.

MINAYO, Maria. C. S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: MINAYO, Maria. C. S (Org.). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Parâmetros curriculares nacionais*: ensino médio. Secretária de Educação Média e Tecnológica. – Brasília: Ministério da educação, 1999.

MOMETTI, A. L. *Reflexão sobre a prática: argumentos e metáforas no discurso de um grupo de professores de cálculo*. 273 fls. Tese Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica, 2007.

MOREIRA, A. C. *pesquisa em ensino*: Aspectos Metodológicos. 2003. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/pesquisaemensino.pdf>. Acesso em: 28 jun, 2018.

MORELATTI, M. R. M. *Criando um ambiente construcionista de Aprendizagem em cálculo diferencial e integral I*. Tese de doutorado em Educação - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

OLIVEIRA, C, MOURA, S. P, SOUSA E. R. (2015). “TIC’S na Educação: A utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno”. Revista Eletrônica do Curso de Pedagogia da PUC Minas - Pedagogia em Ação. Belo Horizonte-MG. OLIVEIRA, Maria Marly de. *Como fazer pesquisa qualitativa*. 5. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

PENTEADO, M.G. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor*. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1997.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*: Um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: interciência, 1995.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 2. ed, 1994.

RICHIT, A. (2010). *Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais*. Dissertação de Mestrado, Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

SANTOS, R; MAIA, F. O computador na sala de aula: estudo em escolas de ensino médio e fundamental. *2° congresso científico da UniverCidade* – Rio de Janeiro, 22 de outubro 2007.

SANTOS, A. H. *Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização*. Dissertação de Mestrado, Educação Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2014.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing understanding in maathematics via problem solving. In: Trafton, P. R.; Shulte, A. P. (Org.). *New directions for elementary school mathematics*. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

SCUCUGLIA, R. *A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas*. Dissertação de Mestrado, Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil, 2006.

SMOLE, K. S; DINIZ, M.I. (Orgs.) Ler escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

STEWART, J. *Cálculo*: Volume I – tradução E22 translate, 7º ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

SOUZA, J.R.; PATARO, P.M. *Vontade de saber matemática, 6º ano*. 3. Ed-São Paulo: FTD, 2015.

THOMAS, G. B; WEIR, M; HASS, J. *Cálculo I*. tradução Caolos Scalici; revisão técnica Claudio Hirofume Asano. 12 ed. São Paulo: Pearson Education, 2012.

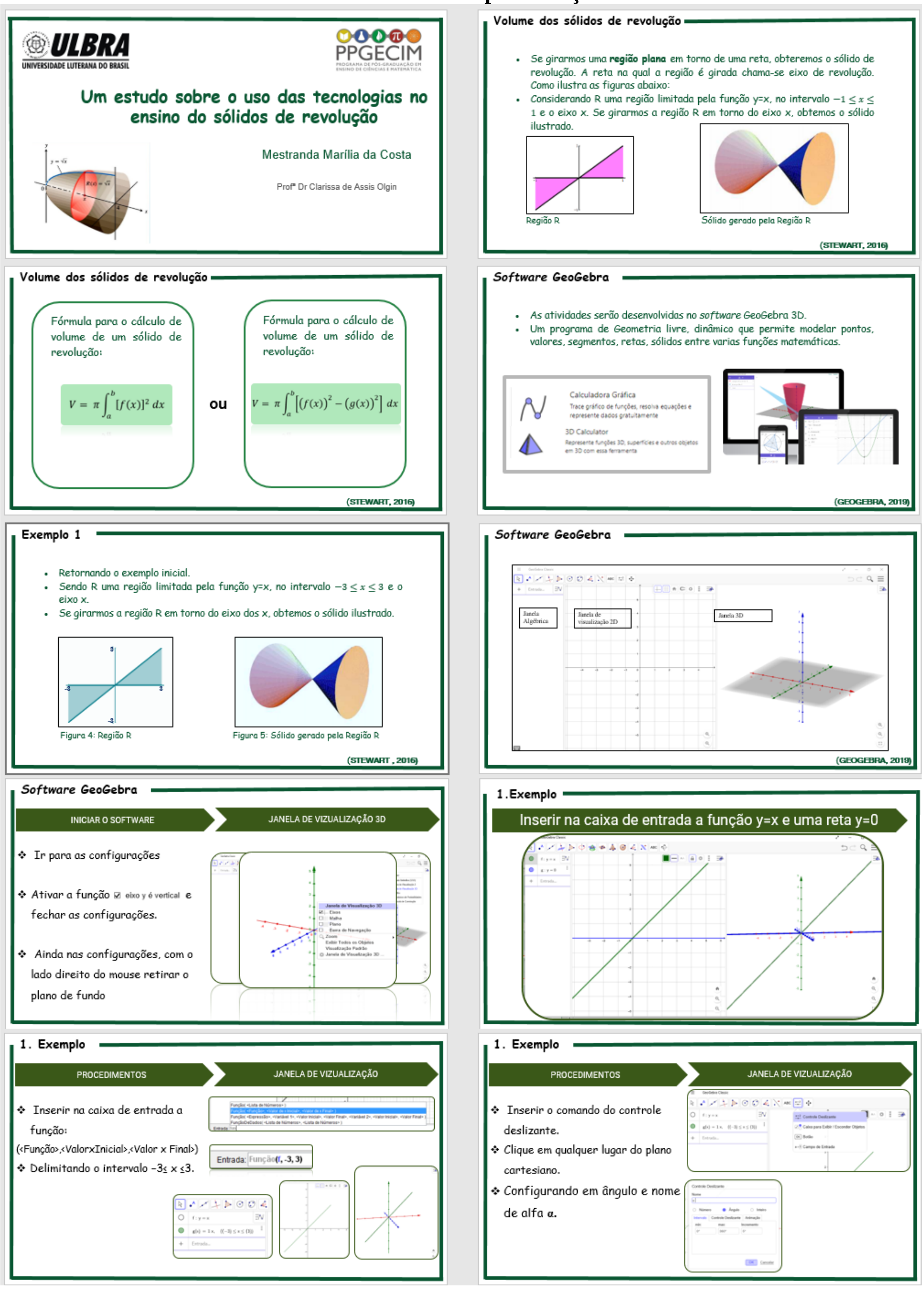
VIEIRA, R. S. *Opapel das tecnologias da informação e comunicação na educação:* um estudo sobre a percepção do professor/aluno. Formoso – BA: Universidade Federal do vale do São Francisco (UNIVASF), 2011.

