

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CURRÍCULO DE MATEMÁTICA COM UMA
PERSPECTIVA CULTURAL: INTEGRANDO
MATEMÁTICA, FÍSICA E MÚSICA

LUCAS TEIXEIRA DA SILVA

CANOAS

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

S586c Silva, Lucas Teixeira da.
Currículo de matemática com uma perspectiva cultural : integrando matemática, física e música / Lucas Teixeira da Silva. – 2021.
188 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2021.
Orientadora: Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald.

1. Matemática. 2. Música. 3. Educação matemática. 4. Interdisciplinaridade. 5. Cultura.
I. Groenwald, Claudia Lisete Oliveira. II. Título.

CDU 372.851:78

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



LUCAS TEIXEIRA DA SILVA

**CURRÍCULO DE MATEMÁTICA COM UMA PERSPECTIVA CULTURAL:
INTEGRANDO MATEMÁTICA, FÍSICA E MÚSICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, como parte da exigência de obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a Claudia Lisete Oliveira Groenwald

CANOAS, 2021.

LUCAS TEIXEIRA DA SILVA

CURRÍCULO DE MATEMÁTICA COM UMA PERSPECTIVA CULTURAL:
INTEGRANDO MATEMÁTICA, FÍSICA E MÚSICA

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Data de Aprovação: 18/05/2021

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Marli Teresinha Quartieri
Universidade do Vale do Taquari - Univates

Prof. Dr. Agostinho Iaquan Ryokiti Homa
Universidade Luterana do Brasil - Ulbra

Profa. Dra. Clarissa de Assis Olgin
Universidade Luterana do Brasil - Ulbra

Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald (Orientadora)
Universidade Luterana do Brasil – Ulbra

AGRADECIMENTOS

À professora Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pela orientação desta dissertação, pela amizade e por ter acreditado e confiado, desde meu período de Graduação, nesta temática de discussão que tanto exploro.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil, que foram fundamentais não só para minha formação acadêmica como também minha formação enquanto cidadão. Agradeço pelas suas críticas, sugestões e contribuições nas disciplinas do Mestrado, que muito auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

À direção da escola em que esta pesquisa foi realizada, por autorizarem a aplicação da sequência didática proposta, engajando os alunos a participarem mesmo em um período muito complicado como foi o ano de 2020.

Aos meus ilustríssimos colegas professores Karina Nunes e Jonata Souza por toda a parceria, auxílio, empenho, dedicação, e amizade construída em todo este período do mestrado.

A minha família, por me apoiar nos momentos difíceis e a todos os meus amigos que, de certa forma, tiveram papel especial durante o período desta etapa acadêmica.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de Mestrado, que viabilizou o desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

Esta pesquisa buscou investigar o Ensino de Matemática aliado à perspectiva cultural através da aplicação de uma sequência didática de atividades que envolveu a Física do som e a Música. Dentro desta perspectiva, destacamos a Música como potencial meio de inserção da Arte nas salas de aula, além de ser um meio popular para a evidência de distintas culturas. O problema de pesquisa norteador foi: de que forma é possível integrar, de maneira interdisciplinar, a Música e o som no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio em uma perspectiva cultural? O objetivo geral deste trabalho foi investigar a contextualização da Matemática com a Música, a Física e as diferentes culturas musicais no Ensino Médio. Para alcançar este objetivo, foram elencados 4 objetivos específicos: identificar quais as possíveis contextualizações entre os conhecimentos matemáticos, a Música e a Física do Som no Ensino Médio; investigar atividades didáticas integrando Matemática, Música e a Física do som; implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) uma sequência didática no 2º ano do Ensino Médio, integrando a Música, a Matemática e a Física com enfoque no uso de Tecnologias Digitais e na perspectiva cultural da Música brasileira; e investigar a percepção dos alunos participantes da pesquisa frente a aplicação da sequência didática realizada. A fundamentação teórica elencada para este trabalho buscou criar um diálogo que explora a abordagem de uma perspectiva cultural no ambiente educacional, perpassando desde o currículo escolar até explorando o conceito de interdisciplinaridade. Como tema central, escolhemos a arte, em sua forma de Música, para contextualizar os conteúdos matemáticos, reforçando a importância do Ensino de Ciências em conjunção à temas de interesse. Como metodologia adotada, inicialmente pesquisam-se potenciais atividades que relacionem diretamente a Matemática à Música, com a finalidade de criar uma sequência lógica que proporcione, aos alunos, a oportunidade de expansão dos conceitos matemáticos estudados em sala de aula. Esta sequência foi aplicada com alunos do Ensino Médio de uma escola estadual do Estado do Rio Grande do Sul, obtendo dados que foram analisados individualmente em cada um dos 6 módulos desta sequência. Como instrumento de coleta de dados, utilizamos questionários para analisar os conhecimentos prévios e as percepções dos alunos antes e depois da aplicação da sequência didática, além de, nas respostas dos mesmos às atividades da sequência, explorar as argumentações apresentadas. A análise dos dados aponta melhora significativa na capacidade argumentativa dos alunos nas últimas atividades da sequência. Também nota-se a evidência, por parte dos alunos, da diversidade cultural brasileira, além da constante resignificação de conceitos das áreas envolvidas na pesquisa, fato este evidenciado em múltiplos momentos na sequência didática. As categorias de análise elencadas mostram resultados que reforçam a teoria discutida no que se diz respeito às contribuições de um Ensino interdisciplinar, contextualizado e culturalmente rico, pontos chave para o desenvolvimento do cidadão do século XXI: crítico e que saiba identificar e respeitar as diferenças culturais.

Palavras-Chave: Matemática e Música; Cultura; Interdisciplinaridade; Educação Matemática.

ABSTRACT

This research sought to investigate the teaching of Mathematics combined with the cultural perspective through the application of a didactic sequence of activities that involved Sound Physics and Music. Within this perspective, we highlight Music as a potential means of inserting Art in the classrooms, in addition to being a popular path for the disclosure of different cultures. The guiding research problem was: how is it possible to integrate Music and sound in the teaching and learning process of Mathematics in High School in a cultural perspective, in an interdisciplinary way? The general objective of this work was to investigate the contextualization of Mathematics with Music, Physics and the different musical cultures in High School. To achieve this objective, 4 specific objectives were listed: to identify the possible contextualizations between mathematical knowledge, Music and Sound Physics in High School; investigate didactic activities integrating Mathematics, Music and Sound Physics; implement (develop, apply and evaluate) a didactic sequence in the 2nd year of High School, integrating Music, Mathematics and Physics with a focus on the use of Digital Technologies and in the cultural perspective of Brazilian Music; and investigate the perception of students participating in the research regarding the application of the didactic sequence performed. The theoretical basis listed for this work sought to create a dialogue that explores the approach from a cultural perspective in the educational environment, ranging from the school curriculum to exploring the concept of interdisciplinarity. As a central theme, we chose art, in its form of Music, to contextualize mathematical content, reinforcing the importance of Science Education in conjunction with topics of interest. As a methodology adopted, potential activities that directly relate Mathematics to Music are initially researched, with the purpose of creating a logical sequence that provides students with the opportunity to expand the mathematical concepts studied in the classroom. This sequence was applied to high school students from a state school in the state of Rio Grande do Sul, obtaining data that were analyzed individually in each of the 6 modules of this sequence. As a data collection instrument, we used questionnaires to analyze students' prior knowledge and perceptions before and after the application of the didactic sequence, in addition to exploring the arguments presented in their responses to the activities of the sequence. The data analysis points to a significant improvement in the students' argumentative capacity in the last activities of the sequence. It's also possible to note the disclosure, on the part of the students, of the Brazilian cultural diversity, in addition to the constant reframing of concepts from the areas involved in the research, a fact evidenced in multiple moments in the didactic sequence. The analysis categories listed show results that reinforce the theory discussed with regard to the contributions of an interdisciplinary, contextualized and culturally rich teaching, key points for the development of the 21st century citizen: critical and who knows how to identify and respect cultural differences.

Keywords: Mathematics and Music; Culture; Interdisciplinarity; Math Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: As relações entre disciplinas na BNCC.	32
Figura 2: Tipos de relações entre disciplinas.	33
Figura 3: Os temas de interesse.	36
Figura 4: Trabalhos na área.	41
Figura 5: Folder de divulgação.	46
Figura 6: Conteúdos matemáticos relacionáveis com a Música.	50
Figura 7: Organização da Sequência Didática.	51
Figura 8: Plataforma Google Classroom.	52
Figura 9: Arcos notáveis.	53
Figura 10: Gráfico da função seno.	54
Figura 11: Imagem da função seno.	55
Figura 12: Amplitude da função seno.	55
Figura 13: Período da função seno.	56
Figura 14: frequência da função seno.	57
Figura 15: Comparação período e frequência da função seno.	57
Figura 16: raízes da função seno.	58
Figura 17: Configurações iniciais GeoGebra.	59
Figura 18: Configurando o eixo x.	59
Figura 19: Criando a função cosseno.	60
Figura 20: Controle Deslizante.	61
Figura 21: Mínimos e máximos dos controles deslizantes	61
Figura 22: Atividades de revisão da função Cosseno.	62
Figura 23: Atividade avaliativa de revisão de funções trigonométricas	63
Figura 24: Representação Geométrica do som.	64
Figura 25: intensidade do som	65
Figura 26: Intensidades sonoras em decibéis	66
Figura 27: Altura de um som	66
Figura 28: Timbres	67
Figura 29: Objeto no GeoGebra	68
Figura 30: Atividades com execução de sons	69
Figura 31: Atividade de cancelamento sonoro	70
Figura 32: Análise de cancelamento sonoro	70

Figura 33: O Monocórdio de Pitágoras.....	72
Figura 34: Vibrações em uma corda	74
Figura 35: Notas musicais em uma oitava	74
Figura 36: Ciclo das oitavas	75
Figura 37: A relação de dois terços.....	75
Figura 38: Representação da relação de dois terços em uma oitava.....	76
Figura 39: O ciclo das quintas	76
Figura 40: Diminuindo o comprimento da corda na relação dois terços.....	76
Figura 41: Relação fora da oitava principal	77
Figura 42: Redução para a oitava principal.....	78
Figura 43: Diferentes notas iniciais em uma oitava	78
Figura 44: Atividade sobre o ciclo das quintas	79
Figura 45: Interface do site Online Pianist.....	80
Figura 46: Habilitando a identificação das notas musicais	81
Figura 47: Pentatônica de Dó.....	83
Figura 48: Testando a ciclicidade da escala pitagórica	84
Figura 49: Quinta nota de Fá.....	84
Figura 50: Testando o ciclo inverso na escala pitagórica.....	85
Figura 51: Nota FÁ na oitava anterior à oitava principal.....	85
Figura 52: Redução da nota FÁ para a oitava principal	86
Figura 53: Intervalo entre as notas RÉ e DÓ.....	87
Figura 54: Atividade de intervalos entre notas musicais	88
Figura 55: Piano e a relação com a função logarítmica	91
Figura 56: Atividades da escala temperada	92
Figura 57: Metrônomo mecânico.....	93
Figura 58: Medidor de batidas por minuto online	94
Figura 59: Figuras musicais	95
Figura 60: Metrônomo digital.....	95
Figura 61: Contagens no metrônomo	96
Figura 62: Semibreve no metrônomo	96
Figura 63: Mínima no metrônomo	96
Figura 64: Semínima no metrônomo	97
Figura 65: Colcheia no metrônomo	97

Figura 66: Exemplos de cálculo de média de notas executadas em um compasso..	98
Figura 67: Atividades sobre andamento musical.....	100
Figura 68: Partitura da Música “Querência Amada”	102
Figura 69: Partitura da Música “Pipoca”	103
Figura 70: Partitura da Música “Não Aprendi a Dizer Adeus”	104
Figura 71: Partitura da Música “A Lua me Traiu”.....	105
Figura 72: Partitura da Música “Meu Ébano”	106
Figura 73: Partitura da música “Você Partiu Meu Coração”	107
Figura 74: Atividades cultura musical brasileira	108
Figura 75: Chrome Music Lab	109
Figura 76 - Cronograma de aplicação da sequência didática	112
Figura 77: Perfil dos estudantes - ocupação profissional.	114
Figura 78: Perfil dos estudantes - cursos complementares.....	114
Figura 79: Perfil dos estudantes - ingresso no Ensino Superior.....	115
Figura 80: Perfil dos estudantes - experiências em projetos de Matemática.....	116
Figura 81: Perfil dos estudantes - relação entre Matemática e Música	116
Figura 82: Perfil dos estudantes - estilos musicais preferidos.....	117
Figura 83: Perfil dos estudantes: sensações musicais.....	118
Figura 84: Perfil dos estudantes - outras formas de arte.....	118
Figura 85: Relação de alunos.....	119
Figura 86: Critérios de análise.....	120
Figura 87: Resposta dos alunos à atividade 1 do módulo 1	122
Figura 88: Resposta dos alunos à atividade 2 do módulo I.....	123
Figura 89: Resposta correta, mas sem a igualdade	124
Figura 90: Resposta do aluno 2 à última atividade do módulo I.....	125
Figura 91: Resposta do aluno 6 à última atividade do módulo I.....	125
Figura 92: Resposta do aluno 8 à última atividade do módulo I.....	126
Figura 93: Relação de respostas dos alunos à atividade 1 do módulo II	128
Figura 94: Relação de respostas dos alunos à atividade 2 do módulo II	129
Figura 95: Resposta do aluno 2 à última atividade do módulo II.....	130
Figura 96: Resposta do aluno 4 à última atividade do módulo II.....	130
Figura 97: Resposta do aluno 6 à última atividade do módulo II.....	131
Figura 98: Resposta do aluno 7 à última atividade do módulo II.....	132

Figura 99 - Exemplo de resposta do aluno 4 à primeira atividade do módulo III.....	134
Figura 100 - Resposta incorreta do aluno 5.	135
Figura 101 - Troca de mensagens com o aluno 5.	135
Figura 102 - Ordenação das notas musicais pelo aluno 1	136
Figura 103 - Impressões do aluno 2 sobre a atividade.....	136
Figura 104 - argumentações dos alunos acerca dos intervalos musicais.	137
Figura 105 - resposta do aluno 8 calculando a escala temperada.	138
Figura 106 - Verificação da unidade da escala temperada pelo aluno 3.....	138
Figura 107 - Troca de mensagens com os alunos 2 e 4 respectivamente.	139
Figura 108 - Relação de respostas dos alunos á atividade dos BPMs.....	141
Figura 109 - Justificativa do aluno 6.	142
Figura 110 - Resposta dos alunos à análise da música "Beat It".	143
Figura 111 - Resposta dos alunos à análise da música "My Heart Will Go On"	143
Figura 112 - Resposta dos alunos à análise da música "Bad Guy"	144
Figura 113 - Resposta dos alunos à análise da música "Single Ladies"	144
Figura 114 - Resposta dos alunos à análise da música "Brisa"	145
Figura 115 - Resposta dos alunos à análise da música "Before I Forget"	145
Figura 116 - Cálculos e conclusões do aluno 6.....	146
Figura 117 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Norte	149
Figura 118 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Nordeste.....	150
Figura 119 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Centro-Oeste.....	151
Figura 120 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Sudeste	152
Figura 121 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Sul	154
Figura 122 - Produção do aluno 1 no Chrome Music Lab	157
Figura 123 - Produção do aluno 2 no Chrome Music Lab	157
Figura 124 - Produção do aluno 3 no Chrome Music Lab	158
Figura 125 - Produção do aluno 4 no Chrome Music Lab	158
Figura 126 - Produção do aluno 5 no Chrome Music Lab	159
Figura 127 - Produção do aluno 6 no Chrome Music Lab	160
Figura 128 - Produção do aluno 7 no Chrome Music Lab	161
Figura 129 - Produção do aluno 8 no Chrome Music Lab	161
Figura 130 - Respostas dos alunos a primeira pergunta do questionário final	163
Figura 131 - Respostas dos alunos a segunda pergunta do questionário final	164

Figura 132 - Respostas dos alunos a terceira pergunta do questionário final	165
Figura 133 - Respostas dos alunos a quarta pergunta do questionário final.....	166
Figura 134 - Respostas dos alunos a quinta pergunta do questionário final	167
Figura 135 - Síntese da análise da presença de categorias de análise por módulo	168

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1 ASPECTOS TEÓRICOS	18
1.1 CURRÍCULO E CULTURA	18
1.1.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais	21
1.1.2 Base Nacional Comum Curricular	23
1.2 CULTURA E A SALA DE AULA	25
1.3 INTERDISCIPLINARIDADE E TEMAS DE INTERESSE	30
2 A PESQUISA	38
2.1 TEMA DA PESQUISA	38
2.1.1 Delimitação do tema da pesquisa	38
2.2 PROBLEMA DA PESQUISA	38
2.3 OBJETIVOS	39
2.3.1 Objetivo Geral	39
2.3.2 Objetivos Específicos	39
2.4 ESTADO DA ARTE	39
3 PERCURSO METODOLÓGICO DA INVESTIGAÇÃO	43
3.1 PÚBLICO ALVO E O AMBIENTE DA PESQUISA	44
3.2 ETAPAS DA PESQUISA	45
3.2.1 Sequência Didática	47
3.2.2 Instrumentos de coleta de dados	48
4 AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO	50
4.1 REVISÃO DE SENOS E COSSENOSES	52
4.2 PROPRIEDADES DO SOM	63
4.3 HISTÓRIA DA MÚSICA	71
4.3.1 Escala Pitagórica	71

4.3.2 Escala Temperada.....	89
4.4 ANDAMENTOS MUSICAIS	92
4.5 MÚSICAS DO BRASIL.....	101
4.6 ESPAÇO DE CRIAÇÃO.....	109
5 A APLICAÇÃO DA PESQUISA NOS 2º E 3º ANOS DO ENSINO MÉDIO	111
5.1 A APLICAÇÃO	111
5.2 O PERFIL DOS ALUNOS	113
5.3 CATEGORIAS E METODOLOGIA DE ANÁLISE.....	119
5.4 ANÁLISE DOS DADOS	121
5.4.1 Módulo I: Revisão de Funções Trigonométricas.....	121
5.4.2 Módulo II: Propriedades do Som	127
5.4.3 Módulo III: História da Música.....	134
5.4.4 Módulo IV: Andamentos Musicais.....	140
5.4.5 Módulo V: Músicas do Brasil.....	148
5.4.6 Módulo VI: Espaço de Criação	156
5.4.7 Questionário de Percepção	163
CONCLUSÃO	169
REFERÊNCIAS.....	173
APÊNDICES	178
APÊNDICE A – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (menor de idade) ..	178
APÊNDICE B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (maior ou responsável)	180
APÊNDICE C – Carta de Anuência.....	183
APÊNDICE D – Questionário inicial: perfil do estudante.....	184
APÊNDICE E – Questionário final: percepções da sequência didática	188

INTRODUÇÃO

A Música se faz presente desde o início da história da humanidade. Nas primeiras aglomerações sociais, as chamadas “tribos”, os tambores rústicos feitos com madeira e pele de animais conseguiam expressar sentimentos de medo, ansiedade, afeição e outras sensações que fugiam a razão, em um período histórico onde a forma de comunicação era rudimentar e limitada. Isto começou a dar forma ao jeito que os seres humanos se expressavam, evoluindo para as danças, gravuras, esculturas e demais meios que posteriormente iriam compor o que hoje se conhece como arte.

Das grandes civilizações do mundo antigo até a atual sociedade, a música passou por um processo de evolução, fortemente influenciado por fatores regionais e socioeconômicos. Mesmo sendo estes os fatores predominantes para a evolução da Música enquanto expressão cultural, percebe-se que a linha de evolução das ferramentas matemáticas coincide com a evolução da música enquanto ciência. Por exemplo, o som não era visto como um fenômeno físico até que as relações entre funções trigonométricas, modelagem Matemática e eventos ondulatórios fosse clara. Ainda no contexto do universo musical, as relações entre diferentes instrumentos e a polifonia, tratada como a harmonia entre notas musicais, não era devidamente padronizada. As evoluções Matemáticas na área de cálculo diferencial possibilitaram que o som fosse melhor compreendido através de técnicas de modelagem, juntamente com o estudo dos harmônicos, um grande passo para a compreensão do espectro sonoro.

Tais exemplos tornam possível de se perceber a forte relação e conexão entre os temas Matemática e Música. Atualmente, estes temas, tão ricos em conteúdos, carecem de uma melhor exploração e contextualização nas salas de aula, principalmente na disciplina de Matemática. Tendo em vista este ponto, o presente trabalho visa explorar estas relações, colocando em foco o aspecto cultural presente nos meios artísticos de expressão.

Para justificar a escolha do tema, o principal aspecto a ser analisado é o da devida contextualização dos conteúdos matemáticos, dando sentido usual ao que se aprende. Em uma breve reflexão, o alto nível de abstração exigido pela Matemática aliado a uma possível falta de contextualização adequada, pode produzir dificuldades no ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Como exemplo, pode-se citar

o desenvolvimento do conteúdo de funções, que, muitas vezes, é desenvolvido sem contextualização com a sua usabilidade em situações do cotidiano, como análises financeiras ou modelagem de pequenos fenômenos físicos.

O ato de contextualizar está definido nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000):

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (p. 43).

Neste ponto o presente trabalho visa realizar esta contextualização através da relação entre a Matemática, a Física e a Música, utilizando como pano de fundo a diversidade cultural brasileira.

Para apresentar a organização desta dissertação, a seguir descrevemos uma síntese de cada um dos 5 capítulos que compõe este trabalho, estes divididos em: *Aspectos Teóricos; A Pesquisa; Percurso Metodológico da Investigação; Ambiente de Investigação; Aplicação da Pesquisa no 2º e 3º anos do Ensino Médio e; Conclusão.*

Para o primeiro Capítulo, denominado Aspectos Teóricos, levantamos 3 pilares em nosso referencial que criam a discussão que sustenta nossa abordagem: o currículo em uma perspectiva cultural, o Ensino de cultura no ambiente escolar e a interdisciplinaridade através dos temas de interesse.

No segundo capítulo, nomeado como *A Pesquisa*, organizamos os aspectos técnicos deste trabalho, delimitando o tema, apresentando a pergunta norteadora, os objetivos e um levantamento acerca do estado da arte.

No capítulo denominado *Percurso Metodológico da Investigação*, destacamos o público-alvo, as etapas de pesquisa, a organização da sequência didática e os instrumentos de coleta de dados.

No quarto capítulo, nomeado como *Ambiente de Investigação*, retratamos de forma integral toda a sequência didática construída, englobando tanto materiais orientativos como as atividades propostas.

Para o quinto capítulo, denominado *Aplicação da Pesquisa no 2º e 3º anos do Ensino Médio*, expomos as análises dos dados, desde a composição das categorias de análise até mesmo uma argumentação específica para cada módulo da sequência de atividades.

Por fim, no capítulo *Conclusão*, destacamos as principais reflexões e evidências sobre os resultados da aplicação da sequência didática, e retomamos nosso questionamento norteador e objetivos para realizar o fechamento deste trabalho de pesquisa.

Destacamos que a inspiração para a realização deste trabalho vem de duas grandes paixões do pesquisador responsável: a ciência através da Matemática e as maravilhas do universo musical. Conseguir unir esses dois temas, que possuem grande influência na história da minha existência é o ápice de satisfação que um pesquisador pode chegar. Como vivo na Música a mais de 15 anos (ou seja, mais do que a metade da minha vida), a graduação em Licenciatura em Matemática me proporcionou enxergar este mundo magnífico de outra forma, através da belíssima lente das exatas, da organização padronizada e da perfeição estrutural que só as artes conseguem atingir. Quando consegui compreender estes laços, me impus uma nova missão: transformar estas relações em um trabalho educacional, no intuito de fomentar a discussão do Ensino das Artes na Educação Básica, e principalmente aliada às Ciências.

Para isso, destacamos no próximo capítulo os aspectos teóricos responsáveis por servir de base para a execução desta abordagem neste nível tão alto que é o nível de mestrado.

1 ASPECTOS TEÓRICOS

Neste capítulo serão apresentados os princípios teóricos no qual esta investigação se fundamenta. Em sua essência, este trabalho possui 3 pilares principais que sustentam esta proposta e as discussões por nós levantadas: o currículo em uma perspectiva cultural, o ensino de cultura em sala de aula e a interdisciplinaridade aliada aos temas de interesse. No primeiro pilar, visa-se criar uma discussão sobre de que forma o ensino de cultura está presente nos parâmetros e diretrizes curriculares brasileiras, em específico, no Ensino Médio, foco deste trabalho. No segundo pilar, argumentamos sobre a importância do ensino de cultura em sala de aula, aliando esta problemática ao ato de contextualizar o que se ensina. No terceiro pilar, discorreremos sobre o ensino de temas de interesse, com o enfoque na união entre Arte e Ciência, promovendo a interdisciplinaridade. Ainda neste último pilar, destacamos a Música como uma forma viável desta complexa relação.

1.1 CURRÍCULO E CULTURA

A escola, enquanto instituição social que possui com a função de preparar futuros cidadãos para o convívio em sociedade e para viver com qualidade de vida, é um local multicultural, que abrange uma variedade de alunos e suas diferentes realidades sociais e culturais. Na visão de Dayrell (2001) já era defendida a tese de que “olhar a instituição escolar pelo prisma do cotidiano permite vislumbrar a dimensão educativa presente no conjunto das relações sociais que ocorrem no seu interior” (p. 151). Lopes e Macedo (2011) afirmam que “a cultura também está intrinsecamente ligada à educação e ao currículo” (p.184) e “o currículo, como tudo, seria cultural, na medida em que funciona como um sistema de significações dentro do qual os sentidos são produzidos pelos sujeitos” (p.186).

Esta pluralidade acaba por promover constantemente um choque de culturas, ou seja, quando diferentes realidades ocupam um mesmo espaço físico, estas tendem a se contrapor e a se questionar, levando em conta diversos fatores (na forma de crenças, costumes, ética, etc.) (D'AMBRÓSIO, 2019). Seguindo esta linha, a esfera instrucional e as diretrizes nacionais possuem papel fundamental no sentido de defender a diversidade na cultura, sendo o currículo escolar o elemento que possui impacto mais direto no planejamento pedagógico.

Por se tratar de algo abrangente, o currículo escolar é carregado de discursos e interesses específicos, destacando, conforme Lopes (2000), que na área de Ciências, este instrumento funciona como algo delimitador, definindo os princípios e a metodologia específica para que os objetivos maiores, não necessariamente ligados ao universo escolar, sejam plenamente atingidos. Estes objetivos, por sua vez, sofrem forte influência da realidade socioeconômica do país (mercado de trabalho e relações externas, por exemplo), evidenciando uma relação de interesses de poder e hierarquia social. Para Popkewitz (2008, p. 174), os currículos são produções culturais que “constituem formas de regulação social, produzidas através de estilos privilegiados de raciocínio”. Dentro deste cenário tão abrangente, a pergunta a se fazer é: como caracterizar o que é um currículo escolar?

Caracterizar e definir “currículo” é uma tarefa complexa, uma vez que, dentro da literatura vigente, há bastante discussão acerca de sua função, além de suas variadas concepções oriundas de particularidades sociais e políticas. Por este motivo, neste trabalho há afinidade com a definição proposta por Silva (1996) onde o currículo é visto como “o conjunto de experiências de conhecimento que a escola oferece aos estudantes”. Neste sentido, entendemos o currículo não apenas como um documento formal ou normativo, mas sim, o documento que regula, planeja e é reflexo de toda a organização escolar. Lopes e Macedo (2011) reforçam esta visão quando elucidam que, mesmo dentre as distintas concepções de currículo, há um aspecto em comum que trata sobre “a ideia de organização, prévia ou não, de experiências/situações de aprendizagem realizada por docentes / redes de ensino de forma a levar cabo um processo educativo” (p.19).

Dentro dessa lógica, cabe discorrer sobre os tipos de currículo e de que forma eles impactam na organização escolar. Dentro da literatura vigente, destacam-se, na tipologia de currículos, 3 principais tipos: o currículo prescrito, o oculto e o real.

Para caracterizar o currículo prescrito, Sacristàn (2000) discorre que é nele que se estabelece previamente como deve ser o conteúdo, a sua organização e, principalmente, a escolaridade obrigatória. Desta forma, torna-se parte integrante de todo o sistema de Ensino, servido como uma ferramenta guia para a elaboração de materiais, controles e organização didática. Já Godoy (2011) acrescenta que este tipo de currículo tem suas intenções claramente descritas, indicando, de forma direta, a legislação, estabelecendo conteúdos mínimos obrigatórios e formas de organização

afins. Neste intuito, fica evidente que este tipo de currículo é aquele associado às normativas governamentais e aos órgãos de gestão da educação à nível de Estado.

Jesus (2008), discorre que é no currículo oculto que se encontram as influências que afetam a aprendizagem dos alunos e o trabalho dos professores. Esta autora ainda ressalta que o currículo “está oculto pois não aparece no planejamento do professor” (p.2641). Neste sentido, Godoy (2011) cita que este tipo de currículo “faz menção àqueles conhecimentos, habilidades, atitudes e valores que se adquirem ‘implicitamente’ mediante a participação do processo de Ensino e Aprendizagem” (p. 37). Em síntese, este termo é usado para descrever tudo aquilo que está envolto à prática pedagógica, mas não é normatizado ou explícito. Seus componentes são originados das intensas relações sociais desenvolvidas no ambiente escolar.

Já quando se discute o currículo real, Jesus (2008), caracteriza o mesmo como “o currículo que acontece dentro da sala de aula com professores e alunos a cada dia em decorrência de um projeto pedagógico e dos planos de ensino” (p. 2641). Ferraço (2006) reforça a definição do currículo real como sendo as práticas cotidianas vivenciadas no ambiente escolar. Por meio desta afirmação, evidencia-se este tipo de currículo como o resultado efetivo das ações escolares dentro de uma comunidade em relação às suas implicações pedagógicas.

Dentre as distintas faces que compõem o currículo, percorrendo o caminho do prescrito ao real, um dos aspectos fundamentais para que os currículos reflitam a realidade da comunidade escolar envolvida é a perspectiva cultural. Ao se olhar a organização escolar em uma perspectiva cultural, é importante analisar o que dizem os parâmetros e normativas nacionais a respeito deste item, reforçando a discussão levantada até este ponto, que enfatiza o currículo como uma construção coletiva rodeada de distintos interesses sócio-políticos. Neste sentido, revisitam-se as publicações governamentais a fim de verificar quais são as orientações e normativas que impactam o currículo escolar no que diz respeito ao Ensino com cultura. Destacam-se os dois principais documentos que tiveram impacto significativo na organização escolar: os PCN- Parâmetros Curriculares Nacionais, orientações que estavam em vigor até o ano de 2018 e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que trata-se do documento normativo para todo o território brasileiro, abrangendo toda a Educação Básica, e que substituiu os PCN, a partir do ano de 2018. A seguir, busca-se identificar como estes documentos tratam a Cultura em suas elaborações.

1.1.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foram publicados originalmente em 1997 como um documento orientador e norteador da educação brasileira. Sua relevância é notável, a ponto deste documento ainda ser muito requisitado mesmo mais de 20 anos após sua publicação. Inicialmente, os PCN traziam orientações sobre a educação de nível Fundamental (1ª à 8ª séries), porém em 1999 o Ministério da Educação lança a complementação para o Ensino Médio, o PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Por fim, em 2002, com as reformas educacionais marcadas pela transição de governos a nível federal, são lançados os PCN+ visando a transformação nas diretrizes da formação de professores e a nova organização dos currículos escolares através da existência dos Projetos Políticos Pedagógicos nas escolas.

Os PCN “constituem um referencial de qualidade para a educação” sendo a sua principal função a de “orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações [...]” (BRASIL, 1997, p.13). Ainda sobre sua função/utilidade, as proposições expressas neste documento respondem a carência brasileira de referenciais no sistema educacional no período entre o fim da década de 90 e início dos anos 2000. Segundo os PCN:

à necessidade de referenciais a partir dos quais o sistema educacional do País se organize, a fim de garantir que, respeitadas as diversidades culturais, regionais, étnicas, religiosas e políticas que atravessam uma sociedade múltipla, estratificada e complexa, a educação possa atuar, decisivamente, no processo de construção da cidadania [...] (BRASIL, 1997, p.13).

É possível percebermos, logo nas primeiras páginas dos PCN, publicado em 1997, que sua própria justificativa de existência ressalta a complexa diversidade cultural brasileira, destacando as múltiplas realidades sociais encontradas no país, oriundo de seu tamanho demográfico e população. É também neste documento que surgem os “temas transversais”. Na segunda metade da década de 1990 são estabelecidas as principais reformas na educação brasileira, no intuito de reorganizar toda a estrutura educacional do país (BOMFIM et al., 2013). Os temas transversais são oriundos dessa reforma, advindos de uma necessidade de “ampliar a visão de conteúdo para além dos conceitos, inserindo procedimentos, atitudes e valores”

(LANES et al.,2014, p. 27). Ainda é enfatizado pelos autores que os temas transversais evidenciam a urgência de se tratar, dentro do ambiente escolar, temas considerados “urgentes” para o desenvolvimento do cidadão.

No documento de 1997, destacam-se os 5 temas que deveriam ser incluídos em todas as áreas da educação brasileira: Ética, Saúde, Meio Ambiente, Orientação Sexual e Pluralidade Cultural. Neste ponto e aliado aos objetivos desta dissertação, nos atemos a enriquecer esta discussão dando ênfase no último tema transversal citado, a pluralidade cultural. A própria descrição do tema, revela um pouco do cenário cultural brasileiro:

A sociedade brasileira é formada não só por diferentes etnias, como por imigrantes de diferentes países. [...] Sabe-se que as regiões brasileiras têm características culturais bastante diversas [...]. O grande desafio da escola é investir na superação da discriminação e dar a conhecer a riqueza representada pela diversidade etnocultural que compõe o patrimônio sociocultural brasileiro, valorizando a trajetória particular dos grupos que compõem a sociedade. (BRASIL, 1997, p.27)

O trecho referido tem a função de destacar a diversidade cultural encontrada no Brasil, bem como reconhecer a sua existência por parte do governo e da gestão da época. Ainda, é enfatizado que a contextualização das Ciências volta os alunos às necessidades contemporâneas, trazendo um desenvolvimento intelectual mais amplo e abstrato (BRASIL, 1999). Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, publicado dois anos depois em 1999, também destacam a necessidade da contextualização e da prática escolar voltada para a vida em sociedade:

Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo (BRASIL, 1999, p.6)

Outro ponto relevante de destaque, é a integração proposta entre as distintas áreas da Ciência com as comunicações e as artes, buscando na tecnologia meios de “desenvolvê-los como conteúdos vivos, como objetivos da educação e, ao mesmo tempo, como meios para tanto.” (BRASIL, 1999, p.50). Em síntese, fica evidente que os PCN são um dos grandes passos na história da educação brasileira a fim de reconhecer a sua diversidade cultural e nortear todo sistema educacional a incorporar esse fator na educação básica.

Cabe ressaltar que os PCN eram de natureza orientativa, ou seja, não se tratava de normas obrigatórias, mas faziam bem a sua função de organizar e nortear a educação brasileira para os próximos anos. Neste sentido, ainda faltava, por parte do governo, um documento normativo, que estabelecesse as relações pertinentes e definisse as metas e objetivos da educação básica.

1.1.2 Base Nacional Comum Curricular

Eis que quase 20 anos depois, em 2017, é homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um documento normativo que traz os objetivos e focos da Educação Básica. Como ideia deste referencial, busca-se identificar se a BNCC continua referindo-se ao Brasil como um país com grande diversidade cultural e de que forma são feitas ponderações acerca deste tema.

O documento inicia destacando as 10 competências gerais para a Educação Básica, onde em quatro delas a cultura é lembrada como um marco importante para o futuro, sendo a principal, no cenário desta discussão, a competência nº 9, que discorre:

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza (BRASIL, 2017, p. 10).

Este fato evidencia que a cultura está presente desde o âmago da criação da BNCC, pois o próprio documento enfatiza o Brasil como um país com uma acentuada diversidade cultural (BRASIL, 2017, p. 15). Mas quando falamos de cultura, cabe verificarmos de que forma a mesma é expressa neste documento.

