UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

DIRETORIA ACADÊMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DIGITAL COM A TEMÁTICA DERIVADAS – UM EXPERIMENTO NO ENSINO SUPERIOR

JONATA SOUZA DOS SANTOS

Canoas, 2021.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

DIRETORIA ACADÊMICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JONATA SOUZA DOS SANTOS

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DIGITAL COM A TEMÁTICA DERIVADAS – UM EXPERIMENTO NO ENSINO SUPERIOR

Dissertação apresentada no Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Canoas, 2021.

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

S237s Santos, Jonata Souza dos.
Sequência didática digital com a temática derivadas : um experimento no ensino superior / Jonata Souza dos Santos. – 2021.
256 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2021.
Orientadora: Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald.

1. Cálculo diferencial e integral. 2. Sequência didática digital. 3. Socioepistemologia. 4. Design instrucional. 5. Ensino superior. I. Groenwald, Claudia Lisete Oliveira. II. Título.

CDU 517.2/.3

Bibliotecária responsável – Heloisa Helena Nagel – 10/981

JONATA SOUZA DOS SANTOS

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DIGITAL COM A TEMÁTICA DERIVADAS – UM EXPERIMENTO NO ENSINO SUPERIOR

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Data de Aprovação: 23/04/2021

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Eleni Bisognin
Universidade Franciscana

Prof. Dr. Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa
Universidade Luterana do Brasil

Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin
Universidade Luterana do Brasil

Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald (Orientadora)
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

DEDICATÓRIA

Esta dissertação é dedicada a meus pais, familiares e amigos, e, ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, incialmente, ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) pelo acolhimento do ano 2014 até janeiro de 2019 como secretário e, a partir de 2019 como aluno de Mestrado.

Esta pesquisa foi realizada como o total apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - 19778619.4.0000.5349. Agradeço à instituição pela bolsa concedida e apoio financeiro, essencial para a realização deste trabalho.

A minha chefe, orientadora e quase mãe Claudia Lisete Oliveira Groenwald, que me guiou, apoiou e deu suporte para que chegasse a este momento tão especial em minha vida.

Aos professores que formaram a banca examinadora, Profa. Dra. Eleni Bisognin, Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin e Prof. Dr. Agostinho Iaqchan Ryokit Homa, pela dedicação e contribuição para a qualificação deste trabalho.

Aos professores do PPGECIM com os quais tive a oportunidade de ter aula ou pude ao longo dos anos conversar e ser aconselhado, obrigado pelas palavras de incentivo e pelo sorriso no rosto, no dia, em que me disseram “bem-vindo ao Mestrado, agora como aluno”.

A meus pais pelo apoio, cobrança e incentivo desde o dia em que eu anunciei que faria a prova para seleção de Mestrado. Gratidão por nunca me deixarem desistir e por sempre me admirarem. Também, agradeço a minha família e amigos, que ao longo deste Mestrado me apoiaram e compreenderam meus momentos de ausência.

Aos meus colegas de graduação e de Mestrado, professores e futuros Mestres, Lucas Teixeira da Silva meu grande parceiro de jornada, e, Karina Nunes da Silva a minha “parça”. Aos colegas mais próximos que fizeram parte deste longo processo chamado Mestrado, cito Rafael Pertille, Rose Carlesso e Dirlene Melo que foram as pessoas com as quais mais conversei ao longo destes 2 anos, e também agradeço a todos os colegas por serem parte desta trajetória.

Aos amigos que o PPGECIM me deu e que hoje são meus amigos particulares. Estes são os dois grupos de *WhatsApp* que tenho a alegria de

participar e dizer que neles estão pessoas que são amigos verdadeiros, “Diretoria PPGECIM” e “Os selecionáveis”. Por fim, meu muito obrigado aos participantes desta pesquisa que dispuseram de seu tempo para realizarem os experimentos que constam desta pesquisa.

RESUMO

O presente trabalho é constituído de uma investigação sobre as potencialidades do desenvolvimento de uma Sequência Didática Digital com diferentes recursos tecnológicos, e foi aplicado a estudantes da área de Ciências Exatas que cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. O objetivo geral da pesquisa foi analisar as contribuições de uma Sequência Didática Digital, com a temática Derivadas, visando identificar as dificuldades dos estudantes e ampliar a compreensão dos conceitos e a aplicação dos mesmos em situações problemas para alunos dos cursos da área de Ciências Exatas. O referencial teórico foi fundamentado em três tópicos, que são: Educação Matemática no Ensino Superior e o Ensino de Cálculo; o objeto matemático Derivadas na perspectiva da Socioepistemologia e, Tecnologias Digitais com o recurso de Sequências Didáticas Digitais. A metodologia aplicada é de caráter qualitativo, com o desenvolvimento de um experimento com a participação de 7 estudantes do Ensino Superior. As etapas da pesquisa foram: revisão de literatura com a temática Derivadas no Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior; construção do referencial teórico; análise do sistema Siena e dos bancos de questões dos testes adaptativos; investigação de atividades para o desenvolvimento da sequência didática; implementação e validação do experimento. O sistema Siena é um sistema inteligente que é capaz de comunicar informações sobre o conhecimento dos alunos em determinado tema, utilizando a combinação de mapas conceituais e testes adaptativos. Nesta investigação, expandiu-se, a pesquisa uma pesquisa que envolveu Testes Adaptativos com a temática Cálculo Diferencial e Integral, com o desenvolvimento das Sequência Didáticas Digitais para cada conceito do grafo implementado no sistema SIENA. As Sequências Didáticas Digitais foram desenvolvidas em *sites* e disponibilizadas no Sistema Siena, as atividades eram compostas de um material de estudos em PDF, um vídeo explicativo do material de estudos, vídeos complementares disponíveis no *YouTube* e, em alguns conceitos, objetos educacionais disponíveis no *software* GeoGebra. As Sequências Didáticas foram baseadas no Design Instrucional Contextualizado. Com base na análise dos dados, a partir do banco de dados do sistema Siena, foi possível identificar em qual conceito os alunos apresentaram maior dificuldade que foi o de Derivadas – Regra da cadeia. Nos conceitos Matemática Básica – Funções, Derivadas Diretas, Produto e Quociente, Aplicações de Derivadas em Resolução de situações Problemas, diferentes alunos fizeram o estudo das Sequências Didáticas Digitais para retomada dos conceitos nos quais não atingiram desempenho satisfatório. Os conceitos de Matemática Básica – Aritmética e Matemática Básica – Álgebra, não foram utilizados durante a pesquisa porque os sete estudantes alcançaram o desempenho esperado no primeiro teste adaptativo realizado. Os participantes da pesquisa consideraram que a interface se mostrou intuitiva, com materiais e recursos considerados pelos participantes como adequados ao estudo.

Palavras-Chaves: Cálculo Diferencial e Integral; Sequência Didática Digital; Socioepistemologia; Design Instrucional; Ensino Superior.

ABSTRACT

This paper consists of an investigation on the potential development of a Digital Teaching Sequence with different technological resources, and it was applied to students in the area of Exact Sciences who studied the subject of Differential and Integral Calculus I. The main objective of this study was to analyze the contributions of a Digital Teaching Sequence, with the theme derivatives, in order to identify the students' difficulties and improve the understanding of the concepts and their application in problem situations for students of the Exact Science courses. The theoretical framework was based on three topics, which are Mathematics Education in Higher Education and the Teaching of Calculus; the mathematical object Derivatives in the perspective of Socio Epistemology and, Digital Technologies with the Digital Teaching Sequences resource. It was applied a qualitative methodology, with the development of an experiment with the participation of 7 higher education students. The study stages were: literature review with the Derivative in Differential and Integral Calculus in Higher Education; construction of the theoretical framework; analysis of the Siena system and the question banks of the adaptive tests; investigation of activities for the development of the didactic sequence; implementation and validation of the experiment. The Siena system is an intelligent system which is able to communicate information about the students' knowledge on a given subject, using a combination of concept maps and adaptive tests. This study expanded on a research involving Adaptive Testing with the subject Differential and Integral Calculus, with the development of Digital Teaching Sequences for each concept of the graph implemented in the SIENA system. The Digital Teaching Sequences were developed on websites and made available on the Siena System, the activities consisted of a study material in PDF, a video explaining the study material, complementary videos available on YouTube and, in some concepts, educational objects available in the GeoGebra software. The Teaching Sequences were based on Contextualized Instructional Design. Based on the data analysis, from the Siena system database, it was possible to identify in which concept the students had greater difficulty, which was the Derivatives - Chain Rule. In the concepts Basic Mathematics - Functions, Direct Derivatives, Product and Quotient, Applications of Derivatives in Problem Solving situations, different students studied the Digital Teaching Sequences to recover the concepts in which they did not achieve satisfactory performance. The concepts Basic Mathematics - Arithmetic and Basic Mathematics - Algebra, were not used during the research because the seven students reached the expected performance in the first adaptive test performed. The research participants considered that the interface proved to be intuitive, with materials and resources considered appropriate to the study by the participants.

Keywords: Differential and Integral Calculus; Digital Teaching Sequence; Socio Epistemology; Instructional Design; Higher Education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BOLEMA -Boletim de Educação Matemática

EMP - Educação Matemática Pesquisa

REMAT - Revista Eletrônica da Matemática

LASALLE – Universidade La Salle

ANHANGUERA – Anhanguera Educacional

UNESP - Universidade Estadual Paulista

UFG – Unidade Federal de Goiás

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

UFGRS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UNB – Universidade de Brasília

UFN – Universidade Franciscana

ULBRA – Universidade Luterana do Brasil

CAAE – Certificado de Apresentação para Apreciação Ética

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A discussão sobre o ensino de Matemática na Educação Básica e no Ensino Superior é recorrente na esfera educacional. Essas discussões permeiam sobre o que está sendo desenvolvido, discutindo a qualidade de ensino e sua adequação para o desenvolvimento de competências, metodologias mais adequadas a serem utilizadas para cada temática desenvolvida e resultados obtidos.

Masola e Allevato (2016) relatam que o acesso às instituições de Ensino Superior foi democratizado e um grande número de estudantes adentrou as salas de aula das universidades e faculdades, chegando com diferentes objetivos e habilidades diferenciadas, apresentando, claramente, deficiências na formação e/ou domínio no aprendizado dos conteúdos.

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I tem um elevado índice de reprovação e na temática Derivadas, historicamente, os alunos demonstram dificuldades. A necessidade de se pensar estratégias de ensino e aprendizagem para o estudo da temática Derivada é foco principal desta pesquisa, em que o aluno deve buscar a construção do conhecimento com compreensão dos conceitos de forma que consiga aplicá-los na resolução de problemas e, não priorizando a memorização de fórmulas e algoritmos para resolução de atividades. Também, com a utilização das Tecnologias Digitais, pretende-se proporcionar aos envolvidos nesta pesquisa a possibilidade de estudar conforme sua rotina diária, permitindo que os estudantes participem da pesquisa em seus horários livres. As Sequências Didáticas Digitais foram desenvolvidas no *Google Sites* e se adaptam aos diferentes recursos eletrônicos existentes. Posto isso, pesquisadores na área de Educação Matemática acreditam que o uso das Tecnologias Digitais pode ser um recurso para a construção de conceitos matemáticos, visto que os recursos tecnológicos como *softwares* pedagógicos estão cada vez mais acessíveis nos ambientes de ensino e aprendizagem, assim, colaborando com o docente em seu planejamento didático com o uso das tecnologias (CYRINO; BALDINO, 2012; HOMA; GROENWALD, 2016).

Cury e Cassol (2004) afirmam que, em geral, os alunos entram na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral com dificuldades em Matemática Básica que é pré-requisitos para essas disciplinas. A cada semestre, tais dificuldades se agravam devido as lacunas de conhecimento que possuem. Assim a transição da Educação Básica para o Ensino Superior traz dificuldades para alunos e professores. O conhecimento prévio das dificuldades e incompreensões enfrentadas pelos discentes, ao responder questões relacionados a temática Derivadas, pode ser relevante para que o professor, dentro do possível, realize um planejamento didático individualizado, de acordo com os desafios individuais de cada estudante, buscando revisitar conceitos e aplicações de conteúdos nos quais são percebidas lacunas de conhecimento.

Nesse sentido, surge a pergunta desta investigação: Como desenvolver uma Sequência Didática Digital, com a temática Derivadas, visando identificar as dificuldades e ampliar a compreensão dos conceitos e a aplicação dos mesmos em situações problemas para estudantes que já cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I da área de Ciências Exatas? Para responder ao questionamento apresentado, desenvolveu-se uma Sequência Didática Digital, no Sistema Siena envolvendo a temática Derivadas. O sistema Siena foi desenvolvido pelos grupos de pesquisa: Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna, Tenerife, Espanha e o Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Canoas.

Entender as dificuldades e incompreensões enfrentadas pelos discentes ao responder questões de Derivadas, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, é relevante para que o professor possa realizar o planejamento de aulas focado nas dificuldades individuais dos estudantes. Isso significa resgatar conceitos e aplicações dos conteúdos nos quais os estudantes apresentam necessidade de expandir, bem como ampliar os conceitos conhecidos pelos discentes. Assim, o professor tem condições de planejar e se dedicar a desenvolver aplicações e resoluções de situações problemas que são utilizadas em tais conceitos. Desse modo, o texto que descreve a presente investigação está organizado em 7 capítulos: o primeiro, apresenta de forma detalhada a pesquisa (objeto de estudo, problema de pesquisa, objetivo geral, objetivos específicos e a justificativa desta pesquisa); o segundo capítulo apresenta a revisão de literatura; o terceiro capítulo é o referencial teórico desta pesquisa que está pautado em três tópicos que são fundamentais para a mesma, são eles: Educação Matemática no Ensino Superior e o Ensino de Cálculo; o objeto matemático Derivadas na perspectiva da Socioepistemologia; e, Tecnologias Digitais com o recurso de Sequências Didáticas Eletrônicas; o quarto capítulo apresenta o ambiente de investigação, é aquele em que a pesquisa acontece, pois há a apresentação da Sequência Didática Digital; o quinto capítulo é a metodologia da pesquisa que aborda a caracterização desta, o contexto, o desenho geral e as etapas, os participantes, os procedimentos de coleta de dados e as técnicas de análise; o sexto capítulo apresenta a análise dos resultados e apresenta as respostas às perguntas feitas ao longo desta investigação; o sétimo capítulo traz as considerações finais.

Esta pesquisa foi aprovada pelo comitê de ética de pesquisa em Seres Humanos, CAAE: 17226119.6.0000.5349.

1 A PESQUISA

A seguir serão apresentados aspectos referentes a essa pesquisa de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática.

1.1 TEMA DE PESQUISA

Essa pesquisa aborda a temática Derivadas no Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior.

1.1.1 Problema de Pesquisa

O presente estudo visa responder a seguinte pergunta: *Como desenvolver uma Sequência Didática Digital, com a temática Derivadas, visando identificar as dificuldades e ampliar a compreensão dos conceitos e a aplicação dos mesmos em situações problemas para estudantes que já cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I da área de Ciências Exatas?*

1.1.2 Objetivos

Para responder ao problema de pesquisa, foram traçados o objetivo geral e os objetivos específicos que serão apresentados a seguir.

1.1.2.1 Objetivo Geral

Analisar as contribuições de uma Sequência Didática Digital, com a temática Derivadas, visando identificar as dificuldades dos estudantes e ampliar a compreensão dos conceitos e a aplicação dos mesmos em situações problemas para alunos dos cursos da área de Ciências Exatas.

1.1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver uma Sequência Didática Digital com a temática Derivadas;

- Investigar e desenvolver atividades, aliando a temática Derivadas, com a utilização das Tecnologias Digitais;
- Implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) uma Sequência Didática Digital com as atividades elaboradas;
- Avaliar[1] a Sequência Didática Digital com um grupo de estudantes que já tenham realizado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

1.1.3 Justificativa

As discussões sobre as dificuldades que os alunos apresentam ao ingressarem nas disciplinas de Cálculo no Ensino Superior são diversas, segundo Cury e Cassol (2004) e Gereti (2018) alunos têm ingressado no Ensino Superior com dificuldades nos conteúdos que são trabalhados ao longo do Ensino Fundamental e Médio. Esse é um dos motivos que leva a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I ter um alto índice de reprovação (MORELATTI, 2001).

Na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I existe uma certa tensão entre os docentes e os acadêmicos, pois os professores sabem da importância de passar seu conhecimento relativo à disciplina, enquanto os alunos têm consciência de que lhes falta uma “base” de conteúdo. Essas preocupações se devem ao motivo de a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral ter como essência fornecer subsídios para que os alunos possam avançar em seus cursos, visto que essa disciplina é pré-requisito para a sequência dos cálculos e para demais disciplinas que utilizem o Cálculo como ferramenta para os conceitos a serem trabalhados.

Então, ao ingressar nos cursos da área de Ciências Exatas, no Ensino Superior, os estudantes se deparam com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, e, nessa disciplina os professores e os acadêmicos buscam consolidarem conceitos matemáticos já aprendidos ao longo da Educação Básica (BARUFI, 1999), porém esses conhecimentos são, em geral, deficitários. Barufi (1999) e Hood (2018) ainda abordam que além dos conhecimentos

---

[1] Avaliar, está sendo utilizado no sentido de validar a Sequência Didática Digital visando identificar as dificuldades que os estudantes apresentam e se a Sequência auxiliou os alunos a ampliares seus conhecimentos.

estarem em déficit, o formalismo matemático cobrado nas aulas de Cálculo é diferente da abordagem a qual os acadêmicos estavam acostumados nas aulas da Educação Básica.

A análise das dificuldades apresentadas pelos alunos e a compreensão dos conteúdos que estavam deficitários auxiliam o professor para um planejamento focado nas dificuldades individuais. O professor deve considerar, em um processo de aprendizagem, aspectos globais como a disposição dos alunos para essa aprendizagem, assim como os instrumentos, as habilidades, as estratégias que possam ser adotados e, principalmente, os conhecimentos prévios que os alunos apresentam sobre o assunto. Deve considerar não apenas conhecimentos sobre o próprio conceito como também relações diretas ou indiretas que o aluno seja capaz de fazer relações com o conteúdo novo que irá ser trabalhado (MOURA; MORETTI, 2003).

Seguindo nesse viés esta pesquisa se justifica por buscar identificar recursos que venham a auxiliar o aluno a verificar em qual conteúdo ele apresenta dificuldades e fornecer subsídios para que o mesmo possa estudar os conceitos nos quais seu desempenho não é o esperado, e, ao docente, subsídios para que conheça a realidade educacional do seu discente e assim realize ações que busquem sanar tais dificuldades.

2 REVISÃO DE LITERATURA[2]

Inicialmente, foi realizado um levantamento entre os anos de 2014[3] – 2020, de artigos acadêmicos publicado em revistas. Para esse mapeamento, a pesquisa foi realizada no Portal de Periódicos da CAPES/MEC (http://www-periodicos-capes-gov-br.ezl.periodicos.capes.gov.br), por meio de uma busca avançada com as palavras-chaves "Cálculo Diferencial e Integral" *AND* "Sequência Didática". Nessa pesquisa foi encontrado o total de 36 artigos e desses 7 artigos foram selecionados para esta revisão. Também, foi realizada uma busca com as palavras-chaves "Cálculo Diferencial e Integral" *AND* "Tecnologias Digitais", para essa busca foram encontrados 41 artigos, sendo selecionados 7 para a revisão bibliográfica. Como o foco desta dissertação está no Ensino de Cálculo Diferencial e Integral, pode-se observar que em ambas as pesquisas o termo "Cálculo Diferencial e Integral" estava inserido. Para a seleção dos 14 artigos selecionados, considerou-se o título e o resumo de cada trabalho, pois o intuito era verificar as diferentes abordagens dentro do Cálculo Diferencial e Integral.

No mapeamento das produções acadêmicas Dissertações e teses, a pesquisa foi realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses), a busca foi realizada utilizando o termo "Cálculo Diferencial e Integral", salienta-se aqui as aspas na busca. Nessa pesquisa foi encontrado um total de 250 trabalhos, no geral, foram realizadas algumas restrições na busca para que fossem selecionados apenas trabalhos de Doutorado e Mestrado Acadêmico e que estivessem entre os anos de 2014 – 2019, até o momento desta pesquisa não estavam disponíveis a busca por trabalhos de 2020. Assim, foram pré-selecionados 32 trabalhos para serem analisados e desse total, foram selecionados um total de 11 trabalhos que se adequaram ao escopo da busca. O objetivo era investigar quais as perspectivas que estavam sendo desenvolvidas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral

---

[2] Para Figueiredo (1990, p. 132) a revisão de literatura, possui dois papéis interligados: 1 - Constituem-se em parte integral do desenvolvimento da ciência: função histórica; 2 - Fornecem aos profissionais de qualquer área, informação sobre o desenvolvimento corrente da ciência e sua literatura: função atualização.

[3] A escolha do período, a partir de 2014, dá-se pelo fato de serem pesquisados apenas os trabalhos dos últimos 5 anos até o início desta pesquisa e, por serem trabalhos que já estão disponíveis na Plataforma Sucupira nos casos de Dissertação e Tese.

nos programas de Pós-Graduação, e como feito na busca dos artigos, considerou-se o título e o resumo dos trabalhos. A seguir serão apresentadas planilhas desenvolvidas no *software Excel* para apresentação e discussão dos trabalhos selecionados para esta pesquisa.

2.1 APRESENTAÇÃO DOS TRABALHOS ACADÊMICOS

Estruturou-se um quadro, conforme Figura 1, no qual é apresentada a referência AT (Artigos), o título do artigo, o ano que foi publicado, o periódico, e, se classificado o trabalho que tem o tema Cálculo Diferencial e Integral, Sequência Didática, Tecnologias Digitais.

Figura 1 – Quadro de organização dos artigos acadêmicos

	Artigo	Ano	Periódico	Cálculo Diferencial e Integral	Sequência Didática	Tecnologias Digitais
AT1	O Fenômeno Didático Institucional da Rigidez e a Atomização das Organizações Matemáticas Escolares	2014	BOLEMA	X		X
AT2	A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem	2014	BOLEMA	X		X
AT3	Caiu na Net: e agora?	2015	BOLEMA	x		X
AT4	Conexões Matemáticas entre Professores em Cyberformação Mobile: como se mostram?	2015	BOLEMA	X		X
AT5	Educação a Distância Online e Formação de Professores: práticas de pesquisas em Educação Matemática no estado de São Paulo	2015	BOLEMA	x		X
AT6	Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo	2017	EMP	X	X	
AT7	Using GeoGebra for Teaching Revolution Solids	2017	Ciência e Natura	X		X
AT8	Sala de Aula Invertida: a análise de uma experiência na disciplina de Cálculo I	2017	BOLEMA	x		X
AT9	Reflexões sobre um Modelo Epistemológico de Alternativo (MEA) considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático limites de funções	2018	EMP	X	X	
AT10	Um mapeamento das pesquisas sobre Tecnologias Digitais e Modelagem Matemática no Cálculo	2018	Ensino em revista	X		X

	Diferencial e Integral do Ensino Superior					
AT11	Análise de Praxeologias em Avaliação Formativa em Ambientes Virtuais na Construção delimites de uma Função Real de uma Variável Real	2019	EMP	X		X
AT12	O estado do conhecimento acerca das tendências metodológicas para o ensino da Matemática no Ensino Superior	2019	EMP	X	X	X
AT13	Práticas educativas de cálculo um mapa teórico das pesquisas publicadas em anais de eventos de Educação Matemática	2020	EMP	X	X	X
AT14	Atividades de investigação em Cálculo Diferencial e Integral: uma proposta para o ensino do conceito de limite de uma função com o software GeoGebra	2020	REMAT	X		X

Fonte: A pesquisa.

Esse quadro com os artigos tem origem em duas pesquisas no Portal de Periódicos CAPES/MEC, tendo como centro de busca a temática Cálculo Diferencial e Integral, e como complemento as temáticas Sequência Didática e/ou Tecnologias Digitais. Pode-se observar uma predominância na relação entre as temáticas Cálculo Diferencial e Integral, e a temática Tecnologias Digitais. Em 11 dos trabalhos selecionados há esse encontro entre as temáticas (AT1, AT2, AT3, AT4, AT5, AT7, AT8, AT10, AT11, AT12 e AT14), sendo que em 4 dos artigos AT2, AT4, AT5 e AT8 há uma apresentação de proposta para trabalhar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral utilizando recursos *online*. Os trabalhos AT10, AT12 e AT13 têm por objetivo de fazer um mapeamento das pesquisas que envolvam o Cálculo Diferencial e Integral e as Tecnologias Digitais. Os trabalhos AT1 e AT3 trazem abordagens do Cálculo Diferencial e Integral de forma indireta e citam as Tecnologias Digitais, mas não exatamente na aplicação dentro do cálculo.

Pode-se observar que a relação entre as temáticas Cálculo Diferencial e Integral, e a temática Sequência Didática não apresenta grande diversidade. Em apenas 4 dos trabalhos selecionados há esse encontro entre as temáticas (AT6, AT9, AT12 e AT13), sendo que em 2 dos artigos AT12 e AT13 há uma apresentação de pesquisas que relacionem essas temáticas. Os trabalhos AT6 e AT9 apresentam propostas com sequências de atividades para o estudo do Cálculo Diferencial e Integral. Ademais, foi criado um quadro (Figura 2), no qual é apresentada a referência DT (Dissertação/Tese), o título do trabalho, o ano que foi publicado, se foi dissertação ou tese e, a instituição de origem desse trabalho de conclusão. A busca foi feita utilizando o termo "Cálculo Diferencial e Integral" no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES.

Figura 2 – Quadro de organização dos trabalhos de conclusão

	Título	Ano	Tese	Dissertação	Instituição
DT1	O comprometimento do estudante e a aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral I	2014		X	LASALLE
DT2	Uma proposta de ensino para o conceito de derivada	2014		X	Anhanguera
DT3	Introdução a Noções de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio no Contexto das TIC: Implicações para Prática do Professor que Ensina Matemática	2015	X		UNESP
DT4	A avaliação de aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I: em busca de sentido pedagógico	2015		X	UFG
DT5	A tricotização entre aritmética, álgebra e geometria nos erros apresentados por estudantes da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I	2015		X	UFSC
DT6	Objetos de aprendizagem multimodais e ensino de cálculo : uma proposta baseada em análise de erro	2015	X		UFRGS
DT7	A relação com o saber: os estudantes de engenharia e a primeira disciplina de cálculo	2015		X	UFSC
DT8	Modalidade EAD Semipresencial e a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral	2017	X		UNESP
DT9	Análises de aprendizagens em Cálculo Diferencial e Integral: um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em uma universidade pública brasileira	2017	X		UNB
DT10	Compreensão dos conceitos de derivada clássica e derivada fraca: análise segundo o modelo cognitivo APOS	2017	X		UFN
DT11	Cálculo Diferencial e Integral: uma proposta de monitoria online no Facebook	2018		X	ULBRA
DT12	Avaliação Diagnóstica Auxiliada por Computador: Identificação das Dificuldades dos Alunos dos Cursos de Engenharia na Resolução de Problemas com Derivadas	2019	X		ULBRA

Fonte: A pesquisa.

A partir da tabela apresentada, pode-se observar que 50% dos trabalhos de conclusão apresentados pelo catálogo de Dissertações e Teses da CAPES, são dissertações de Mestrado, e os outros 50% são teses de Doutorado. Dos trabalhos apresentados, pode-se observar que praticamente todos trazem um dado importante sobre o alto índice de reprovação e de evasão nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I. Como proposta de superação do problema, têm-se os trabalhos DT5 e DT6 que trabalham com os erros praticados pelos alunos. Alguns trabalhos DT1, DT2, DT5, DT9, DT10 estão voltados mais para os procedimentos no desenvolvimento dos conteúdos

Há uma abordagem na utilização das Tecnologias Digitais, para ensinar, auxiliar e avaliar os alunos, e isso pode ser observado nos trabalhos DT3, DT8, DT11 e DT 12. Alguns autores abordam os problemas de aprendizagem, a metodologia utilizada pelos professores, o déficit dos alunos em relação aos conteúdos, o que pode ser visto nos trabalhos DT2, DT4, DT5, DT7, DT9 e DT10. De forma geral, os trabalhos (artigos, dissertações e teses) apresentados, aqui nessa seção, forneceram subsídios teóricos e metodológicos acerca da integração das Tecnologias Digitais e o Cálculo Diferencial e Integral I. Também, a partir desses trabalhos, pode-se perceber certa linearidade nas dificuldades enfrentadas e nos erros cometidos pelos estudantes. Essa revisão buscou por pesquisas que apoiassem os referenciais sobre Cálculo Diferencial e Integral I, Sequência Didática Digital e, Tecnologias Digitais na educação, pode-se atentar para as diversas possibilidades ao se trabalhar, principalmente, o Cálculo Diferencial e Integral I com a utilização das Tecnologias Digitais.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico desta investigação está organizado em três tópicos fundamentais, são eles: Educação Matemática no Ensino Superior e o Ensino de Cálculo; o objeto matemático Derivadas na perspectiva da Socioepistemologia; e, Tecnologias Digitais com o recurso de Sequências Didáticas Digitais.

3.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR E O ENSINO DE CÁLCULO

A discussão sobre a diferença entre o Ensino Básico e o Ensino Superior é pauta de trabalhos acadêmicos em nível de Pós-Graduação há algum tempo. Autores como Ribeiro e Paulin (2020), Lopes e Reis (2019), Igliori e Almeida (2015), Mamona-Downs e Dows (2002) apontam que a discussão vai além da diferença entre o nível de exigência dos conteúdos, passando pelo aluno em ter uma participação ativa em sala de aula e nível do material de estudo, gerando no aluno um desconforto por estar em uma situação diferente do que até então havia vivenciado na Educação Básica. Há uma dualidade no discurso dos professores e dos alunos, pois enquanto, os discentes reclamam que as metodologias adotadas pelos professores são cansativas e rotineiras não propiciando dinamismo, os docentes salientam suas frustrações ocasionadas pela pouca participação, distrações e falta de interesse, por parte dos alunos nas estratégias de ensino adotadas para os conteúdos (SCREMIN; DULLIUS, 2019; PONZE-CAMPUZANO, 2013; BRITO; CARDOSO, 1997; SCHMIDT; DAUPHNEE; PATEL, 1987).

Abordando a Educação Matemática no Ensino Superior, pesquisadores como Homa (2019), Hood (2018), Igliori e Almeida (2015), Gonçalves (2012), Cabral e Baldino (2006) trouxeram discussões relativas ao ensino da temática Derivada nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral I. O debate sobre o ensino e aprendizagem dessa temática é bastante complexo, por haver, por parte dos professores, expectativas referentes ao conhecimento prévio dos alunos que, em geral, não são correspondidas (LOPES; REIS, 2019; GERETI, 2018; MASOLA; ALEVATO, 2016; CURY; CASSOL, 2004).

A falta de conhecimentos prévios por parte dos alunos, salas de aulas cheias, acúmulo de conteúdo e utilização do método de repetição com explicação-exercícios, tem feito com que o índice de reprovação e de desistência, nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, há muitos anos, permaneçam elevados (BORSSOI; TREVISAN; ELIAS, 2017; BRAGG, 2005; REIS, 2001). De acordo com Trevisan e Mendes (2018), Souza e Fonseca (2017), Reis (2009), Baldino e Fracalossi (2012), Richit (2010), Cabral e Baldino (2006), Reis (2001) muitos conceitos do Cálculo são trabalhados em sala de aula de maneira tradicional, pautados em um formalismo imposto pela apresentação dos conteúdos, abordando o método explicação-exercício, por meio de definições, teoremas, demonstrações e propriedades, e, em seguida, o estudante deve resolver uma lista de exercícios. Assim, o ensino ocorre de forma fragmentada e dissociada da realidade, e o estudante não consegue aplicar os conceitos na resolução de situações problemas a partir dos conceitos desenvolvidos.

Reis (2009), Cabral e Baldino (2004) defendem, sem fazer uma crítica referente ao ensino tradicional de Cálculo, uma prática pedagógica pautada na abordagem de Cálculo sob uma perspectiva de aplicação referenciada na interpretação intuitiva das noções do conteúdo que está sendo trabalhado. Os autores abordam que quando se trabalha o objeto matemático Derivada, normalmente, após se trabalhar o conteúdo de limites, o conceito é apresentado a partir do Cálculo de um limite e, a seguir, desenvolvem-se as regras de derivação, sem que haja um desenvolvimento contextualizado da aplicação da derivada das funções nas áreas dos futuros profissionais estudantes do Ensino Superior. Isso faz com em que os alunos, em geral, consigam calcular derivadas, contudo não faz com que produzam significados corretos do conceito e assim, não consigam estabelecerem relações com situações-problema. Visto que o conceito, assim como, o Cálculo da Derivada não é tão simples, pesquisadores que trabalham no Ensino Superior discutiram e ainda discutem sobre as dificuldades enfrentadas por seus estudantes.

> No Brasil, o ensino do Cálculo tem sido responsabilizado por um grande número de reprovações e de evasões de estudantes universitários. É comum em nossas universidades a reclamação, por parte dos alunos ou por parte dos professores de outras áreas, da inexistência de esforços para tornar o Cálculo interessante ou útil. (MEYER; SOUZA JÚNIOR, 2002, p. 121).

Os trabalhos de Rezende (2003) e Reis (2001) apontam para problemas epistemológicos[4] associados à aprendizagem do Cálculo, assim como problemas de caráter didático, excesso de formalismo, falta de transposição didática etc. Se o ensino for de forma descontextualizada da realidade profissional do aluno, não contemplando aplicação dos conceitos, o estudo se torna não significante para o estudante, pois o aluno termina por entender que o conhecimento matemático não irá influenciar em sua formação profissional (HOMA, 2019; LUIZ, 2019; CANTORAL, 2013). Assim, Ribeiro e Paulin (2020) em consonância com Bressoud (2011) abordam que se torna indispensável ensinar os conceitos de forma aplicada para que haja uma compreensão por parte do aluno da aplicação matemática da disciplina de Cálculo em sua área de formação, ou seja, o professor deve levar em consideração qual é a experiência e quais os conhecimentos que ficaram para os estudantes após cursarem tal disciplina. Muitos são os estudantes que não conseguem compreender ou recordarem os assuntos abordados em Cálculo Diferencial e Integral, pois o aprendizado foi apenas procedimental (BRESSOUD, 2011). Nesse sentido, o professor deve traçar seus objetivos e definir a metodologia aplicada na abordagem, levando em consideração a área de atuação de seus alunos. Para esse ponto, Cabral e Baldino (2006, p. 4-5) ressaltam que:

> Há dois pontos importantes, porém pouco debatidos: (1) a influência da formação do profissional matemático na condução de uma sala de aula; (2) a estruturação de turmas constituídas por alunos de cursos diferentes. É preciso, então trazer para o debate: (1) o fato de as diretrizes que norteiam a prática científica matemática estarem refletidas na diretriz didática escolhida pelo profissional professor e (2) os efeitos da organização da instituição em estrutura de departamentos. Em outras palavras, o desafio é formular projetos pedagógicos fundados em epistemologia adequada aos cursos profissionais, necessariamente diferente daquela que ampara o modo como a instituição hoje ainda se organiza.

De acordo com Barufi (1999), esse cenário baseado em uma abordagem formal visa potencializar o alcance de um formalismo matemático mais profundo, mas que por fim não se torna significativo, uma vez que para muitos alunos, a Matemática aprendida até então tinha um caráter intuitivo, não sendo aprendida

[4] Obstáculo Epistemológico: A noção de obstáculo, epistemológico, foi introduzido na didática da Matemática por Brousseau em 1976 inspirada nas ideias de Bachelard 1938. Um obstáculo de origem epistemológica é verdadeiramente construtivo do conhecimento, é aquele do qual não se pode escapar e que se pode em princípio encontrar na história do conceito (IGLIORI, 1999).

como um conjunto de conhecimentos, logicamente, estruturados (HOOD, 2018). Silva (2010) afirma ser uma tendência comum nos cursos de graduação, é a de tratar a Matemática como um corpo linear de conhecimentos estruturados, no qual os conceitos são apresentados seguindo uma ordem lógica, dissociada da cronológica na qual foram concebidos. Isso corrobora com Reis (2001) que relata em sua tese uma palestra assistida do historiador e professor Ivo Grattan-Guinness, na qual o mesmo relata que a história mostra o desenvolvimento do Cálculo, na seguinte ordem: cálculo integral; Cálculo Diferencial; cálculo de limites; noção de número real. Reis relata que Grattan-Guinness apontou duas causas principais para essa “inversão pedagógica da história”.

> 1) O papel preponderante dos limites na teoria inicialmente desenvolvida por Cauchy e, posteriormente, formalizada por Weierstrass: a definição de limite por $\varepsilon - \delta$ foi tão marcante que ainda hoje, segundo o historiador, vivemos sob uma "ortodoxia epsilônica", descrita como um "rígido molde" para os livros didáticos;
> 2) A influência do movimento de Aritmetização da Análise: na busca pelo rigor, as redefinições de conceitos como continuidade, diferenciabilidade e integrabilidade utilizando a linguagem dos limites representou garantia inquestionável de obtenção de um nível de formalização bastante aceitável para os padrões acadêmicos da época e, porque não dizer, para as exigências acadêmicas da sociedade matemática a nível mundial de hoje. (REIS, 2001, p. 63).

Para o estudo da temática Derivadas, atualmente, os autores dos livros de Cálculo como exemplo o livro do Anton (2013) que traz em seus textos a tentativa de tornar acessível aos estudantes o excesso de formalismo dominante da Matemática no século XX, no qual se encontra a seguinte sequência: funções (representações algébricas e geométricas), limites, Derivadas, aplicações da derivada, etc. Esse padrão, atualmente é seguido nos cursos de Cálculo, no qual para o ensino de Derivada: é apresentada a definição formal de uma derivada a partir do limite do quociente de Newton, também conhecido como limite da razão incremental (Figura 3), sendo que o cálculo desse limite é apenas resolvido sem que haja uma aplicação e interpretação do que está sendo calculado; em seguida, faz-se a interpretação em termos das retas secante e tangente; para que se possa chegar nas regras de derivação e problemas aleatórios de otimização (CABRAL; BALDINO, 2006; REIS, 2001).

Figura 3 – Limite da razão incremental

$$\boxed{\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}}$$

Fonte: Stewart (2013, p.167).

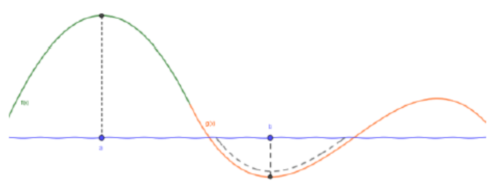
Partindo do limite da razão incremental os professores, em geral, apresentam as regras de Derivação, para então trabalhar as Derivadas de funções compostas e as aplicações das Derivadas. Reis (2009) destaca a importância de o professor propor uma reflexão sobre o papel dessa disciplina na formação do estudante, destacando aspectos relativos à profissão deles:

> No Cálculo, devem ser utilizadas metodologias diferenciadas para cada curso de graduação no qual esteja inserido, de modo a garantir que a produção de significado das ideias do Cálculo esteja em estreita relação com o contexto profissional do curso (REIS, 2009, p. 81).

Os estudantes, de acordo com o referido, preocupam-se somente em realizar operações algébricas e em memorizar fórmulas, não dando atenção aos conceitos e aplicações, fazendo com que as habilidades matemáticas necessárias para o mercado de trabalho sejam esquecidas (LOPES; REIS, 2019; HMELO-SILVER, 2004; REZENDE, 2003). Homa (2019), em concordância com os autores citados, apresenta uma questão (Figura 4) com aplicação da temática Derivadas, que para resolver os alunos não necessitam de um cálculo algébrico, mas sim da interpretação geométrica de uma derivada.

Figura 4 – Exemplo de questão contextualizada sobre a temática Derivadas

A montanha russa projetada tem uma parte que é submersa em uma piscina artificial. Considerando o trajeto apresentado, sabe-se que o ponto mais baixo e mais alto tem as seguintes características.



Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	$\begin{cases} f'(a) = 0; f''(a) > 0 \\ g'(b) = 0; g''(b) < 0 \end{cases}$	Característica de ponto crítico	11
b)	$\begin{cases} f'(a) < 0; f''(a) = 0 \\ g'(b) > 0; g''(b) = 0 \end{cases}$	Característica de ponto crítico	1
c)	$\begin{cases} \boldsymbol{f'(a) = 0; f''(a) < 0} \\ \boldsymbol{g'(b) = 0; g''(b) > 0} \end{cases}$	**Característica de ponto crítico**	**4**
d)	$\begin{cases} f'(a) > 0; f''(a) = 0 \\ g'(b) < 0; g''(b) = 0 \end{cases}$	Característica de ponto crítico	7
e)	$\begin{cases} f'(a) = 0; f''(a) = 0 \\ g'(b) = 0; g''(b) = 0 \end{cases}$	Característica de ponto crítico	1
f)	Não sei as características em a e b	Característica de ponto crítico	9
g)	Não sei o significado de $f''(x)$	Interpretação de derivada segunda	1

Fonte: Homa (2019, p.175).

Nesse exemplo, é evidenciada a falta de conhecimento referente a aplicação não algébrica da temática Derivadas, em particular da segunda derivada no ponto, pois o maior número de respostas está concentrado na letra *a*. Além disso, nota-se que dez alunos responderam, explicitamente, que não sabiam as características da função nos pontos *a* e *b*. Erros desse tipo aparecem nas atividades devido ao equívoco nas concepções sobre aspectos fundamentais da Matemática, uso incorreto dos dados apresentados, criando assim um modelo equivocado, aplicação de procedimentos de forma errônea, incorrendo assim em manipulações algébricas por não serem levadas em consideração as restrições estabelecidas na situação-problema (HOMA, 2020; POCHULU, 2009; CURY, 2007; CURY, 2003; RICO 1998).

Homa (2019) apresenta, em sua pesquisa, currículos de diversas universidades que têm a temática Derivadas como base para as futuras disciplinas dos cursos de engenharia. Assim sendo, o conceito de Derivada é considerado um dos conceitos fundamentais do Cálculo nos cursos das áreas de Ciências Exatas e, está vinculado à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Desse modo, seu estudo está presente no currículo de diversos cursos superiores dentro de disciplinas relacionadas ao Cálculo, por possuir aplicações em várias áreas do conhecimento. Zuin (2001, p. 34) traz que o Cálculo foi o principal responsável por alavancar os mais diversos segmentos das Ciências e da Tecnologia. Para Catapani (2001), os cursos das áreas de Ciências Exatas têm inserido a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em seus currículos devido à sua grande aplicabilidade na representação de fenômenos, uma vez que é visto como instrumento para a resolução de problemas de situações reais.

O desenvolvimento dos conceitos fundamentais de Cálculo Diferencial e Integral tem sua origem a partir de situações reais, ou seja, seu surgimento adveio a partir da busca de soluções para problemas de situações reais. Assim, para o aprendizado da Derivada é importante entender a evolução do pensamento humano. Nesse viés, Cantoral (2013) afirma que o ponto de vista sistêmico assume o saber como a construção social do conhecimento e esta é a parte principal, explicar os mecanismos funcionais que permitem o trânsito do conhecimento ao saber.

3.1.1 A tensão e o excesso de formalismo na temática Derivadas nas aulas de Cálculo e nas aulas de Análise

De acordo com Eves (2004), o século XVII foi extremamente produtivo para o desenvolvimento da Matemática, porém, a realização Matemática mais notável do período foi a invenção do Cálculo, perto do final do século, por Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz. Segundo Boyer (1996), apesar das diferentes concepções filosóficas adotadas por Newton e Leibniz, ambos chegaram a uma ideia semelhantes sobre o Cálculo Diferencial e Integral, para o qual assimilaram as noções inversão entre as operações de integração, o que se apresentou, de forma clara, nas ideias do Teorema Fundamental do Cálculo. Grattan-Guiness (1997, p.70) pondera que:

> [...] este teorema é somente parte de sua contribuição e a segunda parte dela. Estes dois matemáticos primeiramente perceberam que a finalidade do Cálculo era encontrar novas funções ou relações das variáveis de uma dada função ou relação: $\frac{df(x)}{dx}$,ou algo análogo, para diferenciação e a função integral $\int f(x)\, dx$, para integração.

Em contraponto, Eves (2004) apresenta questionamentos que foram feitos as teorias de Newton e Leibniz, a crítica feita se embasava na ideia de que muitos conceitos apresentados não possuíam um rigor fundamental e necessário para o desenvolvimento de princípios matemáticos que passaram a ser buscados conforme a Matemática se aperfeiçoava, com a necessidade de um rigor na demonstração de proposições, definições e teoremas com linguagem simbólica, e não mais apenas a clareza na explicação geométrica dos conceitos matemáticos. A fundamentação gradativa das ideias associadas ao Cálculo está relacionada ao movimento de Aritmetização da Análise Matemática, que foi responsável pela transição de uma Matemática fortemente amparada em princípio geométricos, passando a baseá-la em processos aritméticos (ÁVILA, 2006). Nesse processo, é considerada fundamental a contribuição de Bolzano (1781-1848), saudado, posteriormente, por Klein (1849-1925), como o pai da Aritmetização, por ter percebido a necessidade de rigor em Análise.

As ideias de Derivada e Integral, que tiveram origem nos conceitos de reta tangente, velocidade instantânea e área, juntamente com os conceitos de função, limite e convergência, passaram a ser definidas em termos de números, porém anterior a essa definição em termos numéricos, a primeira manifestação realmente clara do método diferencial se encontra em algumas ideias de Fermat, expostas em 1629 (EVES, 2004). O Cálculo Diferencial e Integral tem por objetivo estudar o movimento e a variação, características dos fenômenos naturais e artificiais, podendo ser considerado a linguagem do paradigma científico e, como instrumento indispensável para quase todas as áreas científicas desde sua consolidação no final do século XVII com Newton e Leibniz (CUNHA; LAUDARES, 2017). Os autores ainda afirmam que o ensino de Cálculo tem dois objetivos principais que são: levar o estudante a pensar de forma organizada e com mobilidade e, aprender utilizar as ideias desse ramo de conhecimento para resolução de problemas em situações interdisciplinares e contextualizadas (CANTORAL, 2013).

Reis (2001) aponta que esse modelo marcado pela “primazia dos limites”, se deu, predominantemente, a partir do século XIX com a influência de Cauchy (o príncipe do rigor) e de Weierstrass (o pai da Análise), culminando no desenvolvimento das noções fundamentais do Cálculo a partir do conceito de Limites.

Figura 5 – Definição algébrica de limites

1 Definição Suponha que $f(x)$ seja definido quando está próximo ao número a. (Isso significa que f é definido em algum intervalo aberto que contenha a, exceto possivelmente no próprio a.) Então escrevemos

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

e dizemos “o limite de $f(x)$, quando x tende a a, é igual a L”

se pudermos tornar os valores de $f(x)$ arbitrariamente próximos de L (tão próximos de L quanto quisermos), tornando x suficientemente próximo de a (por ambos os lados de a), mas não igual a a.

Fonte: Stewart (2013, p.81).

Cauchy inicia um movimento de refinamento da teoria de Limites e a utiliza como base de uma nova e ampla disciplina ordenada rigorosamente, desenvolvida por meio de um conjunto consistente de definições e teoremas apresentados de uma forma lógica (REIS, 2001). Cauchy tem como uma das suas principais contribuições, a definição de Limite, que é quase tão precisa como a que se tem hoje. Weirstrass, por sua vez, buscou basear o Cálculo no conceito de número, reduzindo os princípios da Análise ao conceito de número real (EVES, 2004).

> Quando os valores sucessivos atribuídos a uma variável se aproximam indefinidamente de um valor fixo, de modo a finalmente diferir deste de tão pouco quanto se queira, esse último chama-se o limite de todos os outros. (CAUCHY, Apud BOYER, 1974, p. 380)

Para Reis (2001), talvez, a maior contribuição de Cauchy não seja exatamente o rigor da definição de limite, mas sua diferença fundamental, a muitos matemáticos anteriores, está na questão dos infinitésimos, pois enquanto traziam o infinitésimo como um número fixo, Cauchy os definiu, claramente, como uma variável dependente.

> Diz-se que uma quantidade variável se torna infinitamente pequena quando seu valor numérico decresce indefinidamente de modo a convergir para o limite zero. (CAUCHY, Apud BOYER, 1974, p. 380)

Após a "primazia dos limites", citada anteriormente, as noções de cálculo se desenvolveram por meio do conceito de limite, então surge a "tradição dos limites" que é, atualmente, a tendência predominante no ensino de Cálculo. Reis (2001, p.62-63) sustenta essa assertiva a partir de 2 afirmações:

> Influenciados pelo modelo *cauchyano*, tradicionalmente, iniciamos o estudo do Cálculo pela noção de limite de uma função e, em seguida, destacamos que:
> 1) A continuidade depende de um limite (existir e ser igual ao valor da imagem da função no ponto); a derivada é um limite (do quociente incremental); a integral é um limite (das somas de Riemann);
> 2) A partir do refinamento *weierstrassiano* das definições, verificamos na maioria dos livros didáticos atuais, o desenvolvimento da teoria de derivadas e integrais posterior à apresentação dos limites. Estes, em geral, são definidos a partir do par $\varepsilon - \delta$ e em seguida, são destacadas as principais propriedades e alguns teoremas mais importantes relacionados aos limites.

A definição de limite apresentada na Figura 5, é inadequada para alguns propósitos, pois frases como "$x\ está\ proximo\ de\ 2$" e "$f(x)\ aproxima-se\ cada\ vez\ mais\ de\ L$" são vagas. Stewart (2013) apresenta um problema que para se chegar a uma definição "mais precisa" de limites, deve-se considerar:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, se\ x \neq 3 \\ 6, se\ x = 3 \end{cases}$$

É, intuitivamente, claro que quando x está próximo de 3, e $x \neq 3$, então $f(x)$ está próximo de 5 e, sendo assim, $\lim_{x \to 3} f(x) = 5$

Parar obter informações mais detalhadas sobre como $f(x)$ varia quando x está próximo de 3, deve-se fazer a seguinte pergunta: Quão próximo de 3 deverá estar x para que $f(x)$ difira de 5 por menos que $0{,}1$?

A distância de x a 3 é $|x - 3|$, e a distância de $f(x)$ a 5 é $|f(x) - 5|$, logo, o problema é achar um número δ tal que:

$$|f(x) - 5| < 0{,}1 \text{ se } \quad |x - 3| < \delta \quad \text{mas } x \neq 3$$

Se $|x-3|>0$, então $x \neq 3$; portanto uma formulação equivalente do problema é achar um número δ tal que:

$$|f(x)-5|<0{,}1 \quad \text{se} \quad 0<|x-3|<\delta$$

Observe que, se $0<|x-3|<\frac{0{,}1}{2}=0{,}05$, então

$$|f(x)-5|=|(2x-1)-5|=|2x-6|=2|x-3|<2\cdot(0{,}05)=0{,}1$$

Isto é,

$$|f(x)-5|<0{,}1 \quad \text{se} \quad 0<|x-3|<0{,}05$$

Assim, uma resposta para o problema é dada por $\delta=0{,}05$; isto é, se x estiver a uma distância de no máximo $0{,}05$ de 3, então $f(x)$ estará a uma distância de no máximo $0{,}1$ de 5.

Se mudar o número $0{,}1$ no problema, para o número menor $0{,}01$, então, usando o mesmo método, se encontra que $f(x)$ diferirá de 5 por menos que $0{,}01$, desde que x difira de 3 por menos que $\frac{0{,}01}{2}=0{,}005$:

$$|f(x)-5|<0{,}01 \quad \text{se} \quad 0<|x-3|<0{,}005$$

De forma análoga,

$$|f(x)-5|<0{,}001 \quad \text{se} \quad 0<|x-3|<0{,}0005$$

Os números $0{,}1, 0{,}01$ e $0{,}001$, anteriormente considerados, são tolerâncias de erro que se pode admitir. Para que o número 5 seja precisamente o limite de $f(x)$, quando x tende a 3, é necessário não apenas ser capaz de tornar a diferença entre $f(x)$ e 5 menos que cada um desses três números; deve-se torná-la menor que qualquer número positivo. Por analogia ao procedimento adotado, é possível! Se ε for adotado como um número positivo arbitrário, então é possível encontrar, como anteriormente, que:

$$[1] \quad |f(x)-5|<\varepsilon \quad \text{se} \quad 0<x-3<\delta=\frac{\varepsilon}{2}$$

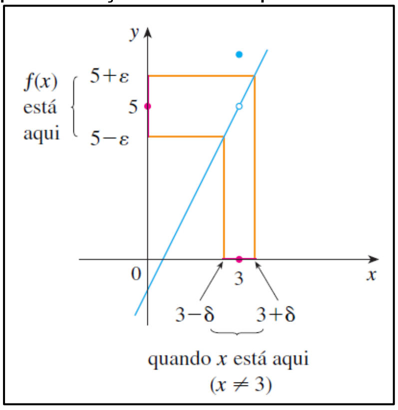
Essa é a maneira precisa de dizer que $f(x)$ está próximo de 5 quando x está próximo de 3, pois $[1]$ diz que é possível fazer os valores de $f(x)$ ficarem dentro de uma distância arbitrária ε de 5 tomando os valores de x dentro de uma distância $\frac{\varepsilon}{2}$ de 3 (mas $x \neq 3$).

Observe que $[1]$ pode ser reescrita como:

$$\text{se } 3-\delta<x<3+\delta \ (x\neq 3) \quad \text{então} \quad 5-\varepsilon<f(x)<5+\varepsilon$$

e, isso está ilustrado na Figura 6. Tomando os valores de $x\ (\neq 3)$ dentro do intervalo $(3-\delta, 3+\delta)$, é possível obter os valores de $f(x)$ dentro do intervalo $(5-\varepsilon, 5+\varepsilon)$.

Figura 6 – Representação do limite por meio de $\varepsilon\ E\ \delta$



Fonte: Stewart (2013, p. 101).

Usando [1] como modelo, tem-se uma definição precisa de limite (Figura 7).

Figura 7 – Definição precisa de limite

$\boxed{2}$ **Definição** Seja f uma função definida em algum intervalo aberto que contenha o número a, exceto possivelmente no próprio a. Então dizemos que o **limite de $f(x)$ quando x tende a a é L**, e escrevemos

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

se para todo número $\varepsilon > 0$ houver um número $\delta > 0$ tal que

$$\text{se} \quad 0 < |x-a| < \delta \qquad \text{então} \qquad |f(x) - L| < \varepsilon$$

Fonte: Stewart (2013, p.101).

A pergunta que fica é: Essa extensa demonstração é necessária para os alunos de cálculo Diferencial e Integral I? Ou, então, demonstrações desse tipo devem ser trabalhadas nas disciplinas de Análise Matemática para alunos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática?

Em suas análises de livros de Cálculo, Reis (2001) aborda com destaque os livros do Professor Geraldo Ávila, escritor de livros de Cálculo e de Análise Matemática. Sem fazer grandes críticas a outros autores, Reis (2001) analisa o rigor matemático presente nos livros de Cálculo, com demonstrações, limites sendo trabalhadas com ε e δ, para que então fosse trabalhado os conteúdos de diferenciais. Nos livros do Geraldo Ávila, foi constatada uma importante preocupação em apresentar um Cálculo menos rigoroso e mais intuitivo, conforme o próprio autor reconheceu em uma entrevista apresentada na tese do Professor Frederico Reis. A diferença entre os livros analisados (no modelo atual com excesso de formalismo matemático) e os de Geraldo Ávila, é que a ideia de limite não era apresentada utilizando $\varepsilon - \delta$, mas o limite aparecia, naturalmente, por meio de problemas com retas tangentes, tendo uma breve exposição (em 2 páginas) sobre limites laterais, limites infinitos e limites no infinito.

No livro Introdução ao Cálculo – Geraldo Ávila, o autor, discute uma inovação, que é trabalhar os conceitos de continuidade e limites após um capítulo inicial de Derivadas que contém problemas envolvendo retas tangentes e “normais”. A definição de derivada por meio do limite da razão incremental e algumas interpretações geométricas e físicas para a Derivada. O termo limite é, inicialmente, apresentado por meio do “declive da curva”. Em consonância com os princípios trabalhados na Socioepistemologia de Cantoral (2013), que serão abordados a seguir, Geraldo Ávila escreve, em seu livro “Introdução às funções e à Derivada”, que se propõe a mostrar como o conceito de Derivada pode ser ensinado no Ensino Médio, por meio de uma interpretação intuitiva e com apelo à visualização geométrica, sem necessidade de um desenvolvimento da teoria de limites, sem necessidade de excessos de formalismo e demonstrações.

3.2 O OBJETO DE ENSINO MATEMÁTICO DERIVADAS NA PERSPECTIVA DA SOCIOEPISTEMOLOGIA

A Socioepistemologia, ou a epistemologia das práticas sociais relacionadas ao conhecimento, como uma teoria que extrai o problema da construção social do conhecimento matemático na visão sistêmica, (CANTORAL, 2004, 2013). A teoria pressupõe o saber como construção social do conhecimento, contudo para que haja esse trânsito do conhecimento ao saber, existem alguns mecanismos funcionais (CANTORAL; FARFÁN, 2003).

3.2.1 A Socioepistemologia na Educação Matemática

Partindo da hipótese de que o conhecimento é socialmente construído, é necessário que o professor trabalhe o conhecimento matemático como um todo, enfatizando o papel dos conteúdos na prática social ao invés de focar somente em definições e demonstrações matemáticas. Assim, a socioepistemologia se inicia com um olhar crítico sobre as tradições formalistas e as abordagens clássicas construtivistas. (GOMÉZ; CORDERO, 2010; CANTORAL, 2004).

O enfoque da Socioepistemologia na área da Educação Matemática reflete sobre um processo de modificação do foco, passando dos objetos às práticas sociais (CANTORAL, *et al*, 2006). De uma maneira geral, Almeida e Ferruzi (2009) compartilham as ideias de Cantoral, *et al* (2006), em que as práticas sociais se constituem como "determinadas coisas" que grupos sociais fazem para construir o conhecimento. Arrieta e Díaz (2015) trouxeram que a perspectiva socioepistemológica é uma teoria em constante construção que desde seu início reconhece e investiga elementos presentes na construção do conhecimento como as ferramentas e argumentos utilizados em contextos interativos.

Crespo (2007) apresenta a posição Socioepistemológica frente a Educação Matemática,

> [...] a posição socioepistemológica considera que a matemática não é uma ciência que surge isolada da sociedade, mas sim imersa nela e, portanto, recebe influências fortemente baseadas no pensamento, nas necessidades e nas características do cenário em que se desenvolve. Desse modo, é que o contexto social, cultural e historicamente determinado atua como parte indiscutível desse processo de nascimento, desenvolvimento e evolução da ciência, devendo ser levado em consideração que o conhecimento não surge no âmbito escolar, fato que, portanto, deve ser levado em consideração na construção do discurso matemático escolar (CRESPO, 2007, p. 9-10, tradução nossa).

Nessa perspectiva, Cantoral (2013) argumenta que diante da questão teórica geral de como são construídos os sistemas conceituais cognitivos, a Socioepistemologia busca responder, invariavelmente, em três níveis, não sequenciados entre si, porém articulados conceitualmente:

- o primeiro plano de resposta trata sobre a natureza própria do saber, ou seja, sua problematização;
- o segundo se ocupa da prática social como atividade humana e como base para a construção dos sistemas conceituais, seus mecanismos funcionais;
- o terceiro são as articulações teóricas e nesse nível a teoria trata de caracterizar o funcionamento do modelo de construção social do conhecimento por meio da dialética parcial do modelo.

Do primeiro plano de resposta - Atividade humana: aborda sobre o saber não ser limitado, a essa perspectiva. Assim, deve-se definir as relações que a atividade humana trabalha com os objetos matemáticos, para saber posicionar o saber humano, sendo o ato de dar significado, conhecer, construir significador e em consequência, estruturar seus sistemas conceituais. Falar sobre a natureza do saber exige um saber discutir sobre uma problematização.

Do segundo plano de resposta – A prática social: para falar de prática social não se pode se limitar apenas a caracterizar o que o ser humano tem feito ou como tem trabalhado, mas sim problematizar as causas do que é feito, entender e descrever as circunstâncias de como e quando é feito, é compreender o porquê foi feito e a partir de qual ideia foi desenvolvido. Assim, trata-se as funções relativas às práticas sociais.

Do terceiro plano de resposta - A teoria: essa parte tem o papel de caracterizar as articulações teóricas que o modelo vem produzindo a partir dos estudos de base empírica. Articular as noções com os processos e os termos próprios do modelo: atividade humana, ação, prática, prática de referência, prática de social, discurso matemático escolar; funções normativas, pragmáticas, discursiva e identidade da prática social. Acreditar, saber e conhecer; saberes: popular, técnico e culto. Mecanismos de institucionalização das práticas, processos de significação e ressignificação empoderamento, exclusão, comunidade, identidade, campos etc. Todos esses formam as lâminas da tesoura.

A teoria da socioepistemologia evidencia, também, que o desenvolvimento de estratégias de pensamento e linguagem variacional (PyLV), fornece bases que são significativas para o aprendizado dos conceitos de Cálculo, entre os quais se pode encaixar o objeto de ensino Derivadas (CANTORAL, 2013; CANTORAL; FARFAN, 1998).

3.2.2 O objeto Matemático Derivadas inserido no contexto da perspectiva da Socioepistemologia

Cantoral (2013) apresenta a socioepistemologia como uma teoria que extrai o problema da construção social do conhecimento matemático na visão sistêmica. A teoria pressupõe o saber como construção social do conhecimento, contudo para que haja esse trânsito do conhecimento ao saber, existem alguns mecanismos funcionais. Nessa perspectiva, Cantoral (2013) argumenta que diante da questão teórica geral de como são construídos os sistemas conceituais, a socioepistemologia responde, invariavelmente, em três níveis não sequenciados entre si, porém articulados conceitualmente. O primeiro plano de resposta trata sobre a natureza do conhecimento, sua problematização. O segundo plano se ocupa da prática social como atividade humana e base para a construção dos sistemas conceituais, seus mecanismos funcionais. O terceiro plano é o das articulações teóricas e nesse nível a teoria trata de caracterizar o funcionamento do modelo de construção social do conhecimento por meio da dialética parcial do modelo.

Ao se trabalhar a temática Derivadas na perspectiva da Socioespistemologia, deve-se dar significado ao conceito da Derivada, ou seja, ir além do que simplesmente mostrar como replicar os passos do cálculo de um limite de proporção. Além disso, também devem ser trabalhadas as aplicações de forma organizada e contextualizada para que o aluno compreenda a aplicabilidade do que está aprendendo. Assim sendo, não se busca apenas formar a estrutura de um conceito da Derivada, mas se deve estudar o fenômeno, modelar, medir, aproximar e calcular situações de variações para gerar a necessidade de uma ferramenta que explique e resolva as situações apresentadas.

Cantoral, Molina e Sánchez (2005) ao abordarem o conteúdo de Derivadas na perspectiva da Socioepistemologia, fazendo uso das estratégias do PyLV, diferenciam o sentido dos termos mudança e variação no pensamento variacional, e aplicam esses conhecimentos em uma função linear. A noção de mudança denota a modificação de estado, aparência, comportamento, da condição de um corpo, de um sistema ou de um objeto; enquanto a variação é compreendida como uma quantificação da mudança, ou seja, estudar a variação de um sistema ou corpo, significa exercer o conhecimento para saber como e o quanto esse sistema ou o corpo muda. A partir das ideias de variações apresentadas em funções lineares, mediante suas modificações, trabalhar-se-ão as ideias do conteúdo de Derivadas.

A Socioepistemologia se apoia em dez teses[5] filosóficas que proporcionam o debate sobre as atividades humana e os processos sociais de produção de conhecimento, ou seja, fazendo uma releitura das teses, é possível encaixar o desenvolvimento dos conteúdos de Diferencial e Integral a partir de diferentes metodologias de Ensino.

3.2.2.1 Um exemplo de Derivadas e Tangentes

Cantoral (2013) aborda que, normalmente, a apresentação do conteúdo Derivadas é feito de forma tradicional para os alunos, pois se inicia com a definição formal da derivada com o cálculo do limite e um exemplo de uma regra com quatro passos para ensinar as técnicas de derivação. Se apresenta a ilustração geométrica da derivada, mediante a representação da reta tangente ao gráfico da função em um ponto de derivação, conforme apresentado na Figura 8.

Definição de Derivada de f em x.

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

A regra dos quatro passos é uma forma operativa em que se ensina, para os alunos, o método para obtenção das técnicas de derivação.

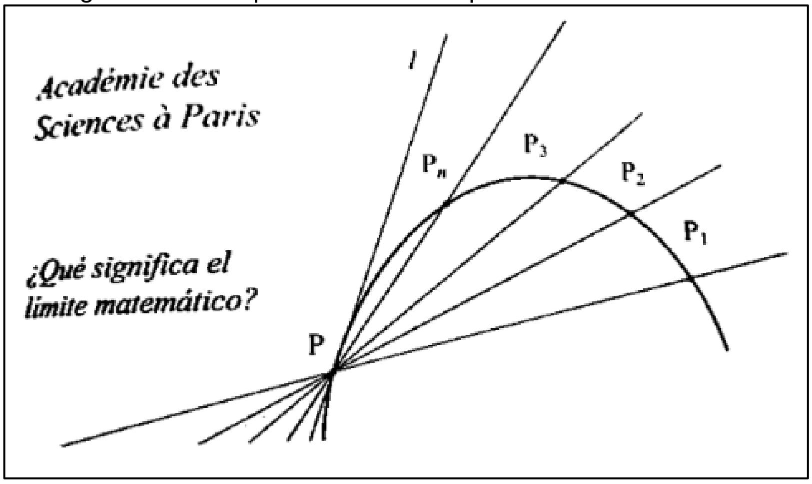
- Primeiro passo: calcular $f(x+h)$, para h um incremento em x;
- Segundo passo: determinar o incremento da função, calculando $f(x+h) - f(x)$;
- Terceiro passo: calcular a variação média pela razão dos incrementos $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$;

[5] Tese 1: O conhecimento matemático, assim como o científico, não foi desenhado para ser ensinado em uma aula clássica. Tese 2: O saber matemático deve sua origem, razão de ser e sua significação a outras práticas de referência. Tese 3: As práticas sociais são a base e orientação do conhecimento humano. Tese 4: A difusão institucional do conhecimento matemático é regido por ideologias: busca de consensos, mecanismos de hegemonia e coerção. Governado por um discurso Matemático Escolar. Tese 5: O ensino da matemática tem sido usado para “expulsar” estudantes do sistema de ensino. Tese 6: A Socioepistemologia não trata de uma epistemologia social ou socioepistemológica, mas uma episteme do social ou de Socioepistemologia. Tese 7: Embora a Socioepistemologia tenha utilizado temporariamente termos construídos por outras abordagens ou outras disciplinas do conhecimento (v. gr. a noção de aprendizagem que é utilizada na Psicologia), a Socioepistemologia deve agora reconsiderar tais construções em virtude da grande quantidade de evidência empírica acumulada. Tese 8: A atividade e a prática são elementos de articulação teórica. Tese 9: Redimensionar o saber, significação coletiva e ressignificação teórica. Tese 10: Respeito à diversidade cultural, teórica e metodológica

- Quarto passo: Calcular a variação para o incremento h tendendo a zero $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

Essa é a regra, tradicionalmente, utilizada no ambiente educacional e, graficamente, ela é apresentada seguindo o modelo desenvolvido por D'Alambert em 1748 que foi desenvolvido para um concurso realizado na Academia de Ciências de Paris e posteriormente se tornou um paradigma de explicação escolar. O modelo desenvolvido por D'Alambert consiste em construir uma sucessão de secantes cujo declive converge para inclinação da reta tangente em P. Isso se explica que, ao tender a P_n em direção a P, as retas secantes $\overleftrightarrow{PP_l}$ tendem a reta tangente l (Figura 8) (CANTORAL, 2013).

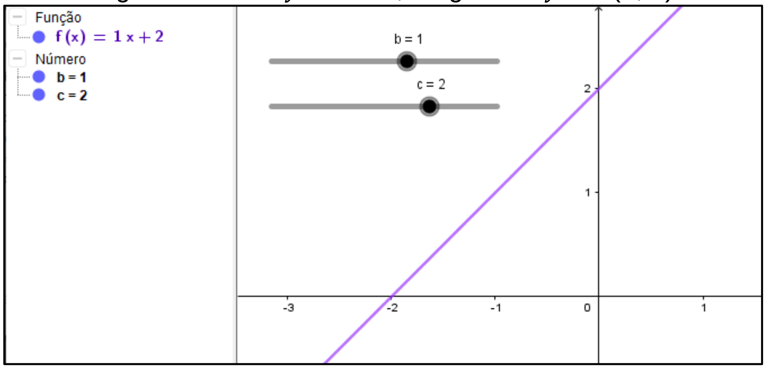
Figura 8 – Exemplo do limite dado por D'Alambert em 1748



Fonte: Cantoral (2013, p. 193).

Visto que esse modelo foi desenvolvido para o bacharelado e universidades, sem uma finalidade didática, Cantoral (2013) propõe uma nova estratégia para iniciar o estudo de retas tangentes na Educação Básica. Assim, os alunos devem traçar uma reta (que será a tangente) em um determinado ponto (Figura 9).

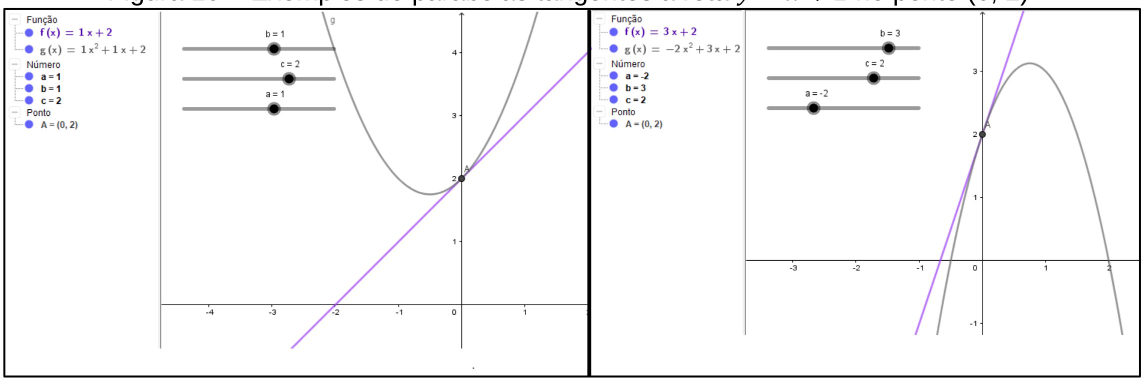
Figura 9 – Reta $y = x + 2$, tangente a y em (0, 2)



Fonte: A pesquisa.

A partir dessa reta tangente ao eixo y no ponto (0, 2), os estudantes devem encontrar parábolas que fossem tangentes a essa reta, também, no ponto (0, 2). Na Figura 10, apresentam-se exemplos com parábolas que são tangentes a reta $y = x + 2$ no ponto (0, 2). Cantoral (2013) aborda que os estudantes devem manipular de forma autônoma os coeficientes das parábolas para que possam compreender suas variações, e em um trabalho de grupo o autor propõem que com a variação dos coeficientes os estudantes observem que o ponto de tangencia entre a parábola e o eixo y também irá modificar, o que originará uma equação do primeiro grau diferente de $y = x + 2$.

Figura 10 – Exemplos de parábolas tangentes a reta $y = x + 2$ no ponto (0, 2)



Fonte: A pesquisa.

De acordo com Cantoral (2013) essa atividade permitirá aos estudantes construir uma ideia inicial de tangencia entre a curva (parábola) e a reta, porém sem entrar com definições matemáticas sobre esse sentido. Assim, é esperado que os alunos compreendam que o termo linear da parábola será a fórmula da reta tangente a curva de origem, ou seja, $ax^2 + bx + c \leftrightarrow bx + c$.

O autor ainda afirma que a partir dessas ideias, é possível introduzir o sentido da Derivada conforme a abordagem de Lagrange (Figura 11), com aproximação linear de primeira ordem. Para isto, deve-se considerar uma função f arbitrária que seja derivável em todo seu domínio. Assim, pode-se desenvolver em torno do ponto x um incremento h e assim a função assume a seguinte forma:

$$f(x+h) = a(x) + b(x) \cdot h + c(x) \cdot \frac{h^2}{2!} + \cdots$$

Para escrever os conhecimentos do desenvolvimento anterior em termo de Derivada sucessivas da função f, tem-se que cada coeficiente é uma das Derivadas em ordem crescente:

$$f(x), f'(x), f''(x), f'''(x), \dots\ , f^{(n)}(x), \dots$$

Então, obtém-se a seguinte representação:

$$f(x+h) = f(x) + f'(x) \cdot h + f''(x) \cdot \frac{h^2}{2!} + \cdots$$

Se a série for desenvolvida em torno de $x - a$, tem-se:

$$f(a) = f(a) + f'(a) \cdot (x-a) + f''(a) \cdot \frac{(x-a)^2}{2!} + \cdots$$

Dessa maneira, uma forma alternativa para encontrar as Derivadas sucessivas de uma função em um ponto desejado, consiste em calcular os coeficientes depois de desenvolver uma série de potências em torno do ponto em que é desejado. A seguir será desenvolvido um exemplo de como operam as ideias, até aqui, apresentadas.

Considerando a função $f(x) = x^3$, deve-se calcular a função derivada dessa função em relação a x. Para isso se deve incrementar h de forma que se tenha $f(x+h)$ e desenvolver em série de potências, como mostrado anteriormente, assim, tem-se:

$$(x+h)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot h + 3 \cdot x \cdot h^2 + h^3$$

Que vem a ser equivalente a:

$$f(x+h) = f(x) + f'(x) \cdot h + f''(x) \cdot \frac{h^2}{2!} + \cdots$$

Portanto, igualando as expressões, tem-se:

$$f(x) = x^3 \qquad f'''(x) = 6$$

$$f'(x) = 3x^2 \qquad f^{(IV)} = 0$$

$$f''(x) = 6x \qquad f^{(V)} = 0$$

Considerando a definição usualmente empregada para o Cálculo de Derivadas no Bacharelado em comparação com o que foi apresentado, tem-se diferentes procedimentos para obter a mesma função derivada, uma segue a linha de Derivadas de Cauchy e a outra, a linha de Derivadas de Lagrange (Figura 11).

Figura 11 – Apresentação da derivada de Cauchy e de Lagrange

Derivada de Cauchy	Derivada de Lagrange
Limite do quociente da razão incremental $f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$	Coeficiente linear no desenvolvimento em uma série $f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + f''(a) \frac{(x-a)^2}{2!} + \cdots$

Fonte: Cantoral (2013, p. 195).

3.3 POTENCIALIDADES DA UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO

Afinal, o que pode ser entendido como Tecnologia?

Quando se fala em Tecnologia, talvez a primeira imagem que venha à mente sejam as Tecnologias Digitais (*tablet*, *smartphone*, *smart* tv). Em geral, isso acontece porque elas predominam na sociedade atual, e têm modificado a forma de se viver em sociedade. É importante estar atento a ideia de que as tecnologias fazem parte da vida dos seres humanos há muito tempo (RAMOS; TEODORO; FERREIRA, 2011).

Segundo o NCTM (2014), para uma aprendizagem significativa de Matemática, as ferramentas de ensino e as tecnologias devem ser consideradas indispensáveis em sala de aula. Os computadores, *tablets* e *smartphones* podem ser utilizados para reunir dados, fazer pesquisas, em aplicações que realizem cálculos e simulações, assim como para fomentar a visualização, e envolvam os alunos em jogos que exijam habilidades para resolução de problemas. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) apresentam a evolução das Tecnologias Digitais na área da Educação Matemática em quatro fases, discutindo, de certa maneira, a interface entre políticas educacionais e a utilização das Tecnologias Digitais. Esses autores discutem desde a criação dos primeiros laboratórios de informática nas escolas públicas, passando por marcos educacionais como o *software Logo*, os *softwares* de funções e de geometria, a Educação Matemática online, até a internet rápida com as Performances Matemáticas Digitais, o uso de redes sociais e o GeoGebra.

Perrenoud (2000) salienta que o uso das Tecnologias demanda uma alteração de paradigma em relação a aprendizagem, com a criação de situações de aprendizagem diversificadas, contribuindo com trabalhos pedagógicos e didáticos. A utilização das Tecnologias Digitais pode funcionar como uma forma complementar aos estudos, na medida em que permitem fazer observações e construções que não são tão precisas quando desenvolvidas em um na sala de aula. Quando a informática está no ambiente escolar, em um processo dinâmico de relação entre alunos, professores e Tecnologias, isso desperta no professor a sensibilidade para as diferentes possibilidades de representação da Matemática, o que deve ser destacado no momento das construções e análises (LOPES, 2013). De acordo com Corradi (2013), é importante envolver os estudantes nas aulas e criando oportunidades que lhes permitam aplicar conceitos matemáticos de forma investigativa, estimulando-os na formação de conjecturas e, por meio das experimentações, o desenvolvimento dos conteúdos que estão sendo abordados.

Segundo Kripka *et al* (2017), quando se estuda matemática:

> [...] o uso de tecnologias digitais com estudantes, além de motivar e despertar o interesse deles, também permite explorar diversas formas de registro de representação, possibilitando, assim, a investigação de ideias e de objetos de matemática por meio da exploração e da experimentação, atividades que favorecem a interpretação dos problemas e a compreensão dos conceitos.

Na perspectiva de possibilitar aos estudantes um formato de estudo de acordo com o seu dia a dia, esta pesquisa utiliza o sistema SIENA como Ambiente Virtual de Aprendizagem com Testes Adaptativos e a Sequência Didática Digital. Kalinke (2014) aborda Ambiente Virtual de Aprendizagem como sendo novos espaços destinados à aprendizagem e nos quais ela pode ser favorecida. São espaços com características próprias e que permitem novas formas e encaminhamentos ao processo de ensino e aprendizagem.

Abordando, rapidamente, a Web 2.0, Demo (2009) alerta que segunda geração de serviços inclui diversas ferramentas, tais como, *blogs, YouTube, wikis, Facebook, e-books, Skype, games* e outros, além das demais ferramentas que estão sendo desenvolvidas a todo momento, proporcionando a noção de autoria aos envolvidos e fazendo com que esses deixem a posição de simples usuários para se tornarem coprodutores (FELCHER; PINTO; FERREIRA, 2017).

No presente trabalho, o pesquisador optou pelo desenvolvimento da Sequência Didática na forma de *hipertextos* para disponibilizá-los na WEB, via *Google Sites*. O recurso utilizado foi o *Google Sites*, que conforme Rigo e Bulegon (2014) abordam, a ferramenta *Google Sites,* é um recurso ofertado pela empresa *Google* que pode oportunizar aos professores a criação de materiais educacionais digitais e aos estudantes o manuseio das atividades. O *Google Sites* permite a criação de páginas que podem ser acrescentadas ou modificadas de acordo com o objetivo desejado. Além disso, há a possibilidade da criação de um fórum com postagem de comentários. Com isso, esse site, por seu caráter dinâmico e cooperativo, é considerado uma ferramenta eficiente de estudo e de pesquisa. Por sua facilidade de acesso, o site criado pelo *Google Sites* pode ser utilizado como apoio às atividades presenciais. Com isso, amplia-se o espaço de sala de aula presencial ou semipresencial.

3.3.1 Sequência Didática Digital[6]

Uma Sequência Didática pode ser considerada como estratégia de ensino e aprendizagem que permita ao aluno executar corretamente uma tarefa (ALMEIDA; COSTA; LOPES, 2016). Ao pensar uma Sequência Didática o professor deve considerar tanto o conhecimento a ser ensinado quanto as concepções iniciais de quem aprende, contendo metodologias que promovam um entendimento menos fragmentado e mais significativo do conhecimento científico para que assim ele possa investigar a estrutura da sua atividade (MENDES, 2015). Posto isto, Zabala (1998) conceitua Sequência Didática como um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas com o objetivo de otimizar o processo de ensino e aprendizagem para o aluno, e envolve atividades de aprendizagem e avaliação.