ZABALZA, M.A. *O ensino universitário*: seu cenário e seus protagonistas. Porto alegra; Artmed, 2004.

APÊNDICES

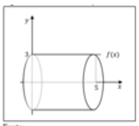
APÊNDICE A - APRESENTAÇÃO DA OFICINA

Oficina de apresentação



2. Exemplo

- Dada uma função definida como f(x) = 3, determine o volume do sólido de revolução no intervalo $0 \leq x \leq 5$.
- Construindo o gráfico desta função e a ilustração do sólido gerado ao rotacionar esta função entorno do eixo x como ilustra a figura.



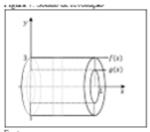
Fonte:

Aplicando a equação:

$$v = \pi \int_0^5 3^2\, dx = \pi\, 9x \Big|_0^5 = 45\pi \text{ u.v}$$

3. Exemplo

- Determine o volume de um tubo dado pelas funções f(x)=4 e g(x)=1 sendo f(x)>g(x) no intervalo de $0 \leq x \leq 5$.
- Construindo o gráfico desta função e a ilustração do sólido gerado ao rotacionar a mesma entorno do eixo x como ilustra a figura 7.



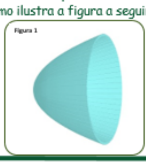
$$V = \pi \int_0^5 (4^2 - 1^2)dx = \int_0^5 (16 \ - 1)dx = \int_0^5 (15)dx =$$

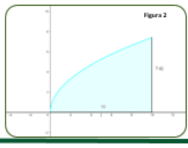
$$V = \pi\, (15x)_0^5 = \ \ [(15.5) - (15.0)]\, \pi \ = 75\, \pi \text{ u.v}$$

1. Atividades

Quem está à mesa disposto a comer e tomar um belo copo de suco, uma xícara de chá ou até mesmo uma taça de champanhe, nem imagina todo o processo pelo qual esses utensílios passaram antes de chegar a mesa. Afinal de contas, são inúmeros modelos e tamanhos que encontramos no mercado. Alguém pensa num formato, o desenha e então precisa das proporções do objeto e, claro, o volume do mesmo.

Supondo que uma empresa de chocolates necessita de embalagens que tenham o formato como ilustra a figura a seguir.





1. Atividade

Sabendo que a empresa já possui as tampas que serão utilizadas para fechar as embalagens e, que tais embalagens serão preenchidas com doces, a empresa necessita saber o volume da mesma. Sabendo que a função que da forma a embalagem é uma função do tipo "função raiz: $f(x) = (ax)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ax}$". Dessa forma, qual será a função que formará a embalagem apresentada na figura 2, considerando suas dimensões? Qual será o volume da embalagem quando rotacionarmos a função em torno do eixo x?

Vamos pensar:

a)Quais conhecimentos matemáticos permitem determinar o formato da embalagem?

b)Como podemos determinar o volume dessa embalagem?

2. Atividade

Assim como na atividade anterior acontece no mercado automobilístico. O consumidor, as lojas comerciais e os demais, ao adquirirem peças automobilísticas, as quais possuem as mais variadas formas e volumes não imaginam seu processo de produção. Todas passam por um processo de produção até seu destino final.

Uma fábrica de peças automotiva necessita produzir uma determinada peça para revender a uma montadora de veículos, tendo como exigência que a peça tenha o formato como ilustra a imagem abaixo. Sabendo que as funções que dão forma a peça são do tipo "função quadrática: $f(x)ax^2 + bx + c$" e "função linear: $f(x) \ = \ ax + b$"

.

2. Atividade

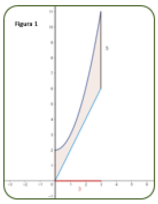
Assim como na atividade anterior acontece no mercado automobilístico. O consumidor, as lojas comerciais e os demais, ao adquirirem peças automobilísticas, as quais possuem as mais variadas formas e volumes não imaginam seu processo de produção. Todas passam por um processo de produção até seu destino final.

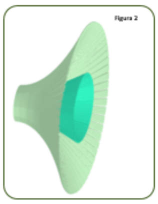
Uma fábrica de peças automotiva necessita produzir uma determinada peça para revender a uma montadora de veículos, tendo como exigência que a peça tenha o formato como ilustra a imagem abaixo. Sabendo que as funções que dão forma a peça são do tipo "função quadrática: $f(x)ax^2 + bx + c$" e "função linear: $f(x) \ = \ ax + b$"

.