Ao analisar o item 4.1.2. da BNCC, há uma referência direta à “Arte”. Este item localiza-se nas diretrizes do Ensino Fundamental e descreve as Artes Visuais, a Dança, a Música e o Teatro como linguagens que “envolvem as práticas de criar, ler, construir, exteriorizar e refletir sobre formas artísticas” (BRASIL, 2017, p.193). A literatura e a arte surgem através de necessidades de expressões culturais (COSTA, AMBRÓSIO, 2018, p.105), e, ao reparar a BNCC, percebe-se que a forma como esta se refere à Cultura é justamente em sua principal forma de expressão, a Arte. Ainda como trechos presentes na BNCC, tem-se:

A Arte propicia a troca entre culturas e favorece o reconhecimento de semelhanças e diferenças entre elas. [...] A aprendizagem de Arte precisa alcançar a experiência e a vivência artísticas como prática social, permitindo que os alunos sejam protagonistas e criadores. [...] A prática investigativa constitui o modo de produção e organização dos conhecimentos em Arte. (BRASIL, 2017, p.193)

Este enfoque visa destacar o multiculturalismo brasileiro (termo este que será discutido posteriormente) e sua importância no combate às desigualdades sociais. Voltando o enfoque para a área de Ciências e Matemática, outro trecho chama a atenção no sentido de como o documento promove a integração de cultura nas áreas do conhecimento:

Os conhecimentos, processos e técnicas produzidos e acumulados ao longo do tempo em Artes visuais, Dança, Música e Teatro contribuem para a contextualização dos saberes e das práticas artísticas. Eles possibilitam compreender as relações entre tempos e contextos sociais dos sujeitos na sua interação com a arte e a cultura.” (BRASIL, 2017, p.193)

Analisando os documentos discutidos anteriormente, a palavra que se sobressai em ambos os casos (PCN e BNCC) é “contextualização”. Costa e Pinheiro (2013) ressaltam que para que o processo de ensino ocorra com eficiência no ambiente escolar, é necessário que o aluno seja apto a interpretar as situações que circundam a sua vida, reconhecendo-se como cidadão ativo no meio em que vive. Freire (2009) destaca que o conhecimento não é algo estático ou alheio à existência do aluno, sendo um ensino contextualizado uma prática necessária nas escolas, em todos os seus níveis de formação. O documento da BNCC deixa claro a importância da incorporação da cultura e de suas diversidades em sala de aula, sendo a contextualização um método de tornar possível essa integração. Ainda verificando as orientações e normativas nacionais sobre a Educação Básica, em 2019 o Ministério da Educação lança a cartilha denominada “Temas Contemporâneos Transversais na BNCC”, que atualiza os temas transversais propostos nos PCN aliando-os na ótica da nova normativa curricular nacional.

Este documento tem a proposta de estender e complementar ao que se estabelece na Base Nacional Comum Curricular, reforçando a importância da abordagem dos Temas Contemporâneos Transversais (TCT), uma espécie de “atualização” dos temas transversais propostos pelos PCN. Agora alinhados com as normativas da BNCC, esta cartilha, de um pouco mais de 20 páginas, busca

apresentar exemplos de integração dos temas considerados fundamentais para a formação do cidadão do século XXI, reforçando que os TCT são “uma ferramenta valiosa para a superação da fragmentação do conhecimento e formação integral do ser humano com o desenvolvimento de uma visão ampla de mundo” (BRASIL, 2019, p. 24). Nele, há exemplos práticos de articulação de planos de aulas aliados à BNCC e aos TCT, com *cases* descritivos etapa por etapa. Seu objetivo principal é “que o estudante conclua a sua educação formal reconhecendo e aprendendo sobre os temas que são relevantes para sua atuação na sociedade” (BRASIL, 2019, p.4).

O ponto mais interessante desta cartilha, são justamente os 6 TCT escolhidos: Meio Ambiente, Economia, Saúde, Cidadania e Civismo, Multiculturalismo e Ciência e Tecnologia. Dentro destes temas, destacamos o “Multiculturalismo”, mais uma vez como uma prova da importância de se levar a diversidade cultural em conta na produção da estrutura educacional de um país. Este termo será discutido mais a frente no próximo tópico que irá relacionar a diversidade cultural à sala de aula.

Depois da análise destes documentos, e de verificar que nas normativas e orientações governamentais, aquelas que organizam a estrutura da educação brasileira, evidenciamos que a cultura é sempre lembrada como um pilar central de construção de um cidadão crítico e responsável. Outra relevante conclusão é que o trabalho docente através de temáticas sempre foi uma orientação e opção do professor, porém agora, com a normativa da BNCC, passa-se a um caráter obrigatório de exploração destas temáticas, de forma integradora e transversal. Neste ponto, a pergunta a se fazer é: a que ponto a incorporação da cultura em sala de aula é benéfica ao processo de ensino e aprendizagem? A seguir articulam-se alguns registros de distintos autores acerca do ensino contextualizado de cultura em sala de aula.

1.2 CULTURA E A SALA DE AULA

A cultura exerce influência direta no modo de vida das pessoas, sendo determinante para a construção dos valores éticos do cidadão. Este fato se dá uma vez que a visão da realidade é algo individual, ou seja, cada indivíduo tem sua própria interpretação de mundo influenciada por fatores externos, que vão desde as crenças e costumes até mesmo as relações sociais. Antropologicamente, isso chama-se “herança cultural”, um dos fatores da evolução humana, caracterizado pelas

“apreciações de ordem moral e valorativa, pelos diferentes comportamentos sociais e mesmo as posturas corporais [...], resultado da operação de uma determinada cultura” (LARAIA, 1986, p. 68) sobre um indivíduo. Porém, ao falar em cultura, torna-se necessário definir a que o termo se refere.

Contudo, caracterizar e definir “cultura”, assim como no caso da definição de “currículo”, é uma tarefa árdua, pois o próprio termo possui variância temporal. Bauman, em seu livro “Culture as Praxis” discorre que:

É conhecida a inexorável ambiguidade do conceito de cultura. Bem menos notória é a ideia de que essa ambiguidade provém nem tanto da maneira como as pessoas definem a cultura quanto da incompatibilidade das numerosas linhas de pensamento que se reuniram historicamente sob o mesmo termo (BAUMAN, 1999, p.83).

Para este trabalho, adota-se a noção Antropológica de Cultura. Conforme Laraia (1986, p.25), a primeira definição de Cultura neste âmbito se dá por Edward Tylor, caracterizando como “todo o complexo que inclui conhecimentos, crenças, arte, moral, leis, costumes ou qualquer outra capacidade ou hábitos adquiridos pelo homem como membro de uma sociedade”. Bauman também reforça a visão do conceito de cultura, onde “a ideia de cultura foi cunhada para distinguir as realizações humanas dos fatos ‘duros’ da natureza (1999, p. 12). Neste sentido, “Cultura” iria significar as capacidades e produções humanas, e “Natureza” referia-se àquilo que os humanos devem obedecer.

A cultura é ponto central da vida em sociedade, logo ela também impacta significativamente na construção do conhecimento (LARAIA, 1986). Ainda para este autor, a cultura funciona, no desenvolvimento da intelectualidade, como uma lente através do qual se enxerga e se interpreta o mundo. Neste ponto, uma realidade, ou seja, uma interpretação de mundo, pode se dar de maneiras diferentes para cada indivíduo.

O modo de ver o mundo, as apreciações de ordem moral e valorativa, os diferentes comportamentos sociais e mesmo as posturas corporais são assim produtos de uma herança cultural, ou seja, o resultado da operação de uma determinada cultura (LARAIA, 1986, p. 68)

Outro ponto principal dentro da formulação da ideia de cultura, é de que forma ela ocorre. Ainda segundo Laraia:

O homem é o resultado do meio cultural em que foi socializado. Ele é um herdeiro de um longo processo acumulativo, que reflete o conhecimento e a experiência adquiridos pelas numerosas gerações que o antecederam. A manipulação adequada e criativa desse patrimônio cultural permite as inovações e invenções (LARAIA, 1986, p.45).

Quando a pergunta fica em torno da forma como a cultura se transmite e se propaga, cai-se no fator da linguagem. Com isso, tem-se que a comunicação é um processo cultural, onde “a linguagem humana é um produto da cultura, mas não existiria cultura se o homem não tivesse a possibilidade de desenvolver um sistema articulado de comunicação oral” (LARAIA, 1986, p.52).

Neste sentido, fica evidente a influência do aspecto cultural na formação do cidadão, mas como que a cultura impacta na sala de aula? Para Perez Gómez (2001), a escola deve ser compreendida como um espaço de cruzamento de culturas, que induzem a tensões, restrições, contrastes e a construção de significados. Ainda neste aspecto, Silva Gabriel retrata que “a escola dos nossos dias é frequentada por uma população escolar cada vez mais heterogênea do ponto de vista social e cultural” (2007, p.29), onde “dessa relação com pessoas de culturas distintas pode surgir o denominado choque cultural.” (2007, p.112). Candau (2013) também infere ao encontro dessa afirmação quando reflete que a escola deve ser concebida “como um espaço de cruzamento de culturas, fluido e complexo [...] (p.15).

O choque cultural é oriundo da multiculturalidade, que implica em um “conjunto de culturas em contato, mas sem se misturar: trata-se de várias culturas no mesmo patamar”. (WEISSMANN, 2018, p.23-24). Porém para discutir a definição de qualquer palavra que envolva cultura, tem-se claro que há jogos de poder e ideologias em torno de cada termo. A definição do próprio “multiculturalismo” é um cabo de guerra entre distintos autores. Canen (2007) atenta que as disputas sociais fazem com que “críticos e defensores do mesmo travam, muitas vezes, lutas e discussões que, na verdade, pode estar sendo entendido de formas diferentes” (p.92). A própria autora ainda salienta que, em algumas pesquisas, é defendido que o termo “interculturalismo” seria mais apropriado que “multiculturalismo”, uma vez que o prefixo “inter” remete a interações entre culturas, enquanto o “multi” dá apenas a noção de existência de distintas culturas. Canen e Oliveira (2002); Canen e Canen (2005); Canen e Peters (2005), discorrem em suas pesquisas que o termo “multiculturalismo” possui uma clara função de exaltar a pluralidade cultural, porém, segundo os autores, falha em omitir

as relações de desigualdades existentes, uma vez que coloca todas as culturas em um mesmo patamar. Lopes e Macedo (2011) reforçam essa visão afirmando que "partir, no entanto, da constatação de que o mundo é hoje multicultural não quer dizer que há espaço para que todas as culturas se manifestem" (p.187). Neste ponto fica evidente que o uso deste termo está diretamente ligado a uma manifestação cultural em respeito à diversidade e as minorias. Inclusive é vasta a quantidade de referenciais que exploram este viés. No Brasil a cultura negra e indígena são dois exemplos que retratam as lutas de movimentos sociais para incorporação do ensino de suas histórias nos currículos escolares, conforme cita Souza e Ivenicki (2016):

Posteriormente e principalmente pelos esforços de movimentos sociais, a LDBN/96 foi modificada pela Lei 10.639/2003 e pela Lei 11.465/2008, que estabeleceram como obrigatório o ensino da História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena nas escolas, constituindo, de certa forma, uma maneira da sociedade brasileira assumir, primeiramente, a desigualdade entre as etnias e a subvalorização da cultura não-branca vigente no Brasil e de buscar, por meio da educação, uma forma de diminuir essas diferenças e de modificar o pensamento brasileiro, que era – e continua sendo - essencialmente racista, discriminador e excludente (p. 281).

Deste modo, fica evidente que o termo “multiculturalismo” foi usado no Brasil como política de inclusão social, utilizando da legislação como artifício de reconhecimento da diversidade cultural brasileira.

Como visto, por se tratar de um termo com uso político, a área da educação ainda assim carecia de um termo que caracterizasse melhor o choque de culturas presente no ambiente escolar. Com isso, ganha força na área da educação o termo “interculturalismo”. Canclini (2004) salienta que a interculturalidade remete à confrontação e entrelaçamentos, porque se trata de grupos entrando em relacionamento e intercâmbio, entre os quais a diferença estabelece relações de negociação, conflito e empréstimo recíproco, respeitando as disparidades. Na perspectiva intercultural, segundo Candau (2013), a relação entre distintas culturas situa a existência de um confronto de visões que “favorecem processos radicais de afirmação de identidades culturais específicas” (p.22), uma vez que a interrelação das culturas tende a promover mudanças e adequações. Esta autora ainda ressalta que, dentro desta perspectiva, a escola deve ser visualizada como “um centro cultural em que diferentes linguagens e expressões culturais estão presentes e são produzidas (CANDAU, 2013, p. 34). Lopes e Macedo (2011), enfatizam que, "a prática intercultural implica, nesse sentido, a construção de outra dinâmica educacional que propicie a experiência da interação em todos os momentos do currículo [...]" (p.193).

Refletindo sobre a pluralidade de culturas presentes em um ambiente educativo, “é importante que as práticas educativas partam do reconhecimento das diferenças presentes na escola e na sala de aula” (CANDAUI, 2014, p. 32), uma vez que, no atual cenário social brasileiro, a promoção do interculturalismo também é uma nova forma de globalização, rompendo com os processos tradicionais que acabam por ocultar e desvalorizar as diferenças.

Para expandir este assunto, cabe pensar o que ensinar neste contexto intercultural, ou ainda, dentro da área das exatas, de que forma abordar os conteúdos escolares e relacioná-los na perspectiva intercultural? Para ambos os questionamentos, a resposta é complexa, pois exige o rompimento de paradigmas e hegemonias no âmbito escolar.

Uma das possíveis respostas para estas questões se dá na problematização do conhecimento escolar, reconhecendo os distintos saberes oriundos de diferentes grupos culturais. Relacionar o saber escolar com o saber cotidiano do aluno é uma forma de dar sentido ao que se ensina. Para isso, é necessário que “sejamos capazes de desenvolver currículos que incorporem referentes de diferentes universos culturais” (CANDAUI, 2014, p.35), uma vez que “a pluralidade cultural e identitária permanece como aspecto a ser considerado pelos currículos” (LOPES, MACEDO, 2011, p.192). Esta dinâmica, de problematização dos saberes, promove a argumentação e o confronto de ideias, além da interação entre diferentes realidades socioculturais.

A incorporação da interculturalidade no ensino reflete em uma das principais lutas do século XXI em países subdesenvolvidos: “o conhecimento não é um privilégio de determinado grupo de pessoas. Ele tem sua história e geografia [...]” (STRECK, 2012, p. 21). A democratização do conhecimento rompe com a ideia de uma pedagogia padronizada, que preza por inviabilizar as diferenças e “formar”, no sentido mais claro possível de “encaixar em determinados padrões”, um cidadão unicamente para o mercado de trabalho. Na perspectiva intercultural, conceitos como igualdade e respeito tem grande abertura de discussão, uma vez que é neste ambiente, crítico e problematizador, onde é possível se colocar no lugar do outro e compreender as suas razões e influências, porém, isto só se torna possível com currículos que o incentivem e o promovam. Neste sentido, “o currículo precisa, assim, dar conta, ao mesmo tempo, do respeito à diferença e do compromisso da escola com a promoção da justiça social” (LOPES, MACEDO, 2011, p.191). Dentro desta proposta, a ideia é de que “a criança

na escola, ao conviver com a diversidade cultural, venha a aprender com ela” (MOREIRA, CARVALHO, 2014, P. 45), seja sobre o dinamismo do conteúdo ensinado ou seja sobre valores éticos e sociais.

Dentro desta discussão, há um paradigma sobre a organização escolar e a pluralidade cultural. Dayrell (1996) abre a discussão sobre a homogeneidade da instituição escolar. Em olhares tradicionais, têm-se que

A instituição escolar deveria buscar atender a todos da mesma forma, com a mesma organização do trabalho escolar, mesma grade e currículo. À homogeneização dos sujeitos como alunos corresponde à homogeneização da instituição escolar, compreendida como universal” (DAYRELL, 1996, p. 4).

Diante desta afirmação, a pergunta que fica é: como homogeneizar o ensino onde seu público é predominantemente heterogêneo?

Dayrell (1996) sintetiza este aspecto explicitando que o ensino e a instituição escolar devem prezar por evidenciar e expor, ao máximo possível, as diferenças culturais, principalmente nas formas políticas e ideológicas. É neste ponto que um dos principais focos deste trabalho entra em ação: o ensino de cultura através da arte, utilizando-a como fator central para explicitação das diferentes culturas brasileiras, conforme discorreremos a seguir.

1.3 INTERDISCIPLINARIDADE E TEMAS DE INTERESSE

Conforme discutido anteriormente neste trabalho, o assunto “Cultura”, seja aonde for a sua aplicação, possui vasta abrangência, seja em suas terminologias, ou seja, nas distintas opiniões de autores acerca de seu real significado e impacto na educação. Por este motivo, este trabalho limita-se à exposição de argumentos que reforçam o ensino de Cultura através da Arte, mais especificamente por intermédio da Música como ferramenta que permite evidenciar diferenças culturais. Para isso, iniciamos nossa discussão sobre os o conceito de “interdisciplinaridade” e de que forma este conceito, aliado aos Temas de Interesse, validam este trabalho no campo educacional.

Antes de estabelecermos as relações entre os temas deste subcapítulo, cabe uma breve conceituação sobre as distintas formas de disciplinaridade. Neste âmbito, as perguntas norteadoras desta discussão são: qual a diferença entre multidisciplinaridade, transdisciplinaridade e interdisciplinaridade? Qual destes

conceitos mais se adequa à uma proposta de trabalho que visa o Ensino dentro de uma perspectiva Cultural? Mais uma vez, retorna-se à bibliografia para revisar o que distintos autores definem sobre estes termos.

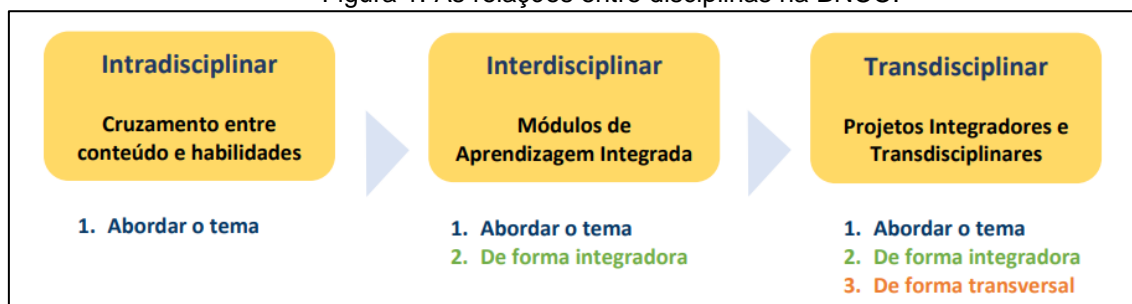
Quando se fala em multidisciplinaridade, assim como no contexto de “multiculturalismo”, sua própria terminologia sugere a noção de coexistência de distintas disciplinas escolares através do prefixo “multi”. Para Pires (1998) a multidisciplinaridade ocorre quando “as disciplinas do currículo escolar, estudam perto, mas não juntas (p.176). Delattre (2006), define a multidisciplinaridade como “uma simples associação de disciplinas que concorrem para uma realização comum, mas sem que cada disciplina tenha que modificar significativamente a sua própria visão das coisas e dos próprios métodos (p.280). A associação de disciplinas deste tipo, não visa a interação à nível metodológico ou de conteúdo, apenas foca nos espaços compartilhados por distintos saberes (KOBASHI; TÁLAMO, 2003). Neste sentido, “a multidisciplinaridade estaria hierarquicamente no primeiro nível, inferior, de integração entre as disciplinas, quando comparada à inter e à transdisciplinaridade” (BICALHO, OLIVEIRA, 2011, p. 7), uma vez que apenas admite a ocupação e existência de distintas disciplinas dentro do ambiente escolar.

Já quando se refere à Transdisciplinaridade, se fala de uma abordagem teórico-metodológica ainda em construção, que possui distintas vertentes e interpretações que variam conforme o contexto de discussão (BICALHO, OLIVEIRA, 2011). Uma possível definição para este termo é trazida por Nicolescu (2000), principal autor que expande o tema afim de firmá-lo com uma boa base de referencial teórico:

como o prefixo “trans” o indica, diz respeito ao que está ao mesmo tempo entre as disciplinas, através das diferentes disciplinas e além de toda disciplina. Sua finalidade é a compreensão do mundo atual, e um dos imperativos para isso é a unidade do conhecimento (NICOLESCU, 2000, p.4).

No trecho acima, fica evidente o aspecto da “unidade” do conhecimento. Este conceito é relativamente novo, sendo a transdisciplinaridade a última evolução do pensamento de interação entre disciplinas. A própria cartilha que trata dos Temas Contemporâneos Transversais na BNCC (discutida anteriormente) o traz como o último nível de relação entre distintas disciplinas, conforme mostra a Figura 1.

Figura 1: As relações entre disciplinas na BNCC.



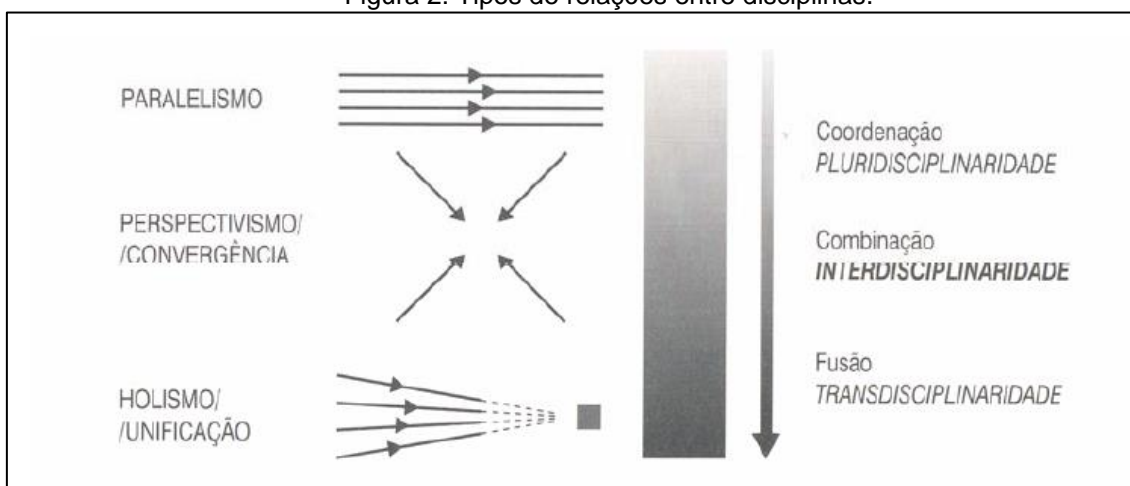
Fonte: BRASIL (2019, p. 9).

Na figura destacada acima, percebe-se que a própria BNCC busca enfatizar os níveis de complexidade acerca das relações disciplinares, inclusive trazendo os “projetos integradores” como principal método transdisciplinar. Almeida Filho (1997) discorre que a transdisciplinaridade está inserida na busca de um novo paradigma nas ciências educacionais no século XXI, bem como na saúde coletiva, e por este motivo, acaba por mobilizar distintas variáveis. Pires (1998) critica esta abordagem sinalizando que ela “parece trazer em seu interior a possibilidade de um vale tudo um pouco perigoso” (p.176). Porém, em síntese, Pombo (2005) propõe que a transdisciplinaridade “supõem um ir além, uma ultrapassagem daquilo que é a próprio da disciplina” (p.5). Por fim, o ponto de destaque dentro desta abordagem, é a perspectiva holística e unificadora acerca da relação entre distintas disciplinas (POMBO, 2008).

Quando se fala de interdisciplinaridade, têm-se um tema quase que esgotado em diversas pesquisas no âmbito educacional. Um dos motivos para isso são as próprias orientações educacionais brasileiras, a partir do ano 2000 que traziam em seu aporte teórico esse tema como algo central para o futuro da educação brasileira. Mas o que de fato seria o ato interdisciplinar? Pires (1998) destaca que as diferenças de uma organização interdisciplinar para a trans e a multidisciplinar não são relacionadas ao nível de integração entre as disciplinas, mas sim inspira-se em uma crítica à superespecialização, “à organização social capitalista, à divisão social do trabalho e a busca da formação integral do gênero humano” (p.177). Neste sentido, “a interdisciplinaridade ocupa posição intermediária entre a multi e a transdisciplinaridade, com a ocorrência de intercâmbios e enriquecimentos mútuos entre as disciplinas (BICALHO; OLIVEIRA, 2011, p. 8-9). O prefixo “inter” traz a ideia de uma relação recíproca, ou ainda de algo que ocorre “ao mesmo tempo que”, fato

visivelmente observável em uma organização interdisciplinar, uma vez que uma de suas premissas principais é a de convergência e perspectivismo do conhecimento. POMBO (2008) ressalta uma diferença crucial entre a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade: enquanto a primeira preocupa-se com convergir ideias de diferentes áreas, a segunda busca a unificação do conhecimento. A Figura 2 busca exemplificar esta diferenciação.

Figura 2: Tipos de relações entre disciplinas.



Fonte: POMBO (2005, p. 6).

Nesta comparação, a autora traz a multidisciplinaridade como sinônima à “pluridisciplinaridade”, que admite a existências de distintas disciplinas que transcorrem em paralelismo, sem uma relação direta. Percebe-se na Figura 2 que a representação geométrica trazida pela autora retrata com clareza as intenções de cada tipo de abordagem, onde para a multidisciplinaridade, as disciplinas ocorrem sem interação explícita, para a interdisciplinaridade temos múltiplas áreas convergindo para uma mesma significação e na transdisciplinaridade têm-se a relação disciplinar que unifica todas as áreas considerando o conhecimento como algo único.

Voltando a discussão sobre o conceito de interdisciplinaridade, Luck (2001) vai mais longe em sua definição, apontando que:

A interdisciplinaridade é o processo de integração e engajamento de educadores, num trabalho conjunto, de interação das disciplinas do currículo escolar entre si e com a realidade, de modo a superar a fragmentação do ensino, objetivando a formação integral dos alunos, a fim de que exerçam a cidadania, mediante uma visão global de mundo e com capacidade para enfrentar os problemas complexos, amplos e globais da realidade (p. 64).

Perceba que o autor estende a visão da organização interdisciplinar para, também, a integração entre os educadores e a construção do currículo, evidenciando uma abordagem educacional mais complexa do que habitualmente é discutido. Peleias et al. (2011) traz ainda que “o movimento interdisciplinar surge com maior força nas ciências humanas sociais” (p. 506) e que seu cerne pretende romper a fragmentação dos saberes. Pombo (2006) reforça ainda que a interdisciplinaridade existe, sobretudo, como uma prática, ou seja, se caracteriza na ação, nas experiências e nas oportunidades de contextualização.

Com o esclarecimento dos 3 conceitos, a próxima pergunta a se responder é: qual das 3 abordagens é mais adequada à esta proposta de trabalho? Para essa resposta, deixamos claro que não existe uma melhor ou pior abordagem entre os conceitos discutidos, mas sim uma maior sinergia/coerência com o que estamos nos propondo a discutir. Nossa escolha da interdisciplinaridade vem em harmonia com a interculturalidade e o respeito às diferenças. Destacamos este aspecto pois, no caso da abordagem transdisciplinar, o conhecimento é visto com o olhar holístico de unificação, e este fato acaba por não estar em consonância com uma abordagem na perspectiva cultural, uma vez que, no subcapítulo anterior, fomos veementes em tentar destacar que deve existir respeito à existência de distintas, onde a existência de uma cultura “mãe” ou superior (tentativa de unificação) apenas contribuiria para o aumento das desigualdades sociais e do preconceito com grupos minoritários. Isso estaria em dissintonia caso defendêssemos, nessa proposta, a transdisciplinaridade, pois em um momento afirmaríamos que a diversidade cultural deve ser explicitada e incentivada como um fator de desenvolvimento social e em outro momento defenderíamos uma abordagem que visa a unificação do conhecimento.

Outro ponto que reafirma nossa escolha pela interdisciplinaridade é quando é explicitado que, nesta abordagem, há uma convergência de distintas áreas para a criação de conceitos, de forma recíproca e que aprimore o entendimento de suas especificidades através de contextualização com a realidade. Deixando isso claro, o próximo passo foi identificar a tipologia da interdisciplinaridade. Para isso, nos baseamos na classificação sintetizada por Japiassú (1976) através de seus estudos dos tipos de interdisciplinaridade propostas H. Heckhausen. Japiassú sintetiza os tipos de interdisciplinaridade em dois: interdisciplinaridade linear ou cruzada e interdisciplinaridade estrutural.

Para a relação interdisciplinar linear ou cruzada, o autor a descreve como apenas “uma forma mais elaborada de pluridisciplinaridade” (JIPIASSÚ, 1976, p. 81), pois há apenas permutações entre as disciplinas sem evidências de reciprocidade, ou seja, são as relações onde há uma disciplina que se apoia em ideias de outra para desenvolver sua própria compreensão, sem expandir a disciplina auxiliar. Já na interdisciplinaridade estrutural, o autor enfatiza que dentro de um processo de interação, “duas ou mais disciplinas ingressam, ao mesmo tempo, num diálogo em pé de igualdade. Não há supremacia de uma sobre as demais. As trocas são recíprocas. O enriquecimento é mútuo (JIPIASSÚ, 1976, p. 81). O seu resultado recai sobre uma combinação de disciplinas no intuito de resolver novos problemas (JIPIASSÚ, 1976) ou apresentação de novas propostas.

Mesmo o enfoque deste trabalho sendo os conteúdos matemáticos, defendemos a ideia de que em nossa proposta ocorre a interdisciplinaridade do tipo estrutural, uma vez que buscamos significar, de maneira não menos importante, os conceitos também da área de Física, relacionados ao fenômeno sonoro, e de Música.

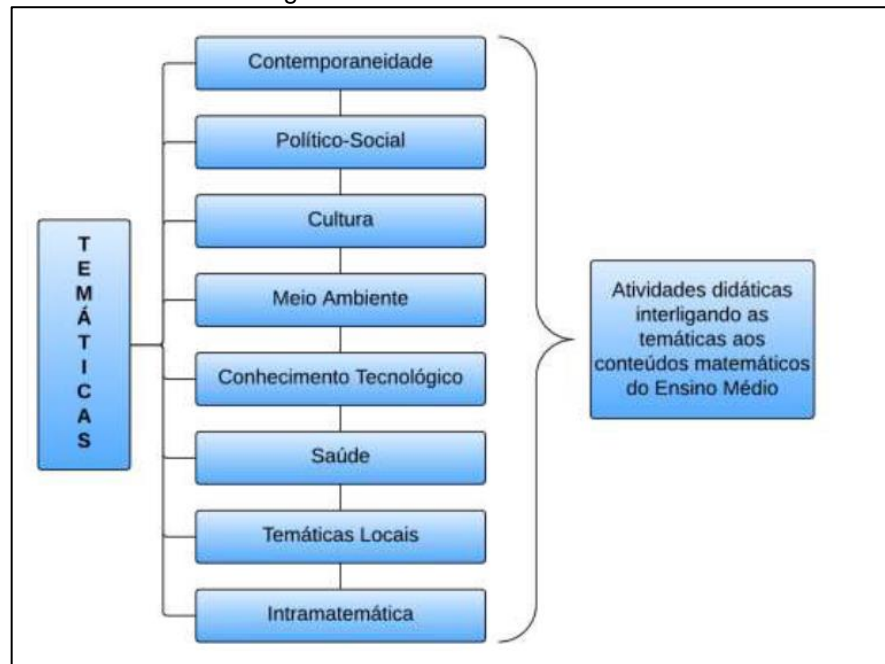
O próximo questionamento norteador refere-se ao que integrar e de que forma integrar. Lima e Braz (2016) trazem que:

O sentido maior da interdisciplinaridade que é o de integrar os saberes de forma a possibilitar a formação de um indivíduo preenchido em todas suas dimensões existenciais, ou seja, a psicológica, emotiva, cognitiva, sociocultural, espiritual, artística e estética, foi secundarizado, quando não esquecido (p. 120).

Neste sentido surgem os temas de interesse. Segundo Olgin (2015), Temas de Interesse “são assuntos relevantes para a formação do estudante, temas modernos e que possam potencializar o Currículo de Matemática [...], permitindo o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos” (2015, p.65). Ainda segundo a autora, estes temas são proporcionadores de valores sociais, culturais, políticos e econômicos no amparo à formação de cidadãos atuantes e comprometidos.

Ainda nesta perspectiva, Olgin sugere 8 temáticas de interesse para o currículo específico de Matemática na intenção de serem um conjunto de assuntos que possibilitem “contemplar, no currículo desta disciplina, uma educação crítica, transformadora, reflexiva, rica em contextos, permitindo ao estudante envolver-se em cada assunto” (OLGIN, 2015, p.130). A figura 3 retrata as 8 temáticas citadas pela autora.

Figura 3: Os temas de interesse.



Fonte: OLGIN (2015, p.131).

Dentre as temáticas sugeridas, a parte referente à “cultura” possui relevância direta para este trabalho. Nas palavras da autora, “a temática Cultura permite desenvolver assuntos relacionados à arte musical, cênica, visual e ao Esporte, considerando-se os aspectos relacionados às tradições locais, nas quais os alunos estão inseridos. Ela possibilita que o Currículo de Matemática contemple os saberes relativos ao contexto sociocultural de cada região (OLGIN, 2015, p.132). Marques (2011) defende que a arte, uma forma de expressão cultural, possibilita ao indivíduo conhecer a história da construção do pensamento e do que se interpreta, e por isso este assunto deve ser desenvolvido em sala de aula. Favaretto reafirma a “necessidade de se pensar a arte na escola no horizonte das transformações contemporâneas” (2010, p.229).

Abordar a Arte como um todo é algo amplo e por este motivo, segmentamos a Arte na forma da Cultura Musical, porém, integrar a Música ao Ensino de Matemática, requer, também, conceitualizações oriundas da Física, mais especificamente da parte de acústica. Saviani discorre que:

[...] a música é um tipo de arte com imenso potencial educativo já que, a par de manifestações estéticas por excelência, explicitamente ela se vincula a conhecimentos científicos ligados à física e à matemática além de exigir habilidade motora e destreza que a colocam, sem

dúvida, como um dos recursos mais eficazes na direção de uma educação voltada para o objetivo de se atingir o desenvolvimento integral do ser humano” (2003, p.40).

Já Correia corrobora esta visão quando cita que:

a música auxilia na aprendizagem de várias matérias. Ela é componente histórico de qualquer época, portanto oferece condição de estudos na identificação de questões, comportamentos, fatos e contextos de determinada fase da história. Os estudantes podem apreciar várias questões sociais e políticas, escutando canções, música clássica ou comédias musicais. O professor pode utilizar a música em vários segmentos do conhecimento, sempre de forma prazerosa, bem como na expressão e comunicação, linguagem lógico-matemática, conhecimento científico, saúde e outras. Os currículos de ensino devem incentivar a interdisciplinaridade e suas várias possibilidades (2003, p.84-85).

O ensino de Música também é apresentado como um conteúdo atraente para o público jovem. Ximendes (2010), em sua dissertação de mestrado sobre as bases neurocientíficas sobre a criatividade, enfatizou em sua investigação a forte influência da música no processo de aprendizagem, reforçando assim a validade do ensino de arte em conjunto com outras áreas. Por fim, como citado anteriormente, analisar uma forma de arte, ou ainda, uma forma de expressão social, como a música, abre oportunidades para evidenciação de diferenças culturais.

Desta forma, finalizamos o referencial teórico desta dissertação sintetizando os 3 pilares discutidos: inicialmente, realizamos uma pequena análise sobre de que forma a cultura está presente nas diretrizes e orientações governamentais da educação brasileira, com a finalidade de verificar o impacto de sua presença na composição dos currículos escolares. Em seguida, iniciamos uma discussão sobre de que forma esses currículos, e a cultura, impactam a sala de aula, finalizando com a discussão sobre a interdisciplinaridade e de que forma a arte, em forma de música, traz benefícios ao processo de ensino e aprendizagem.