Groenwald, Zoch e Homa (2009) trouxeram que, quando se pensa, a sociedade “atual” é altamente complexa, pois requer novas formas de pensar, sendo necessário desenvolver competências no indivíduo para lidar com as Tecnologias Digitais e a crescente informatização em todas as áreas do

---

[6] Nesta pesquisa, utiliza-se o termo Sequência Didática Digital, pois entende-se que as atividades foram desenvolvidas e estão disponibilizadas em plataformas digitais. Aqui, considera-se que o tempo “digital” é um subgrupo dos recursos eletrônicos, pois dentro dos eletrônicos se pode considerar rádio, televisão, etc.

conhecimento e das relações humanas. Desse modo, ainda seguindo as ideias dos autores, a vantagem do uso de uma Sequência Didática em uma plataforma de ensino (Sequência Didática Digital) é a possibilidade da utilização de diferentes recursos, com padrão superior de qualidade, como vídeo-exemplos, textos e animações, ou seja, um conteúdo visual com maior qualidade. Quando isso acontece, os alunos deixam de receber o mesmo conteúdo ao mesmo tempo e passam a percorrer caminhos diferenciados, de acordo com o seu perfil de estudante e com o seu desempenho. Ao se trabalhar em um ambiente informatizado de aprendizagem, os discentes desenvolvem suas atividades de acordo com seu ritmo de aprendizagem, no qual lhes serão apresentados os conteúdos com diferentes recursos metodológicos, necessários ao desenvolvimento das competências matemática e conforme suas escolhas preferências e desempenho (GROENWALD; ZOCH; HOMA, 2009). O docente tem um papel importante ao elaborar as atividades que compõem a Sequência Didática pois deve compor de maneira a encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática, possibilitando ao aluno fazer suas escolhas (ZABALA; ARNAU, 2010).

Ao estruturar a Sequência Didática, o professor deve ter atenção para que contenha as seguintes etapas: 1) situação de realidade: é o compartilhar com os alunos os objetivos das atividades que serão realizadas; 2) problemas ou questões: é a identificação de situações que a realidade apresenta; 3) construção ou seleção dos possíveis esquemas de atuação; 4) processo de aprendizagem do esquema de atuação e de seus componentes: identificar com clareza o procedimento que deve seguir e os conhecimentos; 5) aplicação do esquema de atuação na situação da realidade do objeto de estudo: revisão do conhecimento disponível, atividades para a memorização, exercitação progressiva; 6) aplicação dos esquemas de atuação: princípios e técnicas para responder às questões presentes, acompanhadas das ajudas específicas em função das características específicas de cada aluno (ZABALA; ARNAU, 2010).

Assim organizado, Dolz e Schneuwly (2004) classificam uma Sequência Didática como um grupo de atividades projetadas e organizadas pelo docente que visa alcançar um objetivo na aprendizagem do discente, no qual a ordem particular dessas atividades e o ritmo em que são apresentadas são essenciais para o processo de aprendizagem uma vez que o resultado final não depende do conteúdo de cada tarefa, mas sobre como todas elas são organizadas dentro da Sequência Didática. Nesse trabalho, utiliza-se o termo Sequência Didática Digital e se entende como sendo um conjunto de atividades organizadas e desenvolvidas com o uso de recursos digitais, na plataforma SIENA, sendo utilizados diferentes recursos didáticos. Para esse conjunto de atividades, organizadas em uma Sequência Didática Digital, serão seguidas as ideias de Filatro (2008) do *Design Instrucional* contextualizado (DIC) (FILATRO, 2008).

3.3.2 *Design Instrucional*

Em um nível macro, tem-se que o *Design Instrucional* é compreendido como o planejamento de ensino-aprendizagem no qual se incluem atividades, estratégias, sistemas de avaliação, métodos e materiais instrucionais (FILATRO; PICONEZ, 2004). As autoras ainda abordam que com avanço da incorporação das Tecnologias Digitais, em especial, a popularização no acesso à Internet, no processo de ensino-aprendizagem, há a necessidade de uma ação sistemática de planejamento e a implementação de novas estratégias didáticas e metodologias de ensino-aprendizagem. Nesse âmbito, Barreiro (2016) aborda que o *Design Instrucional* ou desenvolvimento instrucional, é uma nova área de atuação ligada à Educação, mais precisamente, à produção de materiais didáticos. Pode ser configurado com uma metodologia que surgiu com as novas práticas do fazer pedagógico e colocam, agora, o aluno no centro do processo de ensino-aprendizagem.

Para explicar o que é o *Design Instrucional,* Filatro (2008) toma como ponto de partida o significado das palavras de forma individual. Assim, *design* vem a ser um produto (o resultado de um processo ou atividade), *instrução* é a atividade de ensino que se utiliza da comunicação para facilitar a aprendizagem. Assim sendo, a autora define o *Design Instrucional* como a ação intencional e sistemática de ensino que envolve o planejamento, o desenvolvimento e a aplicação de métodos, técnicas atividades, materiais, eventos e produtos educacionais em situações didáticas específicas, a fim de promover, a partir dos princípios de aprendizagem conhecidos a aprendizagem humana. Basicamente, é o processo de identificar um problema de aprendizagem e desenhar, implementar e avaliar uma solução para o mesmo. O *Design Instrucional* pode ser definido como o conjunto de atividades envolvidas na formulação de uma ação educativa. Assim, não é uma tarefa única, porém uma diversidade de práticas que permitam a construção de um produto educacional qualificado que atenda não apenas às especificidades dos alunos quanto à orientação pedagógica da instituição (FILATRO, 2008)

Neste trabalho, acredita-se que o *Design Instrucional* é um campo do saber que converge as diferentes áreas do conhecimento humano. Ao se trabalhar com o *Design Instrucional se* deve considerar, além dos resultados esperados, também questões mais complexas da aprendizagem para obter soluções que equilibrem, as abordagens pedagógicas, e também as soluções para custos, prazos e qualidade (SILVA; SPANHOL, 2014).

O *Design Instrucional* é, além de um processo, uma teoria, um corpo de conhecimento voltado à pesquisa e à teorização das estratégias instrucionais. Assim, o *Design Instrucional* produz conhecimento sobre os princípios e os métodos de instrução mais adequados a diferentes tipos de aprendizagem, para tanto é fundamentado em diferentes campos do conhecimento conforme indicado por Filatro (2008, p.4):

> - Ciências humanas, em especial, a psicologia do comportamento, a psicologia do desenvolvimento humano, a psicologia social e a psicologia cognitiva;
> - Ciências da Informação, englobam as comunicações, as mídias audiovisuais, a gestão da informação e a ciência da computação;
> - Ciência da administração, incluindo a abordagem sistêmica, a gestão de projetos e a engenharia de produção.
>
> As influências de cada uma dessas áreas acompanham, de certa maneira, a evolução histórica do *Design Instrucional*.

A união entre as três ciências faz que com que não seja mais permitido ver o *Design Instrucional* apenas como uma ciência comportamental pois o torna uma ciência bastante simplista que confia exclusivamente em resultados de aprendizagem observáveis e deixa de lado as aprendizagens complexas. Além disso, pensar no *Design Instrucional* como resultante apenas de escolhas de recursos audiovisuais de comunicação e informação implica acreditar que qualquer problema educacional e de treinamento se resolve com uma boa gestão de informações e soluções acertadas baseadas simplesmente em mídias. Groenwald (2020) apresenta que o *Design Instrucional* apoiado na utilização das Tecnologias Digitais, admite mecanismos de efetiva contextualização que podem ser caracterizados por uma maior personalização aos estilos e ritmos individuais de aprendizagem, atualizações a partir de *feedbacks* constantes, possibilidade de comunicação entre os agentes do processo (professores, alunos, comunidade, equipe técnica e pedagógica), além de permitir um monitoramento automático da construção individual e coletiva de conhecimentos (FILATRO; PICONEZ, 2004).

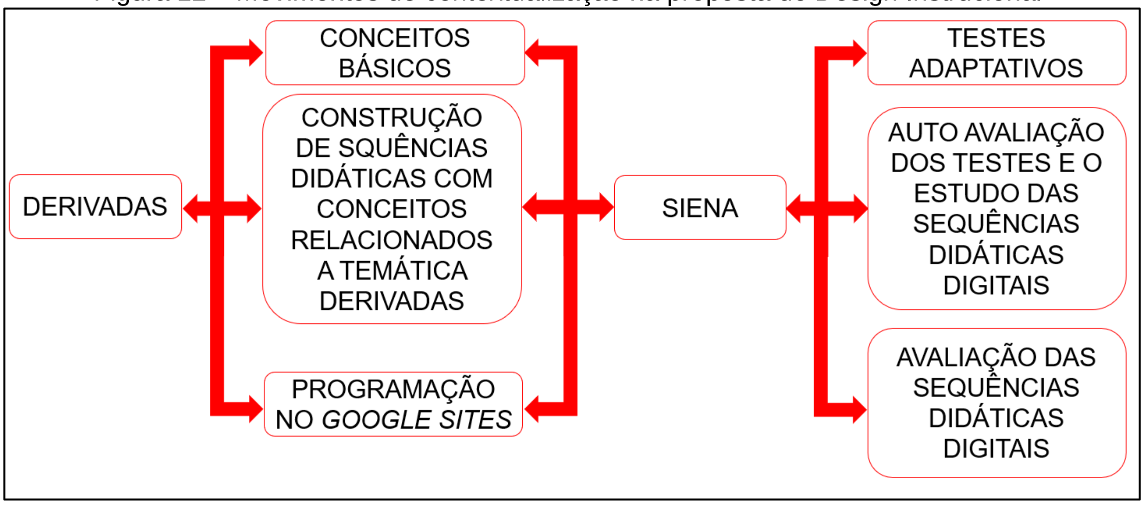
Quando se pensa em um aprendizado eletrônico não se deve restringir apenas a utilização de mídias, mas sim a uma composição de materiais que objetivem potencializar o processo de ensino e aprendizagem. Filatro (2008) traz que o aprendizado eletrônico pode ser definido como um conjunto de práticas que variam, entre outros aspectos, conforme as abordagens pedagógicas/andragógicas e os tipos de tecnologia empregada, levando em consideração a interação entre o aluno e o conteúdo, o aluno e o educador, o aluno e seus colegas, bem como a infraestrutura tecnológica e as competências digitais requeridas. Modelos de aprendizagem eletrônicos que representem abordagens pedagógicas/andragógicas diferentes e usos de distintos da tecnologia na educação, implicam modelos de *Design Instrucional* diferenciados (FILATRO, 2008). Tendo como base que variam os contextos e os padrões de utilização das tecnologias, o modelo de *Design Instrucional* adotado não pode ser o mesmo para as diferentes realidades educacionais, assim, para esta pesquisa foi utilizado o *Design Instrucional* Contextualizado que busca o equilíbrio e a automação dos processos de planejamento e, a personalização e contextualização na situação didática.

3.3.2.1 *Design Instrucional* Contextualizado

O *Design Instrucional* Contextualizado considera central a atividade humana, contudo não exclui a possibilidade de utilização de unidades fixas e pré-programadas, conforme objetivos, domínios de conhecimento e contextos específicos. Este modelo reconhece a necessidade de mudanças durante a execução e admite que a personalização e flexibilização também podem ser asseguradas por recursos que são adaptáveis. Pode-se afirmar que o *Design Instrucional* Contextualizado gera um plano, um ambiente ou uma base para o processo de ensino e aprendizagem, mas que não pode ser confundido com o processo de ensino/aprendizagem em si. Implementar uma ação educacional implica lidar com incertezas, agir individualmente e reagir espontaneamente às influências do contexto. Este tipo de modelo, o *Design Instrucional* Contextualizado, considera os que os educadores e os alunos, tradicionalmente, envolvidos no contexto de instrução fazem parte dos processos educacionais. A compreensão do aprendizado eletrônico como um sistema inserido em um contexto mais amplo, implica reconhecer que a dinâmica dos processos de aprendizagem eletrônico escapa não apenas dos limites de espaço e tempo, mas também, extrapola a própria situação didática em si, uma vez que objetivos de aprendizagem, papéis, ambientes, modelos e resultados estão sempre impregnados de influências sociopolíticas, histórico-culturais e tecno-econômicas.

A seguir na Figura 12 apresenta-se o modelo de contextualização do *Design Instrucional* aplicado nesta pesquisa.

Figura 12 – Movimentos de contextualização na proposta do Design Instrucional

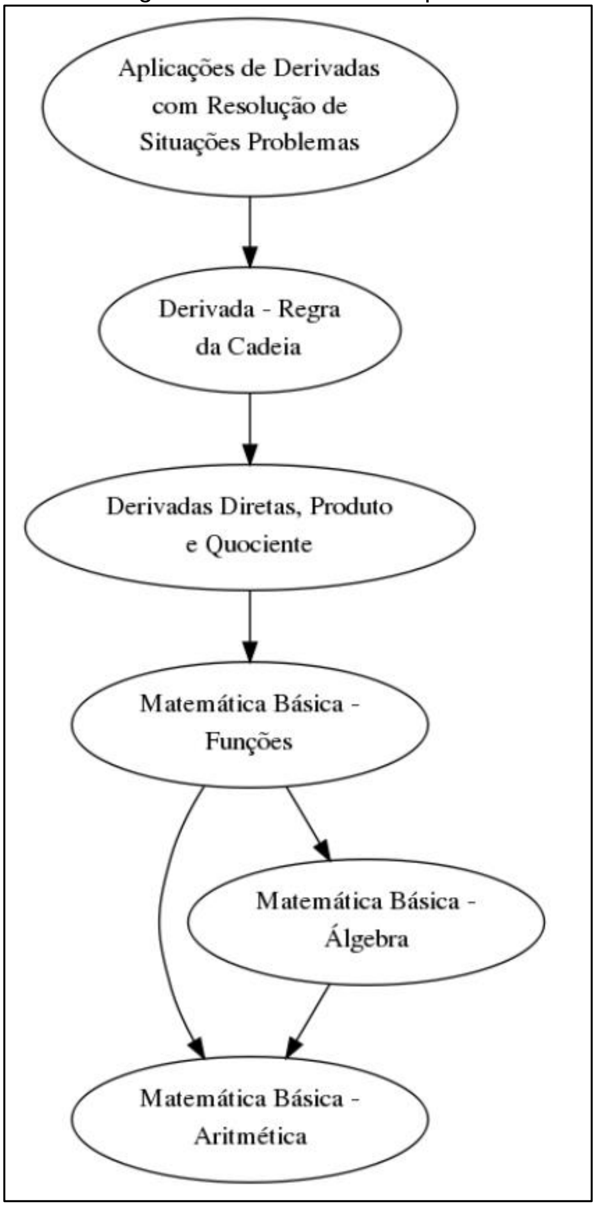


Fonte: A pesquisa.

4 AMBIENTE VIRTUAL DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo, será apresentado o ambiente de investigação, composto pelas atividades da Sequência Didática Digital, no sistema Siena. Em continuação ao ambiente desenvolvido na dissertação de Silva (2019). A construção desse ambiente de investigação teve origem na análise dos bancos de questões dos Testes Adaptativos, e dos resultados obtidos, por Silva (2019). Inicialmente, pode-se observar que em todos os conceitos classificados como básicos para o estudo da temática Derivadas uma quantidade significativa de alunos teve que repetir o teste mais de uma vez, para atingir a média mínima de aprovação, e isto se repetiu nos conceitos de Derivadas. Observou-se, então, a necessidade de focar em atividades que objetivassem revisitar e ampliar os conhecimentos no que tange às dificuldades dos alunos participantes da pesquisa referida. Foram desenvolvidas Sequências Didáticas Digitais para cada conceito do Grafo da Pesquisa de Silva (2019). Na Figura 13, apresenta-se o Grafo, com os seis conceitos: Matemática Básica – Aritmética; Matemática Básica – Álgebra; Matemática Básica – Funções; Derivadas Diretas, Produto e Quociente; Derivada - Regra da cadeira; Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas.

Figura 13 – Grafo da Pesquisa



Fonte: http://siena.ulbra.br/mapImages/24.png.

Para o desenvolvimento da Sequência Didática Digital, foram seguidas as ideias de Zabala (1998), que definem Sequência Didática como um conjunto de atividades articuladas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa a etapa, organizadas de acordo com os objetivos propostos os quais o professor visa alcançar durante o processo de ensino e aprendizagem. Essa ideia aliada a uma plataforma digital pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem, visto que há a possibilidade de utilização de diferentes recursos visuais como vídeos, textos, animações, *softwares*, ou seja, um conteúdo visual que traz uma qualidade maior do que apenas a utilização de quadro e giz. Aliadas a esses conceitos, as atividades foram elaboradas seguindo as ideias de Filatro (2008) do *Design Instrucional Contextualizado (DIC)*, que descreve a ação intencional de planejar, desenvolver e aplicar situações didáticas específicas que, valendo-se das potencialidades de atividades assíncronas, incorporem, tanto na fase de concepção como durante a implementação, os mecanismos que favoreçam a contextualização e a flexibilização.

Nesta pesquisa, entende-se o termo Sequência Didática Digital como sendo um conjunto de atividades organizadas e desenvolvidas com o uso das Tecnologias Digitais, na plataforma SIENA, sendo utilizado diferentes recursos didáticos disponibilizados em hipertexto na plataforma Google. Na plataforma SIENA, o cenário é composto por Testes Adaptativos, em cada conceito do grafo, que foram utilizados para os estudantes se autoavaliarem e, caso não atingissem a média de 0,6, no intervalo de [0,1], a plataforma SIENA os direciona para estudos de recuperação, que é a Sequência Didática desenvolvida para aquele conceito. A seguir, apresentam-se as sequências didáticas desenvolvidas.

4.1 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA DIGITAL

A Sequência Didática Digital está indicada para estudantes do Ensino Superior visando o estudo dos conceitos relacionados a temática Derivadas. Os Testes Adaptativos estão organizados em seis (6) bancos de questões, compostos de sessenta (60) questões, em cada conceito do grafo, de múltipla escolha, classificadas em três níveis de dificuldade (fácil, médio e difícil), tendo 20 questões para cada nível de dificuldade. Para classificar as questões, Silva (2019) fez uma categorização conforme a Figura 14.

Figura 14 – Categorização das questões por conceitos

Conceitos	Níveis	Característica das questões
Matemática Básica: Aritmética, Álgebra e Funções	Fácil	Envolvem somente um conceito ou um procedimento para sua resolução.
	Médio	A resolução da atividade exige dois ou mais conceitos, ou a integração do conceito/procedimentos para a solução.
	Difícil	São necessários três ou mais procedimentos e estratégias para realizar as questões, além da exigência de nível maior de abstração por parte dos alunos.
Derivadas Diretas, Regra do Produto e do Quociente	Fácil	Derivadas Diretas do formulário e com funções mais simples.
	Médio	Derivadas consideradas simples com aplicação das regras do produto e quociente, envolvendo funções algébricas com potência e radiciação, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas.
	Difícil	Derivadas de funções complexas que são resolvidas com a aplicação das regras do produto e do quociente.
Derivadas – Regra da Cadeia	Fácil	Derivadas de funções simples resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
	Médio	Derivadas de funções complexas e compostas, resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
	Difícil	Derivadas de funções mais complexas, difíceis e compostas, resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
Aplicação de Derivadas com Resolução de Situações Problemas	Fácil	Conceitos para interpretar em cada situação problema, resolução de derivadas diretas do formulário.
	Médio	Interpretação das situações problemas, resolução das derivadas, seguidos de cálculos específicos da função, substituindo valores encontrados realizando a aplicação necessária.
	Difícil	Resolução de derivação das funções mais complexas e análise de pontos máximos e mínimos, aplicadas em situações problemas;

Fonte: Silva (2019, p. 74).

Para os conceitos Derivada – Regra da cadeira e Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, foi desenvolvido um material único que trabalha os conceitos de forma integrada. No caso das Derivadas com regra da cadeira, foram abordadas as ideias de função composta para explicar casos do tipo $h(x) = \cos(e^{2x})$ onde o aluno deve perceber a função $f(x) = \cos(x)$ e a função $g(x) = e^{2x}$ e entender que $h(x) = f(g(x))$. Para a Resolução de problemas, foram desenvolvidas situações problemas com aplicações em diferentes áreas, como, por exemplo, aplicações na Matemática Financeira e na Geometria.

As atividades propostas no material de estudos foram desenvolvidas utilizando recursos digitais, como: Material em *PowerPoint* com vídeo explicativo para que o aluno possa ter o mesmo material em um formato escrito e em um formato de vídeo e assim possa escolher a maneira que preferir para estudar, indicação de vídeos complementares[7] de estudos, desenvolvimento de objetos de aprendizagem no *software* GeoGebra (nos conceitos Sistema de Equações, Matrizes, Função Afim, Função Quadrática, Função Exponencial e Função Logarítmica).

Nesta pesquisa, optou-se por trazer vídeos explicativos referentes ao material de estudo e vídeos complementares, pois segundo as ideias de Borba, Domingues e Lacerda (2015) o vídeo está presente na rotina de estudos dos alunos. Fontes (2019) aborda ainda a questão da facilidade que se tem ao ver, rever, pausar, analisar e intervir (pausando, mudando o ritmo ou a sequência de imagens). Esses recursos foram inseridos em *sites* da plataforma *Google*, desenvolvido pelo pesquisador, conforme a ordem referida no grafo, os *links* foram salvos em *html* e inseridos no sistema SIENA para que então fossem disponibilizados aos participantes do experimento. Salienta-se que os estudantes receberam um login e senha para participarem e realizarem os Testes Adaptativos e quando apresentaram desempenho inferior a 0,6, deveriam realizar os estudos da sequência desenvolvida para o conceito no qual houve dificuldade nos Testes Adaptativos. Todos os sites têm o mesmo *layout* inicial, em que é apresentada a temática e, a seguir, o índice dos conteúdos, permitindo que os alunos tenham autonomia para estudar de acordo com suas escolhas, ou seja, o aluno não precisa estudar todos os tópicos de cada conceito, estuda apenas aqueles que ele apresentar maiores dificuldades.

A seguir, apresentam-se cada Sequência Didática Digital desenvolvida de acordo com o grafo do experimento realizado no sistema SIENA, para cada conceito do grafo foram organizados os conteúdos que deveriam estar contidos na revisão.

---

[7] Uso aceitável de vídeo do Youtube: Cada país tem regras diferentes sobre quando é permitido usar um material sem a permissão do detentor de direitos autorais. Por exemplo, nos Estados Unidos, obras de comentário, análise, pesquisa, ensino ou reportagem podem ser consideradas uso aceitável. Outros países têm um conceito semelhante chamado tratamento aceitável, que pode funcionar de maneira diferente. Informação disponível em: https://support.google.com/youtube/answer/9783148?hl=pt-BR.

4.1.1 Sequência Didática Digital com o tema Matemática Básica – Aritmética

O conceito de Matemática Básica – Aritmética, a Sequência Didática Digital contém os seguintes conteúdos (Figura 15).

Figura 15 – Conteúdos disponíveis para o conceito Matemática Básica - Aritmética

ARITMÉTICA
As quatro (4) operações no Conjunto dos Números Reais
As operações Potenciação e Radiciação no Conjunto dos Números Reais
Expressões Numéricas
As operações com Frações
Razão e Proporção
Regra de três
Porcentagem

Fonte: A pesquisa.

A seguir, na Figura 16 serão apresentadas questões desenvolvidas por Silva (2019) para o nodo de Aritmética.

Figura 16 – Exemplos de questões de nível fácil do nodo de Aritmética

FÁCIL
14. Uma pessoa compra um terreno de R$ 20.000,00 e vende-o com um lucro de R$ 4.000,00. Qual é a porcentagem de lucro? **16.** Joaquim e Francisco estão pintando um muro. Joaquim já pintou ${}^{3}/_{4}$ do muro, e Francisco ${}^{1}/_{8}$. Que parte do muro eles já pintaram no total? **17.** Qual é o valor de: $3^2 - [4^2 - (\sqrt{9}.\sqrt{25}).1^{100}]$? **18.** Considere os números $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ e $b = 4 - \sqrt{24}$. O valor de $a^2 + b^2$ é: **20.** Sejam a e b números reais positivos. Todas as afirmativas estão corretas, exceto: 1) $(a^x.a^y) = a^{x+y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$. 2) $(a.b)^x = a^x.b^x, \forall x, y \in \mathbb{R}$. 3) $(a^x)^y = a^{x^y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$. XXX 4) $(a^{x-y}) = \frac{a^x}{a^y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$. 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
MÉDIO
4. Um fazendeiro possui em sua propriedade, um curral onde mantém a criação de vacas, cavalos e ovelhas. Este fazendeiro possui um método de posicionamento dos animais, sendo que as vacas (v), são organizadas em 5 colunas, com 5 fileiras, os cavalos (c), em 5 colunas com 2 fileiras, e as ovelhas (o), em 7 colunas com 3 fileiras. Qual é a alternativa que melhor representa a quantidade total de cada animal? **5.** Qual é o valor de: $2^9.2^2:(2^{18}:2^{15})^2$? ? **6.** A venda de um videocassete da marca X estava sendo anunciada por R$ 297,00, à vista, ou em 10 **13.** Sônia coleciona papéis de carta. Sabendo que ${}^{2}/_{7}$ das folhas ela ganhou de sua mãe, ${}^{3}/_{5}$ ela ganhou de suas avós e outras 4 folhas restantes ela ganhou de suas amigas, determine o número de folhas da coleção de Sônia.
DIFÍCIL

1. Em um galinheiro é mantida a criação de 50 galinhas, 10 galos e 20 pintinhos, sabendo que os mesmos são vendidos por unidade, R$ 10,00 a unidade de pintinhos, R$ 25,00 a unidade de galos e R$ 30,00 a unidade de galinhas. Foram vendidas 20 aves para um agricultor, sendo 40% da quantidade total de galos e 20% da de galinhas. Qual é a porcentagem comprada da quantidade total de pintinhos, e o preço total da compra?

5. Em um acampamento há alimento suficiente para 48 pessoas. Durante um mês foi retirado 16 pessoas do acampamento, teremos alimento para quantos dias?

7. Numa fábrica de uniformes escolares 12 costureiras fazem 400 uniformes em 5 dias. Foram contratadas mais três costureiras para confeccionar um pedido de 2.000 uniformes, em x dias. O enunciado descrito é um problema de Regra de Três, onde as grandezas:

I) Costureiras e dias são inversamente proporcionais.
II) Costureiras e dias são diretamente proporcionais.
III) Dias e uniformes são diretamente proporcionais.
IV) Dias e uniformes são inversamente proporcionais.

A alternativa, contendo todas as afirmações VERDADEIRAS, é:

11. Encontre o valor numérico da expressão:

$$\left(x+\frac{y-x}{1+xy}\right):\left(1+\frac{x^2-xy}{1+xy}\right),$$

Para, $x=\sqrt{17}\ e\ y=53.$

15. Luciano fez uma viagem de 1.210 km, sendo $^{7}/_{11}$ de aeroplano; $^{2}/_{5}$ do resto, de trem, $^{3}/_{8}$ do novo resto, de automóvel e os demais quilômetros, a cavalo. Calcular quantos quilômetros percorreu a cavalo?

Fonte: Silva (2019, p. 130-138).

Com o propósito de sanar possíveis dificuldades dos estudantes, identificadas na pesquisa de Silva (2019), foram traçadas estratégias com o viés de manipulação algébrica e resolução de problemas, buscando possibilitar aos alunos a ampliação da compreensão do uso da linguagem algébrica a partir da compreensão de problemas, na elaboração da Sequência Didática Digital.

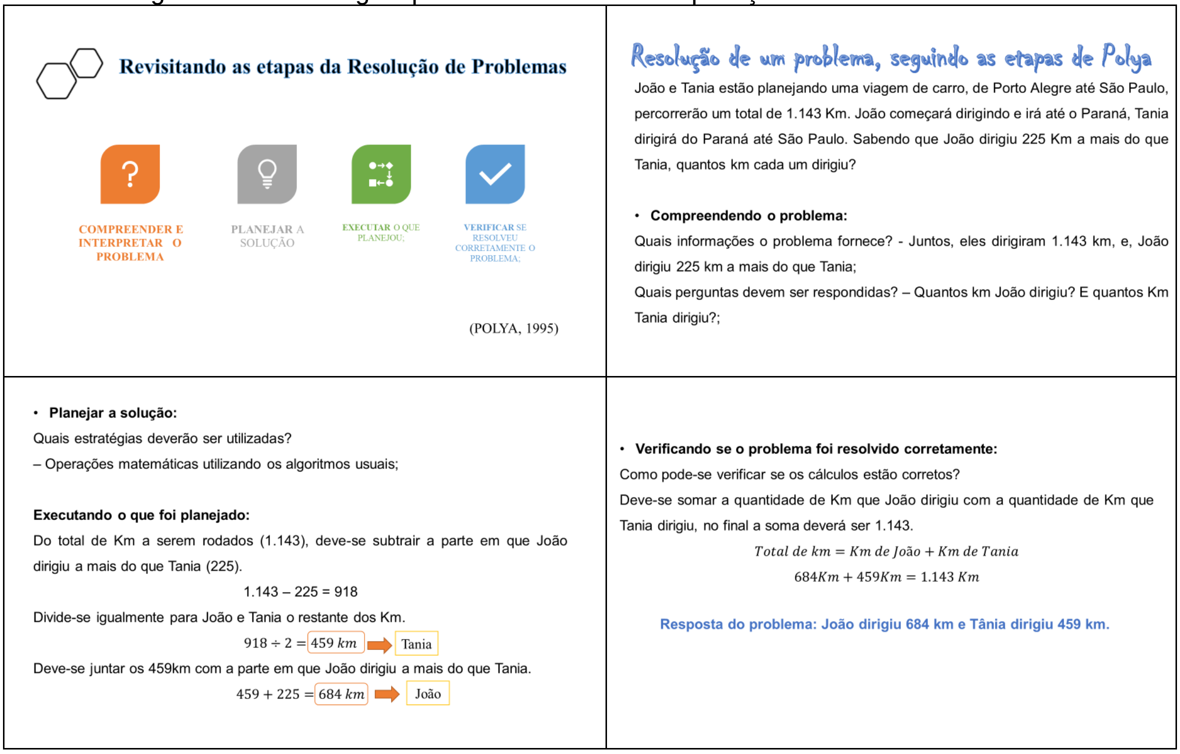
Na Figura 17 é apresentado o *layout* inicial do site desenvolvido para a retomada dos conceitos de Aritmética.

Figura 17 – Página Inicial e Sumário do conteúdo de Aritmética

Fonte: https://sites.google.com/rede.ulbra.br/jonata-aritmetica/.

Visando revisitar a resolução de problemas matemáticos, a Figura 18 apresenta estratégias para auxiliar na compreensão deste conteúdo, tendo início nas etapas da resolução de Problemas, de Polya (1995) e, aplicando os passos da resolução de problemas.

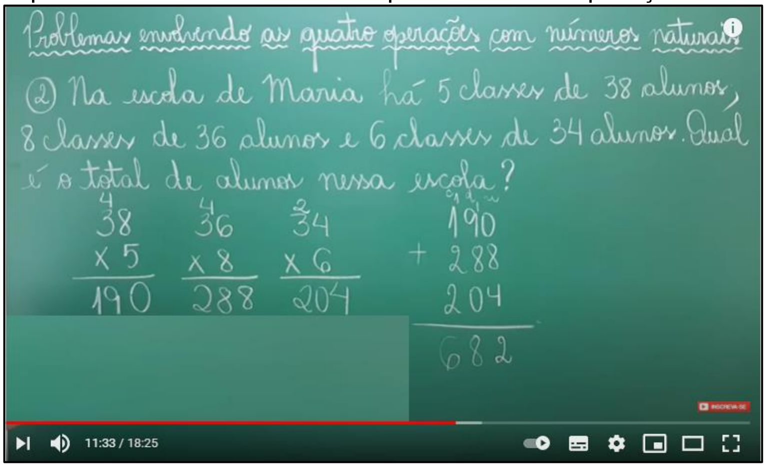
Figura 18 – Estratégias para o Conteúdo de 4 operações com Números Reais



Fonte: A pesquisa.

Junto ao material desenvolvido, encontra-se uma vídeo auxiliar (Figura 19) disponível no canal “Professora Angela Matemática”.

Figura 19 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de 4 operações com Números Reais



Fonte: https://youtu.be/eVLzmZq1LVk.

Para a retomada dos conceitos de Potenciação e Radiciação (Figura 20), incialmente apresenta-se suas propriedades com exemplos, para depois desenvolver cálculos que fazem com que o aluno utilize as propriedades apresentadas.

Figura 20 – Revisitando as Propriedades das Operações Potenciação e Radiciação com Números Reais

Propriedades da Potenciação

1. $a^0 = 1$	Qualquer valor elevado a expoente 0, resultará sempre em 1, exceto o próprio 0.
2. $a^1 = a$	Todo e qualquer número elevado a 1, terá como resultado seu próprio valor.
3. $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$	Quando o expoente for negativo, o seu resultado será o inverso da base elevado ao expoente, dessa vez positivo.
4. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	Na multiplicação de potências de mesma base, deve-se manter a base e somar os expoentes.
5. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	Na multiplicação de potências de bases diferentes mas expoentes iguais, deve-se multiplicar as bases e manter o expoente.
6. $a^n \div a^m = a^{n-m}$	Quando há uma divisão de potências de mesma base, deve-se manter a base e subtrair os expoentes.
7. $a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	Quando há uma divisão de potências com bases diferentes, porém, com o mesmo expoente, se mantém o expoente e divide-se as bases.
8. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	Quando há uma potência de potência, a base se mantém e deve-se fazer uma multiplicação entre os expoentes.
9. $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$	Quando há uma potência com expoente fracionário, indica uma raiz, onde o denominador da fração será o índice da raiz.

Propriedades da Radiciação

1. $(\sqrt[n]{a})^n = a$	Quando o expoente da potência apresentar o mesmo valor do índice da raiz, simplifica-se o índice com o expoente, ficando o radicando com expoente 1.
2. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$	Quando o expoente da potência não apresentar o mesmo valor do índice da raiz, o expoente da potência passa a ser o expoente do radicando.
3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	Quando uma raiz é raiz ou radicando de outra raiz, multiplicam-se os índices.
4. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c}$	Quando há uma multiplicação de raízes do mesmo índice, indica uma única raiz com o mesmo índice e multiplicando-se os radicandos.
5. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	Quando o radicando for uma fração, pode-se separar as raízes preservando o índice.
6. $a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{b \cdot a^n}$	O produto entre um número real a positivo e uma raiz, é igual a raiz do produtos desses 2 números, onde a, ao ser representado no interior da raiz é acrescentado de um expoente igual ao índice da raiz.
7. $a^{-\frac{n}{m}} = \frac{1}{\sqrt[m]{a^n}}$	Quando o expoente fracionário foi negativo, deve-se inverter a base da potência, e colocar o denominador do expoente como índice da raiz.

Calcule o valor da expressão numérica a seguir:

$$\frac{3^{x+2} + 3^{x+1}}{3^{x-1}} =$$

Quando há uma soma nos expoentes, pode-se multiplicar os expoentes mantendo a base da potência.

$$\frac{\boxed{3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^1}}{\boxed{\frac{3^x}{3^1}}} =$$

Quando há uma subtração nos expoentes, pode-se dividir os expoentes mantendo a base da potência.

Tem-se uma divisão de frações que será estudado no conceito 1.4, mas mantém-se a primeira fração e multiplica pelo inverso da segunda.

Coloca-se o 3^x em evidência.

$$\boxed{3^x} \cdot (3^2 + 3^1) \cdot \frac{3^1}{3^x} =$$

Simplifica o 3^x que esta multiplicando, pelo 3^x que esta dividindo.

$$(9 + 3) \cdot 3 = 36$$

Encontre o valor numérico da expressão $\left(x + \frac{y-x}{1+xy}\right) \div \left(1 + \frac{x^2-xy}{1+xy}\right)$, para $x = \sqrt{17}$ e $y = 53$.

$$\left(\sqrt{17} + \frac{53 - \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17} \cdot 53}\right) \div \left(1 + \frac{(\sqrt{17})^2 - \sqrt{17} \cdot 53}{1 + \sqrt{17} \cdot 53}\right) =$$

Transformado em frações de denominador único

$$\boxed{\left(\frac{\boxed{\sqrt{17}} \cdot (1 + \boxed{\sqrt{17}} \cdot 53) + 53 - \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17} \cdot 53}\right)} \div \boxed{\left(\frac{1 \cdot (1 + \sqrt{17} \cdot 53) + 17 - \sqrt{17} \cdot 53}{1 + \sqrt{17} \cdot 53}\right)} =$$

Multiplicação de potências de mesma base

$$\left(\frac{(\sqrt{17} + \sqrt{17}^2 \cdot 53) + 53 - \sqrt{17}}{1 + 53\sqrt{17}}\right) \div \left(\frac{(1 + \sqrt{17} \cdot 53) + 17 - 53\sqrt{17}}{1 + 53\sqrt{17}}\right) =$$

$$\left(\frac{\cancel{\sqrt{17}} + 17 \cdot 53 + 53 - \cancel{\sqrt{17}}}{1 + 53\sqrt{17}}\right) \div \left(\frac{1 + \cancel{53\sqrt{17}} + 17 - \cancel{53\sqrt{17}}}{1 + 53\sqrt{17}}\right) =$$

$$\boxed{\left(\frac{954}{1 + 53\sqrt{17}}\right) \div \left(\frac{18}{1 + 53\sqrt{17}}\right) =}$$

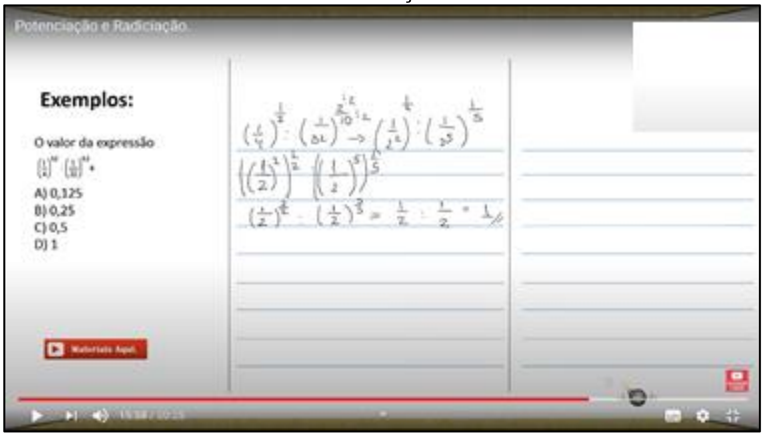
Tem-se uma divisão de frações que será estudado no conceito 1.4, mas mantém-se a primeira fração e multiplica pelo inverso da segunda.

$$\left(\frac{954}{\cancel{1 + 53\sqrt{17}}}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{1 + 53\sqrt{17}}}{18}\right) = \frac{954}{18} = 53$$

Fonte: A pesquisa.

Para possibilitar ao aluno uma diferente explicação deste conteúdo, foi disponibilizado um vídeo auxiliar (Figura 21), disponível no canal “Aprenda Calcular”, no qual também se apresenta as propriedades da potenciação e da radiciação e depois se trabalha com alguns exemplos.

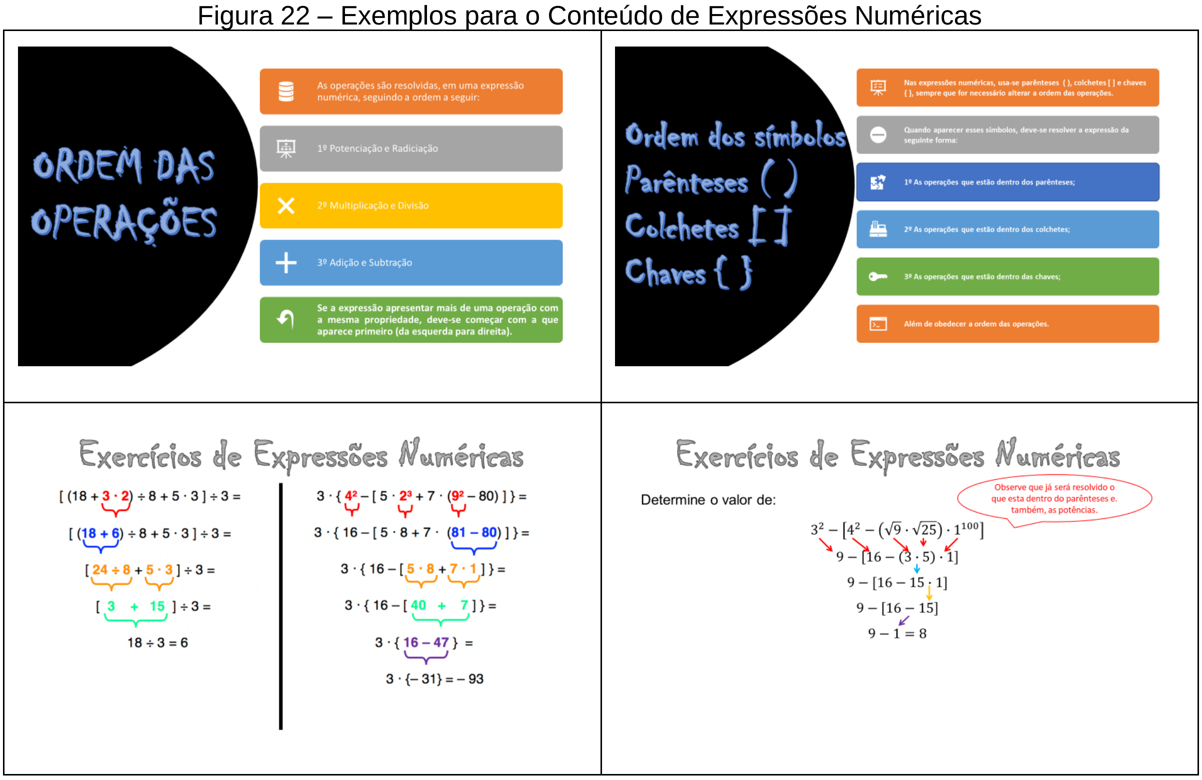
Figura 21 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre as operações potenciação e radiciação



Fonte: https://youtu.be/FlX4L04r37U.

Para revisar o conteúdo de Expressões Numéricas, incialmente foi apresentado a ordem (nas operações e nos símbolos) para iniciar a resolução e depois foram apresentados exemplos (Figura 22).

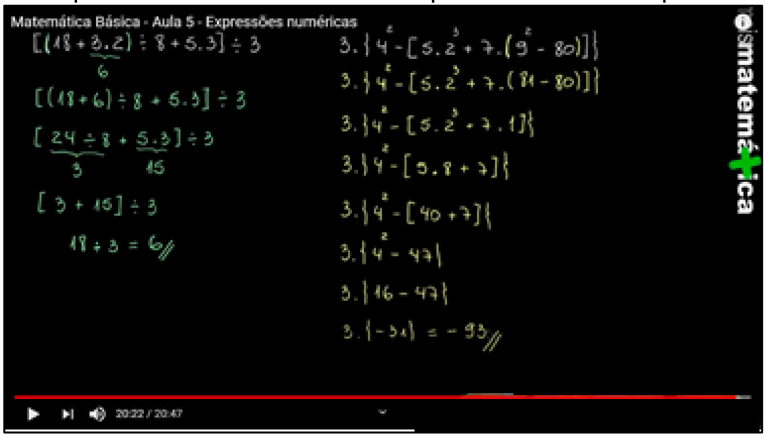
Figura 22 – Exemplos para o Conteúdo de Expressões Numéricas



Fonte: A pesquisa.

Para complementar o estudo sobre Expressões Numéricas, foi disponibilizado um vídeo do canal “Ferretto Matemática” (Figura 23), no qual também é retomado a ordem das operações e dos símbolos, e é apresentado exemplos.

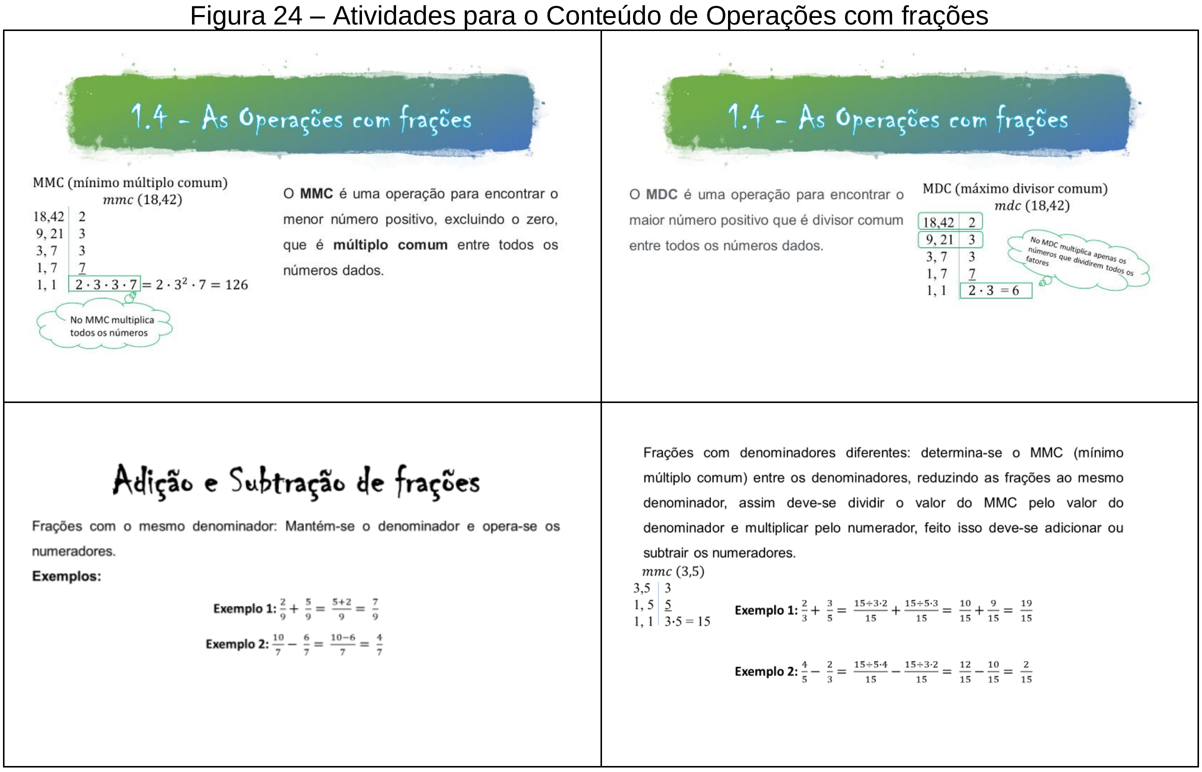
Figura 23 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Expressões Numéricas

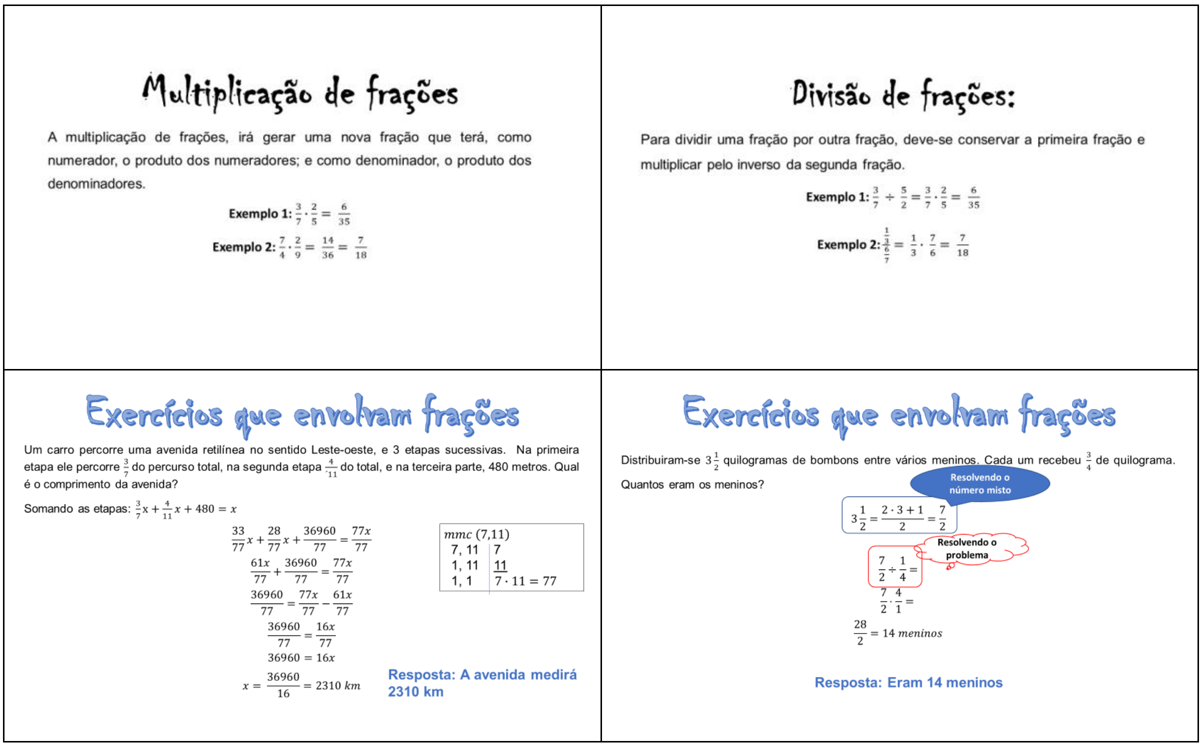


Fonte: https://youtu.be/qzl93K6_-LY.

Para fazer a retomada do conteúdo de operações com frações (Figura 24), inicialmente foi revisitado os conceitos de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC), que foram utilizados nos cálculos de adição e subtração de frações.

Figura 24 – Atividades para o Conteúdo de Operações com frações

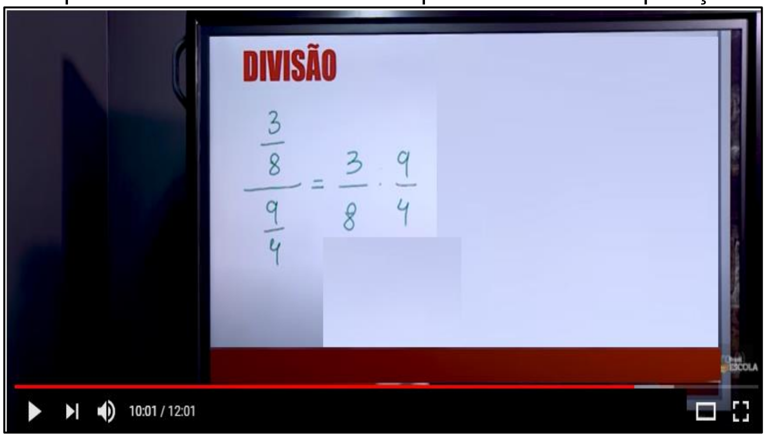




Fonte: A pesquisa.

A Figura 25 apresenta um vídeo complementar, disponível no canal "Brasil Escola", sobre o estudo de operações com frações.

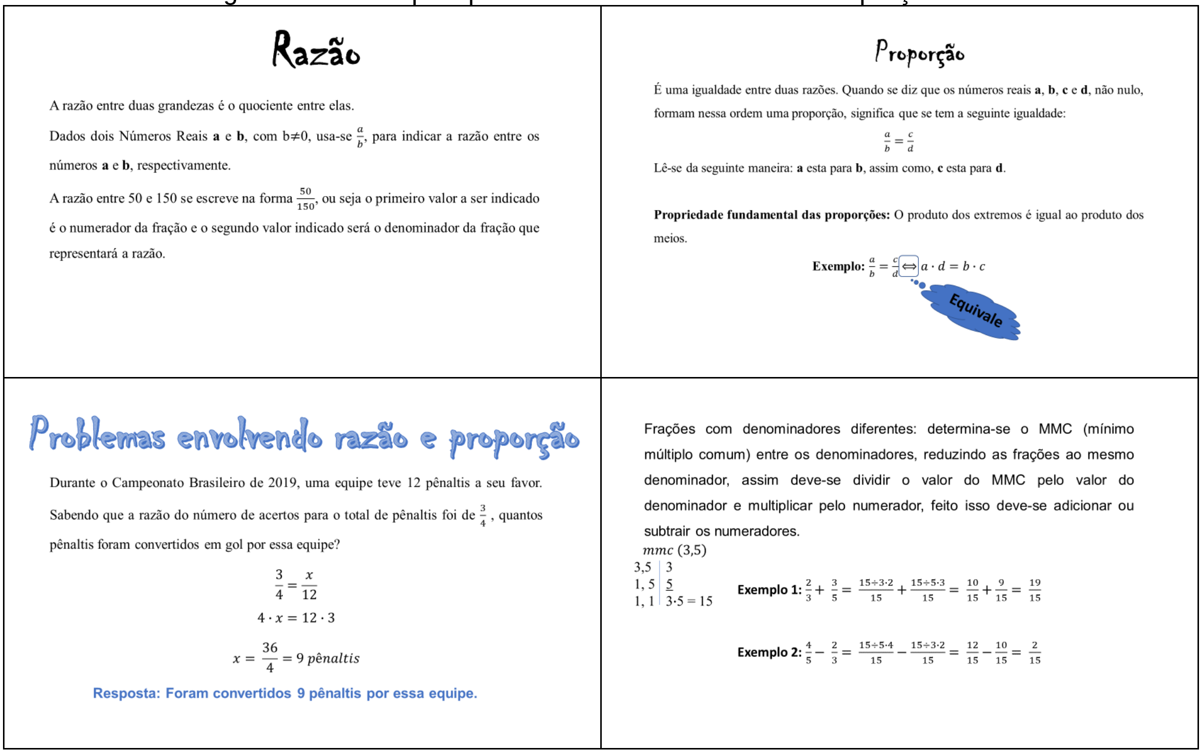
Figura 25 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Operações com Frações



Fonte: https://youtu.be/KhWNf7bfG9g.

Na Figura 26 é apresentada a retomada dos conceitos de razão e proporção. Inicialmente é apresentado a razão como uma fração e, a proporção como a igualdade entre 2 grandezas. Também, é apresentado o símbolo (⟺) que significa "equivale".

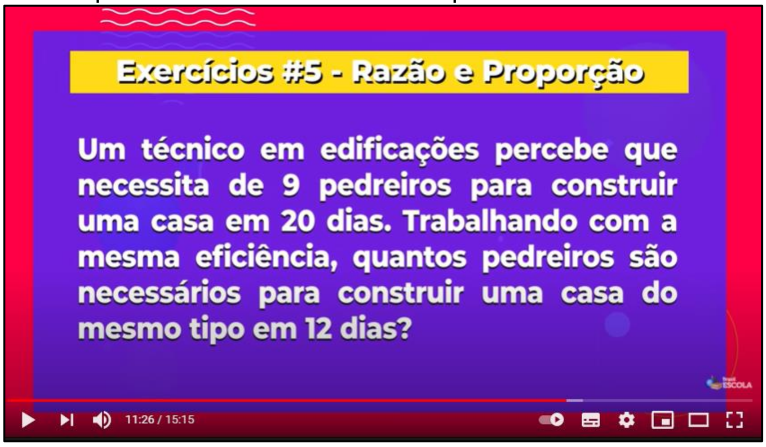
Figura 26 – Exemplos para o Conteúdo de Razão e Proporção



Fonte: A pesquisa.

Foi disponibilizado um vídeo (Figura 27) do canal “Brasil Escola” com exemplos de atividades com o conteúdo Razão e Proporção, para complementar o estudo.

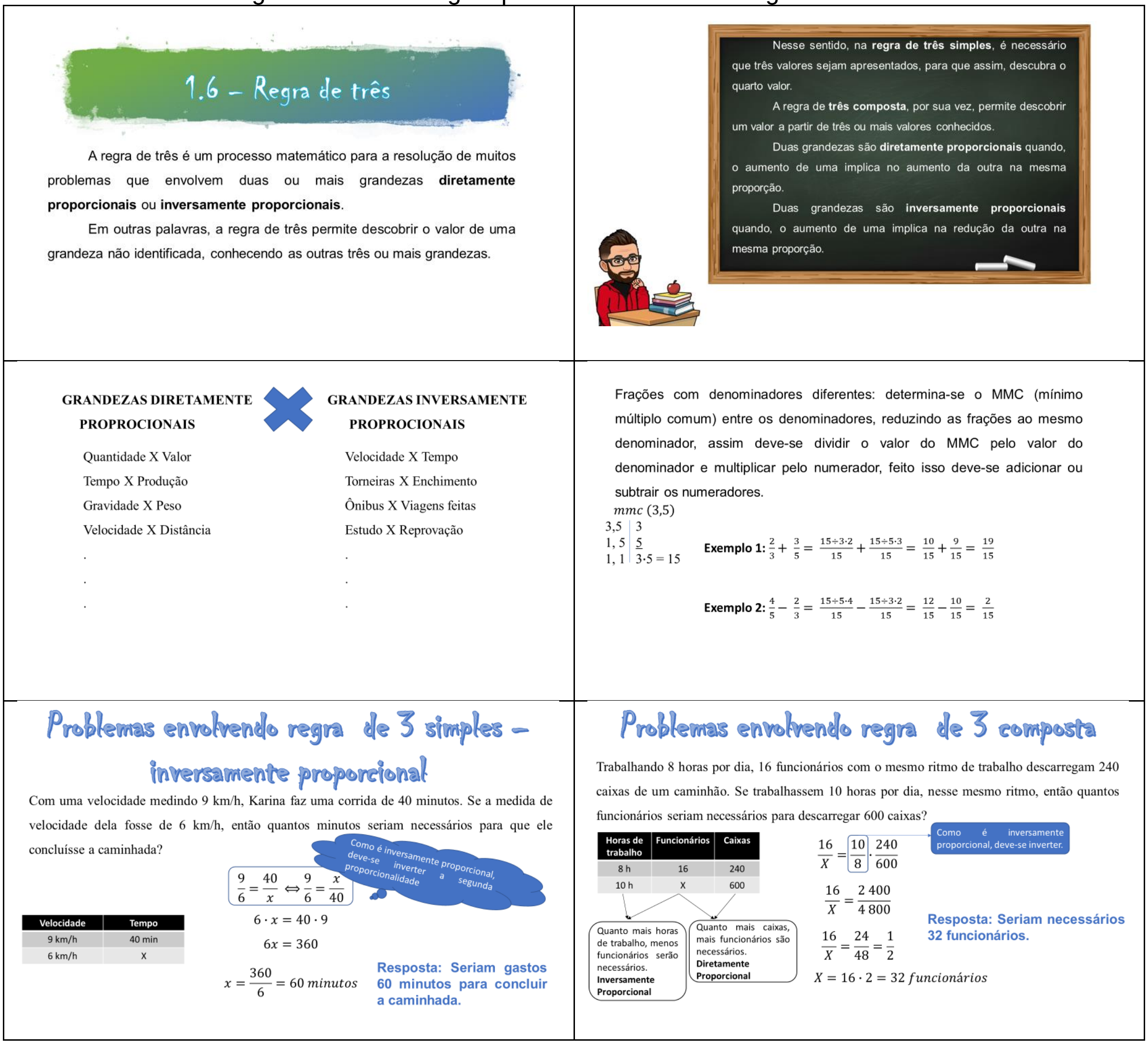
Figura 27 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Razão e Proporção



Fonte: https://youtu.be/HbfAnZQfXXY.

Para a retomada de conteúdos referentes a Regra de Três, foi desenvolvido uma material de estudo que aborda os tipos de regra de três (simples e composta) e a relação quando uma grandeza é diretamente proporcional ou inversamente proporcional, conforme apresentado na Figura 28.

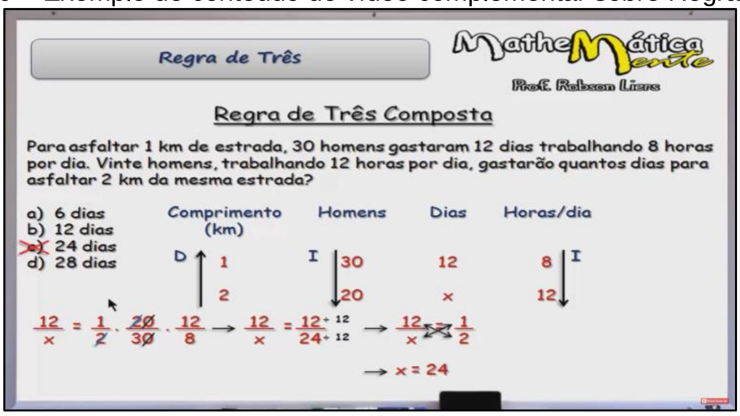
Figura 28 – Estratégias para o Conteúdo de Regra de Três



Fonte: A pesquisa.

O vídeo indicado para complementar o material de estudos (Figura 29), disponível no canal “Matematicamente”, sobre regra de três, também apresenta regra de três simples e composta, e, exemplos com grandezas diretamente/inversamente proporcionais.

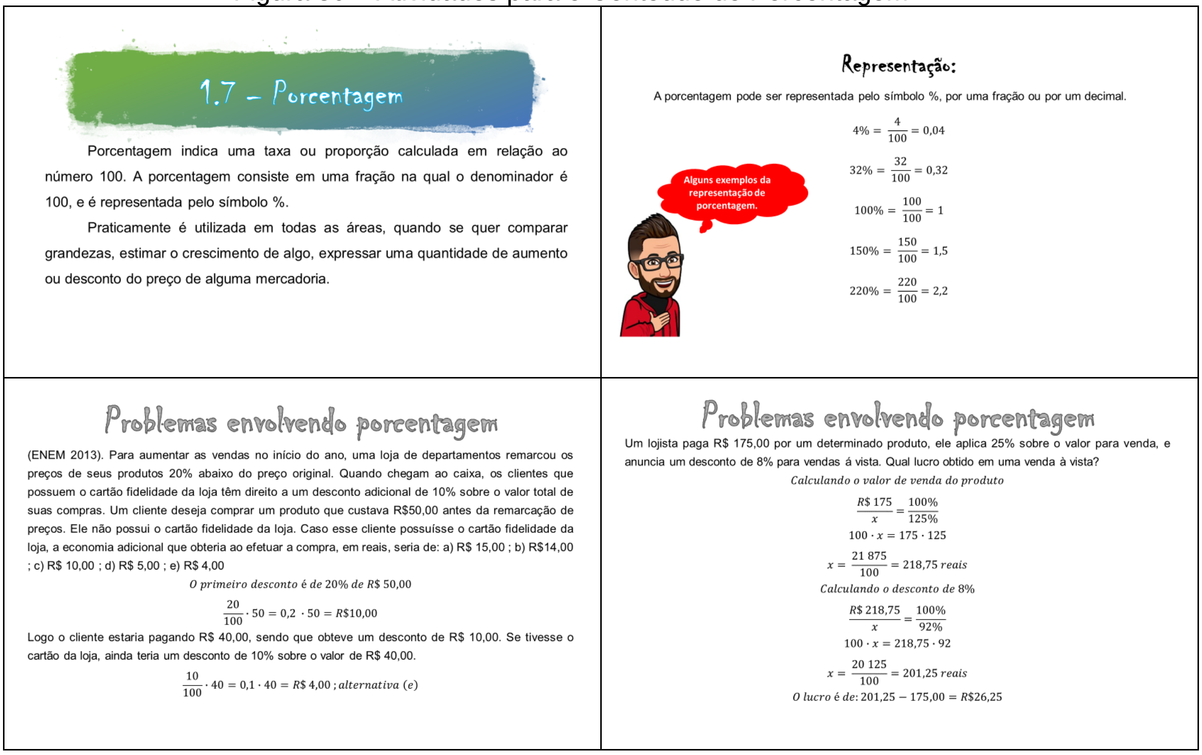
Figura 29 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Regra de Três



Fonte: https://youtu.be/ITjCIOD6XtE.

Na Figura 30 é apresentado uma breve revisão do conteúdo de Porcentagem, iniciando com conceitos básicos como uma divisão por cem e com o símbolo % que representa porcentagem.

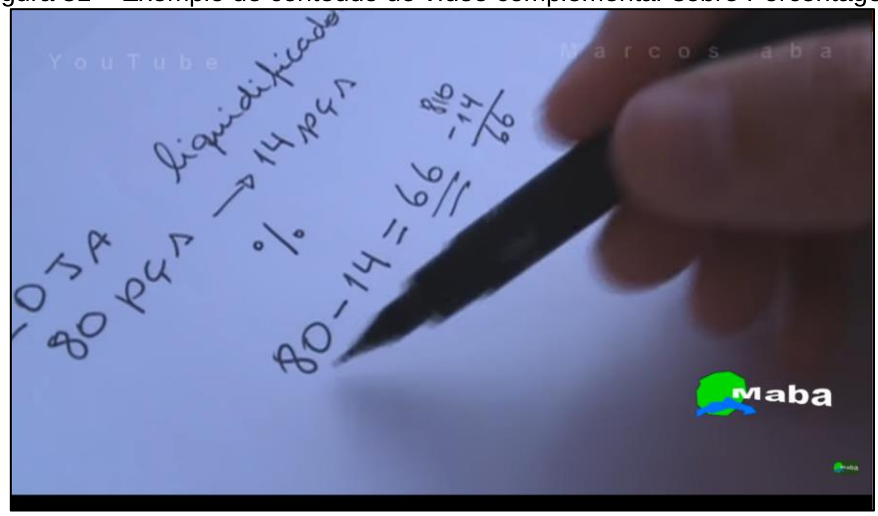
Figura 30 – Atividades para o Conteúdo de Porcentagem



Fonte: A pesquisa.

A Figura 31 apresenta uma imagem do vídeo indicado, disponível no canal “Marcos Aba Matemática”, para o complemento dos estudos relativos ao conteúdo de porcentagem.

Figura 31 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Porcentagem



Fonte: https://youtu.be/ZZXcTQpbdaE.

4.1.2 Sequência Didática Digital com o tema Matemática Básica – Álgebra

O conceito de Matemática Básica – Álgebra, a Sequência Didática Digital contém os seguintes conteúdos (Figura 32).

Figura 32 – Conteúdos disponíveis para o conceito Matemática Básica - Álgebra

ÁLGEBRA
Expressões Algébricas Produtos Notáveis – Quadrado da soma de dois termos, Quadrado da diferença de dois termos e produto da soma pela diferença de dois termos Fatoração Equações do 1º grau e do 2º grau Sistemas de Equações do 1º grau Matrizes Determinantes

Fonte: A pesquisa.

Na Figura 33 são apresentados exemplos de questões vinculadas ao conceito de Álgebra, desenvolvidas por Silva (2019) em seus Testes Adaptativos.

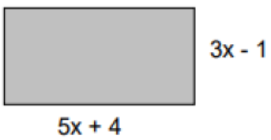
Figura 33 – Exemplos de questões de nível fácil do nodo de Álgebra

FÁCIL

5. Para que $\begin{bmatrix} 2x+y \\ 2x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 9 \end{bmatrix}$ quais devem ser os valores de x e y?

6. Para quais valores a, b e c é verdadeiro: $\begin{bmatrix} a & 3 & 2a \\ c & 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & -3 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$?

10. Ache a expressão algébrica que representa a área do retângulo.



11. Qual é a alternativa que representa uma expressão igual a essa: $(2x^3 - 5x)^2$?

13. Lia comprou um objeto que foi pago em três prestações. Na primeira prestação ela pagou a terça parte do valor do objeto, na segunda prestação, a quinta parte e na última, R$ 35,00. Quanto ela pagou pelo objeto?

MÉDIO

2. Três latas iguais de massa de tomate mais uma lata de atum custam R$ 6,00. Duas latas de massa de tomate mais duas latas de atum (todas iguais as anteriores) custam R$ 6,80. Qual é o preço de uma lata de massa de tomate?

4. Resolva a equação:

$$\frac{4}{5x+1} = \frac{9}{10x+6}$$

6. Um pai tinha 30 anos quando seu filho nasceu. Se multiplicarmos as idades que possuem hoje, obtém-se um produto que é igual a 3 vezes o quadrado da idade do filho. Quais são suas idades?

10. Pedro gastou $\frac{1}{3}$ da quantia que possuía e, depois, $\frac{2}{9}$ dessa quantia. Ficou ainda com R$ 40,00. Quanto Pedro possuía?

DIFÍCIL

1. Um terreno retangular tem 84 m de perímetro. O comprimento tem 18 m a mais que a largura. Qual é área desse terreno?

3. Numa classe há 33 alunos e a diferença entre o dobro do número de meninas e o número de meninos é 12. Quantas são as meninas? E os meninos?

6. Um litro do vinho A custa R$ 6,00, e o litro do tipo B, R$ 4,80. Quantos litros de vinho A se deve misturar a 100 litros de vinho B para se obter um vinho C, que custe R$ 5,50 o litro?

13. Dividir R$ 480,00 por três pessoas, de modo que as partes da primeira e da segunda sejam, respectivamente, 1/3 e 4/5 da parte a ser recebida pela terceira. Qual será o valor de cada parte?

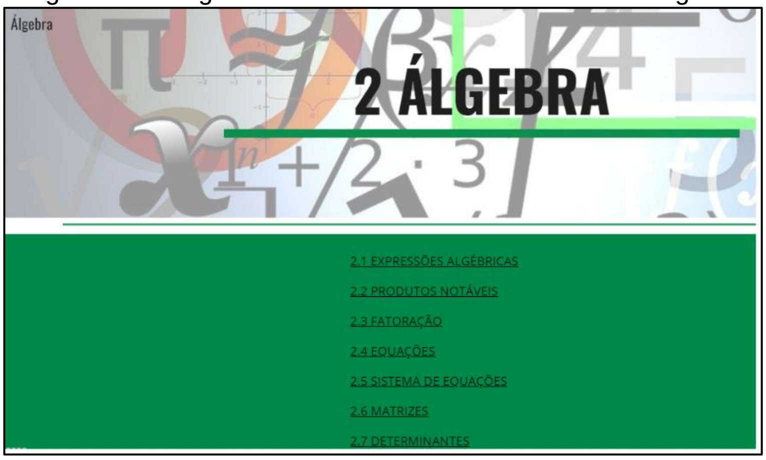
16. Roberval, um investidor no mercado de capitais, perdeu a quarta parte de um capital. Em outros negócios, ganhou o quíntuplo de R$ 30.000,00. Sendo a fortuna atual o dobro do capital inicial. Que capital era esse?

Fonte: Silva (2019, p.139-149).

Objetivando evitar possíveis dificuldades que foram identificadas na pesquisa de Silva (2019), foram traçadas estratégias que envolviam uma manipulação algébrica e a visualização dos conceitos geométricos. Para que então, possibilitar ao aluno a ampliação da compreensão do uso da linguagem algébrica e da Geometria. Foram disponibilizados objetos educacionais disponíveis na biblioteca do *software* GeoGebra, na elaboração da Sequência Didática Digital.

A seguir, pode-se observar a Figura 34, que apresenta a interface inicial do *site* desenvolvido para a Sequência Didática do conteúdo de Álgebra.

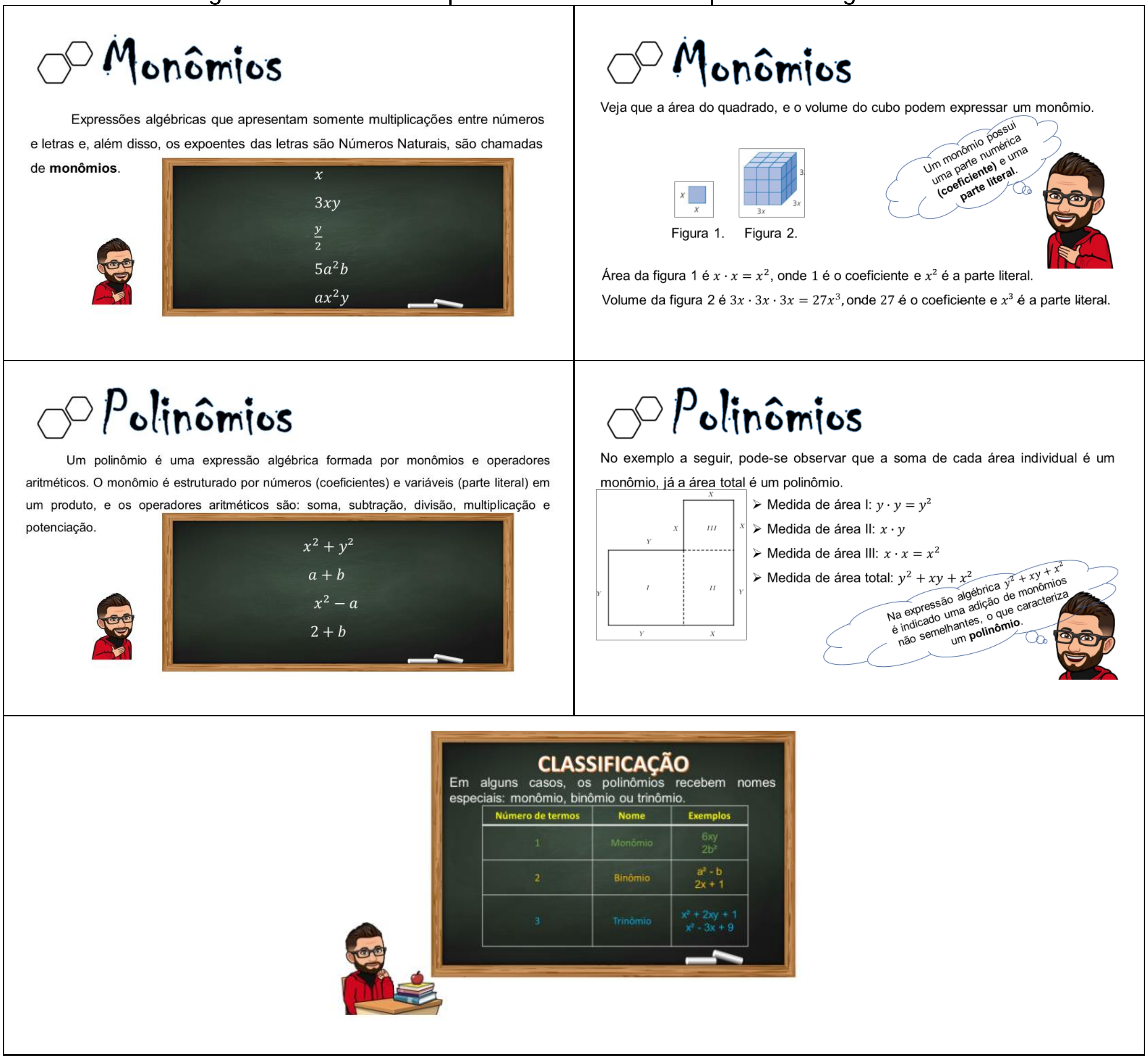
Figura 34 – Página Inicial e Sumário do conteúdo de Álgebra



Fonte: https://*sites.google*.com/rede.ulbra.br/jonata-algebra/.

Para o estudo de monômios e polinômios, inicialmente foi retomada a ideia de Expressão Algébrica, conforme Figura 35.

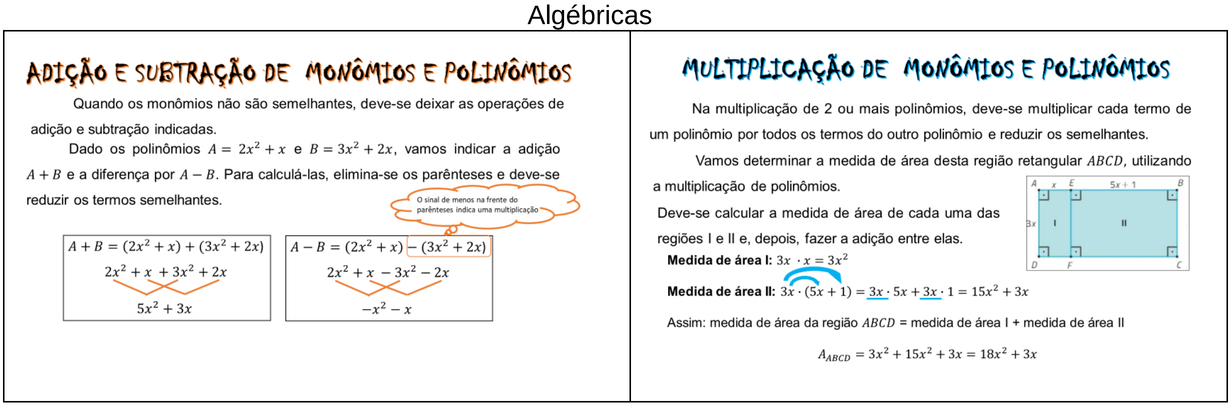
Figura 35 – Atividades para o Conteúdo de Expressões Algébricas

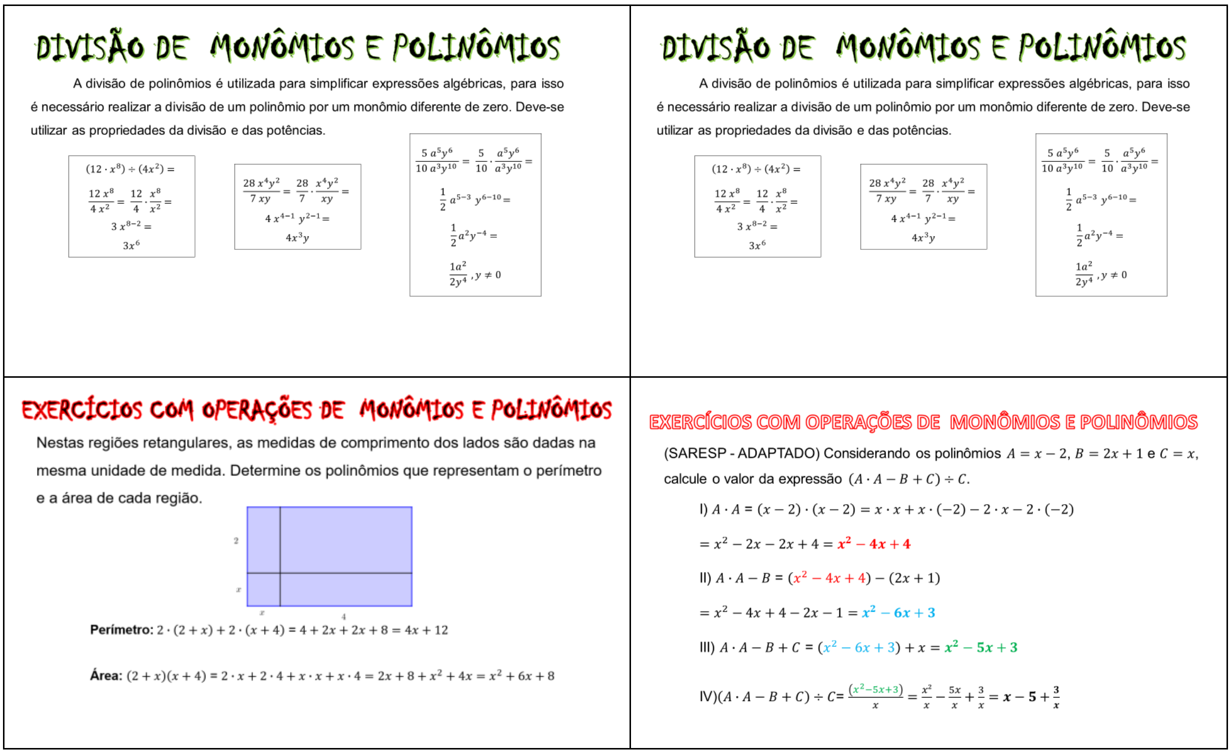


Fonte: A pesquisa.

Dando segmento ao estudo de Expressões Algébricas, a Figura 36 apresenta as operações com Monômio e Polinômios.

Figura 36 – Exercícios disponibilizados para a retomada do conteúdo de Expressões Algébricas

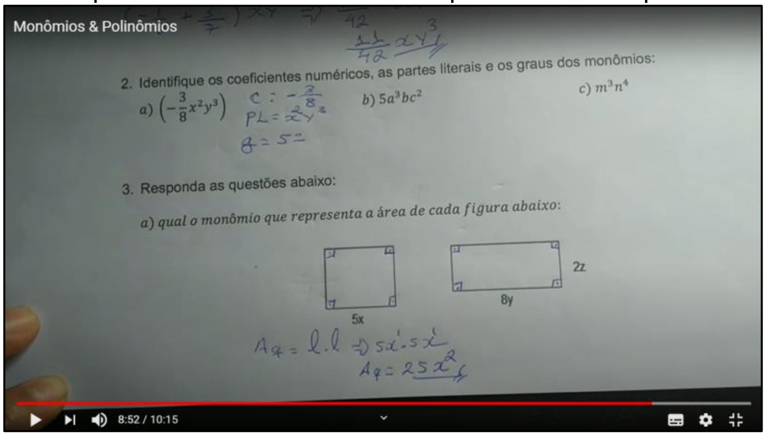




Fonte: A pesquisa.

O vídeo complementar (Figura 37), disponível no canal “Francisco Sales”, aborda o conteúdo de monômios e polinômios com uma aplicação em perímetro e área de figuras planas, o que complementa o estudo das Expressões Algébricas.

Figura 37 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Expressões Algébricas



Fonte: https://youtu.be/FaJU2tVuMzA.