2. Atividade

Com base na imagem e na exigência feita pela montadora, qual(is) função(ões) ao serem rotacionadas em torno de um eixo x geram a peça solicitada? Qual será o volume dessa peça?





REFERÊNCIA

MMMMM, A. *kajdbfckahbv*. São Paulo: Pearson Education da Brasil, 2008.

DIAS, Gabriela Alves. Cálculo Diferencial e Integral e suas Aplicações: 2016. Disponível em: <http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/monografia. Gabriela-Alves-Vers%C3%A3o-Final.pdf>. Acesso em 16 maio 2019.

STEWART, J. Cálculo: volume 1. 8 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

OBRIGADA!

APÊNDICE B - MATERIAL ELABORADO PARA A OFICINA

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
Pró-Reitoria Acadêmica
Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestranda Marília da Costa, Profª Clarissa de Assis Olgin

UM ESTUDO SOBRE O USO DAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DO SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

Sua participação é muito importante nesta pesquisa. A qual será o desenvolvimento de duas atividades para trabalhar o conteúdo da integral definida na resolução de situações problemas que envolvam o volume de sólidos de revolução, com a utilização do software GeoGebra.

- **Questionário**

Para sua participação na pesquisa necessito que responda um questionário para a coleta de algumas informações cruciais para o andamento da pesquisa.

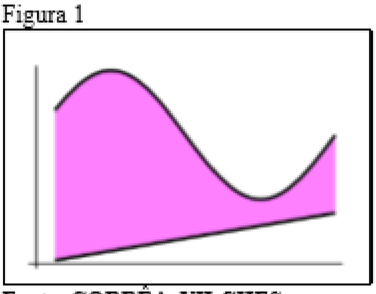
Questionário

Material de apoio

Volume de sólidos de revolução

Se girarmos uma região plana em torno de uma reta, obtermos o sólido de revolução. A reta na qual a região é girada chama-se eixo de revolução. Como ilustra a figura abaixo:

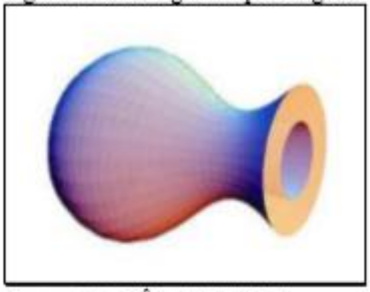
Figura 1



Fonte: CORRÊA, VILCHES

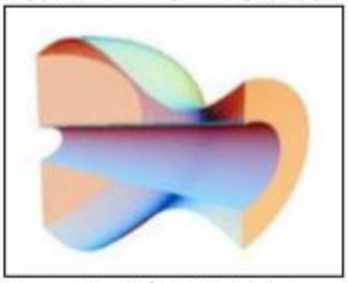
Se girarmos a região em torno do eixo do x, obtermos:

Figura 2: Sólido gerado pela região



Fonte: CORRÊA, VILCHES

Figura 3: Sólido gerado pela região

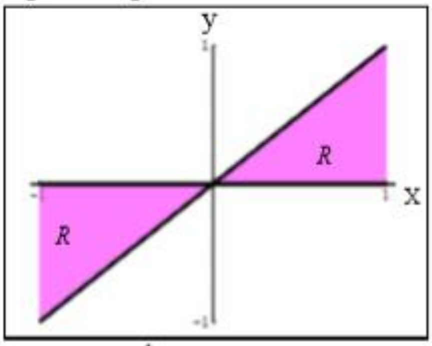


Fonte: CORRÊA, VILCHES

Considerando que este sólido pode ter sido gerado através da rotação de uma função entorno do eixo de revolução. Podemos assim gerar sólidos através da rotação de funções entorno de um eixo.

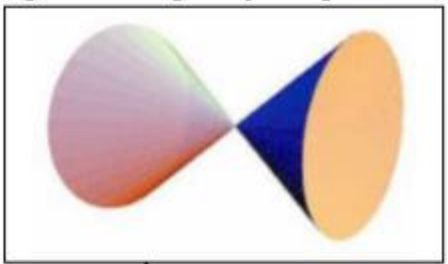
Considerando R uma região limitada pelas curvas $y = x$ e $x = \pm 1$ e o eixo dos x Como ilustra a figura 4. Se girarmos a região R em torno do eixo dos x, obtemos o sólido ilustrado na figura 5.

Figura 4: Região R



Fonte: CORRÊA, VILCHES

Figura 5: Sólido gerado pela Região R



Fonte: CORRÊA, VILCHES

Livro PDF
Páginas: 104 até 115

Fórmula para o cálculo de um sólido de revolução método disco:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$$

Fórmula para o cálculo de um sólido de revolução método arruela:

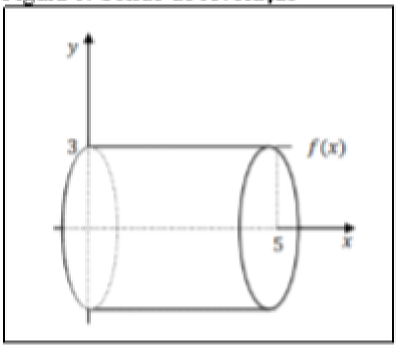
$$V = \pi \int_a^b \left[(f(x))^2 - (g(x))^2 \right] dx$$

Exemplos:

Exemplo 1: Dado uma função definida como $f(x) = 3$, determine o volume do sólido de revolução no intervalo $x = 0$ *a* $x = 5$.

Construindo o gráfico desta função e a ilustração do solido gerado ao rotacionar esta função entorno do eixo x como ilustra a figura 6.