2 A PESQUISA

No capítulo a seguir serão descritos os detalhes referentes ao tema de pesquisa, o problema, o objetivo geral e objetivos específicos que foram delineados para a investigação e as características da pesquisa.

2.1 TEMA DA PESQUISA

Esta pesquisa aborda o tema “Relações entre a Música, Matemática e a Física do Som no desenvolvimento e contextualização dos conteúdos matemáticos”.

2.1.1 Delimitação do tema da pesquisa

Esta pesquisa delimita-se em analisar uma sequência didática envolvendo as relações entre a Música, a Física do Som e os conteúdos Matemáticos no Ensino Médio na perspectiva do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem considerando os aspectos culturais.

2.2 PROBLEMA DA PESQUISA

O ensino integrado com cultura é amplamente discutido tanto dentro da área de educação quanto nos próprios documentos normativos/orientativos que regem a elaboração do currículo escolar prescrito. Aliado a esta demanda de organização curricular, o atual momento da sociedade, com a intensificação da luta por igualdade e reconhecimento das minorias, ressalta ainda mais a importância do olhar intercultural. Dentro desta ótica, faz-se cada vez mais necessário a apresentação de propostas que, efetivamente, façam uma relação direta entre a cultura e as distintas áreas do saber, integrando conceitos e experiências. Neste trabalho, propomos uma sequência didática unindo 3 áreas até então distintas (Matemática, Física e Música) colocando em ênfase o aspecto cultural da arte.

Neste ponto, o presente estudo pretende responder a seguinte pergunta: *Quais as contribuições educacionais de se integrar, de maneira interdisciplinar, a Música e o som no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio em uma perspectiva cultural?*

2.3 OBJETIVOS

Para responder ao problema de pesquisa foram traçados o objetivo geral e os objetivos específicos apresentados a seguir.

2.3.1 Objetivo Geral

Investigar as possibilidades didáticas das relações entre Matemática, Música, Física e as diferentes culturas musicais no Ensino Médio.

2.3.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Identificar quais as possíveis relações entre os conhecimentos matemáticos, a Música e a Física do Som no Ensino Médio;
- Investigar e elaborar atividades didáticas integrando Matemática, Música e a Física do som;
- Implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) uma sequência didática no Ensino Médio, integrando a Música, a Matemática e a Física com enfoque no uso de Tecnologias Digitais e na perspectiva cultural da Música brasileira;
- Investigar a percepção dos alunos participantes da pesquisa frente à sequência didática realizada.

2.4 ESTADO DA ARTE

Com a finalidade de justificar a execução deste projeto, inicialmente foi realizada o levantamento referente ao “estado da arte”, que consiste em pesquisar trabalhos já realizados que possuem temática semelhante ou que trabalhem de forma integrada Matemática e Música enquanto proposta pedagógica.

No início do ano de 2019, foi realizada uma pesquisa no Banco de Teses e Dissertações mantido pela CAPES, no intuito de verificar a existência destes trabalhos. Como forma de pesquisa, os termos pesquisados foram “Educação Matemática” e “Música”. Inicialmente a busca retornou com um total de 23023 trabalhos, entre teses e dissertações. No intuito de reduzir este número, buscou-se os trabalhos dos últimos 10 anos (período 2009-2018), resultando assim em 15121 resultados (redução de 34,3%). Como o resultado quantitativo de trabalhos ainda era

expressivo, aplicamos mais um filtro, desta vez no quesito “áreas do conhecimento”, selecionando apenas: Educação; Ensino; Ensino de Ciências e Matemática; Matemática; e Música. Com estes filtros, reduzimos o número de resultados para 6891 trabalhos, cerca de 29,9% em relação ao valor inicial da pesquisa. Ainda sendo um número relativamente grande, aplicamos mais um filtro, olhando para o campo “grandes áreas do conhecimento”. Percebemos que, devido a filtragem anterior, apenas 4 grandes áreas do conhecimento haviam restado: Ciências exatas e da terra; Ciências humanas; Linguística, Letras e Artes; e Multidisciplinar. Como o enfoque deste trabalho é na área de exatas e a interdisciplinaridade, decidimos excluir apenas a área de “Linguística, Letras e Artes”, uma vez que os trabalhos desta área possuíam dimensionamento voltado para a análise das estruturas poéticas presentes na música. Com isso, reduzimos a quantidade de trabalhos para 5017 resultados (21,8% do total inicial).

Um pouco mais de 5 mil trabalhos ainda era um número expressivo, além de, ao analisarmos alguns resultados, percebermos que ainda assim não estávamos com o afinamento ideal. Por este motivo, exploramos o último filtro disponível na página da Capes que revelou os resultados realmente relevantes. Na filtragem por “Área de avaliação”, selecionamos apenas 4 áreas que nos retornaram 7 resultados: Educação (3); Ensino (0); Ensino de Ciências e Matemática (2); e Matemática/Probabilidade Estatística (2). Buscando os 7 trabalhos sinalizados, ainda descartamos 2 por apresentarem uma abordagem voltada à educação pré-escolar. Ambos os trabalhos excluídos pertenciam à área de avaliação Ensino de Ciências e Matemática.

Após o refinamento dos resultados com a aplicação dos filtros citados, chegou-se a 5 trabalhos diretamente relacionados à proposta desta dissertação, conforme Figura 4.

Figura 4: Trabalhos na área.

Título	Autor / Ano	Resumo
Música e Matemática: a harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem (Dissertação)	Chrisley Bruno Ribeiro Camargos 2010	Neste trabalho, o autor visa estabelecer e explicar as relações existentes entre a teoria musical e a matemática, objetivando criar modelos matemáticos que resultem em um manual didático, com discussões acerca da aplicação como estratégia de ensino. Não houve aplicação, apenas a criação do manual.
A melodia das razões e proporções: a música sob o olhar interdisciplinar do professor de matemática (Dissertação)	Fernando Moreira Barnabé 2011	Neste trabalho, o autor foca na criação de oficinas didáticas voltadas para a prática em sala de aula, onde os alunos possam estabelecer e evidenciar as relações entre matemática e música, onde seu objetivo principal é o de apresentar uma sequência de atividades encadeadas. Não houve aplicação, apenas a criação das oficinas.
Matemática e música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares (Dissertação)	Gean Pierre da Silva Campos 2009	Neste trabalho, o autor foca na criação de oficinas didáticas para evidenciar as relações entre matemática e música, sendo o seu público alvo professores e licenciandos de Matemática. As oficinas abordam estratégias com o intuito que estas sejam trabalhadas dentro de sala de aula. As oficinas foram aplicadas em um grupo de 18 pessoas, professores formados e em formação.
Relacionando as funções trigonométricas com música (Dissertação)	Michelangelo dos Santos Rodrigues 2017	Neste trabalho o autor constrói uma sequência de atividades através de oficinas para alunos do 3º ano do Ensino Médio com enfoque na relação do conteúdo de funções trigonométricas e a música. As oficinas têm duração total de 6 horas e a principal ferramenta utilizada é o <i>software</i> Octane.
Progressões Geométricas e Música: uma proposta de modelagem (Dissertação)	Leniedson Guedes dos Santos 2014	Neste trabalho, o autor propõe uma atividade didática, voltada para professores do Ensino Médio sobre o conteúdo de Progressão Geométrica relacionando-o com a Música. Houve aplicação em oficina, porém o enfoque maior dado pelo autor é sobre o aspecto de modelagem matemática.

Fonte: A pesquisa.

Para o trabalho de Camargos (2010) percebe-se um enfoque na construção de um produto educacional que relaciona a teoria musical à sua parte Matemática. Por este motivo, destacamos a riqueza de atividades e a vasta exploração de distintas escalas musicais, que envolve desde atividades teóricas como diversas atividades práticas. Este trabalho foi fundamental para a apropriação das teorias musicais envolvidas bem como um material orientativo para a produção de atividades com este tema.

No trabalho de Barnabé (2011) o enfoque maior é a criação das oficinas com a temática Matemática e Música. Mesmo sem aplicação, este trabalho é rico em detalhes, tais como atividades e forma de organização das aulas, elementos estes que nos influenciaram na construção da sequência didática desta dissertação.

Campos (2009) tem uma abordagem similar a de Barnabé (2011), porém com a diferença de seu público-alvo ser professores licenciandos e licenciados em Matemática. Neste trabalho, a aplicação é o ponto chave, demonstrando uma exímia organização e lógica na sequência de atividades, fator esse englobamos em nosso trabalho.

A dissertação de Rodrigues (2017) possui uma proposta similar a que apresentamos: uma sequência de atividades para alunos do 3º ano do Ensino Médio, porém o mesmo restringe suas atividades ao conteúdo de funções trigonométricas. Neste trabalho evidenciamos uma ótima relação da parte de modelagem Matemática fazendo a liga entre as duas áreas temas, o que nos influenciou a adotar medidas semelhantes na construção de nossa sequência didática.

Por fim, Santos (2014) traz um enfoque na modelagem Matemática e no conteúdo de Progressão Geométrica, trabalhando com professores do Ensino Médio. Mesmo as atividades sendo voltadas para este público em específico, sua organização das oficinas influenciou a forma em que estruturamos nossa sequência didática, principalmente no que tange ao cronograma estabelecido.

Nos trabalhos levantados, há uma carência pela representação da Música como uma forma de Arte, o que corrobora a proposta deste projeto. Com respeito a aplicação, apenas em um trabalho há aplicação direta com alunos do Ensino Básico, e este tem o conteúdo de funções trigonométricas como única forma de relação entre a Matemática e a Música. Neste cenário, ainda conforme nossa problemática e objetivos de pesquisa, este projeto visa trabalhar a Música como Ciência, para assim poder criar uma rede lógica (por meio de uma sequência didática de atividades) a fim de proporcionar aos alunos a exploração de conceitos e a contextualização dos conteúdos matemáticos utilizando a cultura musical, oportunizando momentos de trabalho utilizando arte e criatividade.

3 PERCURSO METODOLÓGICO DA INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo, serão descritos e caracterizados os detalhes da organização da trajetória de pesquisa e da aplicação da sequência didática proposta, elencando as etapas metodológicas da pesquisa. Salienta-se que esta pesquisa é de caráter qualitativo caracterizado por um estudo de caso.

Quanto à abordagem qualitativa, salienta-se que o enfoque deste estudo se dá nos processos de significância e construção de relações entre diferentes áreas, dando mais importância ao processo e ao significado atribuído pelas pessoas às coisas, o que vem ao encontro da proposta qualitativa. Segundo Godoy (1995, p.63) “os pesquisadores qualitativos tentam compreender os fenômenos que estão sendo estudados a partir da perspectiva dos participantes”. Córdova e Silveira (2009), reiteram que a pesquisa qualitativa “preocupa-se, portanto, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais.” (2009, p.37).

Ainda referindo-se sobre a caracterização qualitativa, esta é centrada no entendimento e na identificação das características de situações, eventos e organizações (LLEWELLYN; NORTHCOTT, 2007), onde seu objetivo principal é o de “buscar entender o que as pessoas apreendem ao perceberem o que acontece em seus mundos” (ZANELLI, 2002, p.83). Este estudo orienta-se no entendimento do processo de Ensino e Aprendizagem, o que vem ao encontro das definições expostas acima. Em nossa pesquisa, percebemos uma maior coesão ao caracterizarmos a mesma como qualitativa, pois o cerne de investigação centra-se em aspectos culturais e subjetivos, como toda forma de arte tende a ser. Outro ponto de destaque recai sobre a análise das percepções dos alunos e suas evoluções acerca da qualidade argumentativa em cada atividade, fato este que também traz forte harmonia com o tipo de pesquisa qualitativa.

A fim de justificar a escolha pelo estudo de caso, destacam-se suas características referentes à particularidade do estudo (restringindo a uma parcela ou grupo de indivíduos) e sobre seus métodos de análise. Seu propósito reside em reunir informações detalhadas e sistêmicas sobre um fenômeno particular (PATTON, 2002). “Os estudos de caso, na sua essência, parecem herdar as características da investigação qualitativa. Esta parece ser a posição dominante dos autores que abordam a metodologia dos estudos de caso.” (BRAGANÇA, OSÓRIO, 2010, p.52.).

Dooley (2002) reforça a aplicabilidade dos estudos de caso em situações humanas, ressaltando ainda que:

Investigadores de várias disciplinas usam o método de investigação do estudo de caso para desenvolver teoria, para produzir nova teoria, para contestar ou desafiar teoria, para explicar uma situação, para estabelecer uma base de aplicação de soluções para situações, para explorar, ou para descrever um objecto ou fenómeno (p. 343-344).

Outro ponto chave que induz a escolha do estudo de caso como metodologia de pesquisa, alia-se às ideias de Yin (2005), que discorre acerca da importância do desenvolvimento da teoria como parte inicial do projeto, porém, ainda segundo este autor, não se deve relacionar a teoria desenvolvida ao desenho do projeto, uma vez que seu objetivo é o de produzir um esquema suficiente de estudo e embasamento com pequenas proposições teóricas que fornecerão a direção que se quer chegar. Dentro desta estratégia de investigação, Yacuzzi (2005) infere que toda proposta voltada ao estudo de caso exige a incorporação de uma teoria, no intuito de servir como um plano geral de investigação, da busca e coleta de dados e agindo, ainda, como suporte a sua interpretação.

Nesse sentido entende-se que esta investigação se caracteriza em um estudo de caso porque a investigação consiste em um pequeno grupo, sem possibilidades de generalização, analisando o contexto em específico. Mesmo não tendo possibilidade de generalização, a metodologia de análise de um estudo de caso vem ao encontro desta proposta, uma vez que estamos trabalhando com o fenômeno cultura, uma relação humana explícita, onde o qualitativo possui mais relevância que o quantitativo.

3.1 PÚBLICO ALVO E O AMBIENTE DA PESQUISA

No intuito de que a pesquisa possua impacto educacional, que seus resultados alcancem as escolas de Ensino Médio e que haja um bom aproveitamento da relação entre Matemática e Música, foi elencado o Ensino Médio para a aplicação da sequência didática, entendendo que os estudantes que estão cursando esta etapa da Educação Básica demonstram os requisitos mínimos para o estabelecimento das relações aqui propostas. É nesta fase do Ensino que os estudantes têm contato com os estudos de funções trigonométricas e já possuem uma boa base sobre os fenômenos mecânicos da física, principalmente as oscilações como o fenômeno sonoro.

Como ambiente de pesquisa, foi selecionado junto a 27ª Coordenadoria Regional de Educação (CRE), da cidade de Canoas, no Estado do Rio Grande do Sul, a Escola Estadual de Ensino Médio Leão Puenle. Esta escola é localizada na região central da cidade de Canoas, possuindo mais de 1000 alunos regularmente matriculados e distribuídos em cerca de 30 turmas em todos os três períodos diários (manhã, tarde e noite). A escola possui boa infraestrutura e acessibilidade, sendo uma das principais escolas estaduais da cidade. Em virtude do cenário pandêmico registrado em 2020, o projeto foi reconfigurado para ser aplicado de forma à distância, já que as aulas presenciais foram suspensas em acordo à determinação da administração pública gaúcha através do decreto nº 55.241 divulgado em 10 de Maio de 2020 no diário oficial do Estado do Rio Grande do Sul.

3.2 ETAPAS DA PESQUISA

Considerando os objetivos desta investigação, foram elencadas quatro etapas principais de planejamento: a pesquisa, o desenvolvimento de atividades que compuseram a sequência didática, aplicação da sequência didática com os estudantes e a análise dos dados.

A primeira etapa da pesquisa consistiu em um levantamento dos principais conteúdos matemáticos que podem ser relacionados com a Física do Som e a Música. Além deste levantamento, foram pesquisados, em paralelo, aspectos históricos que encadeiem e relacionem o desenvolvimento da Música em virtude do desenvolvimento e das novas descobertas matemáticas a partir do século XX. Também foram investigadas as diferenças musicais dentro das distintas regiões brasileiras, evidenciando suas influências com o objetivo de traçar um paralelo entre os estilos musicais e a história de cada região.

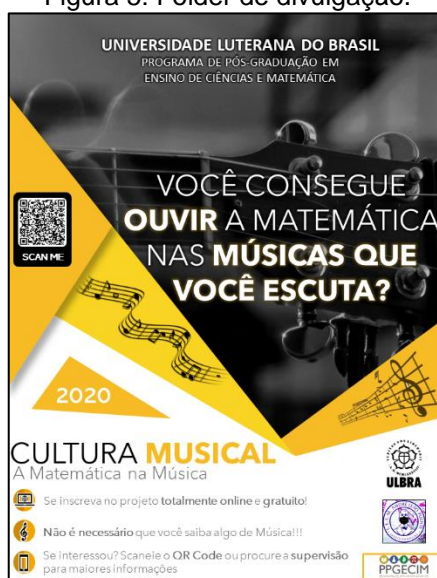
Na segunda etapa foram reunidos os dados obtidos da primeira etapa para o início do desenvolvimento das atividades da sequência didática e dos instrumentos de pesquisa para a coleta de dados. Neste ponto, a pesquisa também entrou em uma fase diagnóstica, avaliando possibilidades e desafios da implementação da sequência didática. Em paralelo, também foi feito contato com a 27ª Coordenadoria Regional de Ensino (27ª CRE) a fim de elencar as possíveis escolas que hospedariam a pesquisa.

A 27ª CRE é composta por 5 municípios, sendo eles Canoas, Esteio, Nova Santa Rita, Sapucaia do Sul e Triunfo, todos pertencentes à região metropolitana de

Porto Alegre no Estado do Rio Grande do Sul. Dentro dos municípios atendidos pela 27ª CRE, a própria coordenadoria indicou uma escola do município de Canoas para aplicação da sequência didática. Esta escolha baseou-se na proximidade de localização da escola aos pesquisadores e a infraestrutura e organização da Escola.

A terceira etapa consistiu na aplicação da sequência didática com o grupo de alunos selecionados. A seleção dos estudantes ocorreu junto à equipe diretiva da Escola. Foram selecionados 8 alunos do 2º e do 3º ano do Ensino Médio regularmente matriculados na Escola de todos os seus turnos. Em razão da pandemia de 2020, toda a divulgação ocorreu através de folder enviado nos grupos de *Whatsapp* mantidos para comunicação da escola com os alunos, conforme Figura 5.

Figura 5: Folder de divulgação.



Fonte: A pesquisa.

A aplicação ocorreu entre os meses de outubro e novembro de 2020, com cerca de 20 horas de duração, incluindo as atividades *online* e orientação do pesquisador através da plataforma *Google Classroom*. Originalmente todo o processo de aplicação da sequência didática incluiria mais atividades práticas, porém, em função do cenário pandêmico causado pelo vírus Sars-Cov-2, este material passou por uma adaptação para que pudesse ser aplicado integralmente na plataforma *online* acima citada. Outro ponto importante foi a adesão dos alunos ao projeto, pois o plano original também incluía a aplicação em, no mínimo, 2 turmas do segundo ano do Ensino Médio, porém a escola estava enfrentando um alto índice de alunos que não respondiam ou não

entregavam as atividades propostas nas aulas *online*, o que afetou a quantidade de alunos que participaram até o final.

Na quarta etapa, é onde reside a análise final dos dados obtidos. Também nesta etapa, inicia-se o fechamento da dissertação articulando o referencial teórico levantado com os resultados obtidos.

Essa pesquisa teve sua aprovação no Comitê de ética com o identificador CAAE 21008719.5.0000.5349 emitido no ano de 2019 pela plataforma Brasil. A escola aceitou a aplicação do estudo através de assinatura de carta de anuência e cada estudante participante da pesquisa assinou o termo o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), tanto para os alunos menores de idade como para os responsáveis legais.

Como peças centrais para a última etapa da pesquisa, a sequência didática e os instrumentos de coleta de dados fazem necessária justificativa de ambos, como se dará a seguir.

3.2.1 Sequência Didática

Como principal ferramenta desta pesquisa, cabe a discussão dos motivos pelo qual a sequência didática foi escolhida como um recurso para a execução da pesquisa com estudantes do 2º e 3º anos do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio André Leão Puente, localizada no município de Canoas/RS.

Inicialmente, define-se sequência didática, segundo Delazeri (2017), como um “conjunto de atividades organizadas, de maneira sistemática, planejadas para o processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo, etapa por etapa”. Ainda sobre a definição de sequência didática, para Zabala (1998), as sequências didáticas se caracterizam, principalmente, por atividades estruturadas e articuladas. Para Groenwald, Zoch e Homa, tem-se que:

A vantagem o uso de uma sequência didática em uma plataforma de ensino é a possibilidade da utilização de diferentes recursos, com padrão superior de qualidade, como vídeos-exemplo, textos com exemplos em movimento, ou seja, um conteúdo visual com maior qualidade. Assim, nesse ambiente virtual de aprendizagem, os alunos deixam de receber o mesmo conteúdo ao mesmo tempo e passam a percorrer caminhos diferenciados, de acordo com o seu perfil de estudante e com seu desempenho (GROENWALD; ZOCH; HOMA; 2009, p.2).

Em função da realidade pandêmica do ano de 2020, a sequência didática proposta foi adaptada para a plataforma digital *Google Classroom* com a finalidade de poder ser realizada à distância. Esta decisão veio ao encontro das práticas adotadas pelo Estado do Rio Grande do Sul para as aulas da rede básica de educação, todas realizadas através da plataforma anteriormente citada. Trazendo para a realidade desta pesquisa, pelo caráter de dinamismo e direcionamento que a sequência didática possui na construção da relação entre Matemática e Música, foram necessárias etapas organizadas em sequência para oportunizar aos alunos momentos proporcionassem o exercício da relação epistemológica entre estas duas áreas do conhecimento. A forma que os conceitos foram encadeados residiu sobre a história da evolução musical juntamente com a história da evolução da Matemática, a partir do século XIX até o atual cenário social.

No total, foram 25 atividades divididas em 6 módulos, respectivamente: revisão de funções trigonométricas, propriedades do som, história da música, andamentos musicais, a música no Brasil e um espaço dedicado exclusivamente para a criação. Foram utilizados *softwares* educacionais, como o GeoGebra, e sites de música para a comparação de sons e mensuração dos andamentos musicais.

3.2.2 Instrumentos de coleta de dados

Os instrumentos de coleta de dados selecionados para esta pesquisa, consistem em questionários, aplicados antes, e após a sequência didática, no intuito de tentar identificar a percepção dos alunos sobre a sequência e sobre a relação dos assuntos propostos e suas produções nas atividades propostas. Os questionários foram elaborados na plataforma *Google Forms* e incorporados no ambiente do *Google Classroom* que hospedava a sequência didática. Cada questionário foi atribuído aos alunos de forma individual para resposta dentro da plataforma.

Para o primeiro questionário, aplicado antes da sequência didática, nossa intenção foi a de nos ambientar acerca dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o universo musical, uma vez que este universo possui suas próprias terminologias. Ainda neste questionário inicial, objetivamos, através das respostas, realizar a composição do perfil dos alunos participantes da pesquisa. Estas informações inicialmente obtidas se tornam fundamentais, pois como a aplicação ocorreria em um cenário “à distância”, ou seja, sem contato direto com o aluno, este seria o único meio

de fazer uma prévia análise dos participantes. O referido questionário consta no Apêndice E deste trabalho.

Para o segundo questionário, aplicado após a sequência didática, nosso objetivo principal foi o de verificar as impressões dos alunos sobre as atividades realizadas e tentar identificar aspectos que evidenciem alguma mudança em suas argumentações quando questionados sobre aspectos musicais. Também é neste questionário que podemos fazer uma validação sobre o tempo e a quantidade de exercícios propostos. Este questionário está disponível no Apêndice E deste trabalho.

O último instrumento para a coleta de dados consiste nos registros das atividades e as produções dos alunos na sequência didática. Sobre os registros, se tratam explicitamente das respostas às atividades propostas, já as produções ficam por conta das composições musicais que solicitamos aos alunos no último módulo da sequência. Ressalta-se que o enfoque foi identificar os impactos do ensino de cultura em sala de aula, principalmente comparando a visão dos alunos antes e após a aplicação da sequência didática (por meio dos questionários) e as estratégias adotadas pelos alunos durante a aplicação da sequência didática (através dos registros individuais ou coletivos). A escolha destes instrumentos vai ao encontro das ideias de Meirinhos e Osório (2010) sobre a coleta de dados em um estudo de caso, onde indicam que:

Entre os documentos de recolha de informação encontra-se o diário, o questionário, as fontes documentais, a entrevista individual e de grupo e outros registos que as modernas tecnologias da informação e comunicação nos permitem obter (p.62)

Para Rodríguez et al (1999), o questionário é um dos grandes pilares da investigação qualitativa enquanto técnica de recolha de dados. Para Meirinhos e Osório (2010), os registros documentais servem para “contextualizar o caso, acrescentar informação ou para validar evidências de outras fontes” (2010, p.62). Na ótica desta pesquisa, os *registros eletrônicos* de operações dos alunos sobre as atividades cumprem essa função (em *softwares* ou em respostas diretas por meio de fórum na plataforma da sequência).

Por fim, Zanelli (2002) destaca que “o rigor na condução de estudos qualitativos é dado pela clareza e sequência lógica das decisões de coleta” (p.83), evidenciando que as escolhas de instrumentos devem ser complementares a fim de fortalecer a validade das argumentações posteriores.

4 AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo descreve-se a sequência didática desenvolvida para esta pesquisa. Em sua fase inicial, o primeiro objetivo da construção da sequência didática era o de, através de uma vasta pesquisa em trabalhos similares, encontrar atividades que pudessem explorar as relações existentes entre a Matemática e a Música. Neste aspecto, tornou-se necessário elencar quais potenciais conteúdos matemáticos são passíveis de relação com a música, bem como organizá-los conforme o nível de ensino. Desta necessidade, surge a Figura 6.

Figura 6: Conteúdos matemáticos relacionáveis com a Música.



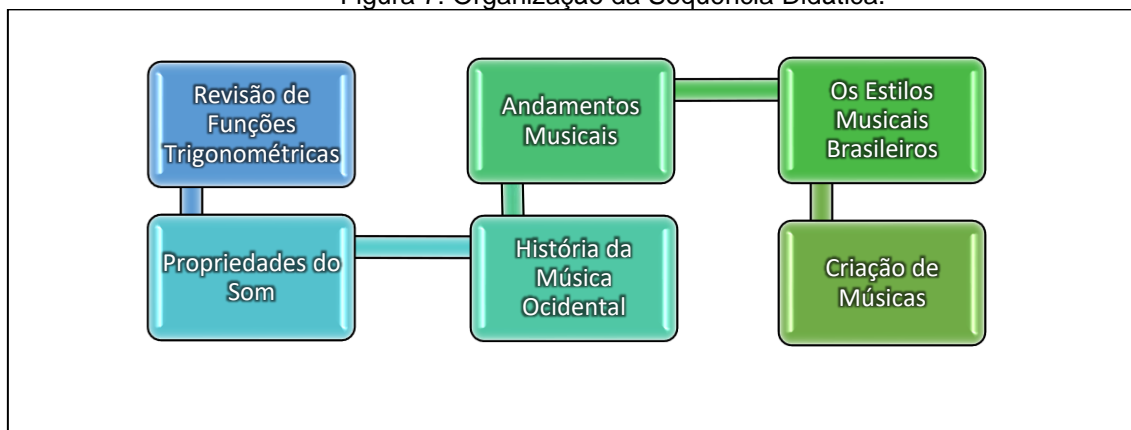
Fonte: A pesquisa.

Os conteúdos elencados na Figura 6 são resultado das leituras dos trabalhos identificados em nosso Estado da Arte. Nestes trabalhos, identificamos diferentes enfoques em distintas estratégias de abordagem. Outro ponto a destacar é que, devido a variação de público-alvo (em momentos sendo a Educação Básica, em outros sendo o Ensino Superior), tornou-se possível a identificação destes conteúdos nas atividades propostas pelos pesquisadores. Nosso trabalho consistiu em sintetizar os conteúdos por nível de Ensino.

Com os potenciais conteúdos organizados, iniciou-se a composição lógica e encadeada de atividades que dariam sentido e elucidassem a relação existente entre a Matemática e a Música. Neste intuito, o próximo passo tratou de compor as partes da sequência didática. Como resultado, foram destacados 6 grupos distintos de atividades, chamados de “módulos”: 1 Revisão de funções trigonométricas; 2

Propriedades do som; 3 História da música ocidental; 4) Andamentos musicais; 5 Os estilos musicais brasileiros e; 6 Criação de músicas (Figura 7).

Figura 7: Organização da Sequência Didática.



Fonte: A pesquisa.

A plataforma escolhida para aplicação da sequência didática foi o *Google Classroom*. Esta escolha vem em sintonia com o método de trabalho adotado pelas escolas estaduais do Estado do Rio Grande do Sul no período de *lockdown* ocasionado pela pandemia do vírus Sars-Cov-2. Esta plataforma tornou-se popular neste período justamente por oferecer, de forma clara e objetiva, uma espécie de ambiente virtual escolar para gerenciamento de aulas, atividades e com uma vasta opção de comunicação *online* entre professores e alunos.

Ainda sobre o cenário pandêmico registrado no ano de 2020, ressaltamos que a organização das atividades da sequência didática passou por um processo de adaptação, para que fosse possível desenvolver este trabalho de forma totalmente *online*, algo um pouco diferente de nossa proposta original. Cada módulo da sequência ficou agrupado em ordem cronológica de execução, conforme ilustra a Figura 8.

Figura 8: Plataforma Google Classroom.



Fonte: A pesquisa.

Sobre o conteúdo presente em cada módulo, toda introdução de temática, faz-se necessária a revisão de alguns pontos chaves para criação dos contextos a serem explorados. Por este motivo, a sequência inicia propondo uma revisão dos principais pontos sobre o conteúdo de funções trigonométricas. Para que seja uma revisão assertiva e objetiva, limita-se ao estudo das propriedades das funções seno e cosseno. Vendo dentro da linha lógica a se traçar entre Matemática e Música, a função “tangente” e as respectivas inversas classicamente trabalhadas (cossecante, secante e cotangente) não apresentam influência na proposta desta pesquisa, pois não possuem uma relação tão intuitiva com o fenômeno sonoro quanto as funções seno e cosseno. A seguir apresentamos os módulos da sequência didática tal como foram apresentados aos alunos juntamente de alguns comentários das intenções ou expectativas de respostas às atividades. Estes módulos foram compostos dos materiais orientativos e dos exercícios solicitados aos alunos.

4.1 REVISÃO DE SENOS E COSSENOS

As propriedades exploradas nesta revisão são: domínio, imagem, amplitude, período, frequência e raízes. Neste primeiro módulo, há um material orientativo sobre

as propriedades das funções trigonométricas citadas acima e duas atividades propostas.

No material didático, há, de maneira objetiva, um resumo sobre as características da função seno, iniciando pela definição dos objetos estudados e evoluindo para análise de suas características conforme consta a seguir:

Funções Trigonométricas: O estudo da Trigonometria sofreu grande evolução no decorrer da história. Acredita-se que a Trigonometria tenha surgido de necessidades na Astronomia. Contudo, sua aplicação a outros campos do conhecimento foi inevitável, desde a realização de cálculos de distâncias inacessíveis (trigonometria nos triângulos) até aplicações mais recentes, relacionadas ao estudo de fenômenos periódicos. Esses fenômenos possuem oscilações que se repetem sistematicamente e podem ser observados no estudo da Música, da Acústica e do mercado financeiro, por exemplo.

Função Seno: como é de costume no estudo de funções, pode-se associar um número real x qualquer ao seno de um arco que mede x radianos. Em síntese, trata-se de associar um número x ao seu valor correspondente do resultado de $f(x) = \text{sen}(x)$. Por exemplo: se $x = \frac{\pi}{2}$, então $f(\frac{\pi}{2}) = \text{sen}(\frac{\pi}{2})$, que resulta em 1. Logo, é possível estabelecer os valores correspondentes dos arcos notáveis conforme Figura 9:

Figura 9: Arcos notáveis.

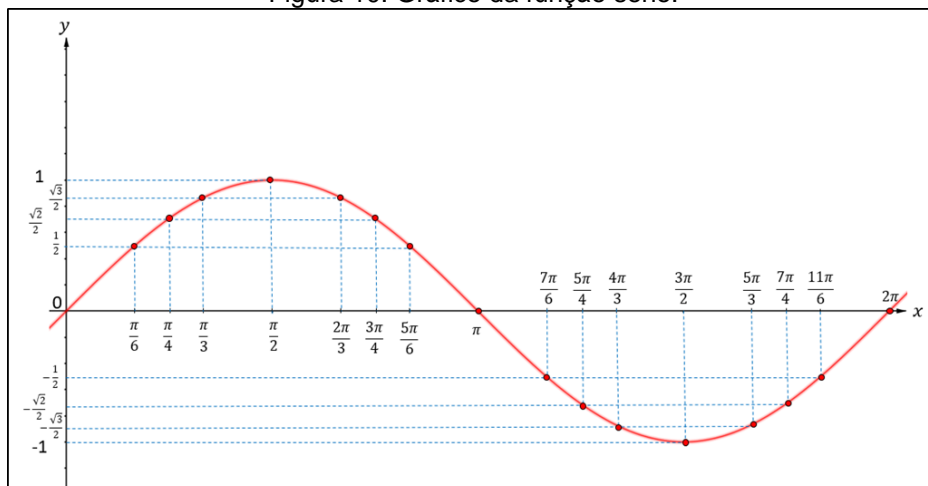
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$f(x) = \text{sen}(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
(x, y)	(0,0)	$(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$	$(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{\pi}{2}, 1)$	$(\frac{2\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2})$	$(\pi, 0)$

x	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$f(x) = \text{sen}(x)$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
(x, y)	$(\frac{7\pi}{6}, -\frac{1}{2})$	$(\frac{5\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{4\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{3\pi}{2}, -1)$	$(\frac{5\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$	$(\frac{7\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$	$(\frac{11\pi}{6}, -\frac{1}{2})$	$(2\pi, 0)$

Fonte: A pesquisa.

Com as correspondências obtidas da equação $f(x) = \text{sen}(x)$, torna-se possível esboçar o gráfico desta função, que se comporta da seguinte forma (Figura 10):

Figura 10: Gráfico da função seno.



Fonte: A pesquisa.

Nota-se que no gráfico acima, o intervalo de esboço é de $[0, 2\pi]$ (valores calculados), porém não significa que o gráfico é limitado no eixo das abscissas (eixo x), pois ele continua infinitamente tanto para a esquerda quanto para a direita, repetindo o seu comportamento.

Com isso é importante lembrar alguns pontos-chave do estudo de funções trigonométricas, como por exemplo:

- a) O **Domínio** da função são os valores do eixo x onde a função pode ser definida como existente, ou seja, são os intervalos de números reais das abscissas (eixo x) que compõem a função. O domínio de uma função deve sempre ser visto no eixo x ! No exemplo anterior, o domínio se dá por todos os números reais, uma vez que não há falhas no esboço do gráfico e o mesmo continua infinitamente tanto para a esquerda quanto para a direita.

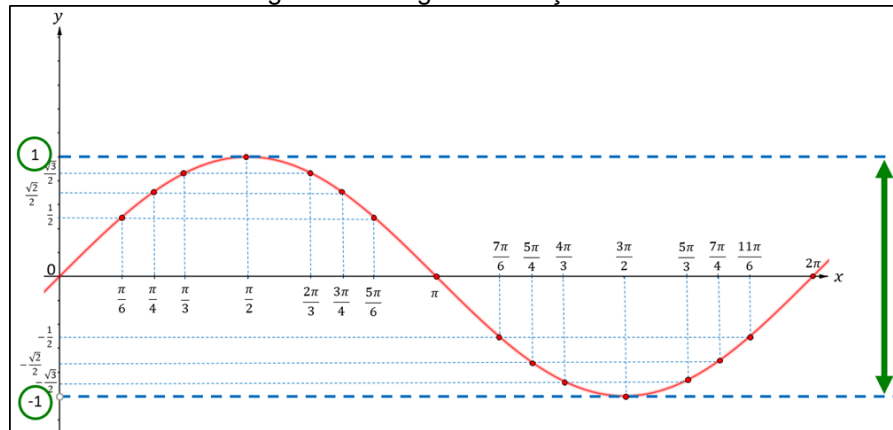
$$D(f) = \mathbb{R}$$

- b) A **Imagem** da função são os valores do eixo y onde a função pode ser definida como existente, ou seja, são os intervalos de números reais das ordenadas (eixo y) que compõem a função. A imagem de uma função deve sempre ser vista no eixo y ! No exemplo anterior, a imagem se dá por todos os números

reais compreendidos no intervalo de $[-1,1]$ pois estes são os valores resultantes que se aplicam a este gráfico referentes ao eixo y (Figura 11).

$$Im(f) = [-1,1]$$

Figura 11: Imagem da função seno.