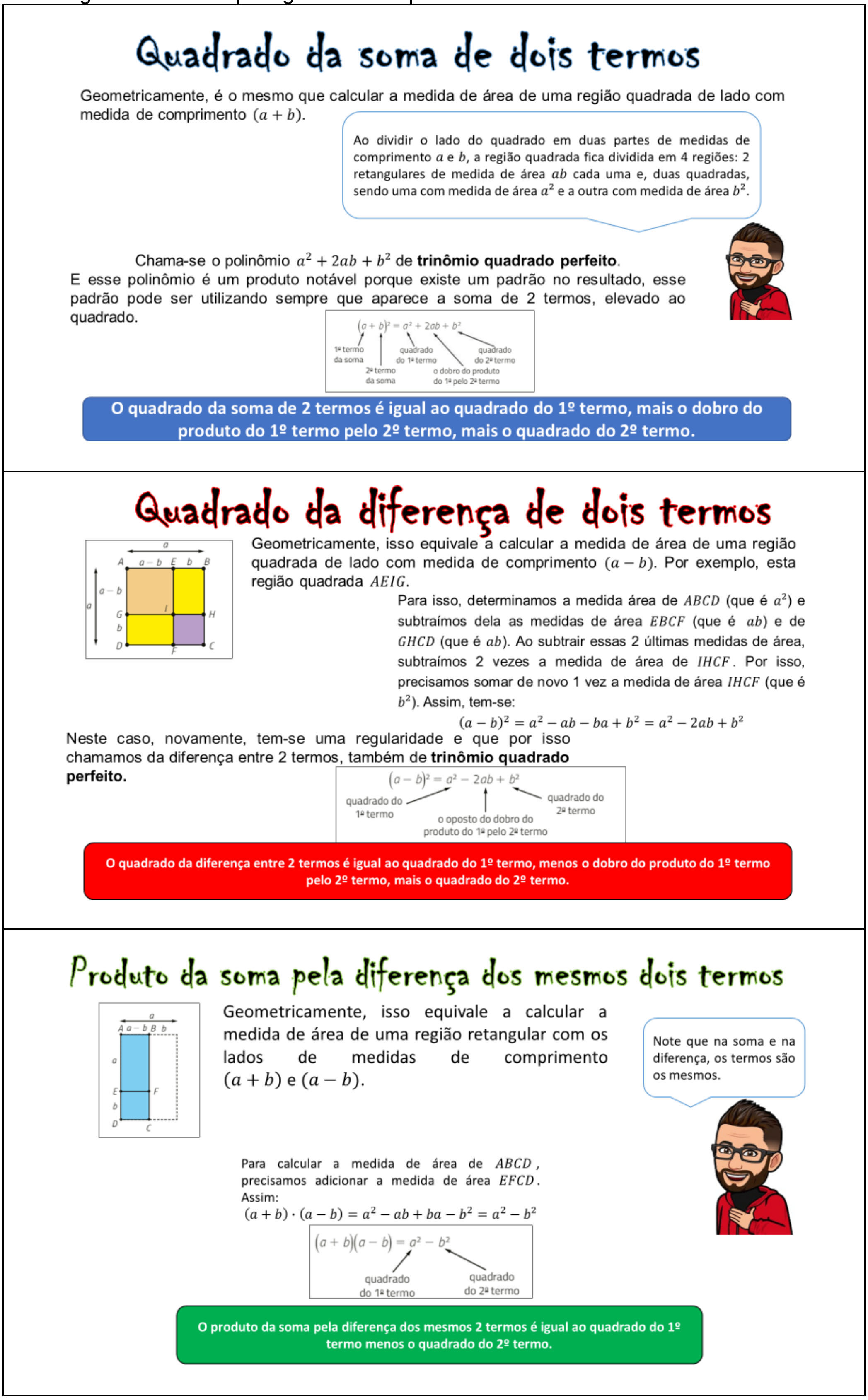
Para a retomada dos conceitos relacionados aos Produtos Notáveis foi separado o conteúdo em uma parte Algébrica e uma parte geométrica. Na Figura 38 apresenta-se os conceitos de Produtos Notáveis, utilizando uma linguagem algébrica.

Figura 38 – Exemplos algébricas para o Conteúdo de Produtos Notáveis

Fonte: A pesquisa.

Para complementar o estudo de Produtos Notáveis, a Figura 39 apresenta o conteúdo de Produtos Notáveis a partir de uma linguagem geométrica.

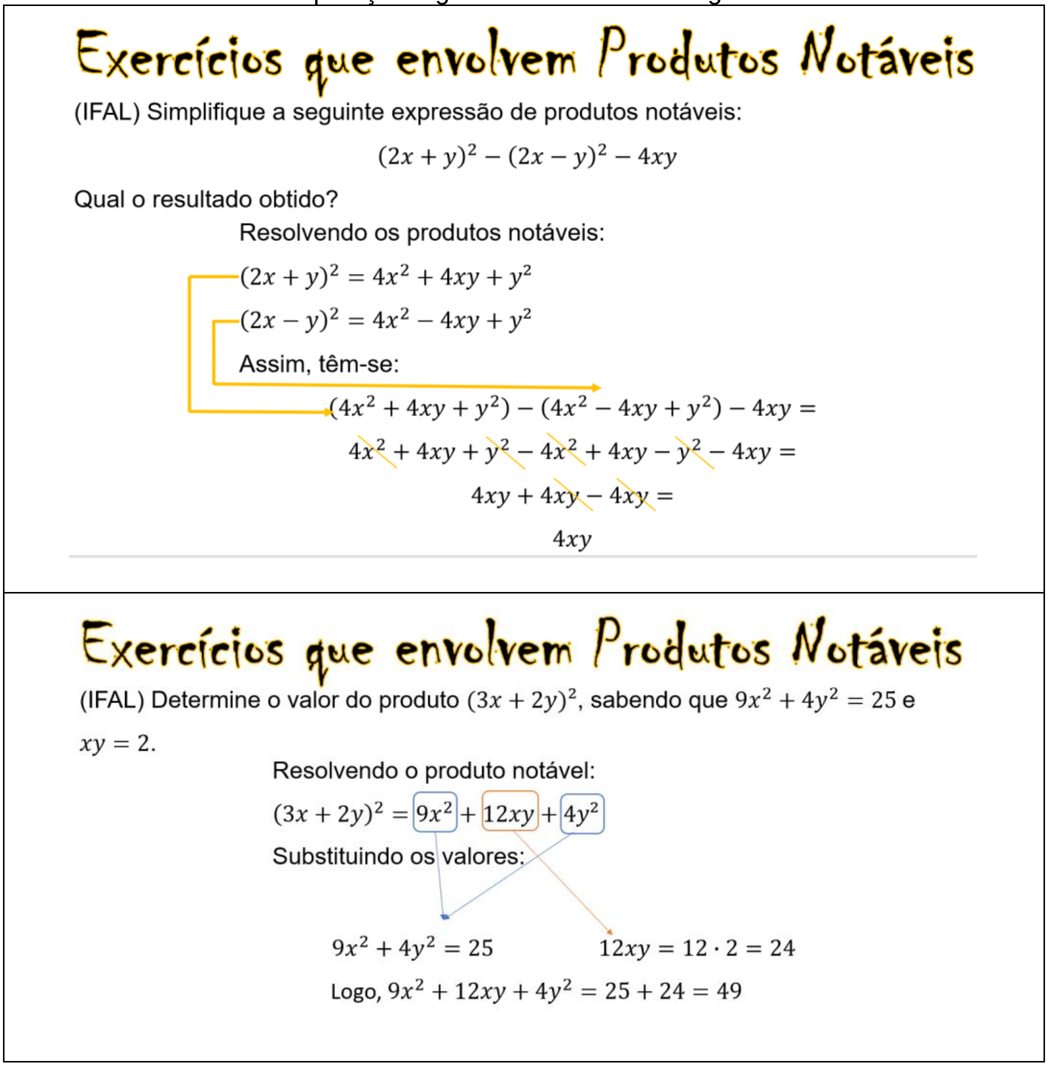
Figura 39 – Exemplos geométricos para o Conteúdo de Produtos Notáveis

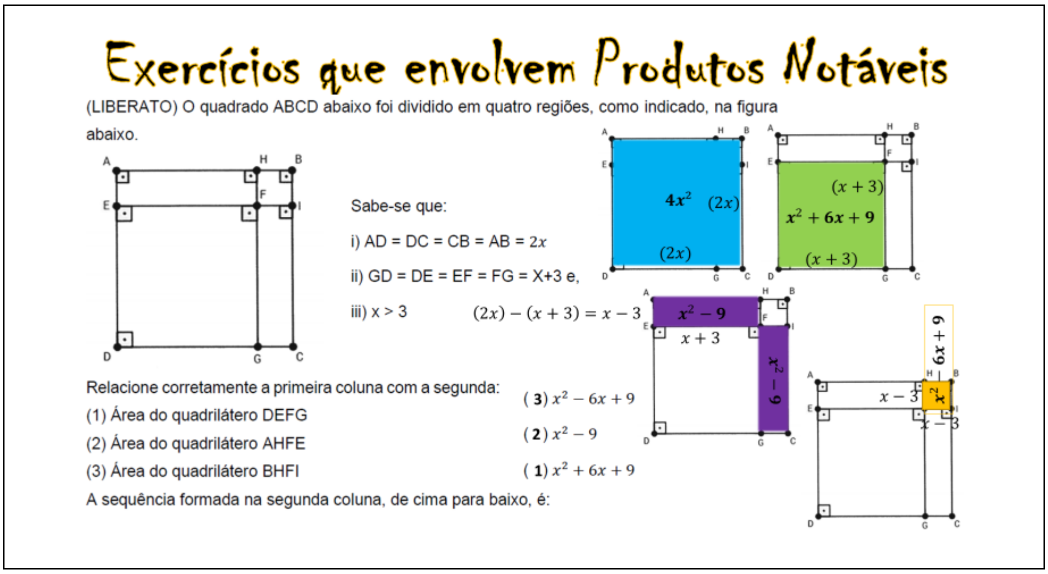


Fonte: A pesquisa.

Na Figura 40 tem-se exercícios resolvidos que foram disponibilizados para os estudantes utilizarem as estratégias algébrica e geométricas apresentadas anteriormente.

Figura 40 – Exercícios disponibilizados para a retomada do conteúdo de Produtos Notáveis com a manipulação algébrica e os conceitos geométricos

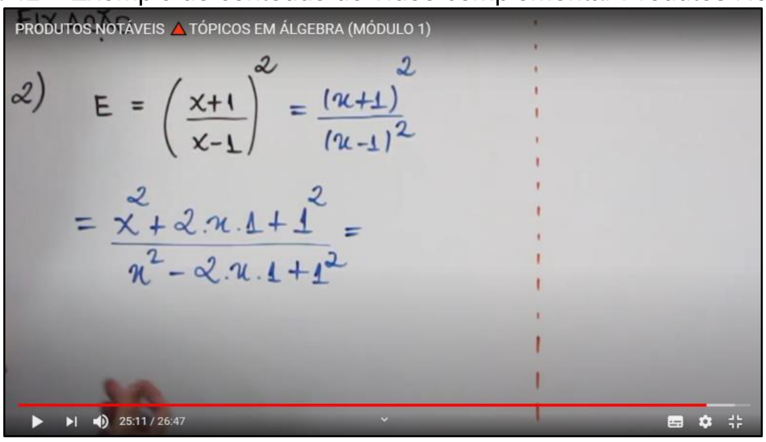




Fonte: A pesquisa.

Após a apresentação do conteúdo de Produtos Notáveis utilizando a representação algébrica e a geométrica, foi disponibilizado uma vídeo auxiliar (Figura 41), disponível no canal “Equaciona com Paulo Pereira”.

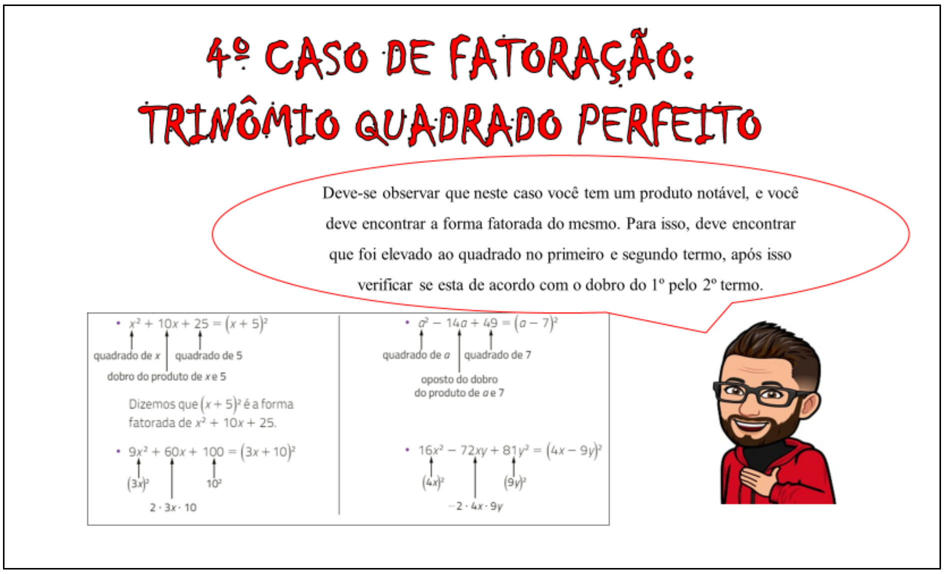
Figura 41 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar Produtos Notáveis



Fonte: https://youtu.be/eoYndkEntk8.

Dando seguimento nos conteúdos relacionados a Álgebra, após os Produtos Notáveis, se tem o estudo de Fatoração (4 casos). Para o estudo deste conteúdo foram desenvolvidas estratégias com uma predominância na linguagem algébrica, conforme pode ser visto na Figura 42.

Figura 42 – Estratégias para o Conteúdo de Fatoração



Fonte: A pesquisa.

Para praticar o que foi apresentado sobre fatoração, a Figura 43 apresenta exercícios sobre esse conteúdo.

Figura 43 – Exercícios disponibilizados para a retomada do conteúdo de Fatoração

EXERCÍCIOS SOBRE FATORAÇÃO

(CEFET-PR) Uma indústria fabrica uma placa metálica no formato de um retângulo de lados $(ax + by)$ e $(bx + ay)$. Encontre, de forma fatorada, o perímetro deste retângulo.

Perímetro: $2 \cdot (ax + by) + 2 \cdot (bx + ay) =$

$2ax + 2by + 2bx + 2ay$

Fatorando: $2a(x + y) + 2b(x + y)$

$\mathbf{2(a + b)(x + y)}$

EXERCÍCIOS SOBRE FATORAÇÃO

(FGV) Simplificando a fração $\frac{m^2+m}{5m^2+10m+5}$ obtém-se:

Fatorando o numerador: $m^2 + m = m(m + 1)$

Fatorando o denominador (1º vez): $5m^2 + 10m + 5 = 5(m^2 + 2m + 1)$

Fatorando o denominador (2º vez): $5(m^2 + 2m + 1) = 5(m + 1)^2$

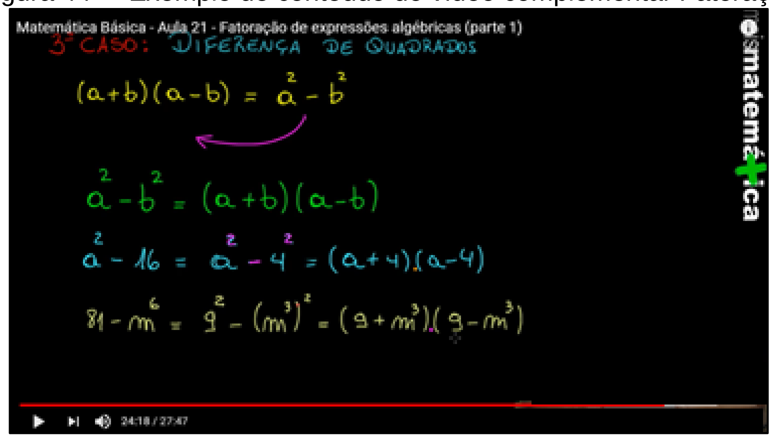
Retornando a expressão: $\frac{m(m+1)}{5(m+1)^2}$

Forma simplificada: $\mathbf{\frac{m}{5(m+1)}}$

Fonte: A pesquisa.

A Figura 44 apresenta uma parte do vídeo complementar indicado do canal “Marcos Aba Matemática”. Nesta figura é apresentado o 3 caso de fatoração, mas no vídeo são discutidos os 4 casos, apresentando exemplos de cada um.

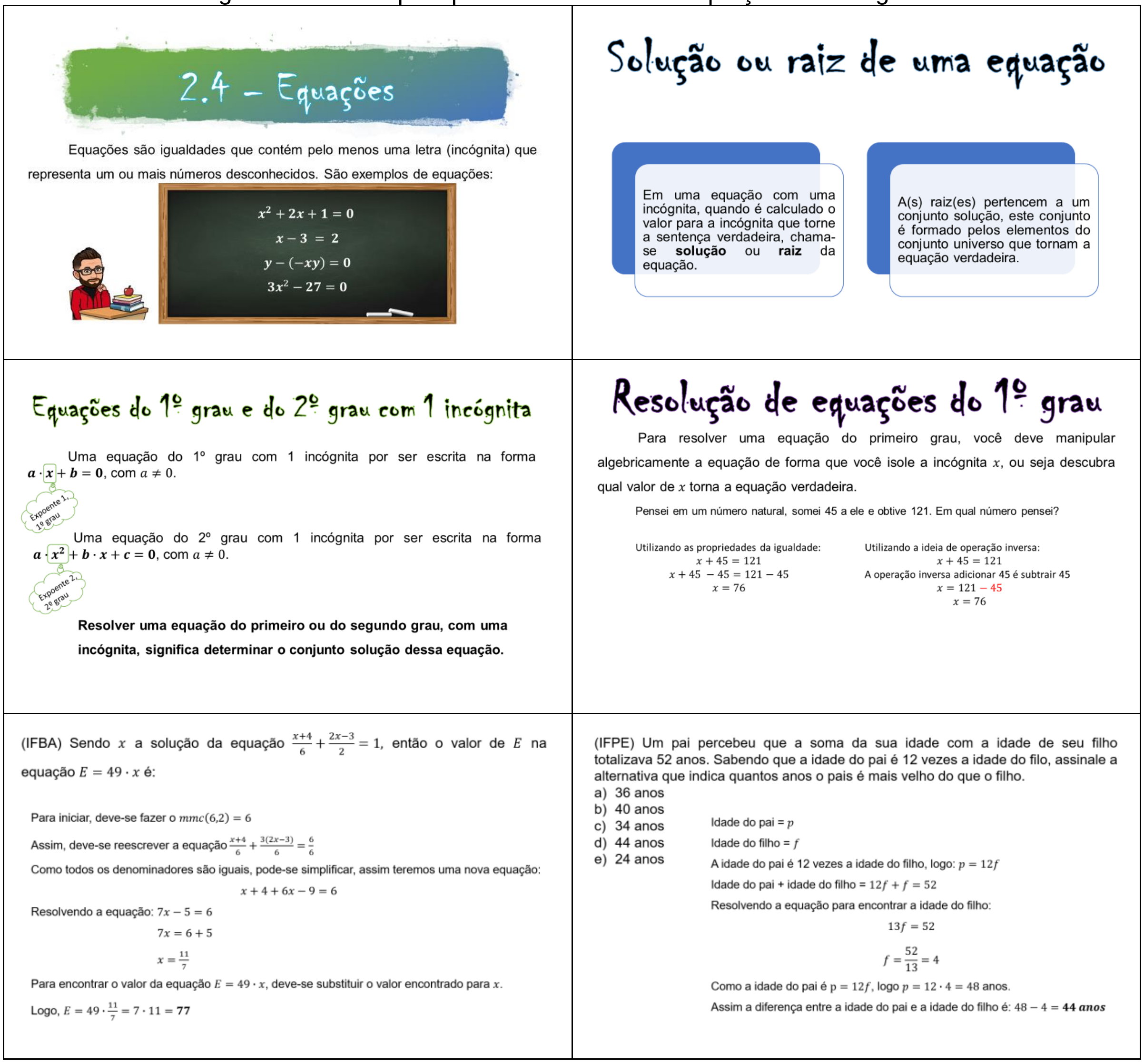
Figura 44 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar Fatoração



Fonte: https://youtu.be/gpLUtjncoSo.

Para a retomada do conteúdo de Equações, foi separado inicialmente em equações do 1º grau e equações do 2º grau, para que não houvesse confusão no estudo das equações. Na retomada dos conceitos de equação do 1º grau (Figura 45), foi desenvolvido atividades que envolvessem a resolução de problemas matemáticos.

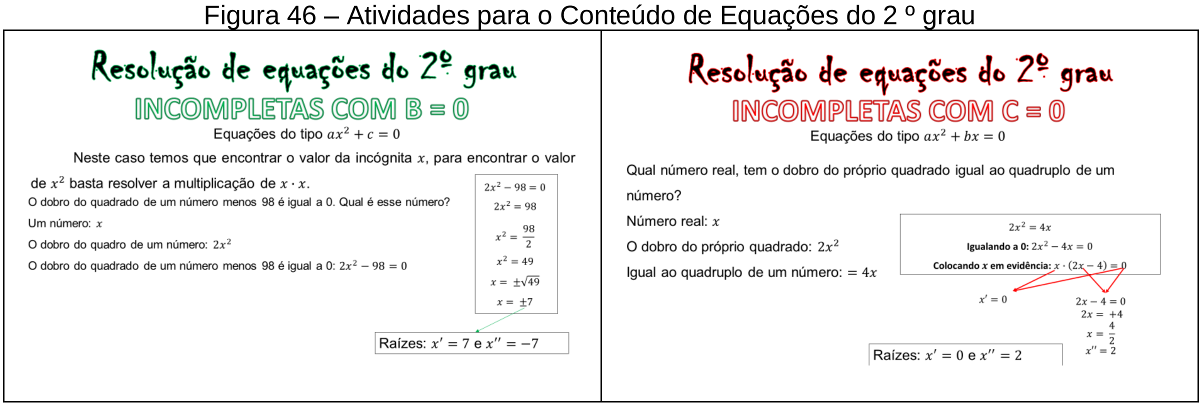
Figura 45 – Exemplos para o Conteúdo de Equações do 1 º grau

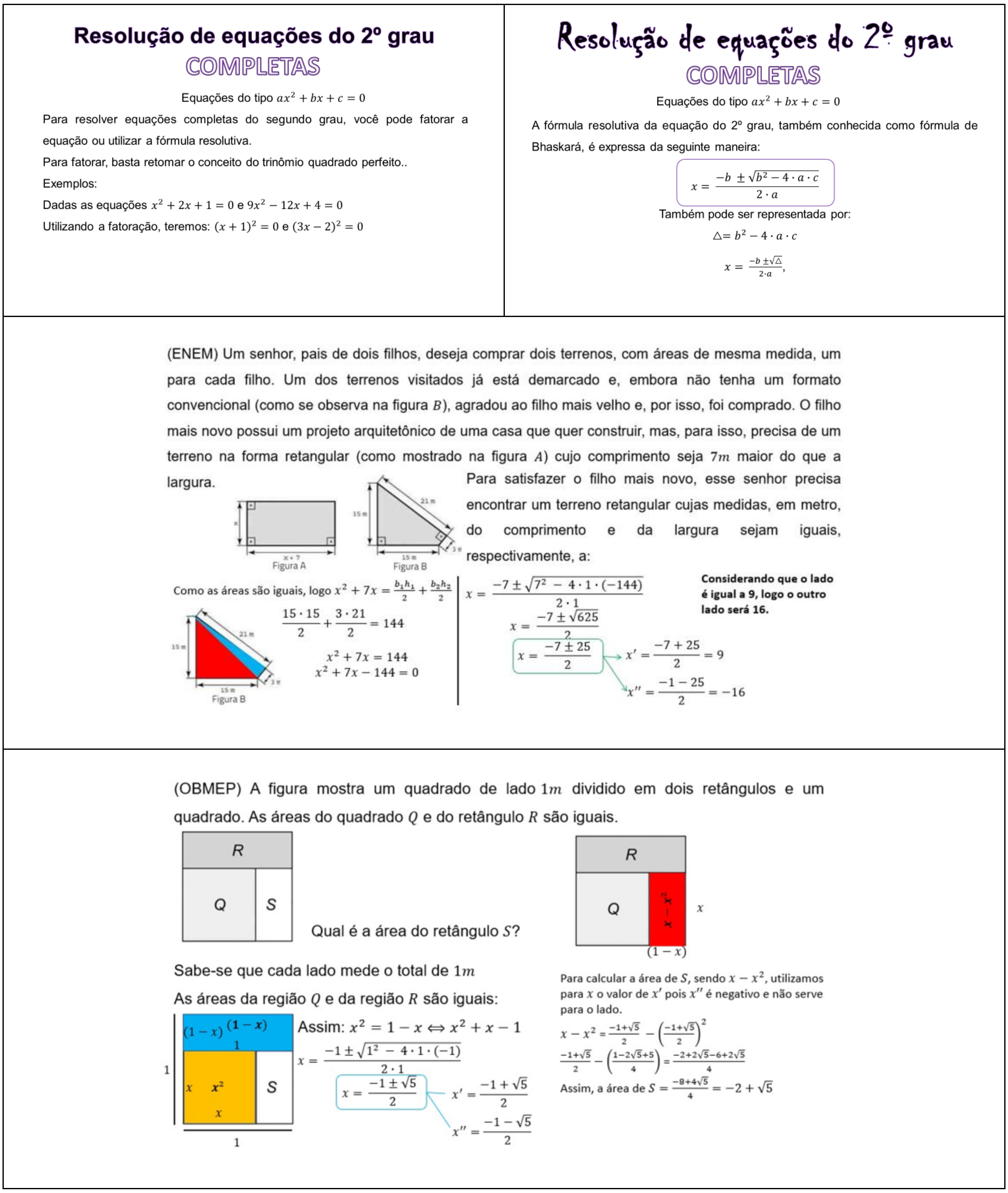


Fonte: A pesquisa.

Complementando o estudo de equações, a Figura 46 apresenta a revisão das equações do 2º grau, completas e incompletas, com exercícios/exemplos que envolvam o estudo das equações em figuras geométricas.

Figura 46 – Atividades para o Conteúdo de Equações do 2 º grau

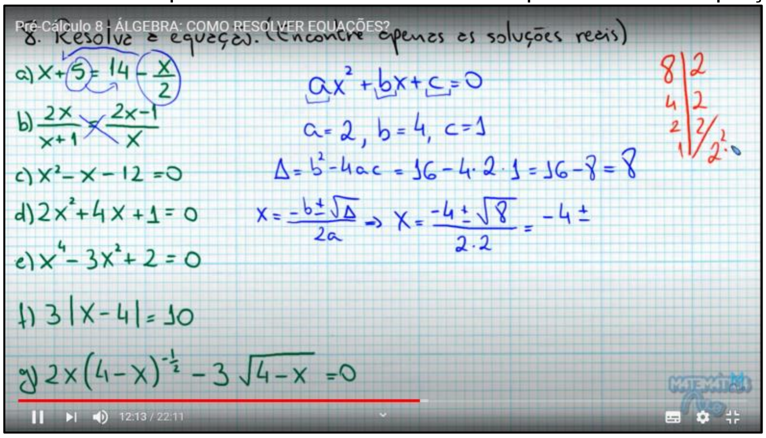




Fonte: A pesquisa.

A Figura 47 apresenta os conceitos relacionados ao estudo de Equações, o vídeo indicado encontra-se no canal “Equaciona com Paulo Pereira”.

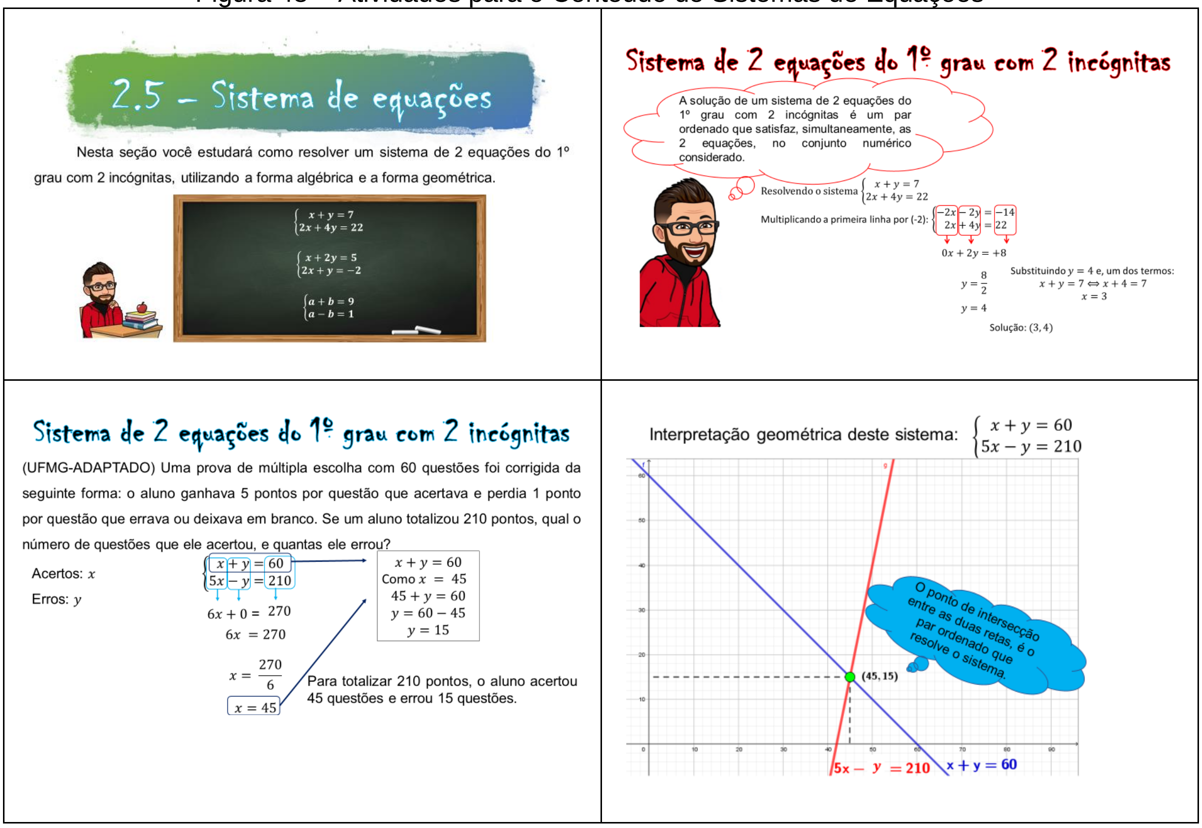
Figura 47 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Equações

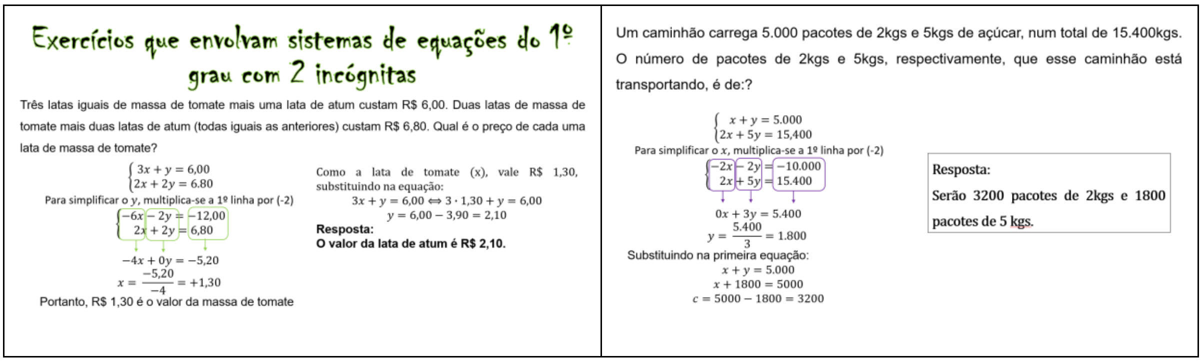


Fonte: https://youtu.be/e7U7ZQlGp7I.

Dando continuidade no estudo de equações, a Figura 48 apresenta atividades referentes ao conteúdo de sistema de equações do 1º grau com 2 incógnitas, utilizando técnicas algébricas e geométricas.

Figura 48 – Atividades para o Conteúdo de Sistemas de Equações

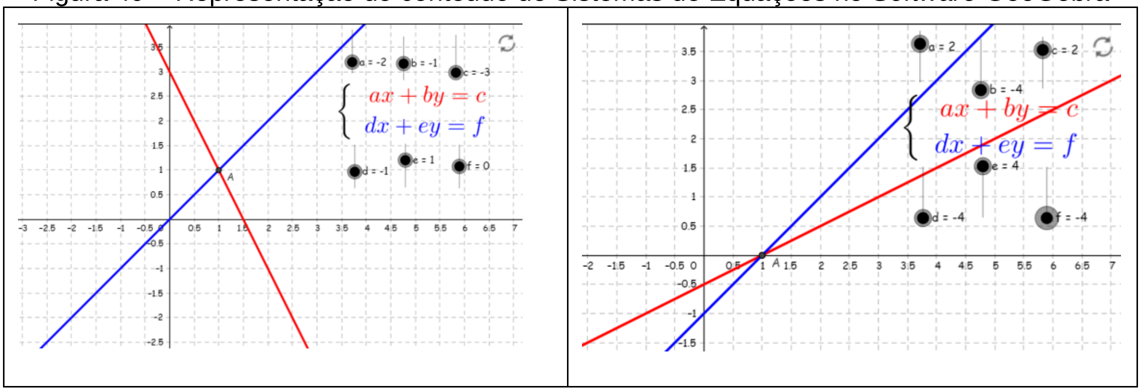




Fonte: A pesquisa.

Com o intuito de potencializar a compreensão dos conceitos de Sistema de Equações do 1º grau com 2 incógnitas, foi disponibilizado um objeto de aprendizagem utilizando o *software* GeoGebra, está atividade está disponível para acesso público na biblioteca do GeoGebra. A Figura 49 mostra exemplos de sistemas de equações desenvolvidos no *software* GeoGebra.

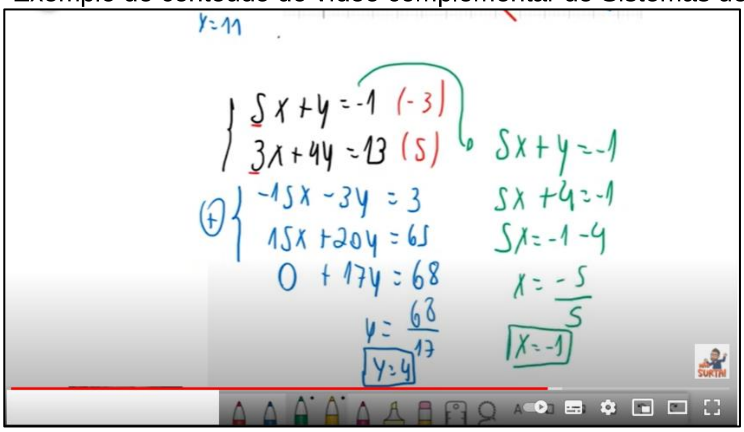
Figura 49 – Representação do conteúdo de Sistemas de Equações no *Software* GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/m/FsPdKPHx.

Na Figura 50 é indicado um vídeo do canal "Não Surta na Matemática", no qual se tem exemplos da resolução de sistema de equações do 1º grau com 2 incógnitas, utilizando o método algébrico e geométrico.

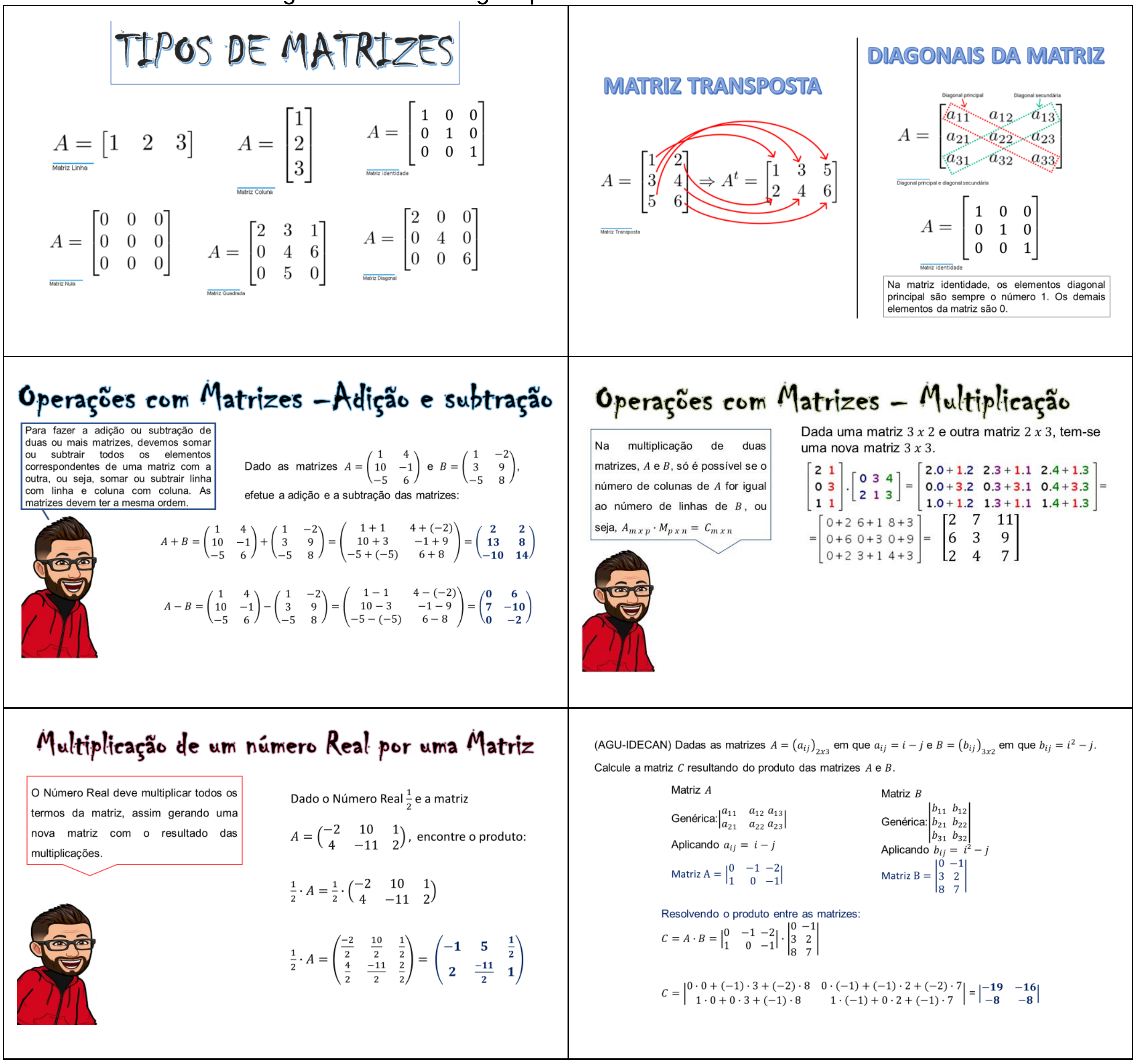
Figura 50 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Sistemas de Equações



Fonte: https://youtu.be/pBMEUdQl3P8.

Para o estudo de matrizes, pode-se observar que a Figura 51 exibe conceitos referentes a tipos e as operações com matrizes.

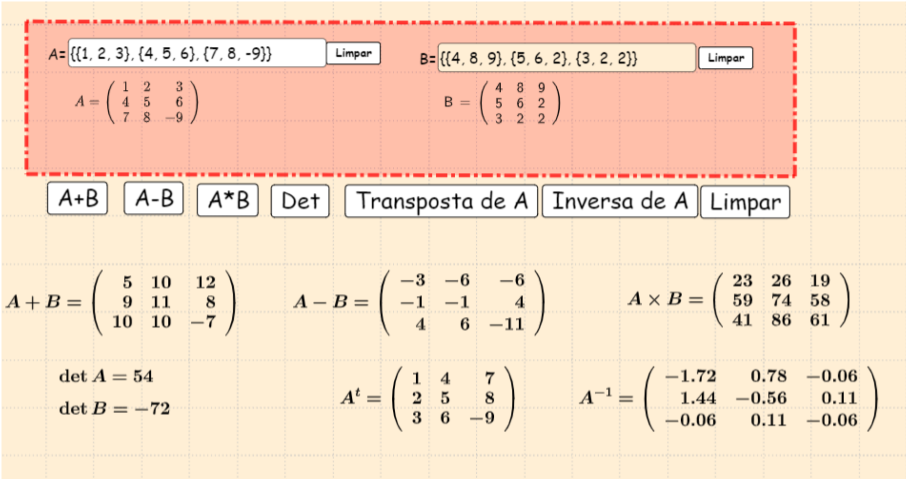
Figura 51 – Estratégias para o Conteúdo de Matrizes



Fonte: A pesquisa.

E, na Figura 52, tem-se um objeto educacional desenvolvido no *software* GeoGebra para uma melhor compreensão nas aplicações referentes ao conteúdo de matrizes. Aqui, destaca-se que não há uma abordagem geométrica, porém o uso desse *software* possibilita ao aluno visualizar na tela, os conceitos em sua totalidade de uma vez só.

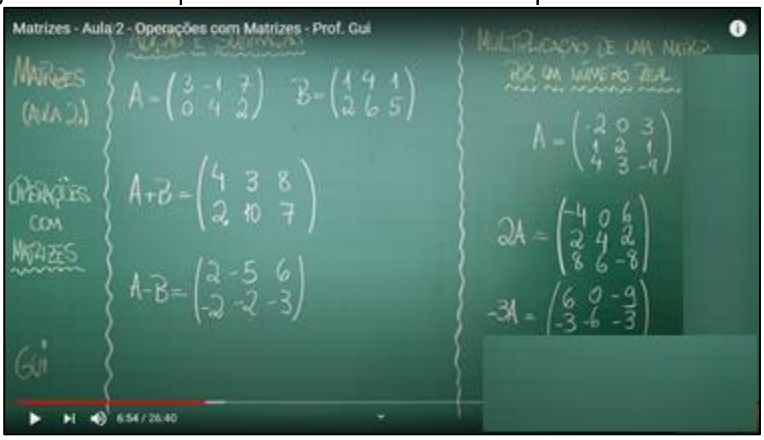
Figura 52 – Representação do conteúdo de Matrizes no *Software* GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/m/ZWSq5ZS4.

O vídeo que a Figura 53 apresenta, aborda operações com matrizes, conteúdo que foi objeto de estudo no material utilizado.

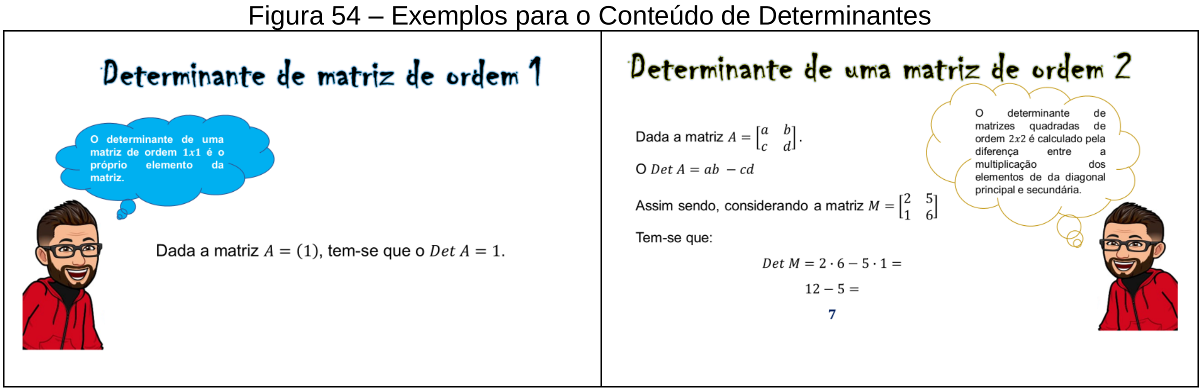
Figura 53 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Matrizes

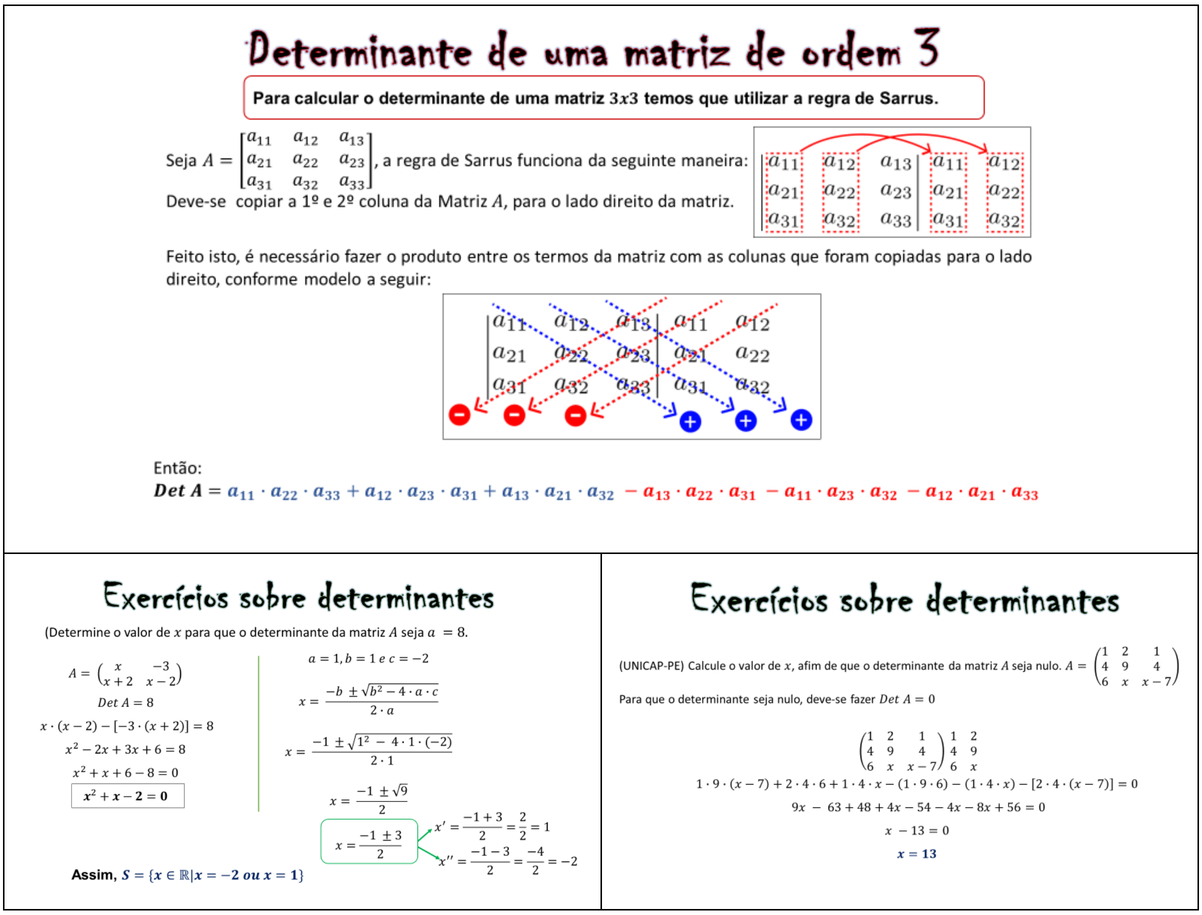


Fonte: https://youtu.be/pNWx2LE9meQ.

Dando continuidade no conteúdo de matrizes, tem-se o estudo do conteúdo de determinantes conforme a Figura 54 apresenta.

Figura 54 – Exemplos para o Conteúdo de Determinantes

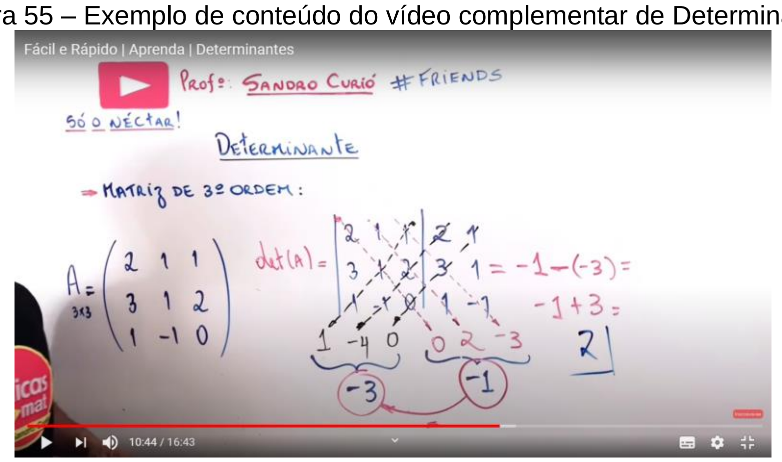




Fonte: A pesquisa.

Por fim, a Figura 55, apresenta um vídeo complementar do canal “Dicas de Mat Sandro Curió” referente ao estudo do conteúdo de Determinantes.

Figura 55 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Determinantes



Fonte: https://youtu.be/iXUGadXsBd0.

4.1.3 Sequência Didática Digital com o tema Matemática Básica – Funções

O conceito de Matemática Básica – Funções, a Sequência Didática Digital contém os seguintes conteúdos (Figura 56)

Figura 56 – Conteúdos disponíveis para o conceito Matemática Básica - Funções

FUNÇÕES
Conceito e Notação de Função Domínio, Contradomínio e o Conjunto Imagem de uma Função Função Injetora, Bijetora e Sobrejetora Função Afim (1º grau) Função Quadrática (2º grau) Função Exponencial Função Logarítmica

Fonte: A pesquisa.

A Figura 57 apresenta exemplos de questões do conceito de Matemática Básica – Funções, conforme apresentado no trabalho de Silva (2019).

Figura 57 – Exemplos de questões de nível Fácil do nodo de Funções

FÁCIL

5. A função logarítmica f é dada por $f(x) = \log_3 x$, então qual é o valor de $f(9)$?

6. Seja $f: IR * \rightarrow IR$ a função dada por

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$

Qual é o valor de $f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right)$?

7. (PUC-RS) Seja a função definida por:

$$f(x) = \frac{(2x - 3)}{5x}$$

O elemento do domínio de f que tem $-{}^{2}/_{5}$ como imagem é:

10. Complete: Uma função liga um ___ (conjunto de valores de entrada) a um conjunto chamado ____ (conjunto de valores de saída) de tal forma que a cada elemento do ___ está associado exatamente um elemento do ___. Além disso, o ___ é um subconjunto do ___.

14. O domínio da função:

$$f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x + 1}} \text{ é:}$$

16. Uma companhia de gás irá pagar para um proprietário de terra R$ 15 000,00 pelo direito de perfurar a terra para encontrar gás natural, e R$ 0,30 para cada mil pés cúbicos de gás extraído. Expresse o total que o proprietário irá receber como função da quantidade de gás extraído.

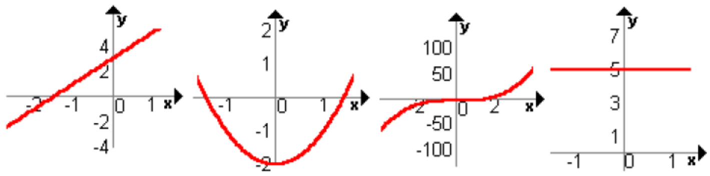
MÉDIO

4. Um motorista de táxi cobra R$ 3,50 de bandeirada (valor fixo) mais R$ 0,70 por quilômetro rodado (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros.

1) R$ 23,00
2) R$ 63,70
3) R$ 16,10 XXX
4) R$ 4,20
5) R$ 22,20

5. O preço de venda de um livro é de R$ 25,00 a unidade. Sabendo que o custo de cada livro corresponde a um valor fixo de R$ 4,00 mais R$ 6,00 por unidade, construa uma função capaz de determinar o lucro líquido (valor descontado das despesas) na venda de x livros, e o lucro obtido na venda de 500 livros.

13. Observe os seguintes gráficos:



Estes gráficos correspondem, respectivamente, a quais funções?

14. O lucro L de uma empresa é dado por $L(x) = -x^2 + 7x - 6$, em que x é a quantidade vendida. Qual deve ser a quantidade vendida para o lucro ser máximo?

1) 3,5 unidades. XXX
2) 1,75 unidades.
3) 2 unidades.
4) 5 unidades.
5) 3 unidades.

DIFÍCIL

6. Um projétil é lançado verticalmente, para cima e sua trajetória é uma curva de equação $s = -40t^2 + 200t$, onde s é o espaço percorrido, em metros, em *t* segundos. Qual é a altura máxima atingida por esse projétil? E em quantos segundos será atingida?

9. (UESPI 2007) Um botânico, após registrar o crescimento diário de uma planta, verificou que o mesmo se dava de acordo com a função abaixo, com ***t*** representando o número de dias contados a partir do primeiro registro e ***f(t)*** a altura (em cm) da planta no dia ***t***. Nessas condições, é correto afirmar que o tempo necessário para que essa planta atinja a altura de 88,18 centímetros é:

$$f(t) = 0{,}7 + 0{,}04.\,3^{0{,}14t}$$

11. (UFRN) A Academia *Fique em forma* cobra uma taxa de inscrição de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 50,00. A academia *Corpo e Saúde* cobra uma taxa de inscrição de R$ 70,00 e uma mensalidade de R$ 55,00. Qual academia oferece **menor custo** para uma pessoa que pretende "malhar" durante um ano?

13. (INFO) A função f é definida por $f(x) = ax + b$. Sabe-se que $f(-1) = 3\ e\ f(3) = 1$, então podemos afirmar que f(1) é igual a:

18. (PUCC-SP) Numa certa cidade, o número de habitantes, num raio de r km a partir do seu centro, é dado por $P(r) = k \cdot 2^{3r}$, em que k é constante e r > 0. Se há 98 304 habitantes num raio de 5 km do centro, quantos habitantes há num raio de 3 km do centro?

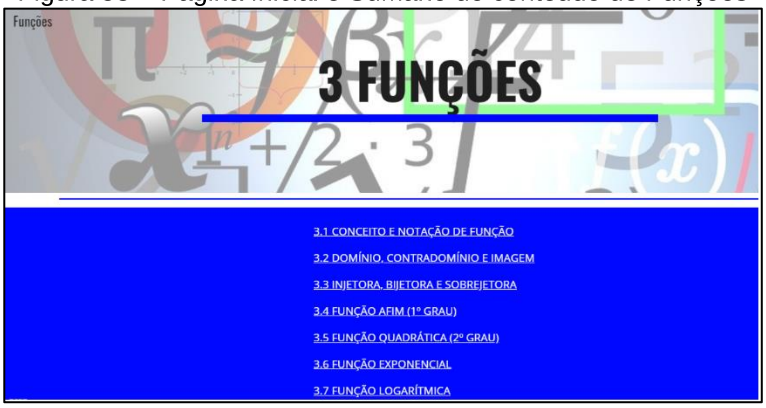
20. Chama-se montante **(M)** a quantia que uma pessoa deve receber após aplicar um capital **C**, a juros compostos, a uma taxa **i** durante um tempo **t**. O montante pode ser calculado pela fórmula $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{C}(\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{t}}$. Supondo que o capital aplicado é de R$ 200.000,00 a uma taxa de 12% ao ano durante 3 anos, qual o montante no final da aplicação?

Fonte: Silva (2019, p. 151-162).

Visando potencializar o auxílio dos alunos que apresentassem dificuldades no conceito de Matemática Básica – Funções, a partir dos testes de Silva (2019), foram traçadas estratégias, tendo como propósito a manipulação algébrica e visualização dos conceitos geométricos sobre Funções. Nesse conceito foram inseridos objetos educacionais que possibilitassem ao aluno uma ampliação da compreensão do uso da linguagem algébrica e da Geometria. Estes objetos podem ser acessados na biblioteca do *software* GeoGebra, na elaboração da Sequência Didática Digital.

A Figura 58 apresenta a página inicial do *site* construído para a Sequência Didática do conteúdo de Funções.

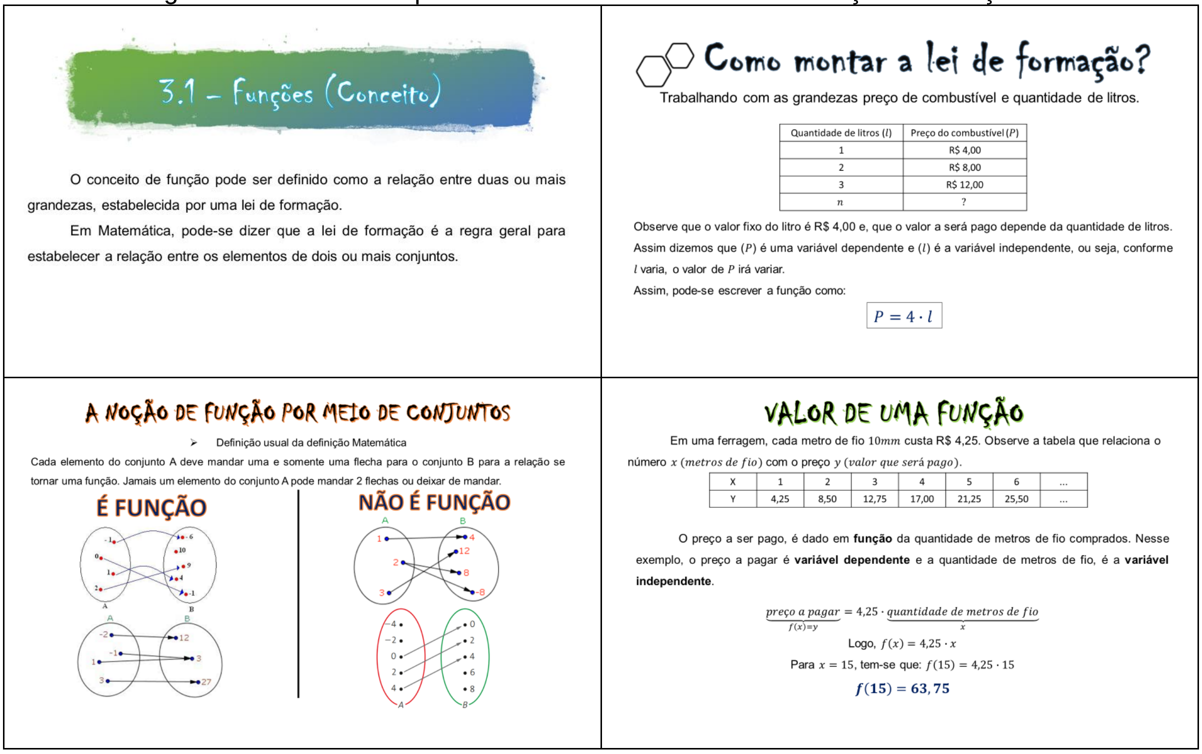
Figura 58 – Página Inicial e Sumário do conteúdo de Funções



Fonte: https://*sites.google*.com/rede.ulbra.br/jonata-funcoes.

Para iniciar a retomada do conceito de funções, tem-se a Figura 59 que apresenta as ideias iniciais (conceitos, lei de formação, a noção de funções por meio de conjuntos e o valor numérico de uma função).

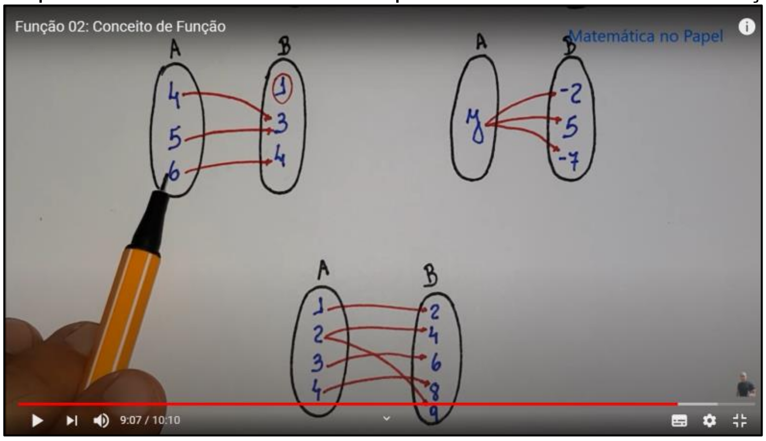
Figura 59 – Atividades para o Conteúdo de Conceito e Notação de Funções



Fonte: A pesquisa.

Complementando as ideias iniciais de funções, foi disponibilizado um vídeo auxiliar, disponível no canal "Matemática no Papel", junto ao material conforme a Figura 60.

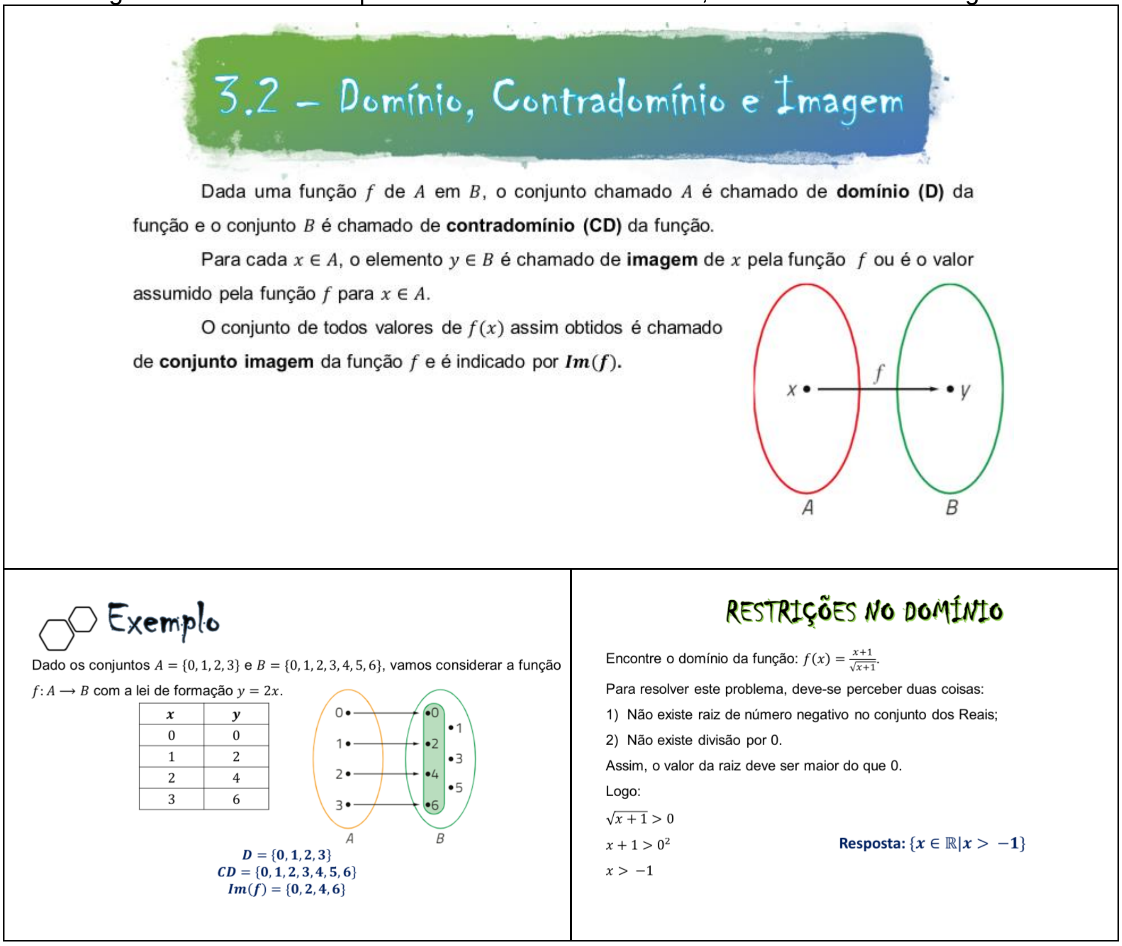
Figura 60 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Conceito e Notação de Funções



Fonte: https://youtu.be/OkgwaatIDMU.

Dando continuidade, são apresentados os conceitos de Domínio e Imagem de uma função, conforme Figura 61.

Figura 61 – Atividades para o Conteúdo de Domínio, Contradomínio e Imagem



3.2 – Domínio, Contradomínio e Imagem

Dada uma função f de A em B, o conjunto chamado A é chamado de **domínio (D)** da função e o conjunto B é chamado de **contradomínio (CD)** da função.

Para cada $x \in A$, o elemento $y \in B$ é chamado de **imagem** de x pela função f ou é o valor assumido pela função f para $x \in A$.

O conjunto de todos valores de $f(x)$ assim obtidos é chamado de **conjunto imagem** da função f e é indicado por $Im(f)$.

Exemplo

Dado os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, vamos considerar a função $f: A \longrightarrow B$ com a lei de formação $y = 2x$.

x	y
0	0
1	2
2	4
3	6

$D = \{0, 1, 2, 3\}$
$CD = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$Im(f) = \{0, 2, 4, 6\}$

RESTRIÇÕES NO DOMÍNIO

Encontre o domínio da função: $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$.

Para resolver este problema, deve-se perceber duas coisas:

1) Não existe raiz de número negativo no conjunto dos Reais;
2) Não existe divisão por 0.

Assim, o valor da raiz deve ser maior do que 0.

Logo:

$\sqrt{x+1} > 0$

$x + 1 > 0^2$

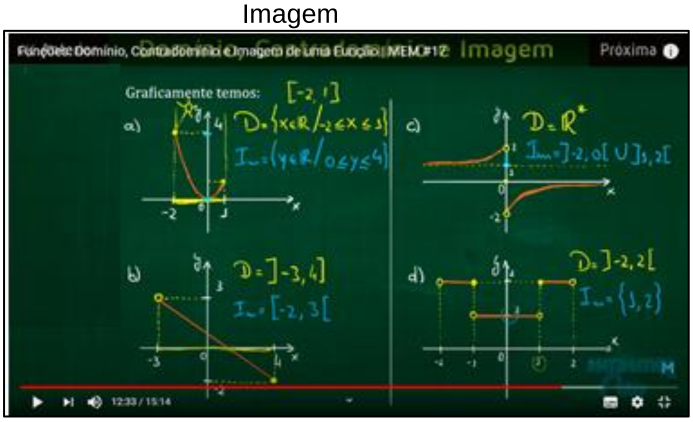
$x > -1$

Resposta: $\{x \in \mathbb{R} | x > -1\}$

Fonte: A pesquisa.

Para uma melhor compreensão destes conceitos, a Figura 62 apresenta um vídeo complementar do canal "Matemática Rio" onde se tem as representações de Domínio, Contradomínio e Imagem, utilizando a linguagem algébrica e a geométrica .

Figura 62 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Domínio, Contradomínio e Imagem



Fonte: https://youtu.be/n2OT5EGEJvE.

Prosseguindo nas ideias do conteúdo de Funções, a Figura 63 se refere a uma retomada dos conceitos de Funções Injetora, Bijetora e Sobrejetora.

Figura 63 – Atividades para o Conteúdo de Função Injetora, Bijetora e Sobrejetora

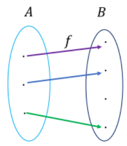
FUNÇÃO INJETORA

No material sobre funções, já foi apresentado que diversas situações do dia a dia estão associados a uma função.

Um exemplo totalmente prático é a sala de aula, onde pode-se estabelecer a seguinte relação: cada aluno se relaciona com uma única cadeira. Assim:

- **Podem sobrar cadeiras na sala de aula;**
- **Um aluno não pode ter duas cadeiras;**
- **Em uma cadeira não pode haver mais de um aluno.**

A situação apresentada caracteriza uma **função injetora**, pois não há elementos no contradomínio que seja imagem de mais de um elemento do domínio.



FUNÇÃO INJETORA

Pode-se concluir que uma função é injetora se diferentes elementos do domínio tiverem imagens diferentes, isto é:

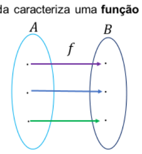
Uma função $f: A \to B$ é injetora se, e somente se, para todos x_1 e x_2 pertencentes a A, temos que: $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

FUNÇÃO SOBREJETORA

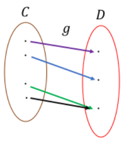
Continuando com o exemplo de sala de aula, agora imagine a seguinte situação, em relação aos alunos de uma sala e aos meses de aniversário dos alunos:

- **Mais de um aluno pode fazer aniversário no mesmo mês;**
- **Cada aluno esta relacionado a um único mês;**
- **Todos os meses indicados estão relacionados a pelo menos um aluno.**

A situação apresentada caracteriza uma **função sobrejetora.**



ou



FUNÇÃO SOBREJETORA

Para concluir que uma função é sobrejetora, deve-se observar que não há elementos do contradomínio que não tenha correspondente no domínio, ou seja, e a função é sobrejetora apenas se o conjunto imagem for igual ao contradomínio ($Im = CD$), isto é:

Uma função $f: A \to B$ é sobrejetora se, e somente se, para todo $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$

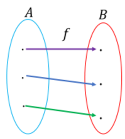
FUNÇÃO BIJETORA

Para explicar uma função bijetora, seguiremos utilizando exemplos práticos, porém, agora falaremos da impressão digital, que é diferente em cada pessoa.

A impressão digital é única e fruto do código genético de cada pessoa, assim podemos estabelecer a seguinte relação:

- **Cada impressão digital está relacionada a uma única pessoa;**
- **Cada pessoa esta relacionada somente com à sua impressão digital.**

A situação apresentada caracteriza uma **função bijetora.**



FUNÇÃO BIJETORA

Esta situação pode ser caracterizada como uma **função bijetora**, pois não há elementos do conjunto B que seja imagem de mais de um elemento do conjunto A (injetora), e, não há elementos do conjunto B que não tenha correspondente no conjunto A, ou seja, $Im(f) = CD(f)$ (sobrejetora).

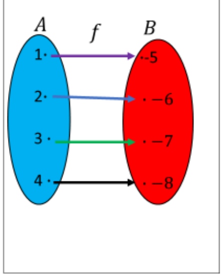
Uma função $f: A \to B$ é bijetora se for injetora e sobrejetora simultaneamente, ou seja,

$$\forall\, x_1 \neq x_2 \in D(f) \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \text{ e } Im(f) = CD(f).$$

Exercício para praticar

Observe as funções a seguir:

$f: A \to B$



- $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_-$ dado por $g(x) = -3x^2$
- $h: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ dado por $h(x) = \sqrt{2x}$
- $m: \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}$ dado por $m(x) = x^2 + 3$

Quais destas funções são:

a) Injetoras?
b) Sobrejetoras?
c) Bijetoras?

Resposta:

As funções f, h, m são injetoras;

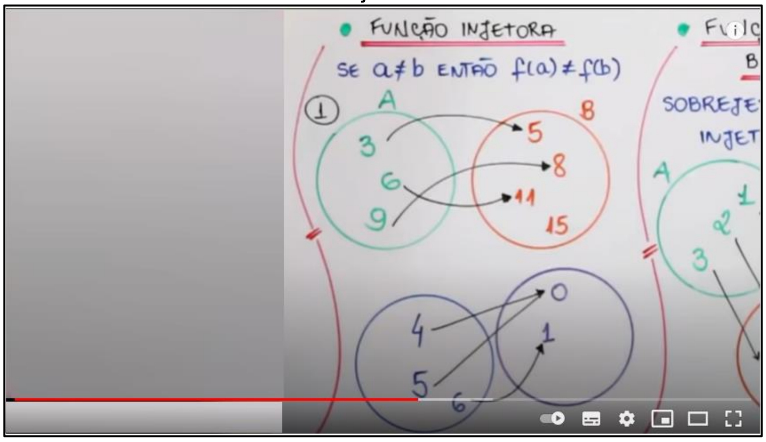
As funções f, g são sobrejetoras;

A função f é bijetora.

Fonte: A pesquisa.

Para complementar este estudo, a Figura 64 apresenta um vídeo do canal “Equaciona com Paulo Pereira”.

Figura 64 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Função Injetora, Sobrejetora e Bijetora



Fonte: https://youtu.be/OUybGR-Z1OI.

No estudo de Funções Afim se desenvolve o conceito algébrico e o gráfico das funções, conforme a Figura 65.

Figura 65 – Atividades para o Conteúdo de Função afim (1º grau)

3.4 – Função Afim (1º Grau)

Uma função f, de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número $ax + b$, com a e b Reais é chamada **função afim**.

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$y = a \cdot x + b \text{ ou } f(x) = ax + b$$
$$\text{com } a \neq 0$$

Com **a** sendo o coeficiente angular e **b** sendo o coeficiente linear.

A representação geométrica de uma função do primeiro grau é **sempre uma reta.**

FUNÇÃO AFIM – 1º GRAU (identidade)

Uma função afim $f(x) = ax + b$, com $a = 1 \; e \; b = 0$, é chamada de **função identidade.**

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$y = x \text{ ou } f(x) = x$$

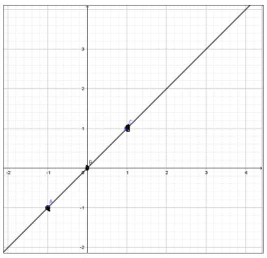
Para representar o gráfico de uma função identidade, é necessário marcar pares ordenador (x, y), onde $x = y$.

FUNÇÃO IDENTIDADE – GRÁFICO

Tendo a função $f(x) = x$.

x	y
-1	-1
0	0
1	1

***Para traçar uma reta basta 2 pontos, portanto marcando esses pontos em um plano cartesiano, pode-se marcar a reta $f(x) = x$.**



FUNÇÃO DO 1º GRAU – GRÁFICO

Observações importantes:

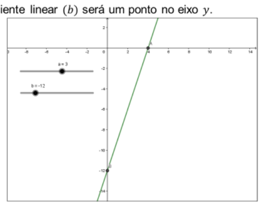
Para construir o esboço do gráfico de uma função do 1º grau $f(x) = ax + b$, você pode encontrar a raiz da equação e o que dará um ponto no eixo x. O coeficiente linear (b) será um ponto no eixo y.

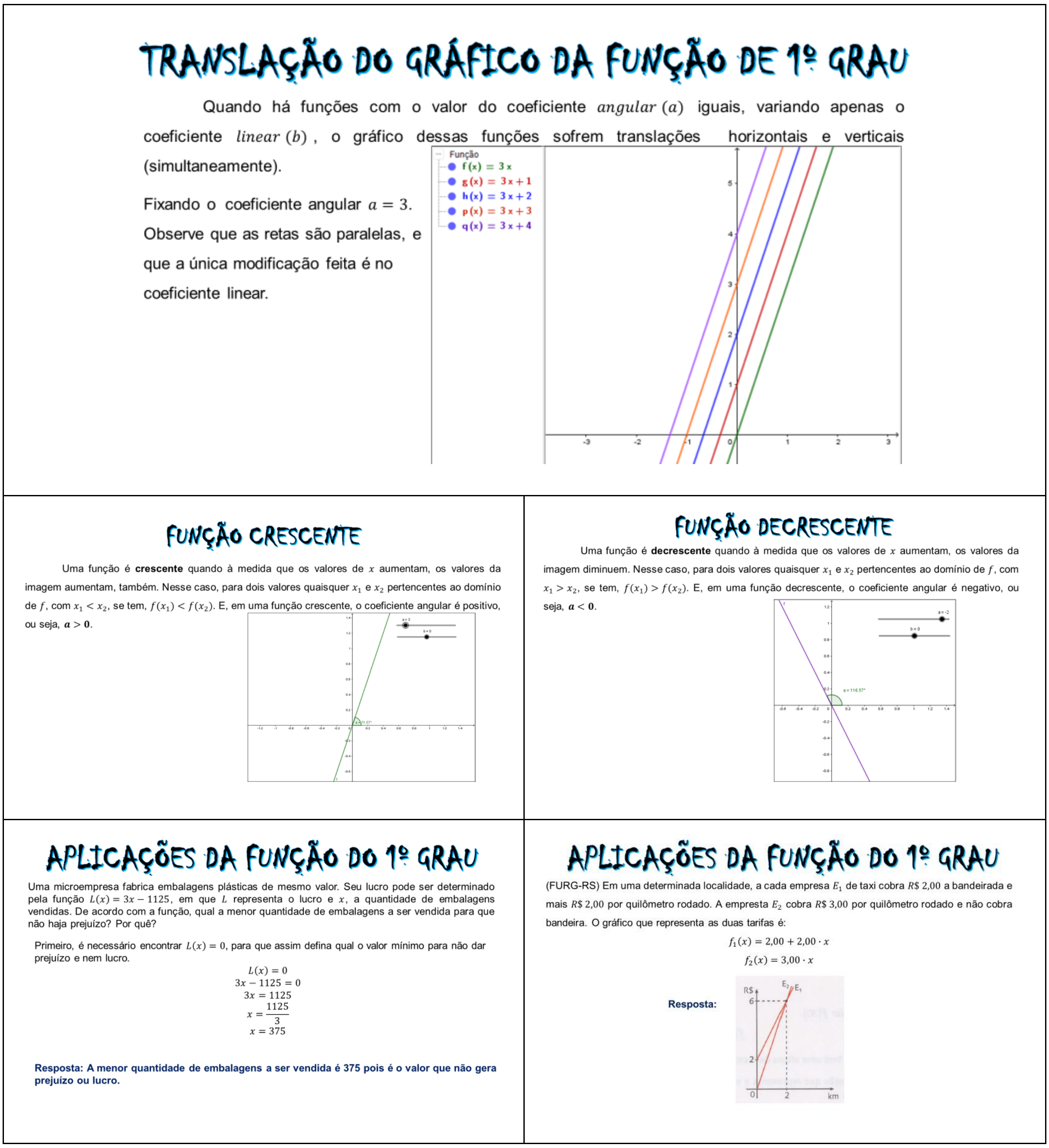
Dada a função $f(x) = 3x - 12$.

1º Encontrar a raiz.

$$3x - 12 = 0$$
$$3x = 12$$
$$x = \frac{12}{3}$$
$$x = 4$$

Isso implica em um ponto $(4, 0)$, além disso, como $b = -12$, tem-se o ponto $(0, -12)$.

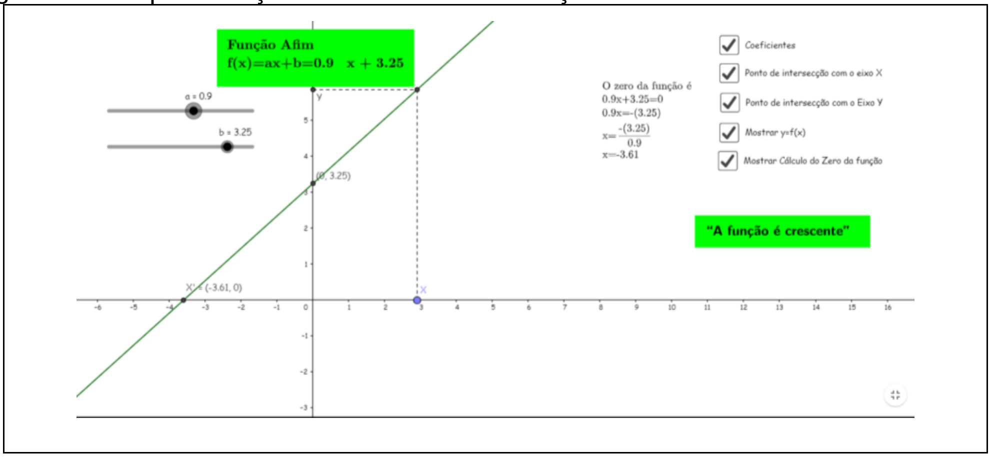




Fonte: A pesquisa.

Completando o estudo de Função Afim, foi disponibilizado um objeto de aprendizagem no *software* GeoGebra visto Figura 66, que permite o estudo da variação dos coeficientes, o ponto de intersecção com o eixo x e y, e, o zero da função.

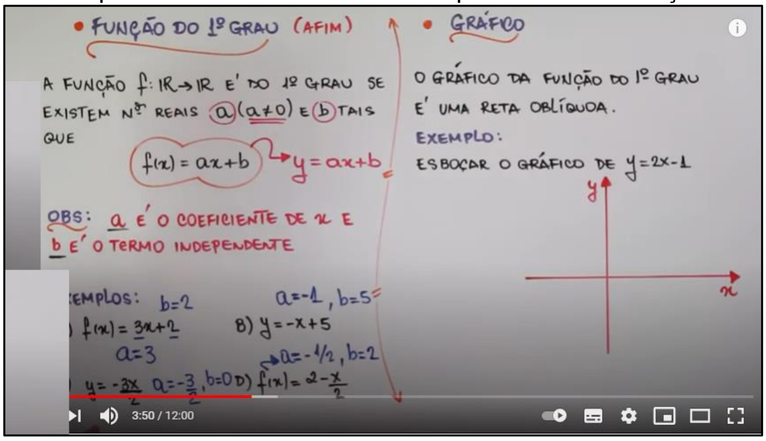
Figura 66 – Representação dos conceitos de Função Afim no *Software* GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/m/qfXAH7Qr

A Figura 67 apresenta um vídeo complementar sobre Função do 1º grau (Função Afim), disponível no canal "Equaciona com Paulo Pereira".