Figura 6: Sólido de revolução



Fonte:

Aplicando a equação:

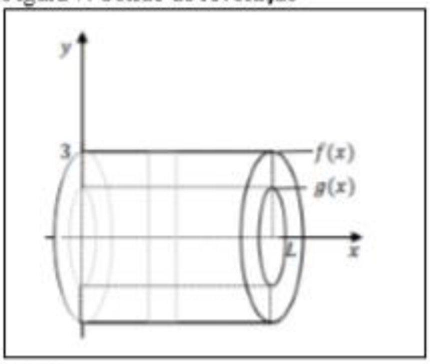
$$v = \pi \int_0^5 3^2 \, dx = \pi \, 9x \Big|_0^5 = 45\pi \; u.v$$

Considerações finais: A equação corresponde ao cálculo de volume de um cilindro regular.

Exemplo 2: Determine o volume de um tubo dado pelas funções $f(x) = R$ e $g(x) = r$ sendo $f(x) > g(x)$ no intervalo de $x = 0 \; a \; x = L$

Construindo o gráfico desta função e a ilustração do sólido gerado ao rotacionar esta função entorno do eixo x como ilustra a figura 7. Podemos assim tirar as informações e desenvolver a resolução do problema.

Figura 7: Sólido de revolução



Fonte:

Aplicando a equação, método de arruelas:

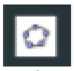
$$v = \pi \int_0^L (R^2 - r^2)\,dx = \pi\,(R^2 - r^2) \int_0^L dx = \pi(R^2 - r^2)x \,\Big|_0^L$$
$$= \pi(R^2 - r^2)(L - 0) = \pi(R^2 - r^2)L \;\; u.v$$

Considerações finais: Esta resolução corresponde ao volume do tubo.

GeoGebra

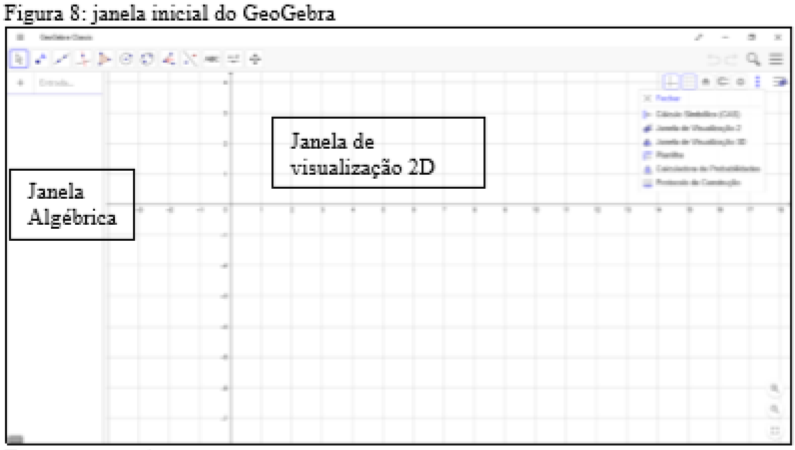
Um *software* matemático, dinâmico, que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Totalmente gratuito escrito na linguagem JAVA e disponível em rede para download no endereço: https://www.geogebra.org/ .

Permite que as construções geométricas sejam feitas de maneira dinâmica e interativa.

Apresentação do *Software* 

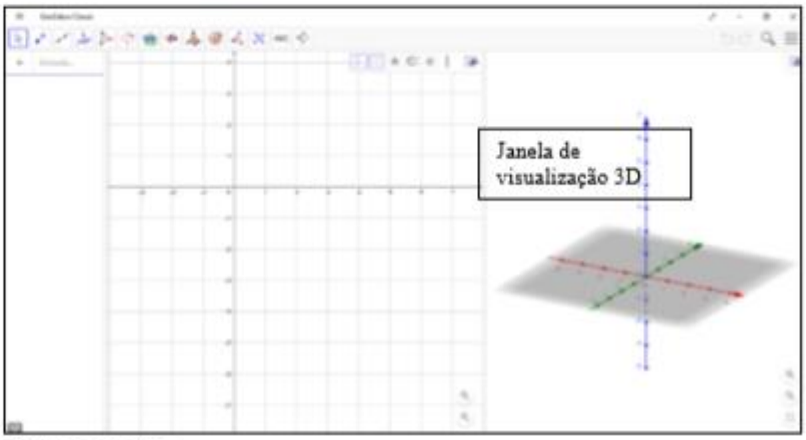
O *software* possui na parte superior uma barra contendo todas as ferramentas necessárias para a realização das atividades.

Figura 8: janela inicial do GeoGebra



Fonte: a pesquisa

Assim como na janela de visualização 2D, na janela de visualização 3D tem sua barra de ferramentas na parte superior.



Fonte: a pesquisa

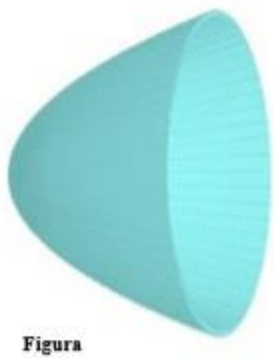
Antes de iniciarmos a resolução das atividades proponho algumas reflexões:

Sugestiono para uma melhor compreensão do problema que realize uma leitura e interpretação cuidadosa do problema que reflita sobre os dados e as condições do problema como também análise sobre o que se pede, o que se pergunta no problema se questione se é possível fazer uma figura, um diagrama ou uma tabela.