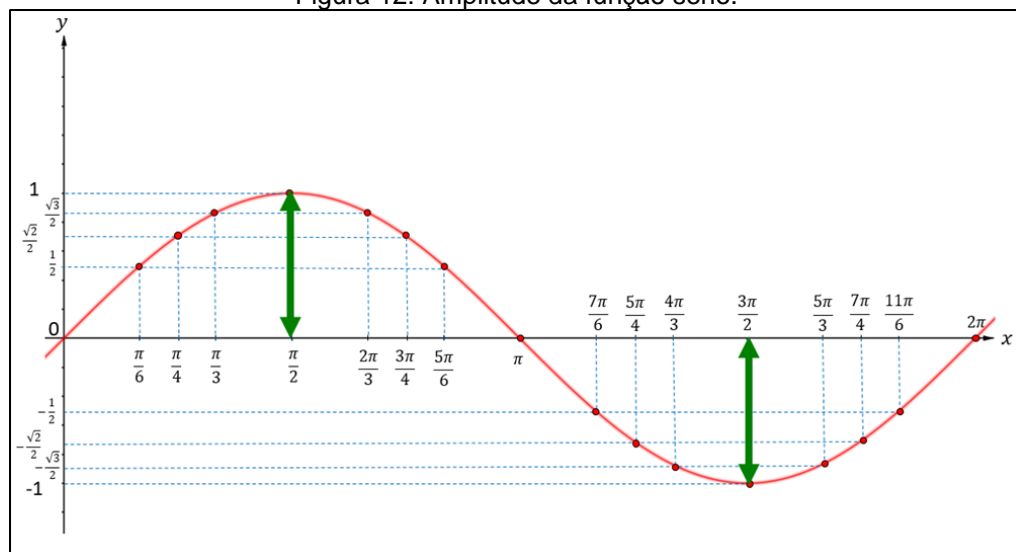


Fonte: A pesquisa.

- c) A **Amplitude** da função é a média da diferença entre o maior valor que a função atinge e o menor valor que a função atinge, ou seja, o maior valor da função subtraído do menor valor e este resultado dividido por 2. Em síntese, trata-se da distância dos extremos do gráfico ao ponto médio (ou ponto de equilíbrio) da função (Figura 12). No exemplo acima, temos:

$$A(f) = \frac{(1 - (-1))}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Figura 12: Amplitude da função seno.

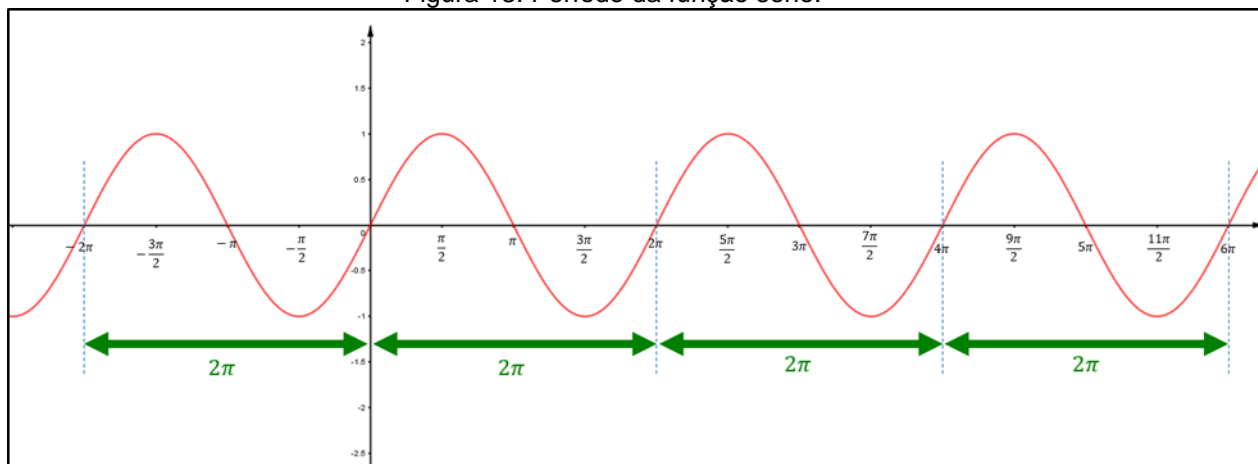


Fonte: A pesquisa.

- d) O **Período** da função resume-se no tempo que o gráfico gasta para efetuar uma vibração completa (ou ciclo completo) e voltar a se repetir. No exemplo dado, percebe-se que o período da função é $P(f) = 2\pi$ (Figura 13). Para calcular o período de uma função, na forma $f(x) = a + b \operatorname{sen}(c * x + d)$, utiliza-se:

$$P(f) = \frac{2\pi}{c}$$

Figura 13: Período da função seno.

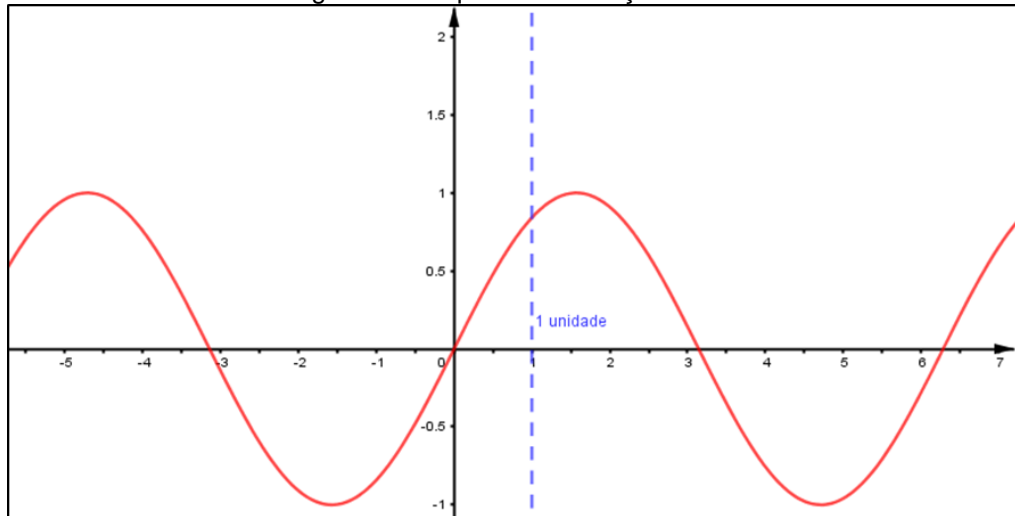


Fonte: A pesquisa.

- e) A **Frequência** de uma função é quantidade de vibrações (ou oscilações) completas dentro de 1 unidade de tempo. Em síntese, é a quantidade de oscilações dentro de 1 segundo. Esta unidade denomina-se Hertz (Hz). No exemplo anterior, a frequência pode ser calculada sendo o inverso do Período (Figura 14), ou seja:

$$F(f) = \frac{1}{P(f)} = \frac{1}{2\pi} \approx 0,16 \text{ Hz}$$

Figura 14: frequência da função seno.

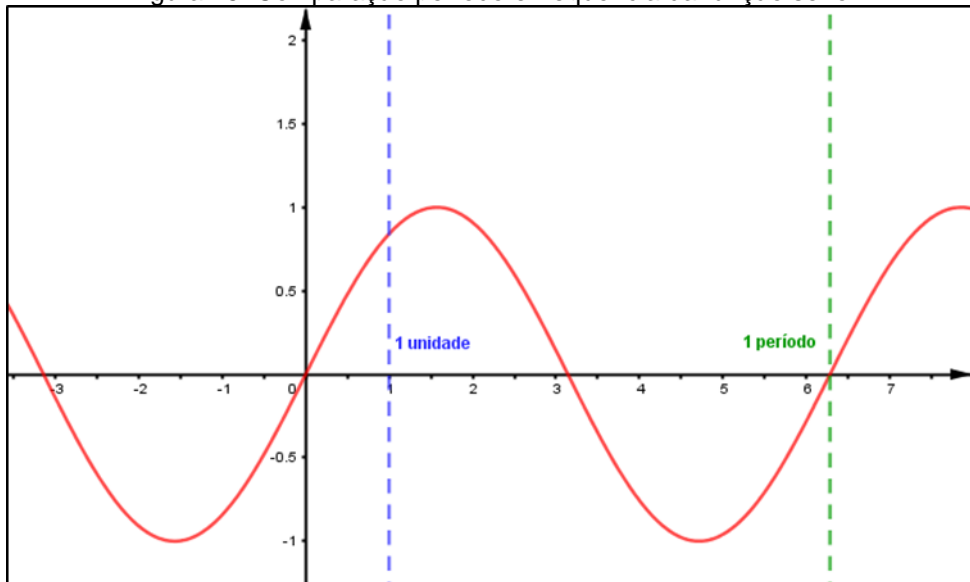


Fonte: A pesquisa.

No exemplo dado, fica claro que a função não faz uma oscilação completa no espaço de 1 unidade do eixo x . Também cabe lembrar que a frequência e o período possuem relação inversamente proporcionais, ou seja, um é o inverso do outro (Figura 15):

$$F(f) = \frac{1}{P(f)} \quad e \quad P(f) = \frac{1}{F(f)}$$

Figura 15: Comparação período e frequência da função seno.



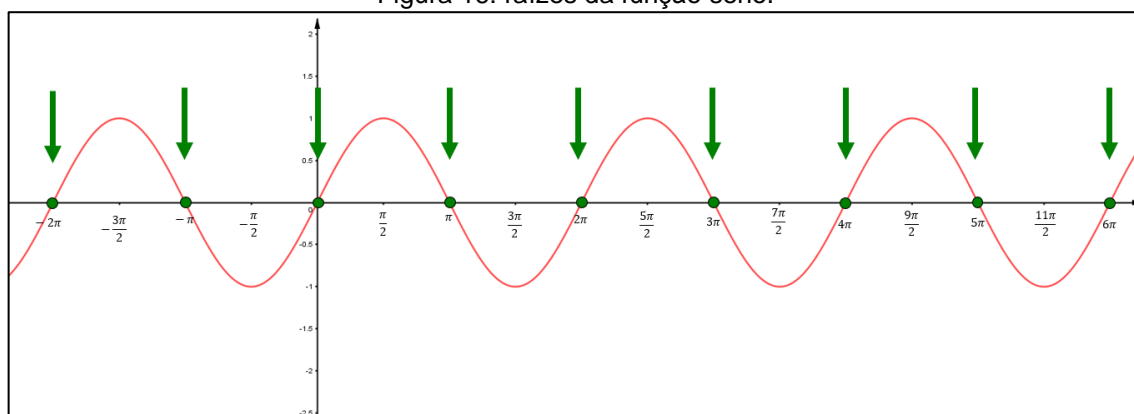
Fonte: A pesquisa.

- f) As **Raízes** de uma função é o instante em que o gráfico esboçado corta o eixo x , ou seja, é quando o valor da $f(x) = 0$. Em funções periódicas, é possível

que se obtenha infinitas raízes (Figura 16), uma vez que a oscilação seja constante, porém também há casos onde não haverá nenhuma raiz. Em nosso exemplo, as raízes da função seno ocorrem a cada π de distância, podendo ser escrito como:

$$f(x) = 0 \text{ quando } x = k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{N}$$

Figura 16: raízes da função seno.



Fonte: A pesquisa.

A função “cosseno” também possui as mesmas propriedades, porém com características distintas da função seno. As propriedades desta função foram exploradas na atividade “parâmetros das funções trigonométricas” proposta aos alunos.

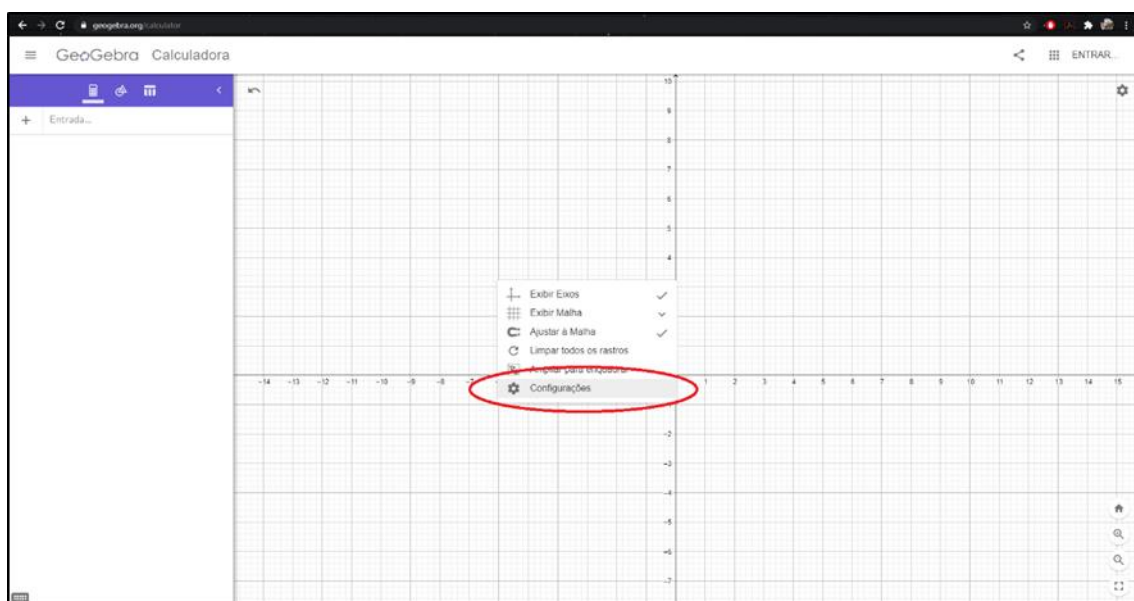
O texto acima fecha o material de revisão, reforçando a forma assertiva e objetiva de revisar o conteúdo, uma vez que não é o enfoque desta proposta o ensino dos conteúdos Matemáticos em sua forma tradicional. A seguir, solicitou-se duas atividades a serem executadas com o uso do *software* GeoGebra como facilitador. A ideia do uso deste *software* se dá em seu dinamismo na manipulação dos parâmetros nas funções trigonométricas. As propostas iniciam com um tutorial de programação no *software* em sua versão *Web* (não necessitando de nenhuma instalação no computador do aluno, apenas o acesso a um determinado *site*) e logo após solicitando que sejam analisadas as características da função Cosseno aos mesmos moldes do material anterior, conforme descrito a seguir:

Nesta atividade prática, a proposta é realizar a montagem de um objeto dentro do *software* GeoGebra para o estudo das variações de parâmetros da função trigonométrica “Cosseno”. Para isso, o material orienta a construção de um objeto de estudo expondo o passo a passo para a análise solicitada.

Para início da construção do objeto de estudo, primeiramente, é necessário a construção de uma função cosseno no GeoGebra *online* acessando o *link*: <https://www.geogebra.org/calculator>

Como passo inicial, deve-se configurar o eixo x para que os valores apareçam em referência a π radianos. Para isso, clica-se com o botão direito em qualquer parte da área de plotagem (onde o gráfico irá aparecer) e em seguida em configurações, conforme Figura 17.

Figura 17: Configurações iniciais GeoGebra.



Fonte: A pesquisa.

Em seguida, clica-se na aba “eixo x ” alterando o campo “Unidade” para “ π ”, conforme Figura 18.

Figura 18: Configurando o eixo x .

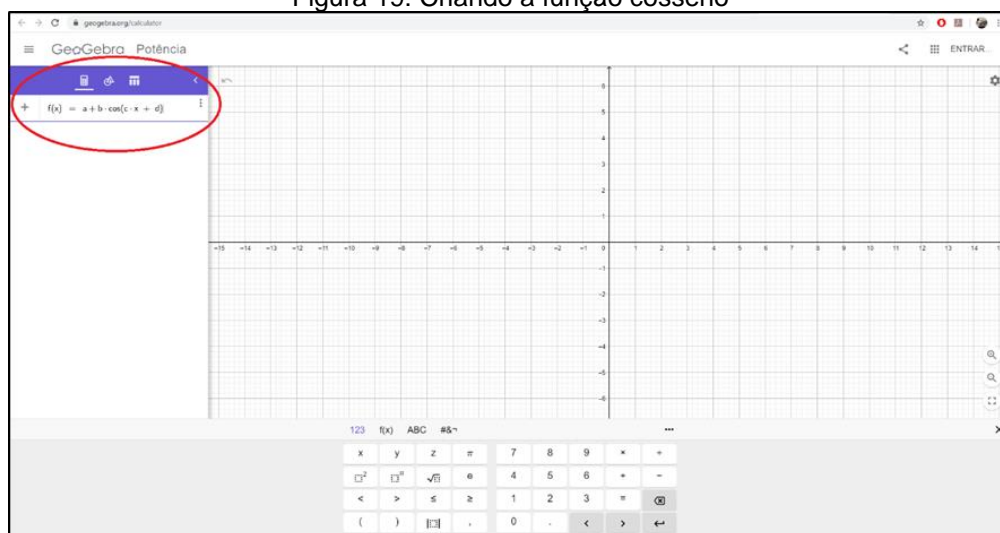


Fonte: A pesquisa.

Com essa alteração, todos os valores numéricos do eixo x serão substituídos por seus equivalentes em radianos. Isso se faz necessário pois se está trabalhando com funções do tipo “trigonométrica”.

No campo Entrada na parte inferior do GeoGebra, insere-se a forma algébrica da função cosseno, colocando $f(x) = a + b * \cos(c * x + d)$, onde a , b , c e d são controles deslizantes representando os parâmetros da função, conforme Figura 19. Entende-se os parâmetros a , b , c e d como números reais quaisquer, os quais foi solicitado o teste para evidenciar de que formam estes influem na forma do gráfico da função esboçada.

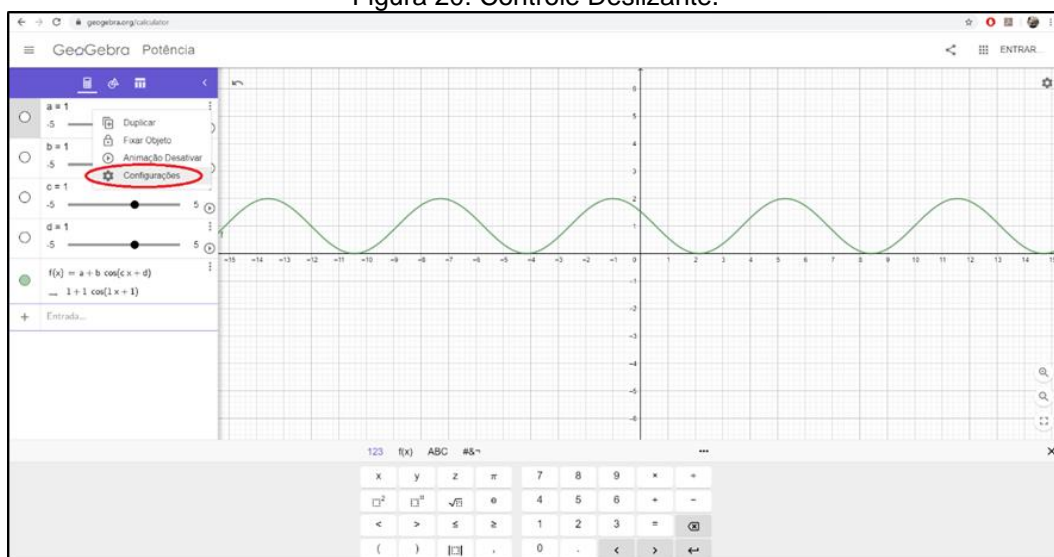
Figura 19: Criando a função cosseno



Fonte: A pesquisa.

Após a digitação da função no campo indicado, pressiona-se *enter*, onde serão criados 4 controles deslizantes. Como segundo passo, o intervalo destes controles deve ser personalizado. Para realizar esta ação, clica-se com o botão direito do mouse em cima de cada controle deslizante e em seguida em “configurações”, conforme Figura 20.

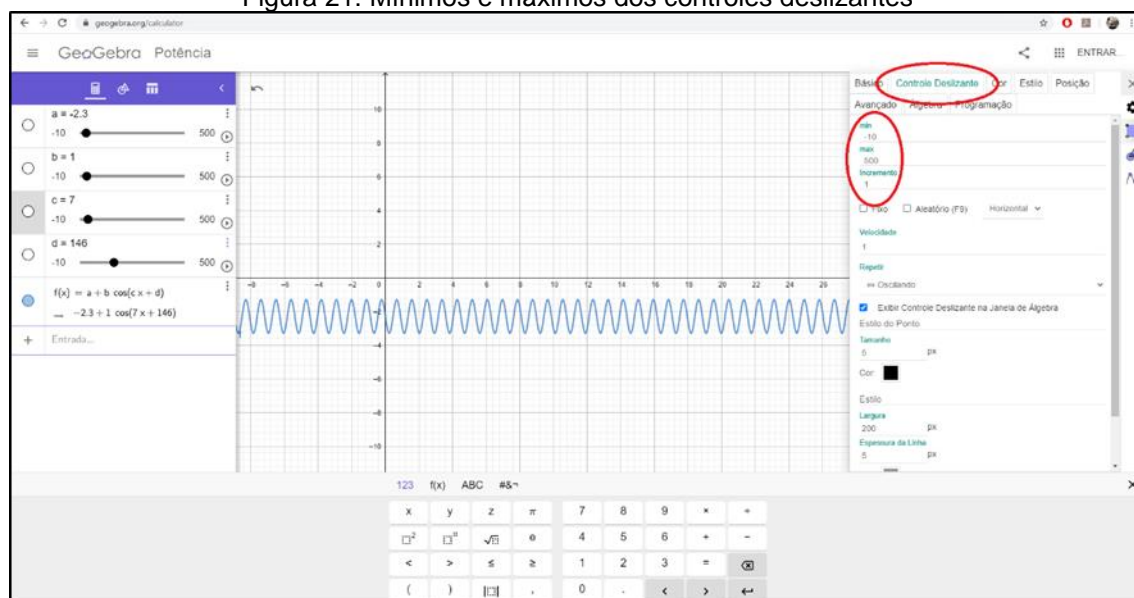
Figura 20: Controle Deslizante.



Fonte: A pesquisa.

Abrindo a caixa de configurações, seleciona-se a aba “Controle Deslizante”. Nesta aba, altera-se o valor mínimo e o valor máximo de cada controle criado anteriormente. Para isto, basta substituir o valor mínimo para “-10” e o máximo para “500”, conforme Figura 21. Logo abaixo, também informa-se o valor do incremento, colocando “1”.

Figura 21: Mínimos e máximos dos controles deslizantes



Fonte: A pesquisa.

Alterando as configurações de todos os controles deslizantes, o objeto já está pronto para o estudo de variações. Após esta construção, foram solicitadas a realização de atividades, conforme Figura 22.

Figura 22: Atividades de revisão da função Cosseno.

ATIVIDADE 1: Responda os questionamentos abaixo acerca da manipulação dos parâmetros da função cosseno no objeto criado:

- a) Qual a influência, na forma do gráfico da função cosseno, que o parâmetro “a” causa em sua representação geométrica?
- b) Qual a influência, na forma do gráfico da função cosseno, que o parâmetro “b” causa em sua representação geométrica?
- c) Qual a influência, na forma do gráfico da função cosseno, que o parâmetro “c” causa em sua representação geométrica?
- d) Qual a influência, na forma do gráfico da função cosseno, que o parâmetro “d” causa em sua representação geométrica?
- e) Qual a diferença, na representação geométrica da função cosseno, entre o valor do parâmetro “b” quando o mesmo é maior do que zero (positivo) e menor do que zero (negativo)?
- f) Quando o parâmetro “d” é negativo, para que lado a função se movimenta? E quando ele for positivo?

ATIVIDADE 2: Crie uma função Cosseno com as seguintes características (escreva sua forma geral):

- a) Com amplitude igual a 7;
- b) Com frequência igual a 20 e $f(0) = 1$;
- c) Com amplitude igual a 3,5 e sem raízes;
- d) Com frequência igual a 50 e $f(0) = -1$;
- e) Com frequência igual a 1 e amplitude igual a 5;
- f) Com imagem da função no intervalo $[-7, 1]$;

ATIVIDADE 3: no campo de entrada, digite $g(x) = 5 + 7 \cos(\pi x)$ e responda:

- a) Qual é a amplitude deste gráfico?
- b) Quantas raízes há nesta função dentro do intervalo de $(0, 2\pi)$?
- c) Qual é o maior valor da função (eixo y)?
- d) Qual é o menor valor da função (eixo y)?
- e) Qual a frequência desta função?

Fonte: A pesquisa.

Como uma das ideias iniciais para análise dos dados, também se solicitou aos alunos que encaminhassem o objeto construído. Perceba também que as perguntas têm a função de verificar de que forma os alunos assimilaram a revisão, identificando as estratégias utilizadas pelos mesmos no uso do *software* indicado. Para finalizar este módulo, há uma última atividade avaliativa que explora a revisão por um método diferente das atividades anteriores, conforme Figura 23.

Figura 23: Atividade avaliativa de revisão de funções trigonométricas

Atividade: Para cada uma das funções a seguir, defina:

- a) O Domínio;
- b) A Imagem;
- c) A Amplitude;
- d) O Período;
- e) A Frequência;

**Utilize o objeto criado na aula prática como auxiliar para responder a estas questões.*

I. $f(x) = \cos(2x)$

II. $g(x) = -4 + 6 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$

III. $h(x) = 3 - 4 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}x - 3\right)$

IV. $j(x) = \frac{38}{4} - 12,9 \cos(15x)$

Fonte: A pesquisa.

Esta atividade tem o intuito de avaliar o status do domínio dos alunos sobre o tema, preparando-os para os próximos módulos. Perceba que nesta última atividade não foi solicitado a análise das raízes da função, pois acreditamos não ser parte fundamental para evolução no assunto Matemática e Música. Mais uma vez reforçamos o caráter objetivo desta revisão, servindo apenas para deixar as características das funções trigonométricas em ênfase.

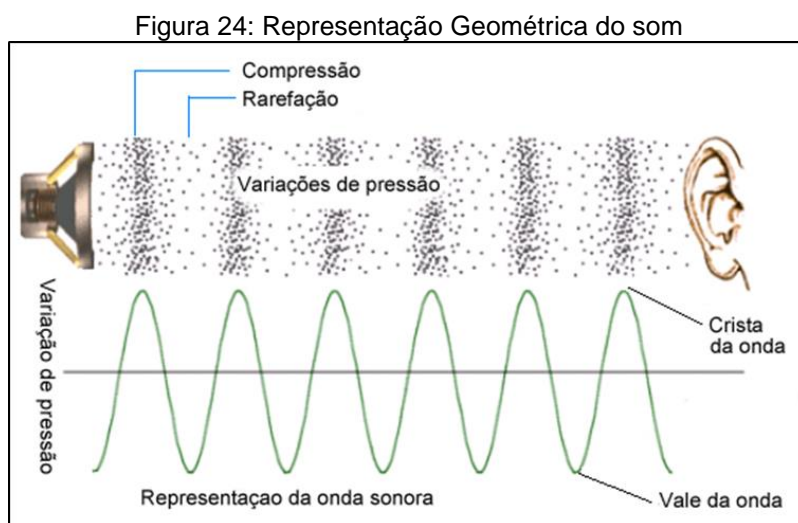
4.2 PROPRIEDADES DO SOM

Neste módulo, o objetivo principal cerca a ideia de contextualização das funções trigonométricas no sentido de seu uso prático. É aqui que, aproveita-se os objetos de estudo desenvolvidos no módulo anterior, para relacioná-los com o fenômeno sonoro, uma vez que a principal forma de modelagem do som vem justamente das funções periódicas, sendo a trigonometria a base deste estudo.

O módulo possui um material didático e uma atividade. Mais uma vez faz-se uso do *software* GeoGebra e sua função de execução de sons provenientes de funções periódicas para estudar as características do som, fazendo um *link* com as propriedades das funções trigonométricas, conforme consta a seguir.

Propriedades do som: dentro do universo das funções trigonométricas, explore-se de que forma essas funções se relacionam com o som, afinal de contas, a Música é a composição harmoniosa de distintos sons.

Quando fala-se das propriedades do som, recai-se sobre o estudo físico deste assunto. De modo geral, o som pode ser definido de duas formas diferentes: “como uma onda mecânica longitudinal que se propaga em meios materiais ou como a sensação auditiva causada pela vibração de um meio material” (CABRAL; LAGO, 2004), podendo esse ser através do ferro, do oxigênio, vidro, entre outros. Este fenômeno transporta energia sem transportar matéria. Considerando o ar como o material de propagação, o som também pode ser definido como a percepção da vibração, captada pelos ouvidos, de oscilações muito rápidas de compressão e rarefação do ar. Estas oscilações são representadas geometricamente através de ondas, cujos picos demonstram a rarefação e compressão máximas do ar, gerando as ondas sonoras, estas que por sua vez, são modeladas matematicamente pelas funções seno ou cosseno, cujos gráficos são ondulatórios (Figura 24):

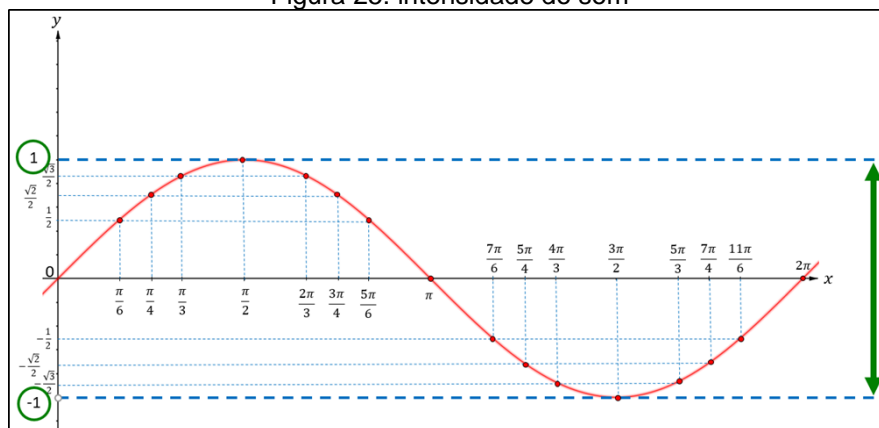


Fonte: A pesquisa.

Analisando o exposto, já é possível perceber a similaridade das funções trigonométricas estudadas anteriormente com a propagação do som. Sua similaridade vem justamente de sua representação em forma de onda. A velocidade em que as compressões e rarefações ocorrem é o fator principal que define o som que se é ouvido e também a sua representação geométrica. Desta forma, cabe ressaltar algumas propriedades do som:

- a) Intensidade do Som: quando um rádio está ligado com seu volume ao máximo, dizemos que o som emitido por ele é um som de grande intensidade, por outro lado, o tique-taque de um relógio é um som de pequena intensidade. A intensidade é uma propriedade do som que está relacionada a quantidade de energia de vibração da fonte que emite a onda sonora. Ao se propagar, a onda transporta esta energia, distribuindo-a em todas as direções. Sabe-se que a quantidade de energia transportada por uma onda é tanto maior quanto for a *Amplitude* da onda (Figura 25).

Figura 25: intensidade do som



Fonte: A pesquisa.

$$I(f) = \frac{1 - (-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Matematicamente, a intensidade do som é a mesma amplitude de uma função senoide. Por fim, a intensidade do som é medida em uma unidade denominada 1 bel. Na prática, utiliza-se um submúltiplo desta unidade, o decibel.

$$1 \text{ decibel} = 1\text{dB} = 0,1 \text{ bel}$$

Os sons de grande intensidade, de maneira geral, são desagradáveis ao ouvido humano e quando atingem uma intensidade próxima a de 140dB começam a produzir sensações dolorosas (Figura 26).

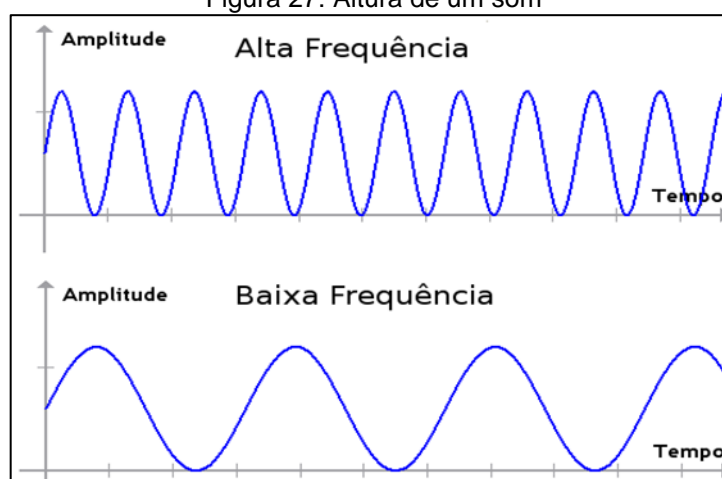
Figura 26: Intensidades sonoras em decibéis

INTENSIDADES SONORAS	
Folhas em uma brisa	20 dB
Rádio ou TV (em fraco volume)	40 dB
Conversação Comum	60 dB
Tráfego Intenso	70 dB
Rebitador ou perfuratriz	100 dB
Buzina de automóvel	120 dB
Limiar da sensação dolorosa	140 dB

Fonte: Adaptado de MÁXIMO, ALVARENGA (2005, p. 318).

b) Altura do Som: aqui já inicia-se enfatizando uma importante diferenciação. A altura do som e a sua intensidade são características distintas e comumente confundidas pelas pessoas. A altura do som é a qualidade do som que nos permite classificá-lo como grave ou agudo (Figura 27). De modo geral, homens possuem uma voz grave (voz “grossa”) e, as mulheres, voz aguda (voz “fina”). Em uma linguagem coloquial, um som agudo é “alto” e um som grave é “baixo”, porém devemos evitar estes termos (alto e baixo), pois estes costumam ser utilizados referindo-se à intensidade do som (daí a confusão entre as distintas propriedades).

Figura 27: Altura de um som

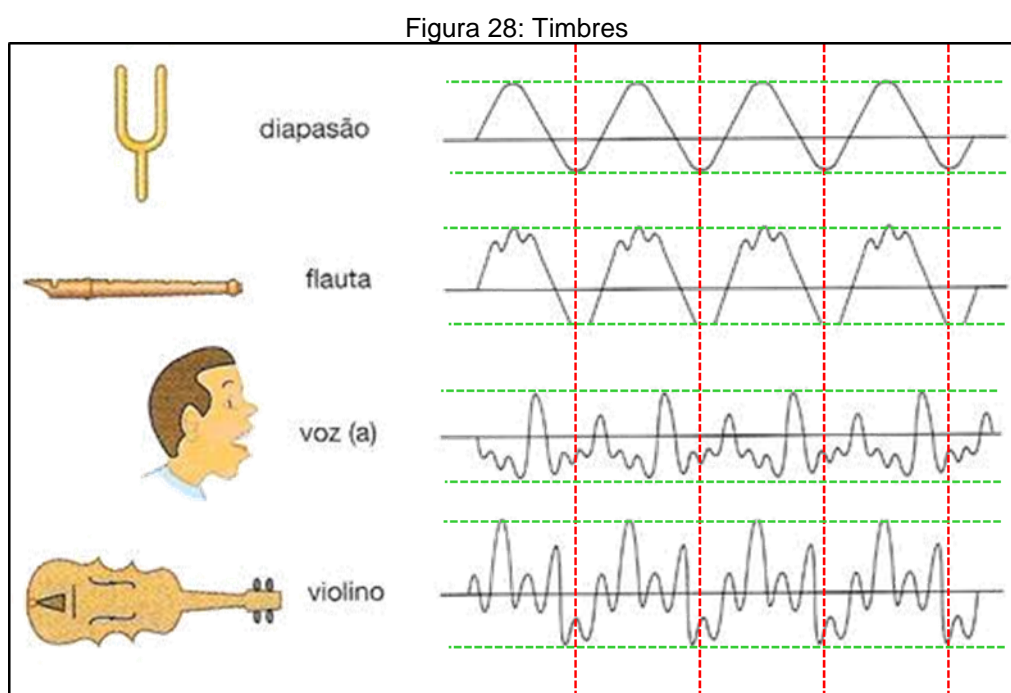


Fonte: https://magroove.com/blog/wp-content/uploads/2019/07/som_freq1-300x231.png .