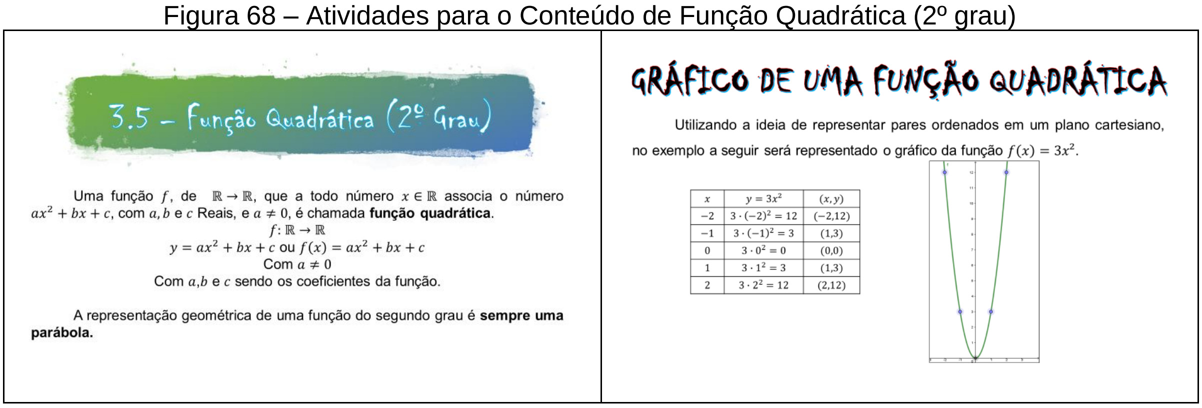
Figura 67 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Função Afim (1º grau)

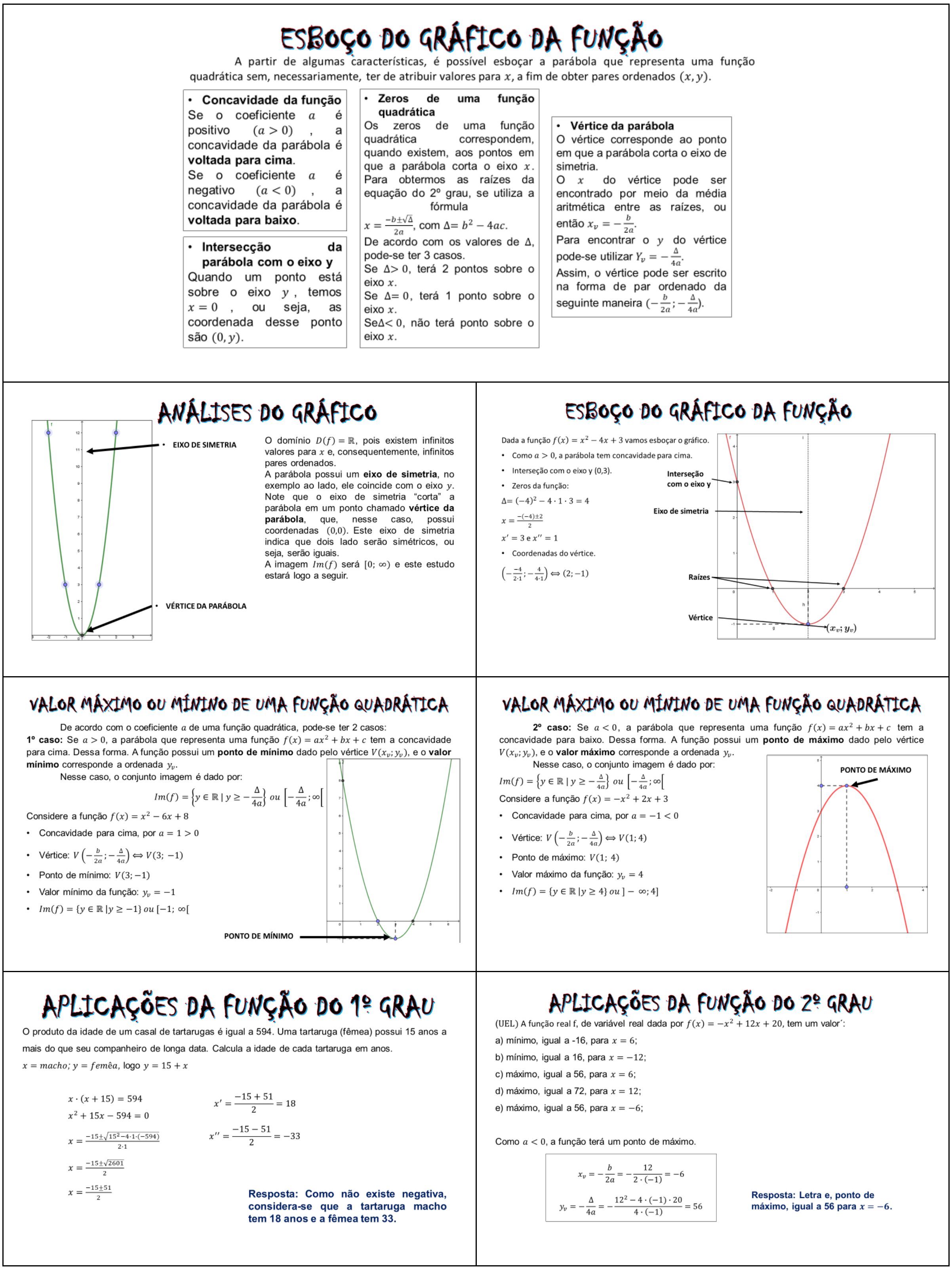


Fonte: https://youtu.be/R8UZRBFWJXY.

Para trabalhar com a Função Quadrática, a Figura 68 apresenta a retomada dos conteúdos de Função Quadrática, utilizando conceitos algébricos e geométricos.

Figura 68 – Atividades para o Conteúdo de Função Quadrática (2º grau)

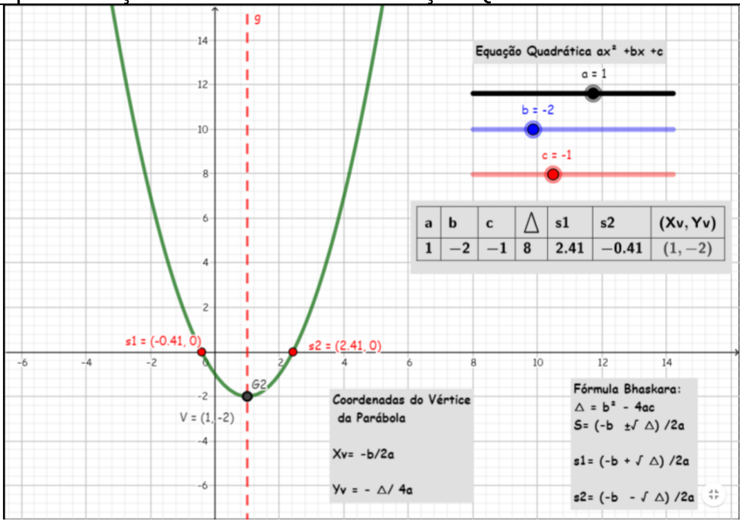




Fonte: A pesquisa.

Tendo em vista a dificuldade dos alunos em compreenderem a variação dos parâmetros de uma Função Quadrática, foi disponibilizado um objeto educacional, conforme a Figura 69, que possibilita aos estudantes manuseio para que façam suas observações sobre a variação de cada coeficiente. Além disso, o material permite o estudo do Delta, das raízes e do vértice da parábola.

Figura 69 – Representação dos conceitos de Função Quadrática no Software GeoGebra

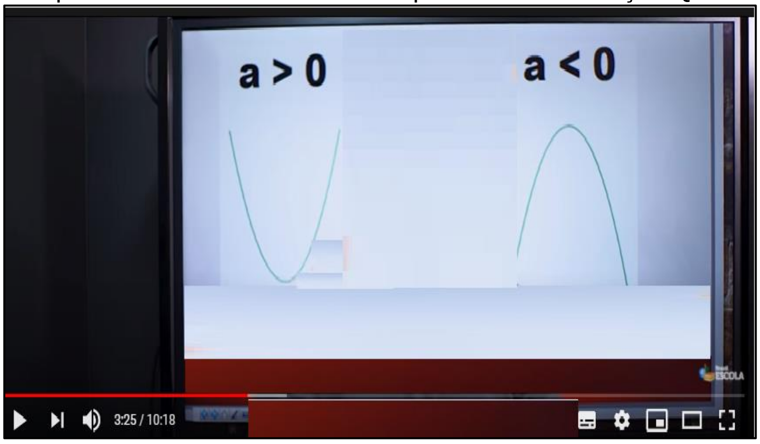


a	b	c	Δ	s1	s2	(Xv, Yv)
1	−2	−1	8	2.41	−0.41	(1, −2)

Fonte: https://www.geogebra.org/m/awapu66e.

Para possibilitar aos estudantes uma abordagem diferente desse conteúdo, a Figura 70 apresenta um vídeo do canal “Brasil Escola”, que complementaria o material desenvolvido.

Figura 70 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Função Quadrática (2º grau)



Fonte: https://youtu.be/1YymrOoJy4k.

O conteúdo de Função Exponencial é apresentado inicialmente, utilizando conceitos algébricos, porém, antes, há uma introdução à Equação Exponencial, para que então se aplique os conceitos em Funções Exponenciais. A Figura 71 apresenta atividades para retomada dos conteúdos de Função Exponencial, utilizando conceitos algébricos e geométricos.

Figura 71 – Atividades para o Conteúdo de Função Exponencial

3.6 – Função Exponencial

É chamado de **função exponencial** toda função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$ definida por $f(x) = a^x$ ou $y = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$.

Note que que há uma restrição para $a > 0$ e $a \neq 1$. Essas restrições são necessários, pois, caso contrário, não seria possível caracterizar uma função exponencial. Veja a seguir:

1º caso: $a < 0$ a função $f(x) = a^x$ não é definida em $\mathbb{R}$.

Supondo que $a = -8$ e $x = \frac{1}{2}$ se tem $f(x) = (-8)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{-8} \notin \mathbb{R}$.

2º caso: $a = 0$ a função $f(x) = 0^x$ não é definida em $\mathbb{R}$.

Supondo que $a = 0$ e $x = -5$ se tem $f(x) = 0^{-5}$, um caso de indeterminação.

3º caso: $a = 1$

A função $f(x) = 1^x$ seria uma função constante.

EQUAÇÃO EXPONENCIAL

Para compreender o conceito de função exponencial, é importante relembrar o conceito de equação exponencial.

A equação exponencial se apresenta quando a incógnita esta no expoente. Exemplo: Em um lago, a cada ano, determinada espécie de planta aquática dobra a área que ocupa. Ao ser introduzida no logo, essa planta ocupara uma área de $1m^2$. É possível escrever uma função A que determina a área do lago ocupada por essa espécie em t anos, isto é: $A(t) = 2^t$.

Se considerar que o ritmo de crescimento se mantém, é possível utilizar essa função e determinar quantos anos serão necessários para essa planta cobrir $512m^2$. Nesse caso, torna-se necessário calcular o valor de t quando $A(t) = 512$.

Decompondo o 512, obtém-se que $512 = 2^9$

Logo, $2^t = 2^9$.

Assim, $\boldsymbol{t = 9}$.

Mais alguns exemplos:

$$81^{x^2-x} = \left(\frac{1}{27}\right)^{-8}$$

Deve-se trabalhar com o 81 e 27, e ambos são múltiplos de 3, portanto a decomposição pode ser feita para base 3.

$$(3^4)^{x^2-x} = (3^{-3})^{-8}$$
$$3^{4x^2-4x} = 3^{24}$$
$$4x^2 - 4x - 24 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$$
$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2}$$
$$x = \frac{1 \pm 5}{2}$$
$$S = \{3; -2\}$$

$$\frac{2^{x+2}}{2^{2x-1}} = \left(\frac{8}{16}\right)^{5x}$$

É necessário colocar todos os números para base 2.

$$\frac{2^{x+2}}{2^{2x-1}} = \left(\frac{2^3}{2^4}\right)^{5x}$$
$$\frac{2^{x+2}}{2^{2x-1}} = \frac{2^{15x}}{2^{20x}}$$

Como a base é a mesma, é possível subtrair os expoentes.

$$2^{(x+2)-(2x-1)} = 2^{15x-20x}$$
$$2^{-x+3} = 2^{-5x}$$
$$x - 3 = 5x$$
$$4x = 3$$
$$x = \frac{3}{4}; S = \{\tfrac{3}{4}\}$$

FUNÇÃO EXPONENCIAL

A função exponencial tem grande importância em Matemática, Química, Física, Engenharias, Economia, dentre outras áreas. A aplicação da função exponencial pode ser observada, por exemplo, em situações envolvendo **juros compostos**. Determinada quantia em dinheiro rende juro, quando, depois de cada período de tempo do investimento, os juros são somados ao **montante** do período anterior.

Exemplo: Uma pessoa toma emprestados $R\$\ 1\,000{,}00$ para pagar depois de 3 meses à taxa de juro de 4% ao mês no regime de juro composto. Para calcular o montante será utilizado $M = c \cdot (1+i)^n$.

$M = Montante = x$

$c = capital = 1\,000$

$n = período\ de\ tempo = 3\ meses$

$i = taxa\ de\ juro = 4\% = \frac{4}{100}$

$$M = c \cdot (1+i)^n$$
$$M = 1000 \cdot (1 + 0{,}04)^3$$
$$M = 1000 \cdot 1{,}1224864$$
$$\boldsymbol{M \cong 1124{,}86}$$

VARIÇÕES DA FUNÇÃO

Construindo uma função $f(x) = k \cdot a^x + b$, pode-se perceber que o coeficiente a altera a inclinação do gráfico e o coeficiente b faz uma translação vertical.

APLICAÇÕES DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

(PUC-SP) Em uma certa cidade, o número de habitantes, em um raio de $r\ km$ a partir do seu centro, é dado por $P(r) = k \cdot 2^{3r}$, em que k é constante e $r > 0$. Se há 98 304 habitantes em um raio de 5km do centro, quantos habitantes já em um raio de 3km do centro?

Encontrando o valor de k

$P(r) = k \cdot 2^{3r}$

$98\,304 = k \cdot 2^{3 \cdot 5}$

$98\,304 = k \cdot 2^{15}$

$98\,304 = k \cdot 32\,768$

$k = \frac{98\,304}{32\,768}$

$k = 3$

Após encontrar o valor o valor de K, deve-se calcular a nova população com raio de $3km$.

$P(r) = 3 \cdot 2^{3r}$

$P(3) = 3 \cdot 2^{3 \cdot 3}$

$P(3) = 3 \cdot 2^9$

$P(3) = 3 \cdot 512$

$P(3) = 1\,536$

Resposta: A população no raio de $3km$ é de 1 536 habitantes.

APLICAÇÕES DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir dai a produção anual passou a seguir a lei $y = 1000 \cdot (0{,}8)^x$. Em quantos anos a produção ficará em 512 unidades?

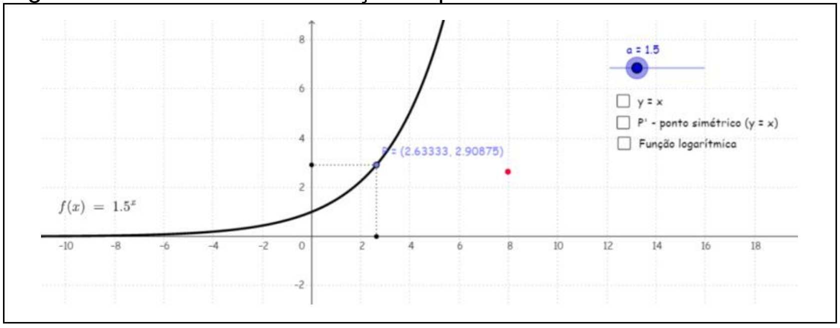
$$y = 1000 \cdot (0{,}8)^x$$
$$512 = 1000 \cdot (0{,}8)^x$$
$$512 = 1000 \cdot (0{,}8)^x$$
$$\frac{512}{1000} = (0{,}8)^x$$
$$0{,}512 = 0{,}8^x$$
$$0{,}8^3 = 0{,}8^x$$
$$x = 3$$

Resposta: Em 3 anos a produção ficará em 512 unidades.

Fonte: A pesquisa.

A Figura 72 mostra um objeto de aprendizagem no *software* GeoGebra para o conteúdo de Função Exponencial, que permite análises referentes a variação dos coeficientes e a simetria em relação a função logarítmica.

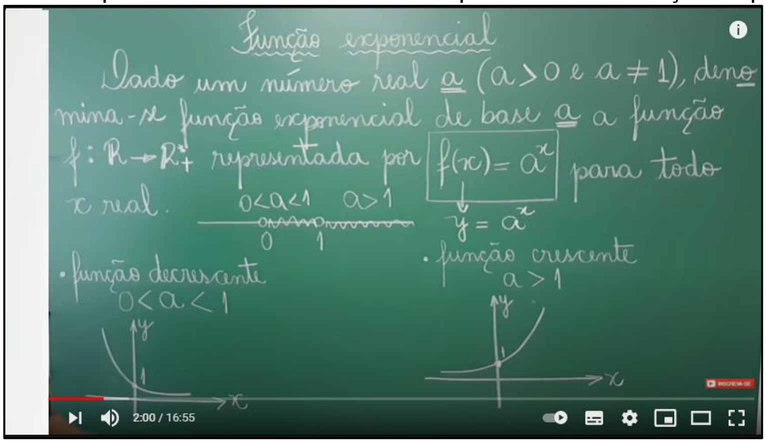
Figura 72 – Conceitos de Função Exponencial no Software GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/m/gkXdmxaV.

Concluindo o estudo de Função Exponencial, a Figura 73 mostra um vídeo complementar do canal "Professora Angela Matemática" indicado no material de estudos.

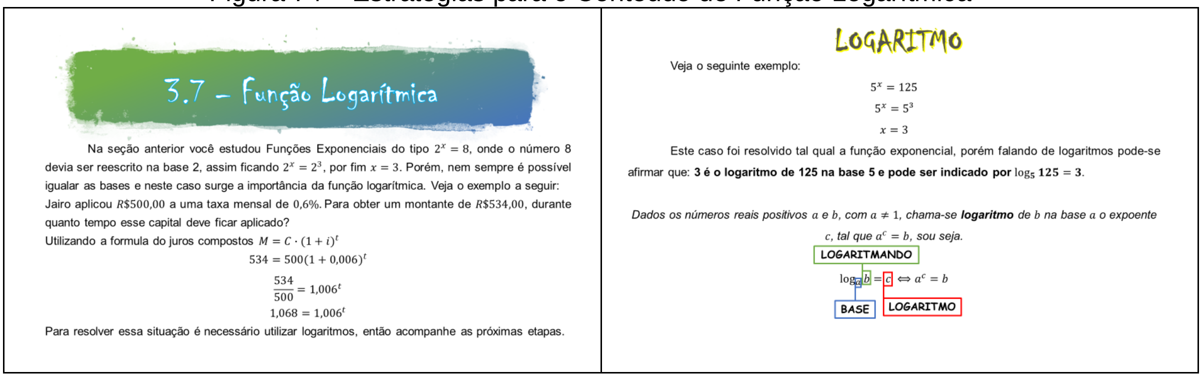
Figura 73 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Função Exponencial



Fonte: https://youtu.be/qkZET9KQFFg.

Para a Função Logarítmica, na Figura 74 são encontradas as ideias de logaritmo, mudança de base, propriedade dos logaritmos, definição algébrica sobre Função Logarítmica e o gráfico de uma Função Logarítmica.

Figura 74 – Estratégias para o Conteúdo de Função Logarítmica



LOGARITMO

No logaritmo, a base pode ser qualquer número real positivo diferente de 1.

No logaritmo cuja base é 10, chamado **logaritmo decimal**, a base 10 não costuma ser indicada: $\log_{10} b = \log b$.

Existem, também, o logaritmo na base e sendo $e = 2{,}718281828\ldots$, chamado de número de Euler. O logaritmo de base e é chamado **logaritmo neperiano** ou **logaritmo natural** e é representado por $\log_e b$ ou $\ln b$.

EXEMPLOS DE LOGARITMO

$\log_3 27$
$\log_3 27 = x$
$3^x = 27$
$3^x = 3^3$
$x = 3$

$\log_{0,2} 25$
$\log_{0,2} 25 = x$
$0{,}2^x = 25$
$\left(\frac{2}{10}\right)^x = 5^2$
$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 5^2$
$5^{-1x} = 5^2$
$-x = 2$
$x = 2$

$\log_{\frac{1}{8}} b = -2$
$\left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = b$
$(8^{-1})^{-2} = b$
$8^2 = b$
$b = 64$

$\log_x 81 = 2$
$x^2 = 81$
$x = \pm\sqrt{81}$
$x = \pm 9$
Como a base não pode ser negativa, logo $x = 9$.

PROPRIEDADES OPERATÓRIAS DOS LOGARITMOS

1º Propriedade: Logaritmo do produto

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c\,, com\ a > 0, b > 0, c > 0\ e\ a \neq 1$$

2º Propriedade: Logaritmo do quociente

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c\,, com\ a > 0, b > 0, c > 0\ e\ a \neq 1$$

3º Propriedade: Logaritmo da potência

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b\,, a > 0, b > 0\ e\ a \neq 1$$

PROPRIEDADES OPERATÓRIAS DOS LOGARITMOS

(UFPR) O teste de alcoolemia informa a quantidade de álcool no sangue levando em conta fatores como a quantidade e o tipo de bebida ingerida. O Código de Trânsito Brasileiro determina que o limite tolerável de álcool no sangue, para uma pessoa dirigir um automóvel, é de até $0{,}6\ g/L$. Suponha que um teste de alcoolemia acusou a presença de $1{,}8\ g/L$ de álcool no sangue de um indivíduo. A partir do momento em que ele parar de beber, a quantidade, em g/L, de álcool no seu sangue decresce segundo a função $Q(t) = 1{,}8 \cdot 2^{-0{,}5t}$ sendo o tempo t medido em horas.

a) Quando t = 2, qual é a quantidade de álcool no sangue desse indivíduo?
b) Quantas horas após esse indivíduo parar de beber a quantidade de álcool no seu sangue atingirá o limite tolerável para ele poder dirigir? (Use log2 = 0,30 e log3 = 0,47.)?

$a)$ Para $t = 2$
$Q(t) = 1{,}8 \cdot 2^{-0{,}5t}$
$Q(2) = 1{,}8 \cdot 2^{-0{,}5 \cdot 2}$
$Q(2) = 1{,}8 \cdot 2^{-1}$
$Q(2) = \frac{1{,}8}{2}$
$Q(2) = 0{,}9$
Resposta: A quantidade de álcool no sangue deste indivíduo após 2h é $0{,}9 g/L$.

b)Sabendo que o limite é $0{,}6 g/L$
$0{,}6 = 1{,}8 \cdot 2^{-0{,}5t}$
$\frac{0{,}6}{1{,}8} = 2^{-0{,}5 \cdot t}$
$\frac{1}{3} = 2^{-0{,}5 \cdot t}$
$\log \frac{1}{3} = \log 2^{-0{,}5 \cdot t}$
$\log 1 - \log 3 = -0{,}5t \cdot \log 2$
$0 - 0{,}47 = -0{,}5t \cdot 0{,}30$
$-0{,}47 = -0{,}15t$
$t = \frac{0{,}47}{0{,}15} = 3{,}13$

Resposta: Pode dirigir depois de 3,13h ou 3h8min.

MUDANÇA DE BASE

Como foi mostrado anteriormente, as propriedades operatórias dos logaritmos são validadas para logaritmos de mesma base. Porém, existem situações em que temos logaritmos de bases diferentes e nesses casos é necessário muda-las.

Para mudar a base do logaritmo $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, com $a > 0, b > 0, c > 0, a \neq 1 e\ b \neq 1$.

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

É chamada de função logarítmica toda função

$f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$

Definida por $f(x) = \log_a x$ ou $y = \log_a x$

Com $a > 0\ e\ a \neq 1$.

Representando a função exponencial e a logarítmica em diagrama, se tem:

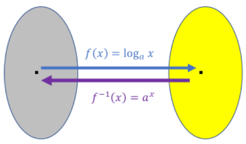
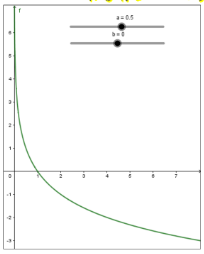


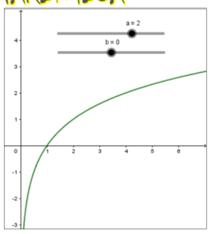
GRÁFICO DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Em uma função logarítmica:

- Se $a > 1$ a função é **crescente**;
- Se $0 < a < 1$ a função é **decrescente**;
- O gráfico corta o eixo no x no ponto $(1{,}0)$ e não toca o eixo y (exceto nas variações);
- É bijetora, logo tem função inversa: a função exponencial;
- O domínio, o contradomínio e o conjunto imagem são definidos por: $D(f) = \mathbb{R}_+^*$, $CD = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \mathbb{R}$.

GRÁFICO DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA





APLICAÇÕES DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA

As funções logarítmicas f e g são dadas por $f(x) = \log_3 x$ e $g(x) = \log_4 x$. Qual é o valor de $f(27)$+ $g(16)$

Calculando $f(27)$:
$f(27) = \log_3 27$
$y = \log_3 27$
$3^y = 3^3$
$y = 3$

Calculando $g(16)$:
$g(16) = \log_4 16$
$y = \log_4 16$
$4^y = 4^2$
$y = 2$

Logo, $f(27) + g(16) = 3 + 2 = 5$

APLICAÇÕES DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Determine o valor de p para que a função $y = \log_{2p-3} 21$ seja decrescente.

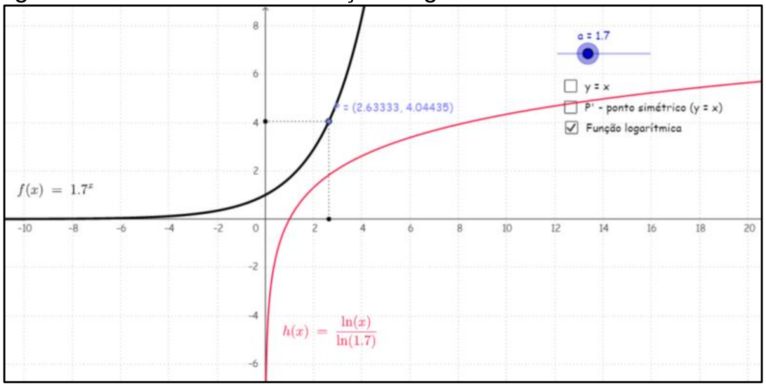
Para ser de**crescente**, a base deve ser maior do que 0 e menor do que 1, então:

$$0 < 2p - 3 < 1$$
$$0 + 3 < 2p < 1 + 3$$
$$\frac{3}{2} < p < \frac{4}{2}$$
$$\boldsymbol{\frac{3}{2} < p < 2}$$

Fonte: A pesquisa.

A Figura 75 apresenta o mesmo objeto educacional disponibilizado nas atividades de Função Exponencial, e isso ocorre para que os alunos observem a relação que existe entre essas funções.

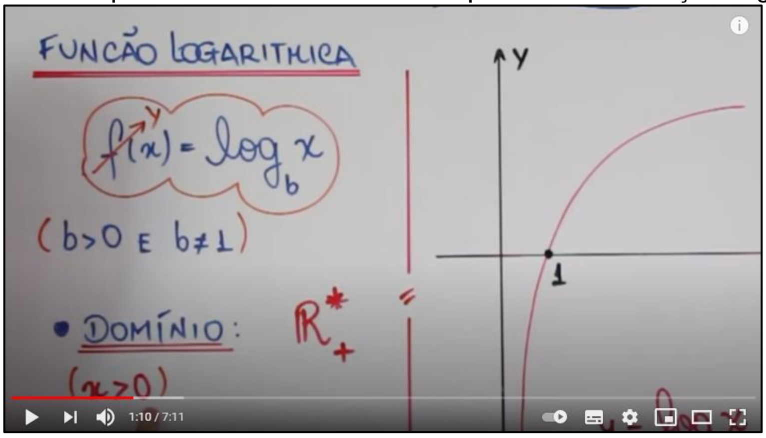
Figura 75 – Conceitos de Função Logarítmica no Software GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/m/gkXdmxaV.

Finalizando o estudo de Função Logarítmica, foi disponibilizado um vídeo (Figura 76) do canal "Equaciona com Paulo Pereira".

Figura 76 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar de Função Logarítmica



Fonte: htts://youtu.be/P8uxcolt8OQ.

4.1.4 Sequência Didática Digital com o tema Derivadas Diretas, Produto e Quociente

O conceito de Derivadas Diretas, Produto e Quociente, a Sequência Didática Digital contém os seguintes conteúdos (Figura 77)

Figura 77 – Conteúdos disponíveis para o conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

DERIVADAS
Conceitos Iniciais – Reta Tangente e Interpretação Cinemática Derivada de Potência Derivada de Funções Trigonométricas Derivada de Funções Exponenciais e Logarítmicas Derivada pela Regra do Produto e do Quociente

Fonte: A pesquisa.

Na Figura 78 será apresentado questões desenvolvidas por Silva (2019), para o conceito de Derivadas Diretas, Produto e Quociente.

Figura 78 – Exemplos de questões de nível fácil do nodo de Derivadas Diretas, Produto e Quociente

FÁCIL

5. Para a função $f(x) = x^2 - 4$, qual é a derivada $f\,'(x)$ no ponto $x = 3$?

8. Qual é a função derivada de $y = sen(x) - 5x^3$?

10. Qual é a função derivada de $y = e^x + 6x^2$?

16. Qual é a função derivada de $y = -5\ln x + 7x$?

17. Qual é a função derivada de $y = \sqrt{x} - 6x^3$?

18. Qual é a derivada de $f(x) = 3sen\,x$ no ponto $x = \pi$?

MÉDIO

2. Qual é a derivada de $f(x) = 5x.sen\,(x) + 4x$?

4. Marque a resposta correta para $\frac{\partial y}{\partial x} = 5xe^x$.

10. Qual é a derivada de:

$$f(x) = \frac{4x^3}{2x} \text{ ?}$$

14. Qual é a derivada da seguinte função: $f(b) = \sqrt[3]{b^2} - 9b^2 + 4\ln(b)$?

16. Qual é a derivada de:

$$f(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}} \text{ ?}$$

19. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{sen\,x}{3x} \text{ ?}$$

DIFÍCIL

5. Marque a resposta correta para

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x^5}}{4x+7}$$

8. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{\operatorname{tg} x}{4x^3}\ ?$$

9. Qual é a derivada de:

$$C(x) = 7x^3.(5e^x + 4x)?$$

12. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{\cos x}{7 \ln x + 8x}\ ?$$

14. Marque a opção que indica f'(x), considerando,

$$f(x) = \left(e^x + \frac{x}{5}\right).(\operatorname{cotg} x)?$$

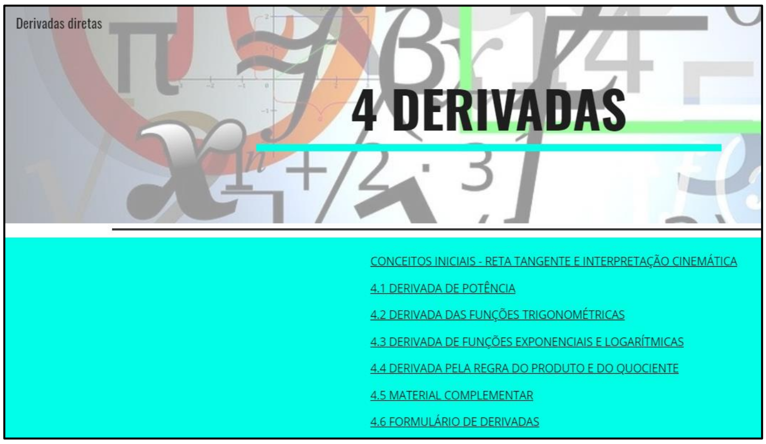
17. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{cossec\ x + 7x^2}{3x}\ ?$$

Fonte: Silva (2019, p. 162-174).

Página inicial do *site* construído para a Sequência Didática do procedimento de resolução de Derivadas Diretas, Produto e Quociente que pode ser observada na Figura 79.

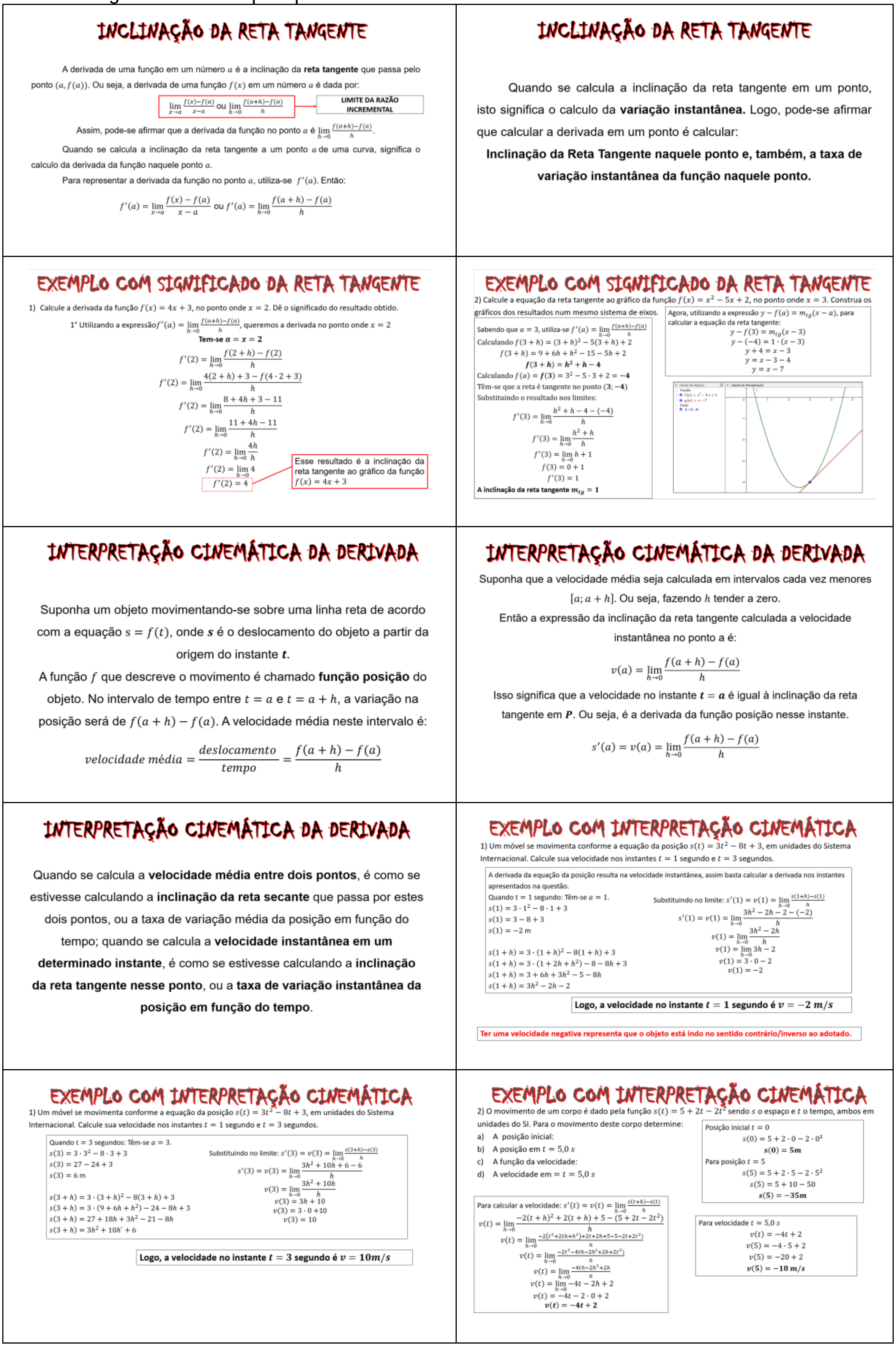
Figura 79 – Página Inicial e Sumário do conteúdo de Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: https://*sites.google*.com/rede.ulbra.br/jonata-derivadasdiretas.

Antes de apresentar as regras de Derivação, a Figura 80 traz a retomada dos conceitos iniciais de Derivada, com a aplicação desse em problemas de reta tangente e a interpretação cinemática, utilizando o cálculo de um limite.

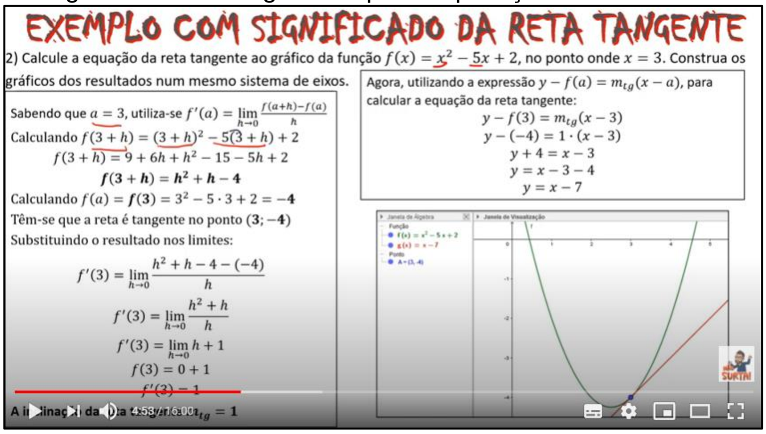
Figura 80 – Exemplos para retomada do Conteúdo de Derivada de Potência



Fonte: A pesquisa.

Para esse conteúdo, não foi inserido um vídeo complementar de outros professores disponíveis no *YouTube*, mas a Figura 81 apresenta o vídeo do autor desta pesquisa.

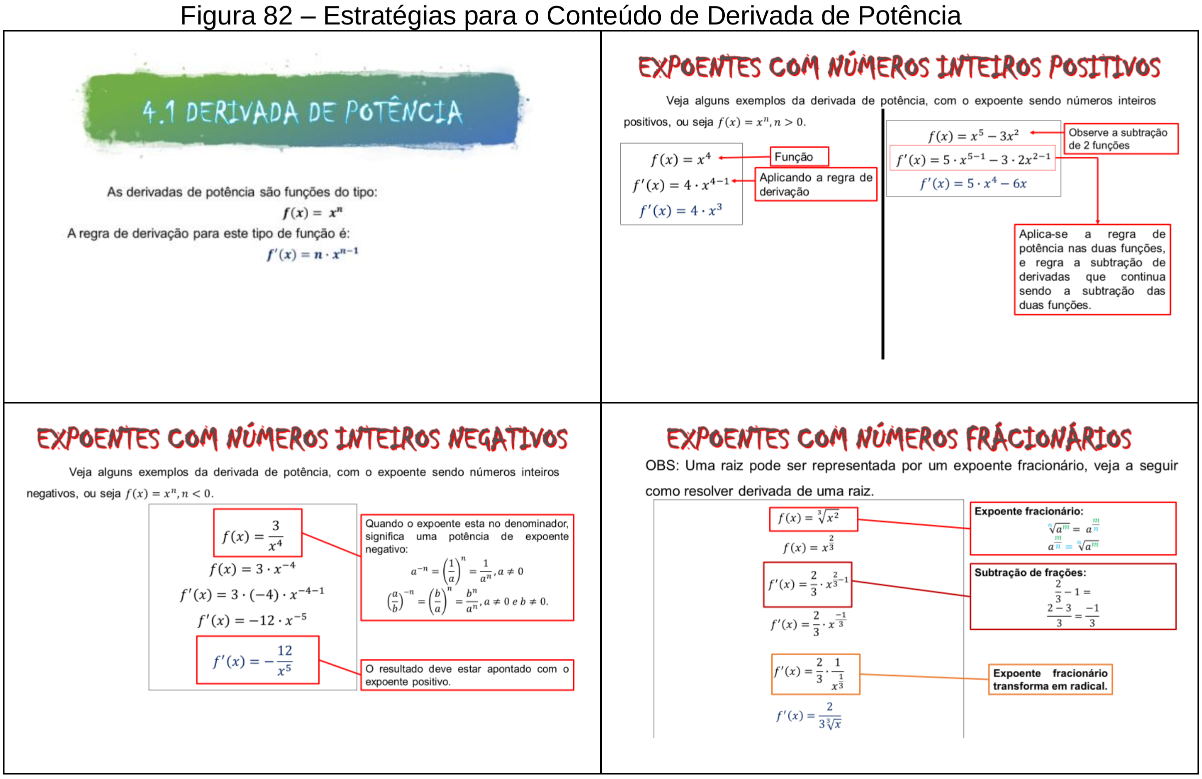
Figura 81 – Vídeo gravado para explicação do conteúdo

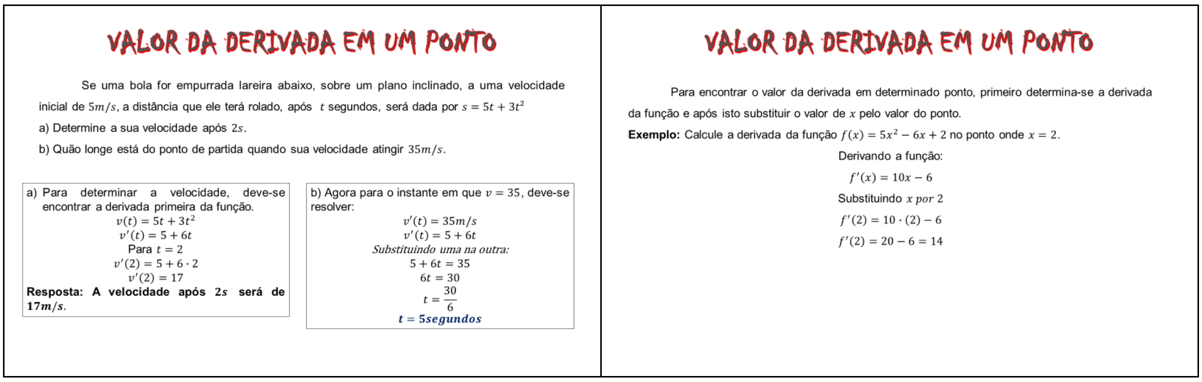


Fonte: https://youtu.be/V1ianQx6Ix0.

Para o início do conteúdo de resolução de atividades sobre Derivadas, a estratégia (Figura 82) é a retomada do conceito de Derivadas de Potência.

Figura 82 – Estratégias para o Conteúdo de Derivada de Potência

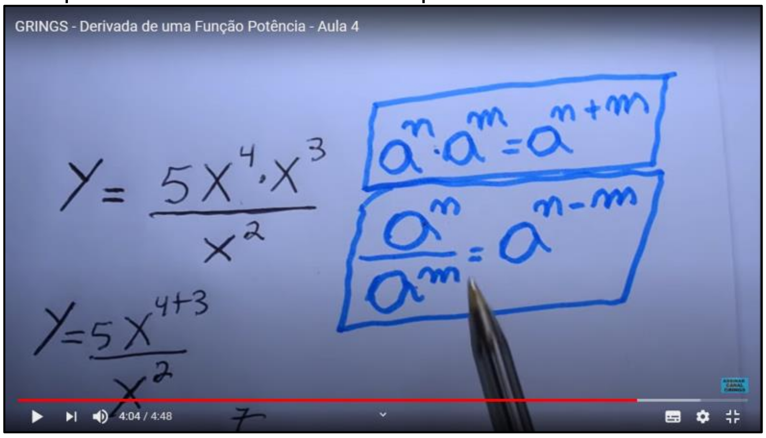




Fonte: A pesquisa.

A Figura 83 apresenta um vídeo complementar do canal “omatematica.com” no qual o autor aborda as Derivadas de Potências, revisando as propriedades de potenciação.

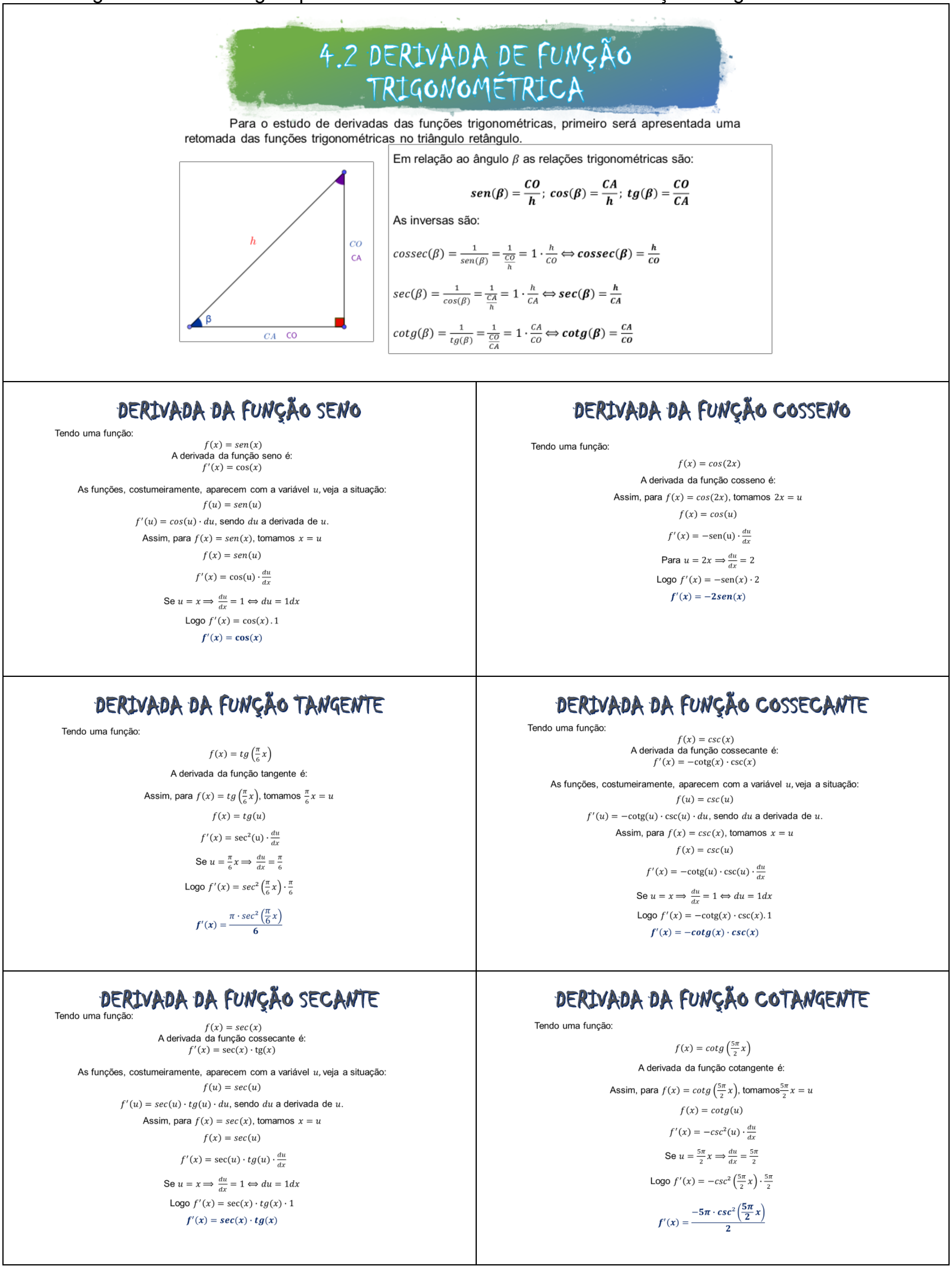
Figura 83 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Derivadas de Potência



Fonte: https://youtu.be/Gec8owlmlcw.

Para iniciar a retomada dos conceitos de Derivada de Funções Trigonométricas, foi realizada uma revisão sobre relações trigonométricas no triângulo retângulo. A Figura 84 apresenta as estratégias que foram desenvolvidas nessa abordagem.

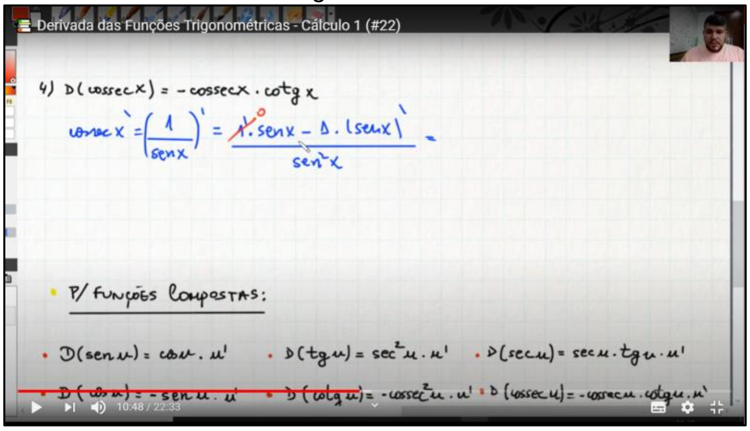
Figura 84 – Estratégias para o Conteúdo de Derivadas de Funções Trigonométricas



Fonte: A pesquisa.

Para complementar o estudo, foi disponibilizado o vídeo da Figura 85, do canal “Equaciona com Paulo Pereira” no qual é feito uma abordagem das funções trigonométricas e das inversas das funções trigonométricas.

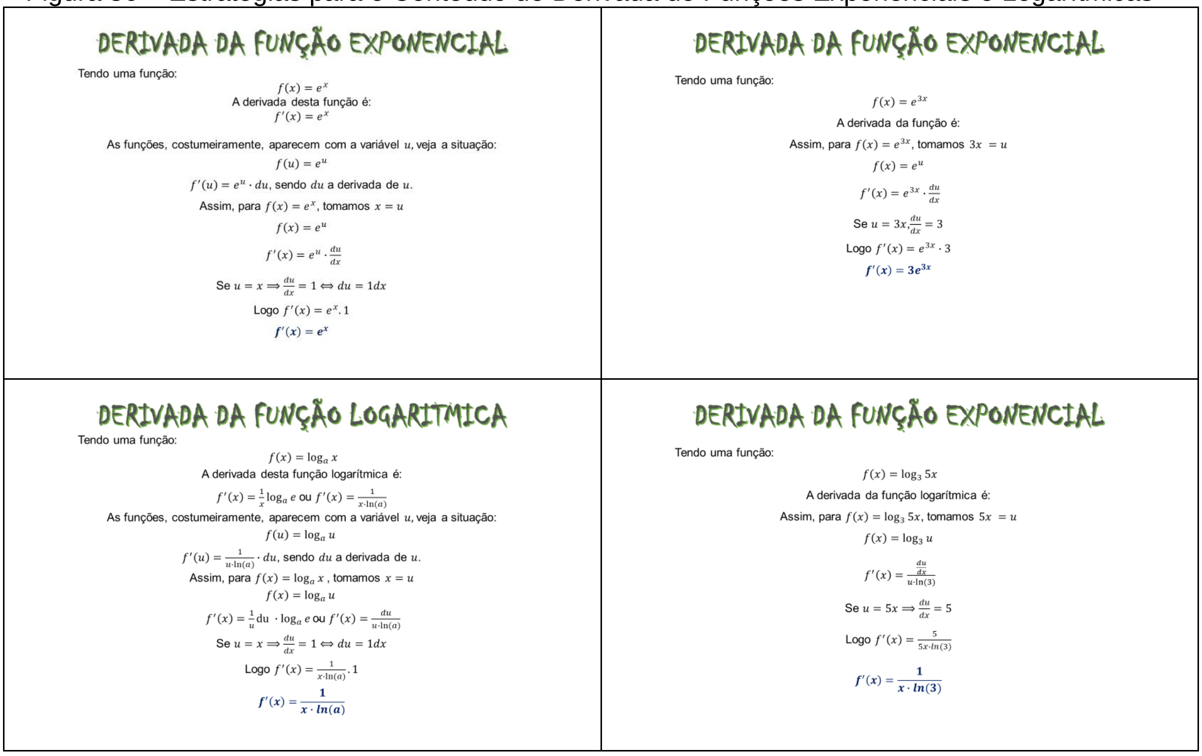
Figura 85 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Derivada de Funções Trigonométricas

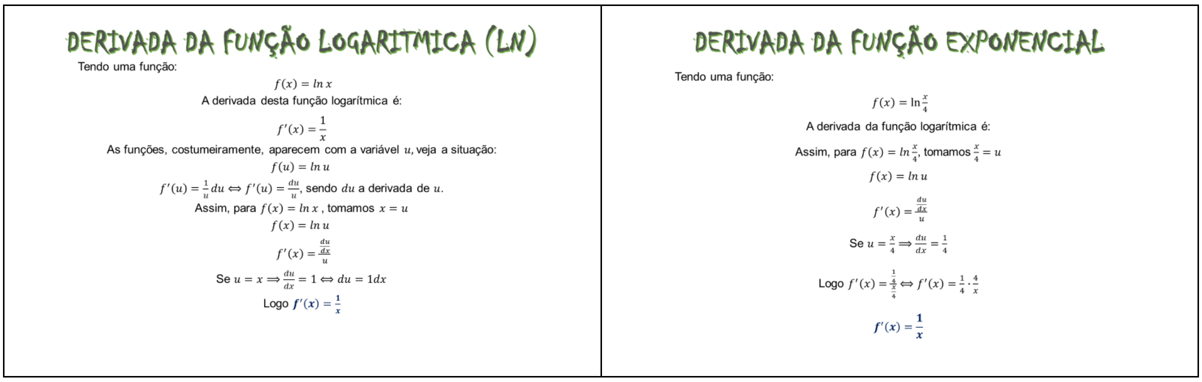


Fonte: https://youtu.be/OY4RHvyrRsI.

Para o estudo das Derivadas de Funções Exponenciais, foi desenvolvido o material de estudos (Figura 86) no qual tem estratégias para retomada do Derivadas de Funções Exponenciais e Logarítmicas.

Figura 86 – Estratégias para o Conteúdo de Derivada de Funções Exponenciais e Logarítmicas

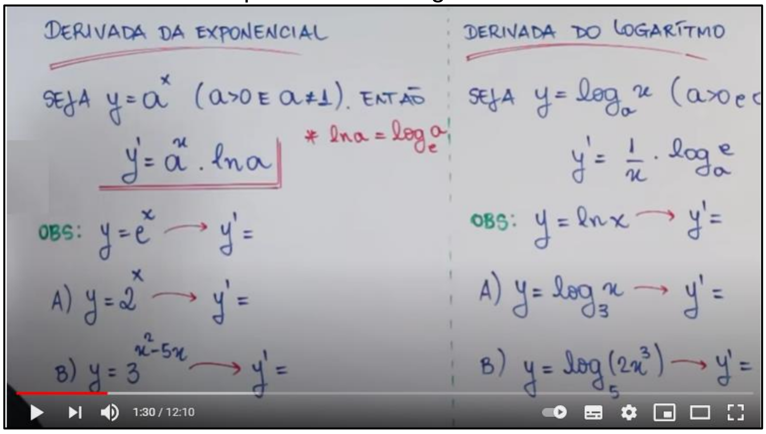




Fonte: A pesquisa.

Visando complementar este estudo, a Figura 87 apresenta um vídeo explicativo, disponível no canal “Equaciona com Paulo Pereira” com Derivadas de Funções Exponenciais e Logarítmicas.

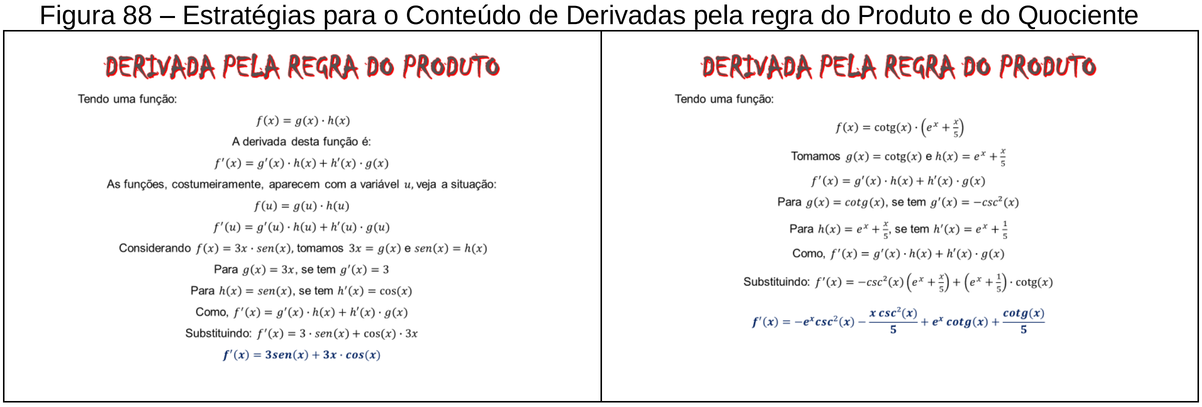
Figura 87 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Derivada de Funções Exponenciais e Logarítmicas

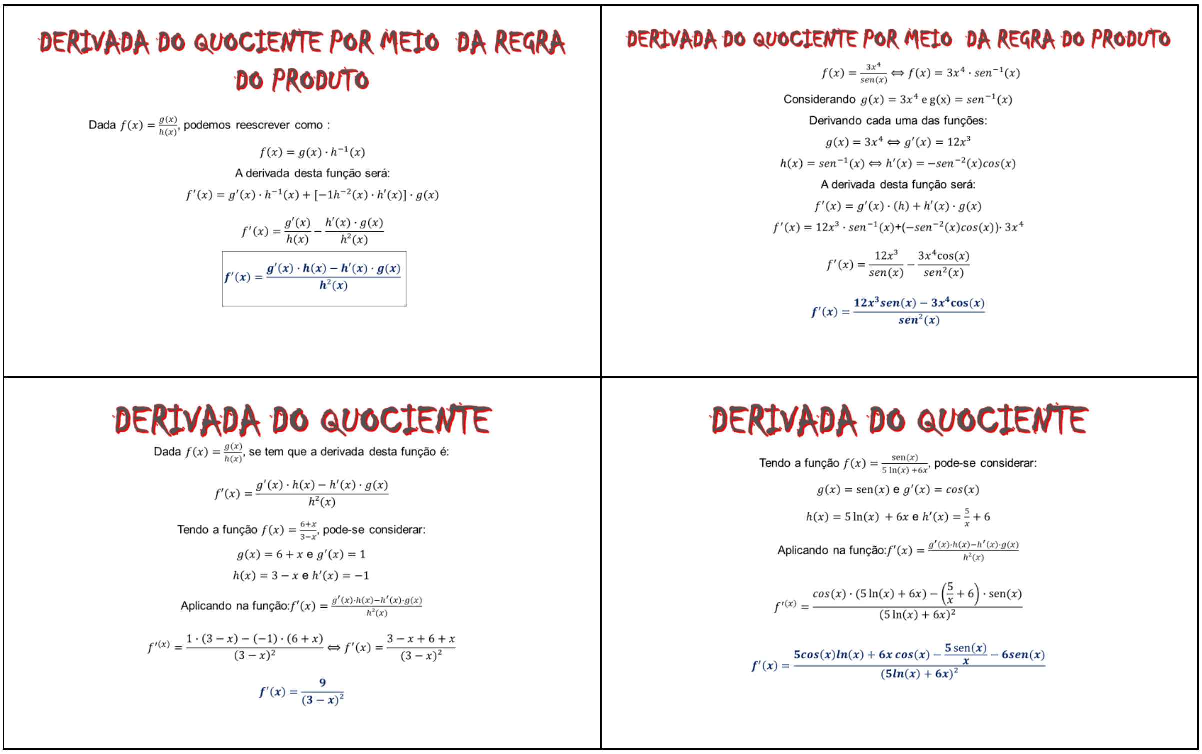


Fonte: https://youtu.be/91UN2cbzBGY.

Para desenvolver a Derivada, utilizando as regras do Produto e do Quociente, a Figura 88 apresenta, inicialmente, exercícios que envolveram a regra do produto com as funções estudadas e, posteriormente é desenvolvida a regra do quociente a partir do produto.

Figura 88 – Estratégias para o Conteúdo de Derivadas pela regra do Produto e do Quociente

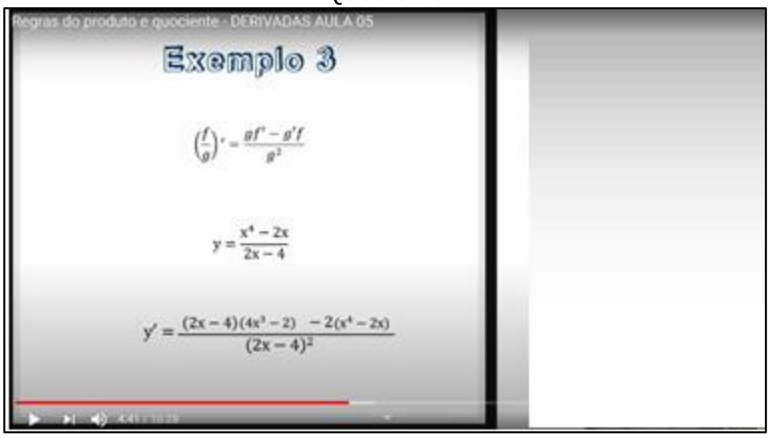




Fonte: A pesquisa.

A Figura 89 apresenta um vídeo sobre a multiplicação e divisão (regra do produto e quociente) das Derivadas. O vídeo está disponível no canal “Toda a Matemática”.

Figura 89 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Derivadas Regra do Produto e Quociente



Fonte: https://youtu.be/ST7zVoT5P08.

4.1.5 Sequência Didática Digital com o tema Derivada de Funções Compostas

O conceito de Derivadas – Regra da Cadeia, a Sequência Didática Digital contém os seguintes conteúdos (Figura 90)

Figura 90 – Conteúdos disponíveis para o conceito Derivadas – Regra da Cadeia

DERIVADA – REGRA DA CADEIA
Derivada de Funções Compostas

Fonte: A pesquisa.

A Figura 91 exibe exemplos de questões desenvolvidas por Silva (2019), para o conceito de Derivadas – Regra da cadeia.

Figura 91 – Exemplos de questões de nível fácil do nodo Derivadas – Regra da Cadeia

FÁCIL
2. Marque a opção correta para $\frac{dx}{d'y} = (2x+1)^6$: **10.** Qual é a derivada de: $z = \text{cotg}\, 2x + 9$ **12.** Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = e^{3x} + 5.$ **16.** Marque a opção correta para $\frac{dx}{dy} = (4x^3 - 3)^8$: **20.** Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = e^{4x} - x.$
MÉDIO
6. Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(5x+3)^3}$? **10.** Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 5e^{2x} - 3x.$ **12.** Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 7\,cos(3x) - 9x^2$ **13.** Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = cos(x^2) - 2x^3.$ **18.** Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4x$
DIFÍCIL

5. Qual é a derivada de:

$$y = \frac{1}{(3x^2 - 5x + 9)^3}\ ?$$

8. Qual é a derivada da função: $f(x) = tg^3 4x$?

11. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^6$$

12. Indique qual alternativa que representa a derivada da função:

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt[3]{(2y^2 - 9y + 8)^2}}$$

13. Qual é a derivada da função: $f(x) = (sen\ 5x - \cos 5x)^5$?

16. Qual é a derivada da função: $y = e^{\sqrt{x^2+1}}$?

Fonte: Silva (2019, p. 167-187).

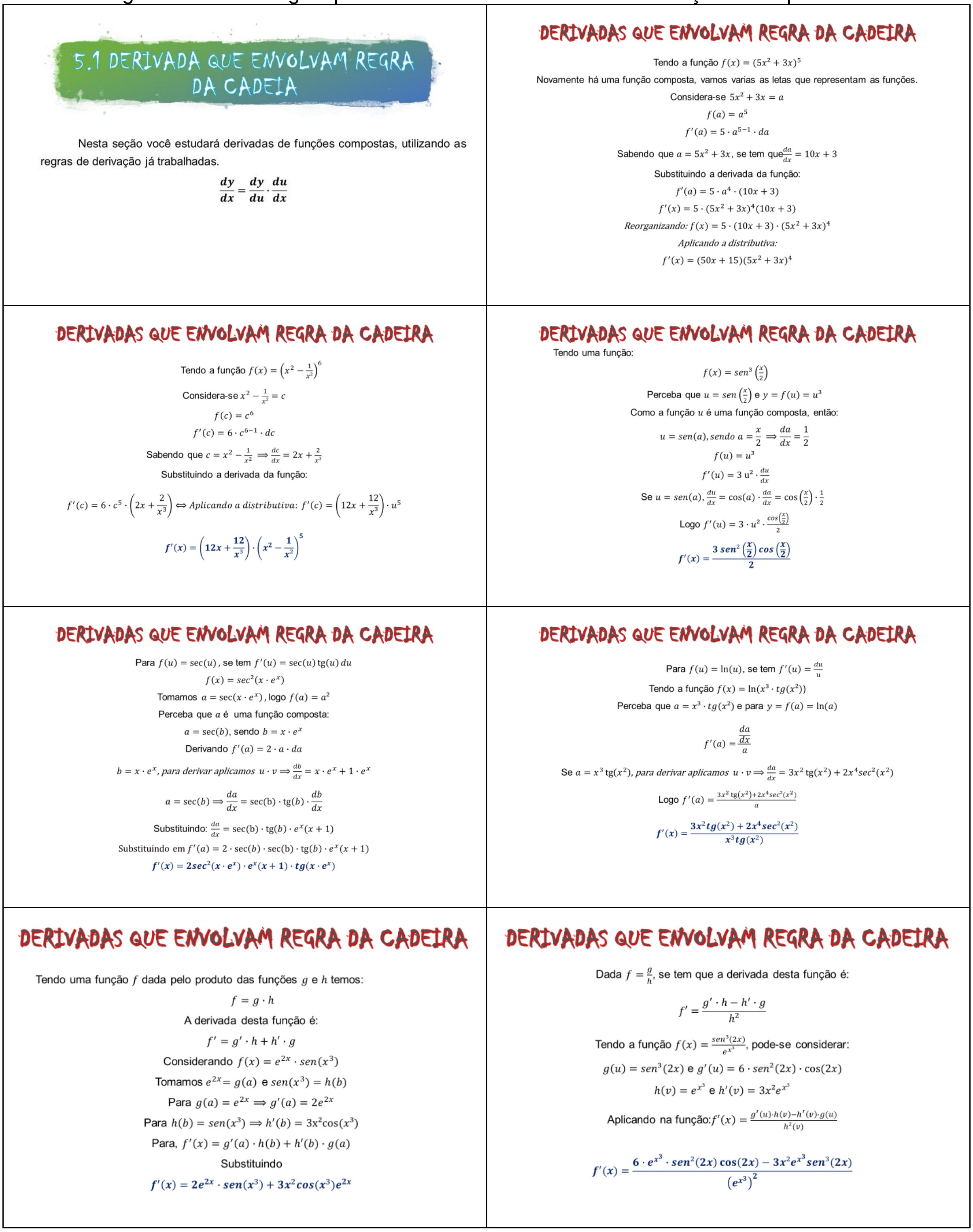
Na Figura 92 é apresentado a página inicial do *site* construído para a Sequência Didática do conteúdo de Derivadas – Regra da Cadeia.

Figura 92 – Página Inicial e Sumário do conteúdo de Derivadas de Funções Compostas

Fonte: https://*sites.google*.com/rede.ulbra.br/jonata-derivadascompostas.

Retomando o conceito inicial de Derivada de Funções compostas, inicialmente, se conceitua a definição formal e, logo em seguida são desenvolvidas atividades de revisem o conteúdo desse conceito. A Figura 93 apresenta as estratégias seguidas para a retomada do conceito de Funções Compostas.

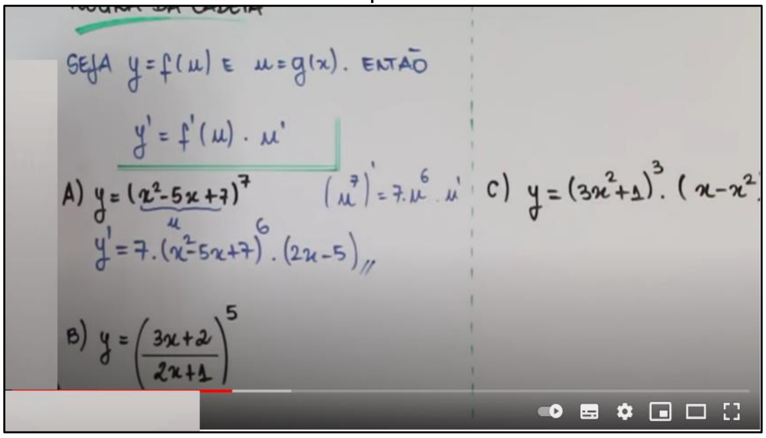
Figura 93 – Estratégias para o Conteúdo de Derivada de Funções Compostas



Fonte: A pesquisa.

Concluindo o estudo de Derivadas de Funções compostas, a Figura 94 apresenta um vídeo sobre o conteúdo desenvolvido.

Figura 94 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Derivada de Funções compostas



Fonte: https://youtu.be/b5m864fIKvA.

4.1.6 Sequência Didática Digital com o tema Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas

O conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, a Sequência Didática Digital contém os seguintes conteúdos (Figura 95)

Figura 95 – Conteúdos disponíveis para o conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas

APLICAÇÕES DE DERIVADAS COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Problemas de otimização

Fonte: A pesquisa.

A Figura 96 apresenta exemplos de questões do banco de questões sobre Aplicação de Derivadas com Resolução de situações Problemas e que foram desenvolvidas por Silva (2019).

Figura 96 – Exemplos de questões de nível fácil, do nodo Aplicações de Derivadas com Resolução de Problemas

FÁCIL
2. A temperatura de um forno varia com o tempo *t* de acordo com a expressão: $T(t) = 0{,}02t^3 + 0{,}2t^2 + 110$, onde a temperatura está expressa em graus Celsius e o tempo em minutos. Qual a taxa de variação da temperatura do forno no instante *t* = 10 min?   **7.** Uma cidade X é atingida por uma moléstia epidêmica. Os setores de saúde calculam que o número de pessoas atingidas pela moléstia depois de um tempo *t* (medido em dias a partir do primeiro dia de epidemia) é, aproximadamente, dado por $f(t) = 64t - \frac{t^3}{3}$. Qual a taxa de expansão da moléstia epidêmica em 4 dias?   **12.** Consideremos a função custo total $C(x) = 0{,}02x^3 - 0{,}4x^2 + 400x + 200$. Determinar o custo marginal para produzir 20 unidades.   **15.** Dada a função receita $R(x) = -2x^2 + 1000x$, em reais, obtenha a receita marginal no ponto x = 50.
MÉDIO

3. Uma empresa possui seu lucro descrito pela seguinte função $L(x) = -x^2 + 16x - 42$. Quantas peças devem ser vendidas por dia para que o lucro seja máximo? E qual é esse lucro máximo?

4. A quantidade P (em toneladas) produzida por mês de certo produto e *x* o trabalho mensal envolvido (medido em homens-hora) é dada pela função produção $P(x) = 1016\sqrt{x}$. Determinar a produtividade marginal quando x = 64.

9. Uma bala é atirada de um canhão, percorrendo uma trajetória representada pela parábola de equação $h(t) = -t^2 + 5t$, com *h* em metros e *t* em segundos. Em quantos segundos a bala atinge a altura máxima? Qual a altura máxima atingida pela bala?

12. Suponha que a equação da velocidade *V*(m/s) de um ponto material em função do tempo *t*(s) é dada por $V(t) = -3t^2 + 18t + 8$. Determine o instante no qual a velocidade do ponto material é máxima e a velocidade máxima.

13. Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água no reservatório, em litros, t horas após o escoamento ter começado é dada por $V = 50(80 - t)^2$. Determine a taxa de variação do volume de água no reservatório durante as 10 primeiras horas de escoamento.

DIFÍCIL

5. O valor de um computador *t* anos após a compra é $v(t) = 200e^{-0{,}35t}$ dólares. Com qual taxa o computador estará depreciando depois de três anos?

6. Após várias horas de experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias, varia de acordo com a função $y = 12x - 2x^2$, em que *x* é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão desse antibiótico. Qual o tempo necessário para atingir o nível máximo de concentração desse antibiótico no sangue dessas cobaias? Qual o nível máximo de concentração desse antibiótico?

8. Um fazendeiro quer construir um galpão em sua fazenda. Fazendo os cálculos ele chega à conclusão que o custo da obra em reais, é dado pela função $C(x) = 10x + \frac{160}{x}$, onde *x* é a medida em metros do lado do galpão. Qual deverá ser a medida *x* do lado do galpão para que o custo seja mínimo? Qual será esse custo mínimo?

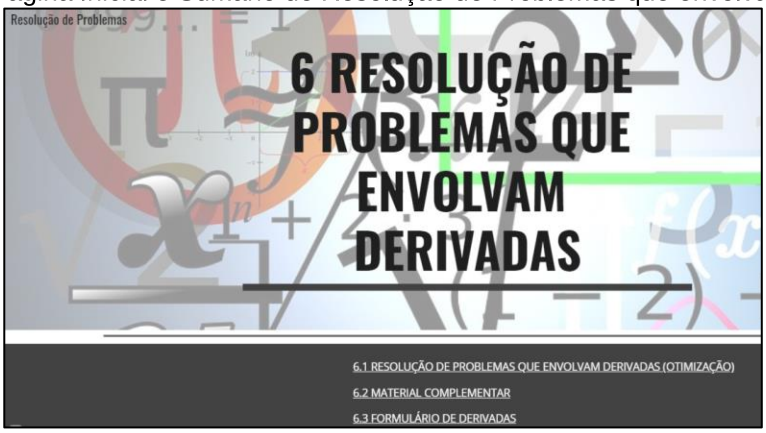
12. O deslocamento de uma partícula sobre uma corda vibrante é dado pela equação $S(t) = 10 + \frac{1}{4} sen\,(10\pi t)$, onde *s* é medido em centímetros e *t* em segundos. Qual é a velocidade da partícula após 10 segundos?

15. A equação de oferta para certo produto é $x = 1000\sqrt{3p^2 + 20p}$, onde *x* unidades são oferecidas por mês quando *p* for o preço unitário. Ache a taxa de variação na oferta se o preço corrente for de R$ 20,00 por unidade.

Fonte: Silva (2019, p. 188-199).

Nesse conceito, a página inicial do *site* (Figura 97) apresenta apenas o resgate do que foi realizado sobre esse conceito, além de um material complementar (livro de cálculo) e um formulário de Derivadas.

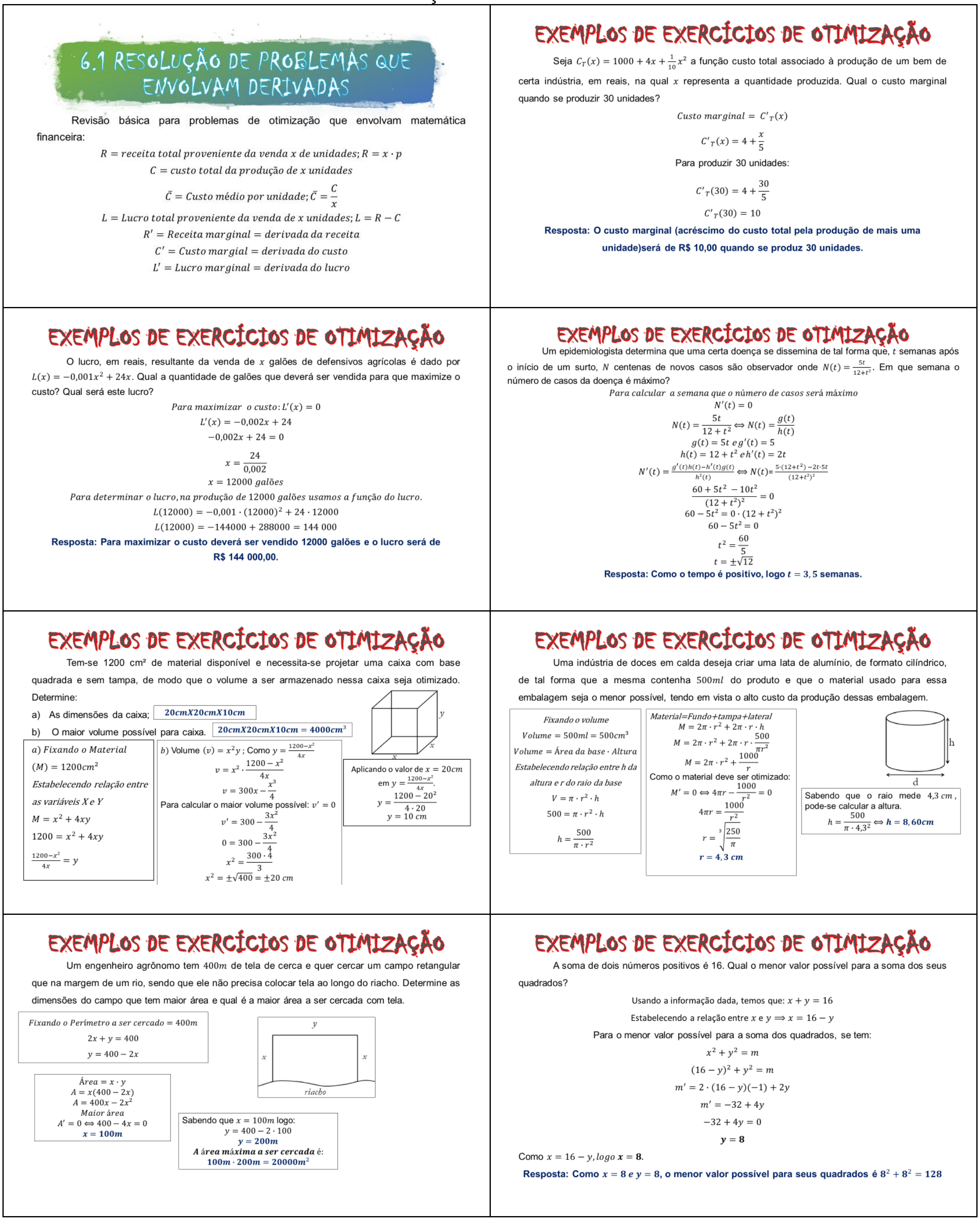
Figura 97 – Página Inicial e Sumário de Resolução de Problemas que envolvam Derivadas



Fonte: https://*sites.google*.com/rede.ulbra.br/jonata-resolucaodeproblemas.

Para a recuperação dos conceitos referentes a resolução de problemas que envolvam derivadas, a Figura 98 apresenta as estratégias utilizadas.

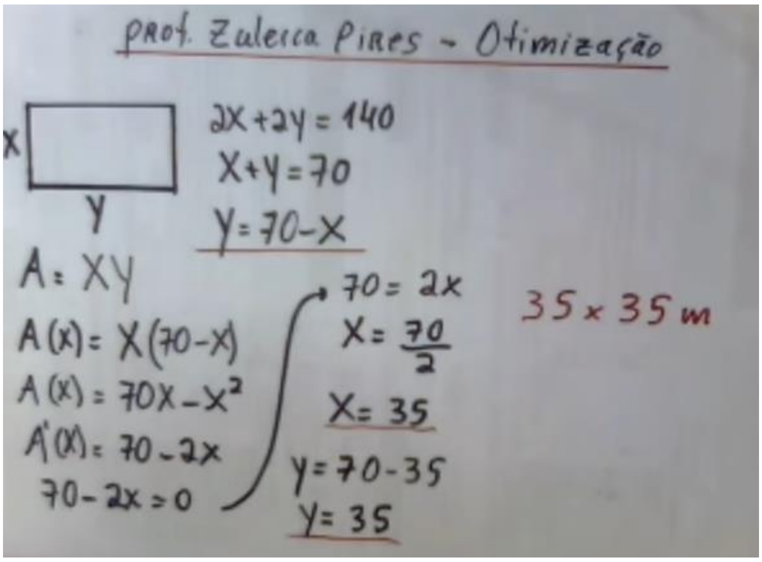
Figura 98 – Estratégias para o Conteúdo de Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas



Fonte: A pesquisa.

Para a finalização do trabalho a Figura 99, apresenta o do vídeo complementar, disponível no canal "Zuzinha".

Figura 99 – Exemplo de conteúdo do vídeo complementar sobre Resolução de problemas com a temática Derivadas



Fonte: https://youtu.be/Zz7R5erpOiY.