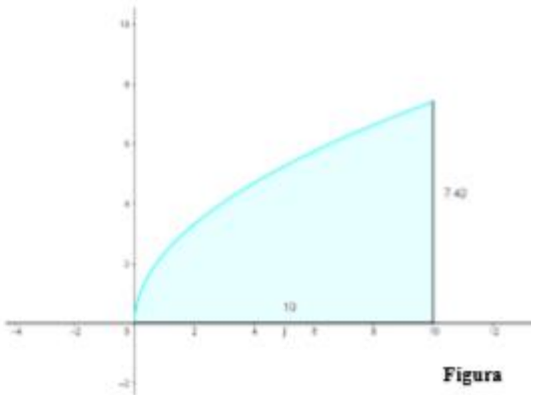
Após refletir sobre o problema elabore um plano de solução pense em estratégias para desenvolve-lo, tente lembrar de um problema semelhante mais simples que pode ajudá-lo a resolver este problema, tente organizar os ados em tabelas, gráficos ou diagramas, tente resolver o problema por partes. Em seguida tente executar o plano elaborado, efetue todos os cálculos indicados no plano executando todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema. E por fim sugestiono que a verificação lendo e interpretando corretamente o problema reveja se você elaborou um plano razoável e variável se executou com precisão o que foi planejado, confira todos os cálculos veja se há alguma maneira de "tirar a prova real" para verificar se você acertou, se questione se a solução está correta, se existe outras maneiras de resolver o problema, se é possível usar a estratégia empregada resolver problemas semelhantes. Verifique se a resposta é compatível com a pergunta e se você respondeu á pergunta do problema, escrevendo a resposta por extenso?

Atividade 1

Quem está à mesa disposto a comer e tomar um belo copo de suco, uma xícara de chá ou até mesmo uma taça de champanhe, nem imagina todo o processo pelo qual esses utensílios passaram antes de chegar a mesa. Afinal de contas, são inúmeros modelos e tamanhos que encontramos no mercado. Alguém pensa num formato, o desenha e então precisa das proporções do objeto e, claro, o volume do mesmo.
Supondo que uma empresa de chocolates necessita de embalagens que tenham o formato como ilustra a figura a seguir.



Figura



Figura

Sabendo que a empresa já possui as tampas que serão utilizadas para fechar as embalagens e, que tais embalagens serão preenchidas com doces, a empresa necessita saber o volume da mesma. Sabendo que a função que da forma a embalagem é uma função do tipo "**função raiz:** $\boldsymbol{f(x) = (ax)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ax}}$". Dessa forma, qual será a função que formará a embalagem apresentada na figura 2, considerando suas dimensões? Qual será o volume da embalagem quando rotacionarmos a função em torno do eixo x?
Vamos pensar:

a) Quais conhecimentos matemáticos permitem determinar o formato da embalagem?

____
____
____
____
____
____

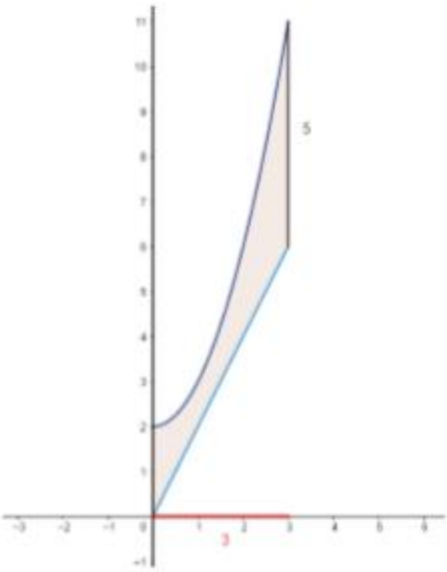
b) Como podemos determinar o volume dessa embalagem.

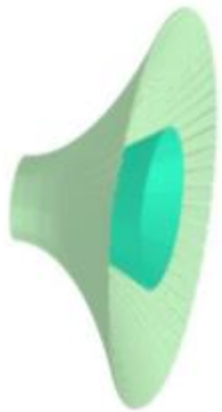
c) A partir das informações coletadas com o auxílio do *software* GeoGebra 3D, realize a construção dele.

Atividade 2

Assim como na atividade anterior acontece no mercado automobilístico. O consumidor, as lojas comerciais e os demais, ao adquirirem peças automobilísticas, as quais possuem as mais variadas formas e volumes não imaginam seu processo de produção. Todas passam por um processo de produção até seu destino final.

Uma fábrica de peças automotiva necessita produzir uma determinada peça para revender a uma montadora de veículos, tendo como exigência que a peça tenha o formato como ilustra a imagem abaixo. Sabendo que as funções que dão forma a peça são do tipo "**função quadrática:** $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$" e "**função linear:** $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$"





Com base na imagem e na exigência feita pela montadora, qual(is) função(ões) ao serem rotacionadas em torno de um eixo x geram a peça solicitada? Qual será o volume dessa peça?

a) A partir das informações coletadas com o auxílio do *software* GeoGebra 3D, realize a construção dele.

- **Questionário pós (colocar o questionário aqui)**

1) **Qual a sua opinião sobre a utilização de questões contextualizadas que exigem do estudante um olhar mais construtivo?**

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

2) **Qual a sua opinião sobre a utilização de um software na construção de questões referente ao conteúdo de integrais definida?**

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

3) **Você acha importante e gostaria de ter um desenvolvimento mais contextualizado e dinâmico deste tipo de questão?**

   ____

   ____

   ____

   ____

   ____

- **Agradecimentos**

Sua participação foi de suma importância para esta pesquisa, pois sem ela não teríamos o incentivo e a força para algo tão importante para a sociedade e para mundo pois a pesquisa será essencial para se enfrentar os problemas que o século XXI apresenta em todos os campos. Tendo como objetivo qualidade e relevância na educação brasileira está pesquisa se volta para um caso importante dentro dos cursos que é o cálculo diferencial e integral a sua contextualização, sua resolução de problemas e o uso das tecnologias da informação e comunicação.

APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO PRÉVIO

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
Diretoria Acadêmica
Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Marília da Costa

Instrumento de Pesquisa – Questionário Pré-oficina:

1) Nome/e-mail:____
2) Idade__________
3) Sexo: Feminino ( ) Masculino ( )
4) Qual curso de graduação você está realizando ou realizou?
5) Semestre que está cursando:__________
6) Ano que concluiu a graduação:__________
7) Tem alguma bolsa ou é voluntário em algum projeto da Ulbra? Sim ( ) Não ( )
8) Em caso afirmativo. Quais desses programas você participou ou participa?

( ) Iniciação científica ( ) Monitoria ( ) Outra (qual/quais) _________________

9) Você trabalha? ( ) Não ( ) Sim
10) Caso a resposta seja positiva, indique qual setor a função:___________
11) Qual a sua carga horária?

( ) 20h

( ) 40h

( ) 60h

( ) outras _______

12) Que ano terminou o ensino médio? __________
13) Como você classifica o seu desempenho em na disciplina de Cálculo?

( ) Fraco ( ) Regular ( ) Bom ( ) Excelente

14) Você teve dificuldades em entender/aprender os conteúdos desta disciplina?

( ) Não, nunca

( ) Sim, algumas vezes

( ) Sim, na maior parte do tempo

15) Durante a disciplina você sentiu a necessidade de procurar ajuda com monitorias ou aulas particulares?

( ) Sim ( ) Não

16) Já foi reprovado na disciplina de Cálculo II?

( ) Sim ( ) Não

17) Se houve reprovação, qual o motivo?

( ) As aulas eram difíceis de assimilar;

( ) Não tinha com quem tirar dúvidas;

( ) Pouco tempo para estudar;

( ) Não gostava da disciplina;

( ) A metodologia do professor não era adequada;

( ) Outras razões (Quais?)_____________________________

18) Já solicitou o trancamento na disciplina de Cálculo II: ______

19) Se houve trancamento, qual o motivo?

( ) Incompatibilidade de horários;
( ) Dificuldade de aprendizagem;
( ) Falta de tempo para estudar em decorrência do trabalho;
( ) Não gostou da metodologia do professor;
( ) Outro(s), qual(is)?
____

20) Quais conteúdos foram abordados na disciplina de Cálculo?

21) Você lembra dos conteúdos de Integral Definida?

( ) Sim
( ) Não
( ) Pouca coisa

22) Você teve dificuldade no conteúdo de Integral Definida e sua aplicação?

( ) Não, nunca

( ) Sim, algumas vezes

( ) Sim, na maior parte do tempo

23) O professor que ministrou a disciplina trabalhou com recursos tecnológicos?

( ) Sim
( ) Não

24) Em caso afirmativo qual o recurso que utilizado pelo professor? E o que você achou?

25) Você tem Notebook?

( ) Sim, meu pessoal
( ) Sim, da família
( ) Não

26) Quanto tempo você passa na internet por dia?

( ) Menos de uma hora
( ) Mais de uma hora
( ) Mais de duas horas
( ) Mais de cinco horas

27) Você utiliza a internet para pesquisar ou estudar?

( ) sim
( ) não
( ) Ás vezes

28) Você conhece algum canal do *youtube* para o estudo da internet?

( ) Sim
( ) Não

29) Em caso afirmativo, quais os canais que você conhece?

30) Quais são os aspectos que você procura na hora de selecionar um vídeo para estudar algum conteúdo?

31) Você acha importante a inserção de tecnologias na educação superior?

32) Você acha que o uso das tecnologias pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem? Justifique:

33) Já teve alguma experiencia com TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação) ao longo da sua graduação?

( ) sim
( ) não

34) Em caso afirmativo, qual o recurso você utilizou?

35) Você conhece algum *software* de geometria dinâmica?

( ) sim
( ) não

36) Em caso afirmativo assinale quais:

( ) Geogebra
( ) Cabri-Gèométre
( ) Geomatrix
( ) Régua e compasso
( ) Outros: ______________

37) Você acha que uma melhor visualização e movimentação nos gráficos contribuiria para o entendimento de alguns conceitos de Integral Definida?

APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO FINAL

- **Questionário pós (colocar o questionário aqui)**

1) Qual a sua opinião sobre a utilização de questões contextualizadas que exigem do estudante um olhar mais construtivo?

____

____

____

____

____

2) Qual a sua opinião sobre a utilização de um software na construção de questões referente ao conteúdo de integrais definida?

____

____

____

____

____

3) Você acha importante e gostaria de ter um desenvolvimento mais contextualizado e dinâmico deste tipo de questão?

____

____

ANEXOS

ANEXO A - AUTORIZAÇÕES DA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

[illegible]

ASSOCIAÇÃO EDUCACIONAL LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA EM SERES HUMANOS

Ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS

Prezados Senhores

Declaro que tenho conhecimento e autorizo a realização do projeto de pesquisa intitulado **"UM ESTUDO SOBRE AO USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO SUPERIOR NA DISCIPLINA DE CÁLCULO"**, proposto pelo(s) pesquisador (es) Marília da Costa e Clarissa de Assis Olgin.