Isto ocorre porque, matematicamente, a altura do som é a frequência da onda ou da função estudada. Quanto mais agudo for o som, maior sua frequência e quanto

mais grave o som, menor sua frequência. Por fim, cabe ressaltar que a altura do som não tem relação com seu “Volume”, esta característica evidencia a propriedade de intensidade sonora.

- c) Timbre: entrando um pouquinho na parte musical, ao tocar-se uma certa nota musical no piano e esta mesma nota (com mesma frequência e intensidade) em um violino, o ouvido humano consegue facilmente distinguir suas distintas fontes de emissão, mesmo se tocadas simultaneamente. Quando isto ocorre, se diz que estas notas possuem timbres diferentes. Isto acontece porque a nota emitida pelo piano é o resultado da vibração não só da corda acionada, mas também de várias outras partes do piano (madeira, colunas de ar, outras cordas, etc) que vibram juntamente com ela. Assim, a onda sonora emitida terá uma forma própria e característica do piano. De modo semelhante, a onda emitida pelo violino é o resultado de vibrações características deste instrumento, e por isso, apresenta uma forma diferente da onda emitida pelo piano. A Figura 28 representa este fato.



Fonte: Adaptado de <https://aprendateclado.com/wp-content/uploads/2017/06/Timbres.gif> .

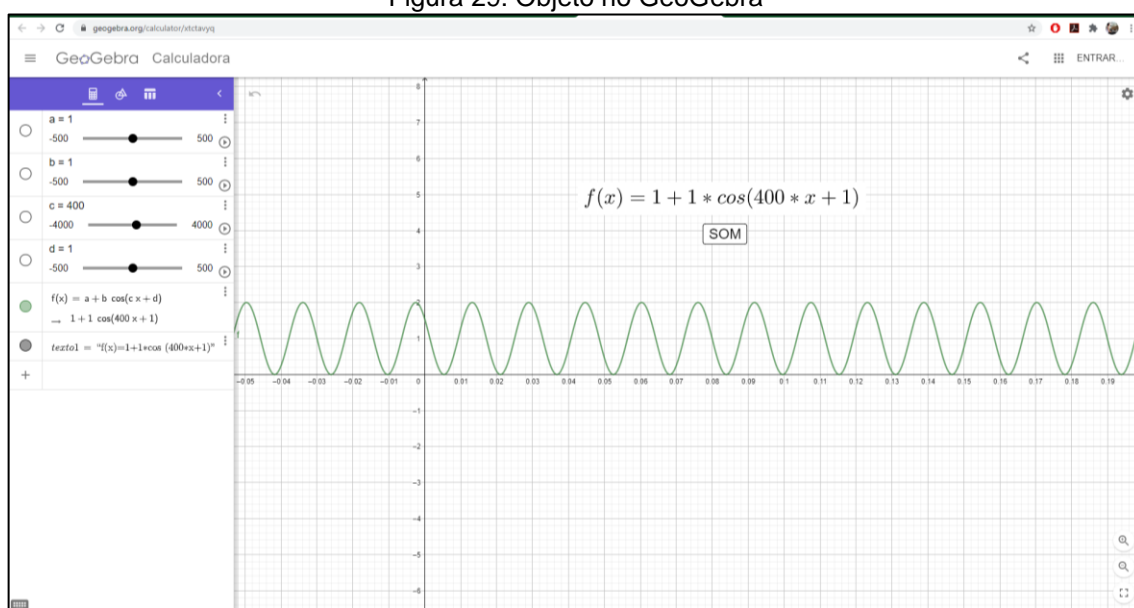
Perceba na imagem anterior que todas as ondas possuem a mesma frequência e a mesma intensidade porém possuem formas diferentes. Estas formas distintas são próprias da fonte emissora da onda sonora, caracterizando o timbre do som emitido.

Como este estudo foi focado na música, conclui-se que as propriedades dos sons descritas anteriormente são suficientes para dar continuidade aos estudos das relações entre Matemática, Física e Música, porém ressalta-se que as propriedades sonoras não resultam em apenas as 3 vistas neste módulo. Por isso, instiga-se aos alunos que, se tiverem curiosidade, pesquisar sobre “velocidade do som”, para aprender as relações que evidenciam a sua propagação em velocidades diferentes dependendo do material de propagação, além da parte referente a infra e ultra som, que discorre sobre todo o potencial auditivo.

Assim finaliza-se a parte didática e orientativa. Novamente, optamos por selecionar apenas as relações e os conteúdos que são relacionáveis e que se encaixam na sequência lógica de atividades para contextualizar os conteúdos matemáticos com a Música.

Como atividades, é solicitado aos alunos que trabalhem em um objeto pré-montado no *software* GeoGebra para analisar as variações no som de determinados gráficos de funções trigonométricas. Opta-se por fornecer este objeto pronto uma vez que o *software* GeoGebra possui um recurso de emissão de sons provenientes de funções periódicas, porém a programação desse objeto por parte dos alunos apenas ocuparia mais tempo e não estaria em sincronia com a ideia de focar nas análises. A Figura 29 apresenta este objeto que pode ser acessado pelo [link: https://www.geogebra.org/calculator/xtctavyq](https://www.geogebra.org/calculator/xtctavyq).

Figura 29: Objeto no GeoGebra



Fonte: A pesquisa.

Neste objeto, existe um botão nomeado como “Som” onde, ao clicá-lo, o som proveniente da equação exibida é executado. Esta equação, por sua vez, é influenciada pela manipulação dos controles deslizantes na lateral esquerda, influenciando também na forma geométrica do gráfico exibido na interface do *software*. Com este objeto, solicitou-se aos alunos a realização das atividades conforme consta na Figura 30.

Figura 30: Atividades com execução de sons

Atividade: manipule os parâmetros das funções e depois execute o “som” proveniente delas, clicando no botão “SOM”. Você pode abrir esse objeto em várias abas de seu navegador com a finalidade de comparar os sons obtidos das funções.

1) Ordene as funções abaixo de 1 à 10 de forma que a função que emitir o som mais **agudo** ocupe o primeiro lugar:

a) $f(x) = 2 - 4 \cos(830x + 22)$

g) $f(x) = -\cos(-1001x - 100)$

b) $f(x) = 7 \cos(1253x - 359)$

h) $f(x) = \frac{68}{8} - 12,9 \cos(1503x)$

c) $f(x) = -2 \cos(1830x)$

i) $f(x) = 1 - 10 \cos(-2908x + 12)$

d) $f(x) = -6 + 8 \cos(-540x + 220)$

e) $f(x) = 6 - 7 \cos(540x - 220)$

j) $f(x) = -\pi \cos(-450x)$

f) $f(x) = \cos(3951x + 100)$

2) De forma análoga à atividade um, ordene as funções abaixo de 1 à 10 de forma que a função que maior **intensidade** sonora ocupe o primeiro lugar:

k) $f(x) = 2 - 4 \cos(830x + 22)$

q) $f(x) = -\cos(-1001x - 100)$

l) $f(x) = 7 \cos(1253x - 359)$

r) $f(x) = \frac{68}{8} - 12,9 \cos(1503x)$

m) $f(x) = -2 \cos(1830x)$

s) $f(x) = 1 - 10 \cos(-2908x + 12)$

n) $f(x) = -6 + 8 \cos(-540x + 220)$

o) $f(x) = 6 - 7 \cos(540x - 220)$

t) $f(x) = -\pi \cos(-450x)$

p) $f(x) = \cos(3951x + 100)$

3) Nesta atividade, calcule a **frequência** de cada função abaixo (lembre-se de consultar o material de revisão de funções trigonométricas para saber como calcular a frequência:

u) $f(x) = 2 - 4 \cos(830x + 22)$

aa) $f(x) = -\cos(-1001x - 10)$

v) $f(x) = 7 \cos(1253x - 359)$

bb) $f(x) = \frac{68}{8} - 12,9 \cos(1503x)$

w) $f(x) = -2 \cos(1830x)$

cc) $f(x) = 1 - 10 \cos(-2908x + 12)$

x) $f(x) = -6 + 8 \cos(-540x + 220)$

dd) $f(x) = -\pi \cos(-450x)$

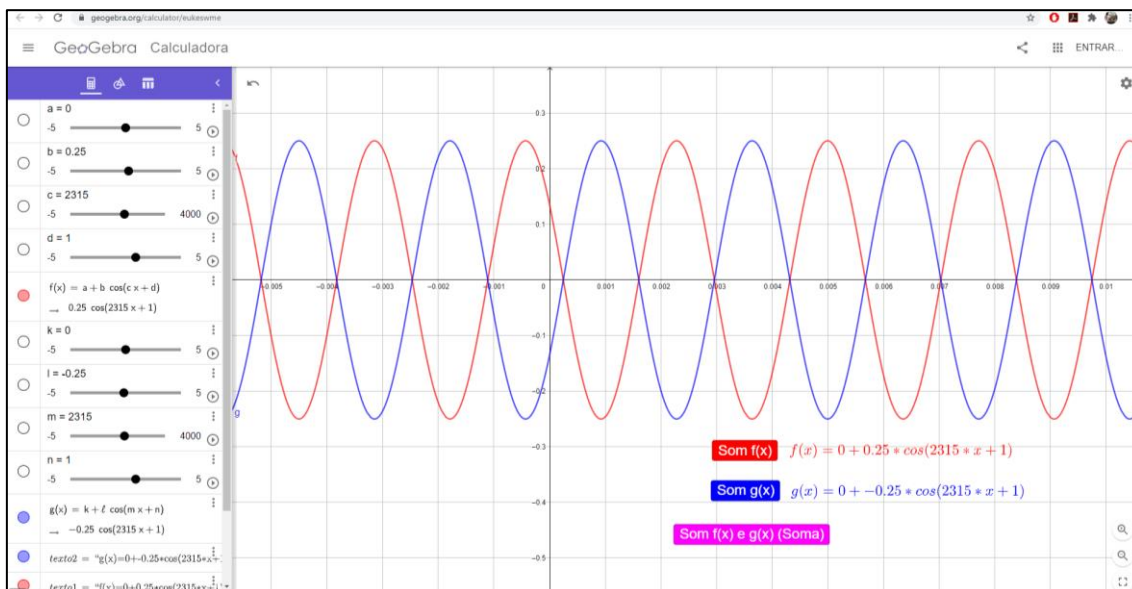
y) $f(x) = 6 - 7 \cos(540x - 220)$

z) $f(x) = \cos(3951x + 100)$

Fonte: A pesquisa.

Para finalizar o módulo, ainda é solicitado aos alunos a realização de uma última atividade, esta de percepção. Para isso, é fornecido outro objeto pré-pronto no GeoGebra *online* que pode ser acessado no [link https://www.geogebra.org/calculator/eukeswme](https://www.geogebra.org/calculator/eukeswme) (Figura 31).

Figura 31: Atividade de cancelamento sonoro



Fonte: A pesquisa.

Neste objeto, há duas funções cuja única diferença consiste no sinal em um de seus parâmetros. Há também, 3 botões: o primeiro executa o som proveniente de $f(x)$, o segundo executa o som proveniente de $g(x)$ e o terceiro botão que executa o som da soma de $f(x)$ e $g(x)$. Neste objeto, solicita-se aos alunos que respondam a atividade conforme Figura 32.

Figura 32: Análise de cancelamento sonoro

- 4) No objeto acima do *software* GeoGebra, você pode escutar o som proveniente do gráfico da função $f(x)$ e também do gráfico da função $g(x)$, porém, na opção de executar o som proveniente da soma das duas funções, o resultado é que o *software* não emite nenhum som. Explique com suas palavras o motivo disto ocorrer e de que forma que podemos evitar que isso ocorra em qualquer situação similar onde possuímos parâmetros iguais em funções distintas?

Fonte: A pesquisa.

Perceba que as atividades deste módulo norteiam os alunos a prática de identificação de sons graves e agudos, uma vez que ter essa distinção aguçada,

ou pelo menos uma boa noção desta diferenciação, auxilia no entendimento das notas musicais e de suas interrelações, abrindo um vínculo para o próximo módulo.

4.3 HISTÓRIA DA MÚSICA

Este módulo se divide em duas partes principais: o estudo da escala pitagórica e da escala temperada. É aqui que se inicia a conversa sobre como a Música funciona, de que forma se organiza e quais as relações existentes que a vinculam à Física e a Matemática. O objetivo deste módulo recai sobre contar que a evolução histórica da música acompanha a evolução das ciências e, quanto mais o ser humano desenvolvia seus entendimentos sobre o fenômeno sonoro e criava ferramentas matemáticas mais avançadas, mais organizada ficava o cenário musical mundial em termos de padronização. Como autores que embasaram a construção das atividades deste módulo, retornamos aos trabalhos elencados no Estado da Arte, contando com Camargos (2010), Barnabé (2011), Campos (2009), Rodrigues (2017) e Santos (2014).

4.3.1 Escala Pitagórica

Esta primeira parte do módulo conta com 2 materiais didáticos e 2 propostas de atividades. O primeiro material discorre sobre a história dos pitagóricos na tentativa de compor uma escala musical universal, como consta a seguir.

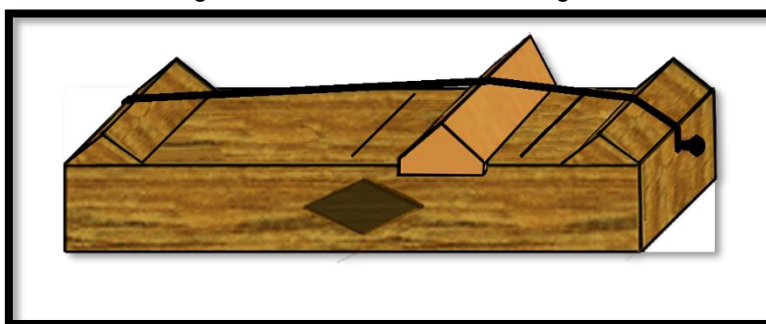
Os pitagóricos e a Música: a Música se faz presente desde o início da história. Nas primeiras aglomerações sociais, nas tribos, os tambores rústicos feitos com madeira e pele de animais conseguiam expressar sentimentos de medo, ansiedade, afeição e outras sensações que fugiam a razão, em um período histórico onde a forma de comunicação era rudimentar e limitada. Isto começa a dar forma ao jeito que os seres humanos se expressavam, evoluindo para as danças, gravuras, esculturas e demais meios que posteriormente compunham o que hoje se conhece como arte.

Das grandes civilizações do mundo antigo até a sociedade contemporânea, a música passou por um processo de evolução, fortemente influenciado por fatores regionais e socioeconômicos. Neste sentido a pergunta

que se busca responder é: qual é a relação entre matemática e música e de que forma a matemática teve impacto na evolução do universo musical?

O monocórdio de Pitágoras: por mais que há registros do surgimento da música como forma de expressão dos sentimentos e sensações no período pré-histórico, foi por volta do século VI a.C. que se começou a pensar no estudo da Música. O precursor destes estudos foi Pitágoras de Samos, famoso teórico matemático (o mesmo do teorema de Pitágoras). Segundo a lenda, Pitágoras após ouvir os sons de martelos que soavam harmonicamente em uma ferraria, resolveu investigar as relações harmônicas existentes entre os sons. Para isto, construiu um instrumento denominado “monocórdio”, que tratava-se de uma caixa de ressonância sobre a qual era estendida uma única corda presa a dois cavaletes em suas extremidades e um terceiro móvel entre estes dois (Figura 33).

Figura 33: O Monocórdio de Pitágoras



Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2016/10/monocordio1.png> .

Seu objetivo era o de verificar a relação harmônicas das vibrações da corda conforme ele fazia divisões por pequenos números inteiros (até o número 4) em seu tamanho. Aqui cabe deixar claro que, a harmonia sonora corresponde ao conceito de consonância, ou seja, indica a combinação de vários sons simultâneos que são interpretados de forma agradável pelo ouvido humano. Outro ponto a evidenciar, é que, para os pitagóricos, existia um misticismo em relação a matemática, a natureza e o universo, uma vez que os recentes avanços matemáticos da época serviam para descrever perfeitamente diversos fenômenos naturais. O número 4 é um exemplo disto, uma vez que é associado às 4 estações, aos 4 elementos, 4 fases da lua etc. Em síntese, os pitagóricos acreditavam que tudo no universo era racional e podia ser expresso por números harmoniosamente relacionados. Com o monocórdio, Pitágoras se dispõem a encontrar as relações harmônicas e constituir uma das primeiras escalas

musicais da história. Este experimento é tão impactante que é considerado o primeiro experimento científico da história, pois utilizou-se de métodos e regras que mais tarde culminariam no método científico de pesquisa.

Com divisões no tamanho da corda nas frações de $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$, Pitágoras estabelece a escala pitagórica através do que ficou conhecido como “ciclo de quintas”, uma relação de harmonia sonora de 5 em 5 notas dividindo o tamanho original da corda em $\frac{2}{3}$ sucessivamente.

O ciclo das quintas: antes de tudo, quais são as notas musicais? Começando pelo básico, têm-se, no contexto da época de Pitágoras, temos:

DÓ – RÉ – MÍ – FÁ – SOL – LÁ – SÍ

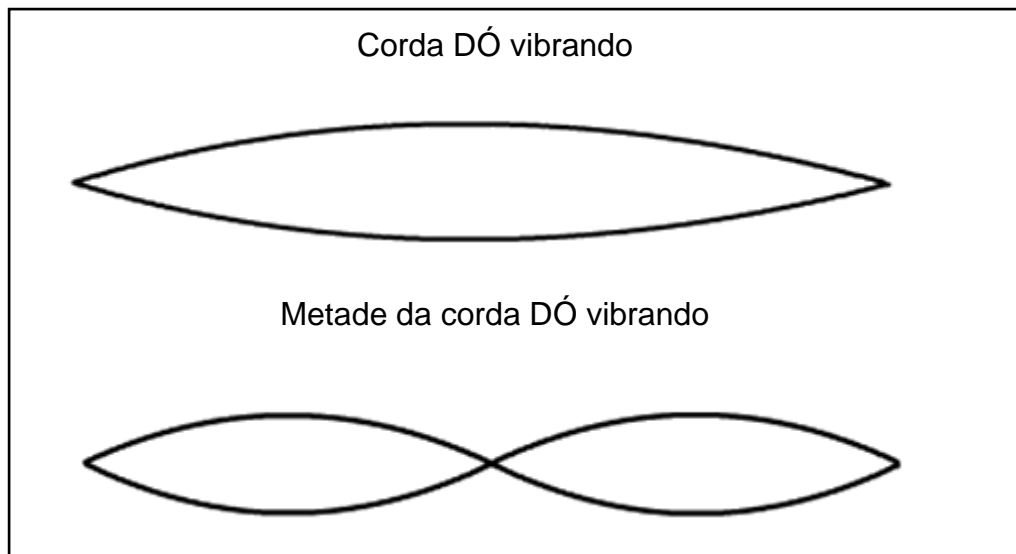
Perceba que a quantidade de notas (que são as 7 bases) também é algo que vem ao encontro do misticismo da época (7 mares, 7 pecados capitais, 7 dias da semana). Com isso em mente, é necessário esclarecer alguns conceitos sobre Música:

- Notas Musicais: é a representação de um som produzido em uma frequência pré-determinada;
- Harmonia: quando dois ou mais sons são executados simultaneamente e são interpretados de maneira prazerosa pelo nosso cérebro.
- Escala Musical: é o conjunto de notas musicais que são harmônicas entre si;

O ciclo das quintas foi o método utilizado por Pitágoras na medição das cordas do Monocórdio, a fim de obter as frações da corda em que os sons são harmoniosos entre si. Analisa-se esse processo através das divisões indicadas a seguir.

A Divisão por $\frac{1}{2}$: Inicialmente, Pitágoras dividiu a corda inteira ao meio ($\frac{1}{2}$) e obteve um som muito curioso. Era o mesmo som original, porém mais agudo. Pegando como exemplo a nota DÓ e supondo que a frequência emitida pela vibração da corda, seja a desta nota musical, temos a representação dessa divisão na Figura 34:

Figura 34: Vibrações em uma corda



Fonte: A pesquisa.

Como resultado, obteve-se o mesmo som da vibração inicial, porém de forma mais aguda. Olhando a escala musical, poderíamos representar da seguinte maneira (Figura 35):

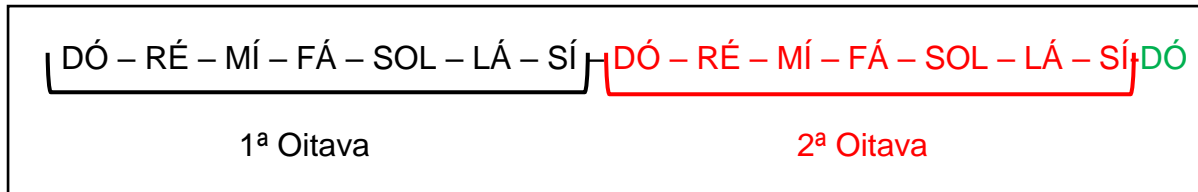
Figura 35: Notas musicais em uma oitava

DÓ	–	RÉ	–	MÍ	–	FÁ	–	SOL	–	LÁ	–	SÍ	–	DÓ
1														$\frac{1}{2}$

Fonte: A pesquisa.

Perceba que a escala musical é infinita, tanto para a esquerda quanto para a direita, sendo que para a esquerda, obtemos sons mais graves, e para a direita, sons mais agudos. Para lembrar dessa relação, lembre-se de um piano tocando (aqui indica-se vídeos no *site YouTube*, o canal “Rousseau” possui conteúdos muito interessantes sobre). O que aconteceu na divisão ao meio de Pitágoras, é que ele encontrou a mesma nota DÓ, porém com a metade do valor da frequência original (fazendo um som mais agudo). Essa era a primeira nota do novo ciclo que se inicia a esquerda, sendo ela a OITAVA nota da sequência. Daí vem o nome de sua descrição musical, pois ela é a OITAVA de DÓ, ou seja, nessa ordem, equivale a 8ª nota da escala. Por fim, cada conjunto de 7 notas foi classificado como OITAVA (Figura 36):

Figura 36: Ciclo das oitavas

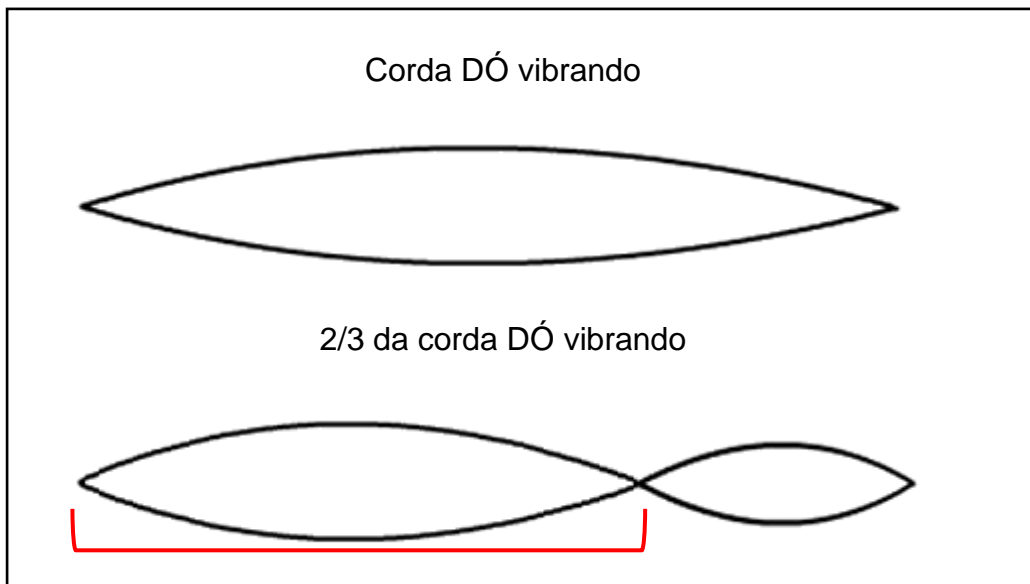


Fonte: A pesquisa.

Porém, ao continuar dividindo a corda ao meio (a metade da metade, e assim por diante), Pitágoras encontrava sempre a mesma nota, cada vez mais aguda, ou seja, era necessário uma relação mais complexa para se estabelecer as relações de frequência entre todas as notas musicais.

A divisão por $\frac{2}{3}$: Pitágoras testa então outra divisão, a de $\frac{2}{3}$ da corda (Figura 37):

Figura 37: A relação de dois terços



Fonte: A pesquisa.

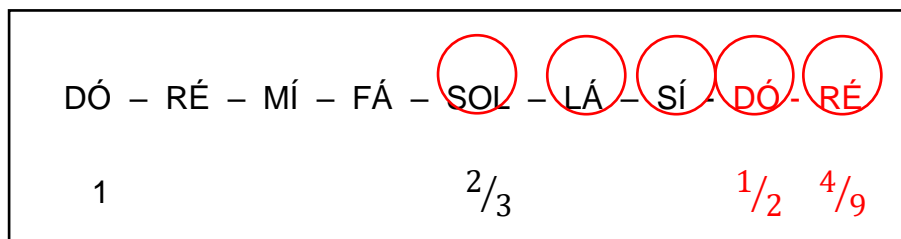
Como resultado, a frequência de vibração de $\frac{2}{3}$ da corda de DÓ equivalia à frequência da nota musical SOL. Olhando nossa escala, temos a seguinte representação (Figura 38):

Para se obter $\frac{2}{3}$ se $\frac{2}{3}$, basta realizar uma multiplicação de frações simples:

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{4}{9}$$

Ou seja, a frequência encontrada era a de $\frac{4}{9}$ da frequência da nota original (DÓ), que equivalia, pelo ciclo das quintas, à nota *RE* da oitava seguinte, uma vez que, por termos diminuído o tamanho da corda, o som ficou mais agudo, fazendo com que as notas andem para a direita (Figura 41):

Figura 41: Relação fora da oitava principal



Fonte: A pesquisa.

A nota *RE* é a “quinta” nota a partir de *SOL*, porém a ideia principal era de construir as relações dentro da primeira oitava. Então a pergunta é: de que forma pode-se obter a equivalência de frequência da nota *RE* da primeira oitava? Analisando as duas notas *DÓ* acima, o que elas têm em comum? A da direita equivale à metade do valor da nota à esquerda. Então pode-se aplicar o mesmo princípio nas duas notas *RE*, ou seja, basta multiplicar a nota da esquerda por 2 para se obter o valor de *RE* da primeira oitava, conforme o exemplo abaixo:

Nos *DÓs*:

$$2 \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (exatamente o valor da nota da primeira oitava)}$$

Nos *REs*:

$$2 \times \frac{4}{9} = \frac{2 \times 4}{9} = \frac{8}{9}$$

Com isso, Pitágoras concluiu que, para obter o valor de uma nota musical à esquerda, basta multiplicar o valor de sua oitava por 2. Neste princípio, a representação da escala pitagórica de *DÓ* fica conforme Figura 42.

Figura 42: Redução para a oitava principal

DÓ	–	RÉ	–	MÍ	–	FÁ	–	SOL	–	LÁ	–	SÍ	–	DÓ	–	RÉ
1		$\frac{8}{9}$						$\frac{2}{3}$						$\frac{1}{2}$		$\frac{4}{9}$

Fonte: A pesquisa.

Para as equivalências das notas *MÍ*, *FÁ*, *LÁ* e *SÍ*, foram propostas atividades para que os alunos exercitassem o ciclo das quintas e os cálculos de frações de comprimento de corda. Algumas observações passadas aos alunos:

- Neste exemplo, constrói-se a escala pitagórica de *DÓ*, porém, alternando a nota da corda inicial, existem diferentes variações, como no exemplo da Figura 43:

Figura 43: Diferentes notas iniciais em uma oitava

Em <i>FÁ</i> sendo a nota inicial																	
FÁ	–	SOL	–	LÁ	–	SÍ	–	DÓ	–	RÉ	–	MÍ	–	FÁ			
1		$\frac{8}{9}$						$\frac{2}{3}$						$\frac{1}{2}$			
Em <i>LÁ</i> sendo a nota inicial																	
LÁ	–	SÍ	–	DÓ	–	RÉ	–	MÍ	–	FÁ	–	SOL	–	LÁ			
1		$\frac{8}{9}$						$\frac{2}{3}$						$\frac{1}{2}$			

Fonte: A pesquisa.

- Note que as proporções de frequências e da fração do tamanho da corda se mantem, mas a organização do ciclo das quintas muda completamente. Essa nota inicial que atribuímos, se chama TONALIDADE da escala. Para se alterar a tonalidade, deve-se alterar o comprimento inicial da corda sem ser fracionada.

Assim termina o material didático sobre a criação da escala pitagórica. Perceba que a estratégia adotada na explicação dos conceitos consiste em exemplificar a lógica por trás da construção da escala, mas não termina de

construí-la, justamente para solicitar, por meio de uma atividade, que os alunos terminem a composição dos valores relativos aos tamanhos das cordas dentro da escala pitagórica. Neste princípio, solicitou-se aos alunos uma primeira atividade conforme Figura 44 que concluí a primeira parte da escala pitagórica.

Figura 44: Atividade sobre o ciclo das quintas

ATIVIDADE: Com base no material que ensina como proceder no cálculo das frequências das notas musicais através do ciclo das Quintas, calcule:

- 1) As proporções em relação à frequência das notas da escala pitagórica de DÓ (DEMONSTRE OS CÁLCULOS):

DÓ	RÉ	MÍ	FÁ	SOL	LÁ	SÍ
1						

- 2) Liste abaixo as notas musicais em ordem, com base no resultado encontrado de sua frequência no exercício acima, classificando-as do maior valor ao menor valor (coloque a frequência entre parênteses):

DÓ (1) –

Fonte: A pesquisa.

A ideia destas atividades é ambientar os alunos sobre o cálculo das proporções dentro da escala pitagórica bem como visualizar o valor posicional das notas quando comparadas umas às outras. Após a finalização desta atividade, inicia-se o complemento em relação à escala pitagórica, no material que trata sobre a harmonia entre notas musicais, conforme segue.

Harmonia musical: No material e atividade anterior, os alunos montaram a escala pitagórica, caracterizada pela primeira tentativa de padronização musical feita pela humanidade, porém ela não é uma escala perfeita e apresenta algumas particularidades.

Como saber se uma nota é harmônica a outra? Primeiramente cabe recordar o que é a harmonia entre sons. Ela consiste na ocasião onde distintos sons que, quando executados simultaneamente, são interpretados de maneira harmoniosa pelo nosso cérebro. Para demonstrar essa relação, utilizou-se um

site na internet e a escala pitagórica de *DÓ* construída anteriormente. O site chama-se “*Online Pianist*” e pode ser acessado no *link*: <https://www.onlinepianist.com/virtual-piano>.

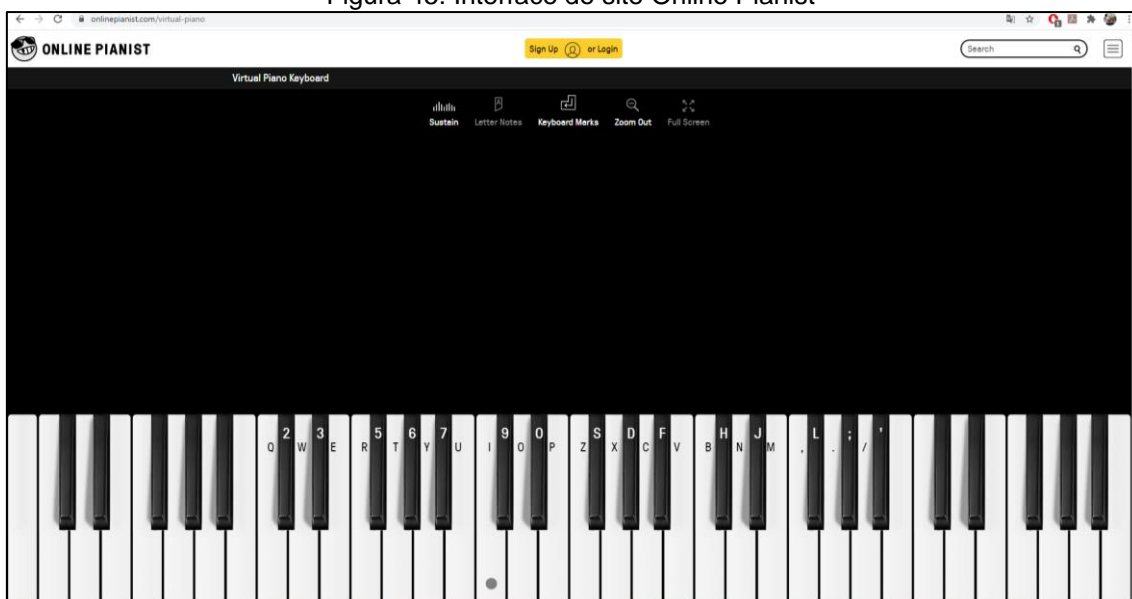
Acessando este site, tem-se um piano virtual no qual pode-se realizar alguns experimentos. Partindo do ciclo das quintas, lista-se a ordem em que encontrávamos as notas musicais a partir da nota *DÓ*:

DÓ – *SOL* – *RE* – *LÁ* – *MÍ* – *SÍ* - *FÁ*

Nota-se que elas não estão na ordem comum, mas sim na ordem de descoberta das quintas. A quinta nota de *DÓ* é *SOL*, a quinta nota de *SOL* é *RE*, a quinta nota de *RE* é *LÁ*, e assim por diante. Agora testa-se algumas combinações conforme os passos listados.

- Passo 1: acessa-se o site no *link* indicado acima para abrir a tela da Figura 45:

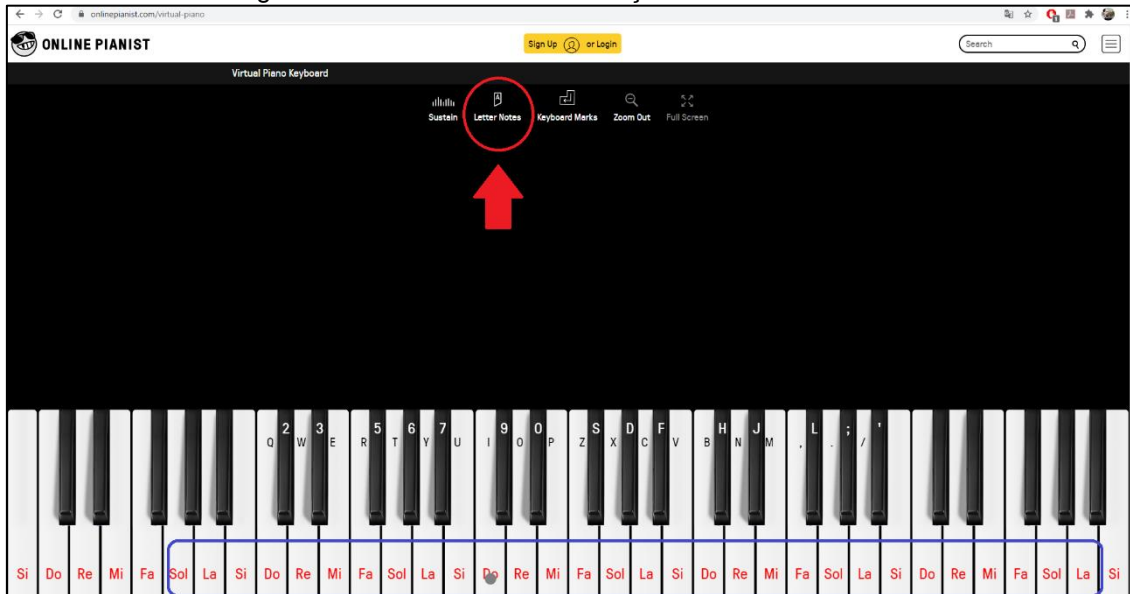
Figura 45: Interface do site Online Pianist



Fonte: A pesquisa.