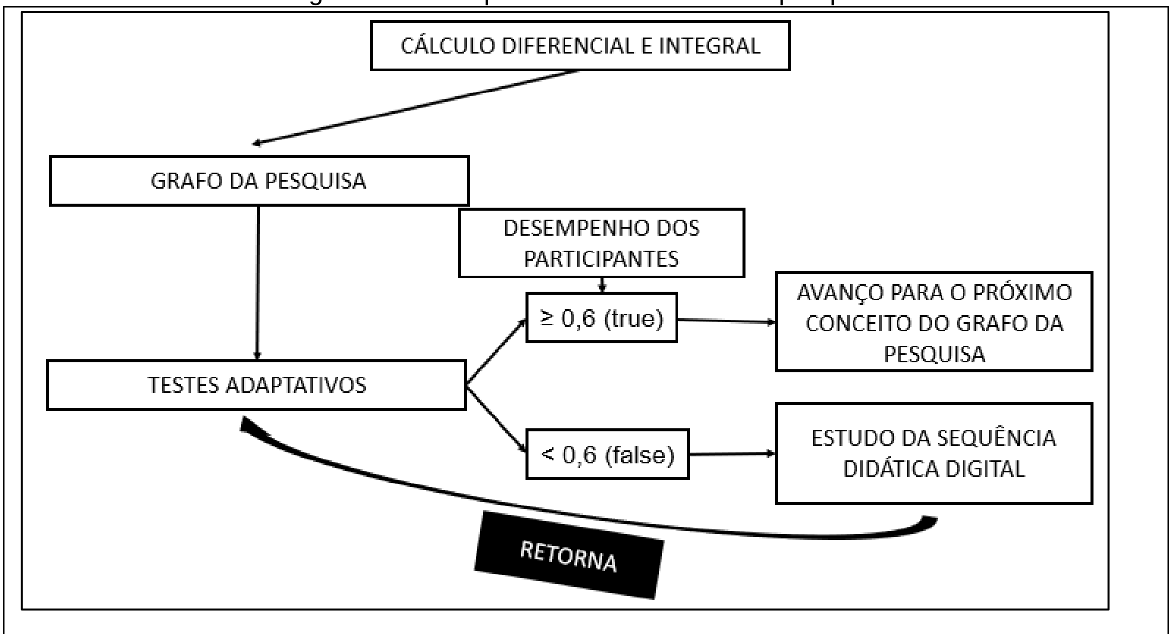
A seguir será apresentada a metodologia desta pesquisa.

5 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A implementação de um experimento com o desenvolvimento da Sequência Didática Digital com estudantes que cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial a Integral I é a proposta base desta pesquisa. Para alcançar o que foi proposto, foram desenvolvidas Sequências Didáticas Digitais em um ambiente virtual de aprendizagem, denominado sistema SIENA. Para implementar um experimento no sistema SIENA são necessárias as seguintes ações: desenvolvimento de um grafo de pesquisa; banco de questões para os Testes Adaptativos de cada conceito do grafo; Sequências Didáticas para cada conceito do grafo. Nesta investigação foram desenvolvidas Sequências Didáticas para cada conceito do grafo da temática Derivadas, sendo utilizado o grafo e os bancos de questões já disponíveis no SIENA, nesse sentido, esta pesquisa é um desdobramento do trabalho desenvolvido por Silva (2019).

Para o desenvolvimento do experimento, os estudantes receberam login e senha para acessar o SIENA e realizarem os Testes Adaptativos de cada conceito do grafo, sendo que se o desemprenho for inferior a 0,6 no intervalor de [0, 1], é disponibilizado o estudo da Sequência Didática Digital e, após o estudo os alunos deveriam refazer os Testes Adaptativos até atingirem desempenho maior do que ou igual a 0,6. Na Figura 100 é possível observar o percurso do estudante ao ingressar no Sistema SIENA.

Figura 100 – Esquema das atividades da pesquisa



A pesquisa.

5.1 A PESQUISA QUALITATIVA

Esta pesquisa possui um enfoque de pesquisa qualitativa, pois permite a adoção de posturas e métodos, entre eles o uso de observações, entrevistas, questionários, e análises de documentos (FLICK, 2008). A pesquisa qualitativa vem com um conjunto de diferentes categorias e títulos descritivos, os quais tendem a serem usados de forma intercambiável em diferentes pesquisas (GRAY, 2012). Esta foi desenvolvida para ser de caráter qualitativo, que de acordo com Bicudo (2012) é "um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente"

A pesquisa, inicialmente, seria desenvolvida com acadêmicos da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) de Canoas, que estivessem cursando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, porém, devido a pandemia COVID-19, esses alunos estavam com aulas online e a falta de contato presencial dificultou o contato com eles. Assim sendo, abriu-se a pesquisa para estudantes que cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, e que apresentassem vontade em revisitar os conteúdos por apresentarem dificuldades ou por terem interesse em revisar tais conceitos. A situação de pandemia levou a reformulação da proposta inicial desta investigação.

Nessa investigação a pesquisa qualitativa segue as ideias de Bodgan e Biklen (1991, p.11-12):

> (i) ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; (ii) coletar dados predominantemente descritivos; (iii) ter maior atenção ao processo que com o produto; (iv) o processo de análise tende a ser indutivo, sendo que 'os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima.

O predomínio dos processos indutivos, dos dados descritivos, a ênfase ao processo em detrimento do produto, a necessidade de questões geradoras e regras bem definidas de ação para a análise dos dados coletados, critérios de avaliação públicos, discutidos e acordados pela comunidade, e a responsabilidade do pesquisador em relação à sua pesquisa – não deslocando tal responsabilidade para uma pretensa certeza do método –, são elementos reguladores centrais em uma pesquisa qualitativa (GARNICA, 2001). Na pesquisa qualitativa, o papel do pesquisador é de atuar uma postura de sensibilidade teórica, o que significa ter visão, demonstrando a capacidade de entender e diferenciar o que é importante do que não é (STRAUSS; CORBIN, 1990).

Esta pesquisa foi um desdobramento da pesquisa realizada por Silva (2019), no sistema SIENA, no qual foi desenvolvido o grafo, os bancos de questões dos Testes Adaptativos com a temática Derivadas e validado com um experimento com estudantes da disciplina de Cálculo I, no conteúdo de Derivadas, do Curso de Engenharia Civil do Centro Universitário Luterano de Palmas, do estado de Tocantins (CEULP/ULBRA). Para a continuação, foi desenvolvida nesta investigação, Sequências Didáticas Digitais para cada conceito do grafo e validado com um grupo de estudantes que haviam cursado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Esta pesquisa foi realizada com as seguintes ações:

- Revisão de literatura com a temática Derivadas no Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior;
- Construção do referencial teórico com as temáticas: Educação Matemática no Ensino Superior e o Ensino de Cálculo; o objeto matemático Derivadas na perspectiva da Socioepistemologia; e, Tecnologias Digitais com atividades assíncronas;
- Análise do Sistema SIENA e dos bancos de questões dos Testes adaptativos do projeto Derivadas e suas aplicações, já desenvolvidos e aplicados na dissertação de Silva (2019);
- Investigação de atividades para o desenvolvimento de Sequências Didáticas Digitais para cada conceito do grafo, com a temática Derivadas;
- Implementação (desenvolvimento, aplicação e avaliação) das Sequências Didáticas Eletrônicas com um grupo de estudantes do Ensino Superior no sistema SIENA;
- Avaliação do experimento com um grupo dos estudantes que cursaram a disciplina de Cálculo de Diferencial e Integral I, com análise dos dados coletados.

O experimento seguiu a seguinte organização: primeiros os estudantes realizavam os Teste Adaptativos e caso não conseguissem o desempenho igual ou superior a 0,6, de um intervalo de [0,1], desenvolviam a Sequência Didática daquele conceito no sistema SIENA.

A coleta de dados foi realizada por meio de:

- Questionário para traçar o perfil da turma / dos estudantes (idade, curso, semestre, disciplinas) que se encontra no Apêndice A.
- Banco de dados do Sistema Siena, com os resultados dos testes adaptativos antes e depois do estudo das sequências desenvolvidas.
- Instrumento para coleta dos *feedbacks* dos estudantes participantes do experimento sobra a Sequência Didática Digital;

A análise dos dados se dará por meio das categorias: perfil dos estudantes participantes da pesquisa; dificuldades do grupo de estudantes e das dificuldades individuais dos mesmos nos Testes Adaptativos; avaliação da Sequência Didática Digital desenvolvida no sistema Siena. A seguir, apresenta-se o sistema SIENA.

5.2 SISTEMA INTEGRADO DE ENSINO E APRENDIZAGEM (SIENA)[8]

Segundo Grossi (2008, apud Groenwald et al, (2009)) os educadores têm como desafio descobrir maneiras diferentes de ensinar, a mesma coisa, pois os estudantes têm ritmos e históricos variados. Além disso, o sistema educacional, historicamente, é projetado igualmente para todos os estudantes, de forma que o aluno deve se adaptar em um contexto educacional definido. Para esta autora, o professor além de questionar a abordagem do conteúdo, deve despertar a curiosidade do educando e demonstrar sua utilização em diferentes situações da vida real. Assim, um dos desafios que os professores encontram, em sala de aula, é a identificação das dificuldades individuais dos alunos. Nesse sentido, o uso de recursos informáticos pode influenciar beneficamente quando utilizados como suporte ao trabalho docente, contribuindo na agilização das tarefas dos mesmos, como fonte de informação

[8] O texto sobre o sistema SIENA, utilizado neste projeto, é um texto padrão desenvolvido pelo Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM) da ULBRA e do Grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna em Tenerife, Espanha, desenvolvedores do SIENA.

do conhecimento real dos alunos, ou na utilização de sistemas inteligentes que auxiliem o professor na sua docência (GROENWALD; RUIZ, 2006). Kampff et al. (2004) afirmam que em uma sociedade de bases tecnológicas, com mudanças contínuas, não é mais possível desprezar o potencial pedagógico que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) apresentam quando incorporadas à educação. Assim, o computador é um instrumento pertinente no processo de ensino e aprendizagem, cabendo à escola utilizá-lo de forma coerente com uma proposta pedagógica atual e comprometida com uma aprendizagem significativa.

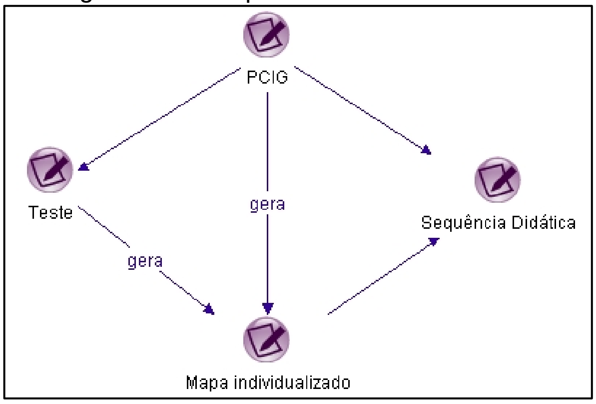
Nesta perspectiva, o SIENA foi organizado pelos grupos de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna, Tenerife, Espanha e o GECEM (Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática) da ULBRA (Universidade Luterana do Brasil). O SIENA é um sistema inteligente que é:

> capaz de comunicar informações sobre o conhecimento dos alunos em determinado tema, tem o objetivo de auxiliar no processo de recuperação de conteúdos matemáticos, utilizando a combinação de mapas conceituais e testes adaptativos (GROENWALD; RUIZ, 2006, p. 26).

Ainda segundo Groenwald e Ruiz (2006), esse sistema permite ao professor uma análise do nível de conhecimentos prévios de cada aluno, possibilitando um planejamento de ensino de acordo com a realidade dos alunos, podendo proporcionar uma aprendizagem significativa. O processo informático permite gerar um mapa individualizado das dificuldades dos alunos, o qual estará ligado a um hipertexto, que servirá para recuperar as dificuldades que cada aluno apresenta no conteúdo desenvolvido, auxiliando no processo de avaliação.

O SIENA foi desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais (NOVAK; GOWIN, 1988), sendo denominado de Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico - PCIG (*Pedagogical Concept Instructional Graph*), que permite a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico. O grafo não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias, os conceitos são colocados de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentados ao aluno. Assim sendo, o grafo deve ser desenvolvido segundo relações do tipo “o conceito A deve ser ensinado antes do conceito B”, começando pelos nodos (conceitos no grafo) dos conceitos prévios, seguindo para os conceitos fundamentais, até atingir os nodos objetivos. Cada conceito do grafo está ligado a um teste adaptativo que gera o mapa individualizado das dificuldades do estudante e contém uma Sequência Didática, conforme a Figura 101.

Figura 101 - esquema do sistema SIENA



Fonte: Groenwald e Ruiz (2006, p. 27).

Um teste adaptativo informatizado é administrado pelo computador, que procura ajustar as questões do teste ao nível de habilidade de cada examinando. Segundo Costa (2009) um teste adaptativo informatizado procura encontrar um teste ótimo para cada estudante, para isso, a proficiência do indivíduo é estimada interativamente durante a administração do teste e, assim, só são selecionados os itens que mensurem eficientemente a proficiência do examinado. O teste adaptativo tem por finalidade administrar questões de um banco de questões previamente calibradas, que correspondam ao nível de capacidade do examinando. Como cada questão apresentada a um indivíduo é adequada à sua habilidade, nenhuma questão do teste é irrelevante (SANDS; WATERS, 1997). Ao contrário dos testes de papel e caneta, cada estudante recebe um teste com questões diferentes e tamanhos variados, produzindo uma medição mais precisa da proficiência e com uma redução, do tamanho do teste, em torno de 50% (WAINER, 2000).

No SIENA o teste adaptativo é realizado em cada nodo do PCIG, devendo serem cadastradas perguntas que irão compor o banco de questões dos mesmos, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento que o aluno possui de cada conceito. As perguntas são de múltipla escolha, classificadas em fáceis, médias e difíceis, sendo necessário definir, para cada pergunta: o grau de sua relação com o conceito; o grau de sua dificuldade; a resposta verdadeira;

a possibilidade de responder à pergunta considerando, exclusivamente sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; o tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta. O teste adaptativo estima o grau de conhecimento do aluno para cada conceito, de acordo com as respostas do estudante para isso o teste adaptativo vai lançando perguntas aleatórias ao aluno, com um nível de dificuldade de acordo com as respostas do estudante, se o aluno vai respondendo corretamente, o sistema vai aumentando o grau de dificuldade das perguntas, e ao contrário, se a partir de um determinado momento o aluno não responde corretamente, o sistema diminui o nível de dificuldade da pergunta seguinte.

A ferramenta informática parte dos conceitos prévios, definidos no PCIG, e começa a avaliá-los, progredindo sempre que o aluno consegue uma nota superior ao estipulado, pelo professor, no teste. Quando um conceito não é superado, o sistema não prossegue avaliando por esse ramo de conceitos do grafo, pois se entende que esse conceito é necessário para a compreensão do seguinte, abrindo para o estudante a possibilidade de realizar a sua recuperação. É importante dizer que o sistema poderá prosseguir por outras ramificações do grafo. Para estimar o conhecimento do aluno em cada conceito do grafo, o SIENA implementa uma rede bayesiana entre os conceitos implicados nesse nodo do grafo e as perguntas, do tipo múltipla escolha, criadas para esses conceitos estão divididas em vários níveis de dificuldade. A estimativa é um processo interativo em que o sistema vai lançando perguntas e cada pergunta lançada aos estudantes se estima o conhecimento mediante as fórmulas de Bayes:

Onde: $P\,(p_1 +) = P(C +) x\, P\left(\frac{p_1 +}{C+}\right) + P(C -) x\, P\left(\frac{p_1}{C-}\right)$

Para o caso que se acerte a pergunta, e

$P(C +/p_{1-}) = \frac{P(c+) \times P(p1-/C+)}{P(p1-)}$

Onde

$P(p1 -) = P(C+) \times P(p1 -/C+) + P(C-) \times P(p1 -/C-)$

Para o caso em que a pergunta seja respondida incorretamente.

Onde $P(C+)$ representa o conhecimento *a priori* estimado na pergunta anterior, $P(p1 +/C+)$, representa a probabilidade de que se acerte a pergunta condicionado a saber o conceito, $P(p1 +/C-)$, é a probabilidade de acertar a pergunta sem conhecer o conceito, $P(p1-/C+) = 1 - P(p1+/C+)\ y\ P(p1-/C-) = 1 - P(p1+/C-)$. O processo interativo finaliza quando a estimativa não se altera significativamente.

A pergunta a ser lançada cada vez no processo interativo, o teste adaptativo se adapta ao conhecimento do estudante, elegendo uma pergunta de igual ou maior dificuldade, se a pergunta anterior foi contestada corretamente, e dificuldade igual ou menor se a pregunta foi respondida erradamente (incorretamente). O sistema mostrará, através do seu banco de dados, quais foram as perguntas realizadas, quais foram respondidas corretamente e qual a estimativa sobre o grau de conhecimento de cada conceito, conforme o exemplo apresentado na Figura 102.

Figura 102 – Exemplo do banco de dados de um teste adaptativo de um nodo

Acabado: true

Nota: 0.281

Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
1	true	49	Qual é o número que está representado no ábaco?	0.200
1	true	49	Qual é o número que está representado no ábaco?	0.238
4	false	231	Se agruparmos sessenta e cinco unidades em grupos de dez, teremos ao todo?	0.281
2	false	128	Que número está representado no QVL?	0.281
2	false	128	Que número está representado no QVL?	0.281
4	false	130	Qual o número representado no ábaco?	0.281

Atrás

Fonte: Groenwald e Ruiz (2006, p. 24).

O sistema possui duas opções de uso: a primeira serve para o aluno estudar os conteúdos dos nodos do PCIG e realizar o teste, para verificar quais são seus conhecimentos sobre determinados conteúdos; a segunda opção oportuniza, ao aluno, realizar o teste e estudar os conceitos nos quais apresentou dificuldades, sendo possível uma recuperação individualizada dos conteúdos nos quais não conseguiu superar a média estipulada como necessária para avançar. Todos os nodos do PCIG estão ligados a uma Sequência Didática que possibilita ao aluno estudar os conceitos ou realizar a recuperação dos nodos em que apresenta dificuldades.

As sequências didáticas são um conjunto de atividades organizadas, de maneira sistemática, planejadas para o processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo, etapa por etapa. São organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos, e envolvem atividades de aprendizagem e avaliação (DOLZ; SCHNEUWLY, 2004). Segundo Zabala (1998) as sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Através da Sequência Didática é possível analisar as diferentes formas de intervenção e avaliar a pertinência de cada uma delas.

A plataforma SIENA está disponível no endereço http://siena.ulbra.br, sendo que o acesso aos trabalhos e banco de dados está restrito a usuários cadastrados no sistema. Esse cadastramento é realizado pelos administradores da plataforma que fornecem um *login* e uma senha pessoal ao usuário. O experimento foi realizado a partir de um convite feito em duas turmas de Cálculo Diferencial e Integral II, da Universidade Luterana do Brasil, que estavam ocorrendo de forma *online* ao longo do ano de 2020. Também, foram convidados estudantes e profissionais formados dos cursos da área de Ciências Exatas que não estivessem ligados a Universidade Luterana do Brasil por meio de um convite em um grupo de Pós-Graduandos de *Facebook* (https://www.facebook.com/groups/PEPG.EDMAT) e na página do pesquisador (https://www.facebook.com/jonatasantos.95/). Esses convites ocorreram no segundo semestre de 2020 e, inicialmente 19 pessoas haviam manifestado seu interesse em participar da pesquisa, desses 19 que fizeram sua inscrição, apenas 12 deram continuidade no real interesse da pesquisa e preencheram o TCLE para participar da pesquisa. A partir desse momento, todos foram chamados de “aluno(número)calculo”. Para os alunos que ainda estavam na graduação foi enviado login e senha com número de 1 a 7, para os alunos que eram formados, login e senha com números de 20 a 25.

.

6 ANÁLISES E RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentadas as análises sobre os dados coletadas durante o experimento. As categorias de análise são: perfil dos participantes da pesquisa, dificuldades apresentadas pelo grupo e, depois, análise das dificuldades individuais dos participantes do experimento.

Para a análise dos dados coletados por meio do sistema SIENA, cada sujeito de pesquisa foi analisado individualmente, separando cada conceito para análise. Essa análise se deu por meio dos Testes Adaptativos de Silva (2019), foi considerado o nível de dificuldade de cada questão, o tempo de resposta e se foi utilizada a Sequência Didática desenvolvida pelo pesquisador para estudo dos conceitos nos quais o participante não atingiu o desempenho estipulado como suficiente para avançar nos conceitos do grafo.

6.1 PERFIL DOS ESTUDANTES A PARTIR DOS DADOS COLETADOS NO QUESTIONÁRIO INICIAL

Os sete participantes da pesquisa, estudantes da Área de Ciências Exatas, responderam um questionário (APENDICE A), no qual descreveram sua trajetória acadêmica, seu nível de dificuldade em relação aos conceitos e procedimentos da Educação Básica e, em relação aos Conceitos e procedimentos de Cálculo Diferencial e Integral, a fim de que fosse possível caracterizar o grupo.

Constatou-se que seis participantes estavam na faixa etária entre 20 e 25 anos, e, 1 entre 25 e 30 anos. Entre os participantes, 5 deles moravam na região metropolitana de Porto Alegre e 2 no interior do estado do Rio Grande do Sul, nas cidades de Minas do Leão e São Vendelino. Quanto a carga horária de trabalho, 2 pessoas responderam que trabalhavam em média 8 horas por dia (1 técnico em química e outro gerente administrativo), 2 pessoas trabalhavam em média 6 horas por dia (1 professor de nível Fundamental e 1 professora de Educação Infantil) e 3 pessoas informaram que são estudantes (3 estudantes de Matemática-Licenciatura). Dos participantes investigados, 3 haviam concluído o curso superior (1 é egresso do curso de Engenharia Química, 1 de Engenharia Mecânica e 1 Matemática-Licenciatura), sendo que 1 a pessoa que possuía o curso de Engenharia Civil estava cursando Matemática-Licenciatura, enquanto os demais participantes todos cursavam Matemática-Licenciatura (entre os alunos que não terminaram sua participação, havia alunos de diferentes cursos de Engenharias).

Todos os participantes afirmaram que sua primeira opção de curso foi na área de Ciências Exatas. Em relação ao nível de dificuldade em relação aos conceitos e procedimentos da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), em uma escala de 1 para pouca dificuldade e 5 para muita dificuldade, as respostas foram: 4 respostas (1) pouca dificuldade; 2 repostas (2) e 1 resposta (dificuldade média). Em relação ao nível de dificuldade em relação aos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, as respostas foram: 1 resposta (1) pouca dificuldade, 2 respostas (3) dificuldade média, 2 repostas (4) e 2 respostas (1) pouca dificuldade). O interesse dos participantes na realização da pesquisa, de maneira geral, se deu pelo motivo das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral apresentarem muitos problemas aos alunos.

Ao serem questionados sobre as reprovações na graduação, 3 participantes responderam que não haviam sido reprovados em nenhuma disciplina, 2 participantes informaram que haviam sido reprovados em uma disciplina, 1 participante informou que havia reprovado em 2 disciplinas e, 1 participante informou que havia reprovado em 4 disciplinas. A seguir apresenta-se a avalição geral dos estudantes, analisando, também, individualmente cada conceito desenvolvido e apontando as dificuldades gerais.

6.2 ANÁLISE DOS DADOS DO DESEMPENHO EM CADA CONCEITO DO GRAFO

A análise dos dados quanto ao desempenho de cada estudante, em cada conceito do grafo, está disponível na Figura 103, na qual constam as notas alcançadas no mapa individualizado, disponibilizado no banco de dados do sistema SIENA, assim como quantas vezes cada estudante realizou o teste.

A pesquisa contou com 7 participantes estudantes dos cursos de Ciências Exatas. As notas obtidas em cada conceito do grafo, para aprovação, foram altas, a maioria variou entre 0.9 a 0.999. Em alguns casos, houve uma reprovação, ou seja, a nota foi interior a 0.6 e nesses casos a Sequência Didática Digital foi disponibilizada para ser estudada.

Figura 103 – Tabela com as notas dos alunos separas por conceito

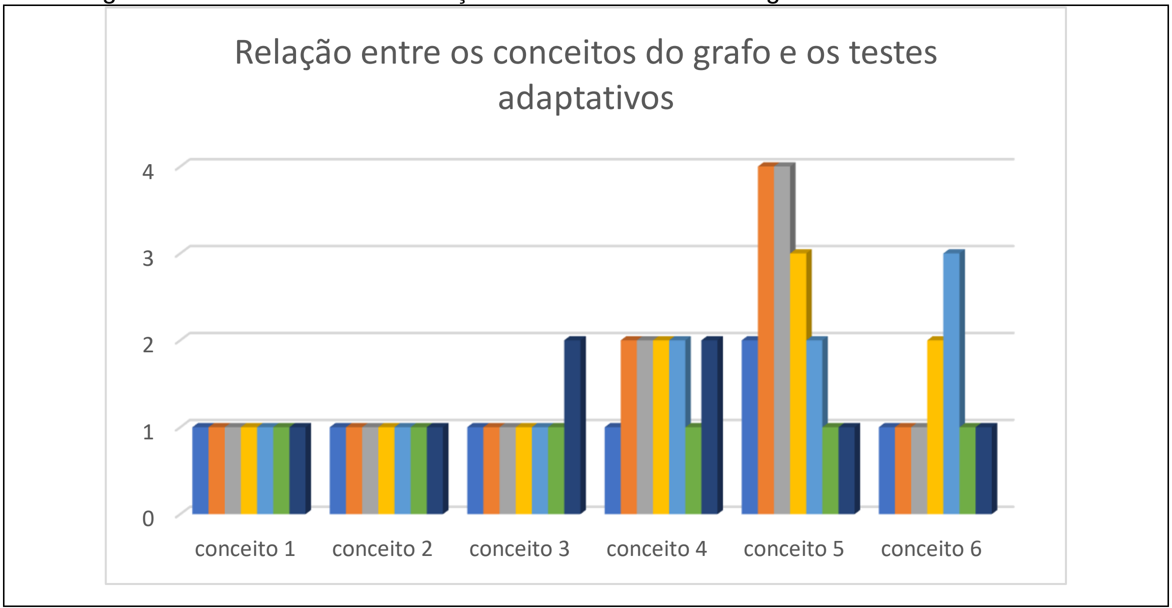
Aluno	Matemática Básica - Aritmética	Matemática Básica – Álgebra	Matemática Básica - Funções	Derivadas Diretas, Regra do Produto e Quociente	Derivadas – Regra da cadeia	Aplicações de Derivadas com Resolução de Problemas
1	0.998	0.997	0.994	0.993	0.997 0.130	0.991
2	0.983	0.997	0.745	0.993 0.001	0.978 0.002 0.004 0.005	0.996
3	0.958	0.992	0.994	0.935 0.028	0.995 0.066 0.002 0.000	0.999
4	0.997	0.999	0.997	0.903 0.008	0.995 0.172 0.059	0.995 0.046
5	0.994	0.999	0.991	0.992 0.597	0.978 0.000	0.933 0.000 0.012
6	0.999	0.993	0.997	0.993	0.990	0.996
7	0.991	0.613	0.953 0.405	0.945 0.270	0.957	0.964

Fonte: A pesquisa.

Em relação ao primeiro conceito do grafo, Matemática Básica – Aritmética, todos os alunos obtiveram notas de 0.950 a 0.999. Em relação ao segundo conceito do grafo, Matemática Básica – Álgebra, todos alunos foram aprovados com nota acima de 0.990. Em relação ao terceiro conceito do grafo, Matemática Básica – Funções, pode-se perceber que 5 alunos foram aprovados com nota acima de 0.990, 1 aluno ficou acima de 0.900 e apenas 1 aluno com nota inferior. Desse conceito, pode-se perceber que apenas 1 aluno precisou repetir o teste uma única vez, pois na primeira vez sua nota foi 0.405. Após a reprovação no teste, foram disponibilizados os materiais de estudo organizados na Sequência Didática Digital sobre o conceito de Funções e, após a repetição do teste o aluno foi aprovado. Em relação ao quarto conceito do grafo, Derivadas Diretas, Regra do Produto e Quociente, pode-se perceber que 4 alunos foram aprovados com nota acima de 0.990 e 3 alunos ficaram acima de 0.900. Desse conceito, pode-se perceber que 5 alunos precisaram repetir o teste uma única vez, pois na primeira vez sua nota foi inferior a 0.600. Após as reprovações no teste, foram ofertados os materiais de estudo organizados na Sequência Didática Digital sobre o conceito de Derivadas Diretas, Regra do Produto e Quociente e, após a repetição do teste os alunos foram aprovados. Em relação ao quinto conceito do grafo, Derivadas Diretas – Regra da Cadeia, pode-se perceber que 4 alunos foram aprovados com nota acima de 0.990 e 3 alunos ficaram acima de 0.900. Desse conceito, pode-se perceber que 5 alunos precisaram repetir o teste, sendo que 3 refizeram o teste mais de uma vez, pois suas notas eram inferiores a 0.600. Após as reprovações no teste, foram proporcionados os materiais de estudo organizados na Sequência Didática Digital sobre o conceito de Derivadas – Regra da Cadeia e, após a repetição 2 alunos foram aprovados na primeira repetição e 3 alunos refizeram o teste para que então fossem aprovados. Em relação ao sexto conceito do grafo, Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, pode-se perceber que 3 alunos foram aprovados com nota acima de 0.990 e 4 alunos ficaram acima de 0.900. Desse conceito, pode-se perceber que 2 alunos precisaram repetir o teste, sendo que 1 aluno repetiu uma única vez e uma aluna repetiu 2 vezes, pois na primeira vez sua nota foi inferior a 0.600. Após as reprovações no teste, foram viabilizados materiais de estudo organizados na Sequência Didática Digital sobre o conceito de Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas e, após a repetição do teste 3 alunos foram aprovados de forma direta e 1 aluno repetiu, novamente o teste.

No gráfico a seguir (Figura 104), se estabelece a relação entre cada conceito do nodo e a quantidade de vezes que o teste de cada conceito foi realizado. Destaca-se que cada cor representa um aluno, na mesma sequência.

Figura 104 – Gráfico com a relação entre os conceitos do grafo e os testes realizados



Fonte: A pesquisa.

A partir dos dados da Figura 104 pode-se observar que os alunos apresentaram relativo conhecimento dos conceitos 1, 2 e 3, que são de Matemática Básica. Em relação aos conceitos 4, 5 e 6, pode-se observar que 6 dos 7 estudantes não alcançaram o desempenho mínimo no primeiro teste, devendo desenvolver a sequência didática e repetir o teste. Destaca-se que foram considerados apenas os testes completos, os testes em que o estudante não realizou o número mínimo de questões foram desconsiderados. Assim, é possível observar que o conceito 5, Derivadas – Regra da cadeia, foi o que os alunos apresentaram maior dificuldade, além de 2 alunos realizarem o teste uma única vez, e 2 alunos atingirem a média 0.600 após estudarem a sequência didática e realizarem o teste novamente. Um aluno foi aprovado na terceira tentativa e, dois alunos foram aprovados na quarta tentativa. Esse apontamento corrobora com o apresentado na pesquisa de Silva (2019) que apresenta dados similares, a autora aponta que os alunos apresentam dificuldades em identificar que as funções apresentadas para derivação são definidas como funções compostas e, portanto, exigem necessidade de derivadas aplicando a Regra da cadeia.

6.3 ANÁLISE DOS DADOS DO DESEMPENHO INDIVIDUALIZADO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os estudantes apresentaram maior dúvida no conceito referente as Derivadas – Regra da Cadeia, no qual apenas 1 aluno obteve aprovação de maneira direta. A seguir será apresentado o desenvolvimento de forma individualizada dos participantes.

6.3.1 Análise do desempenho do participante 1

Esse participante foi aprovado em 5 dos 6 conceitos de forma direta, no conceito Derivadas – Regra da Cadeia o aluno não obteve o desempenho mínimo para ser aprovado. Assim, abriu-se a possibilidade para o aluno estudar a Sequência Didática do conteúdo para que, então, pudesse realizar novamente seu teste. Na segunda tentativa, o aluno foi aprovado, obtendo nota 0.997, errando 1 das 9 questões respondidas. A seguir, na Figura 105, pode-se observar os resultados completos do participante.

Figura 105 – Tabela de notas do aluno1

Matemática Básica – Aritmética	21.10.2020 16:19:45 true 0.998
Matemática Básica – Álgebra	21.10.2020 16:39:15 true 0.997
Matemática Básica – Funções	27.10.2020 16:39:40 true 0.994
Derivadas Diretas	27.10.2020 16:58:59 true 0.993
Derivadas – Regra da Cadeia	27.10.2020 19:31:56 true 0.997 27.10.2020 17:53:23 false 0.130
Resolução de Problemas	27.10.2020 19:56:12 true 0.991

Fonte: http://siena.ulbra.br

A seguir, na Figura 106, serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas – Regra da Cadeia, no qual o aluno não obteve desempenho satisfatório para aprovação. Na coluna (#) aparece o número de cada questão, as respostas disponíveis são (0) letra a, (1) letra b, (2) letra c, (3) letra d e, (4) letra 3. Os níveis de dificuldade são 0.5 para as questões de nível difícil, 0.4 para as questões de nível médio e 0.3 para as questões de nível fácil. Pode-se, também, observar que a pontuação inicial é 0.1000.

Figura 106 – Teste em que o aluno 1 não obteve o desempenho mínimo

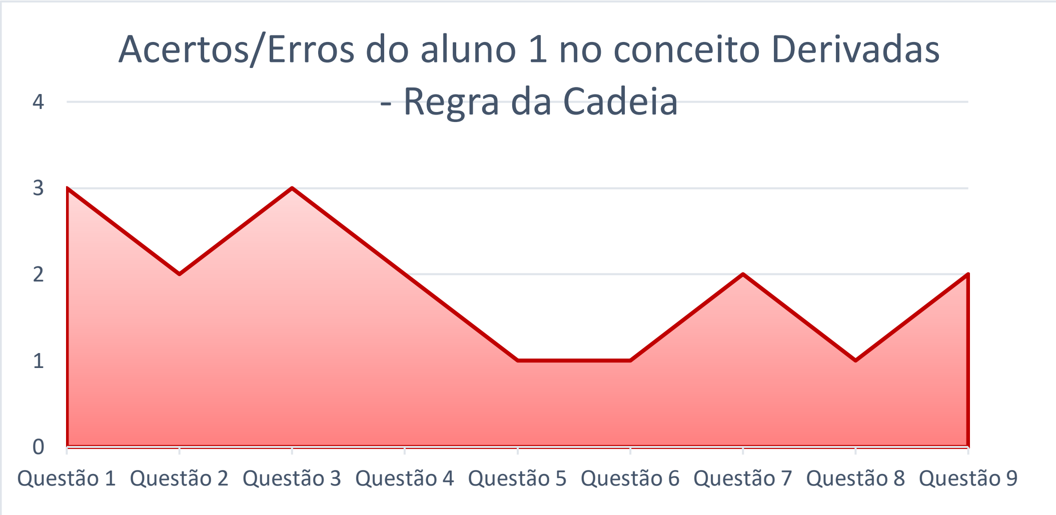
#	Resposta	Resposta correta	Tempo que (antes acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	3(d)	False	104	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3X-4}}$ a)$f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{(3x-4)^3}}$ XXX b) $f'(x) = -\frac{3}{2}\sqrt{(3x-4)^3}$ c) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{(3x-4)^3}}$ d) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{(3x-4)^3}}$ e)$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{(3x-4)^3}}$	0.5/ 0.2	0.1000	0.06494
1	0 (a)	True	238	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4x$ a)$f'(x) = \frac{9}{2} \cdot x^2 \cdot e^{x^3} - 4$ XXX b) $f'(x) = \frac{3}{2} \cdot e^{x^3} - 4$ c) $f'(x) = \frac{9}{2} \cdot e^{x^3} - 4$ d) $f'(x) = \frac{9}{2} \cdot x^2 \cdot e^{x^3}$ e) $f'(x) = \frac{9}{2} \cdot e^{x^2} - 4$	0.4/ 0.2	0.06494	0.17241

2	1 (b)	False	84	Qual é a derivada da função: $f(x) = (e^{5x} - 2)^4$ a)$f'(x) = 4(e^{5x} - 2)^3$ b) $f'(x) = 4(e^{5x} - 2)^4 \cdot e^{5x}$ c) $f'(x) = 20(e^{5x})$ d) $f'(x) = 20(e^{5x} - 2)^3$ e) $f'(x) = 20(e^{5x} - 2)^3 \cdot (e^{5x})$XXX	0.5/ 0.2	0.17241	0.11521
3	2 (c)	False	53	Qual é a derivada da função: $f(x) = (2x^4 + 7x^2)^6$ a)$f'(x) = 6(8x^3 + 14x)^5$ b) $f'(x) = 6(2x^4 + 7x^2)^5 \cdot (8x^3 + 14x)$ XXX c)$f'(x) = 6(2x^4 + 7x^2)^5 + (8x^3 + 14x)$ d) $f'(x) = 6(2x^4 + 7x^2)^5$ e) $f'(x) = (2x^4 + 7x^2)^5 \cdot (8x^3 + 14x)$	0.4/ 0.2	0.11521	0.06112
4	4 (e)	False	29	Marque a opção correta para $\frac{dx}{dy} = sen\ 4x + 3$: a) $\frac{dx}{dy} = cos\ 4x + 3$ b) $\frac{dx}{dy} = cos\ 16x$ c) $\frac{dx}{dy} = 4\ cos\ 4x$ XXX d) $\frac{dx}{dy} = -\cos 16x$ e)$\frac{dx}{dy} = -4\ cos\ 4x$	0.3/ 0.2	0.06112	0.02383
5	2 (c)	True	260	Qual é a derivada de: $z = cotg(8x) + 1$ a) $z' = cossec^2(8x) + 1$ b) $z' = cossec^2(-64x)$ c) $z' = -8\ cossec^2(8x)$XXX d) $z' = -cosse^2(8x)$ e) $z' = -cossec^2(64x)$	0.3/ 0.2	0.02383	0.07872
6	4 (e)	False	202	Qual a derivada de $y = \sqrt{(2x-6)^3}$ a) $y' = 3\sqrt{(2x-6)^3}$ b) $y' = \sqrt{(2x-6)}$ c) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{(2x-6)}$ d) $y' = 3\sqrt{(2x-6)}$ XXX e) $y' = 2\sqrt{(2x-6)}$	0.4/ 0.2	0.07872	0.04097
7	2 (c)	True	267	Marque a opção correta para: $\frac{dx}{dy} = (4x^3 - 3)^8$ a) $\frac{dx}{dy} = 8(4x^3 - 3)^7$ b) $\frac{dx}{dy} = 96x^2(4x^3 - 3)^7$ XXX c) $\frac{dx}{dy} = 20x^2(4x^3 - 3)^7$ d) $\frac{dx}{dy} = 8(12x^2 - 3)^7$ e) $\frac{dx}{dy} = 12x^2(4x^3 - 3)^7$	0.3/ 0.2	0.04097	0.13008
8		false	TEMPO ESGOTADO		0.4/ 0.2	0.13008	0.13008

Fonte: siena.ulbra.br

A seguir, a Figura 107 mostra um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 1. Nesse caso, a organização é: 1 fácil, 2 médio e 3 difícil. Observa-se que a cada erro do aluno o nível da questão diminui (exceto quando está no nível fácil que quando se erra se mantém no fácil), e a cada acerto o aluno, o nível aumenta.

Figura 107 – Acertos e erros do aluno 1 no teste em que não obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

De acordo com o que foi mostrado na imagem, pode-se perceber que o aluno apresentou dificuldade nas questões, sendo que não acertou nenhuma questão de nível difícil, acertou 1 questão de nível médio e 2 de nível fácil. Destaca-se que por ser um teste realizado totalmente *online*, não foi possível ter acesso aos rascunhos utilizados pelo aluno. Assim, tornou-se impossível a análise do erro de cada questão. Nota-se que o aluno teve dificuldade na compreensão de função composta para que pudesse derivar as funções, utilizando $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$. Conforme pode ser visto nas questões solucionadas, houve o acerto de uma questão polinomial e uma questão trigonométrica.

Após a realização do Teste Adaptativo, foi disponibilizada para o aluno a Sequência Didática para estudo. A Figura 105 mostra que o aluno demorou mais de 1 hora e 30 min para recomeçar o novo teste, o que indica que o aluno abriu a Sequência Didática, estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste seguinte o aluno obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 108, são exibidas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas –

Regra da Cadeia, nas quais o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 108 – Teste em que o aluno 1 obteve o desempenho mínimo

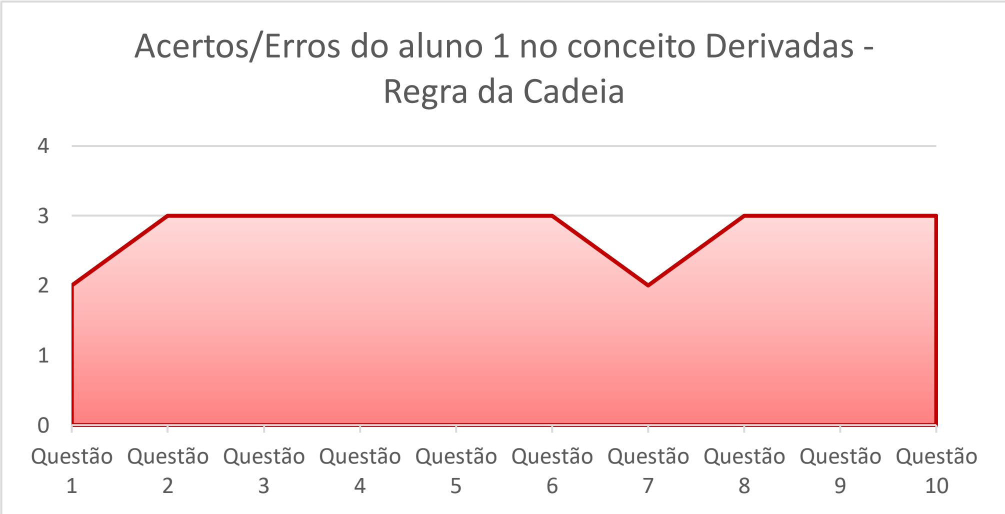
#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	2(c)	True	255	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 3e^{x^2} + 5x$ a) $f'(x) = 3e^{x^2} + 5$ b) $f'(x) = 6e^{x^2} + 5$ c) $f'(x) = 6x \cdot e^{x^2} + 5$ XXX d) $f'(x) = \frac{3e^{x^2}}{2} + 5$ e) $f'(x) = 6x\, e^{x^2}$	0.4/ 0.2	0.1000	0.25000
1	2(c)	True	277	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = \sqrt{sen\ 6x}$ a) $f'(x) = \frac{\cos 6x}{2\sqrt{sen\ 6x}}$ b) $f'(x) = 3\cos 6x + \sqrt{sen\ 6x}$ c) $f'(x) = \frac{3\cos 6x}{\sqrt{sen\ 6x}}$ XXX d) $f'(x) = \frac{3\cos 6x}{\sqrt{(sen\ 6x)^3}}$ e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{sen\ 6x}}$	0.5/ 0.2	0.25000	0.45455
2	0(a)	True	140	Qual é a derivada de: $y = \sqrt[3]{5x^2 - x + 4}$ a) $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ XXX b) $y' = \frac{10x-1}{\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ c) $y' = \frac{(10x-1)\cdot\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}{3}$ d) $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ e) $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)}}$	0.5/ 0.2	0.45455	0.67568
3	4(e)	True	253	Qual é a derivada da função: $y = e^{\sqrt{x^2+1}}$ a) $y' = e^{\sqrt{x^2+1}} \cdot \sqrt{x^2+1}$ b) $y' = e^{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}$ c) $y' = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}}$ d) $y' = 2x \cdot e^{\sqrt{x^2+1}}$ e) $y' = e^{\sqrt{x^2+1}} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ XXX	0.5/ 0.2	0.67568	0.83893
4	1(b)	True	146	Qual é a derivada de : $y = \frac{1}{(4x^2+6x-7)^3}$ a) $y' = \frac{-24x-18}{(4x^2+6x-7)^2}$ b) $y' = \frac{-24x-18}{(4x^2+6x-7)^4}$ XXX c) $y' = \frac{-24x-18}{4x^2+6x-7}$	0.5/ 0.2	0.83893	0.92868

				d) $y' = -\frac{3}{(4x^2+6x-7)^4}$ e) $y' = -\frac{3}{(4x^2+6x-7)^2}$			
5	2(c)	False	207	Qual é a derivada da função: $f(x) = (sen\,5x - \cos 5x)^5$ a)$f'(x) = 25(\cos 5x - sen\,5x)^4$ b) $f'(x) = 5(\text{sen}\,5x - cos\,5x)^4$ c)$f'(x) = (sen\,5x - \cos 5x)^4\,(\cos 5x + sen\,5x)$ d)$f'(x) = 25\,(sen\,5x - \cos 5x)^4\,(\cos 5x + sen\,5x)$ XXX e) $f'(x) = 5(sen\,5x - \cos 5x)^4\,(\cos 5x + sen\,5x)$	0.5/ 0.2	0.92868	0.89057
6	4(e)	True	278	Qual a derivada de $y = \sqrt{x^2+1}$ a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x}}$ b) $y' = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}$ c) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$ d) $y' = x\sqrt{x^2+1}$ e) $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ XXX	0.4/ 0.2	0.89057	0.96065
7	2(c)	True	265	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^5$ a) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ b) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 \cdot \left(x - \frac{1}{x^2}\right)$ c) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$ XXX d) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 \cdot (1 - x)$ e) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$	0.5/ 0.2	0.96065	0.98388
8	2(c)	True	181	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = \sqrt{sen\,7x}$ a)$f'(x) = \frac{\cos 7x}{\sqrt{sen\,7x}}$ b) $f'(x) = \frac{7}{2}\cos 7x\,\sqrt{sen\,7x}$ c) $f'(x) = \frac{7\cos 7x}{2\sqrt{sen\,7x}}$ XXX d) $f'(x) = \frac{7\cos 7x}{2\sqrt{(sen\,7x)^3}}$ e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{sen\,7x}}$	0.5/ 0.2	0.98388	0.99349
9	1(b)	True	205	Qual a derivada da função: $y = \sqrt{e^{2x} + 2x}$ a)$y' = \frac{1}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$ b) $y' = \frac{e^{2x}+1}{\sqrt{e^{2x}+2x}}$ XXX c) $y' = \frac{\sqrt{e^{2x}+2x}}{2}$ d) $y' = \frac{e^{2x}+2}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$ X e) $y' = \frac{e^{2x}+1}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$	0.5/ 0.2	0.99349	0.99739

Fonte: siena.ulbra.br

Para uma melhor visualização do teste, a seguir, a Figura 107 apresenta um gráfico que permite o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 1.

Figura 109 – Acertos e erros do aluno 1 no teste em que obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

A partir da imagem é possível perceber que após o estudo da Sequência Didática, houve uma evolução no nível de acertos do aluno. Também, comparando a Figura 108 com a Figura 106, é possível observar que além da quantidade de acertos, o tempo restante, em segundos, diminuiu. Assim sendo, houve uma compreensão dos conceitos sobre Derivadas – Regra da Cadeia. Após a conclusão de todos os Testes Adaptativos, foi enviado ao aluno todos os links das Sequências Didáticas e, solicitado que o aluno de um *feedback* referente ao conteúdo. Salienta-se aqui que para manter a originalidade dos *feedbacks*, foram feitas transcrições literais, por isto não foram realizadas revisões gramáticas.

O *feedback* do aluno 1 foi:

"_ *O visual é chamativo, direciona ao que se quer estudar e isto facilita para que se vá estudar o que é preciso, o sumário inicial com os links deixa o material sendo de fácil manuseio e acesso. As lâminas como diz a Professora Carmen, estão com um tamanho de letra adequado e fica fácil de visualizar, além de bem exemplificados e sem "poluição visual". Gostei de ter vídeos explicativos do material de estudou, pois em geral apenas lendo fica difícil de entender e* *tendo o vídeo de explicação do material facilita, além de ter um vídeo com outra explicação e outros exemplos, portanto potencializa o aprendizado do aluno.*

Em relação aos conteúdos apresentados: materiais de fácil aprendizado, focando principalmente nos pontos principais onde, geralmente, os alunos tem dúvida (como eu tive); ficou legal os destaques que foram feitos do tipo "nessa parte aplica-se a propriedade xx"; o visual é ótimo para alunos pois não apresenta informações em excesso fazendo com que se perca a atenção do conteúdo; a organização do material tendo disponibilizado o PDF, depois o vídeo e depois mais um vídeo explicativo, auxilia bastante (nesta parte seria legal ter o vídeo ao lado do PDF).

Como aluna e professora, gostei do material utilizado, a parte inicial irei com certeza desenvolver com meus alunos e a parte final vou compartilhar com meus colegas que apresentam dificuldades no cálculo de Derivadas. Ótimos trabalho desenvolvido."

6.3.2 Análise do desempenho do participante 2

Esse participante foi aprovado em 4 dos 6 conceitos de forma direta. Foi necessário refazer os testes dos conceitos Derivadas Diretas, Produto e Quociente, e, Derivadas – Regra da Cadeia, pois aluno não obteve o desempenho mínimo para ser aprovado.

Devido ao desempenho insatisfatório do aluno nesses conceitos, foi facultado ao aluno estudar a Sequência Didática do conteúdo para que, então, realizasse novamente seus testes. Após realizar o Teste do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, posteriormente ao estudo da Sequência Didática, o aluno 2 atingiu o desempenho mínimo para seguir ao próximo conceito.

No conceito Derivada – Regra da cadeia, o aluno realizou o teste 4 vezes. Observa-se na Figura 110, os horários em que os testes foram realizados, pois o primeiro teste foi realizado as 16:38:07h, o segundo teste as 16:56:01h, o terceiro as 17:07:54h e o quarto teste foi realizado um dia depois. Isso indica que nas primeiras vezes o aluno realizou o teste sem estudar a Sequência Didática.

Figura 110 – Tabela de notas do aluno2

Matemática Básica – Aritmética	07.01.2021 23:44:11 true 0.983
Matemática Básica – Álgebra	08.01.2021 00:27:24 true 0.997
Matemática Básica – Funções	08.01.2021 00:36:48 true 0.745

Derivadas Diretas	16.03.2021 16:14:59 true 0.993 04.02.2021 16:55:53 false 0.001
Derivadas – Regra da Cadeia	17.03.2021 20:12:12 true 0.978 16.03.2021 17:07:54 false 0.002 16.03.2021 15:56:01 false 0.004 16.03.2021 16:38:07 false 0.005
Resolução de Problemas	24.03.2021 20:38:42 true 0.996

Fonte: http://siena.ulbra.br

A Figura 111 apresenta questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, nas quais o aluno não obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 111 – Teste em que o aluno 2 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

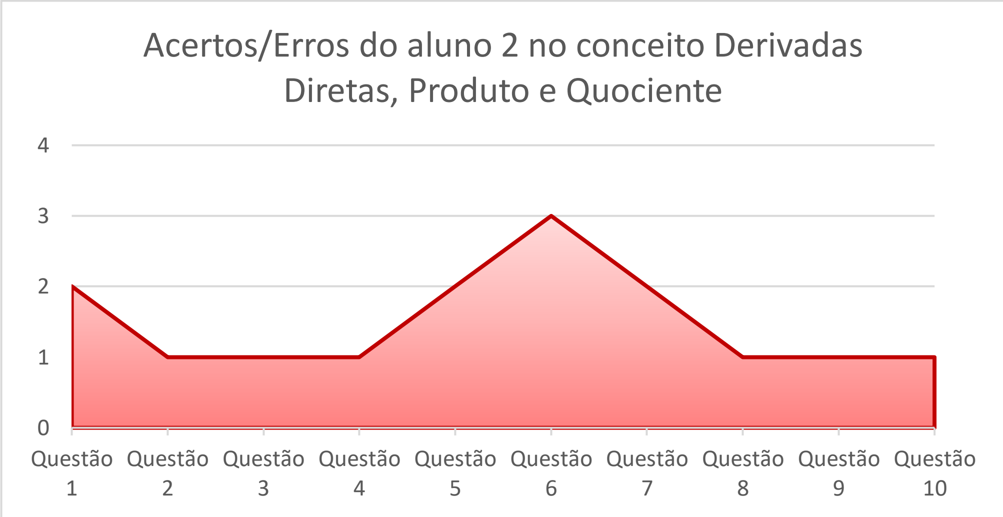
#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	1(b)	False	267	Qual é a derivada de: $f(x) = x^2 \cdot \cos(x) - 9$ a)$f'(x) = -2x \cdot \cos(x)$ b) $f'(x) = -2x \cdot \cos(x) + x^2 \cdot sen(x)$ XXX c) $f'(x) = -2x \cdot \cos(x) - x^2 \cdot sen(x)$ d) $f'(x) = -x^{2\, sen\, x}$ e)$f'(x) = 2x \cdot \cos(x) - x \cdot \cos(x)$	0.4/ 0.2	0.1000	0.05263
1	3(d)	False	290	Para a função $f(x) = x^2 - 3x + 4$, qual a derivada $f'(x)$ no ponto $x = 6$? a)6 b) 0 c) 9 XXX d) 3 e) 12	0.3/ 0.2	0.05263	0.02041
2	4(e)	False	239	Qual é a derivada de $y = x - \frac{5}{x^2}$ a)$y' = 1 + \frac{10}{x^3}$ XXX b) $y' = x - \frac{10}{x^3}$ c) $y' = x + \frac{5}{x^2}$ d)$y' = 1 - \frac{5}{x^3}$ e) $y' = x + \frac{10}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.02041	0.00775
3	2(c)	True	284	Qual é a função derivada de $y = -6x^4 + 9x^2 - 7$ a) $y' = -24x^4 + 18x - 7$ b) $y = -6x^3 + 9x$ c) $y = -24x^3 + 9x$ XXX d) $y = -6x^3 + 18x$ e) $y = -24x^3 + 9x - 7$	0.3/ 0.2	0.00775	0.02662
4	2(c)	True	296	Marque a opção correta para $\frac{dx}{dy} = 8x \cdot e^x$ a) $\frac{dx}{dy} = 8e^x + x^{e^x}$	0.4/ 0.2	0.02662	0.07581

				b) $\frac{dx}{dy} = 8e^x + 8e^x$ c) $\frac{dx}{dy} = 8e^x + 8x \cdot e^x$ XXX d) $\frac{dx}{dy} = 8x \cdot e^x + x \cdot e^{8x}$ e)$\frac{dx}{dy} = 8xe^x + x^{2 \cdot e^x}$			
5	3(d)	False	297	Marque a resposta correta para $\frac{dx}{dy} = e^x(2x^3 + 9x^2)$ a) $\frac{dx}{dy} = e^x(2x^3 + 15x^2 + 18x)$XXX b) $\frac{dx}{dy} = e^x(2x^3 + 9x^2) + (6x^2 + 18x)$ c) $\frac{dx}{dy} = (2x^3 + 9x^2) + (6x^2 + 18x)e^x$ d) $\frac{dx}{dy} = e^x(6x^2 + 18x)$ e) $\frac{dx}{dy} = e^x(2x^3 + 9x^2)$	0.5/ 0.2	0.07581	0.04877
6	3(c)	False	298	Qual é o coeficiente angular da reta tangente a função $y = 4x^2 + 7x$ a) 8 XXX b) 6 c) 3 d) 0 e) 7	0.4/ 0.2	0.04877	0.02499
7	3(d)	False	197	Qual é a derivada de $f(x) = -7sen(x) + x$ no ponto $x = 0$ a) -6 XXX b) 5 c) 1 d) 8 e) 0	0.3/ 0.2	0.02499	0.00952
8	3(d)	False	284	Qual é a derivada da função $f(x) = -5x^4 + x - 5$? a) $f'(x) = -5x^3 + 1$ b) $f'(x) = 20x^3 - x$ c) $f'(x) = -20x^3 + 1 - 5$ d) $f'(x) = -4x^3 + 1$ e) $f'(x) = -20x^3 + 1$ XXX	0.3/ 0.2	0.00952	0.00359
9	4(e)	False	298	Qual é a derivada de $f(x) = 3\,senx$ no ponto $x = \pi$? a) 3 b) π c) 9 d) 0 xxx e)-5	0.3/ 0.2	0.00359	0.00135

Fonte: siena.ulbra.br

A Figura 112 apresenta um gráfico que permite o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 2.

Figura 112 – Acertos e erros do aluno 2 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: A pesquisa.

Percebe-se a partir da figura acima que o aluno possui dificuldade nas questões, sendo que não acertou nenhuma questão de nível difícil, acertou 1 questão de nível médio e 1 de nível fácil. Também, a partir do gráfico é possível analisar que houve duas linhas constantes de erros nas questões de nível fácil em momentos distintos. Assim, pode-se indicar que o aluno não conseguiu compreender a aplicação das regras de Derivação diretas do formulário.

Após a realização deste Teste adaptativo, foi disponibilizada para o aluno a Sequência Didática para estudo. Na Figura 110, pode-se observar que o aluno demorou mais de 1 mês para refazer o novo teste. Devido ao tempo entre um teste e outro, pode-se indicar que como a Sequência ficou disponível, o aluno estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no próximo teste o aluno obteve o desempenho satisfatório.

As questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, as quais o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação estão na Figura 113.

Figura 113 – Teste em que o aluno 2 obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	0(a)	True	226	Qual é a derivada de $f(x) = -7\,\text{sen}\,x + x$, no ponto $x = 0$?	0.3/ 0.2	0.1000	0.28000

				a)−6 XXX b) 5 c) 1 d) 8 e) 0			
1	2(c)	True	227	Qual é a derivada de $y = \frac{sen\,x}{3x}$? a)$y' = \frac{3x \cdot \cos x - 3 \cdot sen\,x}{9x^2}$ b) $y' = \frac{3x \cdot \cos x - 3 \cdot sen\,x}{3x^2}$ c) $y' = \frac{3x \cdot \cos x - 3 \cdot cos\,x}{9x^2}$ XX d) $y' = \frac{3x \cdot \cos x - 3 \cdot sen\,x}{9x^2}$ e) $y' = \frac{x \cdot \cos x - 3 \cdot sen\,x}{3x^2}$	0.4/ 0.2	0.28000	0.53846
2	0(a)	False	218	Qual é a derivada de: $y = \frac{6 + x}{3 - x}$ a) $y' = \frac{x+6}{9-6x+x^2}$ b) $y' = \frac{9}{9+x^2}$ c) $y' = \frac{3-x}{9-6x+x^2}$ d) $y' = \frac{9}{9-6x+x^2}$ XXX e) $y' = \frac{9}{9-x^2}$	0.5/ 0.2	0.53846	0.42169
3	1(b)	True	218	Qual é a derivada de $f(x) = x^4 \cdot cotg\,x$? a)$f'(x) = x^4 \cdot cotg\,x - 4x^3 \cdot cossec^2 x$ b) $f'(x) = 4x^3 \cdot cotg\,x - x^4 \cdot cossec^2 x$ XXX c) $f'(x) = 4x^3 \cdot cossec^2 x$ d) $f'(x) = 4x \cdot cotg\,x + x^4 \cdot cossec\,x$ e) $f'(x) = 4x \cdot cossec\,x$	0.4/ 0.2	0.42169	0.68627
4	3(d)	True	222	Qual é a derivada de : $y = \frac{5e^x}{7x^2}$ a) $y' = \frac{35x^2e^x - 10xe^x}{7x^2}$ b) $y' = \frac{5x^2e^x - 70xe^x}{7x^4}$ c) $y' = \frac{5x^2e^x - 10xe^x}{49x^4}$ d) $y' = \frac{5x^2e^x - 10xe^x}{7x^4}$ XXX e) $y' = \frac{5xe^x - 10x^2e^x}{7x^2}$	0.5/ 0.2	0.68627	0.84541
5	1(b)	True	259	Qual é a derivada de: $C(x) = 7x^3(5e^x + 4x)$ a)$C'(x) = 112x^2e^x + 105x^3 + 35x^3e^x$ b)$C'(x) = 105x^2e^x + 112x^3 + 35x^3e^x$ XXX c)$C'(x) = 105x^2e^x + 84x^3 + 35x^3e^x$ d)$C'(x) = 105x^2e^x + 84x^3 + 35x^3$ e)$C'(x) = 35x^2e^x + 56x^3 + 35x^3e^x$	0.5/ 0.2	0.84541	0.93184
6	0(a)	False	210	Qual a derivada de $y = \frac{5x^3+7}{9\,sen\,x}$? a) $y' = \frac{135x^2 sen\,x - 45x^3 \cos x + 63 \cos x}{81\,sen^2 x}$ b) $y' = \frac{135x^2 sen\,x - 45x^3 \cos x - 63 \cos x}{9\,sen^2 x}$	0.5/ 0.2	0.93184	0.89523

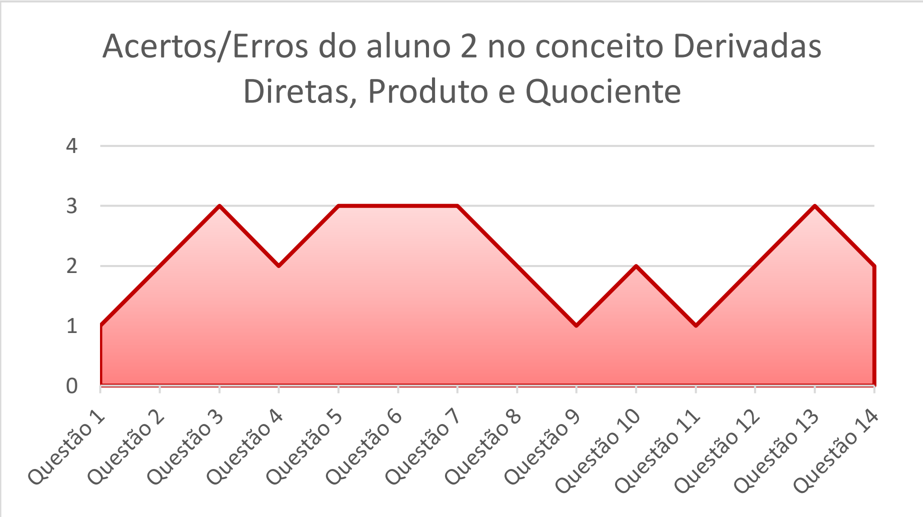
				c) $y' = \frac{135x^2 sen\, x - 45x^3 \cos x - 63 \cos x}{81\, sen^2 x}$ XX d) $y' = \frac{45x^2 sen\, x - 45x^3 \cos x - 7 \cos x}{81\, sen^2 x}$ e) $y' = \frac{15x^2 sen\, x - 5x^3 \cos x - 7 \cos x}{81\, sen^2 x}$			
7	2(c)	False	247	Qual é a derivada de: $f(x) = 2x^4 \cdot \cos x$? a) $f'(x) = 8x^3 \cos x - 2x^4\, sen\, x$ XX b) $f'(x) = 2x^3 \cos x - 2x^4\, sen\, x$ c) $f'(x) = 2x^3 \cos x + 2x^4\, sen\, x$ d) $f'(x) = 8x^3 \cos x + 2x^4\, sen\, x$ e) $f'(x) = -8x^3\, \text{sem}\, x + 2x^4 \cos x$	0.4/ 0.2	0.89523	0.81034
8	1(b)	True	184	Qual é a função derivada de $y = \sqrt{x} - 6x^3$ a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 6x^2$ b) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 18x^2$ XXX c) $y' = 2\sqrt{x} - 18x^2$ d)$y' = \frac{2}{\sqrt{x}} - 18x^2$ e) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^3}} - 6x^2$	0.3/ 0.2	0.81034	0.93732
9	4(e)	False	272	Qual é o coeficiente angular da reta tangente a função $y = 4x^2 + 7x$ a)8 XXX b) 6 c) 3 d) 0 e) 7	0.4/ 0.2	0.93732	0.88203
10	0(a)	True	252	Qual é a função derivada de $y = \ln x - x + 5$? a) $y' = \frac{1}{x} - 1$ XXX b) $y' = x^{-2} - 1$ c) $y' = \frac{1}{x} - x$ d) $y' = x^{-2} - 1$ e) $y' = -\frac{1}{x} - 1$	0.3/ 0.2	0.88203	0.96319
11	0(a)	True	252	Qual é a derivada de $f(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}}$? a) $f'(x) = -\frac{6}{\sqrt[3]{x^5}}$ XXX b) $f'(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x}}$ c) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}$ d) $f'(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$ e) $f'(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$	0.4/ 0.2	0.96319	0.98742
12	2(c)	False	237	Qual é a derivada de $y = \frac{5e^x + 9}{3\, tg\, x}$? a) $y' = \frac{3e^x\, tg\, x - 3e^x\, sec^2 x - 27 sec^2 x}{9\, tg^2 x}$ b) $y' = \frac{15e^x\, tg\, x - 15e^x\, sec^2 x - 27 sec^2 x}{3\, tg^2 x}$ c) $y' = \frac{15e^x\, sec^2 x - 15e^x tg\, x - 27 tg\, x}{9\, sec^2 x}$ d) $y' = \frac{15e^x\, tg\, x - 15e^x\, sec^2 x - 27 sec^2 x}{9\, tg^2 x}$ XXX e) $y' = \frac{15\, e^x tg\, x - 15e^x\, sec^2 x + 27 sec^2 x}{9\, tg^2 x}$	0.5/ 0.2	0.98742	0.98003
13	1(b)	True	245	Para a função $f(x) = x^2 - 3x + 4$, qual é a derivada $f'(x)$ no ponto	0.4/ 0.2	0.98003	0.99325

				$x = 6$? a) 6 b) 9 XXX c) 0 d) 3 e) 12			

Fonte: siena.ulbra.br

A seguir, apresenta-se um gráfico que indica os acertos e erros do aluno 2 nesse novo teste (Figura 114).

Figura 114 – Acertos e erros do aluno 2 no teste em que obteve desempenho suficiente no Conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: A pesquisa.

Considerando da imagem é possível visualizar que após o estudo da Sequência Didática, houve uma evolução no nível de acertos do aluno. Percebe-se que o tempo de resolução de cada questão se manteve do primeiro para o segundo teste, porém agora houve um aumento no número de acertos. A partir do gráfico, nota-se que o aluno errou 5 das 14 questões respondidas, e diferente do primeiro teste há uma série de acertos consecutivos nas questões de nível difícil, enquanto no primeiro teste havia uma série de erros no nível fácil.

Esse estudante também foi reprovado no próximo teste relativo ao conteúdo de Derivadas – Regra da Cadeia, o que indica que o aluno tem dificuldades relativas aos conceitos de Derivada. O estudante obteve desempenho satisfatório na resolução de Problemas com a temática Derivadas, porém se ressalta que essas questões foram realizadas após o estudo da Sequência Didática de Derivadas Diretas, Produto e Quociente e, Derivadas – Regra da cadeia. Sobre os testes realizados do conceito Derivadas – Regra da cadeia, a Figura 115 traz apenas um dos testes no qual o aluno não obteve desempenho mínimo para aprovação. O teste escolhido foi o último para se analisar a diferença entre os erros/acertos do último teste sem o desempenho mínimo e depois o teste com desempenho mínimo.

Figura 115 – Teste em que o aluno 2 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas – Regra da cadeia

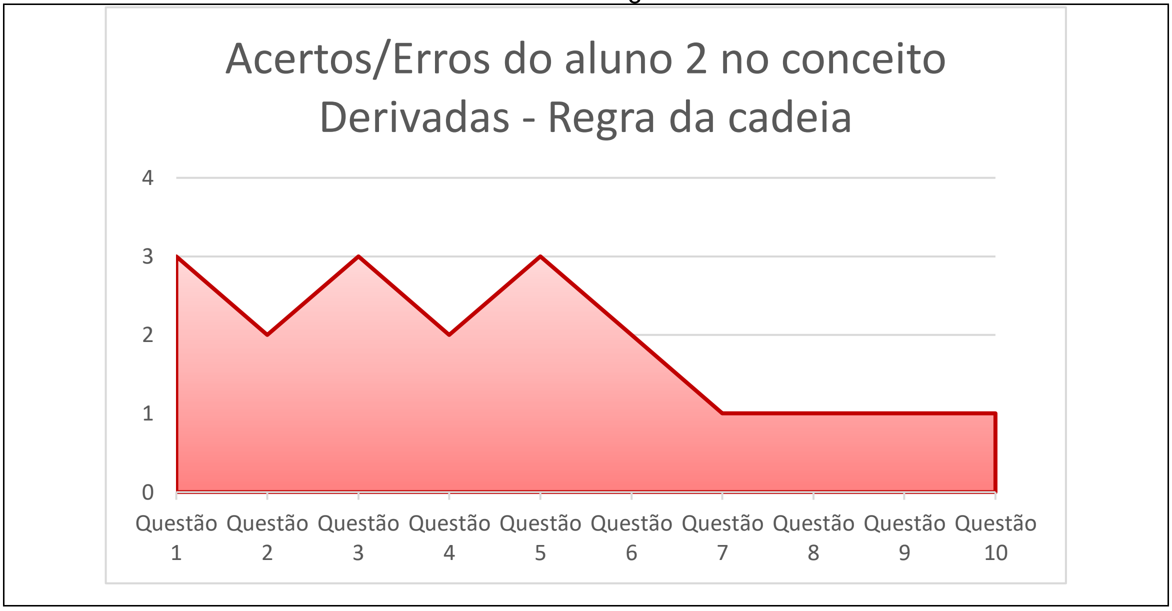
#	Resposta	Resposta correta	Tempo que (antes acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	0(a)	False	192	Qual é a derivada da função: $y = e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{e^x}$ a)$y' = \left(e^{\frac{1}{x}}\right) - e^{-x}$ b) $y' = \left(-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) - e^{-x}$ XXX c) $y' = \left(-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) + e^{-x}$ d) $y' = \left(-\frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^2}\right) - e^{-x}$ e) $y' = \left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right) - e^{-x}$	0.5/ 0.2	0.1000	0.06494
1	3(d)	True	260	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \cos(x^2) - 2x^3$ a)$f'(x) = sen(2x) - 6x^2$ b) $f'(x) = -sen(x^2) - 6x^2$ c) $f'(x) = 2x \cdot sen(x^2) - 6x^2$ d) $f'(x) = -2x \cdot sen(x^2) - 6x^2$ XXX e) $f'(x) = -sen(x^2) - 2x^2$	0.4/ 0.2	0.06494	0.17241
2	3(d)	False	238	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-4}}$ a)$f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{3x-4}}$ XXX b) $f'(x) = -\frac{3}{2}\sqrt{3x-4}$ c) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{3x-4}}$ d)$f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{3x-4}}$ e) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{3x-4}}$	0.5/ 0.2	0.17241	0.11521
3	4(e)	True	147	Qual é a derivada de $y = \sqrt{(3x-5)^5}$ a) $y' = 3\sqrt{(2x-6)^3}$ b) $y = 2\sqrt{3x-5}$ c) $y = -\frac{3}{2}\sqrt{3x-5}$ d) $y = -\frac{1}{2}\sqrt{3x-5}$ e) $y' = -\frac{9}{2}\sqrt{3x-5}$ XXX	0.4/ 0.2	0.11521	0.28090
4	0(a)	False	289	Indique qual alternativa representa a derivada da função	0.5/ 0.2	0.28090	0.19623

				$f(y) = \frac{1}{\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^2}}$ a) $f'(y) = \frac{-8y+18}{3(2y^2-9y+8)}$ b) $f'(y) = \frac{(-8y+18)\cdot\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)}}{3}$ c) $f'(y) = -\frac{2}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ d) $f'(x) = -\frac{4y-9}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ e) $f'(y) = \frac{-8y+18}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ XXX			
5	1(b)	False	278	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 4tg(2x) - x$ a) $f'(x) = 4\sec^2(2x) - 1$ b) $f'(x) = -4sec^2(2x) - 1$ c) $f'(x) = -8sec^2(2x) - 1$ d) $f'(x) = 8sec^2(2x) - 1$ XXXX e) $f'(x) = 16sec^2(x) - 1$	0.4/ 0.2	0.19623	0.10879
6	1(b)	False	290	Qual é a derivada de: $z = cotg\ 2x + 9$ a) $z' = -cossec^2(2x) + 9$ b) $z' = cossec^2(-4x)$ c) $z' = -cossec^2(2x)$ d) $z' = -cossec^2(4x)$ e) $z' = -2\ cossec^2(2x)$	0.3/ 0.2	0.10879	0.04377
7	2(c)	False	296	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 2e^{-5x}$ a) $f'(x) = -10e^{x}$ b) $f'(x) = 2e^{-5x}$ c) $f'(x) = 10e^{-5x}$ d) $f'(x) = -\frac{2e^{-x}}{5}$ e) $f'(x) = -10e^{-5x}$ XXXX	0.3/ 0.2	0.04377	0.01688
8	3(d)	False	197	Indique qual a alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 4e^{-x}$? a) $f'(x) = 4e^{-x}$ b) $f'(x) = e^{-x}$ c) $f'(x) = 4e^{-x}$ XXX d) $f'(x) = -\frac{e^{-x}}{4}$ e) $f'(x) = -4e^{x}$	0.3/ 0.2	0.01688	0.00640
9	1(b)	False	297	Marque a opção correta para $\frac{dx}{dy} = (x^2-3)^4$ a) $\frac{dx}{dy} = 4(x^2-3)^3$ b) $\frac{dx}{dy} = (x^2-3)^3$ c) $\frac{dx}{dy} = 8x(x^2-3)^3$XXX d) $\frac{dx}{dy} = 4(2x)^3$ e) $\frac{dx}{dy} = 4(x^2-3)^3 + 2x$	0.3/ 0.2	0.00640	0.00241

Fonte: siena.ulbra.br

A Figura 116 exibe um gráfico que mostra os acertos e erros do aluno 2 nesse teste.

Figura 116 – Acertos e erros do aluno 2 no teste em que não obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia

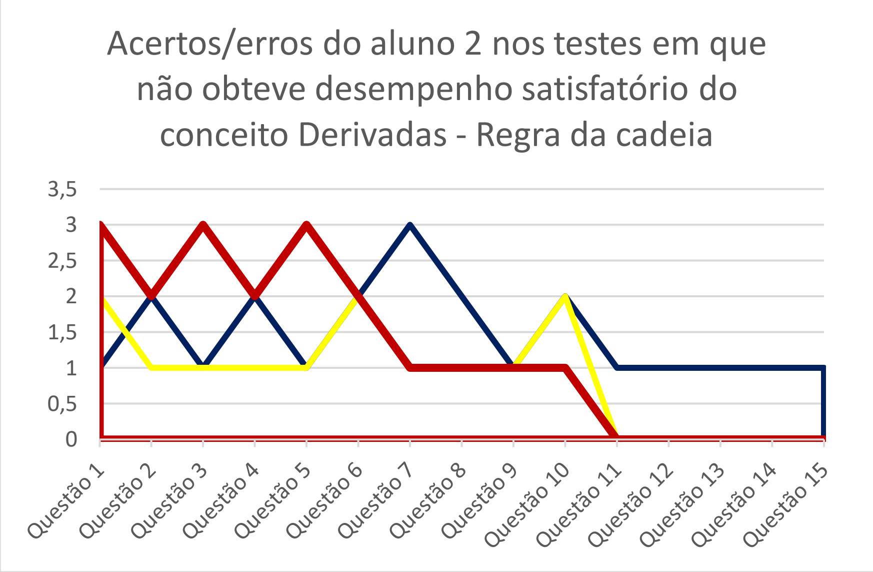


Fonte: A pesquisa.

Partindo da imagem acima, compreende-se que o aluno teve dificuldade nas questões, sendo que não acertou nenhuma questão de nível difícil, acertou 2 questões de nível médio e nenhuma de nível fácil. Também, pode ser visto que, no início, o aluno alternou acertos e erros, porém a partir da questão 5 o aluno não acertou mais nenhuma questão.

A Figura 117 mostra um gráfico dos acertos/erros do aluno 2 em relação aos 3 testes realizados nos quais ele não obteve desempenho satisfatório no conceito Derivadas – Regra da cadeia. A linha em azul representa o primeiro teste, no qual se observa que o aluno iniciou com acertos e erros, porém a partir da questão 7 teve apenas 1 acerto. O gráfico amarelo representa o segundo teste no qual o aluno realizou 2 sequências de erros no nível fácil. O gráfico vermelho é referente ao terceiro teste, no qual as questões foram apresentadas na Figura 115.

Figura 117 – Acertos e erros do aluno 2 no teste em que não obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

Destaca-se que por ser um teste realizado totalmente *online*, não foi possível ter acesso aos rascunhos utilizados pelo aluno. Assim, tornou-se inviável a análise do erro de cada questão. Esse aluno, além da dificuldade na compreensão dos conceitos de Função Composta, também, foi possível analisar que as dificuldades eram não apenas em utilizar o conceito $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$, mas também, em utilizar as regras de derivação. Nota-se que esse estudante não obteve desempenho tão elevado no conteúdo Matemática Básica – Funções, o que poderia afetar em seu desempenho no cálculo de Derivadas por haver uma pequena falta de conhecimento prévio, apesar do estudante ter sido aprovado no conceito de forma direta.

Após a realização do primeiro Teste adaptativo, foi garantida para o aluno a Sequência Didática para estudo, conforme pode ser observado a partir dos horários dos 3 testes iniciais, há uma indicação de o aluno apenas foi resolvendo sem estudar a Sequência Didática. Um dia depois o aluno refez o teste pela quarta vez, um indicativo que o aluno abriu a Sequência Didática, estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste posterior o aluno obteve o desempenho satisfatório.