O referido projeto será realizado na Universidade Luterana do Brasil, e só poderá ocorrer a partir da apresentação do Parecer de Aprovação do Colegiado do Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS.

Canoas, 06/12/2018

ULBRA
LUIS SIDNEI MACHADO
Coordenador [illegible] de Engenharia de Produção
Portaria Nº 1238/15 de [illegible]/02/2015

Luis Sidnei Barbosa Machado e Coordenador do curso de graduação em Engenharia Química e Engenharia da Produção

ULBRA Canoas - Avenida Farroupilha, 8001, Bairro São José, CEP 92425-900, Canoas/RS

ULBRA **UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**

ASSOCIAÇÃO EDUCACIONAL LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA EM SERES HUMANOS

Ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS

Prezados Senhores

Declaro que tenho conhecimento e autorizo a realização do projeto de pesquisa intitulado **"UM ESTUDO SOBRE AO USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO SUPERIOR NA DISCIPLINA DE CÁLCULO"**, proposto pelo(s) pesquisador (es) Marília da Costa e Clarissa de Assis Olgin.

O referido projeto será realizado na Universidade Luterana do Brasil, e só poderá ocorrer a partir da apresentação do Parecer de Aprovação do Colegiado do Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS.

Canoas, 06/12/2018

Fernanda Macedo Pereira
Coordenadora do Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária

Fernanda Macedo Pereira. Coordenadora do curso de graduação em Engenharia Civil e Engenharia Ambiental e Sanitária

ULBRA Canoas - Avenida Farroupilha, 8001, Bairro São José, CEP 92425-900, Canoas/RS

ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

ASSOCIAÇÃO EDUCACIONAL LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA EM SERES HUMANOS

Ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS

Prezados Senhores

Declaro que tenho conhecimento e autorizo a realização do projeto de pesquisa intitulado **"UM ESTUDO SOBRE AO USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO SUPERIOR NA DISCIPLINA DE CÁLCULO"**, proposto pelo(s) pesquisador (es) Marília da Costa e Clarissa de Assis Olgin.

O referido projeto será realizado na Universidade Luterana do Brasil, e só poderá ocorrer a partir da apresentação do Parecer de Aprovação do Colegiado do Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS.

Canoas, 06/12/2018

Leomir Joel Schweig
Coordenador do Curso de Matemática
Presencial/EAD
Portaria 1391 - 18/1393-18

Leomir Joel Schweig e Coordenador do curso de licenciatura em Matemática

ULBRA Canoas - Avenida Farroupilha, 8001, Bairro São José, CEP 92425-900, Canoas/RS

ANEXO B - PARECER DO COMITE DE ÉTICA

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL - ULBRA/ RS

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: UM ESTUDO SOBRE AO USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO SUPERIOR NA DISCIPLINA DE CÁLCULO

Pesquisador: MARILIA DA COSTA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 13237219.8.0000.5349

Instituição Proponente: Universidade Luterana do Brasil - ULBRA/ RS

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.361.898

Apresentação do Projeto:

O projeto apresenta uma proposta de investigação quanto ao uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Para isso, o projeto de pesquisa tem como objetivo geral investigar quais as contribuições do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na disciplina de Cálculo, especificamente, na aplicação da integral defina. Essa pesquisa terá base qualitativa, que se utilizará da análise interpretativa e descritiva para compreensão dos dados. Aplicar-se-ão 2 questionários junto aos alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral: um questionário inicial e uma sequência didática. Esses materiais serão posteriormente analisados.

Objetivo da Pesquisa:

O projeto de pesquisa tem como objetivo geral investigar quais as contribuições das Tecnologias de Informação Comunicação no desenvolvimento de atividades didáticas para o ensino do conteúdo de Integral Definida.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Avaliação dos riscos e benefícios está adequada à proposta.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Pesquisa relevante para os campos da Matemática e Engenharia, especialmente para a problematização do Ensino no nível Superior.

Endereço: Av. Farroupilha, 8001 Prédio14- Sala 224
Bairro: São José **CEP:** 92.425-900
UF: RS **Município:** CANOAS
Telefone: (51)3477-9217 **Fax:** (51)3477-9239 **E-mail:** comitedeetica@ulbra.br

UNIVERSIDADE LUTERANA
DO BRASIL - ULBRA/ RS

Continuação do Parecer: 3.361.898

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Todos os Termos estão adequados.

Recomendações:

Não há recomendações.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Não há pendências.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1335763.pdf	03/05/2019 14:23:38		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoDetalhado.docx	03/05/2019 14:22:11	MARILIA DA COSTA	Aceito
Brochura Pesquisa	PROJETO.docx	03/05/2019 14:21:38	MARILIA DA COSTA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	03/05/2019 14:14:58	MARILIA DA COSTA	Aceito
Outros	IMAGEM.pdf	03/05/2019 14:08:36	MARILIA DA COSTA	Aceito
Outros	cartas.pdf	03/05/2019 14:04:51	MARILIA DA COSTA	Aceito
Outros	CurriculoLattes.pdf	03/05/2019 14:04:00	MARILIA DA COSTA	Aceito
Folha de Rosto	Folhaderosto.pdf	03/05/2019 12:55:07	MARILIA DA COSTA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

CANOAS, 31 de Maio de 2019

Assinado por:
Ariete Beatriz Becker Ritt
(Coordenador(a))