- Passo 2: clica-se duas vezes no campo “*Letter notes*” para exibir o nome das notas musicais em cima de cada tecla (atenção, deve-se clicar duas vezes, caso contrário será exibido a notação musical e não o nome da nota) conforme Figura 46:

Figura 46: Habilitando a identificação das notas musicais



Fonte: A pesquisa.

- Passo 3: utilizando os atalhos do teclado indicados, pressiona-se simultaneamente:
 - 1) Dó + Dó (duas notas DÓ diferentes)
 - 2) Dó + Sol
 - 3) Dó + Sí

Tocar notas musicais simultaneamente consiste em somar seus sons ou ainda, juntar todas as suas propriedades dando origem a um novo som resultante. Comparando a 2ª e a 3ª somas, tem-se um resultado interessante. Na segunda soma, o som obtido é agradável ao ouvido, ou seja, o cérebro interpreta essas frequências de maneira harmoniosa, já no terceiro exemplo, o som é nitidamente tenso, é como se algo não se encaixasse direito. Isso ocorre porque DÓ e SÍ são notas não harmônicas entre si, o que implica que sua soma (quer dizer: tocá-las ao mesmo tempo) irá produzir um som ruidoso e desagradável ao ouvido humano. Já no primeiro exemplo, estamos falando da mesma nota musical, e ela sempre será harmônica consigo mesma (como se fossem da mesma “família”). Neste primeiro exemplo, pode-se dar o exemplo de um homem e uma mulher cantando a mesma música: ambos cantam a mesma nota musical, porém a voz masculina tende a ser mais grave do que a voz feminina. O que acontece na prática é que ambos estão cantando “DÓs” diferentes, mas ainda assim DÓs.

Com base nisso, testa-se toda a escala de DÓ para definir quais sons são harmoniosos e quais não são:

- a) Dó + Sol
- b) Dó + Ré
- c) Dó + Lá
- d) Dó + Mí
- e) Dó + Sí
- f) Dó + Fá

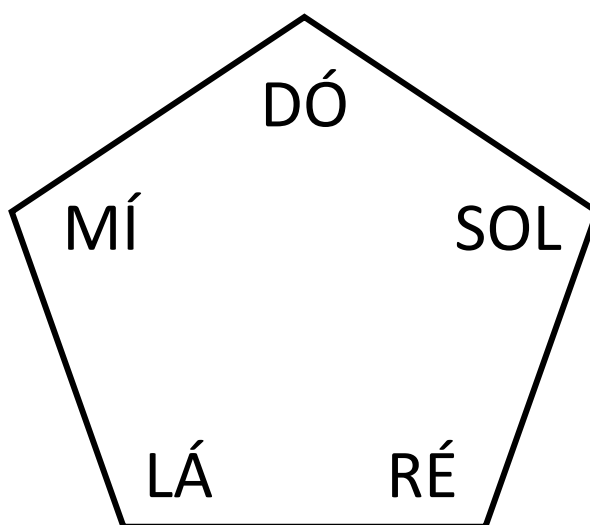
Teste antes de ver o resultado e anote as suas conclusões.

A ideia é analisar o ciclo das quintas. Perceba que nas 4 primeiras combinações, obtemos sons harmônicos perceptíveis na combinação das notas indicadas, porém na quinta combinação, já vimos que o som é tenso e ruidoso. Acontece que DÓ e SÍ são notas muito próximas (uma fica ao lado da outra no piano) e esta proximidade gera tensão, pois suas frequências acabam não sendo múltiplas.

Uma coisa vista nos experimentos de Pitágoras é que, não importa qual é a Tonalidade (a nota escolhida como nota inicial), as 4 primeiras notas do ciclo das quintas vão ser harmônicas com a nota do Tom. E mais, Pitágoras também descobriu que o conjunto destas cinco primeiras notas serão totalmente harmônicas entre si, em qualquer ordem de execução ou combinação. Por isso, esse conjunto de 5 notas (a nota do TOM mais as 4 primeiras resultantes do ciclo das quintas) forma a escala Pentatônica. Como principal característica da escala pentatônica, está a propriedade de que todas as notas deste grupo são harmoniosas umas às outras em qualquer ordem de execução. Esse tipo de escala é amplamente utilizado no mercado da música pelo mundo afora e reflete a harmonia em sua forma mais natural, pois qualquer corda dividida nestas proporções, irá gerar sons harmoniosos entre si.

A escala Pentatônica de DÓ é representada na Figura 47:

Figura 47: Pentatônica de Dó



Fonte: A pesquisa.

Pensando em um Músico que tem o desafio de improvisar um solo em um violão ou em qualquer instrumento harmônico. Ele possuindo o conhecimento do tom da música, pode facilmente identificar as notas de sua escala pentatônica, permitindo com que ele possa executar qualquer nota deste conjunto de maneira livre sem correr o risco de soar “desafinado” ou desagradável.

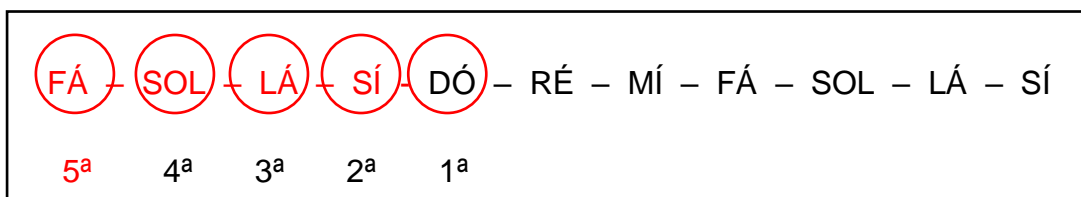
Por fim, pode-se formalizar que a *escala pentatônica é o conjunto das 5 primeiras notas do ciclo das quintas*. Em uma atividade proposta no Google Sala de Aula, solicita-se que os alunos escrevam a escala pentatônica de alguns tons musicais.

Mas ainda cabe analisar a última soma proposta (Dó + Fá). Nesta combinação é onde encontra-se um dos problemas da escala pitagórica, ou do método do ciclo das quintas na divisão por $\frac{2}{3}$.

1º problema da escala pitagórica (os ciclos): Como comentando bem no início destes estudos, as notas musicais são cíclicas, ou seja, quando se chega na última nota, reinicia-se o ciclo, porém com notas mais agudas (as oitavas). Neste sentido, testa-se o ciclo na escala pitagórica (Figura 48):

(na soma, tem-se a subtração, na multiplicação tem-se a divisão, nas potências tem-se os radicais e assim por diante), ou seja, toda a lógica que funciona para um lado, também funciona para o oposto e este é o fator determinante para a precisão que a matemática possui. Tendo isto em vista, se o ciclo das quintas funciona fracionando o tamanho da corda e encontrando as frequências à direita da escala musical, ele também deveria funcionar à esquerda para assim se estabelecer a relação das notas musicais de forma cíclica. Realizando este teste e partindo da nota DÓ principal, acha-se a sua quinta **À ESQUERDA** (Figura 50).

Figura 50: Testando o ciclo inverso na escala pitagórica



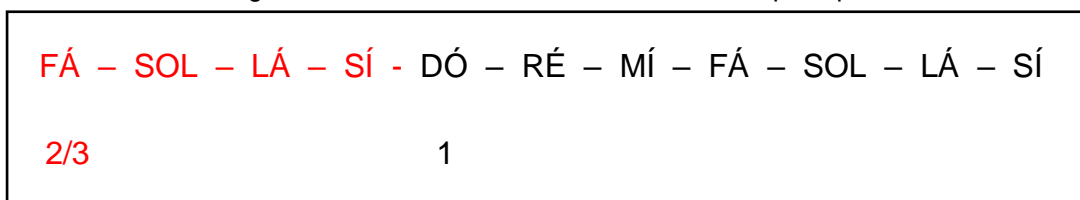
Fonte: A pesquisa.

Encontra-se justamente a nota FÁ da oitava anterior à oitava principal que se calcula. Para calcular a sua frequência, basta realizar a OPERAÇÃO INVERSA do que comumente se realizava, ou seja, ao invés de multiplicar por $\frac{2}{3}$ agora divide-se por $\frac{2}{3}$, uma vez que o lado oposto da escala está sendo tratado:

$$\frac{1}{2/3} = 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Aplicando a propriedade da divisão de frações, chega-se ao resultado de $\frac{3}{2}$. Porém, este é o resultado da nota FÁ da oitava anterior à principal (Figura 51):

Figura 51: Nota FÁ na oitava anterior à oitava principal



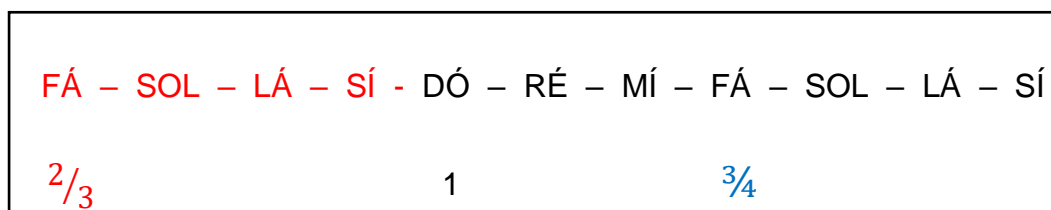
Fonte: A pesquisa.

Para encontrar a relação de frequência correspondente na oitava principal, faz-se a adaptação no valor encontrado. Antes, para reduzir as oitavas à esquerda, multiplicava-se por 2, agora, aplica-se a operação inversa, dividindo por 2:

$$\frac{2/3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

Com isso, temos a seguinte representação na escala musical (Figura 52):

Figura 52: Redução da nota FÁ para a oitava principal



Fonte: A pesquisa.

Mais uma vez fica evidente que o resultado encontrado do ciclo das quintas à esquerda DIFERE do resultado do ciclo das quintas à direita (que era de $5^{12}/729$), reforçando ainda mais o problema nos ciclos (que não se completam por serem inexatos). Porém, este não é o único problema da escala pitagórica. Um problema de ciclicidade recai sobre um outro princípio do quesito padronização: a UNIDADE.

2º Problema da escala pitagórica (a unidade): tudo na vida em sociedade tende a ser padronizado. Isso não é bom ou ruim (justamente por depender do contexto), mas apenas expressa uma necessidade de organização. É mais fácil organizar e controlar dados que são padronizados, do que aqueles que não são. Quando se conta até 10, de quanto em quanto pula-se os números? De 1 em 1. Esta é a unidade numérica, aquele fator que organiza toda a ideia e a lógica matemática. Pode-se, inclusive, contar de 3 em 3, por exemplo, mas a cada 3 elementos será formado UM grupo, ou seja, a UNIDADE dentro de um pensamento lógico-matemático sempre irá aparecer de uma forma ou outra. Essa unidade funciona como uma régua, permitindo medir quaisquer elementos e estabelecer comparativos entre eles.

No caso da escala pitagórica, temos um problema em estabelecer qual é esta unidade, mas para entender isso melhor, tem-se que voltar a um conceito físico sobre o intervalo entre dois sons:

“O intervalo entre dois sons é dado pelo quociente entre suas frequências”

Basicamente, entende-se este conceito como a “distância” entre sons. Fazendo uma analogia com a Matemática, a distância do número 1 para o

número 2, é a mesma distância do número 2 para o número 3. Em síntese, a distância do antecessor e sucessor de um número é a mesma e equivale à UNIDADE. Para encontrar a distância entre os sons, temos que realizar a divisão entre suas frequências ou a proporção das mesmas. Vamos testar com base na escala pitagórica construída (Figura 53):

Figura 53: Intervalo entre as notas RÉ e DÓ

DÓ	–	RÉ	–	MÍ	–	FÁ	–	SOL	–	LÁ	–	SÍ
1		8/9										

Fonte: A pesquisa.

Dividindo a frequência de uma nota musical pela frequência da nota anterior a ela, temos o intervalo entre estes sons:

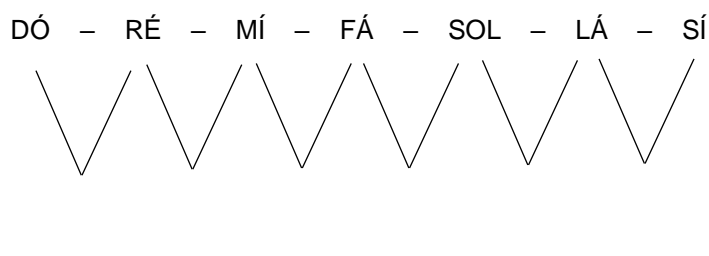
$$\frac{8/9}{1} = \frac{8}{9}$$

Com esta explicitação, é proposto aos alunos uma atividade que analise os intervalos entre as 7 notas musicais, conforme Figura 54.

Figura 54: Atividade de intervalos entre notas musicais

ATIVIDADES: Com base no material que ensina como proceder no cálculo do intervalo entre sons, resolva e escreva abaixo todos os intervalos dentro da escala pitagórica (utilize os resultados encontrados no ciclo das quintas completo calculado à direita):

- 1) Resolva e sinalize as frações referentes aos intervalos entre os sons (exiba o cálculo):



- 2) Com base nos resultados, o que você pode concluir? Existem notas musicais “maiores” que outras? Se sim, quais são?
- 3) Liste a ordem do ciclo das quintas para as seguintes tonalidades (primeira nota da escala) destacando (fazendo um círculo) a escala pentatônica de cada uma:
- DÓ =
 - SOL =
 - FÁ =
- 4) Dentro do ciclo das quintas, estabeleça a ordem das notas musicais quando a nota inicial for:
- DÓ = *sol, ré, lá, mí, sí, fá*
 - RÉ =
 - MÍ =
 - FÁ =
 - SOL =
 - LÁ =
 - SÍ =

Fonte: A pesquisa.

A estratégia adotada para este setor da sequência consiste em ambientar a sistemática do universo musical com os alunos, tratando de termos como “harmonia” e revelando as primeiras relações entre as notas musicais com o ciclo das quintas. Logo após, os alunos poderiam avançar para o atual cenário da música ocidental, a escala temperada.

4.3.2 Escala Temperada

Na segunda parte referente ao estudo das escalas musicais, tem-se a escala temperada, a evolução do pensamento musical sistêmico. Para isso, retoma-se a história da evolução da Música no mesmo modelo da escala pitagórica, conforme segue.

Escala Temperada: foi visto até o momento que a escala pitagórica foi o primeiro passo importante rumo à padronização do mundo da música e dos instrumentos musicais, porém ele não era perfeito. Ao mesmo tempo, o mundo evoluía da monofonia (apenas um som é tocado por vez) para a polifonia (múltiplos sons tocados simultaneamente). Para contextualizar, sons monofônicos são aqueles presentes nas programações dos primeiros aparelhos celulares, ou ainda, podem ser encontrados nas trilhas sonoras dos primeiros jogos de *vídeo game* (famoso 8 bits), enquanto a polifonia se caracteriza por sons de bandas e orquestras.

A questão é: como uma escala que possui problemas em seus ciclos vai dar suporte à composição de músicas polifônicas? Justamente a diferença entre ciclos dava a impressão de desafinação quando diferentes instrumentos tocavam a mesma nota simultaneamente. E se esta desafinação era na MESMA nota, como os músicos poderia fazer combinações mais complexas?

Foram inúmeras as tentativas de solução destas questões, sejam elas vindas de matemáticos, ou de músicos do século XVI. Alguns propuseram uma reforma geral na estrutura de notas musicais, enquanto outros tentavam fazer adaptações. Porém, como visto no estudo das propriedades do som, cada mínima manipulação no espectro do som produz uma diferença enorme quando os mesmos são combinados, e muitas das propostas apresentadas não eram universais, ou seja, não solucionavam todos os problemas para todos os instrumentos e composições.

Depois de anos de estudo, em 1722, Johann Sebastian Bach apresenta à humanidade uma solução definitiva para os problemas da escala pitagórica. Este marco na história da música veio através de sua composição denominada “O Cravo Bem Temperado”, dando o nome a nova escala musical do ocidente: a escala temperada.

Mas de que forma Bach resolveu os 2 problemas principais da escala pitagórica?

Apenas para recordar, e a escala pitagórica tinha dois problemas:

- O primeiro consistia nos ciclos das notas musicais entre as oitavas;
- O segundo consistia na diferença do intervalo entre os sons, o que não permitia a existência de uma unidade.

As tentativas anteriores buscavam abordar estes problemas de maneira individual, e não conjunta. Este é o grande diferencial de Bach, pois a sua solução incorpora simultaneamente os dois problemas. Bach sugeriu aumentar a quantidade de notas musicais de 7 para 12, adicionando os sustenidos (#).

DÓ – DÓ# - RÉ – RÉ# - MÍ – FÁ – FÁ# - SOL – SOL# - LÁ – LÁ# - SÍ

As notas MÍ e SÍ são as únicas que possuem intervalo menor do que as demais, que possuíam intervalos iguais. É justamente por este motivo que são as únicas que não recebem os sustenidos. A intenção de Bach é clara: dividir as notas maiores em 2 para que tenham o mesmo tamanho das notas menores, criando assim a **UNIDADE**, pois todas as notas teriam a mesma “distância”.

É claro que essa adição necessitaria de alguns ajustes nas frequências das notas, vejamos: antes, tinha-se a divisão do tamanho de uma corda qualquer por frações que geravam notas harmônicas, sendo que esta divisão da origem a sons naturais (em qualquer corda, respeitada as proporções, se estabeleceria as relações da escala pitagórica), agora na escala temperada, temos sons NÃO NATURAIS devido ao ajuste nas frequências das notas musicais.

DÓ – DÓ# - RÉ – RÉ# - MÍ – FÁ – FÁ# - SOL – SOL# - LÁ – LÁ# - SÍ

$$F(n) = 2^{\frac{n}{12}}$$

Basicamente, Bach transformou a relação entre as frequências de notas musicais em uma função exponencial, onde n é a posição da nota dentro de sua oitava. Note a representação das notas musicais indo das notas mais agudas para as mais graves:

DÓ – DÓ# - RÉ – RÉ# - MÍ – FÁ – FÁ# - SOL – SOL# - LÁ – LÁ# - SÍ – DÓ

2^0

$2^{\frac{12}{12}}$

O DÓ da próxima oitava irá possuir o dobro do valor do DÓ da oitava anterior, e isso ocorre com todas as notas que são iguais (formando uma progressão geométrica), sendo que cada oitava irá possuir, agora, 12 notas.

Lembrando que um dos pilares da Matemática é justamente as operações inversas, essa alteração dá a possibilidade de reversão e inversão que formam

um ciclo completo. Nesse sentido, qual seria a função inversa da função exponencial? Isso mesmo, a função LOGARÍTMICA, ela é necessária para resolver cálculos complexos onde a variável se encontra no expoente. Agora note que interessante: abrindo o GeoGebra *Online* e esboçando o gráfico da função do logaritmo natural $f(x) = \ln(x)$, há uma semelhança interessante com a Figura 55.

Figura 55: Piano e a relação com a função logarítmica



Fonte: A pesquisa.

Isto ocorre, pois, as cordas dentro do piano estão dispostas em uma relação logarítmica.

Finalizando o material, são solicitadas as atividades referentes ao recálculo da escala musical considerando a perspectiva da escala temperada ao invés da escala pitagórica conforme Figura 56.

Figura 56: Atividades da escala temperada

Atividades

- 1) Com base no material que ensina como proceder no cálculo da escala temperada, resolva e escreva abaixo os valores (em números decimais) de todas as frequências de uma oitava em escala temperada:

DÓ – DÓ# - RÉ – RÉ# - MÍ – FÁ – FÁ# - SOL – SOL# - LÁ – LÁ# - SÍ – **DÓ**

1 ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? **2**

- 2) Agora vamos testar se existe a **unidade** entre as notas musicais. Aplique o conceito de intervalo de sons e faça a divisão de todos os intervalos e certifique-se se os resultados são coincidentes (mostrar o cálculo):

a. $\frac{DÓ\#}{DÓ} =$

b. $\frac{RÉ}{DÓ\#} =$

c. $\frac{RÉ\#}{RÉ} =$

d. $\frac{MÍ}{RÉ\#} =$

e. $\frac{FÁ}{MÍ} =$

f. $\frac{FÁ\#}{FÁ} =$

g. $\frac{SOL}{FÁ\#} =$

h. $\frac{SOL\#}{SOL} =$

i. $\frac{LÁ}{SOL\#} =$

j. $\frac{LÁ\#}{LÁ} =$

k. $\frac{SÍ}{LÁ\#} =$

l. $\frac{DÓ^2}{SÍ} =$

Fonte: A pesquisa.

Neste módulo é contado, de maneira sucinta e adaptada ao público-alvo, a história da evolução da música ocidental com enfoque nas relações matemáticas que auxiliaram a padronização das relações entre notas musicais. Porém não só de notas vive a música, pois além da harmonia entre sons, também se faz necessário uma noção rítmica, com as divisões e andamentos musicais, abrindo a porta para o próximo módulo a ser estudado.

4.4 ANDAMENTOS MUSICAIS

Neste módulo exploram-se as questões rítmicas inerentes a prática musical. Ele possui um material didático e um material de atividades e usamos, novamente, como suporte teórico, os autores elencados em nosso Estado da

Arte, como Camargos (2010), Barnabé (2011), Campos (2009), Rodrigues (2017) e Santos (2014) conforme segue abaixo.

Andamentos Musicais: dando seguimento às relações entre a Matemática e a Música, estuda-se os andamentos musicais. Basicamente, um andamento musical se refere à velocidade em que as notas musicais são executadas dentro de uma composição. Para medir essa velocidade, usa-se a nomenclatura de BPM – Batidas por Minuto, logo, uma música que possui andamento de 60 bpm, tem equivalência a uma batida por segundo, enquanto 90 bpm equivale a 1,5 batidas por segundo, caracterizando a forma de organização e registro (por escrito) desta composição.

. Existe um instrumento de medição de andamentos musicais chamado metrônomo, criado no século XIX por Johann Nepomuk Maelzel (1772-1838), que consiste em um aparelho originalmente mecânico em uma estrutura de pêndulo que estabelece um padrão fixo para os andamentos (Figura 57):

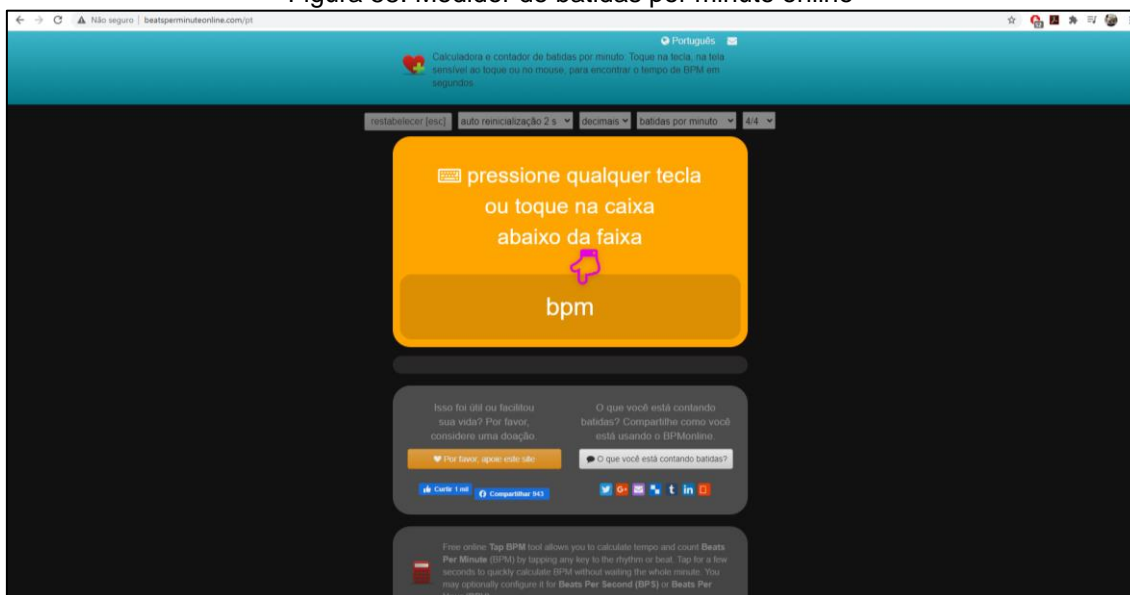
Figura 57: Metrônomo mecânico



Fonte: <http://blog.mundomax.com.br/wp-content/uploads/2011/09/metronomo-antigo1.jpg> .

Essencialmente, a velocidade em que se percebe uma música tem relação com a quantidade de notas musicais executadas entre cada uma das batidas. Faça um teste com o metrônomo: pegue uma música qualquer que você gosta e coloque-a para tocar em algum dispositivo de áudio. Em seguida, acesse o site “*Beats per Minute Online*” no *link* <http://www.beatsperminuteonline.com/> conforme Figura 58.

Figura 58: Medidor de batidas por minuto online

















Fonte: A pesquisa.

Este site permite, com alguns cliques, calcular o BPM de uma música. Agora com sua música tocando, orienta-se aos alunos a bater o pé no ritmo da música. Essa batida formará um ritmo constante e padronizado, e sim, isso acontece em praticamente todas as músicas populares. Agora no site, clica-se com o mouse do computador ou com qualquer tecla do teclado no mesmo ritmo da batida que está sendo executada pelo pé. Percebe-se que, no site, irá ser gerado um valor para o intervalo dos cliques. Quanto menor o intervalo entre os cliques, maior o BPM da música, e quanto maior o intervalo, menor será o valor obtido do BPM.

O BPM é uma das armas no universo musical para se dar intenções e transmitir sentimentos dentro de uma música. Porém, os BPMs são constituídos dentro de outra estrutura musical, chamada de compasso. O compasso é uma divisão rítmica e possui diferentes formas, sendo a sua mais comum a 4/4. Essa fração indica que a cada 4 batidas do metrônomo temos um agrupamento de notas. Em sua essência, é a transição entre as frases musicais. Para saber um pouco mais, assista ao vídeo sobre diferença entre tempo e compasso do canal “Aprenda Teclado” disponível no YouTube no [link https://www.youtube.com/watch?v=-QTPMhztO_8](https://www.youtube.com/watch?v=-QTPMhztO_8).

A relação de tempo (BPM) e Compasso da origem às figuras musicais (Figura 59):

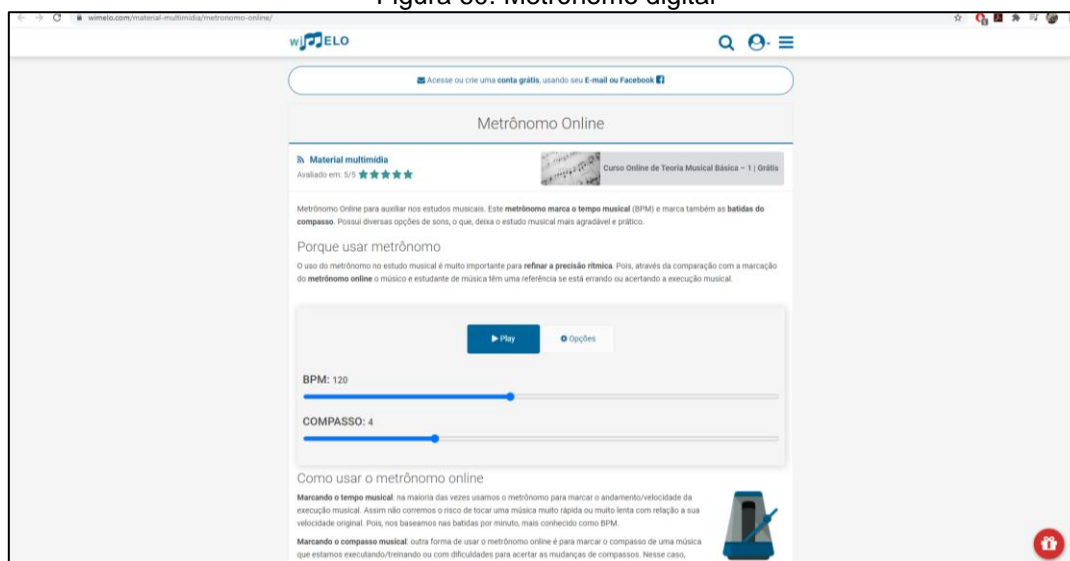
Figura 59: Figuras musicais

Nome da figura musical	Figura musical	Representação dos valores das figuras musicais	Valor Relativo (notas por batida do metrônomo)
Semibreve			1 (0.25)
Mínima			2 (0.5)
Semínima			4 (1)
Colcheia			8 (2)
Semicolcheia			16 (4)
Fusa			32 (8)
Semifusa			64 (16)

Fonte: A pesquisa.

Para fixar a questão das figuras musicais, propõe-se um exercício: acesse o site “Wimelo” que possui um metrônomo digital no [link https://wimelo.com/material-multimidia/metronomo-online/](https://wimelo.com/material-multimidia/metronomo-online/) conforme Figura 60.

Figura 60: Metrônomo digital



Fonte: A pesquisa.

Colocando o BPM com o valor de “70” e percebe-se que a cada 3 toques do metrônomo, há um 4º com som diferente. Este som serve para marcar o início de um novo compasso. Para ambientação, conte-se “1” neste som diferente e “2”, “3” e “4” nos demais, reiniciando sempre este ciclo de compassos (Figura 61).

Figura 61: Contagens no metrônomo

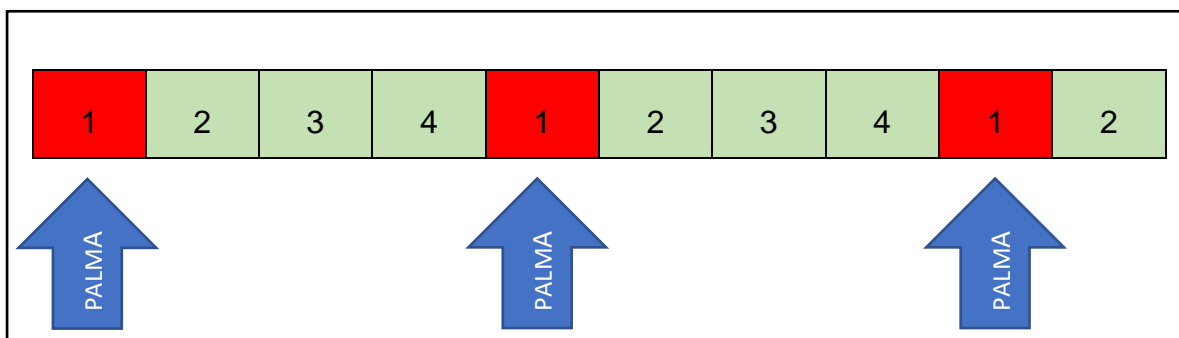


Fonte: A pesquisa.

Agora, batendo a palma das mãos, pode-se executar as figuras musicais:

Semibreve: a semibreve é caracterizada por 1 nota musical por compasso, ou seja, a cada quatro sinais do metrônomo, temos apenas uma nota. Dentro dessa ideia, bate-se palma apenas uma vez a cada compasso conforme Figura 62:

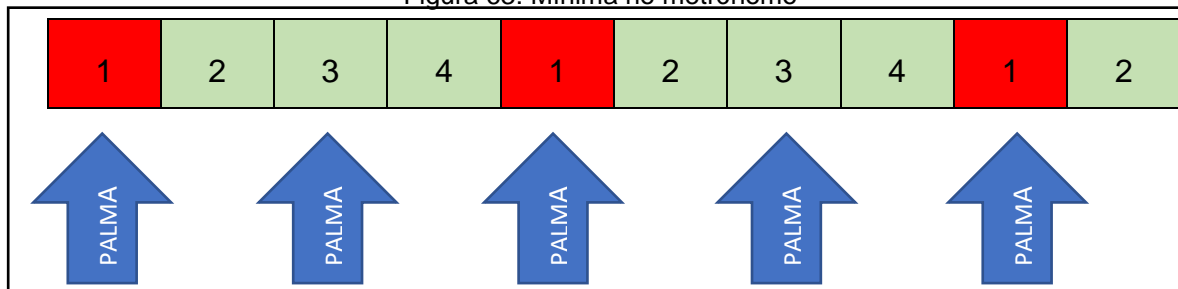
Figura 62: Semibreve no metrônomo



Fonte: A pesquisa.

Mínima: a mínima é caracterizada por 2 notas musicais por compasso, ou seja, a cada quatro sinais do metrônomo, temos duas notas executadas. Dentro dessa ideia, bate-se palma duas vezes a cada compasso conforme Figura 63:

Figura 63: Mínima no metrônomo

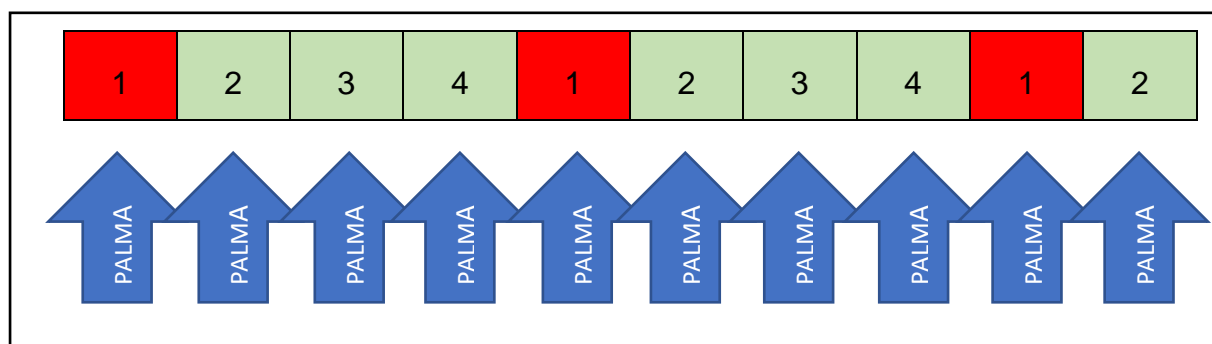


Fonte: A pesquisa.

Uma observação: é possível bater palmas com padrões diferentes dos mostrados na figura acima. No exemplo anterior, as palmas eram dadas nas marcações “1” e “3”, mas também podem ser feitas em “1” e “2”, ou “1” e “4” ou ainda “2” e “3” entre outras variações. São estas distintas variações um dos principais fatores que criam a variedade musical.

Semínima: a semínima é caracterizada por 4 notas musicais por compasso, ou seja, a cada quatro sinais do metrônomo, temos quatro notas executadas. Dentro dessa ideia, bate-se palmas a cada marcação do metrônomo, conforme Figura 64:

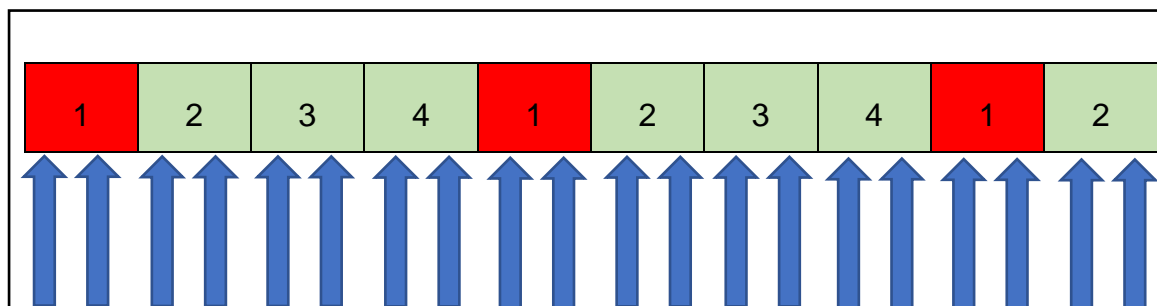
Figura 64: Semínima no metrônomo



Fonte: A pesquisa.