A Figura 118 mostra as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas – Regra da Cadeia, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 118 – Teste em que o aluno 2 obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas – Regra da cadeia

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	0(a)	False	153	Qual é a derivada da função: $f(x) = tg^3\ 4x$ a)$f'(x) = 12\ sec^2\ \ 4x$ b) $f'(x) = 3\ tg^2 4x$ c) $f'(x) = 3\ tg^2(4x) \cdot sec^2(4x)$ d) $f'(x) = 3sec^2(4x)$ e) $f'(x) = 12tg^2(4x) \cdot sec^2(4x)$XXX	0.5/ 0.2	0.1000	0.06494
1	0(a)	True	144	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \frac{3}{2} e^{x^3} - 4x$ a)$f'(x) = \frac{9}{2} x^2 \cdot e^{x^3} - 4$ XXX b) $f'(x) = \frac{3}{2} e^{x^3} - 4$ c) $f'(x) = \frac{9}{2} e^{x^3} - 4$ d) $f'(x) = \frac{3}{2} x^2 \cdot e^{x^3}$ e) $f'(x) = \frac{9}{2} e^{x^2} - 4x$	0.4/ 0.2	0.06494	0.17241
2	4(e)	True	198	Qual é a derivada da função $y = e^{\sqrt{x^2+1}}$ a) $y' = e^{\sqrt{x^2+1}} \cdot \sqrt{x^2+1}$ b) $y' = e^{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}$ c) $y' = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}}$ d)$y' = 2x\ e^{\sqrt{x^2+1}}$ e) $y' = e^{\sqrt{x^2+1}} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ XXXX	0.5/ 0.2	0.17241	0.34247
3	4(e)	True	273	Qual é a derivada da função $y = (e^{5x} - 2)^4$ a) $y' = 4(e^{5x} - 2)^3$ b) $y = 4(e^{5x} - 2)(e^{5x})$ c) $y = 20(e^{5x})$ d) $y = 20(e^{5x} - 2)^3$ e) $y' = 20(e^{5x} - 2)(e^{5x})$ XXX	0.5/ 0.2	0.34247	0.56561
4	4(e)	True	273	Indique qual alternativa representa a derivada da função $f(y) = \frac{1}{\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^2}}$ a) $f'(y) = \frac{-8y+18}{3(2y^2-9y+8)}$ b) $f'(y) = \frac{(-8y+18) \cdot \sqrt[3]{(2y^2-9y+8)}}{3}$ c) $f'(y) = -\frac{2}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ d) $f'(x) = -\frac{4y-9}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ e) $f'(y) = \frac{-8y+18}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ XXX	0.5/ 0.2	0.56561	0.76499
5	0(a)	True	277	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 8e^{x^3} + sen\ 3x$	0.5/ 0.2	076499	0.89057

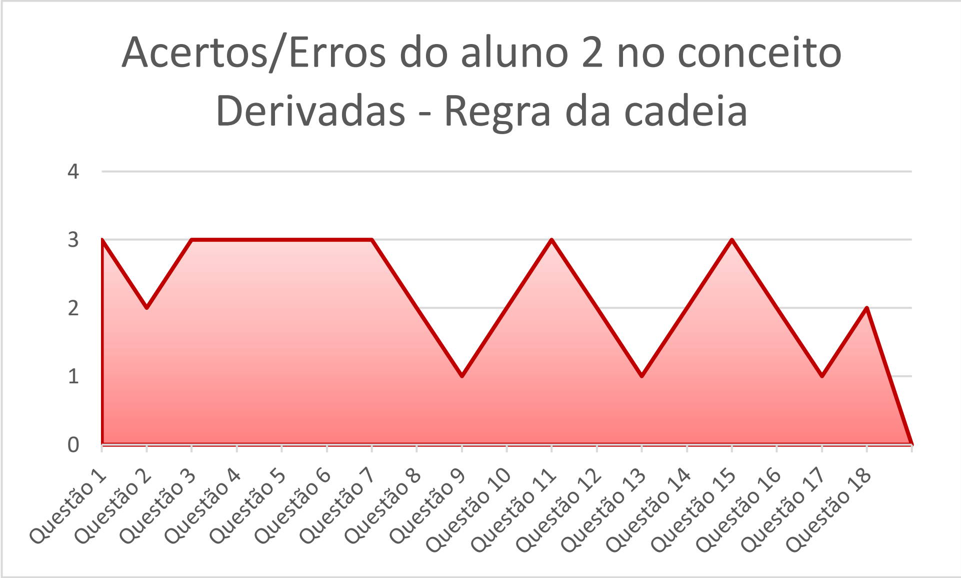
				a) $f'(x) = 24x^2e^{x^3} + 3cos\,3x$ XXX b) $f'(x) = 24x^2e^{x^3} + cos\,3x$ c) $f'(x) = 8x^2e^{x^3} + 3cos\,3x$ d) $f'(x) = 8e^{x^3} + 3cos\,3x$ e) $f'(x) = 8e^{x^3} + cos\,3x$			
6	0(a)	False	260	Qual é a derivada da função: $f(x) = (sen\,5x - \cos 5x)^5$ a) $f'(x) = 25(sen\,5x - \cos 5x)^4$ b) $f'(x) = 5(sen\,5x - \cos 5x)^4$ c)$f'(x) = (sen\,5x - \cos 5x)^4(sen\,5x + \cos 5x)$ d)$f'(x) = 25(sen\,5x - \cos 5x)^4(sen\,5x + \cos 5x)$XXX e)$f'(x) = 5(sen\,5x - \cos 5x)^4(sen\,5x + \cos 5x)$	0.5/ 0.2	0.89057	0.83570
7	0(a)	False	232	Qual é a derivada de: $y = \frac{1}{2}\sqrt{(5x-4)^5}$ a) $y' = \frac{15}{2}\sqrt{(5x-4)^3}$ b) $y' = \frac{5}{4}\sqrt{5x-4}$ c) $y' = \frac{5}{2}\sqrt{(5x-4)^3}$ d) $y' = \frac{25}{4}\sqrt{(5x-4)^3}$XXX e) $y' = \frac{5}{4}\sqrt{(5x-4)^3}$	0.4/ 0.2	0.83570	0.71776
8	0(a)	True	245	Qual é a derivada de $y = \cos 7x - 2$? a)$y' = -sen\,7x$ XXX b) $y' = sen\,(-49x)$ c) $y' = 7\,sen\,(7x)$ d) $y' = -sen\,(7x)$ e) $f'(x) = -sen(49x)$	0.3/ 0.2	0.71776	0.89900
9	0(a)	False	255	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 4tg(2x) - x$ a) $f'(x) = 4\,sec^2(2x) - 1$ b) $f'(x) = -4sec^2(2x) - 1$ c) $f'(x) = -8sec^2(2x) - 1$ d) $f'(x) = 8sec^2(2x) - 1$ XXX e)$f'(x) = 16sec^2(2x) - 1$	0.4/ 0.2	0.89900	0.81653
10	0(a)	True	269	Marque a opção correta para $\frac{dx}{dy} = (x^2+2)^5$: a) $\frac{dx}{dy} = 10x(x^2+2)^4$XXX b) $\frac{dx}{dy} = 5(x^2+2)^4$ c) $5(x^2+2)^6$ d) $5(2x)^4$ e) $5(x^2+2)^4 + 2x$	0.3/ 0.2	0.81653	0.93967
11	0(a)	False	293	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 7\cos(3x) - 9x^2$ a) $f'(x) = -21\,\mathrm{sen}(x) - 18x$ b) $f'(x) = 21\,\mathrm{sen}(3x) - 18x$ c) $f'(x) = -7\,\mathrm{sen}(3x) - 18x$ d) $f'(x) = -21\,\mathrm{sen}(3x) - 18x$ XXX e) $f'(x) = -7\,\mathrm{sen}(3x) - 9x$	0.4/ 0.2	0.93967	0.88621
12	4(e)	True	280	Indique qual a alternativa que representa a derivada da função:	0.3/ 0.2	0.88621	0.93967

				$f(x) = e^{3x} - 7$ a) $f'(x) = e^{3x} - 7$ b) $f'(x) = 3e^{3x} - 7$ c) $f'(x) = e^{3x}$ d) $f'(x) = \frac{e^{3x}}{3}$ e) $f'(x) = 3e^{3x}$ XXX			
13	2(c)	True	262	Qual a derivada da função $y = (5x^4 + 2x)^3$? a) $y = 3(5x^4 + 2x)^2$ b) $y = 3(5x^4 + 2x)^3 + (20x^3 + 2)$ c) $y = 3(5x^4 + 2x)^2 \cdot (20x^3 + 2)$XX d) $y = 3(5x^4 + 2x)^2 \cdot (20x^4 + 2)$ e) $y = (15x^4 + 6x)^2 \cdot (20x^3 + 2)$	0.4/ 0.2	0.93967	0.98792
14	4(e)	False	273	Qual é a derivada da função: $y = \sqrt{e^{2x} + 2x}$ a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$ b) $y' = \frac{e^{2x}+1}{\sqrt{e^{2x}+2x}}$ XXX c) $y' = \frac{\sqrt{e^{2x}+2x}}{2}$ d) $y' = \frac{e^{2x}+2}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$ e) $y' = \frac{e^{2x}+1}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$	0.5/ 0/2	0.98792	0.98081
15	0(a)	False	298	Qual é a derivada da função: $y = 2 \cdot (4x^3 - 6x^2)^7$ a) $y' = 14(4x^3 - 6x^2)^6$ b) $y' = 14(4x^3 - 6x^2)^6 + (12x^2 - 12x)$ c) $y' = 14(4x^3 - 6x^2)^6 \cdot (12x^2 - 12x)$ XXX d) $y' = 7(4x^3 - 6x^2)^6$ e) $y' = (56x^3 - 84x^2)^6 \cdot (12x^2 - 12x)$	0.4/ 0.2	0.98081	0.96234
16	2(c)	True	274	Indique qual a alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 4e^{-x}$ a) $f'(x) = 4e^{-x}$ b) $f'(x) = e^{-x}$ c) $f'(x) = -4e^{-x}$ XXX d) $f'(x) = -\frac{e^{-x}}{4}$ e) $f'(x) = -4e^{x}$	0.3/ 0.2	0.96234	0.98894
17	0(a)	False	298	Qual é a derivada de: $y = \sqrt{(5x+3)^3}$ a) $y' = \frac{15}{2}\sqrt{(5x+3)^3}$ b) $y' = \sqrt{(5x+3)}$ c) $y' = \frac{15}{2}\sqrt{(5x+3)}$XXX d) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{(5x+3)}$ e) $y' = 5\sqrt{(5x+3)}$	0.4/ 0.2	0.98894	0.97813

Fonte: Siena.ulbra.br.

A Figura 119 mostra um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 2.

Figura 119 – Acertos e erros do aluno 2 no teste em que obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

A partir da imagem é possível verificar que o estudo da Sequência Didática, auxiliou o aluno no desenvolvimento das questões relativas as Derivadas, pois houve uma evolução no nível de acertos. Dessa forma, com o estudo do material disponibilizado, houve por parte do aluno uma compreensão dos conceitos sobre Derivadas – Regra da Cadeia e, Derivadas Diretas, Produto e Quociente, conforme apresentado anteriormente. Após a conclusão de todos os Testes Adaptativos, foram enviados, ao aluno, os links das Sequências Didáticas e, solicitou-se ao aluno um *feedback* referente ao conteúdo.

O f*eedback* do aluno 2 foi:

"_Gostei dos sites e me auxiliaram nos conteúdos de Derivadas, pois eu sempre tive dificuldades. Queria ressaltar a organização do site que ficou prático e de fácil manuseio, devia a seguir uma ordem.

Particularmente gostei muito dos vídeos, principalmente os que explicavam o conteúdo que estava no PDF, pois como tenho dificuldades, pois mais que houvessem marcações indicando os passos, o vídeo me auxiliou.

Considero que este material poderia ser trabalhado com alunos que estão cursando cálculo ou até mesmo o pré-cálculo, pois muitas vezes faltam bases de conteúdo e isso gera dificuldades."

6.3.3 Análise do desempenho do participante 3

Esse participante foi aprovado em 4 dos 6 conceitos de forma direta, contudo nos conceitos Derivadas Diretas, Produto e Quociente, e, Derivadas – Regra da Cadeia o aluno não atingiu o desempenho mínimo para ser aprovado (assim como o participante 2).

A partir da dificuldade apresentada pelo aluno, abriu-se a possibilidade do estudo da Sequência Didática desses 2 conceitos para que então ele pudesse realizar novamente seus testes. Pode-se observar que as dificuldades foram as mesmas enfrentadas pelo aluno 2. Os resultados desse aluno possibilitaram a compreensão da diferença de tempo do teste em que o aluno não havia alcançado o desempenho mínimo obrigatório, para o teste no qual o aluno obteve o desempenho mínimo. Em ambos os conceitos (Derivadas Diretas Regra do Produto e Quociente e, Derivadas – Regra da Cadeia), o intervalo entre a realização dos testes foi de aproximadamente 1 mês. Cabe ressaltar que, nas duas vezes, o pesquisador teve que solicitar a realização do teste para o aluno que aparentemente se sentia desmotivado por não ter sido aprovado. Após conversar com o aluno e solicitar que estudasse a Sequência Didática para realização do teste novamente, pode-se observar que houve uma compreensão dos conceitos relacionados ao conteúdo de Derivadas. A Figura 30 apresenta as notas do aluno, assim como as datas em que os testes foram realizados. Aqui, destaca-se que no teste Derivadas – Regra da cadeia, os dois primeiros testes aparentam terem sido realizados sem um envolvimento do aluno, pois do primeiro para o segundo teste a diferença é de apenas 6 minutos.

Figura 120 – Tabela de notas do aluno3

Matemática Básica – Aritmética	07.01.2021 02:37:34 true 0.958
Matemática Básica – Álgebra	07.01.2021 03:00:23 true 0.992
Matemática Básica – Funções	07.01.2021 03:18:07 true 0.994
Derivadas Diretas	23.02.2021 01:25:25 true 0.935 07.01.2021 03:30:20 false 0.028
Derivadas – Regra da Cadeia	19.03.2021 22:22:42 true 0.995 23.02.2021 02:45:52 false 0.066 23.02.2021 02:39:42 false 0.000
Resolução de Problemas	19.03.2021 22:59:42 true 0.999

Fonte: http://siena.ulbra.br

Seguindo na apresentação dos testes, na Figura 121, será apresentado as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e

Quociente, no qual o aluno não obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 121 – Teste em que o aluno 3 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	0(a)	False	71	Qual é a derivada de: $f(x) = 3x^4 \cdot \cos(x)$ a)$f'(x) = 12x^2 \cos x + 3x^4 \cdot \text{sen}(x)$ b) $f'(x) = 12x^3 \cos x - 3x^4 \cdot \text{sen}(x)$ XXX c) $f'(x) = 12x^3 \cdot sen(x)$ d) $f'(x) = 3x^4\ sen\ x$ e)$f'(x) = -12x^3 sen\ x + 3x^4 \cos x$	0.4/ 0.2	0.1000	0.05263
1	0(a)	False	233	Qual é derivada de $f(x) = 3sen\ x$ no ponto $x = \pi$. a)3 b) π c) -3 XXX d) 1 e) 0	0.3/ 0.2	0.05263	0.02041
2	3(d)	False	251	Para a função $f(x) = x^2 - 4$, qual é a derivada $f'(x)$ no ponto $x = 3$? a)2 b) 9 c) -4 d)4 e) 6 XXX	0.3/ 0.2	0.02041	0.00775
3	1(b)	True	256	Qual é a função derivada de $y = sen\ x - 5x^3$ a) $y' = \cos x + 5x^2$ b) $y = \cos x - 15x^2$ XXX c) $y = \cos x -\ 5x^2$ d)$y' = -\cos x - 15x^2$ e) $y = -\cos x + 15x^2$	0.3/ 0.2	0.00775	0.02662
4	1(b)	True	234	Qual é a derivada de: $f(x) = x^4 \cdot cotg\ x$ a) $f'(x) = x^4 cotg\ x - 4x^3 cossec^2 x$ b) $f'(x) = 4x^3 cotg\ x - x^4 cossec^2 x$ XXX c) $f'(x) = -4x^3 cossec^2 x$ d) $f'(x) = 4x\ cotg\ x - x^4 \cdot cossec^2 x$ e)$f'(x) = -4x\ cossec\ x$	0.4/ 0.2	0.02662	0.07581
5	2(c)	False	270	Qual é a derivada da função: $y = \sqrt{e^{2x} + 2x}$ a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$ b) $y' = \frac{e^{2x}+1}{\sqrt{e^{2x}+2x}}$ XXX c) $y' = \frac{\sqrt{e^{2x}+2x}}{2}$ d) $y' = \frac{e^{2x}+2}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$ e) $y' = \frac{e^{2x}+1}{2\sqrt{e^{2x}+2x}}$	0.5/ 0.2	0.07581	0.04877

6	4(e)	True	290	Qual é a derivada de: $f(x) = 9x \cdot 2 \ln x$ a) $f'(x) = 9 \ln x + 9x$ b) $f'(x) = 9 \ln x + 18x$ c) $f'(x) = 18 \ln x + 9x$ d) $f'(x) = 18 \ln x + 9$ e) $f'(x) = 18 \ln x + 18$ XXX	0.4/ 0.2	0.04877	0.13331
7	3(d)	False	290	Marque a resposta certa para $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x^5}}{4x+7}$ a) $\frac{dy}{dx} = \frac{3\sqrt{x^5}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ b) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^3}+\frac{35}{2}\sqrt{x}}{16x^2+49}$ c) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^5}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+49}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^3-4\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ e) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^3}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ XXX	0.5/ 0.2	0.13331	0.08770
8	1(b)	True	166	Qual é a derivada da seguinte função $f(b) = \sqrt[3]{b^2} - 9b^2 + 4\ln(b)$ a) $f'(b) = 2\sqrt[3]{b} - 9b^2 + \frac{4}{b}$ b) $f'(b) = \frac{2}{3\sqrt[3]{b}} - 18b + \frac{4}{b}$ XXX c) $f'(b) = \frac{2}{\sqrt[3]{b}} + 18b^2 + 4 \ln b$ d) $f'(b) = \frac{2}{3\sqrt[3]{b}} - 9b + \frac{4}{b}$ e) $f'(b) = \frac{2\sqrt[3]{b^5}}{3} - 18b + \frac{4}{b}$	0.4/ 0.2	0.08770	0.22384
9	1(b)	False	292	Qual é a derivada de $f(x) = 3\ senx$ no ponto $x = \pi$? a) 3 b) π c) 9 d) 0 xxx e)-5	0.5/ 0.2	0.22384	0.15272
10	4(e)	False	285	Qual é a derivada de: $f(x) = x^3(2x+7)$ a) $f'(x) = 6x^3 + 21x^2$ b) $f'(x) = 2x^4 + 7x^3$ c) $f'(x) = 6x^3$ d) $f'(x) = 8x^3 + 21x^2$ XXX e) $f'(x) = 3x^2 + 2$	0.4/ 0.2	0.15272	0.08267
11	3(d)	False	296	Qual é a função derivada de $y = \frac{x}{3} + 4x^3$ a) $y' = 3x + 12x^2$ b) $y' = \frac{x}{4} + 12x^2$ c) $y' = \frac{1}{3} + 12x^2$ XXX d) $y' = \frac{1}{3} + 4x^2$ e) $y' = \frac{1}{3} + 12x^2$	0.3/ 0.2	0.08267	0.03269
12	2(c)	False	287	Qual é a função derivada de $y = e^x - 8x$ a) $y' = e^x - x$ b) $y' = 2e^x - 8$ c) $y' = e^{-x} - 8$ d) $y' = xe^{x-1} - 8$	0.3/ 0.2	0.03269	0.01251

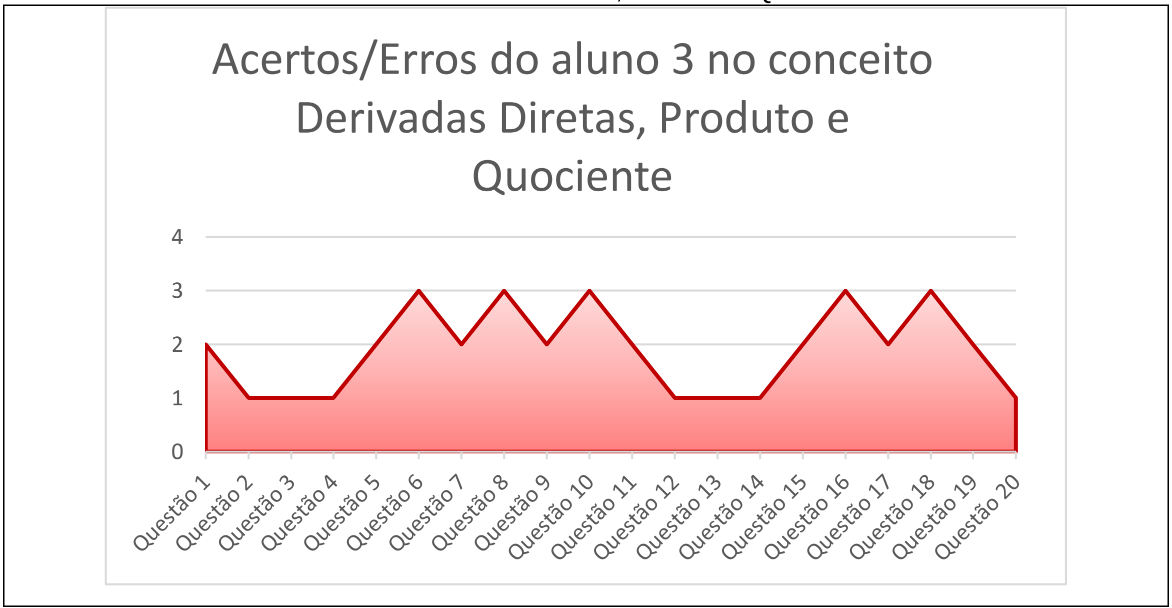
				e) $y' = e^x - 8$ XXX			
13	3(d)	True	275	Qual é a função derivada de $$g(x) = x + \frac{9}{x}$$ a) $g'(x) = 1 + \frac{9}{x^2}$ b) $g'^{(x)} = x - \frac{9}{x^2}$ c) $g'(x) = x + \frac{9}{x^2}$ d) $g'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$ XXX e) $g'(x) = x + \frac{9}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.01251	0.04247
14	0(a)	True	281	Qual é a derivada da função $$f(x) = 6x \cdot sen\ x$$ a) $f'(x) = 6sen\ x + 6x \cos x$ XXX b) $f'(x) = 6xsen\ x + 6 \cos x$ c) $f'(x) = -6sen\ x + 6x\ \mathrm{sen}\ x$ d) $f'(x) = 6cos\ x$ e) $f'(x) = 6sen\ x + 6 \cos x$	0.4/ 0.2	0.04247	0.11744
15	4(e)	False	293	Marque a resposta correta para $$\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 9x^2)$$ a) $\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 15x^2 + 18x)$XXX b)$\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 9x^2) + (6x^2 + 18x)$ c) $\frac{dy}{dx} = (2x^3 + 9x^2)(6x^2 + 18x)e^x$ d)$\frac{dy}{dx} = e^x(6x^2 + 18x)$ e)$\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 9x^2)$	0.5/ 0.2	0.11744	0.07678
16	3(d)	True	193	Qual é a derivada da função $$f(x) = \frac{4x^3}{2x}$$ a) $f'(x) = 2x$ b) $f'(x) = 16x$ c) $f'(x) = 2x^2$ d) $f'(x) = 4x$ XXX e) $f'(x) = 8x^2$	0.4/ 0.2	0.07678	0.19969
17	2(c)	False	277	Qual é a derivada de: $$C(x) = 7x^3(5e^x + 4x)$$ 1)$C'(x) = 112x^2e^x + 105x^3 +$ $35x^3e^x$ 2)$C'(x) = 105x^2e^x + 112x^3 +$ $35x^3e^x$ XXX 3)$C'(x) = 105x^2e^x + 84x^3 + 35x^3e^x$ 4) $C'(x) = 105x^2e^x + 84x^3 + 35x^3$ 5)$C'(x) = 35x^2e^x + 56x^3 + 35x^{3e^x}$	0.5/ 0.2	0.19969	0.13491
18	4(e)	False	292	Qual é a derivada de: $y = \frac{sen\ x}{3x}$ a) $y' = \frac{3x \cos x - 3sen\ x}{9x^2}$ b) $y' = \frac{3x \cos x - 3cos\ x}{9x^2}$ XXX c) $y' = \frac{3x \cos x - 3sen\ x}{3x^2}$ d) $y' = \frac{3 \cos x - 3sen\ x}{3x^2}$ e) $y' = \frac{3x \cos x - 3sen\ x}{9x^2}$	0.4/ 0.2	0.13491	0.07233
19	4(e)	False	186	Qual é a função derivada de $$y = tg\ x + 3x^2$$ a) $y' = tg\ x + 3x$ b) $y' = tg^2\ x + 6x$	0.3/ 0.2	0.07233	0.02841

				c) $y' = sec^2\,x + 6x$ XXX d) $y' = sec^2\,x + 3x$ e) $y' = -sec^2\,x + 6x$			

Fonte: siena.ulbra.br

De uma forma didática, na Figura 122 há um gráfico que permite a visualização do teste do participante 3. Devido a alternância de acertos e erros, o sistema liberou 20 questões para o aluno responder para que, então, houvesse a média final.

Figura 122 – Acertos e erros do aluno 3 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: A pesquisa.

Considerando a imagem, verifica-se que o aluno teve dificuldade nas questões, sendo que não acertou nenhuma questão de nível difícil, acertou 4 questões de nível médio e 2 de nível fácil. O gráfico mostra que houve duas linhas constantes de erros nas questões de nível fácil. O aluno não conseguiu sequer aplicar as regras diretas do formulário. Após a realização desse Teste adaptativo, foi disponibilizada para o aluno a Sequência Didática para estudo. Conforme apresentado na Figura 120 o aluno demorou mais de 1 mês para refazer o teste. Acredita-se que, após conversa com o aluno, ele estudou a Sequência que ficou disponível, e compreendeu o conteúdo, visto que no próximo teste o aluno obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 123 estão as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 123 – Teste em que o aluno 3 obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	4(e)	True	100	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx}=\frac{6x^2}{\sqrt{x}}$ a) $\frac{dy}{dx}=6x$ b) $\frac{dy}{dx}=9x$ c) $\frac{dy}{dx}=\frac{9}{\sqrt{x}}$ d) $\frac{dy}{dx}=\frac{\left(12x^{\frac{1}{2}}\right)-\left(\frac{3}{x}\right)}{x}$ e) $\frac{dy}{dx}=9\sqrt{x}$ XXX	0.5/ 0.2	0.1000	0.21739
1	4(e)	False	46	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx}=e^x(2x^3+9x^2)$ a) $\frac{dy}{dx}=e^x(2x^3+15x^2+18x)$XXX b) $\frac{dy}{dx}=e^x(2x^3+9x^2)+(6x^2+18x)$ c) $\frac{dy}{dx}=(2x^3+9x^2)(6x^2+18x)e^x$ d) $\frac{dy}{dx}=e^x(6x^2+18x)$ e) $\frac{dy}{dx}=e^x(2x^3+9x^2)$	0.5/ 0.2	0.21739	0.14793
2	1(b)	True	199	Qual é a derivada de: $y=\frac{sen\, x}{3x}$ a) $y'=\frac{3x\cos x-3sen\, x}{9x^2}$ b) $y'=\frac{3x\cos x-3cos\, x}{9x^2}$ XXX c) $y'=\frac{3x\cos x-3sen\, x}{3x^2}$ d) $y'=\frac{3\cos x-3sen\, x}{3x^2}$ e) $y'=\frac{3x\cos x-3sen\, x}{9x^2}$	0.4/ 0.2	0.14793	0.34247
3	1(b)	False	146	Qual é a derivada de $y=\frac{tg\, x}{4x^3}$ a) $y=\frac{x^3sec^2x-3x^2tg\, x}{4x^6}$ XXX b) $y=\frac{4x^3sec^2x-3x^2tg\, x}{4x^6}$ c) $y=\frac{4x^3senx-4x^2tg\, x}{4x^6}$ d) $y=\frac{x^3sec^2x-3x^2tg\, x}{4x^5}$ e) $y=\frac{x^3sec^2x-3x^2sec^2 x}{4x^6}$	0.5/ 0.2	0.34247	0.24558
4	3(d)	False	241	Qual é a derivada de : $f(x)=5x^2\cdot e^x$ a) $f'(x)=10x\cdot e^x$ b) $f'(x)=5e^x+10xe^x$ c) $f'(x)=10x\cdot e^x+5x^2e^x$ XXX d) $f'(x)=xe^x+5xe^{8x}$ e) $f'(x)=10x\cdot e^x+x^2e^x$	0.4/ 0.2	0.24558	0.13998

5	2(c)	True	217	Para a função $f(x) = x^2 - 3x + 4$, qual é a derivada $f'(x)$ no ponto $x = 6$. a) 6 b) 0 c) 9 XX d) 3 e) 12	0.3/ 0.2	0.13998	0.36292
6	4(e)	False	254	Qual é a abscissa do ponto crítico da função: $f(x) = x^2 + x - 2$? a) $f'(x) = \frac{1}{2}$ b) $f'(x) = 2$ c) $f'(x) = -\frac{1}{2}$ XX d) $f'(x) = 0$ e) $f'(x) = 1$	0.4/ 0.2	0.36290	0.22169
7	0(a)	False	0	Marque a resposta certa para $$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x^5}}{4x+7}$$ a) $f'(x) = 8x^3 \cos x - 2x^4\, sen\, x$ XX b) $f'(x) = 2x^3 \cos x - 2x^4\, sen\, x$ c) $f'(x) = 2x^3 \cos x + 2x^4\, sen\, x$ d) $f'(x) = 8x^3 \cos x + 2x^4\, sen\, x$ e) $f'(x) = -8x^3\, \mathrm{sem}\, x + 2x^4 \cos x$	0.3/ 0.2	0.22169	0.09650
8	3(d)	True	258	Qual é a função derivada de $$g(x) = x + \frac{9}{x}$$ a)$g'(x) = 1 + \frac{9}{x^2}$ b) $g'(x) = x - \frac{9}{x^2}$ c) $g'(x) = x + \frac{9}{x^2}$ d) $g'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$ XXX e) $g'(x) = x + \frac{9}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.09650	0.27211
9	2(c)	True	267	Qual é a derivada da função $$f(x) = x^2 \cos(x) - 9$$ a)$f'(x) = -2x\, sen\, x$ b) $f'(x) = 2x \cos x + x^2 sen\, x$ c) $f'(x) = 2x \cos x - sen\, x \cdot x^2$ XXX d) $f'(x) = -x^2 sen\, x$ e) $f'(x) = 2x \cos x - x^2 sen\, x$	0.4/ 0.2	0.27211	0.52864
10	4(e)	False	267	Qual é a função derivada de $$y = \frac{7x^2 + 5}{9x}$$ a) $y' = \frac{126x^2 - 45}{81x^2}$ b) $y' = \frac{63x^2 - 45}{81x^2}$ XXX c) $y' = \frac{63x^2 + 45}{81x^2}$ d) $y' = \frac{126x^2 + 45}{81x^2}$ e) $y' = \frac{63x^2 - 45}{9x^2}$	0.5/ 0.2	0.52864	0.41209
11	3(d)	True	260	Qual é a derivada de $$f(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}}$$ a) $f'(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x}}$	0.4/ 0.2	0.41209	0.67772

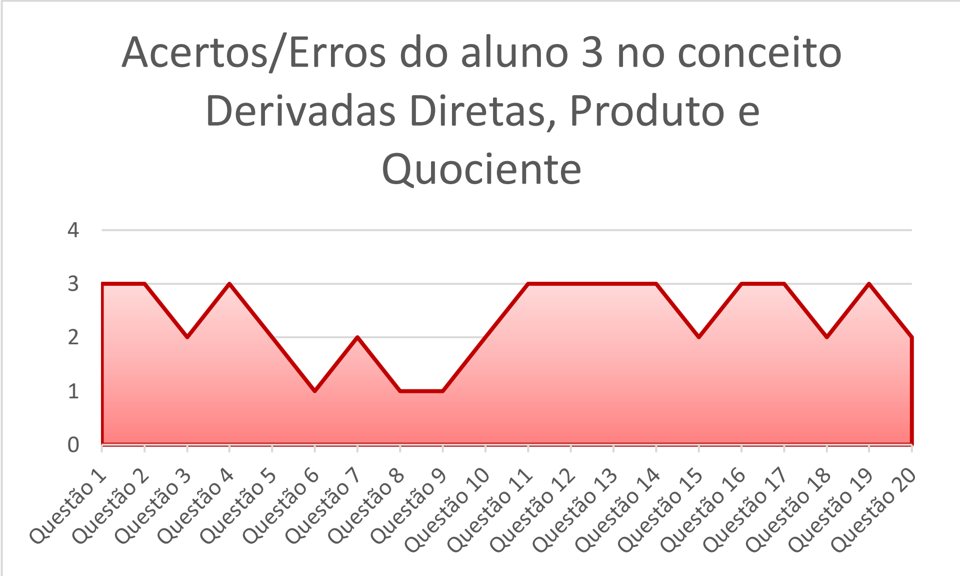
				b) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$ c) $f'(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$ d) $f'(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$ e) $f'(x) = -\frac{6}{\sqrt[3]{x^5}}$			
12	1(b)	True	212	Marque a opção que indica $f'(x)$, considerando $f(x) = \left(e^x + \frac{x}{5}\right) \cdot cotg\ x$? a)$f'(x) = -e^x\ cossec^2x - \frac{1}{5}cossec^2x$ b) $f'(x) = e^x\ cotg\ x + \frac{1}{5}cotg\ x\ e^x - cossec^2x\ \cdot \frac{x}{5}$ XXXX c) $f'(x) = e^x\ cotg\ x - \frac{1}{5}cotg\ x\ e^x - cossec^2x\ \cdot \frac{x}{5}$ d) $f'(x) = e^x\ cotg\ x - \frac{1}{5}cotg\ x\ e^x + cossec^2x\ \cdot \frac{x}{5}$ e) $f'(x) = e^x\ cotg\ x + \frac{1}{5}cotg\ x\ e^x + cossec^2x\ \cdot \frac{x}{5}$	0.5/ 0.2	0.67772	0.84018
13	2(c)	False	209	Qual é a derivada de: $y = \frac{5e^x + 9}{3\ tg\ x}$ a) $y' = \frac{3e^x tg\ x - 3e^x sec^2x - 27sec^2x}{9\ tg^2\ x}$ b) $y' = \frac{15e^x tg\ x - 15e^x sec^2x - 27sec^2x}{3\ tg^2\ x}$ c) $y' = \frac{15e^x sec\ ^2x - 15e^x tgx - 27tgx}{9\ tg^2\ x}$ d) $y' = \frac{15e^x tg\ x - 15e^x sec^2x - 27sec^2x}{9\ tg^2\ x}$ XXX e) $y' = \frac{15e^x tg\ x - 15e^x sec^2x - 27sec^2x}{9\ tg^2x}$	0.5/ 0.2	0.84018	0.76667
14	2(c)	True	147	Qual é a derivada de: $f(x) = 8x \cdot e^x$ a) $f'(x) =\ 8e^x + xe^x$ b) $f'(x) =\ 8e^x + 8e^x$ c) $f'(x) =\ 8e^x + 8xe^x$ XXX d) $f'(x) =\ 8xe^x + xe^{8x}$ e) $f'(x) =\ 8xe^x + x^2e^x$	0.4/ 0.2	0.76667	0.90789
15	2(c)	True	225	Qual é a derivada de: $y = \frac{5x^3 + 7}{9\ sen\ x}$ a) $y' = \frac{135x^2 sen\ x - 45x^3 \cos x + 63 \cos x}{81\ sen\ ^2\ x}$ b) $y' = \frac{135x^2 sen\ x - 45x^3 \cos x - 63 \cos x}{9\ sen\ ^2\ x}$ c) $y' = \frac{135x^2 sen\ x - 45x^3 \cos x - 63 \cos x}{81\ sen^2 x}$XX d) $y' = \frac{45x^2 sen\ x - 45x^3 \cos x + 7 \cos x}{81\ sen\ ^2\ x}$ e) $y' = \frac{15x^2 sen\ x - 5x^3 \cos x - 7 \cos x}{81\ sen\ ^2 x}$	0.5/ 0.2	0.90789	0.96100
16	3(d)	False	219	Qual é a derivada de $y = \frac{6e^x}{5x^2+4x}$? a) $y' = \frac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^2 + 16x^2}$ b) $y' = \frac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$ c) $y' = \frac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^4 + 16x^2}$	0.5/ 0.2	0.96100	0.93903

				d) $y' = \frac{5x^2e^x - 36xe^x + 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$ e) $y' = \frac{30x^2e^x - 36xe^x - 24e^x}{25x^4 + 40x^3 + 16x^2}$ XXX			
17	3(d)	True	258	Qual é a derivada de $f(x) = 3x^4 \cos x$? a) $f'(x) = 12x^2 \cos x + 3x^4 sen\ x$ b) $f'(x) = 3x^4 senx$ c) $f'(x) = -12x^3 sen\ x$ d) $f'(x) = 12x^3 \cos x - 3x^4 sen\ x$ XX e) $f'(x) = -12x^2 \cos x + 3x^4 sen\ x$	0.4/ 0.2	0.93903	0.97882
18	0(a)	False	224	Qual é a derivada de $y = \frac{\cos x}{7 \ln x + 8x}$? a) $y' = \frac{7 \ln x \cos x + 8x \cos x - \frac{5}{x} sen\ x - 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$ b) $y' = \frac{7 \ln x \text{ sen } x + 8x \text{ sen } x - \frac{7}{x} cos\ x - 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$ c) $y' = \frac{7 \ln x \text{ sen } x + 8x \text{ sen } x - \frac{1}{7x} cos\ x + 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$ d)$y' =$ $\frac{-7 \ln x \text{ sen } x - 8x \text{ sen } x - \frac{1}{7x} sen\ x + 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$ e) $\frac{-7 \ln x \text{ sen } x - 8x \cos x - \frac{7}{x} cos\ x - 8 \cos x}{(7 \ln x + 8x)^2}$ XXX	0.5/ 0.2	0.97882	0.96653
19	4(e)	False	227	Qual é a derivada de: $f(x) = x^4 \cdot cotg\ x$ a) $f'(x) = x^4 cotg\ x - 4x^3 cossec^2 x$ b) $f'(x) = 4x^3 cotg\ x - x^4 cossec^2 x$ XXX c) $f'(x) = -4x^3 cossec^2 x$ d) $f'(x) = 4x\ cotg\ x - x^4 \cdot cossec^2 x$ e)$f'(x) = -4x\ cossec\ x$	0.4/ 0.2	0.96653	0.93523

Fonte: siena.ulbra.br

Na Figura 124 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 3.

Figura 124 – Acertos e erros do aluno 3 no teste em que obteve desempenho suficiente no Conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: A pesquisa.

Nesse teste o aluno alcançou o desempenho satisfatório para aprovação após estudo da Sequência Didática, houve uma evolução no nível de acertos do aluno. A partir do gráfico, se observa que o aluno errou 8 das 20 questões respondidas, contudo dessas 8 apenas 1 era de nível fácil, porém devido a alternância de acertos e erros, novamente o teste foi extenso e com 20 questões.

Esse estudante também foi reprovado no próximo teste relativo ao conteúdo de Derivadas – Regra da Cadeia, o que leva a uma análise de que o aluno tem dificuldades relativas dos conceitos de Derivada. Em relação ao teste do conceito resolução de Problemas com a temática Derivadas, o aluno alcançou o desempenho necessário no primeiro teste, porém se ressalta que essas questões foram realizadas após o estudo da Sequência Didática de Derivadas Diretas, Produto e Quociente e, Derivadas – Regra da cadeia. Sobre os testes realizados do conceito Derivadas – Regra da cadeia, será apresentado na Figura 125, apenas um dos testes no qual o aluno não obteve desempenho mínimo para aprovação, pois no outro o estudante não acertou nenhuma das 20 questões realizadas.

Figura 125 – Teste em que o aluno 3 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas – Regra da cadeia

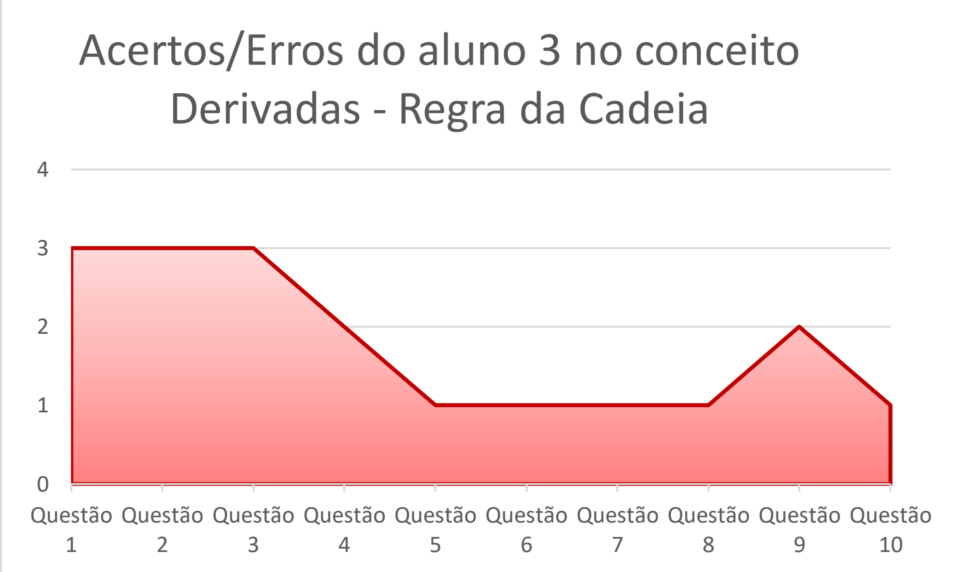
#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	1(b)	True	64	Qual é a derivada de: $y = (5x^2 - 2x + 1)^{-3}$ a) $y' = \frac{-30x+6}{(5x^2-2x+1)^2}$ b) $y' = \frac{-30x+6}{(5x^2-2x+1)^4}$ XXX c) $y' = \frac{-30x+6}{(5x^2-2x+1)}$ d) $y' = -\frac{3}{(5x^2-2x+1)^4}$ e) $y' = -\frac{3}{(5x^2-2x+1)^2}$	0.5/ 0.2	0.1000	0.21739
1	2(c)	True	178	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^6$ a)$f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ b) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5\left(2x + \frac{2}{x}\right)$ c) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5\left(2x + \frac{2}{x^3}\right)$XXX d) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5\left(2x - \frac{1}{2x}\right)$ e) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5\left(2x - \frac{2}{x^3}\right)$	0.5/ 0.2	0.21739	0.40984
2	4(e)	False	188	Qual é a derivada da função: $f(x) = (sen\ 5x - \cos 5x)^5$ a)$f'(x) = 25(sen\ 5x - \cos 5x)^4$ b) $f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4$ c)$f'(x) = (sen\ 5x - \cos 5x)^4(\cos 5x + sen\ 5x)$ d)$f'(x) = 25(sen\ 5x - \cos 5x)^4\ (\cos 5x + sen\ 5x)\ XXX$ e) $f'(x) = 5(sen\ 5x - \cos 5x)^4(cos5x - sen\ 5x)$	0.5/ 0.2	0.40984	0.30266
3	4(e)	False	208	Qual é a derivada da função $y = (5x^4 + 2x)^3$ a) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2$ b) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2(20x^3 + 2x)$ XX c) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2 + (20x^3 + 2)$ d) $y' = 3(5x^4 + 2x)(20x^4 + 2x)$ e) $y' = 3(5x^4 + 2x)(20x^4 - 2x)$	0.4/ 0.2	0.30266	0.17832
4	0(a)	False	195	Indique qual alternativa representa a derivada da função $f(x) = e^{4x} - x$ a) $f'(x) = 4e^{4x} - x$ b) $f'(x) = 4e^{4x} - 1$ XXX c) $f'(x) = e^{4x} - 1$ d) $f'(x) = \frac{e^{4x}}{4} - 1$ e) $f'(x) = -e^{4x}$	0.3/ 0.2	0.17832	0.07526
5	4(e)	False	157	Qual é a derivada de $y = tg\ 3x - 2$ a) $y' = sec^2(3x)$	0.3/ 0.2	0.07526	0.02961

				b) $y' = 9\ sec^2(3x)$ c) $y' = sec^2(9x)$ d) $y' = 3sec^2(3x)$ XXXX e) $y' = 3\ sec^2 3x) - 2$			
6	4(e)	False	179	Qual é a derivada de: $y = sen\ 5x + 7$ a) $y' = \cos 5x$ b) $y' = cos(25x)$ c) $y' = -cos(25x)$ d) $y' = 5cos(5x)$ XX e) $z' = -5\ cos(5x)$	0.3/ 0.2	0.02961	0.01131
7	0(a)	True	235	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = e^{3x} - 7$ a) $f'(x) = 3e^{3x}$ XXX b) $f'(x) = 3e^{3x} - 7$ c) $f'(x) = e^{3x}$ d) $f'(x) = \frac{e^{3x}}{3}$ e) $f'(x) = e^{3x} - 7$	0.3/ 0.2	0.01131	0.03851
8	1(a)	False	240	Indique qual a alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 4\ tg\ (x) - x$? a) $f'(x) = 4\ sec^2(2x) - 1$ b) $f'(x) = -4\ sec^2(2x) - 1$ c) $f'(x) = -8sec^2(2x) - 1$ d) $f'(x) = 8\ sec^2(2x) - 1$ XXX e) $f'(x) = 16\ sec^2(x) - 1$	0.4/ 0.2	0.03851	0.01963
9	2(c)	True	246	Qual é a derivada de $z = cotg(8x) + 1$ a) $z' = cossec^2(8x) + 1$ b) $z' = cossec^2(-64x)$ c)$z' = -8cossec^2(8x)$XXX d) $z' = -cossec^2(8x)$ e)$z' = -cossec^2(64x)$	0.3/ 0.2	0.01963	0.06550

Fonte: siena.ulbra.br

A Figura 126 traz um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 3.

Figura 126 – Acertos e erros do aluno 3 no teste em que não obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

A imagem acima mostra que o aluno demonstrou dificuldade nas questões, sendo que acertou 2 questões de nível difícil e depois disso errou praticamente todas as questões exceto uma de nível fácil. Após a realização do primeiro Teste adaptativo, o estudante levou um mês até sua nova tentativa. Como houve reprovação, foi oferecida ao aluno a Sequência Didática para estudo, devido as notas não alcançarem o desempenho mínimo para o próximo teste, há indicação de que o aluno abriu a Sequência Didática, estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste subsequente o aluno obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 127, serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas – Regra da Cadeia, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 127 – Teste em que o aluno 3 obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas – Regra da cadeia

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	3(d)	True	59	Indique a alternativa que representa a derivada de: $f(x) = 4\,tg\,(2x) - x$ a)$f'(x) = 4\,sec^2(x) - 1$ b) $f'(x) = -4\,sec^2(2x) - 1$ c) $f'(x) = -8\,sec^2(2x) - 1$ d) $f'(x) = 8sec^2(2x) - 1$ XXX e) $f'(x) = 16\,sec^2(2x)$	0.4/ 0.2	0.1000	0.25000

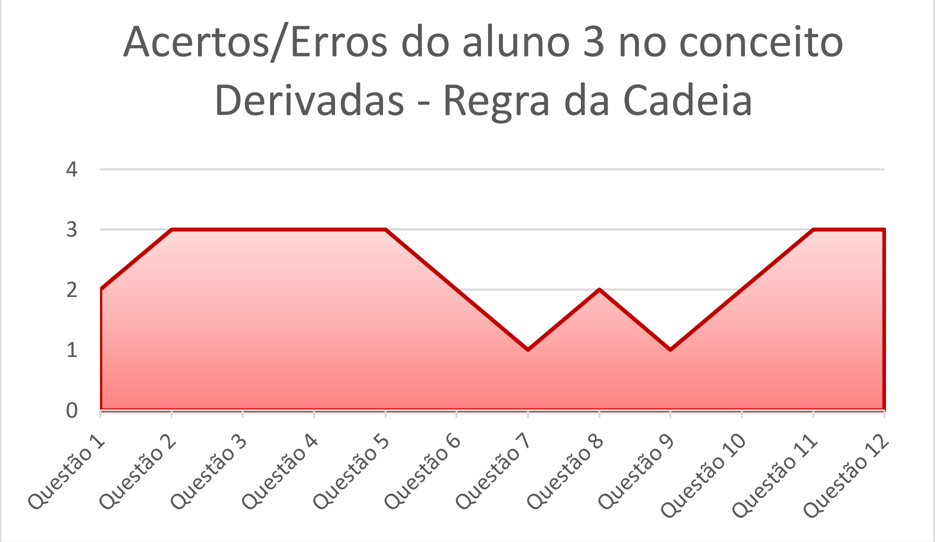
1	0(a)	True	188	Qual é a derivada de $y = \sqrt[3]{5x^2 - x + 4}$ a)$y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ XXX b) $y' = \frac{10x-1}{\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ c) $y' = \frac{(10x-1)\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}{3}$ d) $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ e) $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)}}$	0.5/ 0.2	0.25000	0.45455
2	3(d)	True	64	Qual é a derivada de $y = \sqrt[3]{4x^2 - 2x + 8}$ a) $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}$ b) $y' = \frac{8x-2}{\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}$ c) $y' = \frac{(8x-2)\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}{3}$ d)$y' = \frac{8x-2}{3\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)^2}}$ XXXX e) $y' = \frac{8x-2}{3\sqrt[3]{(4x^2-2x+8)}}$	0.5/ 0.2	0.45455	0.67568
3	2(c)	True	165	Qual é a derivada da função $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^5$ a) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ b) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4\left(x - \frac{1}{x^2}\right)$ c) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$ XXX d) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4(1 - x)$ e) $f'(x) = 5\left(x + \frac{1}{x}\right)^4\left(1 - \frac{1}{x}\right)$	0.5/ 0.2	0.67568	0.83893
4	0(a)	False	0	Indique qual alternativa representa a derivada da função $f(x) = 8e^{x^3} + sen\ 3x$ a) $f'(x) = 24x^2e^{x^3} + \cos 3x$ b) $f'(x) = 24x^2e^{x^3} + 3\cos 3x$ XX c) $f'(x) = 8x^2e^{x^3} + 3\cos 3x$ d) $f'(x) = 8e^{3x^2} + 3\cos 3x$ e) $f'(x) = 8e^{x^3} + \cos 3x$	0.5/ 0.2	0.83893	0.76499
5	1(b)	False	198	Qual é a derivada de $y = (x^5 - 4x + 8)^7$ a) $y' = 7(x^5 - 4x + 8)^6$ b) $y' = 7(x^5 - 4x + 8)^6 + (5x^4 - 4)$ c) $y' = (7x^5 - 28x + 56)^6(5x^4 - 4)$ d)$y' = 7(x^5 - 4x + 8)^6(5x^4 - 4)$ XXX e) $y' = 7(5x^4 - 4)^6$	0.4/ 0.2	0.76499	0.61943
6	2(c)	True	266	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 4e^{-x}$ a) $f'(x) = 4e^{-x}$ b) $f'(x) = e^{-x}$ c)$f'(x) = -4e^{-x}$ XXX d)$f'(x) = -\frac{e^{-x}}{4}$ e)$f'(x) = -4e^{x}$	0.3/ 0.2	0.61943	0.85067

7	1(b)	False	266	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 5sen\ (3x) - 7x$ a) $f'(x) = 15cos\ (3x) - 7$ XXX b) $f'(x) = 5cos\ (3x) - 7$ c) $f'(x) = -15cos\ (3x) - 7$ d) $f'(x) = -5cos\ (3x) - 7$ e) $f'(x) = 45cos\ (3x) - 7$	0.4/ 0.2	0.85067	0.74015
8	3(d)	True	266	Qual é a derivada de $y = \text{tg}\, 3x - 2$? a)$y' = sec^2(3x)$ b) $y' = 9sec^2(3x)$ c) $y' = sec^2(9x)$ d) $y' = 3\ sec^2(3x)$ XXX e) $y' = 3\ sec^2(3x) - 2$	0.3/ 0.2	0.74015	0.90883
9	0(a)	False	233	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 5e^{2x} - 3x$ a) $f'(x) = 10e^{2x} - 3$ XXX b) $f'(x) = 5e^{2x} - 3$ c) $f'(x) = 5e^{2x}$ d) $f'(x) = \frac{5e^{2x}}{2} - 3x$ e)$f'(x) = 150 - 3$	0.4/ 0.2	0.90883	0.96765
10	1(b)	True	183	Marque a opção correta para $y = \sqrt{e^{2x} + 2x}$: a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{e^{2x}+2x}:}$ b) $y' = \frac{e^{2x}+1}{\sqrt{e^{2x}+2x}:}$ XXX c) $y' = \frac{\sqrt{e^{2x}+2x}}{2:}$ d) $y' = \frac{e^{2x}+2}{2\sqrt{e^{2x}+2x}:}$ e) $y' = \frac{e^{2x}+1}{2\sqrt{e^{2x}+2x}:}$	0.5/ 0.2	0.96765	0.98680
11	0(a)	False	258	Qual é a derivada de $y = (e^{4x} - 5)^3$ a) $y' = 3(e^{4x} - 5)^2$ b) $y' = 3(e^{4x} - 5)^2(e^{4x})$ c) $y' = 12e^{4x}$ d) $y' = 12(e^{4x} - 5)^2(e^{4x})$ XXX e) $y' = 12(e^{4x} - 5)^2$	0.5/ 0.2	0.98680	0.99468

Fonte: Siena.ulbra.br.

A Figura 128 apresenta um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 3.

Figura 128 – Acertos e erros do aluno 3 no teste em que obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

A partir da imagem, nota-se que o estudo da Sequência Didática auxiliou o aluno no desenvolvimento das questões relativas as Derivadas, pois houve uma evolução no nível de acertos. Assim sendo, com o estudo do material disponibilizado, houve por parte do aluno uma compreensão dos conceitos sobre Derivadas – Regra da Cadeia e, Derivadas Diretas, Produto e Quociente, conforme apresentado anteriormente. Após a conclusão de todos os Testes Adaptativos, foram enviados os links das Sequências Didáticas e, solicitado ao aluno um *feedback* referente ao conteúdo.

O feedback do aluno 3 foi:

"_*Os sites indicados pelo mestrando foram de suma importância para compreender melhor os conteúdos abordados. Uma característica importante é a organização dos conteúdos, pois além de ser prático o manuseio, existem diferentes maneiras de aprender, sendo através de leitura, de visualização, entre outros. As cores utilizadas destacam palavras importantes, chamando a atenção de quem está estudando. Também, é um recurso muito útil e que pode ser utilizado por pessoas de diferentes níveis de ensino. Excelente trabalho."*

6.3.4 Análise do desempenho do participante 4

Esse participante foi aprovado em 3 dos 6 conceitos de forma direta e precisou refazer os testes dos conceitos: Derivadas Diretas, Produto e Quociente; Derivadas – Regra da Cadeia; e, Aplicações de Derivadas com

Resolução de Situações Problemas, pois o aluno não obteve o desempenho mínimo para ser aprovado. Assim, proporcionou-se ao aluno estudar a Sequência Didática do conteúdo para que, então, pudesse realizar novamente seus testes. Ao realizar novamente o Teste do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, após o estudo da Sequência Didática, o aluno 4 alcançou o desempenho mínimo para seguir ao próximo conceito. No conceito Derivada – Regra da cadeia, o aluno realizou o teste 3 vezes. Na Figura 129, verifica-se os horários em que os testes foram realizados, pois o primeiro teste foi realizado as 15:14:31h, o segundo teste as 15:47:28h e o terceiro teste no qual o aluno obteve a aprovação, ocorreu depois de 2 meses. Isso indica que, nas primeiras vezes, o aluno realizou o teste sem estudar a Sequência Didática. No teste referente a Resolução de Problemas, pode-se observar que o aluno teve obteve aprovação após a realização do segundo teste, 5 dias após o primeiro teste.

Figura 129 – Tabela de notas do aluno4

Matemática Básica – Aritmética	30.01.2021 23:14:16 true 0.997
Matemática Básica – Álgebra	30.01.2021 23:32:57 true 0.999
Matemática Básica – Funções	30.01.2021 23:41:55 true 0.997
Derivadas Diretas	01.02.2021 15:47:28 false 0.172 30.01.2021 15:14:31 false 0.059
Derivadas – Regra da Cadeia	17.03.2021 19:39:44 true 0.995 01.02.2021 15:47:28 false 0.172 01.02.2021 15:14:31 false 0.059
Resolução de Problemas	22.03.2021 22:11:49 true 0.995 17.03.2021 20:16:48 true 0.046

Fonte: http://siena.ulbra.br

A partir dessa tabela, observa-se que o aluno 4 demonstra dificuldades em todos os conceitos referentes as Derivadas. A Figura 130 apresenta as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno não obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 130 – Teste em que o aluno 4 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	1(b)	True	288	Qual é a função derivada de $y = sen(x) - 5x^3$ a) $y' = \cos(x) + 5x^2$ b) $y' = \cos(x) - 15x^2$ XXX c) $y' = \cos(x) - 5x^2$ d) $y' = -\cos(x) - 15x^2$	0.3/ 0.2	0.1000	0.28000

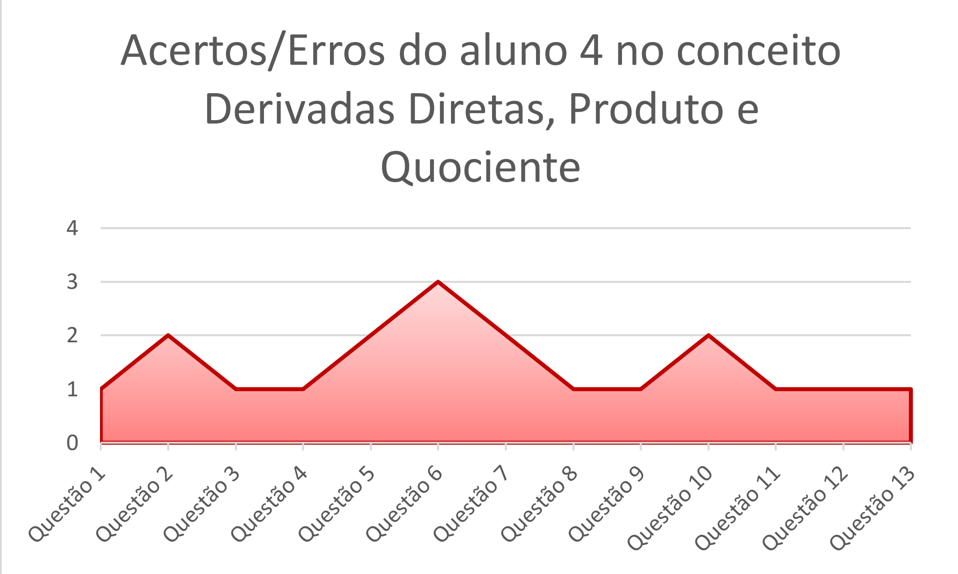
				e) $y' = -\cos(x) + 15x^2$			
1	3(d)	False	210	Qual é a derivada de $f(x) = 5x\ sen(x) + 4x$ a) $f'(x) = 5\cos x + 4$ b) $f'(x) = 5\,\mathrm{sen}\,x + x^2 sen\ x$ XXX c) $f'(x) = 5\,\mathrm{sem}\,x + \cos x + 4$ d) $f'(x) = 5\ sen\ x + 5x\cos x + 4x$ e) $f'(x) = 5\cos x + 4x$	0.4/ 0.2	0.28000	0.16279
2	0(a)	False	283	Qual é a derivada de $f(x) = -5\cos x + 4x^2$ a) 3 b) 13 c) 9 d) 0 XXX e) -5	0.3/ 0.2	0.16279	0.06796
3	2(c)	True	208	Qual é a função derivada de $y = \frac{x}{3} + 4x^3$ a) $y' = 3x + 12x^2$ b) $y' = \frac{x}{4} + 12x^2$ c) $y' = \frac{1}{3} + 12x^2$ XXX d) $y' = \frac{1}{3} + 4x^3$ e) $y' = \frac{x}{3} + 12x^3$	0.3/ 0.2	0.06796	0.20332
4	3(d)	True	274	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = 5x\ e^x$ a) $\frac{dy}{dx} = 5x\ e^x + 5x^2\ e^x$ b) $\frac{dy}{dx} = 5x\ e^x$ c) $\frac{dy}{dx} = -5e^x - 10x\ e^x$ d) $\frac{dy}{dx} = 5e^x + 5xe^x$ XXX e) $\frac{dy}{dx} = 10e^x$	0.4/ 0.2	0.20332	0.43363
5	4(e)	False	158	Qual é a derivada de $y = \frac{7x^2 + 5}{9x}$ a) $y' = \frac{126x^2 - 45}{81x^2}$ b) $y' = \frac{63x^2 - 45}{81x^2}$ XXX c) $y' = \frac{63x^2 + 45}{81x^2}$ d) $y' = \frac{126x^2 + 45}{81x^2}$ e) $y' = \frac{63x^2 - 45}{9x^2}$	0.5/ 0.2	0.43363	0.32365
6	0(a)	False	220	Qual é a derivada de $f(x) = 2x^4\cos x$? a) $f'(x) = 8x^3\cos x - 2x^4\,\mathrm{sen}\,x$ b) $f'(x) = 2x^3\cos x - 2x^4\,\mathrm{sen}\,x$ c) $f'(x) = 2x^3\cos x + 2x^4\,\mathrm{sen}\,x$ d) $f'(x) = 8x^3\cos x + 2x^4\,\mathrm{sen}\,x$ e) $f'^{(x)} = -8x^3\,\mathrm{sem}\,x - 2x^4\cos x$	0.4/ 0.2	0.32365	0.19307
7	4(e)	False	278	Qual é a função derivada de $y = -5\ln x + 7x$ a) $y' = -5x^{-2} + 7$ b) $y' = \frac{-5}{x} + 7$ XXX c) $y' = -5 + 7x$	0.3/ 0.2	0.19307	0.08233

				d) $y' = \frac{-5}{x} + 7x$ e) $y' = \frac{5}{x} + 7$			
8	2(c)	True	165	Qual é a função derivada de $y = -6x^4 + 9x^2 - 7$ a) $y' = -24x^4 + 18x - 7$ b) $y' = -6x^3 + 9x$ c) $y' = -24x^3 + 18x$ XXX d) $y' = -6x^3 + 18x$ e) $y' = -24x^3 + 9x - 7$	0.3/ 0.2	0.08233	0.23898
9	4(e)	False	276	Qual é a derivada de $f(x) = 5x^3(\cos x)$ a) $f'(x) = 21x^2 \cos x - 7x^3 sen\, x$ XX b) $f'(x) = 7x^2 \cos x - 7x^3 sen\, x$ c) $f'(x) = -21x^2 sen\, x$ d) $f'(x) = 7x^2 \operatorname{sen} x$ e) $f'(x) = 21x^2 \cos x + 7x^3 sen\, x$	0.4/ 0.2	0.23898	0.13571
10	3(d)	False	271	Qual é a função derivada de $y = tg\, x + 2x^2$ a) $y' = tg\, x + 3x$ b) $y' = tg^2 x + 6x$ c) $y' = sec^2 x + 6x$ XXX d) $y' = sec^2 x + 3x$ e) $y' = -sec^2 x + 6x$	0.3/ 0.2	0.13571	0.05561
11	4(e)	False	196	Qual é o valor de derivada de $f(x) = 3x^2$, no ponto $x = 7$. a) 42 XXX b) 21 c) 30 d) 40 e) 76	0.3/ 0.2	0.05561	0.02160
12	0(a)	False	233	Qual é a derivada de função $y = \frac{-5}{x^2}$ a) $y' = 1 + \frac{10}{x^3}$ b) $y' = x - \frac{10}{x^3}$ c) $y' = x + \frac{5}{x^2}$ d) $y' = 1 - \frac{5}{x^3}$ e) $y' = x + \frac{10}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.02160	0.00821

Fonte: siena.ulbra.br

A Figura 131 contém um gráfico para o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 4.

Figura 131 – Acertos e erros do aluno 4 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: A pesquisa.

O aluno teve dificuldade nas questões, sendo que não acertou nenhuma questão de nível difícil, acertou 1 questão de nível médio e 3 de nível fácil. Conforme apresentado no gráfico, nas questões finais mesmo sendo de nível fácil o aluno errou todas. O aluno não conseguiu sequer aplicar as regras diretas do formulário. Após a realização deste Teste adaptativo, foi disponibilizada para o aluno a Sequência Didática para estudo. De acordo com a Figura 129 o aluno demorou 2 dias para refazer o teste. Acredita-se que como a Sequência ficou disponível, o aluno estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no próximo teste o aluno obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 132, serão exibidas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 132 – Teste em que o aluno 4 obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	4(e)	False	5	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 9x^2)$ a) $\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 15x^2 + 18x)$XXX	0.5/ 0.2	0.1000	0.06494

				b)$\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 15x^2) + (6x^2 + 18x)$ c) $\frac{dy}{dx} = (2x^3 + 15x^2) + (6x^2 + 18x)e^x$ d)$\frac{dy}{dx} = e^x(6x^2 + 18x)$ e)$\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 9x^2)$			
1	2(c)	True	107	Qual é a derivada da função $f(x) = 5x^2e^x$ a) $f'(x) = 10xe^x$ b) $f'(x) = 5e^x + 10x\, e^x$ c) $f'(x) = 10xe^x + 5x^2\, e^x$XXX d) $f'(x) = xe^x + 5x\, e^{8x}$ e) $f'(x) = xe^x + x^2\, e^x$	0.4/ 0.2	0.06494	0.17241
2	0(a)	False	30	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = \frac{9x^3}{4\sqrt{x}}$ a) $\frac{dy}{dx} = \frac{45\sqrt{x^5}}{8}$ b) $\frac{dy}{dx} = \frac{45\sqrt{x^3}}{8}$ XXX c) $\frac{dy}{dx} = \frac{27x^3\sqrt{x}}{4}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{27\sqrt{x^5}}{2}$ e) $\frac{dy}{dx} = 5\sqrt{x^3}$	0.5/ 0.2	0.17241	0.11521
3	0(a)	True	226	Qual é a derivada de $f(x) = 2x^4 \cdot \cos x$ a) $f'(x) = 8x^3 \cos x - 2x^4\, sen\, x$ XX b) $f'(x) = 2x^3 \cos x - 2x^4\, sen\, x$ c) $f'(x) = 2x^3 \cos x + 2x^4\, sen\, x$ d) $f'(x) = 8x^3 \cos x + 2x^4\, sen\, x$ e) $f'(x) = -8x^3\, \mathrm{sem}\, x + 2x^4\, cos\, x$	0.4/ 0.2	0.11521	0.28090
4	3(d)	False	27	Qual é a derivada de $y = \frac{2\cos x}{6x}$ a) $y' = \frac{-12x\, sen\, x - 12\cos x}{6x^2}$ b) $y' = \frac{-12x\, sen\, x + 12\cos x}{36x^2}$ c) $y' = \frac{-x\, sen\, x - \cos x}{3x^2}$ XXX d) $y' = \frac{x\, sen\, x + \cos x}{x^2}$ e) $y' = \frac{-12x\, sen\, x - \cos x}{3x^2}$	0.5/ 0.2	0.28090	0.19623
5	2(c)	True	12	Qual é a derivada da seguinte função $f(b) = \sqrt[3]{b^2} - 9b^2 + 4\ln(b)$ a) $f'(b) = 2\sqrt[3]{b} - 9b^2 + \frac{4}{b}$ b) $f'(b) = \frac{2}{\sqrt[3]{b}} + 18b^2 + 4\ln b$ c) $f'(b) = \frac{2}{3\sqrt[3]{b}} - 18b + \frac{4}{b}$ XXX d) $f'(b) = \frac{2}{3\sqrt[3]{b}} - 9b + \frac{4}{b}$ e) $f'(b) = \frac{2\sqrt[3]{b^5}}{3} - 18b + \frac{4}{b}$	0.4/ 0.2	0.19623	0.42277
6	4(e)	False	83	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x^5}}{4x+7}$ a) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^5} - \frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ b) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^3} + \frac{35}{2}\sqrt{x}}{16x^2+49}$	0.5/ 0.2	0.42277	0.31402

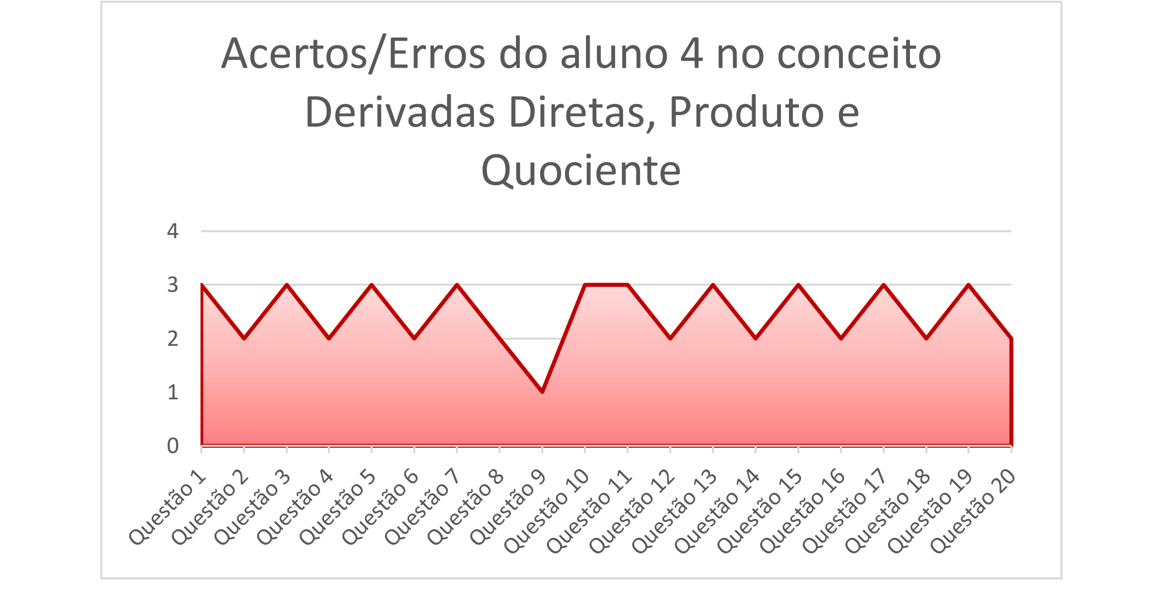
				c) $\frac{dy}{dx}=\frac{6\sqrt{x^5}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+49}$ d) $\frac{dy}{dx}=\frac{6\sqrt{x^5}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ XXX e) $\frac{dy}{dx}=\frac{6x^3-4\sqrt{x^5}}{16x^2+56x+49}$			
7	1(b)	False	64	Qual é a derivada de $f(x)=x^4\cdot cotg\ x$ a) $f'(x)=x^4cotg\ (x)-4x^3cossec^2x$ b) $f'(x)=-4x\ cossec\ x$ c) $f'(x)=-4x^3cossec^2x$ d) $f'(x)=4x\ cotgx-\ x^4cossec\ x$ e) $f'(x)=4x^3cotgx-\ x^4cossex^2x$ XXX	0.4/ 0.2	0.31402	0.18625
8	0(a)	True	277	Qual é a derivada de $f(x)=-7\ sen\ x\ +x$ no ponto $x=0$ a) -6 b) 5 c) 1 d) 8 e) 0	0.3/ 0.2	0.18625	0.44478
9	2(c)	True	112	Qual é a derivada de $f(x)=x^2\cos(x)-9$ a) $f'(x)=-2x\ sen\ x$ b) $f'(x)=2x\cos x+x^2sen\ x$ c) $f'(x)=2x\cos x-x^2sen\ x$ XXX d) $f'(x)=-x^2sen\ x$ e) $f'(x)=2x\cos x\ -x\cos x$	0.4/ 0.2	0.44478	0.70616
10	2(c)	False	198	Qual é a derivada de $y=\frac{5e^x}{7x^2}$? a) $y'=\frac{35x^2e^x-10xe^x}{7x^2}$ b) $y'=\frac{5x^2e^x-70xe^x}{7x^4}$ c) $y'=\frac{5x^2e^x-10xe^x}{49x^4}$ d) $y'=\frac{5x^2e^x-10xe^x}{7x^4}$ XXX e) $y'=\frac{5xe^x-10x^2e^x}{7x^2}$	0.5/ 0.2	0.70616	0.60033
11	0(a)	True	207	Qual é a derivada de $f(x)=6x\ sen\ x$ a) $f'(x)=6\ sen\ x+6x\cos x$ XXX b) $f'(x)=6x\ sen\ x+6\cos x$ c) $f'(x)=-6sen\ x+6x\ sen\ x$ d) $f'(x)=6\cos x$ e) $f'(x)=6\ sen\ x-6x\cos x$	0.4/ 0.2	0.60033	0.81838
12	2(c)	False	224	Qual é a derivada de $C(x)=7x^3(5e^x+4x)$ a)$C(x)'=112x^2e^x+105x^3+35x^3e^x$ b)$C(x)'=105x^2e^x+112x^3+35x^3e^x$ XXX c)$C(x)'=105x^2e^x+84x^3+35x^3e^x$ d)$C(x)'=105x^2e^x+84x^3+35x^3$ e)$C(x)'=35x^2e^x+56x^3+35x^{3e^x}$	0.5/ 0.2	0.81838	0.73797
13	2(c)	True	165	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx}=5x\ e^x$ a) $\frac{dy}{dx}=5x\ e^x+5x^2\ e^x$ b) $\frac{dy}{dx}=5x\ e^x$	0.4/ 0.2	0.73797	0.89417

				c) $\frac{dy}{dx} = 5e^x + 5xe^x$ XXX d) $\frac{dy}{dx} = -5e^x - 10x\,e^x$ e) $\frac{dy}{dx} = 10e^x$			
14	2(c)	False	196	Qual é a derivada de $y = \frac{5x^3+7}{9\,sen\,x}$ a) $y' = \frac{135x^2 sen\,x - 45x^3\cos x + 63\cos x}{81\,sen^2 x}$ b) $y' = \frac{135x^2 sen\,x - 45x^3\cos x - 63\cos x}{9\,sen^2 x}$ c) $y' = \frac{45x^2 sen\,x - 45x^3\cos x - 7\cos x}{81\,sen^2 x}$ d) $y' = \frac{135x^2 sen\,x - 45x^3\cos x - 63\cos x}{81\,sen^2 x}$ XX e) $y' = \frac{15x^2 sen\,x - 5x^3\cos x - 7\cos x}{81\,sen^2 x}$	0.5/ 0.2	0.89417	0.84078
15	1(b)	True	267	Qual é a derivada de $f(x) = 5x\,sen(x) + 4x$ a) $f'(x) = 5\cos x + 4$ b) $f'(x) = 5\,\text{sen}\,x + x^2 sen\,x$ XXX c) $f'(x) = 5\,\text{sem}\,x + \cos x + 4$ d) $f'(x) = 5\,sen\,x + 5x\cos x + 4x$ e) $f'(x) = 5\cos x + 4x$	0.4/ 0.2	0.84078	0.94062
16	0(a)	False	153	Qual é a derivada de $y = \frac{6e^x}{5x^2+4x}$ a) $y' = \frac{30x^2e^x - 36x\,e^x - 24e^x}{25x^4+16x^2}$ b) $y' = \frac{30x^2e^x - 6x\,e^x - 24e^x}{25x^4+40x^3+16x^2}$ c) $y' = \frac{30x^2e^x - 36x\,e^x - 24e^x}{25x^4+16x^2}$ d) $y' = \frac{30x^2e^x - 36x\,e^x - 24e^x}{25x^4+40x^3+16x^2}$ XXX e) $y' = \frac{5x^2e^x - 36x\,e^x + 24e^x}{25x^4+40x^3+16x^2}$	0.5/ 0.2	0.94062	0.90827
17	2(c)	True	271	Qual é a derivada de $f(x) = 8x \cdot e^x$ a) $f'(x) = 8e^x + xe^x$ b) $f'(x) = 8e^x + 8e^x$ c) $f'(x) = 8e^x + 8xe^x$ XXX d) $f'(x) = 8xe^x + xe^{8x}$ e) $f'(x) = 8xe^x + x^2e^x$	0.4/ 0.2	0.90827	0.96743
18	4(e)	False	212	Qual é a derivada da função $f(x) = (8x - x^2) \cdot \sec x$ a)$f'(x) = 8\sec x - 2x\sec x +$ $8x\sec x\ \ tg\ x - x^2\sec x\ \ tg\ x$ XXX b)$f'(x) = 8\sec x\,tg\ x -$ $2x\sec x\,tg\ x + 8x\sec x - x^2 sec\ x$ c)$f'(x) = 8\sec x\,tg\ x - 2x\sec x\,tg\ x$ d)$f'(x) = 8\sec x + x\sec x +$ $8x\sec x\ \ tg\ x - x^2\sec x\ \ tg\ x$ e)$f'(x) = 16\sec x - 2x\sec x +$ $8x^3\sec x\ \ tg\ x$	0.5/ 0.2	0.96743	0.94889
19	3(d)	False	133	Qual é a derivada de $f(x) = 5x^3(\cos x)$ a) $f'(x) = 21x^2\cos x - 7x^3 sen\,x$ XX b) $f'(x) = 7x^2\cos x - 7x^3 sen\,x$ c) $f'(x) = -21x^2 sen\,x$ d) $f'(x) = 7x^2\,\text{sen}\,x$ e) $f'(x) = 21x^2\cos x + 7x^3 sen\,x$	0.4/ 0.2	0.94889	0.90275

Fonte: siena.ulbra.br

Na Figura 133 consta um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 4.

Figura 133 – Acertos e erros do aluno 4 no teste em que obteve desempenho suficiente no Conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: A pesquisa.

A partir da imagem, infere-se que após o estudo da Sequência Didática, houve uma evolução no nível de acertos do aluno. O aluno demonstrou dificuldades nas questões de nível difícil, pois houve apenas um acerto. Nas questões de nível médio, houve, apenas, um erro, acertando um total de 8 questões e nas de nível fácil acertou a única questão que o teste cobrou. A partir do gráfico, verifica-se que o aluno errou 11 das 20 questões respondidas, porém seus erros ocorreram nas questões de nível difícil, houve, apenas, um erro de nível médio, portanto o aluno conseguiu desempenho satisfatório para avançar ao próximo teste.

Esse estudante também foi reprovado no teste seguinte, relativo ao conteúdo de Derivadas – Regra da Cadeia, o que indica que o aluno tem dificuldades relativas aos conceitos de Derivada. O resultado do novo teste realizado do conceito Derivadas – Regra da cadeia, é apresentado na Figura 134, sendo, apenas, um dos testes em que o aluno não obteve desempenho mínimo para aprovação. O teste escolhido foi o primeiro, pois ambos foram feitos próximos e têm resultados similares para analisar a diferença entre os erros/acertos do último teste sem o desempenho mínimo e depois o teste com desempenho mínimo.

Figura 134 – Teste em que o aluno 4 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas – Regra da cadeia

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	2(c)	True	274	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = sen(2x) + 6x$ a) $f'(x) = \cos(2x) + 6$ b) $f'(x) = -2\cos(2x) + 6$ c) $f'(x) = 2\cos(2x) + 6$ XXX d) $f'(x) = -2\cos(x) + 6$ e) $f'(x) = 2\cos(2x)$	0.4/ 0.2	0.1000	0.25000
1	2(c)	False	228	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $y = e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{e^x}$ a) $y' = e^{\frac{1}{x}} - e^{-x}$ b) $y' = \left(\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) - e^{-x}$ XXX c) $y' = \left(-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) + e^{-x}$ d) $y' = \left(\frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^2}\right) - e^{-x}$ e) $y' = \left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right) - e^{-x}$	0.5/ 0.2	0.25000	0.17241
2	0(a)	False	241	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4x$ a) $f'(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4$ b) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2e^{x^3} - 4$ XXX c) $f'(x) = \frac{9}{2}e^{x^3} - 4$ d) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2e^{x^3}$ e) $f'(x) = \frac{9}{2}e^{x^3} - 4$	0.4/ 0.2	0.17241	0.09434
3	1(b)	True	141	Marque a opção correta para: $\frac{dx}{dy} = (4x^3 - 3)^8$ a) $\frac{dx}{dy} = 8(4x^3 - 3)^7$ b) $\frac{dx}{dy} = 96x^2(4x^3 - 3)^7$ XXX c) $\frac{dx}{dy} = 210x^2(4x^3 - 3)^7$ d) $\frac{dx}{dy} = 8(12x^2 - 3)^7$ e) $\frac{dx}{dy} = 12x^2(4x^3 - 3)^7$	0.3/ 0.2	0.09434	0.26718
4	2(c)	False	141	Qual é a derivada da função: $y = (2x^4 + 7x^2)^6$ a) $y' = 6(8x^3 + 14x)^5$ b) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5(8x^3 + 14x)$ XXX c) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5 + (8x^3 + 14x)$	0.4/ 0.2	0.26718	0.15419

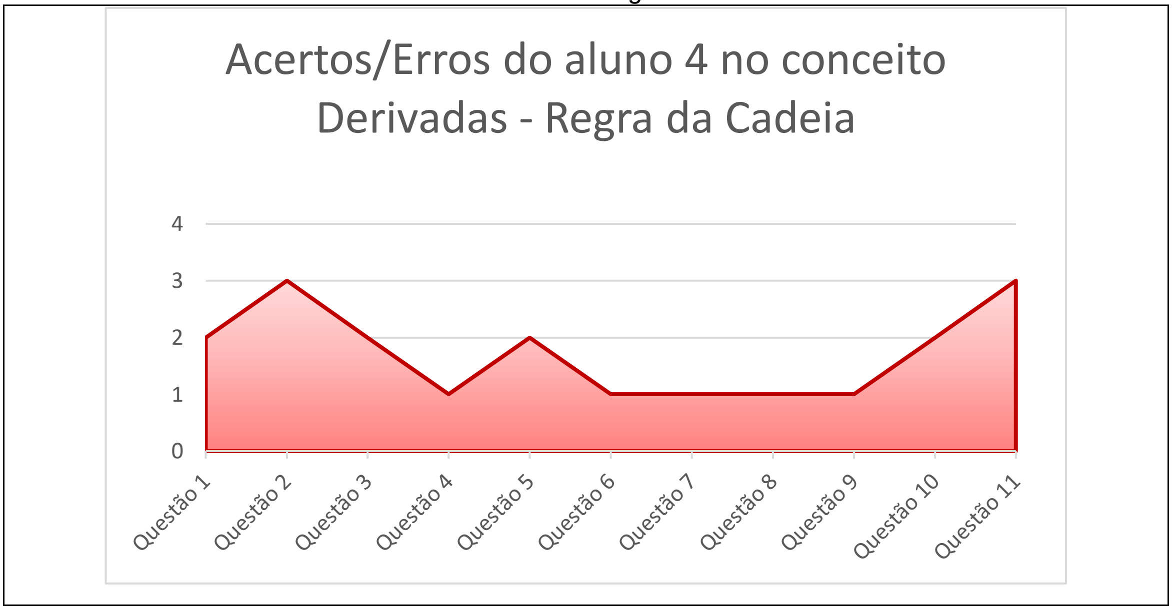
				d)$y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5$ e)$y' = (12x^4 + 42x^2)^5(8x^3 + 14x)$			
5	0(a)	False	259	Marque a opção correta para $$\frac{dx}{dy} = sen\ 4x + 3$$ a) $\frac{dx}{dy} = cos\ 4x + 3$ b) $\frac{dx}{dy} = cos\ 16x$ c) $\frac{dx}{dy} = 4\ cos\ 4x$ xx d) $\frac{dx}{dy} = -\cos\ (16x)$ e) $\frac{dx}{dy} = -4sen\ 4x$	0.3/ 0.2	0.15419	0.06399
6	0(a)	False	277	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $$f(x) = 4e^{-x}$$ a) $f'(x) = 4e^{-x}$ b) $f'(x) = e^{-x}$ c) $f'(x) = -4e^{-x}$ XXX d) $f'(x) = -\frac{e^{-x}}{4}$ e) $f'(x) = -10e^{x}$	0.3/ 0.2	0.06399	0.02499
7	2(c)	False	280	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $$f(x) = e^{3x} - 7$$ a) $f'(x) = 3e^{3x}$ XXX b) $f'(x) = 3e^{3x} - 7$ c) $f'(x) = e^{3x}$ d)$f'(x) = \frac{e^{3x}}{3}$ e) $f'(x) = e^{3x} - 7$	0.3/ 0.2	0.02499	0.00952
8	1(b)	True	287	Marque a opção correta para: $$\frac{dx}{dy} = (x^2 - 3)^4$$ a) $\frac{dx}{dy} = 4(x^2 - 3)^3$ b)$\frac{dx}{dy} = 8x(x^2 - 3)^3$ XXX c) $\frac{dx}{dy} = (x^2 - 3)^3$ d) $\frac{dx}{dy} = 4(2x)^4$ e) $\frac{dx}{dy} = 4(x^2 - 3)^3 + 2x$	0.3/ 0.2	0.00952	0.03255
9	1(b)	True	280	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $$f(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4x$$ a) $f'(x) = \frac{3}{2}e^{x^3} - 4$ b) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2e^{x^3} - 4$ XXX c) $f'(x) = \frac{9}{2}e^{x^3} - 4$ d) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2e^{x^3}$ e) $f'(x) = \frac{9}{2}e^{x^3} - 4$	0.4/ 0.2	0.03255	0.09168
10	3(d)	False	107	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $$f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^6$$ a) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5$	0.5/ 0.2	0.09168	0.05934

				b) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 \left(2x + \frac{2}{x}\right)$ c) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 \left(2x + \frac{2}{x^3}\right)$XXX d) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 \left(2x - \frac{1}{2x}\right)$ e) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5 \left(2x - \frac{2}{x^3}\right)$			

Fonte: siena.ulbra.br

Na Figura 135 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 4.