ANEXO B –TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO (TCLE)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1. IDENTIFICAÇAO DO PROJETO DE PESQUISA	
Título do Projeto: UM ESTUDO SOBRE AO USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO SUPERIOR NA DISCIPLINA DE CÁLCULO	
Área do Conhecimento: Ensino	Número de participantes: 45
Curso: Licenciatura em Matemática e Engenharias	Unidade: ULBRA/Canoas
Projeto Multicêntrico | | Sim | X | Não | | Nacional |	Internacional | Cooperação Estrangeira | | Sim | X | Não
Patrocinador da pesquisa: Marília da Costa	
Instituição onde será realizado: Universidade Luterana do Brasil	
Nome dos pesquisadores e colaboradores: Marília da Costa e Clarissa de Assis Olgin	

Você está sendo convidado (a) para participar do projeto de pesquisa acima identificado. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos fazendo. Sua colaboração neste estudo será de muita importância para nós, mas, se desistir, a qualquer momento, isso não causará nenhum prejuízo para você.

2. IDENTIFICAÇÃO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA			
Nome:		Data de Nasc.:	Sexo:
Nacionalidade:	Estado Civil:	Profissão:	
RG: CPF/MF:	Telefone:	E-mail:	
Endereço:			

3. IDENTIFICAÇAO DO PESQUISADOR RESPONSAVEL		
Nome: Marília da Costa		Telefone: (51) 9 9595-3275
Profissão: Professora	Registro no Conselho Nº:	E-mail: mariliacosta@ulbra.edu.br
Endereço: Rua Ivo Borges, 2779, Taquara/RS		

Eu, participante da pesquisa, abaixo assinado(a), após receber informações e esclarecimento sobre o projeto de pesquisa, acima identificado, concordo de livre e espontânea vontade em participar como voluntário(a) e estou ciente:

1. Da justificativa e dos objetivos para realização desta pesquisa.
Atualmente, as taxas de evasão no Brasil se mostram constantes em relação ao Ensino Superior, sendo as maiores nas disciplinas de exatas (Lobo, 2017). Dessa forma, entende-se que existe a necessidade de pesquisa que foquem no ensino de tais disciplinas. Ainda, concorda-se com Vieira (2011) que as tecnologias (calculadores, vídeos, computadores, softwares, internet, planilhas eletrônicas, e outras) estão presentes no nosso dia a dia, constituem-se num recurso para desenvolvimento dos conteúdos das diferentes áreas do conhecimento. Assim, o objetivo dessa pesquisa é investigar quais as contribuições das Tecnologias de Informação Comunicação para o ensino da Integral Definida.

2. Do objetivo de minha participação.
Contribuir para o levantamento das potencialidades e limitações de uma sequência de atividades com o uso de tecnologias digitais para o ensino do conteúdo de cálculo integral.

3. Do procedimento para coleta de dados.
A coleta de dados será realizada por meio dos registros dos alunos no caderno de atividades que serão distribuídos. O local da pesquisa será a Universidade Luterana do Brasil, campus Canoas.

4. Da utilização, armazenamento e descarte das amostras.
O material coletado será armazenado pela pesquisadora em pastas de arquivos. Será mantido anonimato dos sujeitos participantes da pesquisa, sendo representados por letras ou siglas na dissertação e possíveis publicações.

5. Dos desconfortos e dos riscos.
Todos os participantes que se sentirem desconfortáveis no desenvolvimento da pesquisa poderá solicitar a pesquisadora que seja interrompida a sua participação a qualquer momento

6. Dos benefícios.
Auxiliar na construção de atividades didáticas que possam possibilitar maior compreensão do conteúdo de cálculo integral.

7. Dos métodos alternativos existentes.
(quando for o caso, informar os métodos alternativos existentes para que o participante da pesquisa tenha condições de optar ou não pelo método que será utilizado. Atenção: quando não se tratar de método alternativo delete este item do seu TCLE.)

8. Da isenção e ressarcimento de despesas.
A participação na pesquisa é isenta de despesas, portanto não receberei ressarcimento porque não terei despesas durante a realização das atividades propostas.

9. Da forma de acompanhamento e assistência.
Todos os participantes da pesquisa terão o direito a desistir da realização das atividades propostas a qualquer momento e os participantes poderão contar com o auxilio da pesquisadora ao longo do desenvolvimento das atividades.

10. Da liberdade de recusar, desistir ou retirar meu consentimento.
Tenho a liberdade de recusar, desistir ou de interromper a colaboração nesta pesquisa no momento em que desejar, sem necessidade de qualquer explicação. A minha desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico

11. Da garantia de sigilo e de privacidade.
Os resultados obtidos durante este estudo serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que meus dados pessoais não sejam mencionados.

Tenho a garantia de tomar conhecimento e obter informações, a qualquer tempo, dos procedimentos e métodos utilizados neste estudo, bem como dos resultados finais desta pesquisa. Para tanto, poderei consultar o pesquisador responsável (acima identificado). Em caso de dúvidas não esclarecidas de forma adequada pelo(s) pesquisador (es), de discordância com os procedimentos, ou de irregularidades de natureza ética, poderei ainda contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Ulbra Canoas (RS), com endereço na Rua Farroupilha, 8.001 – Prédio 14 – Sala 224, Bairro São José, CEP 92425900 - telefone (51) 3477-9217, e-mail comitedeetica@ulbra.br.

Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimento quanto às dúvidas por mim apresentadas e, por estar de acordo, assino o presente documento em duas vias de igual conteúdo e forma, ficando uma em minha posse.

____________( ), ____ de __________ de _____.

____
Pesquisador Responsável pelo Projeto

____
Participante da Pesquisa e/ou Responsável