Colcheia: a colcheia é uma das figuras mais utilizadas na música, sendo caracterizada por 8 notas musicais por compasso, ou seja, são necessárias 2 notas a cada sinal do metrônomo. Dentro dessa ideia, bate-se 2 palmas a cada marcação do metrônomo, conforme Figura 65:

Figura 65: Colcheia no metrônomo



Fonte: A pesquisa.

Para facilitar essa execução, existem duas técnicas: a primeira, consiste em dobrar a velocidade da semínima, e a outra consiste em, na contagem de “1, 2, 3, 4” acrescentar um “e” ao falar em voz alta, ficando “1 e 2 e 3 e 4 e”. Desta


forma há a marcação exatamente do “meio” entre os toques do metrônomo. Este lugar é chamado de “contratempo”.


Para as demais figuras musicais, segue-se a mesma lógica, sempre dobrando a quantidade de palmas conforme vai se avançando. Perceba que elas são múltiplas, e formam uma progressão geométrica de base 2, pois sempre vão dobrando de quantidade.


Outro fator que se pode calcular dentro dos andamentos musicais, é a combinação de diferentes figuras dentro de um mesmo trecho da música. Pegando como exemplo a figura musical “Semínima”, em um compasso 4/4, essa figura indica que a cada batida do metrônomo, é executada uma nota musical. Em uma música com andamento de 120 BPM, são executadas 2 notas por batida do metrônomo, o que, dentro de um compasso, caracterizaria uma Colcheia (8 notas por compasso). Essa medida também pode ser representada em forma de fração. Neste mesmo exemplo, poderíamos representar a quantidade de notas por segundo pela fração de $\frac{8}{4}$ (8 representando a quantidade de notas totais e o 4 representando a quantidade de batidas do metrônomo dentro de cada compasso).

Neste sentido, podemos combinar diferentes figuras musicais e definir a quantidade média de notas executadas dentro de um tempo do metrônomo. Veja os exemplos na Figura 66:

Figura 66: Exemplos de cálculo de média de notas executadas em um compasso

 $= \frac{2}{4} + \frac{16}{4} = \frac{18}{4} = 4,5$ notas por batida de metrônomo (em média)

 $= \frac{32}{4} + \frac{1}{4} = \frac{33}{4} = 8,25$ notas por batida de metrônomo (em média)

 $= \frac{4}{4} + \frac{8}{4} = \frac{12}{4} = 3$ notas por batida de metrônomo (em média)

Fonte: A pesquisa.

No último exemplo, foram um total de 12 notas executadas, sendo a média de notas por batida de metrônomo de 3. Lê-se “12 notas executadas em 4 tempos ou em 1 compasso (nome dado para o conjunto de 4 tempos do metrônomo).

A validade destes estudos implica diretamente na composição de músicas. Um dos primeiros passos de um músico é justamente definir se o novo som a ser feito será rápido ou devagar e quais intenções e sentimentos ele almeja alcançar com sua escolha. Definir o BPM de uma música diz muito sobre o tipo de organização adotada pelo artista.

Finalizando o material didático, solicitam-se as seguintes atividades com base no material sobre andamentos musicais conforme Figura 67:





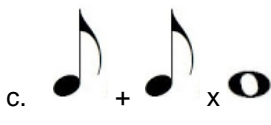

Figura 67: Atividades sobre andamento musical

1) Acesse o site <http://www.beatsperminuteonline.com/> e, com base em suas experimentações, indique abaixo o BPM das seguintes músicas:

- Michael Jackson – Beat It;
- Celine Dion – My Heart Will Go On;
- Billie Eilish – Bad Guy;
- Ana Gabriela – x;
- Beyoncé – Single Ladies;
- The weeknd – Blinding Lights;
- Iza – Brisa;
- Lady Gaga & Brandley Cooper – Shallow;
- Slipknot – Before I Forget;
- Dua Lipa – Break My Heart

2) Nas músicas da atividade anterior, descreva de maneira sucinta o que você sente (em termos de sensações/mensagem passada pela música) e de que forma você relaciona estas sensações com o andamento (BPM) calculado.

3) Realize as operações abaixo levando em conta os valores relativos das figuras musicais:

a. 	d. 
b. 	e. 
c. 	f. 

Fonte: A pesquisa.

Neste módulo, a ideia central é ambientar os alunos sobre as divisões rítmicas e como elas influenciam em uma composição musical. Perceba que as atividades solicitam a análise de músicas internacionalmente famosas e com artistas de grande relevância. Este fato visa aproximar a realidade do aluno e a cultura popular juvenil do cenário de investigação, buscando apresentar um pouco dos conceitos envolvidos na construção de uma obra musical. Por fim, também se busca levantar a questão, de maneira implícita, que mesmo os

principais artistas precisam de propriedade sobre divisões e andamentos para realizar seus trabalhos no meio musical.

Tendo claro as relações de harmonia e andamentos existentes no universo musical, os alunos se encontram aptos para analisar de que forma diferentes culturas utilizam destes artifícios em suas expressões musicais. Para isso, utiliza-se o Brasil como contexto de discussão, dando origem ao próximo módulo.

4.5 MÚSICAS DO BRASIL

Este módulo tem a função de propor reflexões sobre a forma de como diferentes culturas se expressam no meio musical e quais as ferramentas musicais-matemáticas estão envolvidas para que a intenção de uma composição seja percebida pelo público em geral. Com um material didático e um material de atividade, este módulo foca na diversidade cultural brasileira para exemplificar, de forma prática, como os conceitos previamente estudados são aplicados.

Cultura brasileira: o Brasil é um país com uma enorme extensão territorial, o que acarreta uma pluralidade cultural diversificada. Neste sentido, as formas de expressão sociais também são distintas e com diferentes influências. Nesta etapa, busca-se analisar alguns andamentos musicais de estilos típicos de cada região do Brasil, visando verificar algumas de suas principais características e influências.

Iniciando pela região Sul, tem-se como principal destaque cultural, a música tradicional gaúcha, ou ainda, a Música Nativista. Até mesmo para um músico experiente, não conhecer a cultura gaúcha traria dificuldades para ele interpretar as composições musicais desta região, uma vez que a música nativista é construída em um andamento mais lento, com arranjos e letras rimadas, no geral conotativas e metafóricas, principalmente referindo-se ao campo, ao amor pelo Estado do Rio Grande do Sul, ao cavalo (um dos símbolos gaúchos) e a mulher. Nestas composições fica evidente as raízes históricas e culturais por trás desta expressão musical, sendo um dos principais fatores o processo de colonização brasileiro. Percebe-se uma aproximação da música nativista com a música espanhola, com andamentos similares as tradicionais “valsas” e danças de salão, populares na Europa no século XIX. São notas lentas e marcadas, como no exemplo a seguir da música “Querência Amada” da autoria

de Vitor Matheus Teixeira, o popular “Teixeirinha”. Esta música é caracterizada por um andamento de 116bpm com a predominância das figuras semínima e colcheia, conforme Figura 68.

Figura 68: Partitura da Música “Querência Amada”

QUERÊNCIA AMADA
Teixeirinha

www.superpartituras.com.br

C F

Quem qui - ser sa - ber quem sou o - lhe pa - ra_o céu a - zul

G7 F G7 C

e gri - ta jun - to co - mi - go "Vi - va_o Rio Gran - de do Sul.

Fonte: <https://www.superpartituras.com.br/teixeirinha/querencia-amada>

Outro exemplo encontra-se no próprio Acordeão, instrumento característico da cultura gaúcha e derivado da gaita de fole, outra influência do norte Europeu. A proximidade com países colonizados pela Espanha (como a Argentina e o Uruguai) traz forte esta influência cultural.

Já do outro lado do país, a região nordeste é uma das mais ricas em diversidade cultural. O frevo e o axé predominantes nesta região, são caracterizados por ritmos intensos e andamentos acelerados. O primeiro fator determinante é o clima da região propriamente dito. Enquanto no Sul o clima frio afeta a música nativista com andamentos lentos, o calor tropical e intenso do Nordeste eleva os BPM's às alturas. Mais uma vez, as raízes culturais têm forte influência do período da colonização europeia no continente sul-americano. Foi esta região que mais recebeu escravos vindos do continente africano, e com eles a riquíssima cultura tribal. Por também ser um continente de clima quente, a África sempre foi caracterizada por sua diversidade tribal, onde a principal forma de expressão sempre foi por intermédio de um tambor, sejam em suas guerras ou em suas diversas formas de celebração. O nordeste brasileiro incorporou estas características que, em contato com o samba do sudeste, produziu uma espécie de “versão brasileira” dos ritmos tribais africanos. No exemplo da música “Pipoca”, do grupo Araketu, o andamento registra 163bpm com predominância da figura colcheia (Figura 69), caracterizando um andamento acelerado.

Figura 69: Partitura da Música “Pipoca”

Fonte: <https://pt.scribd.com/document/326681373/01-PIPOCA-Tenor-Saxophone>

No centro-oeste, afastando-se um pouco das belíssimas praias nordestinas, está o coração do estilo musical sertanejo. Assim como no Sul, os andamentos musicais das músicas sertanejas, ou “caipiras”, são mais lentos, com a adição de vocais em dueto, com vozes mais agudas e dividindo as composições com as tradicionais violas. Analisando da perspectiva cultural, o clima da isolação das fazendas e o afastamento dos grandes centros urbanos, produzem versos que falam sobre a “lida no campo” e a vida em meio a riqueza da natureza. Este é um estilo que, dentro da indústria musical, evoluiu com o tempo, sendo adicionados uma alta dose de romantismo e melancolia nas letras em sua atual versão. Ainda assim, o sertanejo, mesmo em sua vertente moderna, o sertanejo universitário, mantém andamentos mais lentos que apelam ao sentimentalismo, fruto do aspecto histórico do isolacionismo das fazendas na época de expansão ao interior do continente sul-americano. Na música “Não aprendi a dizer adeus” de autoria da dupla Leandro e Leonardo, verifica-se o andamento de 107 bpm’s com exclusivamente figuras musicais em colcheia, o que releva o andamento lento aliado a uma letra e métricas melancólicas (Figura 70).

Figura 70: Partitura da Música “Não Aprendi a Dizer Adeus”

NÃO APRENDI A DIZER ADEUS
www.superpartituras.com.br
LEANDRO &
LEONARDO

Fonte: <https://www.superpartituras.com.br/leandro-e-leonardo/nao-aprendi-a-dizer-adeus>

A região norte do Brasil possui uma cultura musical bem marcante, porém não muito difundida nas outras regiões do país. Seus principais ritmos musicais são o carimbó, o Calypso e a Marujada. Buscando caracterizar cada um destes estilos, primeiro deve-se notar a localização da região norte do nosso país: tem proximidade e influências diretas da região nordeste, próxima aos países caribenhos e abriga a maior floresta do planeta, berço de uma rica cultura indígena nativa. O carimbó é reflexo direto da cultura indígena, com música em andamentos moderados, mais caracterizado por sons naturais, advindo de tambores, flautas e do tradicional berimbau. Cantando letras do folclore local, possui uma dramatização bem característica e sempre relacionando aspectos da natureza. Já o Calypso é fruto do choque da cultura indígena com os ritmos nordestinos, que produziu uma música com andamentos acelerados e com sons naturais. Por fim, a Marujada é um ritmo que surgiu de manifestações religiosas juntamente com danças feitas por negros na época da colonização, tendo como instrumentos principais os tambores, a cuíca, os pandeiros e a viola, com andamentos variados. Na perspectiva cultural, e por se tratar da maior região do país, é evidente que seja a que mais sofre distintas influências musicais, indo dos ritmos caribenhos até o samba do sudeste brasileiro. Para exemplificar, foi selecionado a música “A lua me traiu” de autoria da Banda Calypso que teve grande repercussão no cenário musical nacional. O andamento desta música é de 160 BPM’s com predominância da figura colcheia. O destaque fica acerca das rápidas transições entre as notas registradas na partitura como traços em forma de arco (Figura 71).

Figura 71: Partitura da Música “A Lua me Traiu”

Visite: periclesvilela.blogspot.com **A Lua me traiu** Calipso

The image shows a musical score for the song "A Lua me Traiu" in Calipso style. It consists of three staves of music. The first staff is the melody, written in treble clef with a key signature of one sharp (F#) and a 4/4 time signature. The second and third staves provide accompaniment, also in treble clef. The music features a mix of eighth and sixteenth notes, with some rests and ties. The overall style is rhythmic and characteristic of Calipso.

Fonte: <https://periclesvilela.blogspot.com/2011/12/lua-me-traiu-banda-calipso-n-366.html>

Por fim, a região sudeste possui duas vertentes marcantes em sua expressão cultural musical: o samba e o funk. O samba possui uma raiz mais antiga, onde sua origem é na Bahia. Com ritmos fortes e andamentos rápidos, o samba se popularizou e tornou-se a cara da cultura brasileira. Marchinhas e tambores fazem o ritmo que instiga a movimentação do corpo. O improviso nas rodas de samba e a “gafieira” acabaram por ser a característica mais marcante na região com a maior concentração de pessoas e o maior centro comercial do país. Fruto de celebrações religiosas em um país colonizado e escravo, o samba evolui em distintas vertentes: em São Paulo percebe-se a relevância de notas mais graves, enquanto na Bahia os batuques e canções indígenas são presentes, sendo o Rio de Janeiro onde o choque com o maxixe produz o pagode clássico. Apenas para destaque, por mais que o samba tenha surgido na Bahia (que faz parte da região nordeste), foi no Sudeste onde ele virou a cara do Brasil. A artista brasileira Alcione possui em seu repertório de composições a canção “meu ébano”, caracterizada por um andamento de 164 BPM’s com predominância de colcheias e semicolcheias (Figura 72), um símbolo do samba popular.

Figura 72: Partitura da Música “Meu Ébano”

Meu ébano
Alcione

www.superpartituras.com.br

transc. Cristiano Viola

Am^{7b5} D^{7b13} Gm⁷ D^{7b13} Gm⁷ Cm⁷ F⁷ B^{b7}M D^{7b13}

Fonte: <https://www.superpartituras.com.br/alcione/meu-ebano>

Já com o Funk a história é um pouco diferente. Originado nas regiões mais carentes e morros do Rio de Janeiro, com forte influência norte americana, o funk se caracteriza por uma batida marcante e andamentos de lentos para moderados, em ritmo de festa. Olhando para a realidade cultural desta região, o turismo é uma das principais fontes de renda, logo um ritmo simples e popular em clima de festa se faz necessário para tal atividade econômica. Diferentemente do funk norte-americano, que possui um tom de protesto em uma época de luta contra o racismo, o funk brasileiro descreve a realidade da vida em uma favela, com todas as suas precariedades. Recentemente, acabou tomando um tom mais sexual, onde tem uma clara apelação a sensualidade e ao ato por si próprio, tornando-se um dos estilos musicais mais populares e comerciais do Brasil. No verão de 2017, o artista MC Nego do Borel lançou a música “você partiu meu coração” que dominou as rádios e o carnaval daquele ano, caracterizado por um andamento de 98 bpm’s predominantemente na figura colcheia (Figura 73).

Figura 73: Partitura da música “Você Partiu Meu Coração”

Você Partiu Meu Coração

Sax Alto Nego do B

6

11

16

Fonte: <https://www.superpartituras.com.br/mc-nego-do-borel/voce-partiu-meu-coracao-v-3>

Um ponto interessante a destacar é que, por mais que o andamento musical seja o mais lento dos exemplos trazidos, a ampla sequência de notas sem intervalos e, principalmente, a batida da música acaba por dar o tom dançante característico do Funk brasileiro.

Após o material que dá exemplos de intenções e o contraste musical brasileiro, são propostas as atividades conforme Figura 74:

Figura 74: Atividades cultura musical brasileira

Atividades: Vamos analisar a música moderna brasileira. Para isso, você deve realizar uma pesquisa na internet destacando no mínimo 2 dos principais estilos musicais de cada uma das 5 regiões do Brasil. Em seguida, escolha uma música de cada estilo destacada e realize e calcule quantos BPMs essa música tem e quais são as sensações/emoções transmitidas em cada música.

Resumo da atividade:

1. Pesquisar 2 estilos musicais de cada uma das 5 regiões do Brasil;
2. Escolher uma música para cada Estilo Musical encontrado;
3. Calcular qual o andamento musical (BPMs) das músicas selecionadas (utilize o site <http://www.beatsperminuteonline.com/>);
4. Descrever as sensações/emoções/mensagem que as músicas selecionadas pretendem passar e como o andamento musical escolhido tem influência sobre este aspecto.

OBSERVAÇÕES: Cuidado com as músicas que você vai selecionar, elas não podem conter nenhum dos itens abaixo com o risco de ter seu trabalho completamente anulado. São eles:

- Palavrões;
- Apologia sexual/drogas;
- Discurso de ódio contra etnias, orientação sexual, religião, nacionalidade, deficiências ou assuntos afins;

Fonte: A pesquisa.

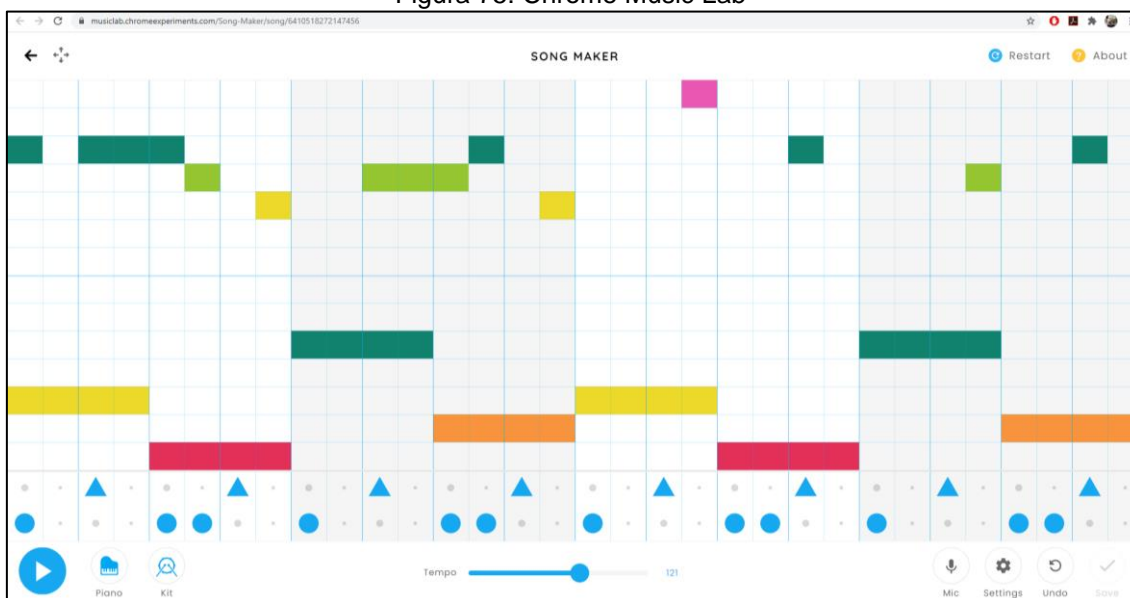
Por fim, esse módulo tem a intenção de ser exploratório e aberto, apenas orientando o que se deve pesquisar, mas deixando a cargo dos alunos as seleções de músicas e a análise. Pela diversidade musical brasileira, são inúmeras as possibilidades de músicas a serem analisadas pelos alunos bem como a conclusão final dos mesmos. Isso irá permitir analisar a percepção dos alunos sobre toda a sequência estudada até este ponto, e de que forma eles utilizam os termos aprendidos e as técnicas musicais. Outro ponto chave deste módulo é, de forma implícita, destacar a cultura e a arte brasileira, em suas distintas origens. Como último módulo teórico, é neste ponto onde os dados mais ricos sobre a pesquisa foram coletados, podendo assim encaminhar para o encerramento.

4.6 ESPAÇO DE CRIAÇÃO

Para o último módulo da sequência didática, dedica-se um espaço para criação de músicas. A intenção deste módulo foi abrir um momento onde os alunos possam aplicar os conceitos estudados (de harmonia e de ritmo) na criação de suas próprias músicas. Para isso, foi selecionado a página *Chrome Music Lab*, disponível gratuitamente na internet. Esta página faz parte de um projeto de ensino musical financiado pela Google, onde, através de um *software* de programação livre, disponibiliza interfaces intuitivas e criativas para a criação de músicas *online*. Na própria descrição da página, seu intuito é aproximar a Ciência, a Matemática e arte, tornando esta experiência mais lúdica e dinâmica.

Dos experimentos disponibilizados na página, selecionamos o *Song Maker*. Esta escolha deve-se ao fato de que, neste experimento, há relação direta da parte harmônica e da parte rítmica no mesmo cenário de composição. Na Figura 75, é possível notar esta divisão, sendo as duas últimas linha responsáveis pela parte rítmica (batidas) e as 14 linhas superiores responsáveis pela parte harmônica (notas musicais).

Figura 75: Chrome Music Lab



Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/6410518272147456>

Perceba o quão colorido e lúdico a interface do experimento é, permitindo inúmeras combinações diferentes, em uma amostra limitada de um cenário de composição musical.

A atividade solicitada aos alunos neste módulo consistiu na produção de 3 músicas com andamentos musicais diferentes aplicando os conceitos estudados durante a sequência didática, de maneira individual. A primeira música deve ter o andamento de 90 BPM, a segunda 150 BPM e a terceira de 200 BPM. Não há limitação do tipo de instrumento ou notas musicais a serem utilizadas pelos alunos. A página permite que os mesmos salvem e gerem um *link* com suas produções, *link* este que foi anexado na plataforma. O intuito da solicitação destas produções, foi o de analisar quais os conceitos que os alunos aplicaram nas criações musicais, e de que forma eles fazem as combinações entre diferentes notas. Deste modo, julgamos ser possível ter uma visão geral e pessoal do desempenho de cada aluno no final da sequência didática.

Por fim, cria-se o elo final na lógica da sequência didática, que revisa as funções trigonométricas, com a finalidade de relacioná-las com as características do som, pulando para os tipos de escalas musicais e andamentos, finalizando na análise das estruturas musicais de diferentes ritmos e culturas brasileiras.

Em síntese, a sequência didática inicia revisando um conteúdo fundamental para correlação entre Matemática e Música (funções trigonométricas), evolui para a análise das propriedades sonoras, introduz os conceitos de harmonia e ritmo, analisa produções musicais já existentes com a ótica cultural e, por fim, propõe um exercício que estimula a criatividade, visando analisar a aplicação correta/incorreta dos conceitos estudados.

5 A APLICAÇÃO DA PESQUISA NOS 2º E 3º ANOS DO ENSINO MÉDIO

Neste capítulo, descreve-se o relato do desenvolvimento desta proposta realizada com estudantes dos 2º e 3º anos do Ensino Médio sobre a aplicação da sequência didática que envolve a Matemática, a Física e a Música.

5.1 A APLICAÇÃO

A pesquisa foi realizada entre os dias 15 de outubro e 27 de novembro de 2020 através da plataforma *online Google Classroom* com alunos do 2º e 3º anos do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio André Leão Punte, localizada na região central da cidade de Canoas no Estado do Rio Grande do Sul, com carga horária de cerca de 20 horas de duração. A Escola é exclusiva de alunos do nível Médio, ofertando turmas, dos 3 anos deste nível, em todos os turnos (manhã, tarde e noite). Para a seleção dos alunos, foi criado um formulário *online* na plataforma *Google Forms* direcionado a alunos dos 2º e 3º anos que tivessem interesse em participar da proposta. Ao todo, foram 15 alunos inscritos, porém apenas 11 iniciaram a sequência didática, sendo 8 destes concluindo-a até o final.

Por mais que a escola tivesse turmas completas, com cerca de 20 alunos cada, atribuímos o baixo número de inscritos à baixa adesão escolar registrada em toda a rede do Estado do Rio Grande do Sul, principalmente no que diz respeito a interação nas aulas *online* e entrega de atividades aos professores. Esta baixa adesão escolar também é reflexo do cenário pandêmico e da demora de resposta por parte do governo, em todas as suas esferas, para uma clareza na reorganização das aulas em uma situação deste tipo. Em conversa com a equipe diretiva, foi relatado que mais da metade dos alunos não havia entregado ao menos uma atividade atribuída desde o início das aulas remotas. Este fato também nos fez alterar, de maneira prévia, algumas atividades da sequência didática, no intuito de reduzir a quantidade de horas (esperando um maior interesse dos alunos), reduzir a complexidade das atividades (para evitar desistências no meio da sequência) e propor atividades que despertassem o interesse em prosseguir com o estudo.

Deste modo, destacamos na Figura 76 o quadro de cronograma de aplicação das atividades assíncronas da sequência didática.

Figura 76 - Cronograma de aplicação da sequência didática

Módulo Envolvido	Quantidade de atividades	Objetivo	Prazo de Entrega	Estimativa de horas/aulas
Questionário Inicial e Termos	1	Compor perfil e conhecimentos prévios dos alunos	25/10/2020	----
Módulo I	2	Revisar o conteúdo de funções trigonométricas	30/10/2020	4,5 h
Módulo II	1	Relacionar a Física do som às funções trigonométricas	04/11/2020	4 h
Módulo III	3	Introduzir a parte harmônica da Música através do estudo das escalas	18/11/2020	4,5 h
Módulo IV	1	Introduzir a parte rítmica da Música através do estudo de BPMs.	20/11/2020	3 h
Módulo V	1	Analisar a diversidade musical brasileira	25/11/2020	3 h
Módulo VI	1	Criar composições com os conceitos aprendidos	27/11/2020	1 h
Questionário Final	1	Verificar as percepções dos alunos à sequência didática	27/11/2020	----
TOTAL				20h

Fonte: A pesquisa.

Todos as atividades foram assíncronas, ou seja, cada aluno evoluía individualmente, porém todos deveriam obedecer aos prazos máximos de entrega das atividades e a ordem da sequência didática. Como outro método de organização, foi acertado com os alunos que, todas as quartas feiras o pesquisador estaria a disposição no *chat* da plataforma *Google Classroom*, durante todo o dia, para o esclarecimento de dúvidas. Mesmo acertando esta rotina, também foi disponibilizado aos alunos os contatos de *Whatsapp* e e-mail do pesquisador para facilitar a comunicação caso os alunos não tivessem disponíveis no horário citado.

Sobre os dados referentes à escola, em função do cenário de pandemia, não foi possível a realização de entrevistas com a equipe diretiva de maneira presencial, porém a direção nos informou a infraestrutura da Escola, destacando que possuem uma biblioteca, refeitório, sala de informática, laboratório de Ciências, quadra de esportes, equipamentos para uso pedagógico, fotocopiadoras, aparelho de televisão e DVD, retroprojeto, projetor multimídia,

aparelho de som, câmera fotográfica, filmadora e impressora, com mais de 1000 alunos regularmente matriculados no total dos 3 turnos ofertados.

Por fim, ressaltamos que a escolha da plataforma *Google Classroom* vem em sintonia com as resoluções da Secretaria de Educação do Estado do Rio Grande do Sul, que adotou esta plataforma como o meio de continuar as aulas até o final do ano letivo de 2020, em função do cenário pandêmico causado pelo vírus Sars-Cov-2.

5.2 O PERFIL DOS ALUNOS

Todos os 8 alunos concluintes da pesquisa, responderam ao questionário de “Perfil do Estudante”, composto de 16 perguntas e realizado através da plataforma *Google Forms*. Este questionário foi dividido em 3 seções: dados pessoais (7 perguntas), sobre as aulas de Matemática (3 perguntas) e sobre as preferências musicais individuais (6 perguntas), conforme consta no Apêndice D.

Sobre as duas primeiras perguntas do questionário referentes a idade e sexo, 7 alunos eram do sexo feminino e apenas 1 do sexo masculino, possuindo faixa etária de 17 à 19 anos de idade.

Para o questionamento referente à ocupação profissional, obtivemos a divisão de que metade dos alunos tem vínculo profissional e a outra metade apenas estuda. Também nota-se que, dentre os alunos com vínculo empregatício, as áreas de atuação são variadas, conforme detalhamento da Figura 77.

Figura 77: Perfil dos estudantes - ocupação profissional.

Você trabalha? Se sim, em qual área?

8 respostas

- Não
- Sim, setor jurídico da empresa.
- Não
- Sim, sou estagiário de programação
- Comercio
- não trabalho
- Atualmente não
- sim, sou estagiário de industria

Fonte: registros do questionário “Perfil do Estudante” na plataforma *Google Forms*.

Na pergunta que questionava sobre à cursos de formação complementar, 4 dos 8 alunos informou que não havia realizado nenhum curso complementar à formação do Ensino Médio, enquanto o restante (4 alunos) informou, com unanimidade, que fazia curso pré-vestibular, conforme detalhamento na Figura 78.

Figura 78: Perfil dos estudantes - cursos complementares

Você faz algum curso complementar à sua formação no Ensino Médio? Se sim, qual?

8 respostas

- Não
- Sim, pré-vestibular
- Não, e nunca fiz.
- não faço
- pré vestibular
- ainda não
- faço pré vestibular

Fonte: registros do questionário “Perfil do Estudante” na plataforma *Google Forms*.

Sobre a pergunta referente ao interesse dos alunos no ingresso ao Ensino Superior, todos os alunos sinalizaram que sim, possuem interesse. Das 8 respostas, apenas um aluno sinalizou uma área predominantemente de “exatas”,

enquanto o restante tem preferência por cursos das áreas de humanas e biológicas. 2 alunos responderam estar indecisos quanto ao curso desejado, conforme detalhamento na Figura 79.

Figura 79: Perfil dos estudantes - ingresso no Ensino Superior.

Você tem interesse em ingressar no Ensino Superior? Em qual área?

8 respostas

Sim, na área de humanas, especificamente em história
Sim, indecisa da área
Sim, faculdade de medicina
Sim, engenharia da computação
Medicina Veterinária ou designer de interiores
sim, medicina
sim mas não sei qual área ainda
sim, talvez administração de empresas

Fonte: registros do questionário “Perfil do Estudante” na plataforma *Google Forms*.

As duas últimas perguntas sobre os dados pessoais, tratavam sobre a afinidade dos alunos com as 3 principais áreas do conhecimento e sobre seu desempenho escolar. Metade dos alunos nunca havia repetido de ano, 3 repetiram no Ensino Fundamental e 2 no Ensino Médio. Sobre a afinidade com as áreas, 5 alunos sinalizaram que possuem finalidade com a área de biológicas, 2 com a área de humanas e apenas um com a área de exatas.

Na próxima seção que tratava sobre as aulas de Matemática, os alunos responderam a questões sobre seu interesse nas aulas desta área e sobre o dinamismo das mesmas. 4 alunos classificaram suas atuais aulas de Matemática como “mais dinâmicas do que tradicionais”, 3 alunos foram indiferentes a este questionamento e 1 aluno classificou as aulas de matemática como “maior tendência tradicional”. Sobre seu interesse pela área, 7 alunos o classificaram como “alto”, enquanto apenas um aluno o classificou como “baixo”.

Quando questionados sobre se já tinham participado de algum projeto envolvendo a Matemática, 7 dos 8 alunos respondeu que “não”, apenas um aluno respondeu que já teve esta experiência, conforme Figura 80.

Figura 80: Perfil dos estudantes - experiências em projetos de Matemática

Você já participou de algum projeto com abordagem diferenciada em Matemática? Se sim, descreva sucintamente do que se tratava.

8 respostas

- Não
- não
- Não participei.
- nunca participei
- sim. Já participei de diversos cursinhos de matemática com o intuito de aprofundar meu conhecimento.

Fonte: registros do questionário “Perfil do Estudante” na plataforma *Google Forms*.

Na seção referente às preferências musicais, todos os alunos respondentes afirmaram não possuir nenhum conhecimento musical ou tocar algum instrumento desta natureza. Quando questionados sobre se acreditam que existe uma relação direta do universo musical e do que se aprende em Matemática, as respostas obtidas estão ilustradas na Figura 81.

Figura 81: Perfil dos estudantes - relação entre Matemática e Música

Você acha que existe relação entre o universo musical (instrumentos, composições, notas musicais etc.) com o que você aprende na disciplina de Matemática? De que forma?

8 respostas

- Não tenho opinião formada a respeito, nunca pensei sobre isso
- Não
- Não sei
- Tudo sempre tem um relação matemática, nem que seja mínima. O som nada mais é que uma onda (que é facilmente expressável matematicamente), que se propaga pelo ambiente.
- sim, as notas
- não sei dizer ao certo quais relações. Mas sim, ha relações
- difícil dizer, acho que a escola não trata isso
- nunca fiz a relação, mas acho que existem várias

Fonte: registros do questionário “Perfil do Estudante” na plataforma *Google Forms*.

Analisando as respostas obtidas, percebe-se que a maioria dos estudantes não sabe dizer ao certo se acreditam ter ou não uma relação entre Música e Matemática, mas enfatizam que, provavelmente, elas existem. O fato deles acreditarem que exista as relações já é um fator positivo, uma vez que,

aparentemente, as aulas de matemática costumam ser contextualizadas com outras áreas.

Quando questionados sobre seus estilos musicais favoritos, percebe-se uma grande variedade de gêneros musicais, porém, quase todos os estilos citados possuem um apelo mais voltado ao público jovem, conforme ilustra a Figura 82.

Figura 82: Perfil dos estudantes - estilos musicais preferidos

Qual é o seu estilo musical preferido?
8 respostas

Rock, Clássica, MPB, Gaúcha
Trap
Sertanejo
Não tenho nenhum estilo musical favorito.
sou bem eclética, mas preferido é funk
pop/folk-pop
pop
eletrônica

Fonte: registros do questionário “Perfil do Estudante” na plataforma *Google Forms*.

Na pergunta seguinte, solicitamos uma breve descrição das sensações que este estilo musical, citado anteriormente, desperta nos mesmos, e obtivemos respostas variadas. Interpretamos esta variedade de respostas como condizente, pois as interpretações artísticas são pessoais, contudo, o ponto alto das respostas desta pergunta vem ao aspecto jovial da musicalidade, conforme detalhado na Figura 83.

Figura 83: Perfil dos estudantes: sensações musicais

Você consegue descrever o que faz este ser seu estilo musical preferido? (quais as sensações ou o que mais te atrai neste estilo)

8 respostas

- Rock- calma e motivação
- Clássica- calma e tranquilidade
- MPB- as críticas "mascaradas" me atrai
- Gaúcha-animação e nostalgia

A batida a sensação que me traz ao escutar.

Felicidade

Como não tenho nenhum, acredito que dependa muito do ambiente e da ocasião.

me deixa animada

a sonoridade desse estilo me atrai

a energia da música

a sensação de leveza

Fonte: registros do questionário "Perfil do Estudante" na plataforma *Google Forms*.

Por fim, na última pergunta do questionário, questionamos sobre quais outros tipos de "artes" os alunos têm mais contato. Conforme esperado, a cultura pop ocidental se destacou entre as respostas, com presença de citações à filmes e seriados, conforme Figura 84.

Figura 84: Perfil dos estudantes - outras formas de arte.

O que você acha sobre a Arte em geral? Quais seus "tipos" de arte preferidos?

8 respostas

- Danças tradicionais, poesias, filmes de terror e comédia
- A arte eu acho maravilhosa simplesmente maravilhosa.
- Filmes, músicas e desenhos
- Não sou muito fã de arte, porém a 7ª arte é a mais interessante.
- eu gosto de músicas, seriados, filmes
- acredito que a arte está em tudo, desde um sorriso ate uma canção.
- musica, filmes e seriados
- desenhos, filmes, seriados, livros...

Fonte: registros do questionário "Perfil do Estudante" na plataforma *Google Forms*.