Figura 135 – Acertos e erros do aluno 4 no teste em que não obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia

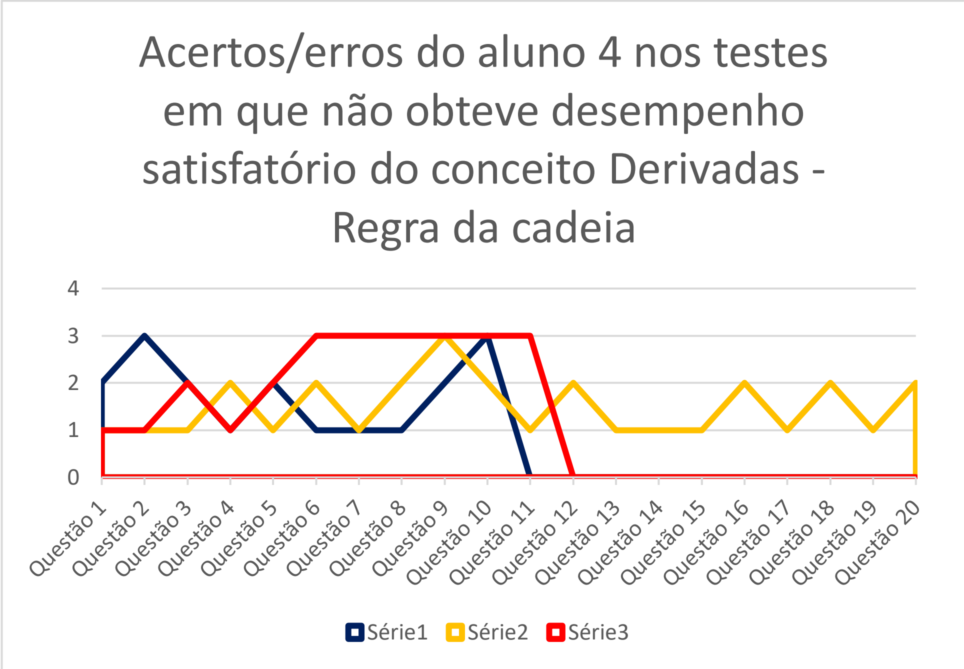


Fonte: A pesquisa.

A partir da imagem, pode-se perceber que o aluno apresentou dificuldade nas questões, sendo que não acertou nenhuma questão de nível difícil, acertou 2 questões de nível médio e nenhuma de nível fácil. A seguir, na Figura 136, consta um gráfico que mostra os acertos/erros do aluno 4 em relação aos 3 testes realizados nos quais ele não obteve desempenho satisfatório no conceito Derivadas – Regra da cadeia. A linha em azul representa o primeiro teste, no qual se observa que o aluno alternou acertos e erros, inclusive acertou 2 questões de nível médio, porém quando se tratou de questões de nível difícil errava. O gráfico amarelo representa o segundo teste no qual o aluno prossegue alternando acertos e erros ao longo do mesmo, o que fez com que seu teste tivesse 20 questões.

.

Figura 136 – Acertos e erros do aluno 4 no teste em que não obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

Devido à realização, totalmente, *online* dos testes, não foi possível acessar os rascunhos utilizados pelo aluno. Assim, tornou-se impossível a análise do erro de cada questão. Nota-se que o aluno teve dificuldade na compreensão de função composta para que pudesse derivar as funções, utilizando $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$. Essa dificuldade é potencializada, também, deve-se a dificuldade do aluno em aplicar as regras diretas do formulário. Após a realização do primeiro Teste adaptativo, proporcionou-se para o aluno a Sequência Didática para estudo, conforme pode ser observado a partir dos horários dos 2 testes iniciais, há uma indicação de o aluno apenas os resolveu sem estudar a Sequência Didática. Dois dias depois, o aluno refez o teste pela terceira vez, o que indica que abriu a Sequência Didática, estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste seguinte obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 137, serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas – Regra da Cadeia, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 137 – Teste em que o aluno 4 obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas – Regra da cadeia

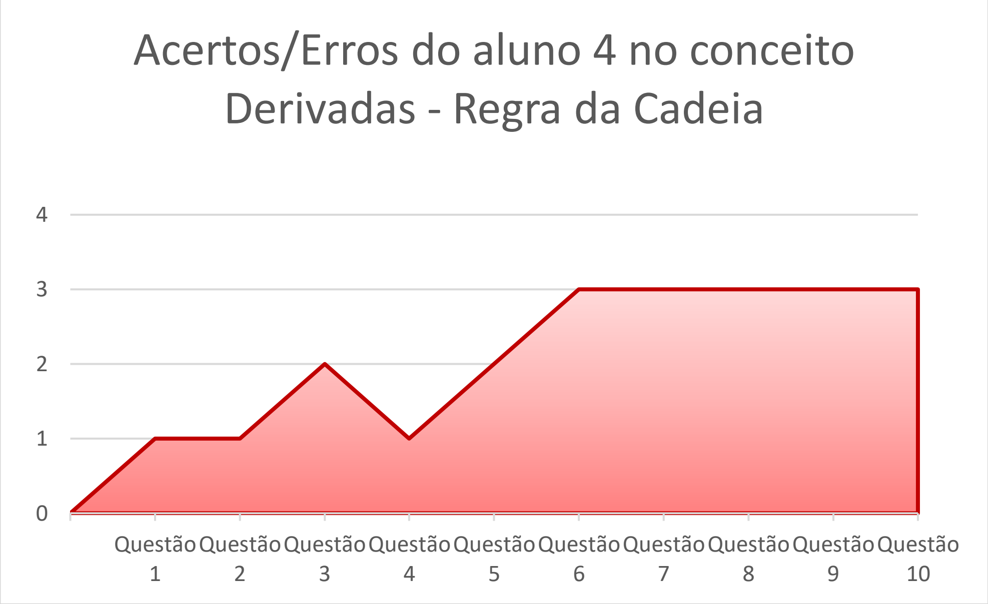
#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	4(e)	False	238	Indique qual alternativa representa a derivada da função $f(x) = e^{2x} - 3$ a) $f'(x) = 2e^{2x}$ XXX b) $f'(x) = 2e^{2x} - 3$ c) $f'(x) = e^{2x}$ d) $f'(x) = \frac{e^{2x}}{2}$ e) $f'(x) = e^{2x} - 3$	0.3/ 0.2	0.1000	0.04000
1	2(c)	True	246	Qual é a função derivada de $z = cotg(8x) + 1$ a) $z' = cossec^2(8x) + 1$ b) $z' = cossec^2(-64x)$ c) $z' = -8\ cossec(8x)$ XXX d) $z' = -cossec^2(8x)$ e) $z' = -cossec^2(64x)$	0.3/ 0.2	0.04000	0.12727
2	0(a)	False	119	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 3e^{x^2} + 5x$ a) $f'(x) = 3e^{x^2} + 5$ b) $f'(x) = 6e^{x^2} + 5$ c) $f'(x) = 6x\ e^{x^2} + 5$ XXX d) $f'(x) = \frac{3e^{x^2}}{2x} + 5$ e) $f'(x) = 6x\ e^{x^2}$	0.4/ 0.2	0.12727	0.06796
3	1(b)	True	275	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 2e^{-5x}$ a)$f'(x) = -10e^{x}$ b) $f'(x) = -10e^{-5x}$ XXX c) $f'(x) = 10e^{-5x}$ d)$f'(x) = -\frac{2e^{-x}}{5}$ e)$f'(x) = 2e^{-5x}$	0.3/ 0.2	0.06796	0.20332
4	1(b)	True	71	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = sen(2x) + 6x$ a)$f'(x) = \cos(2x) + 6$ b) $f'(x) = 2\cos(2x) + 6$ XXX c) $f'(x) = -2\cos(2x) + 6$ d) $f'(x) = -2\cos(x) + 6$ e) $f'(x) = 2\cos(2x)$	0.4/ 0.2	0.20332	0.43363
5	4(e)	True	177	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(y) = \frac{1}{\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^2}}$ a) $f'(y) = \frac{-8y+18}{3(2y^2-9y+8)}$ b) $f'(y) = \frac{(-8y+18)\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^2}}{3}$ c) $f'(y) = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ d) $f'(y) = \frac{4y-9}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$	0.5/ 0.2	0.43363	0.65684

				e) $f'(y) = \frac{-8y+18}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ XXX			
6	3(d)	True	205	Qual é a derivada da função: $f(x) = tg^3 4x$ a) $f'(x) = 12\, sec^2 4x$ b) $f'(x) = 3\, tg^2 4x$ c) $f'(x) = 3tg^2 4x\, sec^2 4x$ d) $f'(x) = 12\, tg^2 4x\, sec^2 4x$ XXX e) $f'(x) = 3\, sec^2 4x$	0.5/ 0.2	0.65684	0.82714
7	4(e)	True	212	Indique qual a alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \sqrt{sen\ 6x}$ a) $f'(x) = \frac{\cos 6x}{2\sqrt{sen\ 6x}}$ b) $f'(x) = 3\cos 6x \sqrt{sen\ 6x}$ c) $f'(x) = \frac{3\cos 6x}{\sqrt{sen\ 6x}}$ XXX d) $f'(x) = \frac{3\cos 6x}{\sqrt{(sen\ 6x)^3}}$ e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{sen\ 6x}}$	0.5/ 0.2	0.82714	0.92286
8	0(a)	True	202	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+4}}$ a) $f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{(3x+4)^3}}$ XXX b) $f'(x) = -\frac{3}{2}\sqrt{(3x+4)^3}$ c) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{(3x+4)^3}}$ d) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{(3x+4)^3}}$ e) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{(3x+4)^3}}$	0.5/ 0.2	0.92286	0.96765
9	2(c)	True	233	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \sqrt{sen\ 7x}$ a) $f'(x) = \frac{\cos 7x}{\sqrt{sen\ 7x}}$ b) $f'(x) = \frac{7}{2}\cos 7x \sqrt{sen\ 7x}$ c) $f'(x) = \frac{7\ coz\ 7x}{1\sqrt{sen\ 7x}}$ XX d) $f'(x) = \frac{7\cos 7x}{\sqrt{(sen\ 7x)^3}}$ e)$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{sen\ 7x}}$	0.5/ 0.2	0.96765	0.98680
10	3(d)	True	233	Qual é a derivada de $y = (5x^2 - 2x + 1)^{-3}$ a) $y' = \frac{-30x+6}{(5x^2-2x+1)^2}$ b) $y' = -\frac{3}{(5x^2-2x+1)^4}$ c) $y' = \frac{-30x+6}{5x^2-2x+1}$ d) $y' = \frac{-30x+6}{(5x^2-2x+1)^4}$ XXX e) $y' = -\frac{3}{(5x^2-2x+1)^2}$	0.5/ 0.2	0.98680	0.99468

Fonte: Siena.ulbra.br.

A seguir, na Figura 138 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 4.

Figura 138 – Acertos e erros do aluno 4 no teste em que obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

Esse estudante também foi reprovado no teste relativo ao conteúdo de Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, o que indica que o aluno tem dificuldades relativas aos conceitos de Derivada. O resultado do novo teste realizado do conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, aparece na Figura 139

Figura 139 – Teste em que o aluno 4 não obteve o desempenho mínimo no conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	1(b)	True	160	A quantidade P (em toneladas) produzida por mês de certo produto e x o trabalho mensal envolvido (medido em homens-hora) é dada pela função produção $P(x) = 1016\sqrt{x}$. Determinar a produtividade marginal quando $x = 64$. a) 8 128 toneladas/mês b) 260 096 toneladas/mês XXX c) 4 064 toneladas/mês d) 32 512 toneladas/mês e) 520 192 toneladas/mês	0.4/ 0.2	0.1000	0.25000
1	1(b)	True	235	Suponha que a quantia total de petróleo consumida no mundo possa ser modelada pela função $Q(t) = 640e^{0,05t}$ bilhões de barris.	0.5/ 0.2	0.25000	0.45455

				Determine qual a taxa de consumo em aproximadamente 10 anos. a) 1 055,18 bilhões de barris/ano b) 52,76 bilhões de barris/ano XXX c) 336,41 bilhões de barris/ano d) 527,59 bilhões de barris/ano e) 704 846,91 bilhões de barris/ano			
2	4(e)	False	280	O tamanho da população de um determinado inseto é dado por $P(t) = 300e^{0.01t}$, em que t é medido em dias. Determine a taxa de crescimento em 5 dias. a) 3,15 insetos/dia XXX b) 315,38 insetos/dia c) 15,15 insetos/dia d) 1 515,08 insetos/dia e) 3,03 insetos/dia	0.5/ 0.2	0.45455	0.34247
3	4(e)	False	260	Uma bala é atirada de um canhão, percorrendo uma trajetória representada pela parábola de equação $h(t) = -t^2 + 5t$, com h em metros e t em segundos. Em quantos segundos a bala atinge a altura máxima? Qual a altura máxima atingida pela bala? a) 5 s e 10 m b) 2 s e 6 m c) 4 s e 4 m d) 2,5 s e 6,25 m XXX e) 1,5 e 5,25 m	0.4/ 0.2	0.34247	0.20661
4	0(a)	True	153	Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação $S(t) = t^2 + 2t - 3$, onde S é dado em metros e t em segundos. Qual é a velocidade no instante 2s. a) 6m/s XXX b) 5m/s c) 4m/s d) 9m/s e) 3m/s	0.3/ 0.2	0.20661	0.47684
5	4(e)	False	126	Uma companhia de ração para cachorro verifica que seu lucro (em reais) é dado como uma função P de (o preço) por q (o quilograma) da ração por: $P(q) = -q^2 + 130q - 225$. Aproximadamente, quantos quilos da ração devem ser vendidos para maximizar o lucro? Qual é esse lucro máximo? a) 65 quilos e R$ 4 000,00 XXX b) 130 quilos e R$ 225,00 c) 2 quilos e R$ 31,00 d) 100 quilos e R$ 8 925,00 e) 47,5 quilos e R$ 3 693,75	0.4/ 0.2	0.47684	0.31306
6	2(c)	True	278	Dada a função receita $R(x) = -2x^2 + 1000x$, em reais, obtenha a receita marginal no ponto $x = 50$. a) R$ 45 000,00	0.3/ 0.2	0.31306	0.61465

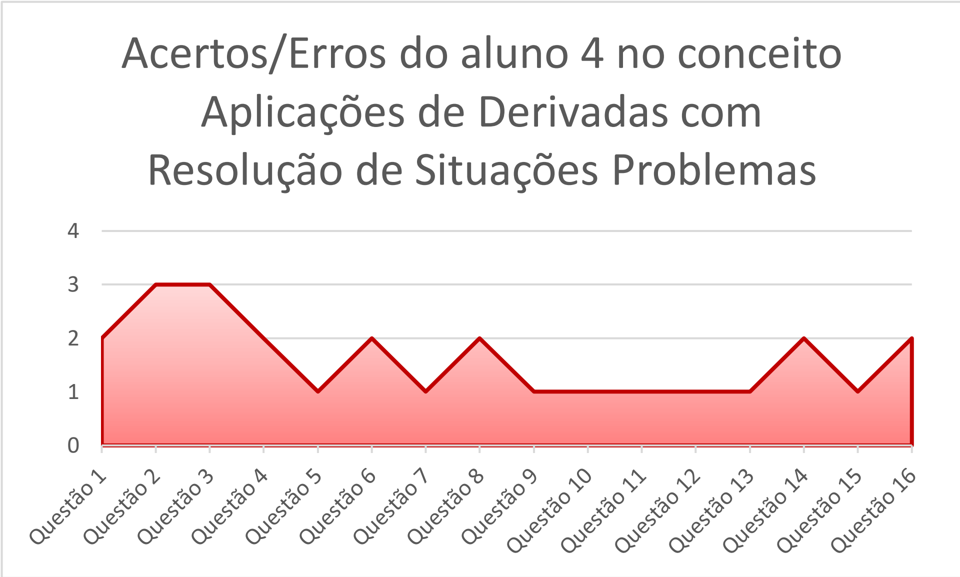
				b) R$ 47 500,00 c) R$ 800,00 XXX d) R$ 1 000,00 e) R$ 900,00			
7	1(b)	False	272	A posição de uma partícula é dada por $S(t) = 2t^3 - 40t^2 + 200t - 50$, onde S está em metros e t em segundos. Para quais valores de t a velocidade se anula? a) - 12,66s e 14s b) 0s e 10s c) 2s e 15s d) 3,33s e 10s XXX e) 5s e 12s	0.4/ 0.2	0.61465	0.44368
8	2(c)	False	226	Suponhamos que $C(x)$ seja o custo total de fabricação de x pares de calçados da marca WW dado pela equação $C(x) = 110 + 4x + 0{,}02x^2$. Determinar o custo marginal quando $x = 50$. a) 5 b) 360 c) 214 d) 2 e) 6 XXX	0.3/ 0.2	0.44368	0.23022
9	0(a)	False	172	Uma cidade X é atingida por uma moléstia epidêmica. Os setores de saúde calculam que o número de pessoas atingidas pela moléstia depois de um tempo t (medido em dias a partir do primeiro dia de epidemia) é, aproximadamente, dado por $f(t) = 64t - \frac{t^3}{3}$. Qual a taxa de expansão da moléstia epidêmica em 4 dias? a) 36 pessoas/dia b) 48 pessoas/dia XXX c) 64 pessoas/dia d) 234 pessoas/dia e) 80 pessoas/dia	0.3/ 0.2	0.23022	0.10084
10	2(c)	False	203	Sabe-se que a metade dos produtos exportados pelo Brasil vem dos recursos naturais. A derivada primeira da função $E(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5x - 4$, para $x = 2$, equivale à porcentagem dos produtos primários (café, minério de ferro, etc.). Qual é essa porcentagem (taxa)? a) 26% b) 30% c) 47% d) 41% XXX e) 15%	0.3/ 0.2	0.10084	0.04036
11	4(e)	False	208	O produto nacional bruto de um certo país era de $N(t) = t^2 + 5t + 100$ bilhões de dólares t anos após 2000. Qual era	0.3/ 0.2	0.04036	0.01553

				a taxa de variação do produto nacional bruto, em 2005? a) 15 bilhões de dólares/ano XXX b) 150 bilhões de dólares/ano c) 35 bilhões de dólares/ano d) 4015 bilhões de dólares/ano e) 10 bilhões de dólares/ano			
12	0(a)	True	213	Para produzir um par de calçado, uma indústria tem seu custo total, em reais, expresso pela função: $C(x) = 0{,}1x^3 - 18x^2 + 1500x + 1000$, onde x representa a quantidade de calçados fabricados. Calcule o custo marginal, ou seja, $C'(x)$ para 65 pares. a) R$ 427,50 XXX b) R$ 3385,00 c) R$ 58 912,50 d) R$ 678,50 e) R$ 10427,50	0.3/ 0.2	0.01553	0.05231
13	1(b)	False	228	Uma companhia faz um teste piloto para a produção de um novo solvente industrial e verifica que o custo da produção de x de cada teste é dado pela fórmula $C(x) = 3 + x + \left(\frac{10}{x}\right)$. Qual é o valor do custo marginal de produção de 11 litros? a) R$ 130,00 b) R$ 46,00 c) R$ 72,00 XXX d) R$ 2550,00 e) R$ 550,00	0.4/ 0.2	0.05231	0.02686
14	4(e)	True	239	Calcule o custo marginal de uma empresa na qual a função custo total é representada por: $C_t(x) = 3x^5 - 3x^2$, para a produção de 3 unidades. a) R$ 1 161,00 b) R$ 1 188,00 c) R$ 1 370,00 d) R$ 216,00 e) R$ 1 197,00 XXX	0.3/ 0.2	0.02686	0.08809
15	3(d)	False	177	O custo diário de produção de uma indústria de tintas é dado pela função $C(x) = x^2 - 86x + 2500$, onde $C(x)$ é o custo em reais e x é o número de latas de tinta fabricadas diariamente. Quantas latas de tinta devem ser produzidas para que o custo seja mínimo? Qual é esse custo mínimo? a) 43 latas e R$ 651,00 XXX b) 86 latas e R$ 2 500,00 c) 43 latas e R$ 3151,00 d) 35 latas e R$ 715,00 e) 50 latas e R$ 700,00	0.4/ 0.2	0.08809	0.04607

Fonte: Siena.ulbra.br.

A Figura 140 mostra um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 4.

Figura 140 – Acertos e erros do aluno 4 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas



Fonte: A pesquisa.

Partindo da imagem, nota-se que o aluno teve dificuldade nas questões, pois iniciou com acertos em questões de nível médio e difícil, porém, após a questão 3, começou a acumular erros, misturando alguns acertos em questões de nível fácil. Pelo gráfico, pode-se perceber que houve 1 acerto em uma questão de nível difícil, 1 acerto em uma questão de nível médio e, 4 acertos nas questões de nível fácil. Após a realização deste Teste adaptativo, foi disponibilizada a Sequência Didática para estudo. Na Figura 129 é possível constatar que o aluno demorou 5 dias para refazer o teste. Acredita-se que como a Sequência ficou disponível, ele estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste seguinte obteve desempenho satisfatório.

A seguir, na Figura 141, serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 141 – Teste em que o aluno 4 obteve o desempenho mínimo no conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	3(d)	True	263	A função custo para fabricar um componente de microprocessador é dada por $C(x) = 1000 + 2x + 0{,}005x^2$. Se forem fabricadas 2 000 unidades, determine o custo marginal. a) R$ 30,00 b) R$ 12,00 c) R$ 2 5 000,00 d) 22,00 XXX e) R$ 10 000,00	0.4/ 0.2	0.1000	0.25000
1	4(e)	True	220	Uma loja de artigos para cozinha verifica que o custo de fabricação e embalagem de x moinhos de pimenta por dia é $500 + 0{,}02x + 0{,}001x^2$. Se cada moinho é vendido por R$ 8,00 determine a produção que maximiza o lucro. Dica:$L(x) = R(x) - C(x)$, send $R(x) = valor\ x\ quantidade$. a) 1 000 unidades b) 7 980 unidades c) 4 000 unidades d) 4 590 unidades e) 3 990 unidades XXX	0.5/ 0.2	0.25000	0.45455
2	(a)	False	280	Uma obra de arte comprada em 1998 por U$ 100 000,00 é estimada em $v(t) = 100\ 000\ e^{\frac{t}{5}}$ dólares após t anos. Com qual taxa o valor da obra de arte estará se valorizando em 2013? a) U$ 2 008 553,69 por ano b) U$ 10 042 768,46 por ano c) U$ 657 834,78 por ano d) U$ 401 710,74 por ano XXX e) U$ 1,307 x 1010 por ano	0.5/ 0.2	0.45455	0.34247
3	4(e)	True	165	A coordenada de posição de uma partícula movendo-se ao longo de uma linha reta é dada por $S(t) = 2t^3 - 24t + 6$, onde s é medido em metros a partir de uma origem e t está em segundos. Qual o tempo necessário para a partícula alcançar uma velocidade de 72m/s? a) 10s b) 0s c) 5s d) 7s e) 4s XXX	0.4/ 0.2	0.34247	0.60976
4	1(b)	True	165	Um projétil é lançado verticalmente para cima com uma velocidade de 120m/s. Pela física sabemos que	0.5/ 0.2	0.60976	0.79618

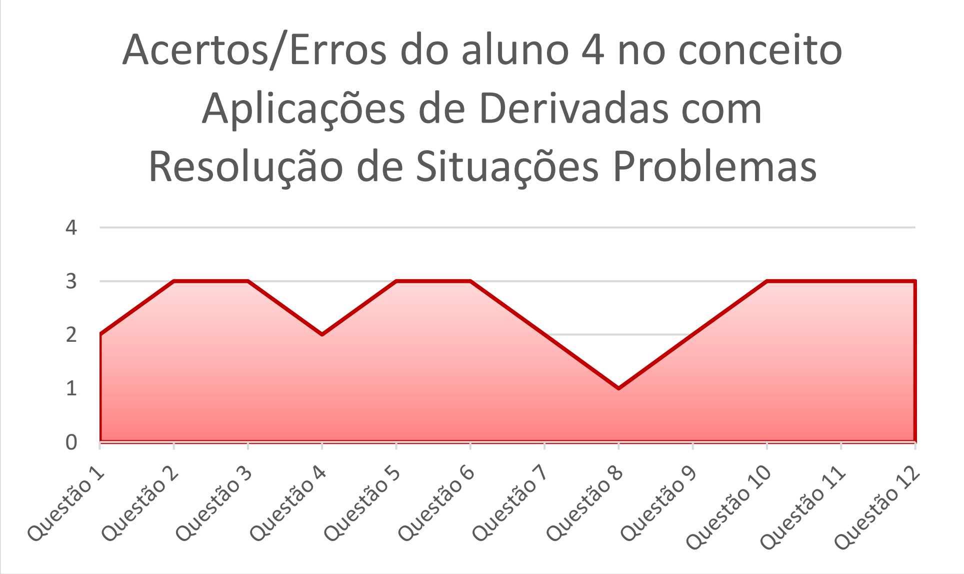
				sua distância acima do solo após t segundos é $S(t) = -4{,}0\ t^2 + 120t$. Determine em que instante e com que velocidade o projétil atinge o solo. a) $t = 10s$ e $V(10) = \frac{22m}{s}$ b) $t = 24{,}5s$ e $V(24{,}5) = \frac{120{,}1m}{s}$ XX c) $t = 12{,}4s$ e $V(12{,}4) = 0m/s$ d) $t = 5s$ e $V(5) = 71m/s$ e) $t = 24{,}5s$ e $V(24{,}5) = 100{,}4m/s$			
5	2(c)	False	138	Suponha que após t horas existam $P(t)$ células presentes em uma cultura, em que $P(t) = 5000e^{0{,}2t}$. Qual a taxa de crescimento de células na cultura após 10 horas. a) 61 070,14 células/hora b) 22 026 465,79 células/hora c) 36 945,28 células/hora d) 12 214,03 células/hora e) 7 389,06 células/hora XXX	0.5/ 0.2	0.79618	0.70942
6	2(c)	False	231	Seja $C_T(x) = 1000 + 4x + \frac{1}{10}x^2$ a função custo total associado à produção de um bem de certa indústria, em reais, na qual x representa a quantidade produzida. Qual o custo marginal para produzir 30 unidades? a) R$ 1210,00 b) R$ 10,00 XXX c) R$ 25,00 d) R$ 6,00 e) R$ 7,00	0.4/ 0.2	0.70942	0.54969
7	1(b)	True	187	Uma partícula se move sobre uma trajetória obedecendo à equação horária $S(t) = 2t^3 + t + 1$ metros e o tempo em segundos. Qual a velocidade no tempo de 5 segundos? a) 51 m/s b) 151 m/s XXX c) 52 m/s d) 152 m/s e) 256 m/s	0.3/ 0.2	0.54969	0.81034
8	2(c)	True	199	Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água no reservatório, em litros, t horas após o escoamento ter começado é dada por $V = 50(80 - t)^2$. Determine a taxa de variação do volume de água no reservatório durante as 10 primeiras horas de escoamento. a) 245 000 L/hora b) -3500 L/hora c) -7000 L/hora XXX d) -5000 L/hora e) -10 000 L/hora	0.4/ 0.2	0.81034	0.92763

9	2(c)	True	180	Um fazendeiro quer construir um galpão em sua fazenda. Fazendo os cálculos ele chega à conclusão que o custo da obra em reais, é dado pela função $C(x) = 10x + \frac{160}{x}$, onde x é a medida em metros do lado do galpão. Qual deverá ser a medida x do lado do galpão para que o custo seja mínimo? Qual será esse custo mínimo? a) 16 metros e R$ 170,00 b) 2 metros e R$ 100,00 c) 4 metros e R$ 80,00 XXX d) 8 metros e R$ 100,00 e) 0,25 metros e R$ 642,50	0.5/ 0.2	0.92763	0.96974
10	4(e)	True	213	A equação de oferta para certo produto é $x = 1000\sqrt{3p^2 + 20p}$, onde x unidades são oferecidas por mês quando p for o preço unitário. Ache a taxa de variação na oferta se o preço corrente for de R$ 20,00 por unidade. a) 40 000 unidades/mês b) 2400 unidades/mês c) 1000 unidades/mês d) 1525 unidades/mês e) 1750 unidades/mês XXX	0.5/ 0.2	0.96974	0.98767
11	0(a)	True	206	Após várias horas de experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias, varia de acordo com a função $y = 12x - 2x^2$, em que x é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão desse antibiótico. Qual o tempo necessário para atingir o nível máximo de concentração desse antibiótico no sangue dessas cobaias? Qual o nível máximo de concentração desse antibiótico? a) 3h e 18 XXX b) 6h e 14 c) 3h e 12 d) 6h e 18 e) 3h 30	0.5/ 0.2	0.98767	0.99503

Fonte: Siena.ulbra.br.

Na Figura 142 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 4.

Figura 142 – Acertos e erros do aluno 4 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas



Fonte: A pesquisa.

A partir da imagem se percebe que o estudo da Sequência Didática, auxiliou o aluno no desenvolvimento das questões relativas a Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, pois houve uma evolução no nível de acertos do aluno. Além de se observar que em 3 momentos do teste houve uma continuidade nos acertos das questões de nível difícil. Assim sendo, com o estudo do material disponibilizado, houve por parte do aluno uma compreensão dos conceitos sobre Derivadas – Regra da Cadeia, Derivadas Diretas, Produto e Quociente e, Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas. A partir dos resultados obtidos na repetição dos testes nota-se que houve um avanço na compreensão do aluno em relação aos conteúdos relacionados a Derivadas. Após a conclusão dos Testes Adaptativos, foram enviados os links das Sequências Didáticas e, solicitado um *feedback* referente ao conteúdo. O Feedback do aluno 4:

"_ *Os sites estão organizados de forma simples e clara e, me auxiliaram muito nas dúvidas referentes às Derivadas. Sempre tive dúvidas nestes conteúdos e a partir dos vídeos explicativos do material de estudos eu consegui compreender alguns conceitos que foram importantes para que eu conseguisse a aprovação.*

Vi um potencial no material de estudos que pode ser aproveitado nas aulas ou oficinas de cálculo, além disso apesar de não ter utilizado, eu gostei do *material desenvolvido para a Educação Básica, pois poderiam ser trabalhados já com os alunos ao longo do Ensino Fundamental e Ensino Médio.*

De forma geral, considero o material bem elaborado e desenvolvido não apenas para os testes que foram realizados, mas para ser utilizado realmente nas aulas da escola e inclusive nas aulas de cálculo.”

6.3.5 Análise do desempenho do participante 5

Esse participante foi aprovado em 3 dos 6 conceitos de forma direta, nos conceitos Derivadas Diretas, Produto e Quociente, Derivadas – Regra da Cadeia, e, Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, o aluno não obteve o desempenho mínimo para ser aprovado (assim como o participante 4). Assim, ofereceu-se a possibilidade de o aluno estudar a Sequência Didática do conteúdo para que, então, pudesse realizar novamente seus testes. Ao realizar novamente o Teste do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, após o estudo da Sequência Didática, o aluno 5 alcançou o desempenho mínimo para seguir ao próximo conceito, no conceito Derivada – Regra da cadeia. O aluno realizou o teste 2 vezes no mesmo dia, porém com um relativo intervalo de tempo e, o primeiro teste foi zerado. Deve-se observar na Figura 143, os horários em que os testes referentes as Resoluções de Problemas foram realizados, pois há um intervalo de praticamente um mês entre o primeiro e o segundo teste, e, no segundo teste ficou zerado o que indica que não houve o estudo da Sequência. Um dia depois, o aluno acessou novamente o teste e obteve o desempenho necessário para aprovação, assim deduz-se que houve o estudo das tarefas da Sequência Didática.

Figura 143 – Tabela de notas do aluno5

Matemática Básica – Aritmética	05.11.2020 21:22:55 true 0.994
Matemática Básica – Álgebra	05.11.2020 21:55:41 true 0.999
Matemática Básica – Funções	09.02.2021 19:36:51 true 0.991
Derivadas Diretas	19.02.2021 21:29:17 true 0.992 09.02.2021 19:57:51 false 0.059
Derivadas – Regra da Cadeia	23.02.2021 21:16:05 true 0.978 23.02.2021 18:58:19 false 0.000
Resolução de Problemas	17.03.2021 19:31:19 true 0.993 16.03.2021 19:57:11 false 0.000 24.02.2021 13:39:45 false 0.012

Fonte: http://siena.ulbra.br

A partir da tabela, verifica-se que o aluno 5 demonstrou dificuldades em todos os conceitos referentes as Derivadas. A seguir, na Figura 144, serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno não obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 144 – Teste em que o aluno 5 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

#	Resposta	Resposta correta	Tempo que (antes acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	0(a)	False	176	Qual é a função derivada de $g(x) = x + \frac{9}{x}$? a) $g'(x) = 1 + \frac{9}{x^2}$ b) $g'(x) = x - \frac{9}{x^2}$ c) $g'(x) = x + \frac{9}{x^2}$ d) $g'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$ XXX e) $g'(x) = x + \frac{9}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.1000	0.04000
1	1(b)	True	241	Qual é a função derivada de $y = \cos(x) + 8x$? a) $y' = sen(x) + 8x$ b) $y' = -sen(x) + 8$ XXX c) $y' = -sen(x) - 8$ d) $y' = -sen(x) + 16$ e) $y' = sen(x) + x$	0.3/ 0.2	0.04000	0.12727
2	3(d)	True	265	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = 5xe^x$. a) $\frac{dy}{dx} = 5xe^x + 5x^2e^x$ b) $\frac{dy}{dx} = 5e^x$ c) $\frac{dy}{dx} = -5e^x - 10xe^x$ d) $\frac{dy}{dx} = 5e^x + 5xe^x$ XXX e) $\frac{dy}{dx} = 10e^x$	0.4/ 0.2	0.12727	0.30435
3	1(b)	False	260	Qual é a derivada de:	0.5/ 0.2	0.30435	0.21472

				$$y = \frac{6+x}{3-x}$$ a) $y' = \frac{x+6}{9-6x+x^2}$ b) $y' = \frac{9}{9+x^2}$ c) $y' = \frac{3-x}{9-6x+x^2}$ d) $y' = \frac{9}{9-6x+x^2}$ XXX e) $y' = \frac{9}{9-x^2}$			
4	1(b)	False	257	Qual é a derivada de: $f(x) = 2x^4 \cdot \cos(x)$? a) $f'(x) = 8x^3 \cdot \cos(x) - 2x^4 \cdot sen\ x$ XXX b) $f'(x) = 2x^3 \cdot \cos(x) - 2x^4 \cdot sen\ x$ c) $f'(x) = 2x^3 \cdot \cos(x) + 2x^4 \cdot sen\ x$ d) $f'(x) = 8x^3 \cdot \cos(x) + 2x^4 \cdot sen\ x$ e)$f'(x) = -8x^3 \cdot \cos(x) + 2x^4 \cdot sen\ x$	0.4/ 0.2	0.21472	0.12027
5	2(c)	True	260	Qual é a derivada de $f(x) = 3\ sen\ x$ no ponto $x = \pi$? a) 3 b) π c) -3 XXX d) 1 e) 0	0.3/ 0.2	0.12027	0.32365
6	0(a)	False	262	Qual é a derivada de: $f(x) = x^3(2x+7)$? a) $f'(x) = 6x^3 + 21x^2$ b) $f'(x) = 2x^4 + 7x^3$ c) $f'(x) = 6x^3$ d) $f'(x) = 3x^2 + 2$ e) $f'(x) = 8x^3 + 21x^2$ XXX	0.4/ 0.2	0.32365	0.19307
7	3(d)	False	243	Qual é a função derivada de $y = \sqrt{x} - 6x^3$? a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 6x^2$ b) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 18x^2$ XXX c) $y' = 2\sqrt{x} - 18x^2$ d) $y' = \frac{2}{\sqrt{x}} - 18x^2$ e) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^3}} - 6x^2$	0.3/ 0.2	0.19307	0.08233
8	0(a)	True	284	Qual é a função derivada de $y = x - \frac{5}{x^2}$? a) $y' = 1 + \frac{10}{x^3}$ XXX b) $y' = x - \frac{10}{x^3}$ c) $y' = x + \frac{5}{x^2}$ d) $y' = 1 - \frac{5}{x^3}$ e) $y' = x + \frac{10}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.08233	0.23898
9	3(d)	False	272	Qual é a derivada de $f(x) = x^2\cos(x) - 9$? a) $f'(x) = -2x\ sen\ x$ b) $f'(x) = 2x\ cos\ x + x^2 senx$ c) $f'(x) = 2x\cos x - x^2 sen\ x$ XXX d) $f'(x) = -x^2\ sen\ x$ e) $f'(x) = 2x\ cos\ x - x\cos x$	0.4/ 0.2	0.23898	0.13571

10	1(b)	True	264	Qual é a função derivada de $y = -5\ln x + 7x$? a) $y' = -5x^{-2} + 7$ b) $y' = -\frac{5}{x} + 7$ XXX c) $y' = -5 + 7x$ d) $y' = -\frac{5}{x} + 7x$ e) $y' = -\frac{5}{x} + 7$	0.3/ 0.2	0.13571	0.35465
11	1(b)	False	286	Qual é a derivada de : $f(x) = 7x^3(\cos x)$? a) $f'(x) = 21x^2\cos x - 7x^3 sen\, x$ XX b) $f'(x) = 7x^2\cos x + 7x^3 sen\, x$ c) $f'(x) = -21x^2 sen\, x$ d) $f'(x) = 7x^2 sen\, x$ e) $f'(x) = 21x^2\cos x + 7x^3 sen\, x$	0.4/ 0.2	0.35465	0.21555
12	3(d)	False	287	Qual é a função derivada de $y = tg\, x + 3x^2$? a) $y' = tg\, x + 3x$ b) $y' = tg^2 x + 6x$ c) $y' = sec^2 x + 6x$ XXX d) $y' = sec^2 x + 3x$ e) $y' = -sec^2 x + 6x$	0.3/ 0.2	0.21555	0.09341
13	1(b)	True	281	Qual é a função derivada de $y = e^x + 6x^2$? a) $y' = e^x + 6x$ b) $y' = e^x + 12x$ XXX c) $y' = 3e^x + 6x$ d) $y' = e^x - 12x$ e) $y' = 2e^x - 6x$	0.3/ 0.2	0.09341	0.26505
14	2(c)	True	289	Qual é a derivada de: $y = \frac{6x^2}{e^x}$? a) $y' = \frac{6x\, e^x}{e^{2x}}$ b) $y' = \frac{12x}{e^x}$ c) $y' = \frac{12x\, e^x - 6x^2 e^x}{e^{2x}}$ XXX d) $y' = \frac{12x\, e^x + 6x^2 e^x}{e^{2x}}$ e) $y' = \frac{18x\, e^x}{e^{2x}}$	0.4/ 0.2	0.26505	0.51967
15	2(c)	True	295	Qual é a derivada de $y = \frac{5x^3+7}{9\, sen\, x}$? a) $y' = \frac{135x^2 sen\, x - 45x^3\cos x + 63\cos x}{81\, sen^2 x}$ b) $y' = \frac{135x^2 sen\, x - 45x^3\cos x - 63\cos x}{81\, sen^2 x}$ c) $y' = \frac{135x^2 sen\, x + 45x^3\cos x + 63\cos x}{81\, sen^2 x}$ XX d) $y' = \frac{45x^2 sen\, x - 45x^3\cos x - 7\cos x}{81\, sen^2 x}$ e) $y' = \frac{45x^2 sen\, x - 45x^3\cos x + 7\cos x}{81\, sen^2 x}$	0.5/ 0.2	0.51967	0.73008
16	2(c)	False	297	Qual é a derivada de $y = \frac{sen\, x}{3x}$? a) $y' = \frac{3x\cos x - 3\, sen\, x}{9x^2}$ b) $y' = \frac{3x\cos x - 3\cos x}{9x^2}$ XXX c) $y' = \frac{3x\cos x - 3\, sen\, x}{3x^2}$ d) $y' = \frac{3x\cos x + 3\, sen\, x}{9x^2}$	0.5/ 0.2	0.73008	0.62832

				e) $y' = \frac{x\cos x - 3\,sen\,x}{3x^2}$			
17	3(d)	False	288	Qual é a derivada de: $f(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}}$ a) $y' = \frac{9}{\sqrt[3]{x}}$ b) $y' = \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$ c) $y' = 6\sqrt[3]{x^2}$ d) $y' = \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$ e) $y' = -\frac{6}{\sqrt[3]{x^5}}$ XXX	0.4/ 0.2	0.62832	0.45807
18	3(d)	True	292	Qual é a derivada de $f(x) = -5\cos x + 4x^2$ no ponto $x = 0$? a) 8 b) 5 c) 1 d) -6 XXX e) 0	0.3/ 0.2	0.45807	0.74737
19	1(b)	False	282	Qual é o coeficiente angular da reta tangente da função $y = 4x^2 + 7x$? a) 8 XXX b) 6 c) 3 d) 0 e) 7	0.4/ 0.2	0.74737	0.59664

Fonte: siena.ulbra.br

A seguir, na Figura 145 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 5.

Figura 145 – Acertos e erros do aluno 5 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

Fonte: A pesquisa.

Conforme apresentado na imagem, percebe-se que o aluno alternou bastante acertos e erros. No gráfico, observa-se que ele acertou a maior parte das questões de nível fácil, contudo, houve o acerto de 2 questões de nível médio e 1 do nível difícil. Após a realização deste Teste adaptativo, foi viabilizada para o aluno a Sequência Didática para estudo. Na Figura 143 se depreende que o aluno demorou 10 dias para refazer o teste. Acredita-se que como a Sequência ficou disponível, ele estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste seguinte o aluno obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 146 serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 146 – Teste em que o aluno 5 obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	0(a)	True	61	Qual é o coeficiente angular da reta tangente da função $y = 4x^2 + 7x$? a) 8 XXX b) 6 c) 3 d) 0 e) 7	0.4/ 0.2	0.1000	0.25000
1	1(b)	False	274	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 9x^2)$ a) $\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 15x^2 + 18x)$ XXX b)$\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 9x^2) + (6x^2 + 18x)$ c) $\frac{dy}{dx} = (2x^3 + 9x^2) + (6x^2 + 18x)e^x$ d)$\frac{dy}{dx} = e^x(6x^2 + 18x)$ e) $\frac{dy}{dx} = e^x(2x^3 + 9x^2)$	0.5/ 0.2	0.25000	0.17241
2	2(c)	False	193	Qual é a derivada de: $f(x) = 2x^4 \cos x$? a) $f'(x) = 8x^3 \cos x\ - 2x^4\ sen\ x$ XX b) $f'(x) = 2x^3 \cos x\ - 2x^4\ sen\ x$ c) $f'(x) = 2x^3 \cos x\ + (-\ sen\ x)2x^4$ d) $f'(x) = 8x^3 \cos x\ + 2x^4\ sen\ x$ e) $f'(x) = -8x^3 \cos x\ + 2x^4\ sen\ x$	0.4/ 0.2	0.17241	0.09434
3	2(c)	True	267	Qual é a derivada de $y = \frac{x}{3} + 4x^3$? a) $y' = 3x + 12x^2$ b) $y' = \frac{x}{4} + 12x^2$ c) $y' = \frac{1}{3} + 12x^2$ XXX d) $y' = \frac{1}{3} + 4x^2$ e) $y' = \frac{x}{3} + 12x^2$	0.3/ 0.2	0.09434	0.26718
4	2(c)	False	176	Qual é a derivada de $f(x) = 5x\ sen\ (x) + 4x$?	0.4/ 0.2	0.26718	0.15419

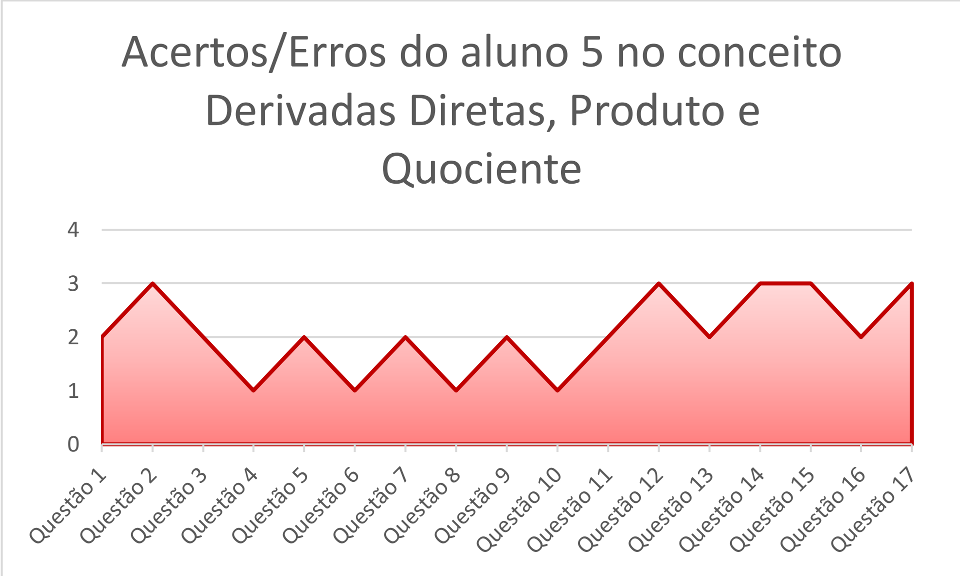
				a) $f'(x) = 5\,cos\,(x) + 4$ b) $f'(x) = 5sen\,x + 5xcos\,(x) + 4$ X c) $f'(x) = 5\,sen\,x + \,cos\,(x) + 4$ d)$f'(x) = 5\,sen\,x + \,5x\,cos\,(x) + 4x$ e) $f'(x) = 5\,cos\,x + 4x$			
5	3(d)	True	283	Qual é a função derivada de $y = \ln x - x + 5$? a) $y' = x^{-2} - 1$ b) $y' = \frac{1}{x} - 1 + 5$ c) $y' = \frac{1}{x} - x$ d) $y' = \frac{1}{x} - 1$ XXX e) $y' = -\frac{1}{x} - 1$	0.3/ 0.2	0.15419	0.38951
6	0(a)	False	198	Qual é a derivada de: $y = \frac{6x^2}{e^x}$? a) $y' = \frac{6x\,e^x}{e^{2x}}$ b) $y' = \frac{12x}{e^x}$ c) $y' = \frac{12x\,e^x - 6x^2e^x}{e^{2x}}$ XXX d) $y' = \frac{12x\,e^x + 6x^2e^x}{e^{2x}}$ e) $y' = \frac{18x\,e^x}{e^{2x}}$	0.4/ 0.2	0.38951	0.24186
7	0(a)	True	177	Qual é a função derivada de $y = x - \frac{5}{x^2}$? a) $y' = 1 + \frac{10}{x^3}$ XXX b) $y' = x - \frac{10}{x^3}$ c) $y' = x + \frac{5}{x^2}$ d) $y' = 1 - \frac{5}{x^3}$ e) $y' = x + \frac{10}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.24186	0.52753
8	0(a)	False	171	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = 5xe^x$. a) $\frac{dy}{dx} = 5xe^x + 5x^2e^x$ b) $\frac{dy}{dx} = 5e^x$ c) $\frac{dy}{dx} = -5e^x - 10xe^x$ d) $\frac{dy}{dx} = 5e^x + 5xe^x$ XXX e) $\frac{dy}{dx} = 10e^x$	0.4/ 0.2	0.52753	0.35826
9	1(b)	True	231	Qual é a função derivada de $y = e^x + 6x^2$? a) $y' = e^x + 6x$ b) $y' = e^x + 12x$ XXX c) $y' = 3e^x + 6x$ d) $y' = e^x - 12x$ e) $y' = 2e^x - 6x$	0.3/ 0.2	0.35826	0.66147
10	3(d)	True	12	Qual é a derivada de $f(x) = \frac{4x^3}{2x}$? a) $f'(x) = 2x$ b) $f'(x) = 16x$ c) $f'(x) = 2x^2$ d) $f'(x) = 4x$ e) $f'(x) = 8x^2$	0.4/ 0.2	0.66147	0.85427
11	4(e)	False	132	Qual é a derivada de $y = \frac{sen\,x}{3x}$?	0.5/ 0.2	0.85427	078557

				a) $y' = \frac{3x\cos x - 3\,sen\,x}{9x^2}$ b) $y' = \frac{3x\cos x - 3\cos x}{9x^2}$ XXX c) $y' = \frac{3x\cos x - 3\,sen\,x}{3x^2}$ d) $y' = \frac{3x\cos x + 3\,sen\,x}{9x^2}$ e) $y' = \frac{x\cos x - 3\,sen\,x}{3x^2}$			
12	1(b)	True	203	Qual é a derivada de: $f(x) = x^4 cotg\,x$? a) $f'(x) = x^4 cotg\,x - 4x^3 cossec^2 x$ b) $f'(x) = 4x^3 cotg\,x - x^4 cossec^2 x$ XXX c) $f'(x) = -4x^3 cossec^2 x$ d) $f'(x) = 4x cotg\,x - x^4 cossec\,x$ e) $f'(x) = -4x\,cossec\,x$	0.4/ 0.2	0.78557	0.91660
13	1(b)	True	146	Qual é a derivada de: $y = \frac{7x^2+5}{9x}$ a) $y' = \frac{126x^2-45}{81x^2}$ b) $y' = \frac{63x^2-45}{81x^2}$ XXX c) $y' = \frac{63x^2+45}{81x^2}$ d) $y' = \frac{126x^2+45}{81x^2}$ e) $y' = \frac{63x^2-45}{9x^2}$	0.5/ 0.2	0.91660	0.96488
14	1(b)	False	59	Qual é a derivada de $y = \frac{5x^3+7}{9\,sen\,x}$? a) $y' = \frac{135x^2 sen\,x - 45x^3\cos x + 63\cos x}{81\,sen^2 x}$ b) $y' = \frac{135x^2 sen\,x - 45x^3\cos x - 63\cos x}{81\,sen^2 x}$ c) $y' = \frac{135x^2 sen\,x + 45x^3\cos x + 63\cos x}{81\,sen^2 x}$ XX d) $y' = \frac{45x^2 sen\,x - 45x^3\cos x - 7\cos x}{81\,sen^2 x}$ e) $y' = \frac{45x^2 sen\,x - 45x^3\cos x + 7\cos x}{81\,sen^2 x}$	0.5/ 0.2	0.96488	0.94497
15	2(c)	True	230	Qual é a derivada de $f(x) = 8xe^x$? a) $f'(x) = 8e^x + x\,e^x$ b) $f'(x) = 8e^x + 8\,e^x$ c) $f'(x) = 8e^x + 8x\,e^x$ XXX d) $f'(x) = 8xe^x + x\,e^{8x}$ e) $f'(x) = 8xe^x + x^2\,e^x$	0.4/ 0.2	0.94497	0.98096
16	3(d)	True	156	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x^5}}{4x+7}$ a) $\frac{dy}{dx} = \frac{6-+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ b) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^3}+\frac{35}{2}\sqrt{x}}{16x^2+49}$ c) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^5}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+49}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^5}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ XXX e) $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^3-4\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$	0.5/ 0.2	0.98096	0.99230

Fonte: siena.ulbra.br

A seguir, na Figura 147 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 5.

Figura 147 – Acertos e erros do aluno 5 no teste em que obteve desempenho suficiente no Conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: A pesquisa.

Considerando a imagem acima, verifica-se que após o estudo da Sequência Didática, houve uma evolução em relação ao nível de acertos do aluno, todavia houve uma alternância entre os acertos e os erros, até a questão 10 o aluno não acertou, nenhuma das vezes, 2 questões diretas. Observa-se que o aluno demonstrou dificuldades nas questões de nível difícil, pois houve dois acertos. Nas questões de nível médio, obteve 4 acertos e, acertou 4 questões de nível fácil. A partir do gráfico, nota-se que o aluno errou 7 das 17 questões respondidas. Esse estudante também foi reprovado no teste seguinte, relativo ao conteúdo de Derivadas – Regra da Cadeia, o que indica que ele tem dificuldades relativas aos conceitos de Derivada. O resultado do novo teste realizado do conceito Derivadas – Regra da cadeia, será apresentado na Figura 148, e contata-se que nesse teste o aluno acertou apenas uma das questões, então, foi disponibilizada a Sequência Didática para estudo e ele repetiu o teste 3 horas após, obtendo aprovação.

Figura 148 – Teste em que o aluno 5 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas – Regra da cadeia

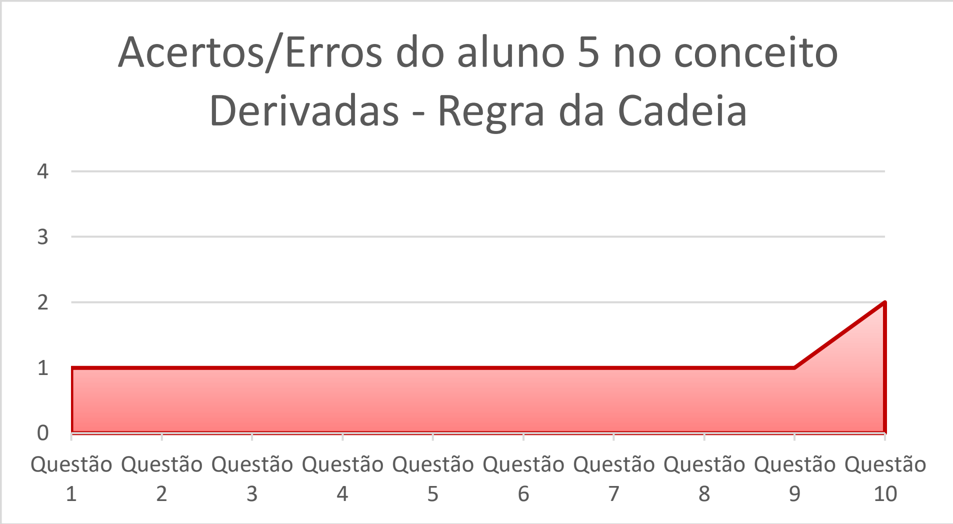
#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	0(a)	False	293	Marque a opção correta para $\frac{dy}{dx} = (2x+1)^6$: a) $\frac{dy}{dx} = 6(2x+1)^5$ b) $\frac{dy}{dx} = 12(2x+1)^5$ c) $\frac{dy}{dx} = 2(2x+1)^5$ d) $\frac{dy}{dx} = 10(2x+1)^5$ e) $\frac{dy}{dx} = 2(2x+1)^6$	0.3/ 0.2	0.1000	0.04000
1	3(d)	False	283	Marque a opção correta para $\frac{dy}{dx} = sen\ 4x + 3$: a) $\frac{dy}{dx} = \cos 4x + 3$ b) $\frac{dy}{dx} = \cos 16x$ c) $\frac{dy}{dx} = 4\cos 4x$ XXX d) $\frac{dy}{dx} = -\cos(16x)$ e) $\frac{dy}{dx} = -4\cos 4x$	0.3/ 0.2	0.04000	0.01538
2	0(a)	False	269	Marque a opção correta para $z = cotg(x) + 1$? a) $z' = cossec^2(8x) + 1$ b) $z' = cossec^2(-64x)$ c) $z' = -8\ cossec^2(8x)$ XXX d) $z' = -cossec^2(8x)$ e) $z' = -cosssec^2(64x)$	0.3/ 0.2	0.01538	0.00583
3	2(c)	False	292	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = e^{2x} - 3$ a) $f'(x) = 2e^{2x}$ XXX b) $f'(x) = 2e^{2x} - 3$ c) $f'(x) = e^{2x}$ d) $f'(x) = \frac{e^{2x}}{2}$ e) $f'(x) = 2e^{2x} - 3$	0.3/ 0.2	0.00583	0.00219
4	1(b)	False	297	Marque a opção correta para $\frac{dy}{dx} = (x^2+2)^5$: a) $\frac{dy}{dx} = 10x(x^2+2)^4$ XXX b) $\frac{dy}{dx} = 5(x^2+2)^4$ c) $\frac{dy}{dx} = 5(x^2+2)^6$ d) $\frac{dy}{dx} = 5(2x)^4$ e) $\frac{dy}{dx} = 5(x^2+2)^4 + 2x$	0.3/ 0.2	0.00219	0.00082
5	2(c)	False	299	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = e^{3x} - 7$ a) $f(x) = 3e^{3x}$XXX b) $f(x) = 3e^{3x} - 7$ c) $f(x) = e^{3x}$	0.3/ 0.2	0.00082	0.00031

				d) $f(x) = \frac{e^{3x}}{3} - 7$ e) $f(x) = e^{3x} - 7$			
6	1(b)	False	299	Qual é a derivada de $y = tg\ 3x - 2$ a) $y' = sec^2(3x)$ b) $y' = 9\ sec^2(3x)$ c) $y' = sec^2(9x)$ d) $y' = 3\ sec^2(3x)$ XXX e) $y' = 3\ sec^2(3x) - 2$	0.3/ 0.2	0.00031	0.00012
7	1(b)	False	298	Marque a opção correta para $z = cotg(2x) + 9$? a) $z' = -cossec^2(2x) + 9$ b) $z' = cossec^2(-4x)$ c) $z' = -cossec^2(2x)$ d) $z' = -cossec^2(4x)$ e) $z' = -2cosssec^2(2x)$ XXX	0.3/ 0.2	0.00012	0.00004
8	2(c)	True	297	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 4e^{-x}$ a) $f'(x) = 4e^{-x}$ b) $f'(x) = e^{-x}$ c) $f'(x) = -4e^{-x}$ XXX d) $f'(x) = -\frac{e^{-x}}{4}$ e) $f'(x) = -4e^{x}$	0.3/ 0.2	0.0004	0.00015
9	1(b)	False	196	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = 5\ sen\ (3x) - 7x$ a) $f'(x) = 15\ cos\ (3x) - 7$ XXX b) $f'(x) = 5\ cos\ (3x) - 7$ c) $f'(x) = -15\ cos\ (3x) - 7$ d) $f'(x) = -5\ cos\ (3x) - 7$ e) $f'(x) = 45\cos(x) - 7$	0.4/ 0.2	0.00015	0.00010

Fonte: siena.ulbra.br

Na Figura 149 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos errado do aluno 5.

Figura 149 – Acertos e erros do aluno 5 no teste em que não obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

De acordo com o apresentado na imagem, deduz-se que o aluno possui dificuldade nas questões, sendo que acertou apenas 1 questão de nível fácil das 10 questões respondidas. Após a realização do primeiro Teste adaptativo, proporcionou-se a Sequência Didática para estudo, conforme se constata houve um intervalo de 3 horas entre a realização dos testes, um indicativo que o aluno abriu a Sequência Didática, estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste seguinte o aluno obteve o desempenho satisfatório.

Na Figura 150 serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas – Regra da Cadeia, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 150 – Teste em que o aluno 5 obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas – Regra da cadeia

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	1(b)	False	233	Indique qual alternativa que representa a derivada da função. $f(x) = 4\,tg(2x) - x$ a) $f'(x) = 4\,sec^2(2x) - 1$ b) $f'(x) = -4\,sec^2(2x) - 1$ c) $f'(x) = -8\,sec^2(2x) - 1$ d) $f'(x) = 8\,sec^2(2x) - 1$ XXX e) $f'(x) = 16\,sec^2(2x) - 1$	0.4/ 0.2	0.1000	0.05263
1	1(b)	True	234	Indique qual alternativa representa a derivada da função $f(x) = e^{4x} - x$ a) $f'(x) = 4e^{4x} - x$	0.3/ 0.2	0.06263	0.16279

				b) $f'(x) = 4e^{4x} - 1$ XXX c) $f'(x) = e^{4x} - 1$ d) $f'(x) = \frac{e^{4x}}{4} - 1$ e) $f'(x) = -e^{4x}$			
2	2(c)	False	24	Qual é a derivada da função $y = (5x^4 + 2x)^3$? a) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2$ b) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2(20x^3 + 2)$ XXX c) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2 + (20x^3 + 2)$ d) $y' = 3(5x^4 + 2x)^2(20x^4 + 2x)$ e) $y' = (15x^4 + 6x)^2(20x^3 + 2)$	0.4/ 0.2	0.16279	0.08861
3	4(e)	True	239	Marque a opção correta para $\frac{dy}{dx} = (x^3 + 4)^6$? a) $\frac{dy}{dx} = 6(x^3 + 4)^5$ b) $\frac{dy}{dx} = 6x^2(x^3 + 4)^5$ c) $\frac{dy}{dx} = 72x^2(x^3 + 4)^5$ d) $\frac{dy}{dx} = 6(3x^2)^5$ e) $\frac{dy}{dx} = 18x^2(x^3 + 4)^5$	0.3/ 0.2	0.08861	0.25389
4	1(b)	False	17	Qual é a derivada de $y = \sqrt{(5x+3)^3}$. a) $y' = \frac{15}{2}\sqrt{(5x+3)^3}$ b) $y' = \sqrt{(5x+3)}$ c) $y' = \frac{15}{2}\sqrt{(5x+3)}$ XXX d) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{(5x+3)}$ e) $y' = 5\sqrt{(5x+3)}$	0.4/ 0.2	0.25389	0.14540
5	3(d)	True	231	Qual é a derivada de: $y = tg\ 3x - 2$ a) $y' = sec^2(3x)$ b) $y' = 9sec^2(3x)$ c) $y' = sec^2(9x)$ d) $y' = 3sec^2(3x)$ XXX e) $y' = 3sec^2(3x) - 2$	0.3/ 0.2	0.14540	0.37323
6	0(a)	False	0	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = 3e^{x^2} + 5x$ a) $f'(x) = 3e^{x^2} + 5$ b) $f'(x) = 6e^{x^2} + 5$ c) $f'(x) = 6xe^{x^2} + 5$ XXX d) $f'(x) = \frac{3e^{x^2}}{2x} + 5$ e) $f'(x) = 6xe^{x^2}$	0.4/ 0.2	0.37323	0.22943
7	1(b)	False	255	Qual é a derivada de: $y = \cos 7x - 2$ a) $y' = -7\ sen(7x)$ XXX b) $y' = \ sen(-49x)$ c) $y' = 7\ sen(7x)$ d) $y' = -sen(7x)$ e) $y' = -sen(49x)$	0.3/ 0.2	0.22943	0.10044
8	4(e)	False	192	Indique qual alternativa que representa a derivada da função: $f(x) = e^{3x} + 5$ a) $f'(x) = 3e^{3x} + 5$ b) $f'(x) = 3e^{3x}$ XXX c) $f'(x) = e^{3x}$ d) $f'(x) = \frac{e^{3x}}{3}$	0.3/ 0.2	0.10044	0.04019

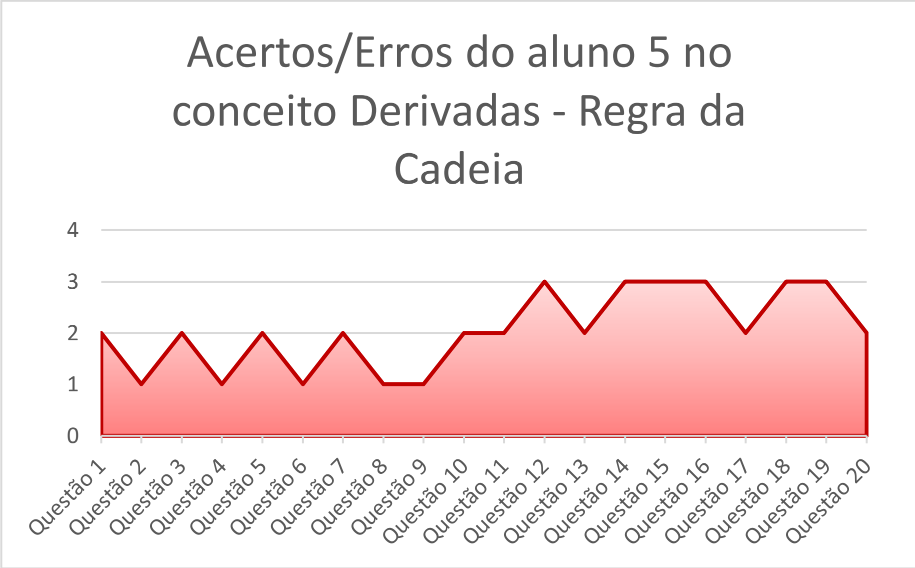
				e) $f'(x) = 3e^{3x} + 5$			
9	0(a)	True	106	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = e^{2x} - 3$ a) $f'(x) = 2e^{2x}$ XXX b) $f'(x) = 2e^{2x} - 3$ c) $f'(x) = e^{2x}$ d) $f'(x) = \frac{e^{2x}}{2}$ e) $f'(x) = 2e^{2x} - 3$	0.3/ 0.2	0.04019	0.12781
10	1(b)	True	239	Qual a derivada da função $y = (2x^4 + 7x^2)^6$ a) $y' = 6(8x^3 + 14x)^5$ b) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5(8x^3 + 14x)$X c) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5(8x^3 + 14x)$ d) $y' = 6(2x^4 + 7x^2)^5$ e) $y' = (12x^4 + 42x^2)^5(8x^3 + 14x)$	0.4/ 0.2	0.12781	0.30538
11	2(c)	False	273	Qual é a derivada de $y = \sqrt[3]{5x^2 - x + 4}$? a) $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ b) $y' = \frac{10x+1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ c) $y' = \frac{(10x-1)\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}{3}$ d) $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)^2}}$ e) $y' = \frac{10x+1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+4)}}$	0.5/ 0.2	0.30538	0.21555
12	4(e)	True	219	Qual é a derivada de: $\sqrt{x^2 + 1}$? a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x}}$ b) $y' = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 1}$ c) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$ d) $y' = x\sqrt{x^2 + 1}$ e) $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ XXX	0.4/ 0.2	0.21555	0.45185
13	2(c)	True	217	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \sqrt{sen\ 6x}$ a) $f'(x) = \frac{\cos 6x}{2\sqrt{sen\ 6x}}$ b) $f'(x) = 3\cos 6x\sqrt{sen\ 6x}$ c) $f'(x) = \frac{3\cos 6x}{\sqrt{sen\ 6x}}$ XXX d) $f'(x) = \frac{\cos 6x}{\sqrt{(sen\ 6x)^3}}$ e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{sen\ 6x}}$	0.5/ 0.2	0.45185	0.67329
14	2(c)	True	226	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^6$ a) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ b) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5\left(2x + \frac{2}{x}\right)$ c) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5\left(2x + \frac{2}{x^3}\right)$ XX d) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5\left(2x - \frac{1}{xx}\right)$ e) $f'(x) = 6\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5\left(2x - \frac{2}{x^3}\right)$	0.5/ 0.2	0.67329	0.83745

15	2(c)	False	225	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(y) = \frac{1}{\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^2}}$ a) $f'(y) = \frac{-8y+18}{3(2y^2-9y+8)}$ b) $f'(y) = \frac{(-8y+18)\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^2}}{3}$ c) $f'(y) = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ d) $f'(y) = \frac{4y-9}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ e) $f'(y) = \frac{-8y+18}{3\sqrt[3]{(2y^2-9y+8)^5}}$ XXX	0.5/ 0.2	0.83745	0.76303
16	4(e)	True	224	Qual é a derivada de $y = \sqrt{(3x-5)^3}$. a) $y' = 3\sqrt{(3x-5)^3}$ b) $y' = \frac{9}{2}\sqrt{(3x-5)}$ XXX c) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{3x-5}$ d) $y' = \frac{1}{2}\sqrt{(3x-5)}$ e) $y' = 2\sqrt{(3x-5)}$	0.4/ 0.2	0.76303	0.90619
17	0(a)	True	265	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+4}}$ a) $f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{(3x+4)^3}}$ XXX b) $f'(x) = -\frac{3}{2}\sqrt{(3x+4)^3}$ c) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{(3x+4)^3}}$ d) $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{(3x+4)^3}}$ e) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{(3x+4)^3}}$	0.5/ 0.2	0.90619	0.96024
18	0(a)	False	242	Indique qual alternativa que representa a derivada da função $f(x) = \sqrt{sen\ 7x}$ a) $f'(x) = \frac{\cos 7x}{\sqrt{sen\ 7x}}$ b) $f'(x) = \frac{7}{2}\cos 7x\ \sqrt{sen\ 7x}$ c) $f'(x) = \frac{7\ coz\ 7x}{1\sqrt{sen\ 7x}}$ XXX d) $f'(x) = \frac{7\cos 7x}{\sqrt{(sen\ 7x)^3}}$ e)$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{sen\ 7x}}$	0.5/ 0.2	0.96024	0.93786
19	1(b)	True	245	Indique a alternativa que representa a derivada de: $f(x) = 4\ tg\ (2x) - x$ a)$f'(x) = 4\ sec^2(x) - 1$ b) $f'(x) = -4\ sec^2(2x) - 1$ c) $f'(x) = -8\ sec^2(2x) - 1$ d) $f'(x) = 8sec^2(2x) - 1$ XXX e) $f'(x) = 16\ sec^2(2x)$	0.4/ 0.2	0.93786	0.97839

Fonte: Siena.ulbra.br.

Na Figura 151 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno

Figura 151 – Acertos e erros do aluno 5 no teste em que obteve desempenho suficiente no nodo Derivadas - Regra da cadeia



Fonte: A pesquisa.

A partir do gráfico é possível perceber que o aluno iniciou alternando acertos e erros, todavia a partir da questão 9 ele conseguiu avançar nos acertos, variando entre as questões de nível médio ou nível difícil. O estudante também foi reprovado no teste seguinte, relativo ao conteúdo de Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, o que indica que ele demonstra dificuldades relativas aos conceitos de Derivada. Será apresentado, aqui, o primeiro teste realizado uma vez que o segundo ficou zerado, e, o terceiro teste no qual o aluno foi aprovado. A seguir, na Figura 152, pode-se acompanhar o teste no qual o estudante 5 não obteve o desempenho satisfatório.

Figura 152 – Teste em que o aluno 5 não obteve o desempenho mínimo no conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	1(b)	False	289	Uma empresa possui seu lucro descrito pela seguinte função $L(x) = -x^2 + 16x - 42.$ Quantas peças devem ser vendidas por dia para que o lucro seja máximo? E qual é esse lucro máximo? a) 6 e lucro máximo de 18 b) 5 e lucro máximo de 13 c) 8 e lucro máximo de 22 XXX d) 16 e lucro máximo de 470 e) 10 e lucro máximo de 18	0.4/ 0.2	0.1000	0.05263

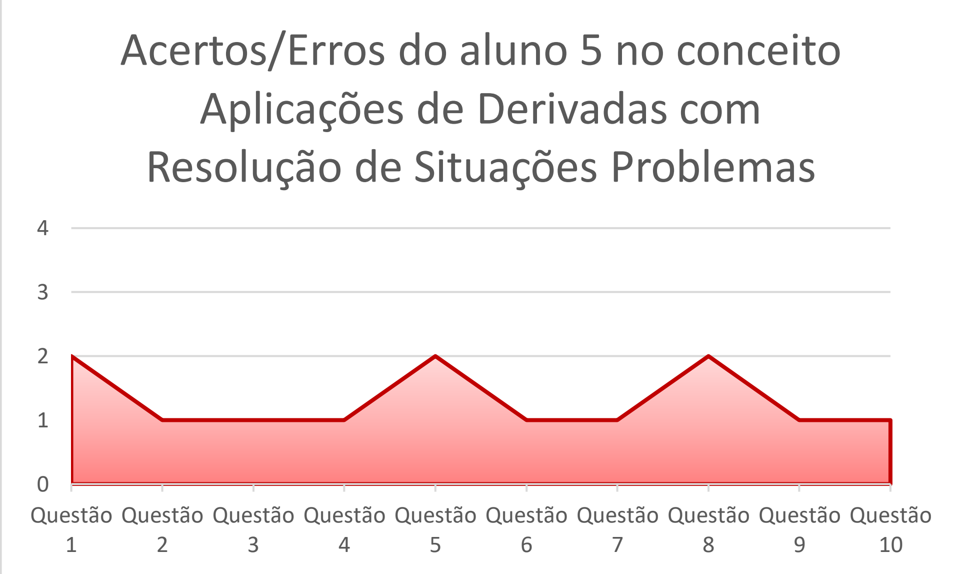
1	1(b)	False	298	Consideremos a função custo total $.C(x) = 0{,}02x^3 - 0{,}4x^2 + 400x + 200$. Determinar o custo marginal para produzir 20 unidades. a) 9784 b) 600 c) 580 d) 408 XXX e) 400	0.3/ 0.2	0.05263	0.02041
2	1(b)	False	297	Certa mangueira despeja água em um tanque. O volume V (litros) de água depositado no tanque, no instante t (minutos) é calculado pela função: $V(t) = 3t^3 + 4t$. Qual é a taxa de variação do volume de água em função do tempo no instante t = 5 minutos? a) 227 L/min b) 225 L/min c) 129 L/min d) 350 L/min e) 229 L/min XXX	0.3/ 0.2	0.02041	0.00775
3	0(a)	True	299	Uma partícula se move sobre uma trajetória segundo a equação $S(t) = t^2 + 2t - 3$, onde S é dado em metros e t em segundos. Qual é a velocidade no instante 2s. a) m/s XXX b) 5m/s c) 4m/s d) 9m/s e) 3m/s	0.3/ 0.2	0.00775	0.02662
4	0(a)	False	294	Um fabricante de pequenos motores estima que o custo da produção de x motores por dia é dado por $C(x) = 100 + 50x + \left(\frac{100}{x}\right)$. Qual é o custo marginal para produção de 5 motores? a) R$ 130,00 b) R$ 46,00 XXX c) R$ 72,00 d) R$ 2550,00 e) R$ 550,00	0.4/ 0.2	0.02662	0.01349
5	2(c)	False	296	Sabe-se que a metade dos produtos exportados pelo Brasil vem dos recursos naturais. A derivada primeira da função $E(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5x - 4$, para $x = 2$, equivale à porcentagem dos produtos primários (café, minério de ferro, etc.). Qual é essa porcentagem (taxa)? a) 26 % b) 30 % c) 47 % d) 41 % XXX e) 15 %	0.3/ 0.2	0.01349	0.00510
6	2(c)	True	286	Dada a função receita $R(x) = -2x^2 + 1000x$, em reais,	0.3/ 0.2	0.00510	0.01763

				obtenha a receita marginal no ponto $x = 50$. a) R$ 45 000,00 b) R$ 47 500,00 c) R$ 800,00 XXX d) R$ 1 000,00 e) R$ 900,00			
7	0(a)	False	298	Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água no reservatório, em litros, t horas após o escoamento ter começado é dada por $V = 50(80 - t)^2$. Determine a taxa de variação do volume de água no reservatório durante as 10 primeiras horas de escoamento. a) 245 000 L/hora b) -3500 L/hora c) -7000 L/hora XXX d) -5000 L/hora e) -10 000 L/hora	0.4/ 0.2	0.01763	0.00889
8	2(c)	False	280	Uma empresa possui uma função custo total de certo produto como: $C_t(x) = 4x^3 + 2x - 5$. Qual é o custo marginal para produzir 11 unidades deste produto? a) R$ 1 454,00 XXX b) R$ 1 452,00 c) R$ 1 650,00 d) R$ 5 341,00 e) R$ 4 780,00	0.3/ 0.2	0.00889	0.00335
9	0(a)	True	298	O produto nacional bruto de um certo país era de $N(t) = t^2 + 5t + 100$ bilhões de dólares t anos após 2000. Qual era a taxa de variação do produto nacional bruto, em 2005? a) 15 bilhões de dólares/ano XXX b) 150 bilhões de dólares/ano c) 35 bilhões de dólares/ano d) 4015 bilhões de dólares/ano e) 10 bilhões de dólares/ano	0.3/ 0.2	0.00335	0.01164

Fonte: Siena.ulbra.br.

Na Figura 153 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 5.

Figura 153 – Acertos e erros do aluno 5 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas



Fonte: A pesquisa.

De acordo com o apresentado na imagem, infere-se que o aluno demonstrou dificuldade nas questões. No gráfico, isso fica claro, pois o aluno obteve apenas 2 acertos nas questões de nível fácil e nenhum acerto em questões de nível médio ou difícil. Após a realização desse Teste adaptativo, foi disponibilizada a Sequência Didática para estudo. Na Figura 143, verifica-se que o aluno demorou 1 mês para refazer o teste. Acredita-se que como a Sequência esteve disponível, ele estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste seguinte o aluno obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 154 serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 154 – Teste em que o aluno 5 obteve o desempenho mínimo no conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	4(e)	True	205	Suponhamos que $C(x)$ seja o custo total de fabricação de x pares de calçados da marca WW dado pela equação $C(x) = 110 + 4x + 0.02x^2$. Determinar o custo marginal quando $x = 50$. a) 5	0.3/ 0.2	0.1000	0.28000

				b) 360 c) 214 d) 2 e) 6 XXX			
1	2(c)	True	113	Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água no reservatório, em litros, t horas após o escoamento ter começado é dada por $V = 50 * 80 - t)^2$. Determine a taxa de variação do volume de água no reservatório durante as 10 primeiras horas de escoamento. a) 245 000 L/hora b) 3500 L/hora c) 7000 L/hora XXX d) 5000 L/hora e) 10 000 L/hora	0.4/ 0.2	0.28000	0.53846
2	2(c)	True	111	O gerente de uma fábrica de calçados determina que t meses após o início de uma campanha publicitária S(t) centenas de pares serão vendidos, onde: $$S(t) = \frac{3}{t+2} - \frac{12}{(t+2)^2} + 5$$ Em que mês o número de pares vendidos será máximo? a) No 5º mês. b) No 18º mês. c) No 6º mês. XXX d) No 8º mês. e) No 3º mês.	0.5/ 0.2	0.53846	0.74468
3	3(d)	True	258	Uma obra de arte comprada em 1998 por U$ 100 000,00 é estimada em $v(t) = 100\ 000e^{\frac{t}{5}}$ dólares após t anos. Com qual taxa o valor da obra de arte estará se valorizando em 2013? a) U$ 2 008 553,69 por ano b) U$ 10 042 768,46 por ano c) U$ 657 834,78 por ano d) U$ 401 710,74 por ano XXX e) U$ 1,307 x 1010 por ano	0.5/ 0.2	0.74468	0.87940
4	2(c)	False	204	Após várias horas de experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias, varia de acordo com a função $y = 12x - 2x^2$, em que x é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão desse antibiótico. Qual o tempo necessário para atingir o nível máximo de concentração desse antibiótico no sangue dessas cobaias? Qual o nível máximo de concentração desse antibiótico? a) 3h e 18 XXX b) 6h e 14 c) 3h e 12 d) 6h e 18	0.5/ 0.2	0.87940	0.82006

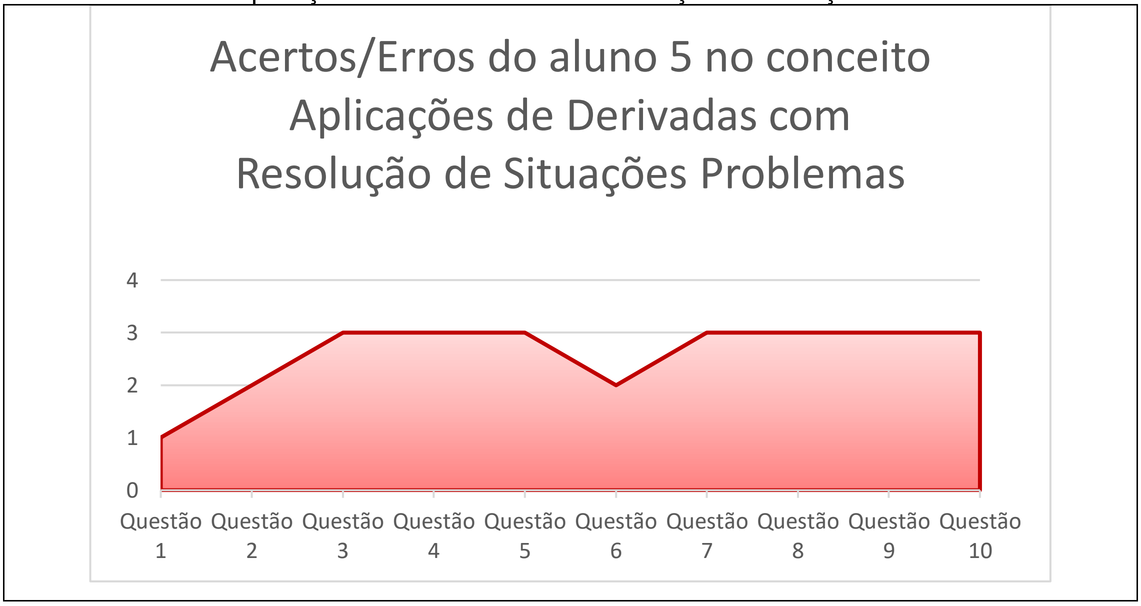
				e) 3h e 30			
5	0(a)	True	158	O custo diário de produção de uma indústria de tintas é dado pela função $C(x) = x^2 - 86x + 2500$, onde $C(x)$ é o custo em reais e x é o número de latas de tinta fabricadas diariamente. Quantas latas de tinta devem ser produzidas para que o custo seja mínimo? Qual é esse custo mínimo? a) 43 latas e R$ 651,00 XXX b) 86 latas e R$ 2 500,00 c) 43 latas e R$ 3151,00 d) 35 latas e R$ 715,00 e) 50 latas e R$ 700,00	0.4/ 0.2	0.82006	0.93184
6	3(d)	True	142	A posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma reta coordenada é dada por $S = \sqrt{2t^2 + 1}$, com s em metros e t em segundos. Determine a velocidade da partícula para t = 2s. a) 3 m/s b) 0,166 m/s c) 1,33 m/s XXX d) 0,33 m/s e) 1,5 m/s	0.5/ 0.2	0.93184	0.97157
7	4(e)	True	162	Uma loja de artigos para cozinha verifica que o custo de fabricação e embalagem de x moinhos de pimenta por dia é $500 + 0{,}02x + 0{,}001x^2$. Se cada moinho é vendido por R$ 8,00 determine a produção que maximiza o lucro. Dica:$L(x) = R(x) - C(x)$, send $R(x) = valor\ x\ quantidade$. a) 1 000 unidades b) 7 980 unidades c) 4 000 unidades d) 4 590 unidades e) 3 990 unidades XXX	0.5/ 0.2	0.97157	0.98843
8	4(e)	True	208	A equação de oferta para certo produto é $x = 1000\sqrt[3]{3p^2 + 20p}$, onde x unidades são oferecidas por mês quando p for o preço unitário. Ache a taxa de variação na oferta se o preço corrente for de R$ 20,00 por unidade. a) 40 000 unidades/mês b) 2400 unidades/mês c) 1000 unidades/mês d) 1525 unidades/mês e) 1750 unidades/mês XXX	0.5/ 0.2	0.98843	0.99534
9	2(c)	False	223	Um epidemiologista determina que uma certa doença se dissemina de tal forma que, t semanas após o início de um surto, N centenas de novos casos são observados, onde $N(t) = \frac{5t}{12 + t^2}$	0.5/ 0.2	0.99534	0.99257

				Em que semana o número de casos da doença é máximo? a) 2 semanas b) 3,5 semanas XXX c) 5 semanas d) 10 semanas e) 3 semanas			

Fonte: Siena.ulbra.br.

Na Figura 155 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos errado do aluno 5.

Figura 155 – Acertos e erros do aluno 5 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas



Fonte: A pesquisa.

A partir da imagem, percebe-se que o estudo da Sequência Didática, auxiliou o aluno no desenvolvimento das questões relativas a Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, pois houve uma evolução em relação ao nível de acertos do aluno. Além de se observar que em 2 momentos do teste houve uma continuidade nos acertos das questões de nível difícil. Assim sendo, com o estudo do material disponibilizado, houve, por parte, do aluno uma compreensão dos conceitos sobre Derivadas – Regra da Cadeia, Derivadas Diretas, Produto e Quociente e, Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas. A partir dos resultados obtidos na repetição dos testes se verifica que houve um avanço na compreensão em relação aos conteúdos relacionados a Derivadas. Após a conclusão de todos os Testes Adaptativos, foram enviados os links das Sequências Didáticas e, solicitou-se um *feedback* referente ao conteúdo. O feedback do aluno 5 foi:

“_*Os materiais estão organizados de forma bem explicita e sem muita poluição de informações aos redores. Gostei da forma em que os conteúdos são abordados, pois além do site ser intuitivo e direcionar o estudo, se tem a opção de ler o material com as explicações, ouvir a explicação do material e ainda ouvir um outro professor explicando diferentes questões.*

Os vídeos não eram longos e não ficavam “enrolando”, era bem direcionado a explicação do conteúdo e a aplicação dos exercícios. Sobre os conteúdos apresentados, considero os materiais de fácil aprendizado, focando nos pontos principais com anotações em algumas observações.”

6.3.6 Análise do desempenho do participante 6

De acordo com o que foi apresentado na Figura 103, o aluno 6 obteve aprovação direta em todos os conceitos. Destaca-se que o aluno é engenheiro e discente do curso de Matemática-Licenciatura. Ao ser questionado pelo interesse em participar da pesquisa o mesmo afirmou que gostaria de testar seus conhecimentos e aprender mais para sua profissão de docente. Esse aluno solicitou o envio dos materiais desenvolvidos na Sequência Didática para que o mesmo aprofundasse o estudar sobre o que foi desenvolvido e disse que tem facilidade para resolver os problemas, contudo sente falta de uma didática melhor para o ensino-aprendizagem, e por esse motivo está cursando a licenciatura. Foi solicitado um *feedback* sobre o material que lhe foi enviado e o retorno foi o seguinte:

“_*Gostei dos materiais, por ter um documento em PDF, um vídeo explicativo e um vídeo diferente disponível no youtube. Certamente irei aproveitar nas minhas futuras aulas, parabéns.”*

6.3.7 Análise do desempenho do participante 7

Esse participante foi aprovado em 3 dos 6 conceitos de forma direta, nos conceitos Matemática Básica – Funções, Derivadas Diretas, Produto e Quociente, e, Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, o aluno não obteve o desempenho mínimo para ser aprovado. Assim, facultou-se a possibilidade de o aluno estudar a Sequência Didática do conteúdo para que, então, realizasse novamente seus testes. Ao realizar novamente o Teste do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, após o estudo da Sequência Didática, o aluno 5 alcançou o desempenho mínimo para seguir ao próximo conceito, no conceito Derivada – Regra da cadeia, o aluno realizou o teste 2 vezes, no mesmo dia, porém com um relativo intervalo de tempo e, o primeiro teste foi zerado. Deve-se observar na Figura 156, os horários em que os testes referentes as Resoluções de Problemas foram realizados, pois há um intervalo de praticamente um mês entre o primeiro e o segundo teste, e o segundo teste ficou zerado o que indica que não houve o estudo da Sequência. Um dia depois, o aluno acessou novamente o teste e obteve o desempenho necessário para aprovação. Assim, pode-se acreditar que houve o estudo das tarefas da Sequência Didática.

Figura 156 – Tabela de notas do aluno7

Matemática Básica – Aritmética	28.10.2020 15:27:56	true	0.991
Matemática Básica – Álgebra	28.10.2020 15:39:09	true	0.613
Matemática Básica – Funções	28.10.2020 18:32:51	true	0.953
	28.10.2020 16:56:11	false	0.405
Derivadas Diretas	05.11.2020 15:24:37	true	0.945
	28.10.2020 18:52:27	false	0.059
Derivadas – Regra da Cadeia	11.11.2020 18:22:20	true	0.957
Resolução de Problemas	11.11.2020 19:02:40	true	0.964

Fonte: http://siena.ulbra.br

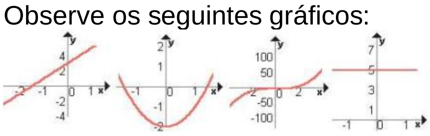
A partir dessa tabela, nota-se que o aluno 7 apresentou dificuldades nos conceitos de Matemática Básica, pois apesar de sua aprovação em Álgebra se percebe que sua nota foi próxima a média. Além disso, o aluno precisou repetir o teste de Matemática Básica-Funções e, posteriormente repetiu o teste de Derivadas Diretas, Produto e Quociente. A seguir, na Figura 157, serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno não obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 157 – Teste em que o aluno 7 não obteve o desempenho mínimo no conceito Matemática Básica - Funções

0	0(a)	False	176	Um vendedor de livros consegue vender em um dia o total de R$3428,00, se tiver uma despesa de R$ 2830, qual será o seu lucro? a) 534 reais b) 565 reais c) 598 reais XXX d) 574 reais e) 602 reais	0.3/ 0.2	0.1000	0.04000
1	1(b)	True	241	Qual a expressão que representa o seguinte problema: o total em reais de Bruna sendo que ela tem x	0.3/ 0.2	0.04000	0.12727

				moedas de R$ 0,25, y moedas de R$ 0,05 e z moedas de R$ 1,00? a) $T = 0{,}25x - 0{,}05y + z$ b) $T = 0{,}25x + 0{,}05y + z$ XXX c) $T = 0{,}25x + 0{,}05y - z$ d) $T = 0{,}25x - 0{,}05y - z$ e) $T = 0{,}25x - 0{,}05z + y$			
2	3(d)	True	265	O preço de venda de um livro é de R$ 25,00 a unidade. Sabendo que o custo de cada livro corresponde a um valor fixo de R$ 4,00 mais R$ 6,00 por unidade, construa uma função capaz de determinar o lucro líquido (valor descontado das despesas) na venda de x livros, e o lucro obtido na venda de 500 livros. a)$L(x) = 2x - 10, L(500) = R\$12\ 490{,}00$ b)$L(x) = 19x - 4, L(500) = R\$9\ 500{,}00$ c)$L(x) = 21x - 6, L(500) = R\$10\ 494{,}00$ d)$L(x) = 19x - 40, L(500) = R\$9\ 496{,}00$ XXX e)$L(x) = 25x - 6, L(500) = R\$12\ 494{,}00$	0.4/ 0.2	0.12727	0.30435
3	1(b)	False	260	Para produzir um objeto, um artesão gasta R$ 1,20 por unidade. Além disso, ele tem uma despesa fixa de R$ 123,50. Independentemente da quantidade de objetos produzidos. O preço de venda é de R$ 2,50 por unidade. O número mínimo de objetos que o artesão deve vender, para que recupere o capital empregado na produção dos mesmos, é: a) 95 unidades XXX b) 33 unidades c) 70 unidades d) 100 unidades e) 55 unidades	0.5/ 0.2	0.30435	0.21472
4	1(b)	False	257	O saldo de uma conta bancária é dado por $S = t^2 - 11t + 24$, onde S é o saldo em reais e t é o tempo em dias. Qual é o valor do saldo mínimo? E em que dias ocorrerá? a) Saldo mínimo: R$ 6,25, durante o 6º dia. b) Saldo mínimo: R$ 6,25, durante o 4º dia. c) Saldo mínimo: R$ 6,25, durante o 5º dia XXX d) Saldo mínimo: R$ 5,50, durante o 6º dia. e) Saldo mínimo: R$ 5,50, durante o 5º dia.	0.4/ 0.2	0.21472	0.12027
5	2(c)	True	260	Dada a função de primeiro grau $f(x) = 2x + 3$, qual é o valor de $f(10)$?	0.3/ 0.2	0.12027	0.32365

				a) 10 b) 13 c) 23 XXX d) 30 e) -23			
6	0(a)	False	262	Um motorista de táxi cobra R$ 3,50 de bandeirada (valor fixo) mais R$ 0,70 por quilômetro rodado (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros. a) R$ 23,00 b) R$ 63,70 c) R$ 16,10 XXX d) R$ 4,20 e) R$ 22,20	0.4/ 0.2	0.32365	0.19307
7	3(d)	False	243	Na revelação de um filme, uma óptica calcula o preço a ser cobrado usando a fórmula $P = 12{,}00 + 0{,}65n$ onde P é o preço, em reais, a ser cobrado e n o número de fotos reveladas do filme. Se paguei a quantia de R$ 33,45 pela revelação, qual o total de fotos reveladas? a) 30 fotos b) 20 fotos c) 10 fotos d) 15 fotos e) 33 fotos XXX	0.3/ 0.2	0.19307	0.08233
8	0(a)	True	284	Em 1998, um paciente pagou R$ 300,00 por um dia em um quarto de hospital semiprivativo e R$1.500,00 por uma operação de apêndice. Expresse o total pago pela cirurgia como função do número de dias em que o paciente ficou internado. a) $f(x) = 1\ 500 + 300x$ XXX b) $300x + 1500x$ c) $300 + 1500x$ d) $1800x$ e) $1500x += 300y$	0.3/ 0.2	0.08233	0.23898
9	3(d)	False	272	Um grupo de estudantes dedicado à confecção de produtos de artesanato gasta R$ 15,00 em material, por unidade produzida, e, além disso, tem um gasto fixo de R$ 600,00. Cada unidade será vendida por R$ 85,00. Quantas unidades terão de vender para obterem em lucro de R$ 800,00? a) 7 b) 10 c) 12 d) 15 e) 20 XXX	0.4/ 0.2	0.23898	0.13571
10	1(b)	True	264	Dada a função de primeiro grau $f(x) = -3x + 18$, qual é o valor de $f(x)$ quando $x = 6$? a) -18 b) 0 XXX	0.3/ 0.2	0.13571	0.35465

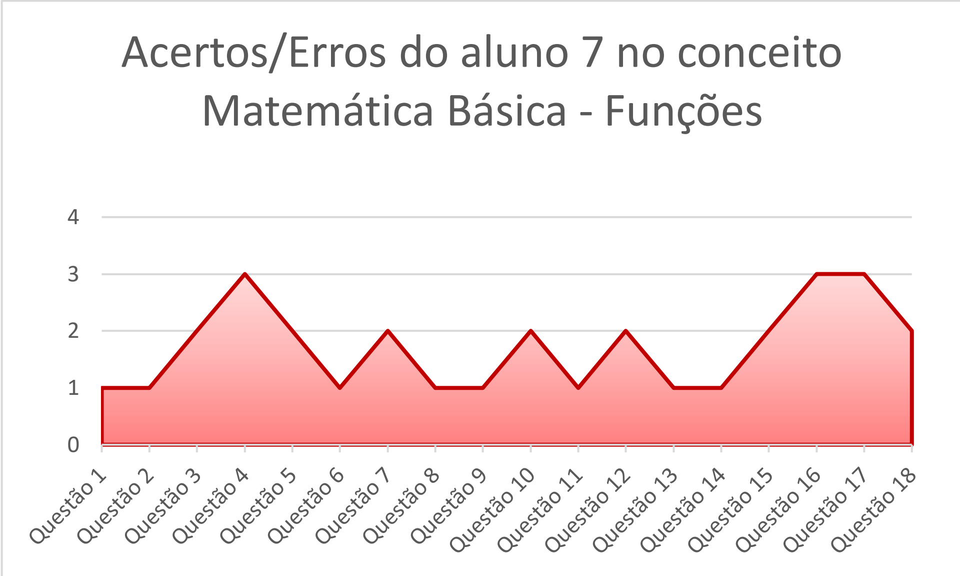
				c) 4 d) -4 e) 18			
11	1(b)	False	286	O salário de um vendedor é composto de uma parte fixa no valor de R$ 800,00, mais uma parte variável de 12% sobre o valor de suas vendas no mês. Caso ele consiga vender R$ 45 000,00, qual será o valor de seu salário? a) R$ 6 200,00 XXX b) R$ 4 500,00 c) R$ 5 300,00 d) R$ 6 800,00 e) R$ 3 860,00	0.4/ 0.2	0.35465	0.21555
12	3(d)	False	287	Complete: Uma função liga um ___ (conjunto de valores de entrada) a um conjunto chamado ____ (conjunto de valores de saída) de tal forma que a cada elemento do ___ está associado exatamente um elemento do ___. Além disso, o ___ é um subconjunto do ___. a) domínio, contradomínio, domínio, contradomínio, conjunto imagem e contradomínio. XXX b) domínio, contradomínio, domínio, contradomínio, conjunto imagem e domínio. c) contradomínio, domínio, contradomínio, domínio, conjunto imagem e contradomínio. d) contradomínio, domínio, contradomínio, domínio, conjunto imagem e domínio e) domínio, contradomínio, domínio, contradomínio, conjunto domínio e contradomínio.	0.3/ 0.2	0.21555	0.09341
13	3(d)	True	281	Qual é o coeficiente angular (taxa de variação) da função de 1º grau $f(x) = 9x - 27$? a) 27 b) 0 c) 3 d) 9 XXX e) 27	0.3/ 0.2	0.09341	0.26505
14	2(c)	True	289	Observe os seguintes gráficos:  Estes gráficos correspondem, respectivamente, a quais funções? 1) quadrática, 3º grau, linear e constante. 2) linear, 3º grau, quadrática e constante. 3) constante, quadrática, exponencial e linear. 4) linear, quadrática, 3º grau e constante. XXX	0.4/ 0.2	0.26505	0.51967

				5) constante, exponencial, quadrática e linear.			
15	2(c)	True	295	A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produziu mil unidades de seu principal produto. A partir daí a produção anual passou a seguir a lei $y = 1000 \cdot (0{,}9)^x$. Em quantos anos a produção ficará em 810 unidades? a) 5 anos b) 3 anos c) 2 anos XXX d) 9 anos e) 1 ano	0.5/ 0.2	0.51967	0.73008
16	2(c)	False	297	(Vunesp) Uma substância se decompõe aproximadamente segundo a lei $Q(t) = k \cdot 2^{-0{,}5t}$, em que K é uma constante, t indica o tempo (em minutos) e Q(t) indica a quantidade de substância (em gramas) no instante t. Sabendo que a quantidade é de 2048g para o tempo inicial, ou seja, t = 0min, em quanto tempo a quantidade da substância será de 512 g? a) 2min b) 5min c) 2,5min d) 4min XXX e) 10min	0.5/ 0.2	0.73008	0.62832
17	3(d)	False	288	Sejam f e g funções em $\mathbb{R}$ por $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x - 3$. O valor de $g(f(3))$ é: a) -3 b) -4 c) 7XXX d) 4 e) 10	0.4/ 0.2	0.62832	0.40507

Fonte: siena.ulbra.br.

Na Figura 158 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos errado do aluno 7.

Figura 158 – Acertos e erros do aluno 7 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Matemática Básica - Funções



Fonte: A pesquisa.

A imagem mostra que o aluno oscilou entre acertos e erros, e, que na maioria das vezes seu acerto foi em questões de nível fácil. O aluno acertou 2 questões de nível médio, 1 questão de nível difícil e 5 questões de nível fácil. Após a realização do Teste adaptativo, foi disponibilizada a Sequência Didática para estudo e, após 2 horas, o aluno refez as questões e dessa vez foi aprovado. Acredita-se que como a Sequência estava disponível, ele estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste seguinte o aluno obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 159 serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Matemática Básica - Funções.

Figura 159 – Teste em que o aluno 7 obteve o desempenho mínimo no conceito Matemática Básica - Funções

#	Resposta	Resposta correta	Tempo que (antes acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	1(b)	True	285	No estoque inicial de uma loja, o número de casacos pretos era o triplo do número de casacos vermelhos. Foram vendidos 2 casacos vermelhos e 26 pretos, restando no estoque quantidades iguais de casacos de cada cor. O número total desses casacos no estoque inicial era? a) 36 b) 48 XXX c) 58	0.5/ 0.2	0.1000	0.21739

				d) 66 e) 68			
1	4(e)	False	285	Num determinado Estado, quando um veículo é rebocado por estacionar em local proibido, o motorista paga uma taxa fixa de R$ 76,88 e mais R$ 1,25 por dia de permanência no estacionamento da polícia. Se o valor pago foi de R$ 101,88, quantas horas o veículo ficou no estacionamento da polícia? a) 20 dias XXX b) 143 dias c) 50 dias d) 15 dias e) 25 dias	0.5/ 0.2	0,.2173 9	0.14793
2	1(b)	False	286	O preço de venda de um livro é de R$ 25,00 a unidade. Sabendo que o custo de cada livro corresponde a um valor fixo de R$ 4,00 mais R$ 6,00 por unidade, construa uma função capaz de determinar o lucro líquido (valor descontado das despesas) na venda de x livros, e o lucro obtido na venda de 500 livros. a)$L(x) = 2x - 10, L(500) = R\$12\ 490{,}00$ b)$L(x) = 19x - 4, L(500) = R\$9\ 500{,}00$ c)$L(x) = 21x - 6, L(500) = R\$10\ 494{,}00$ d)$L(x) = 19x - 40, L(500) = R\$9\ 496{,}00$ XXX e)$L(x) = 25x - 6, L(500) = R\$12\ 494{,}00$	0.4/ 0.2	0.14793	0.07987
3	0(a)	True	290	Qual é a raiz da função do 1º grau $f(x) = 5x + 15$? a) 3 XXX b) 0 c) 5 d) 15 e) -5	0.3/ 0.2	0.07987	0.23302
4	3(d)	True	279	Sejam f e g funções em $\mathbb{R}$ por $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x - 3$. O valor de $g(f(3))$ é: a) -3 b) -4 c) 7XXX d) 4 e) 10	0.4/ 0.2	0.23302	0.47684
5	0(a)	True	242	(UFRN) A Academia Fique em forma cobra uma taxa de inscrição de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 50,00. A academia Corpo e Saúde cobra uma taxa de inscrição de R$ 70,00 e uma mensalidade de R$ 55,00. Qual academia oferece menor custo para uma pessoa que pretende "malhar" durante um ano?	0.5/ 0.2	0.47684	0.69500

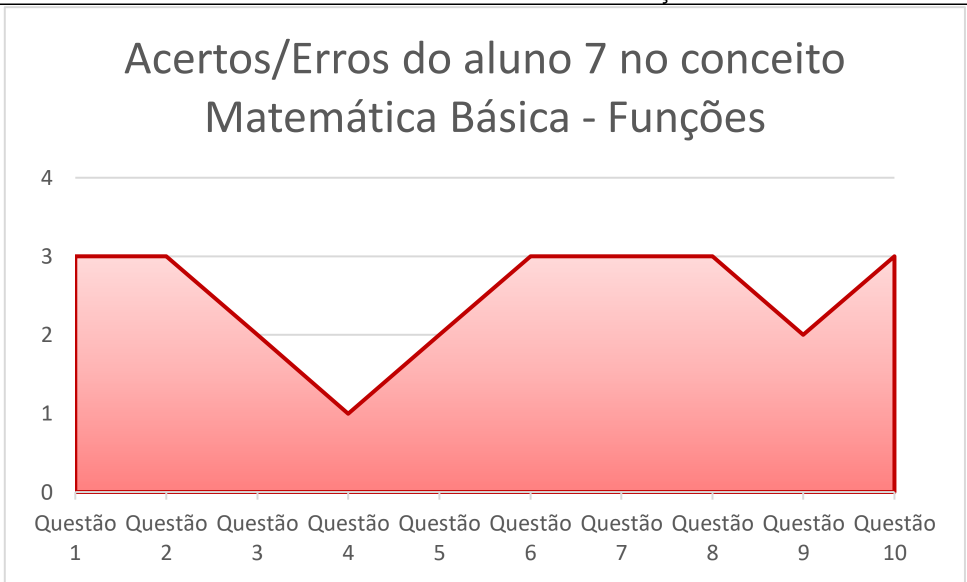
				a) A Academia Fique em Forma com o custo de R$ 690,00. XXX b) A Academia Corpo e Saúde com o custo de R$ 730,00. c) A Academia Fique em Forma com o custo de R$ 730,00. d) A Academia Corpo e Saúde com o custo de R$ 690,00. e) A Academia Fique em Forma com o custo de R$ 590,00.			
6	3(d)	True	41	(UESPI 2007) Um botânico, após registrar o crescimento diário de uma planta, verificou que o mesmo se dava de acordo com a função abaixo, com t representando o número de dias contados a partir do primeiro registro e f(t) a altura (em cm) da planta no dia t. Nessas condições, é correto afirmar que o tempo necessário para que essa planta atinja a altura de 88,18 centímetros é: $f(t) = 0{,}7 + 0{,}04 \cdot 3^{0{,}14t}$ a) 30 dias b) 40 dias c) 46 dias d) 50 dias XXX e) 55 dias	0.5/ 0.2	0.69500	0.85067
7	4(e)	False	38	(FMJ-SP) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200 \cdot 2^{0{,}04t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 19200 bactérias? a) 4 horas b) 10 horas XXX c) 14 horas d) 40 horas e) 12 horas	0.5/ 0.2	0.85067	0.78072
8	1(b)	True	268	Um fabricante usa como política de vendas, colocar seu produto ao início de janeiro ao preço p e aumentar mensalmente esse preço de R$ 3,00. Em 1 de setembro esse preço passou a R$ 54,00. Qual foi o preço inicial em janeiro? a) R$ 33,00 b) R$ 30,00 XXX c) R$ 40,00 d) R$ 27,00 e) R$ 33,00	0.4/ 0.2	0.78072	0.91439
9	2(c)	True	235	Andréia possuía R$ 600,00 para fazer uma cirurgia que tinha um custo total de R$ 3.000,00. No mês de outubro ela passou a economizar do seu salário R$ 200,00 que será utilizado para pagar esta cirurgia. Qual a função que relaciona o tempo, em meses, com a quantia	0.5/ 0.2	0.91439	0.95310

				em reais? Em quantos meses ela terá o montante necessário para realizar a cirurgia?
				b) $C(x) = 200 + 600x$, 4,7 meses;
				b) $C(x) = 700 + 200x$, 10 meses;
				c) $C(x) = 600 + 200x$, 12 meses;
				d) $C(x) = 600 + 600x$, 15 meses;
				e) $C(x) = 200 + 600x$, 12 meses;			

Fonte: Siena.ulbra.br.

Na Figura 160 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos erros do aluno 7.

Figura 160 – Acertos e erros do aluno 5 no teste em que obteve desempenho suficiente no conceito Matemática Básica - Funções



Fonte: A pesquisa.

No gráfico, é possível perceber que houve um avanço nos acertos do aluno, pois o mesmo acertou 4 questões de nível difícil, 2 de nível médio e 1 fácil. Esse estudante também foi reprovado no teste seguinte, relativo ao conteúdo de Derivada Diretas, Produto e Quociente. Ressalta-se que o estudante após a realização dos testes referentes a esse conceito, alcançou o desempenho necessário para aprovação nos próximos dois conceitos. Na Figura 161, pode-se acompanhar o teste no qual o estudante 7 não obteve o desempenho satisfatório .

Figura 161 – Teste em que o aluno 7 não obteve o desempenho mínimo no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente

0	2(c)	False	272	Marque a opção correta para $\frac{dy}{dx} = \frac{9x^3}{4\sqrt{x}}$ a) $\frac{dy}{dx} = \frac{45\sqrt{x^5}}{8}$ b) $\frac{dy}{dx} = \frac{45\sqrt{x^3}}{8}$ XXX c) $\frac{dy}{dx} = \frac{27x^3\sqrt{x}}{4}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{27\sqrt{x^5}}{2}$ e) $\frac{dy}{dx} = 5\sqrt{x^5}$	0.5/ 0.2	0.1000	0.06494
1	4(e)	True	259	Qual é a derivada de $f(x) = 9x \cdot 2\ln x$ a) $f'(x) = 9\ln x + 9x$ b) $f'(x) = 9\ln x + 18x$ c) $f'(x) = 18\ln x + 9x$ d) $f'(x) = 18\ln x + 9x$ e) $f'(x) = 18\ln x + 18x$ XXX	0.4/ 0.2	0.06494	0.17241
2	2(c)	False	278	Qual é a derivada de $y = \frac{6+x}{3-x}$? a) $y' = \frac{x+6}{9-6x+x^2}$ b) $y' = \frac{9}{9+x^2}$ c) $y' = \frac{3-x}{9-6x+x^2}$ d) $y' = \frac{9}{9-6x+x^2}$ XXX e) $y' = \frac{9}{9-x^2}$	0.5/ 0.2	0.17241	0.11521
3	1(b)	True	283	Qual é a derivada de $y = \frac{sen\, x}{3x}$? a) $y' = \frac{3x\cos x - 3\, sen\, x}{9x^2}$ b) $y' = \frac{3x\cos x - 3\cos x}{9x^2}$ XXX c) $y' = \frac{3x\cos x - 3\, sen\, x}{3x^2}$ d) $y' = \frac{3\cos x - 3\, sen\, x}{9x^2}$ e) $y' = \frac{x\cos x - 3\, sen\, x}{3x^2}$	0.4/ 0.2	0.11521	0.28090
4	3(d)	False	280	Qual é a derivada de $y = \frac{2\cos x}{6x}$? a) $y' = \frac{-12x\, \mathrm{sen}\, x - 12\cos x}{6x^2}$ b) $y' = \frac{-12x\, \mathrm{sen}\, x + 12\cos x}{3x^2}$ c) $y' = \frac{-x\, \mathrm{sen}\, x - \cos x}{3x^2}$ XXX d) $y' = \frac{x\, \mathrm{sen}\, x - \cos x}{x^2}$ e) $y' = \frac{-12x\, \mathrm{sem}\, x - \cos x}{3x^2}$	0.5/ 0.2	0.28090	0.19623
5	2(c)	False	172	Qual é a derivada de $f(x) = 6x\, sen\, x$? a) $f'(x) = 6\, sen\, x + 6x\cos x$ XXX b) $f'(x) = 6x\, sen\, x + 6\cos x$ c) $f'(x) = -6\, sen\, x + 6x\cos x$ d) $f'(x) = 6\cos x$ e) $f'(x) = 6\, sen\, x - 6x\cos x$	0.4/ 0.2	0.19623	0.10879
6	1(b)	True	262	Qual é a derivada de $y = \sqrt{x} - 6x^3$? a) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 6x^2$ b) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 18x^2$ XXX c) $f'(x) = 2\sqrt{x} - 6x^2$	0.3/ 0.2	0.10879	0.29935

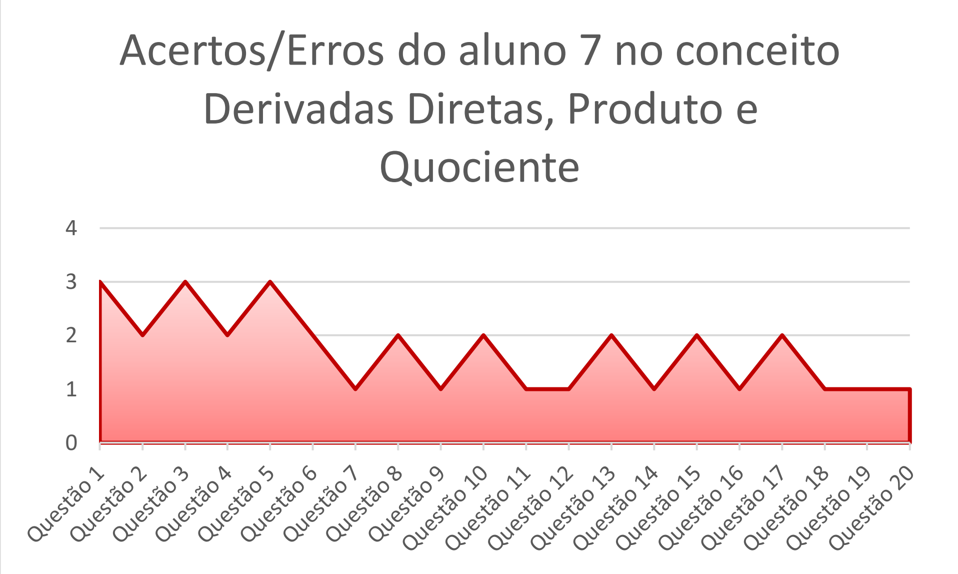
7	4(e)	False	239	d) $\frac{2}{\sqrt{x}} - 18x^2$ e) $\frac{1}{2\sqrt{x^3}} - 6x^2$	0.4/ 0.2	0.29935	0.17602
8	3(d)	True	288	Qual é a função derivada de $g(x) = x + \frac{9}{x}$? a) $g'(x) = 1 + \frac{9}{x^2}$ b) $g'(x) = x - \frac{9}{x^2}$ c) $g'(x) = x + \frac{9}{x^2}$ d) $g'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$ XXX e) $g'(x) = x + \frac{9}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.17602	0.42781
9	4(e)	False	266	Qual é a derivada de $f(x) = 5x\ sen\ (x) + 4x$? a) $f'(x) = 5\cos x + 4$ b)$f'(x) = 5\ sen\ x + 5x\cos x + 4$ XXX c)$f'(x) = 5\ sen\ x + \cos x + 4$ d)$f'(x) = 5sen\ x + 5x\cos x + 4x$ e) $f'(x) = 5\cos x + 4x$	0.4/ 0.2	0.42781	0.27211
10	2(c)	False	271	Qual é a função derivada de $y = \ln x - x + 5$? a) $y' = x^{-2} - 1$ b) $y' = \frac{1}{x} - 1 + 5$ c) $y' = \frac{1}{x} - x$ d) $y' = \frac{1}{x} - 1$ XXX e) $y' = -\frac{1}{x} - 1$	0.3/ 0.2	0.27211	0.12295
11	1(b)	True	190	Qual é a derivada de $y = e^x + 6x^2$? a) $y' = e^x + 6x$ b) $y' = e^x + 12x$ XX c) $y' = 3e^x + 6x$ d) $y' = e^x - 12x$ e) $y' = e^x - 6x$	0.3/ 0.2	0.12295	0.32916
12	1(b)	False	286	Qual é a derivada de $f(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}}$ a) $f'(x) = \frac{9}{\sqrt[3]{x}}$ b) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$ c) $f'(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$ d) $f'(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$ e) $f'^{(x)} = -\frac{6}{\sqrt[3]{x^5}}$ XXX	0.4/ 0.2	0.32916	0.19700
13	0(a)	True	269	Qual é a função derivada de $y = x - \frac{5}{x^2}$? a) $y' = 1 + \frac{10}{x^3}$ XXX b) $y' = x - \frac{10}{x^3}$ c) $y' = x + \frac{5}{x^3}$ d) $y' = 1 - \frac{5}{x^3}$ e) $y' = x + \frac{10}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.19700	0.46198
14	1(b)	False	253	Qual é o coeficiente angular da reta tangente a função $f(x) = 4x^2 + 7x$? a) 8 XXX b) 6 c) 3	0.4/ 0.2	0.46198	0.30037

				d) 0 e) 7			
15	3(d)	True	291	Qual é a função derivada de $y = sen\,(x) - 5x^3$? a) $y' = \cos(x) + 5x^2$ b) $y' = -\cos(x) - 15x^2$ c) $y' = \cos(x) - 5x^2$ d) $y' = \cos(x) - 15x^2$ e) $y' = -\cos(x) + 15x^2$	0.3/ 0.2	0.30037	0.60043
16	1(b)	False	264	Marque a resposta certa para $\frac{dy}{dx} = 5x\,e^x$ a) $\frac{dy}{dx} = 5x\,e^x + 5x^{2e^x}$ b) $\frac{dy}{dx} = 5\,e^x$ c) $\frac{dy}{dx} = -5\,e^x - 10x\,e^x$ d) $\frac{dy}{dx} = 5e^x + 5xe^x$XXX e) $\frac{dy}{dx} = 10\,e^x$	0.4/ 0.2	0.60043	0.42901
17	3(d)	False	283	Para a função $f(x) = x^2 - 3x + 4$, qual é a derivada $f'(x)$ no ponto $x = 6$? a) 6 b) 0 c) 9 XXX d) 3 e) 12	0.3/ 0.2	0.42901	0.21982
18	2(c)	False	289	Qual é a derivada de $f(x) = 3x^4 + x - 5$? a) $f'(x) = -3x^3 - 3$ b) $f'(x) = 12x^2 - 3x$ c) $f'(x) = 4x^2 + 3$ d) $f'(x) = 12x^3 - 1$ e) $f'(x) = 12x^3 - 3$ XXX	0.3/ 0.2	0.21982	0.09556
19	2(c)	True	266	Qual é a derivada de $f(x) = 3\,sen\,x$ no ponto $x = \pi$? a) 3 b) π c) -3 XXX d) 1 e) 0	0.3/ 0.2	0.09556	0.26996

Fonte: siena.ulbra.br

Para facilitar a compreensão dos acertos e erros do aluno 7, a Figura 162 apresenta um gráfico.

Figura 162 – Acertos e erros do aluno 7 no teste em que não obteve desempenho suficiente no conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente



Fonte: A pesquisa.

A partir desse gráfico, verifica-se que o aluno oscilou entre acertos e erros, e, que, na maioria das vezes, seus acertos foram em questões de nível fácil. O aluno acertou 2 questões de nível médio, 5 questões de nível fácil e nenhuma de nível difícil. Após a realização do Teste adaptativo, foi oferecida a Sequência Didática para estudo e após, uma semana, o aluno refez o teste e, dessa vez, sendo aprovado. Acredita-se que como a Sequência esteve disponível, ele estudou e compreendeu o conteúdo, visto que no teste seguinte obteve o desempenho satisfatório. A seguir, na Figura 163, serão apresentadas as questões do Teste Adaptativo, do conceito Derivadas Diretas, Produto e Quociente, no qual o aluno obteve desempenho satisfatório para aprovação.

Figura 163 – Teste em que o aluno 7 obteve o desempenho mínimo no conceito Matemática Básica - Funções

#	Resposta	Resposta correta	Tempo (antes que acabe)	Pergunta	Dificuldade	Pontos antes	Pontos depois
0	4(e)	True	288	Qual é a derivada de $f(x) = 3x^4 + x - 5$? a) $f'(x) = -3x^3 - 3$ b) $f'(x) = 12x^2 - 3x$ c) $f'(x) = 4x^2 + 3$ d) $f'(x) = 12x^3 - 1$ e) $f'(x) = 12x^3 - 3$ XXX	0.3/ 0.2	0.1000	0.28000
1	0(a)	False	263	Qual é a derivada de $f(x) = x^3(2x + 7)$? a) $f'(x) = 6x^3 + 12x^2$	0.4/ 0.2	0.28000	0.16279

				b) $f'(x) = 2x^4 + 7x^3$ c) $f'(x) = 6x^3$ d) $f'(x) = 3x^2 + 2$ e) $f'(x) = 8x^3 + 12x^2$ XXX			
2	4(e)	True	287	Qual é a função derivada de $y = e^x - 8x$? a) $y' = e^x - x$ b) $y' = 2e^x - 8$ c) $y' = e^{-x} - 8$ d) $y' = xe^{x-1} - 8$ e) $y' = e^x - 8$ XXX	0.3/ 0.2	0.16279	0.40496
3	0(a)	False	226	Qual é a derivada de: $f(x) = 7x^3 \cos x$? a) $f'(x) = 21x^2 \cos x + 7x^3 sen\ x$ b) $f'(x) = 7x^2 sen\ x$ c) $f'(x) = -21x^2 sen\ x$ d) $f'(x) = 7x^2 \cos x + 7x^3 sen\ x$ e) $f'(x) = 21x^2 \cos x - 7x^3 sen\ x$ XX	0.4/ 0.2	0.40496	0.25389
4	2(c)	False	240	Qual é a função derivada de $y = x - \frac{5}{x^2}$? a) $y' = 1 + \frac{10}{x^3}$ XXX b) $y' = x - \frac{10}{x^3}$ c) $y' = x + \frac{5}{x^3}$ d) $y' = 1 - \frac{5}{x^3}$ e) $y' = x + \frac{10}{x^3}$	0.3/ 0.2	0.25389	0.11316
5	2(c)	True	186	Qual é a derivada de $y = \frac{x}{3} + 4x^3$? a) $f'(x) = 3x + 12x^2$ b) $f'(x) = \frac{x}{4} + 12x^2$ c) $f'(x) = \frac{1}{3} + 12x^2$ XXX d) $f'(x) = \frac{1}{3} + 4x^2$ e) $f'(x) = \frac{x}{3} + 12x^2$	0.3/ 0.2	0.11316	0.30873
6	0(a)	True	229	Qual é o coeficiente angular da reta tangente a função $f(x) = 4x^2 + 7x$? a) 8 XXX b) 6 c) 3 d) 0 e) 7	0.4/ 0.2	0.30873	0.57262
7	3(d)	True	221	Qual é a derivada de $y = \frac{6+x}{3-x}$? a) $y' = \frac{x+6}{9-6x+x^2}$ b) $y' = \frac{9}{9+x^2}$ c) $y' = \frac{3-x}{9-6x+x^2}$ d) $y' = \frac{9}{9-6x+x^2}$ XXX e) $y' = \frac{9}{9-x^2}$	0.5/ 0.2	0.57262	0.77009
8	2(c)	True	230	Qual é a derivada de $y = \frac{5x^3+7}{9\ sen\ x}$? a) $y' = \frac{135x^2 senx - 45x^3 \cos x + 63 \cos x}{81\ sen^2 x}$ b) $y' = \frac{135x^2 senx - 45x^3 \cos x - 63 \cos x}{9\ sen^2 x}$ c) $y' = \frac{135x^2 senx - 45x^3 \cos x - 63 \cos x}{81\ sen^2 x}$ XX d) $y' = \frac{45x^2 senx - 45x^3 \cos x - 7 \cos x}{81\ sen^2 x}$	0.5/ 0.2	0.77009	0.89332

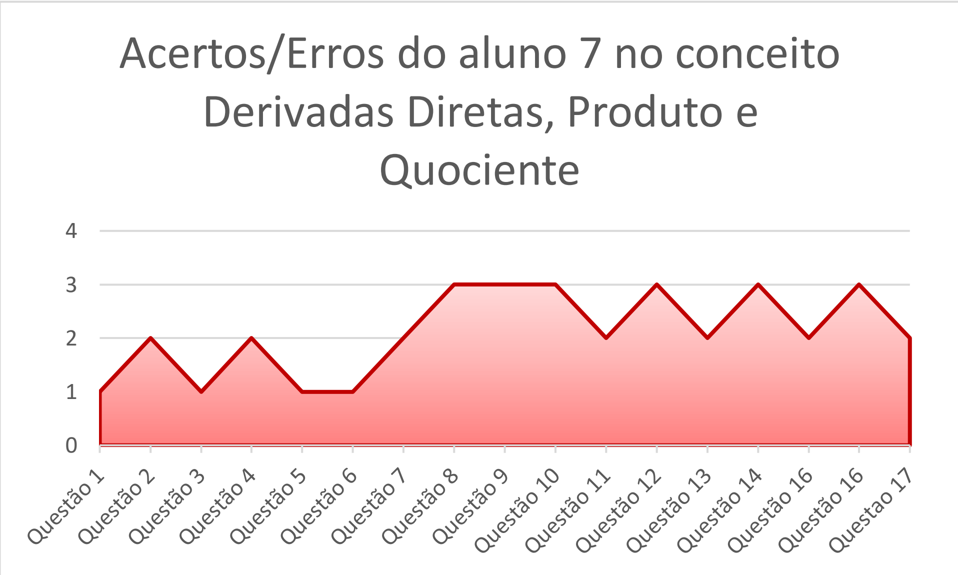
				e) $y' = \frac{15x^2 senx - 5x^3 \cos x - 7\cos x}{81\, sen^2 x}$			
9	3(d)	False	221	Qual é a derivada de $y = \frac{5x^3+7}{9\, sen\, x}$? a) $y' = \frac{135x^2 sen\, x - 45x^3 \cos x + 63\cos x}{81\, sen^2 x}$ b) $y' = \frac{135x^2 sen\, x - 45x^3 \cos x - 63\cos x}{81\, sen^2 x}$ c) $y' = \frac{135x^2 sen\, x + 45x^3 \cos x + 63\cos x}{81\, sen^2 x}$ XX d) $y' = \frac{45x^2 sen\, x - 45x^3 \cos x - 7\cos x}{81\, sen^2 x}$ e) $y' = \frac{45x^2 sen\, x - 45x^3 \cos x + 7\cos x}{81\, sen^2 x}$	0.5/ 0.2	0.89332	0.83958
10	0(a)	True	279	Qual é a derivada de $f(x) = 2x^4 \cdot \cos x$ a) $f'(x) = 8x^3 \cos x - 2x^4\, sen\, x$ XX b) $f'(x) = 2x^3 \cos x - 2x^4\, sen\, x$ c) $f'(x) = 2x^3 \cos x + 2x^4\, sen\, x$ d) $f'(x) = 8x^3 \cos x + 2x^4\, sen\, x$ e) $f'(x) = -8x^3\, \text{sem}\, x + 2x^4 \cos x$	0.4/ 0.2	0.83958	0.94012
11	0(a)	False	277	Marque a resposta correta para $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x^5}}{4x+7}$ a) $\frac{dy}{dx} = \frac{6-+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ b) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^3}+\frac{35}{2}\sqrt{x}}{16x^2+49}$ c) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^5}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+49}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^5}+\frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$ XXX e) $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^3-4\sqrt{x^3}}{16x^2+56x+49}$	0.5/ 0.2	0.94012	0.90752
12	4(d)	True	169	Qual é a derivada de: $y = \frac{6x^2}{e^x}$? a) $y' = \frac{6x\, e^x}{e^{2x}}$ b) $y' = \frac{12x}{e^x}$ c) $y' = \frac{12x\, e^x + 6x^2 e^x}{e^{2x}}$ d) $y' = \frac{12x\, e^x - 6x^2 e^x}{e^{2x}}$ XXX e) $y' = \frac{18x\, e^x}{e^{2x}}$	0.4/ 0.2	0.90752	0.96715
13	3(d)	False	211	Marque a opção correta para $\frac{dy}{dx} = \frac{9x^3}{4\sqrt{x}}$ a) $\frac{dy}{dx} = \frac{45\sqrt{x^5}}{8}$ b) $\frac{dy}{dx} = \frac{45\sqrt{x^3}}{8}$ XXX c) $\frac{dy}{dx} = \frac{27x^3\sqrt{x}}{4}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{27\sqrt{x^5}}{2}$ e) $\frac{dy}{dx} = 5\sqrt{x^5}$	0.5/ 0.2	0.96715	0.94845
14	4(e)	True	271	Qual é a derivada de $f(x) = 9x \cdot 2\ln x$? a) $f'(x) = 9\ln x + 9x$ b) $f'(x) = 9\ln x + 18x$ c) $f'(x) = 18\ln x + 9x$ d) $f'(x) = 18\ln x + 9$	0.4/ 0.2	0.94845	0.98221

				e) $f'(x) = 18\ln x + 18$ XX				
15	3(d)	False	234	Marque a opção correta para $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^2}{\sqrt{x}}$? a) $\frac{dy}{dx} = 6x$ b) $\frac{dy}{dx} = 9x$ c) $\frac{dy}{dx} = \frac{9}{\sqrt{x}}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{12x^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{x}}{x}$ e) $\frac{dy}{dx} = 9\sqrt{x}$		0.5/ 0.2	0.98221	0.97183
16	3(d)	False	279	Qual é a abscissa do ponto crítico da função $f(x) = x^2 + x - 2$? a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) $-\frac{1}{2}$ d) 0 e) 1		0.4/ 0.2	0.97183	0.94521

Fonte: Siena.ulbra.br.

Na Figura 164 há um gráfico para que possa ser feito o acompanhamento da evolução dos acertos e dos errado do aluno 7.

Figura 164 – Acertos e erros do aluno 7 no teste em que obteve desempenho suficiente no conceito Matemática Básica - Funções



Fonte: A pesquisa.

Esse gráfico permite observar uma alternância de acertos e erros, porém a partir da questão 7, o aluno alternou, sempre, entre questões de nível difícil e questões de nível médio. O aluno 7 apresentou dificuldade nos conceitos referentes a Matemática Básica – Funções e Derivadas Diretas, Produto e Quociente, infere-se que após o estudo da Sequência Didática, ele compreendeu os conceitos que estavam deficitários. Foi solicitado um *feedback* sobre o material que lhe foi enviado e o retorno foi:

"*Os matérias me ajudaram a relembrar das matérias da facul para responder as questões e ficaram muito bons. Bem apresentados, muito bem desenvolvidos e bem práticos o que é importante para um aluno de nível superior. São ótimos materiais para aulas de cálculo da graduação!*"

CONCLUSÃO

Os apontamentos que fazem parte desta pesquisa, emergem da articulação entre os aspectos discutidos ao longo da dissertação. Compreende-se que os objetivos traçados foram alcançados, visto que os participantes da pesquisa que não atingiram o desempenho necessário para serem aprovados em determinados conceitos, após o estudo com o apoio da Sequência Didática Digital obtiveram um desempenho satisfatório para avançar nos testes.

As Sequências Didáticas Digitais foram desenvolvidas para os seguintes conceitos: Matemática Básica – Aritmética; Matemática Básica – Álgebra; Matemática Básica – Funções; Derivadas Diretas, Produto e Quociente; Derivadas – Regra da Cadeia e, Aplicações de Derivada em Situações Problemas. As Sequências Didáticas Digitais foram baseadas no *Design Instrucional* de Filatro (2004, 2008), que considera central a atividade humana, mas não exclui a possibilidade de utilização de unidades fixas e pré-programadas. As Sequências foram desenvolvidas em *sites* que eram compostos de: Material desenvolvido em PDF, vídeos explicativos referentes ao material indicado; vídeos complementares; e, objeto educacionais.

Assim, introduziu-se as Tecnologias em um Ambiente Virtual de Aprendizagem, seguindo as ideias de Groenwald, Zoch e Homa (2009), objetivando potencializar a compreensão dos conceitos matemáticos, a partir de uma Sequência Didática em um Ambiente Virtual de Aprendizagem, o material desenvolvido potencializou a compreensão dos conceitos referente ao cálculo Diferencial e Integral.

Para o desenvolvimento do material didático utilizado nas Sequências Didáticas Digitais, considerou-se os aspectos, citados por Reis (2001) e, Cabral e Baldino (2006), relativos à contextualização do compreender o conhecimento matemática para uma aplicação dentro da área de atuação dos estudantes, também corroborando com Cantoral (2013), considerando as principais configurações destacadas pelos autores em relação as dificuldades dos alunos nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I. Além do reconhecimento das dúvidas que são, costumeiramente, apresentadas pelos estudantes das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I.

O pesquisador se baseou nos problemas enfrentados quando o mesmo cursou essas disciplinas, assim como em sua experiência enquanto monitor das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. O material desenvolvido, junto aos testes adaptativos, pode aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, a partir de uma perspectiva voltada a recuperação e/ou a fixação dos conteúdos trabalhados anteriormente na Educação Básica e nos conceitos relacionados a temática derivadas.

Devido a pandemia COVID-19 não houve encontros presenciais com os participantes, e por consequência não se teve acesso aos rascunhos utilizados enquanto estavam realizando os testes. A partir dos gráficos apresentados nas análises, foi possível verificar que os alunos evoluíram após o estudo da sequência referente ao conteúdo em que não obtiveram desempenho satisfatório. Por ser na modalidade *online* ficam questionamentos sobre os alunos que mesmo após não alcançarem o desempenho necessário na primeira vez e tendo acesso a um material de estudo, ainda assim não conseguiram alcançar o desempenho satisfatório no próximo teste. A pergunta que abrange isso é: será que os alunos estão preparados para o estudo em um ambiente virtual de aprendizagem?

As análises se deram a partir do banco de questões do Siena, desenvolvidos por Silva (2019) e dos *feedbacks* dos estudantes sobre o material desenvolvido. Também, devido a pandemia do COVID-19 o experimento foi realizado com 7 estudantes e não com os 20 estudantes previstos no projeto. A partir dos *feedbacks* recebidos, pode-se considerar que o material das Sequências Didáticas Digitais, desenvolvidos para esse experimento, foi útil e pode ser utilizado em pesquisas futuras, inclusive sendo aplicado tanto em aulas da Educação Básica quanto em cursos do Ensino Superior que tenham em seus Currículos as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Conclui-se que os estudantes gostariam que os docentes utilizassem diferentes estratégias metodológicas e recursos para desenvolver os conteúdos de Matemática.

Ao longo dos *feedbacks*, pode-se perceber que, em geral, os praticantes aprovaram o layout desenvolvido para ser um padrão utilizado. Também, considerou-se a questão de haver um vídeo explicativo do material disponibilizado, porque esse potencializaria o processo de aprendizagem do aluno que ainda não tem a capacidade da leitura algébrica dos conceitos matemáticos. Não houve relatos sobre os vídeos disponibilizado no YouTube, mas comentários positivos em relação ao vídeo estar indicado, pois se entende que existindo dificuldade o aluno tem uma ferramenta a mais de estudo dentro do próprio ambiente.

Vale destacar a experiência do aluno formado em Engenharia e discente do curso de Matemática-Licenciatura, pois ele foi aprovado em todos os testes de maneira direta, em contraponto a isso, pode-se observar que a professora de Educação Infantil que não tem a prática dos conceitos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral, reprovando em testes relacionados a temática Derivadas.

A partir dos erros relativos a cada conceito, o sistema Siena encaminhou os alunos para o estudo da Sequência Didática relativa ao conceito no qual não obtiveram desempenho satisfatório e, cabendo ao aluno a partir do relatório gerado pelo sistema e de seu conhecimento, identificar suas dificuldades para que, então, possa estudar de forma direta (ou seja, pode direcionar seus estudos nos conteúdos em que há dificuldade) a partir de suas dúvidas.

Como docente e pesquisador, entendo que deste trabalho se pode aproveitar os conteúdos, os vídeos e os objetos educacionais que estão disponíveis não apenas nos sites em que estão hospedados, assim como a Sequência Didática Digital realizada para a pesquisa. Da mesma forma, o acesso a sites educacionais que envolvam perspectivas didáticas, desde que haja sempre uma análise do conteúdo. Alguns recursos que podem ser indicados e relacionados para potencializar o processo de ensino e aprendizagem, são: o uso de vídeos disponíveis no YouTube (o docente deve analisar a qualidade do vídeo); os materiais disponíveis na biblioteca do *software* GeoGebra e de outros softwares não citados neste trabalho. O uso de plataformas que facilitem a comunicação e discussão entre alunos para que o professor tem o papel de mediador; e, diferentes recursos que propiciem ao aluno uma melhor visualização e interpretação dos conceitos que estão sendo desenvolvidos junto a cada conteúdo trabalhado.

Por fim, dois questionamentos emergem dessa pesquisa e da conclusão do presente trabalho, os quais podem ser alvo de pesquisas futuras:

- Os critérios/metodologias que devem ser inseridos no planejamento das aulas nas disciplinas que envolvam as temáticas relativas ao Cálculo Diferencial e Integral, considerando as diferentes modalidades de ensino.

- As potencialidades do desenvolvimento de uma Sequência Didática Digital no processo de ensino e aprendizagem nas diferentes áreas científicas e tecnológicas em uma modalidade de Ensino Remoto.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, C. M. M.; COSTA, R. D. A.; LOPES, P. T. C. Sequências didáticas eletrônicas para auxiliar na aprendizagem significativa em conteúdos de patologia humana. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 9, n. 2, 2016.

ALMEIDA, L. M. W.;FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**, v. 2, p. 117-134, 2009.

ARRIETA, J.; DÍAZ, M. Uma perspectiva de modelagem a partir da Socioepistemologia. **Relime**, v.18, n.1, p. 19-48, 2015.

ÁVILA, G. S. S. **Análise matemática para licenciatura**. 3ª ed. São Paulo: Blücher, 2006. 246 p.

BALDINO, R. R., FRACALOSSI, A. S. A História da Derivada de Mariana: uma experiência didática. **Bolema, Rio Claro (SP)**, v. 26, n. 42B, p. 33-407, 2012.

BARREIRO, R. M. C. Um breve panorama sobre o Design Instrucional. **Revista Científica em Educação a Distância**. v.6, n.2, 2016.

BARUFI, M. C. B. A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. 184 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em Educação Matemática : a introduzindo o tema. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 5, n. 2, p. 15–26, 2012.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1991.

BORBA, M. C; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática:** sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M.C.; DOMINGUES, N. S.; LACERDA, H. D. G. As tecnologias audiovisuais em educação matemática investigadas no GPIMEM. In: SANT'ANA, C. C.; SANTANA, I. P.; AMARAL, R. S. (Orgs.) **Grupo de Estudos em Educação Matemática: ações cooperativas constituídas por várias vozes**. 1. ed. São Carlos: Pedro e João, 2015. p. 285 – 312.

BORSSOI, A. H.; TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R. Percursos de aprendizagem de alunos ao resolverem uma tarefa de cálculo diferencial e integral. **Vidya**, v. 37, n. 2, p. 459–477, 2017.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Blücher. 1996. 495 p.

BRAGG, J. The Effects of problem-based learning on student engagement and motivation. Studies. **Teaching Research Digest**, 1, p. 6-10, 2005.

BRESSOUD, D. Historical reflections on teaching the fundamental theorem of integral calculus. **The American Mathematical Monthly**, v.118, n.2, p. 99-115, 2011.

BRITO, A. J.; CARDOSO, V. C. Uma abordagem histórico-pedagógica dos fundamentos do Cálculo Diferencial. **Zetetiké.** v.1, n. 5, 1997.

CABRAL, T. C. B., BALDINO, R. R. Cálculo Infinitesimal para um Curso de Engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 25, n. 1, p. 3-16, 2006.

CABRAL, T. C. B.; BALDINO, R. R. O ensino de matemática em um curso de engenharia em sistemas digitais. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores***:* reflexões, relatos e propostas. Porto Alegre: Edipucrs. p. 139-186, 2004.

CANTORAL, R. U.; FARFÁN, R. M.; LEZAMA, J.;MARTÍNEZ SIERRA, G. Sociología y representación: algunos ejemplos. **Revista Latinoamericana de Matemática Educativa**, Número especial, p. 83-102. 2006.

CANTORAL, U. R. Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. v.17, p. 1-9, 2004.

CANTORAL, U. R. **Teoría Sociepistemológica de la Matemática Educativa:** Estudios sobre construcción social del conocimiento. 3. ed. Barcelona Espanha: Editorial Gedisa, S.A., 2013.

CANTORAL, U. R.; FARFÁN, R. M. Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. Epsilon: **Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática.** v. 42, p. 353-372, 1998.

CANTORAL, U. R.; MOLINA, J. G.; SÁNCHEZ, M. Socioepistemología de la Predicción. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. v. 18, p. 463-468, 2005.

CANTORAL, U. R; FARFÁN, R. Matemática Educativa: Una visión de su evolución. **Revista Latinoamericana de Matemática Educativa**. v.6, n.1, p. 27-40, 2003.

CATAPANI, E. C. Cálculo em serviço: um estudo exploratório. **Bolema**, Rio Claro, v. 14, n. 16, p. 48-62, 2001.

CORRADI, D. K. S. Investigações matemáticas mediadas pelo pensamento reflexivo no ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno: uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Ouro Preto, 2013.

COSTA, D. R. Métodos estatísticos em testes adaptatios informatizados. 2009. 120 p. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.

CRESPO, C. Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología. (Tesis de Doctorado). CICATA del IPN, Ciudad de México-México, 2007.

CUNHA, C. L.; LAUDARES, J. B. Resolução de Problemas na Matemática Financeira para Tratamento de Questões da Educação Financeira no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro , v. 31, n. 58, p. 659-678, 2017.

CURY, H. N. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. **Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia**, Rio de Janeiro, 2003.

CURY, H. N. **Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

CURY, H.N.C; CASSOL, M. Análise de erros em cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. **Revista Acta Scientiae**, v. 6, p. 27–36, 2004.

CYRINO, M. C. C. T.; BALDINO, L. A. F. o *software* GeoGebra na formação de professores de matemática-uma visão a partir de dissertações e teses. **Revista Paranaense De Educação Matemática,** v. 1, n. 1, p. 42–61, 2012.

DEMO, P. **Educação hoje:** "novas" tecnologias, pressões e oportunidades. São Paulo: Atlas, 2009.

DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. **Gêneros orais e escritos na escola.** Campinas: Mercado das Letras, 2004.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004. 844 p.

FELCHER, C. D. O.; PINTO, A. C. M.; FERREIRA, A. L. A. O uso do Facebook como ambiente virtual de aprendizagem para o ensino dos Números Racionais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. v.6, n.10, p. 246-271, 2017.

FIGUEIREDO, N. Da importância dos artigos de revisão da literatura. **Revista Brasileira de Biblioteconomia e Documentação**, São Paulo, v. 23, n. 1/4, p. 131-135, jan./dez. 1990.

FILATRO, A. **Design Instrucional na prática**. São Paulo : Pearson Education do Brasil, 2008.

FILATRO, A.; PICONEZ, S. . Design instrucional contextualizado. In: **XI Congresso Internacional de Educação a Distância**, 2004, Salvador. Trabalhos. São Paulo: ABED, 2004

FLICK, U. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.

FONTES, B. C. Vídeo, Comunicação e Educação Matemática: Um olhar para a produção dos licenciandos em Matemática da Educação a Distância. 191 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis.** v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.

GERETI, L.C.V. Delineando uma pesquisa: legitimidades para a disciplina de cálculo na formação do professor de matemática. 165 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

GÓMEZ, O. K. M.; CORDERO, F. O. Los processos de difusión del conocimiento matemático em el cotidiano. Un estudio sociepistemológico. In: **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.** v. 23, p.919-927, 2010;

GONÇALVES, D. C. Aplicações das Derivadas no Cálculo I: atividades investigativas utilizando o GeoGebra. 110 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

GRATTAN-GUINNES, I. O que foi e o que deveria ser o Cálculo? **Zetetiké.** v. 5, n. 7, p. 69-94, 1997.

GRAY, D. **Pesquisa no mundo real**. Porto Alegre: Penso, 2012.

GROENWALD, C. L. O. Diseño instruccional desarrollado con estudiantes de pregrado en Matemáticas con el tema Expresiones numéricas. **Revista Paradigma**. v.XLI, p. 636-656, 2020.

GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L.M. Formação de professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas Tecnologias. **Acta Scientiae**, v. 8, n. 2, p. 19–28, 2006.

GROENWALD, C. L. O.; ZOCH, L.; HOMA, A. I. R. Sequência didática com análise combinatória no padrão SCORM. **Bolema**, v. 22, n. 34, p. 27-56, 2009.

HMELO-SILVER, C. E. Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn? **Education Psychology Review.** v.16**, p.**235–266, 2004.

HOMA, A. I. R. As Dificuldades em Álgebra dos Estudantes de Engenharia: Um Experimento com Avaliação Diagnóstica Auxiliada por Computador. **Revista Acta Scientiae**. v. 22, n.5, p. 254-272, 2020.

HOMA, A. I. R. Avaliação diagnóstica auxiliada por computador: identificação das dificuldades dos alunos dos cursos de engenharia na resolução de problemas com Derivadas. 214 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2019.

HOMA, A. I. R.; GROENWALD, C. L. O. Incluindo tecnologias no currículo de Matemática : planejando aulas com o recurso dos tablets **Revista IberoAmericana de Educación Matemática (UNIÓN)**, v. 48, p. 22–40, 2016.

HOOD, P. A. Q. S. Cálculo Diferencial e Integral: uma proposta de monitoria *online* no *Facebook*. 190 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2018.

IGLIORI, S.B.C. A noção de Obstáculo Epistemológico e a Educação Matemática. In **Educação Matemática Uma Introdução**. Org. Silvia Machado. EDUC. São Paulo. 1999.

IGLIORI. S. B. C.; ALMEIDA, M. V. Abordagens de ensino para conceitos do cálculo diferencial e integral. **Revista Metáfora Educacional.** n. 16 , p. 44-63, 2015.

KALINKE, M. A. **Tecnologias no ensino: a linguagem matemática na web**. Curitiba: CRV, 2014.

KAMPFF, A. J. L.; MACHADO, J.C.; CAVEDINI, P. Novas Tecnologias e Educação Matemática. Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 2, n. 2, p. 1–11, 2004.

KRIPKA, R. M. L.; KRIPKA, M.; PANDOLFO, P. C. N.; PEREIRA, L. H. F.; VIALI, L. LAHM, R.A. Aprendizagem de Álgebra Linear: explorando recursos do GeoGebra no cálculo de esforços em estruturas. **Acta Scientiae**, v. 19, n.4, p. 544-562. 2017.

LOPES, A. P. C.; REIS, F. S. Vamos viajar? - uma abordagem da Aprendizagem baseada em Problemas no Cálculo Diferencial e Integral com alunos de Engenharia. **Revista de Educação Matemática**, v. 16, p. 449-469, 2019.

LOPES, M. M. Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria usando o Software GeoGebra. **Bolema, Rio Claro (SP)**, v. 27, n. 46, p. 631-644. 2013.

LUIZ, E. A. J. DERIVADAS E SUAS APLICAÇÕES EM CURSOS DE ENGENHARIA NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA. 200 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2019.

MAMONA-DOWNS, J.; DOWNS, M. Pensamento matemático avançado com especial referência à reflexão sobre a estrutura matemática. In L. English (Ed.),**Handbook of International Research in Mathematics Education**(p. 165–195).Mahwah, NJ, EUA: Lawrence Erlbaum. 2002.

MASOLA, W.J.; ALLEVATO, N.S.G. Dificuldades de aprendizagem Matemática de alunos ingressantes na Educação Superior. **Revista Brasileira de Ensino Superior**, v. 2, n. 1, p. 64–74, 2016.

MENDES, E. Análise da metodologia de Ensino de Sequências Didáticas. **Revista Eletrônica de Educação e Ciência (REEC)**, v. 5, n. 1, 2015.

MEYER, J. F. C.; SOUZA JÚNIOR, A. J. A utilização do computador no processo de ensinar– aprender Cálculo: A constituição de grupos de ensino com pesquisa no interior da universidade. **Zetetiké.** v.10, n. 17/18, p. 113-146, 2002.

MORELATTI, M.R.M., Criando um ambiente construcionista de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral. São Paulo, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

MOURA, M.O.; MORETTI, V.D. Investigando a aprendizagem do conceito de função a partir dos conhecimentos prévios e das interações sociais. **Ciência & Educação**, v. 9, n. 1, p. 67–82, 2003.

NCTM. De los Princípios a la Acción – para garantizar el êxito matemático para todos. **National Council of Teachers of Mathematics**. México, 2014.

NOVAK, J.D.; GOWIN, D.B. **Aprendiendo a aprender**. Barcelona, 1988.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas. 2000.

POCHULU, M. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. **Revista Iberoamericana de Educación**, p. 1–15, 2009

PONCE-CAMPUZANO, J. C. Developing prospective mathematics teachers in Mexico: a lesson on the relationship between integration and differentiation. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**. v.44, n.7, p.996-1006. 2013.

RAMOS, J. L.; TEODORO, V. D.; FERREIRA, F. M. Recursos educativos digitais: reflexões sobre a prática. **Cadernos SACAUSEF**. v.7, p. 11-34, 2011.

REIS, F. S. A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos. 302 p.Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, 2001.

REIS, F. S. Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise. In: Lilian Nasser; Maria Clara Rezende Frota. (Org.). **Educação Matemática no Ensino Superior:** Pesquisas e Debates. v. 1, p. 85-104, 2009.

REZENDRE, W. M O Ensino de Cálculo: dificuldade de natureza epistemológica. 468 p.Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

RIBEIRO, A.; PAULIN, J. A teaching experience through the use of tasks: limits and possibilities for learning mathematics in a university context. **Revista Acta Scientiae**, v. 22, n. 2, p. 67–85, 2020.

RICHIT, A. Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais. 243 p. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

RICO, L. Errores en el aprendizaje de las matemáticas. In: KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.;RICO, L. (Eds.). **Educación Matemática**. Bogotá. 1998.

RIGO, J. R. V.; BULEGON, A. M. Hipertexto inserido no Google Sites como recurso auxiliar nas aulas de Física. **Revista Novas Tecnologias na Educação.** v. 12, n. 1, p. 1–10, 2014.

SANDS, W. A.; LIMA, M. G. S. Introduction to ASVAB and CAT. In: SANDS, W. A.; WATERS, B. K.; MCBRIDE, J. R. (Eds.). **Computerized adaptive testing:** from inquiry to operation. Washington: American Psychological Association, 1997.

SCHIMIDT, H. G.; DAUPHNEE, W. D.; PATEL, V. L. Comparing the effects of problem-based and conventional curricula in an international sample. **Journal of Medical Education**, v. 62, n. 4, p. 305- 315, 1987.

SCREMIN. G.; DULLIUS, M. M. O ensino de Derivadas: uma revisão de literatura. **Areté.** v. 12, n. 25 , p. 104-119, 2019.

SILVA, A. R. L. da; SPANHOL, F. J. **Design Instrucional e Construção do Conhecimento na EaD**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

SILVA, P. L. G. Testes Adaptativos envolvendo o conteúdo de Derivadas: um estudo de caso com alunos de Engenharia Civil. 2019. 211 . Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2019.

SILVA. M. D. F. Problemas e modelos que contribuíram com o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral: dos gregos a Newton. 242 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

SOUZA, D. V., FONSECA, R. F. Reflexões acerca da aprendizagem baseada em problemas na abordagem de noções de cálculo diferencial e integral. **EMP – Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 1, p. 197-221, 2017.

STEWART, James. **Cálculo – Volume 1**. Tradução: Antonio Carlos Moretti.

São Paulo: Thomson Learning, 2013.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Basics of qualitative research**. Thousand Lage Daks: Lage Publications, 1990.

TREVISAN, A. L., MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **RBECT – Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 1, p. 109-227, 2018.

WAINER, H. R**eview of computerized adaptive testing:** a primer. Lawewnce E ed. New Jersey, 2000.

ZABALA, A. **A Prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALA, A.; ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências.** Porto Alegre: Artmed, 2010.

ZUIN, E. S. L. Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. 210 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL

Inscrição e Perfil dos participantes

Olá,

Sejam todos bem-vindos ao questionário de inscrição do curso Sequência Didática Digital com a temática Derivadas.

Este curso está vinculado a minha pesquisa de Mestrado Acadêmico pelo Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) no campus ULBRA Canoas/RS, que tem como objetivo auxiliar alunos de Cálculo Diferencial e Integral.

O curso foi pensado e desenvolvido de acordo com as dúvidas frequentemente apresentadas pelos alunos de cálculo. Os conteúdos do curso estão organizados da seguinte forma:

I) Matemática Básica: Aritmética, Álgebra e Funções;

II) Estudo de Derivadas: Derivadas diretas, Regra da cadeia e Resolução de problemas (Otimização).

Ao preencher este formulário de inscrição você receberá todas as orientações do curso via e-mail e/ou via whatsapp, mediante sua escolha.

As informações aqui inseridas não serão compartilhadas, e os dados servirão apenas para fins de análise da pesquisa.

Conto com sua colaboração e agradeço desde já pela sua contribuição.

Mestrando Jonata Souza dos Santos

Profª. Drª. Claudia Lisete Oliveira Groenwlad

Seu nome completo:

Seu nome completo:

Sua resposta

Você prefere receber as orientações para a participação via e-mail ou via whatsapp? Deixe seu contato abaixo. *

Sua resposta

Qual é a sua idade?

Faixa etária entre 18 e 20 anos.
Faixa etária entre 20 e 25 anos.
Faixa etária entre 25 e 30 anos.
Faixa etária entre 30 e 35 anos.
Faixa etária entre 35 e 40 anos.

Faixa etária superior a 40 anos.

Atualmente, você está trabalhando? *
Sim, com carga horária de 8 horas diárias
Sim, com carga horária de 6 horas diárias
Sim, com carga horária de 4 horas diárias
Atualmente não estou trabalhando

Você cursou o Ensino Médio em que tipo de escola? *
Em uma escola Estadual
Em uma escola Municipal.
Em uma escola Particular
Em um curso de caráter intensivo

Você possui outra formação em Ensino Supeior? Se sim, preencher em "outros" *
Não
Sim
Outro:

Como você ingressou na Universidade Luterana do Brasil?
Vestibular
PROUNI
FIES
PROIES
CREDIES Ulbra
Transferência
Outro:

O Curso na área de Ciências Exatas foi a sua primeira opção no processo seletivo para ingressar na Ulbra? Se não, informar o curso escolhido em "outro".
Sim
Não
Outro:

Qual seu Curso?

Sua resposta

Qual seu semestre atual do curso?
1º
2º
3º
4º
5º
Outro:

Quantas disciplinas você já cursou com aprovação no seu curso?
1 a 3 disciplinas
3 a 6 disciplinas
6 a 10 disciplinas
Mais do que 10 disciplinas

Quantas disciplinas você teve reprovação no curso que esta cursando?
Nenhuma
1
2
3
4
Outro:

Em quantas disciplinas você está matriculado neste semestre?
1
2
3
4
5
Mais do que 5

Seu nível de dificuldade nos conteúdos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio? *

Pouca dificuldade

1
2
3
4
5

Muita dificuldade

Seu nível de dificuldade nos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral? *

Pouca dificuldade

1
2
3
4
5

Muita dificuldade

Em quais disciplinas você está matriculado(a) neste semestre? Você fez a sua escolha ou fez um aconselhamento de matrícula com o(a) cordenador(a) do curso?

Sua resposta

Como está sendo sua participação nas aulas online?
Estou acompanhando de forma assíncrona (não consigo participar online e vejo a videoaula em outro horário)
Estão acompanhando de forma síncrona (recebo os materiais prévios e participo da aula online)
Participo das aulas online apenas quando tenho dúvida.
Outro:

APÊNDICE B – TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1. IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA													
Título do Projeto: SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA COM A TEMÁTICA DERIVADA: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I													
Área do Conhecimento: Ciências Exatas e da terra; Ciências Humanas.							Número de participantes: 20						
Curso: Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática							Unidade: Canoas/RS						
Projeto Multicêntrico		Sim	x	Não		Nacional		Internacional	Cooperação Estrangeira		Sim	X	Não
Patrocinador da pesquisa: Recurso próprio do pesquisador													
Instituição onde será realizado: Universidade Luterana do Brasil													
Nome dos pesquisadores e colaboradores: Jonata Souza dos Santos e Claudia Lisete Oliveira Groenwald													

Você está sendo convidado (a) para participar do projeto de pesquisa acima identificado. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos fazendo. Sua colaboração neste estudo será de muita importância para nós, mas, se desistir, a qualquer momento, isso não causará nenhum prejuízo para você.

2. IDENTIFICAÇÃO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA				
Nome:			Data de Nasc.:	Sexo:
Nacionalidade:		Estado Civil:	Profissão	
RG:	CPF/MF:	Telefone:	E-mail:	
Endereço:				

3. IDENTIFICAÇÃO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL	
Nome: Jonata Souza dos Santos	Telefone: (51) 99399-4853

Profissão: Estudante	Registro no Conselho Nº:	E-mail: jonatasantos1995@gmail.com
Endereço: Trav. Iguaçu, 358, Rio Branco-Canoas/RS		

Eu, participante da pesquisa, abaixo assinado(a), após receber informações e esclarecimento sobre o projeto de pesquisa, acima identificado, concordo de livre e espontânea vontade em participar como voluntário(a) e estou ciente:

1. Da justificativa e dos objetivos para realização desta pesquisa.
A metodologia proposta nesse trabalho não foi encontrada em trabalhos pesquisados, onde os estudantes, que não forem aprovados nos testes adaptativos, serão direcionados para o estudo de uma sequência didática desenvolvida e depois retornarão aos testes para avaliarem se melhoraram seu desempenho. Posto isso, o objetivo geral é investigar como implementar uma sequência didática eletrônica com a temática Derivadas.

2. Do objetivo de minha participação.
Contribuir para a investigação das competências e habilidades matemáticas importantes para os estudantes das áreas de Ciências Exatas, bem como utilizar esse conteúdo como subsidio das próximas disciplinas que utilizarão essa temática.

3. Do procedimento para coleta de dados.
A coleta de dados se dará através de questionários afim de conhecer o perfil dos estudantes e analisar possíveis interferências no resultado final da sequência didática. Além dos questionários, serão analisados registros realizados em áudio, vídeo e folhas de rascunho para verificar o entendimento de cada aluno sobre as questões propostas. A análise se dará por meio do acesso ao banco de dados do Sistema Siena com os resultados dos testes adaptativos antes e depois do estudo das sequências desenvolvidas. Todos os dados serão coletados na Universidade Luterana do Brasil, Av. Farroupilha, 8001, Canoas-RS, através do Sistema Siena e do registro das atividades (áudio, vídeo, rascunhos)

4. Da utilização, armazenamento e descarte das amostras.
Os dados ficarão salvos no sistema SIENA para consulta e análise do pesquisador e a sequência didática eletrônica ficará disponível para ser estudada por alunos, professores e pesquisadores.

5. Dos desconfortos e dos riscos.
A pesquisa envolve riscos mínimos de quebra acidental de confidencialidade. Caso seja registrado algum evento deste tipo, o pesquisador responsável deve ser imediatamente contatado para solução do mesmo.

6. Dos benefícios.
Visto que a disciplina de Cálculo tem um índice de reprovação alto, essa pesquisa irá contribuir inicialmente com um pequeno grupo de estudantes para validar a sequência didática e após essa validação, a pesquisa será publicada e estará disponível para futuros estudantes, professores e pesquisadores para que possam seguir seus estudos.

7. Da isenção e ressarcimento de despesas.
Esta pesquisa não possui despesas de participação por parte dos voluntários, ou seja, todas as despesas serão custeadas pelo pesquisador responsável. Caso haja o custo monetário por parte dos alunos, haverá ressarcimento por parte da pesquisadora responsável.

8. Da forma de acompanhamento e assistência.
O pesquisador responsável estará presente em no(s) encontro(s) propostos para realização dos testes adaptativos e da sequência didática eletrônica, para acompanhamento no desenvolvimento das discussões e dúvidas que possam surgir. Os alunos poderão contatar o pesquisador responsável através de seu e-mail pessoal (acima informado) para assistência e esclarecimentos referente a possíveis dúvidas.

9. Da liberdade de recusar, desistir ou retirar meu consentimento.
Tenho a liberdade de recusar, desistir ou de interromper a colaboração nesta pesquisa no momento em que desejar, sem necessidade de qualquer explicação. A minha desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico.

Não virá a interferir em minhas atividades acadêmicas referentes ao meu curso de graduação na Universidade Luterana do Brasil;

10. Da garantia de sigilo e de privacidade.
Os resultados obtidos durante este estudo serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que meus dados pessoais não sejam mencionados.

11. Da garantia de esclarecimento e informações a qualquer tempo.
Tenho a garantia de tomar conhecimento e obter informações, a qualquer tempo, dos procedimentos e métodos utilizados neste estudo, bem como dos resultados finais desta pesquisa. Para tanto, poderei consultar o pesquisador responsável Jonata Souza dos Santos. Em caso de dúvidas não esclarecidas de forma adequada pelo(s) pesquisador (es), de discordância com os procedimentos, ou de irregularidades de natureza ética, poderei ainda contatar o **Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Ulbra Canoas (RS),** com endereço na Rua Farroupilha, 8.001 – Prédio 14 – Sala 224, Bairro São José, CEP 92425-900 - telefone (51) 3477-9217, e-mail comitedeetica@ulbra.br.

Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimento quanto às dúvidas por mim apresentadas e, por estar de acordo, assino o presente documento em duas vias de igual conteúdo e forma, ficando uma em minha posse.

Porto Alegre, __ de _______ de 20__.

____

Pesquisador Responsável pelo Projeto

____

Participante da Pesquisa e/ou Responsável