Com a aplicação deste questionário, podemos obter um perfil geral dos estudantes: predominantemente do sexo feminino, com interesse no Ensino Superior e sem experiências musicais. O curioso a destacar, é o fato da maioria dos alunos que realizaram a sequência ter mais afinidade com áreas que não são de exatas. Este ponto nos levou a pensar quais os possíveis motivos para

que os alunos tenham ingressado nesta proposta que possui a Matemática em seu cerne. Uma das prováveis respostas a este questionamento reforça o impacto que a cultura e a arte têm sobre públicos mais jovens, pois é nesta etapa da vida onde formam-se as personalidades individuais, fortemente influenciadas pelo cenário intercultural existente dentro do ambiente escolar. Por fim, destacamos que, no perfil dos alunos, mesmo sem nenhuma experiência no universo musical, os mesmos fazem descrições das sensações percebidas ao escutar seus respectivos estilos musicais favoritos, o que demonstra uma aptidão à análise crítica por parte dos alunos.

Concluindo esta etapa, sinalizamos que os alunos serão tratados conforme Figura 85 durante as análises da sequência, com a finalidade de garantir o sigilo sobre suas identidades.

Figura 85: Relação de alunos

Nomenclatura	Idade	Sexo
Aluno 1	18	Feminino
Aluno 2	18	Feminino
Aluno 3	17	Feminino
Aluno 4	18	Feminino
Aluno 5	18	Feminino
Aluno 6	18	Feminino
Aluno 7	19	Feminino
Aluno 8	17	Masculino

Fonte: A pesquisa.

5.3 CATEGORIAS E METODOLOGIA DE ANÁLISE

As análises serão realizadas, de maneira separada, em cada um dos 6 módulos presentes na sequência didática: 1. Revisão de funções trigonométricas; 2. Propriedades do Som; 3. História da Música; 4. Andamentos Musicais; 5. A Música no Brasil e; 6. Espaço de Criação.

Dentro destas análises, elencamos, pós aplicação da sequência didática, 5 categorias: uso correto da Matemática; Relaciona Matemática e Física, Relaciona Matemática e Música, Identifica Aspectos Culturais e Uso Correto de Conceitos Musicais. Estas categorias irão permitir que destaquemos, dentro das respostas dos alunos, momentos chave onde é possível observar os

desdobramentos das relações entre as distintas áreas. Na Figura 86 incluímos os critérios para cada uma das categorias analisadas.

Figura 86: Critérios de análise

#	CATEGORIA	CRITÉRIOS
1	Uso correto da Matemática	O aluno aplica corretamente os conceitos matemáticos envolvidos para resolução das atividades.
2	Relaciona Matemática e Física	O aluno faz relação entre conceitos Matemáticos e Físicos na resolução das atividades.
3	Relaciona Matemática e Música	O aluno faz relação entre conceitos Matemáticos e conceitos Musicais na resolução das atividades.
4	Identifica Aspectos Culturais	O aluno explicita comparação ou descrição de influências culturais.
5	Uso correto de conceitos Musicais	O aluno aplica ou expõe corretamente conceitos musicais em suas argumentações

Fonte: A pesquisa.

Estas categorias estão em consonância com nosso referencial teórico, uma vez que estamos buscando evidenciar as relações entre distintas áreas. Para a categoria número 1, buscamos evidenciar os momentos em que os conceitos matemáticos são aplicados de maneira correta, uma vez que, o primeiro módulo da sequência se trata de uma revisão específica de funções trigonométricas. Quando discutimos a tipologia de relações interdisciplinares trazidas por Jipiassú (1976), enfatizando a classificação de nossa sequência didática como sendo do tipo “estrutural”, reforçamos que as possíveis relações entre disciplinas ocorrem com mútuas contribuições, de forma bilateral. Neste ponto a categoria 2 e 3 cumprem esta função na validação dos dados. Para a categoria de número 4, estamos buscando evidências, por parte dos alunos, que contribuem para afirmar o ensino na perspectiva cultural como uma boa base para o desenvolvimento de um entendimento mais contextualizado dos conteúdos propostos, o que estaria em consonância com as diretrizes constantes na Base Nacional Comum Curricular e nos parâmetros orientativos da Educação brasileira. Na categoria de número 5, buscamos observar se os alunos se apropriaram dos conceitos musicais estudados na sequência.

5.4 ANÁLISE DOS DADOS

Conforme citado anteriormente, a análise dos dados será segmentada por módulo da sequência didática. Esta organização permite uma visualização melhor da lógica utilizada na construção da sequência bem como ir aumentando o grau de complexidade dos assuntos abordados com os alunos participantes.

5.4.1 Módulo I: Revisão de Funções Trigonômétricas

O primeiro módulo da sequência didática, denominado como “Revisão de Funções Trigonômétricas” dentro da plataforma *Google Classroom*, possui 1 material orientativo e 2 propostas de atividades, com 5 exercícios propostos ao total. Todos os 8 alunos responderam às atividades propostas.

Logo no início da parte prática deste módulo, onde se solicitava a construção de um objeto dentro do *software online* GeoGebra, surpreendentemente, os alunos não apresentaram dificuldades na construção do objeto, porém, nas respostas às atividades, algumas descrições apresentaram algumas incoerências. Na atividade 1 solicitava-se aos alunos para descrever de que forma os parâmetros a , b , c e d influenciavam na representação gráfica da função $f(x) = a + b * \text{sen}(c * x + d)$. As respostas encontram-se na Figura 87.

Figura 87: Resposta dos alunos à atividade 1 do módulo 1

Aluno 1	<p>a= "mexe o gráfico pra cima e pra baixo."</p> <p>b="altera a altura do gráfico"</p> <p>c="altera a frequência e o período"</p> <p>d="mexe o gráfico para direita e esquerda"</p>
Aluno 2	<p>a= "mexe na vertical"</p> <p>b="modifica o tamanho das ondas (amplitude)"</p> <p>c="deixa a frequência maior (com mais ondinhas) ou menor (com menos ondinhas)</p> <p>d="mexe na horizontal"</p>
Aluno 3	<p>a= "para cima e para baixo"</p> <p>b="varia a altura das ondas. Quando negativo, inverte o gráfico"</p> <p>c="varia a frequência das ondas"</p> <p>d="anda para os lados"</p>
Aluno 4	<p>a="tem variação vertical"</p> <p>b="mexe na amplitude do gráfico"</p> <p>c="aumenta ou diminui a frequência"</p> <p>d="tem variação horizontal"</p>
Aluno 5	<p>a="faz ele andar para cima"</p> <p>b="faz as ondas ficarem maiores ou menores"</p> <p>c="faz com que tenha mais ou menos ondas quanto maior o número"</p> <p>d="faz ele andar para a esquerda e para a direita"</p>
Aluno 6	<p>a="se move no eixo y"</p> <p>b="aumenta ou diminui a amplitude. Perto de zero fica uma linha reta"</p> <p>c="altera a frequência da onda"</p> <p>d="se move no eixo x"</p>
Aluno 7	<p>a="anda pra cima e pra baixo"</p> <p>b="amplitude do gráfico aumenta e diminui"</p> <p>c="frequência do gráfico aumenta ou diminui"</p> <p>d="anda para a esquerda e pra direita"</p>
Aluno 8	<p>a="o gráfico aumenta pra cima ou diminui para baixo"</p> <p>b="o gráfico muda a sua amplitude"</p> <p>c="o gráfico fica mais ou menos frequente"</p> <p>d="o gráfico se move lateralmente"</p>

Fonte: A pesquisa.

Nas respostas destacadas, percebe-se, em sua maioria, descrições mais próximas a uma linguagem coloquial do que uma definição matemática. Contudo, há elementos nas frases que revelam uma maior apropriação dos

conceitos. Os alunos 4 e 6 usam palavras como “variação” e mencionam os eixos corretamente. Ainda o aluno 6, foi o único a colocar alguma consideração sobre quando o parâmetro chega próximo a zero, assim como o aluno 1 foi o único que destacou que, o parâmetro c altera também o período. Os demais alunos usam termos diretamente relacionados com o aspecto visual, indicando movimentos laterais, para cima/baixo ou ainda indicando a alteração da amplitude como sendo o “tamanho das ondas”.

No geral é observável que os alunos notaram corretamente as influências dos parâmetros analisados, mas ainda há falta de uma descrição mais matemática. Aliando nosso referencial teórico a esta análise, uma das ações que poderiam sanar esta dificuldade seria uma maior contextualização do uso prático das funções trigonométricas. Pombo (2006) reforça que a contextualização se dá através das experiências e da interdisciplinaridade, com ganhos no aprofundamento dos conceitos e na relação de seu estudo com seu uso prático.

Em outra atividade proposta neste módulo, foi solicitado aos alunos que criassem, no mesmo objeto, funções com parâmetros pré-definidos. Os alunos apresentaram respostas satisfatórias quando o parâmetro questionado envolvia a amplitude, porém nas raízes e frequência das funções acabaram por apresentar alguns erros. Como exemplo, a Figura 88 apresenta as respostas dos alunos 2, 3 respectivamente.

Figura 88: Resposta dos alunos à atividade 2 do módulo I

<p>ATIVIDADE 2: Crie uma função Cosseno com as seguintes características (escreva sua forma geral):</p> <p>a) Com amplitude igual a 7; $F(x) = 1+7\cos(x+1)$</p> <p>b) Com frequência igual a 20 e $f(0) = 1$; $F(x) =$</p> <p>c) Com amplitude igual a 3,5 e sem raízes; $F(x) = 4+3,5*\cos(x+1)$</p> <p>d) Com frequência igual a 50 e $f(0) = -1$;</p> <p>e) Com frequência igual a 1 e amplitude igual a 5; $F(x) = 5*\cos(\pi*x+1)$</p> <p>f) Com imagem da função no intervalo $[-7, 1]$; $F(x) = -3+4\cos(x+1)$</p>	<p>ATIVIDADE 2: Crie uma função Cosseno com as seguintes características (escreva sua forma geral):</p> <p>a) Com amplitude igual a 7; $f(x) = 7\cos(x)$</p> <p>b) Com frequência igual a 20 e $f(0) = 1$; $f(x) = \cos(\pi/60 * x)$</p> <p>c) Com amplitude igual a 3,5 e sem raízes; $f(x) = 4+3,5*\cos(x)$</p> <p>d) Com frequência igual a 50 e $f(0) = -1$; $f(x) = \cos(\pi/25 * x)$</p> <p>e) Com frequência igual a 1 e amplitude igual a 5; $f(x) = 5 * \cos(2\pi*x)$</p> <p>f) Com imagem da função no intervalo $[-7, 1]$; $f(x) = -3 + 4 * \cos(x)$</p>
--	---

Fonte: A pesquisa.

No caso do primeiro aluno, ele nem tenta realizar as atividades que solicitam raízes, já no segundo caso, o aluno apenas considerou o parâmetro da frequência (calculando-o incorretamente), porém não considerou o parâmetro da raiz. No caso da frequência, ele acabou calculando o período da função ao invés da frequência.

O aluno 4 acabou acertando estas duas questões, porém escrevendo incorretamente a forma algébrica da função, conforme Figura 89.

Figura 88: Resposta correta, mas sem a igualdade

ATIVIDADE 2: Crie uma função Cosseno com as seguintes características (escreva sua forma geral):

- a) Com amplitude igual a 7;
 $7\cos(x + 1)$
- b) Com frequência igual a 20 e $f(0) = 1$;
 $\cos(40\pi \times x)$
- c) Com amplitude igual a 3,5 e sem raízes;
 $3,6 + 3,5 \times \cos(x + 1)$
- d) Com frequência igual a 50 e $f(0) = -1$;
 $-\cos(100\pi \times x)$
- e) Com frequência igual a 1 e amplitude igual a 5;
 $5 \times \cos(2\pi \times x + 1)$
- f) Com imagem da função no intervalo $[-7, 1]$;
 $-3 + 4 \times \cos(x + 1)$

Fonte: A pesquisa.

Como pode-se notar na imagem anterior, o aluno realiza corretamente os cálculos, porém esquece de escrever a igualdade determinante da função.

No geral, percebemos através desta atividade que os alunos possuem parcialmente claros e estabelecidos os conceitos matemáticos envolvendo funções trigonométricas. Após *feedback* individual de correção, propusemos uma última atividade para este módulo, na qual solicitava o domínio, a imagem, a amplitude, o período e a frequência de 4 funções propostas. Com o auxílio do GeoGebra, os resultados obtidos foram bem mais coesos do que os da atividade anterior, mostrando evolução dos alunos, conforme Figura 90.

Figura 89: Resposta do aluno 2 à última atividade do módulo I

Atividade

Para cada uma das funções a seguir, defina:

- a) O Domínio;
- b) A Imagem;
- c) A Amplitude;
- d) O Período;
- e) A Frequência;

**Utilize o objeto criado na aula prática como auxiliar para responder a estas questões.*

1- $f(x) = \cos(2x)$

- a) REAIS
- b) $(-1, 1]$
- c) Amplitude = $1 - (-1) / 2 = 2/2 = 1$
- d) Período = $2\pi / 2 = \pi$
- e) Frequência = $1/p = 1 / 2\pi$

Fonte: A pesquisa.

Na imagem anterior, o aluno 2 já aplica as fórmulas para os respectivos cálculos. De modo similar, os alunos 1, 3, 4, 5 e 7 possuem respostas similares à anterior. O aluno 6 destaca-se por utilizar uma resolução clara, conforme Figura 91.

Figura 90: Resposta do aluno 6 à última atividade do módulo I

2- $g(x) = -4 + 6 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$

- a) Domínio = \mathbb{R}
- b) Imagem = $(-10, 2)$
- c) Amplitude = $\frac{2 - (-10)}{2} = \frac{12}{2} = 6$
- d) Período = $\frac{2\pi}{1/2} = \frac{2\pi}{1} \times \frac{2}{1} = 4\pi$
- e) Frequência = $\frac{1/2}{2\pi} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{4\pi}$

Fonte: A pesquisa.

Da mesma forma, o aluno 8 também traz respostas completas, conforme Figura 92.

Figura 91: Resposta do aluno 8 à última atividade do módulo I

$$4- j(x) = \frac{38}{4} - 12,9 \cos(15x)$$

a) $D = \mathbb{R}$

b) $\text{Im} = (-3,4; 22,4)$

c) $A(f) = \frac{22,4 - (-3,4)}{2} = \frac{22,4 + 3,4}{2} = \frac{25,8}{2} = 12,9$

d) $P(f) = \frac{2\pi}{15} = \frac{2\pi}{1} * \frac{1}{15} = \frac{2\pi}{15}$

e) $F(f) = \frac{1}{P(f)} = \frac{1}{\frac{2\pi}{15}} = \frac{1}{1} * \frac{15}{2\pi} = \frac{15}{2\pi}$

Fonte: A pesquisa.

Este aluno, em primeiro momento, não teve uma descrição adequada sobre a influência dos parâmetros das funções trigonométricas (vide Figura 87), porém apresentou, na atividade final deste módulo, uma satisfatória organização algébrica para a apresentação dos resultados.

Destacamos estes dois alunos a fim de evidenciar provas de ocorrência da nossa categoria 1 de análise, porém não significa que a mesma não ocorreu nos demais alunos, apenas simplificamos esta análise inicial pois não é o foco deste trabalho verificar se o aluno sabia ou não os conceitos matemáticos, mas sim como ele os desenvolve no decorrer da sequência didática.

Como análise final do módulo, verificamos que, apesar da maioria dos alunos possuir uma noção sobre os conceitos trabalhados com funções trigonométricas do tipo senoide e cossenóide, ainda há uma carência por uma boa representação algébrica dos mesmos. Uma das preocupações iniciais deste módulo é se os alunos teriam dificuldades em trabalhar com o *software* GeoGebra, mas, surpreendentemente, não tivemos nenhuma solicitação de auxílio em suas construções. Os objetos foram enviados via *Classroom* (através de *link*) e, em sua verificação, todos estavam perfeitamente construídos, o que revela que atividades bem instruídas tendem a um maior aproveitamento por parte dos alunos, mesmo fazendo uso da tecnologia.

Neste módulo, por se tratar de um módulo de revisão, foi possível apenas identificar indícios da nossa categoria 1 de análise, uma vez que são explorados conceitos exclusivamente matemáticos. Os alunos mostraram que conseguem compreender e articular os conceitos matemáticos explorados, sendo o material

orientativo o principal norteador. Isso fica evidente pois, nos registros apresentados anteriormente, é perceptível a semelhança de organização das respostas com o material orientativo, seja nas nomenclaturas adotadas seja na disposição das fórmulas para cálculos.

5.4.2 Módulo II: Propriedades do Som

Neste segundo módulo aumentamos a complexidade deste estudo introduzindo a Física para o desenvolvimento das atividades. A ideia deste módulo era reafirmar os conceitos explorados no estudo de funções trigonométricas contextualizando-os com as propriedades do som, no intuito de promover possibilidades de expansão do entendimento sobre os mesmos. Este módulo foi denominado como “Propriedades do Som” dentro da plataforma *Google Classroom*, possuindo 1 material orientativo e 1 atividade, com 4 exercícios propostos ao total. Todos os 8 alunos responderam às atividades propostas.

As duas primeiras atividades tinham a função de começar a propor comparações entre distintos sons para verificação das propriedades existentes. Solicitamos aos alunos que ordenassem 10 funções distintas com base no som emitido por elas, de modo à função com som mais aguda ocupar o primeiro lugar e a mais grave o último. Para isso, criamos um objeto no *software* GeoGebra que permite a comparação dos sons, e enviamos o *link* deste objeto junto à atividade. As respostas dos alunos estão relacionadas na Figura 93.

Figura 92: Relação de respostas dos alunos à atividade 1 do módulo II

Gabarito	Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5	Aluno 6	Aluno 7	Aluno 8
<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>
<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>
<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>
<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>d ou e</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>e</i>
<i>d ou e</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
<i>j</i>	<i>j</i>	<i>j</i>	<i>j</i>	<i>j</i>	<i>j</i>	<i>j</i>	<i>j</i>	<i>j</i>

Fonte: A pesquisa.

Conforme exposto acima, a maioria dos alunos acertou a ordenação das funções. Nesta atividade, colocamos propositalmente duas funções (letras *d* e *e*) com a mesma frequência, justamente para ver como os alunos classificariam quanto à sons agudos ou graves. Houve maior incidência de escolha para a letra *d* como mais aguda em relação a letra *e*. Acreditamos que os alunos realizaram esta opção em função do valor do coeficiente da amplitude da função, pois, como no caso da letra *e* este era maior do que o da letra *d*, o som executado no *software* GeoGebra acaba por ser mais claro, dando a impressão que é mais agudo. Apenas um ouvido treinado e experiente conseguiria distinguir esta diferença, porém, através das equações algébricas das funções, poderia ser notado que na verdade ambas possuem a mesma frequência.

Os alunos 3 e 5 foram os únicos que classificaram incorretamente a ordem das funções, mostrando que o conceito de sons graves e agudos, juntamente com o conceito de frequência das funções trigonométricas talvez não esteja tão claro. Outro possível motivo deste erro recai sobre a forma de análise: se os mesmos compararam apenas os sons, podem ter se equivocado na classificação, porém a ideia era aliar o som à forma algébrica das funções. No mais, o restante dos alunos conseguiu fazer eficientemente esta relação.

Na segunda atividade pedimos aos alunos para que classificassem, as mesmas funções, porém agora quanto a sua intensidade sonora, de modo que

a mais intensa fique em primeiro e a menos intensa por último. A Figura 94 apresenta as respostas dos alunos.

Figura 93: Relação de respostas dos alunos à atividade 2 do módulo II

Gabarito	Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5	Aluno 6	Aluno 7	Aluno 8
<i>r</i>	<i>r</i>	<i>r</i>	<i>r</i>	<i>r</i>	<i>r</i>	<i>r</i>	<i>r</i>	<i>r</i>
<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>
<i>n</i>	<i>n</i>	<i>n</i>	<i>n</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>n</i>	<i>n</i>
<i>l ou o</i>	<i>o</i>	<i>l</i>	<i>o</i>	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>o</i>	<i>l</i>
<i>l ou o</i>	<i>l</i>	<i>o</i>	<i>l</i>	<i>o</i>	<i>o</i>	<i>o</i>	<i>l</i>	<i>o</i>
<i>k</i>	<i>k</i>	<i>k</i>	<i>k</i>	<i>k</i>	<i>m</i>	<i>k</i>	<i>k</i>	<i>k</i>
<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>k</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>
<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>t</i>	<i>m</i>	<i>m</i>	<i>m</i>
<i>p ou q</i>	<i>q</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>p</i>	<i>p</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>p</i>
<i>p ou q</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>q</i>	<i>q</i>	<i>p</i>	<i>q</i>

Fonte: A pesquisa.

Nesta atividade, apenas o aluno 5 classificou erroneamente as funções, todos os demais apresentaram respostas coerentes. Avaliar a diferença da intensidade sonora apenas pelo som é algo muito difícil, ainda mais em casos em que os valores das amplitudes possuíam pouca diferença, logo, concluímos que os alunos obrigatoriamente tiveram que recorrer aos conceitos matemáticos. No caso do aluno 5, avaliamos suas escolhas ainda muito *linkadas* à frequência do som. Esta atividade promovia exatamente esta diferenciação, entre frequência e intensidade. A ideia era contextualizar, na prática, a diferença física (no caso do fenômeno sonoro) dos conceitos de amplitude e frequência quando aplicados à uma situação real. Intencionalmente seria difícil realizar esta classificação apenas com o som, obrigando aos alunos a recorrerem aos conceitos matemáticos. Como a maioria obteve sucesso, concluímos que a relação foi estabelecida.

Para a última atividade deste módulo, resolvemos propor uma questão aberta através de um desafio, com o objetivo de captar as percepções de conceituação dos alunos. Nesta atividade, construímos um objeto no *software* GeoGebra que simulasse uma situação de cancelamento sonoro. Este assunto não foi abordado nos materiais orientativos, mas acreditamos que, com as relações já expostas, poderíamos obter bons dados de percepção dos alunos do

processo interdisciplinar que estávamos propondo. A pergunta pedia uma possível explicação para o fato das duas funções em questão, quando somadas, não emitirem nenhum som. Destacaremos as respostas que evidenciam relações interdisciplinares. Na Figura 95, destacamos a resposta do aluno 2.

Figura 94: Resposta do aluno 2 à última atividade do módulo II

Para a realização da próxima atividade, acesse o objeto abaixo:

Link GeoGebra: <https://www.geogebra.org/calculator/eukeswme>

4) No objeto acima do *software* GeoGebra, você pode escutar o som proveniente do gráfico da função $f(x)$ e também do gráfico da função $g(x)$, porém, na opção de executar o som proveniente da soma das duas funções, o resultado é que o *software* não emite nenhum som. Explique com suas palavras o motivo disto ocorrer e de que forma que podemos evitar que isso ocorra em qualquer situação similar onde possuímos parâmetros iguais em funções distintas?

Acredito que seja por causa de que elas possuem um dos parâmetros exatamente o inverso da outra. De alguma forma deve haver uma "compensação" que faz com que o som não toque, pois as ondas são inversas.

Fonte: A pesquisa.

Percebemos nesta resposta que o mesmo faz o apontamento acerca dos valores dos parâmetros das funções e também usa o argumento referente às ondas "serem inversas". Neste ponto, interpretamos que o aluno verificou a forma algébrica das funções e analisou o gráfico exposto verificando que as ondas possuem um espelhamento horizontal. A Figura 96 expõe a resposta do aluno 4.

Figura 95: Resposta do aluno 4 à última atividade do módulo II

Para a realização da próxima atividade, acesse o objeto abaixo:

Link GeoGebra: <https://www.geogebra.org/calculator/eukeswme>

4) No objeto acima do *software* GeoGebra, você pode escutar o som proveniente do gráfico da função $f(x)$ e também do gráfico da função $g(x)$, porém, na opção de executar o som proveniente da soma das duas funções, o resultado é que o *software* não emite nenhum som. Explique com suas palavras o motivo disto ocorrer e de que forma que podemos evitar que isso ocorra em qualquer situação similar onde possuímos parâmetros iguais em funções distintas?

Neste caso o resultado da soma das funções é zero e por este motivo não há som emitido. Para solucionar este problema, qualquer parâmetro pode ser minimamente alterado, pois assim o resultado será diferente de zero e o som irá soar.

Fonte: A pesquisa.

Este aluno é assertivo em sua resposta, indicando que a soma das funções é zero, apresentando pleno domínio sobre os parâmetros das funções. Ele também destaca que a menor variação em qualquer dos parâmetros já solucionaria o problema. A Figura 97 mostra a resposta mais completa que conseguimos desta atividade, respondida pelo aluno 6.

Figura 96: Resposta do aluno 6 à última atividade do módulo II

Para a realização da próxima atividade, acesse o objeto abaixo:

Link GeoGebra: <https://www.geogebra.org/calculator/eukeswme>

4) No objeto acima do *software* GeoGebra, você pode escutar o som proveniente do gráfico da função $f(x)$ e também do gráfico da função $g(x)$, porém, na opção de executar o som proveniente da soma das duas funções, o resultado é que o *software* não emite nenhum som. Explique com suas palavras o motivo disto ocorrer e de que forma que podemos evitar que isso ocorra em qualquer situação similar onde possuímos parâmetros iguais em funções distintas?

Olhando o gráfico, é nítido que as funções se anulam, pois são inversas. A causa disto é que o parâmetro b da função f tem mesmo valor do que o parâmetro l da função g , porém com sinais invertidos. Se o valor final for igual a zero, então as ondas sonoras se anulam mesmo que tenham som individualmente, pois ao juntá-las estamos criando uma nova função.

Fonte: A pesquisa.

Perceba que este aluno explicita conceitos matemáticos, quando fala sobre os parâmetros das funções, e conceitos físicos, quando enfatiza que as funções possuem som individualmente. A palavra-chave utilizada por este aluno é “anulam”, indicando que, de certa forma, os sons emitidos pelas funções se cancelariam. Acreditamos que, apesar deste aluno ter colocado o parâmetro b como causa principal do cancelamento sonoro, sua resposta foi plenamente satisfatória. Por fim, a Figura 98 apresenta a resposta do aluno 7 à esta atividade.

Figura 97: Resposta do aluno 7 à última atividade do módulo II

Para a realização da próxima atividade, acesse o objeto abaixo:

Link GeoGebra: <https://www.geogebra.org/calculator/eukeswme>

4) No objeto acima do *software* GeoGebra, você pode escutar o som proveniente do gráfico da função $f(x)$ e também do gráfico da função $g(x)$, porém, na opção de executar o som proveniente da soma das duas funções, o resultado é que o *software* não emite nenhum som. Explique com suas palavras o motivo disto ocorrer e de que forma que podemos evitar que isso ocorra em qualquer situação similar onde possuímos parâmetros iguais em funções distintas?

As frequências dos sons interagem e como as funções são inversas, acaba que elas se neutralizam, fazendo com que não haja nenhum som. Para resolver basta mover qualquer parâmetro desde que as frequências das funções não sejam zero.

Fonte: A pesquisa.

Nesta resposta, o aluno evidencia uma interação entre as frequências sonoras, o que mostra uma boa apropriação no entendimento do fenômeno físico. Também destaca que nenhuma das frequências das funções pode ser zero, o que não está 100% correto quando analisamos a risca, porém apresenta um “pensar sobre” as condições de existência do som nas funções trigonométricas, mais uma vez evidenciando a relação entre os conceitos matemáticos e físicos.

Os demais alunos apresentaram respostas mais curtas e objetivas, com poucos detalhes que possam agregar na análise deste módulo, porém observamos a recorrência, até mesmo nos exemplos destacados, do uso da palavra “inversa” quando as duas funções eram comparadas, o que abre um alerta para que, talvez, estes alunos não tenham claro o conceito de funções inversas e estejam apenas focando na comparação dos valores do parâmetro que determina a amplitude das mesmas.

Como análise final, destacamos que este módulo possui uma função transitória dentro da sequência didática, uma vez que é nele que se começa expor e propor atividades que fazem relações entre áreas diferentes, no intuito de direcionar os assuntos abordados ao foco desta investigação. Nas respostas destacadas, é possível evidenciar indícios de ocorrência da interdisciplinaridade, uma vez que, para resolução das atividades propostas, implicitamente,

necessitava-se de um pouco de criatividade para o estabelecimento das conexões entre as duas áreas envolvidas. Baker e Lattuca (2010) e Sawyer (2006) reforçam que a interdisciplinaridade valoriza a inovação e a criatividade, rompendo com tudo que se aproxima da padronização, trazendo assim a educação para dentro das demandas sociais de formação de cidadão do século XXI. Outro ponto que intercepta nosso referencial teórico é o da mútua contribuição, pois, nas respostas destacadas, é possível observar a expansão dos conceitos matemáticos e físicos envolvidos. Fulano Pátaro e Bovo (2012) indicam que:

O movimento pela interdisciplinaridade pode ser visto como uma forma de promover o diálogo entre conhecimentos, que não mais são tomados de maneira fragmentada e passam a colaborar mutuamente para o enfrentamento dos problemas complexos que nos são colocados pela realidade (p.59).

Augusto *et al.* (2004) destaca que a necessidade de relacionar e contextualizar é essencial para o desenvolvimento humano, sendo a informática e a tecnologia as ferramentas responsáveis por possibilitar a criação de uma rede integradora de conhecimento. Ainda neste ponto, Machado (2000) reforça que as disciplinas escolares devem também ser apresentadas com entrelaçamentos, acompanhando as novas demandas sociais do século da tecnologia.

Por fim, destacamos as presenças das categorias de análise 1 e 2 neste módulo, uma vez que, mesmo o foco sendo o som, em alguns momentos os alunos olharam apenas para os conceitos Matemáticos, porém, na maioria das atividades, foi possível perceber maior interação entre os conceitos de funções trigonométricas com as propriedades do som, onde há a intersecção dos conteúdos explorados no módulo 1 com as novas informações expostas pelo módulo II. Este módulo serviu para preparar os alunos ao foco de investigação: a música e a cultura, uma vez que o fenômeno sonoro é a base para a exploração de conceitos mais complexos.

5.4.3 Módulo III: História da Música

No terceiro módulo da sequência didática, iniciamos efetivamente a tratar sobre o assunto principal desta dissertação: a Música. O foco central deste módulo era introduzir conceitos musicais e começar a interligar as 3 distintas áreas apresentadas neste trabalho. O módulo foi composto de 3 materiais orientativos e 3 atividades compostas de 8 exercícios ao total, sendo estes respondidos por todos os alunos participantes.

Logo nas duas primeiras atividades, solicitava-se aos alunos que construíssem a escala pitagórica (através do cálculo da regra dos dois terços) e em seguida classificassem as notas musicais de acordo com o valor numérico de sua proporção de frequência. Como resultado, 6 dos 8 alunos apresentaram êxito nos cálculos propostos, conforme ilustra a Figura 99.

Figura 98 - Exemplo de resposta do aluno 4 à primeira atividade do módulo III

1) As proporções em relação à frequência das notas da escala pitagórica de DÓ (DEMONSTRE OS CÁLCULOS):

DÓ	RÉ	MÍ	FÁ	SOL	LÁ	SI
1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{512}{729}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$

$RE = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \times 2 = \frac{8}{9}$
 $MI = \frac{16}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{32}{81} \times 2 = \frac{64}{81}$
 $FA = \frac{128}{243} \times \frac{2}{3} = \frac{256}{729} \times 2 = \frac{512}{729}$
 $SOL = 1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$
 $LA = \frac{8}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{27}$
 $SI = \frac{64}{81} \times \frac{2}{3} = \frac{128}{243}$

2) Liste abaixo as notas musicais em ordem, com base no resultado encontrado de sua frequência no exercício acima, classificando-as do maior valor ao menor valor (coloque a frequência entre parênteses):

DÓ (1) ré(0,88...) mí(0,79...) fá(0,70...) sol(0,66...) lá(0,59...) si(0,52...)

Fonte: A pesquisa.

Outro ponto a destacar nas respostas é o domínio do algoritmo de multiplicação e divisão de frações, que apresentam clareza e organização adequadas. Porém, os alunos 1 e 5 apresentaram dificuldades ao seguir o algoritmo de construção da escala pitagórica, conforme ilustra a Figura 100.

Figura 99 - Resposta incorreta do aluno 5.

1) As proporções em relação à frequência das notas da escala pitagórica de DÓ (DEMONSTRE OS CÁLCULOS):

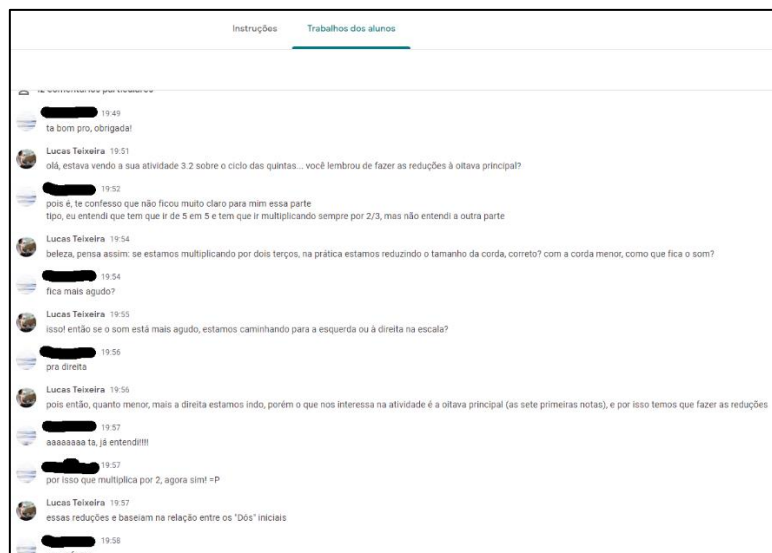
DÓ	RE	MÍ	FÁ	SOL	LÂ	SI
1	$\frac{4}{9}$	$\frac{16}{81}$	$\frac{64}{729}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{32}{243}$

$SOL = 1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$
 $MI = \frac{8}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$
 $RE = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$
 $SI = \frac{16}{81} \times \frac{2}{3} = \frac{32}{243}$
 $LA = \frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$
 $FA = \frac{32}{243} \times \frac{2}{3} = \frac{64}{729}$

Fonte: A pesquisa.

Nota-se que sua principal dificuldade foi em executar a regressão à oitava anterior, pois fica claro que o ciclo de 5 em 5 notas foi respeitado. Ainda assim, no caso do aluno 5, percebe-se que ele faz as descobertas das notas musicais (através do ciclo das quintas) de forma correta, mas peca na falta de redução à oitava principal. Ambos os alunos receberam *feedback* das incoerências observadas. Para este *feedback*, utilizamos a ferramenta de *chat* presente na plataforma *Google Classroom* para trocar mensagens com os estudantes. A Figura 101 traz a troca de mensagens com o aluno 5.

Figura 100 - Troca de mensagens com o aluno 5.



Fonte: A pesquisa.

Mais uma vez, evidencia-se que o aluno 5 compreende o ciclo das quintas, mas não possuía clareza quanto às reduções à oitava principal.

Quanto a classificação em ordem numérica das proporções das notas musicais (quanto ao tamanho do comprimento da corda), 6 dos 8 alunos obtiveram êxito. Aqui destacamos através da Figura 102 a resposta do aluno 1.

Figura 101 - Ordenação das notas musicais pelo aluno 1

2) Liste abaixo as notas musicais em ordem, com base no resultado encontrado de sua frequência no exercício acima, classificando-as do maior valor ao menor valor (coloque a frequência entre parênteses):

DÓ (1) - SOL ($\frac{2}{3}$) - RÉ ($\frac{4}{9}$) - LÁ ($\frac{8}{27}$) - MÍ ($\frac{16}{81}$) - SÍ ($\frac{32}{243}$) - FÁ ($\frac{64}{729}$)

Fonte: A pesquisa.

Observa-se que a lógica utilizada pelo aluno 1 para a classificação das notas musicais foi a ordem em que elas eram “descobertas” na escala. Dentro de seus valores errôneos (incorretos por falta de redução à primeira oitava), fica evidente que houve uma comparação de valores decimais, mesmo que sua escrita, na resposta da atividade, esteja em formato de fração. Conforme descrito anteriormente, o aluno 1 também recebeu *feedback* através da plataforma e reenviou a correção de sua atividade.

Avançando neste módulo, as próximas duas atividades solicitavam comparações acerca do intervalo entre dois sons, aplicando esse conceito sobre a recém-construída escala pitagórica. De forma geral, todos os 8 alunos calcularam corretamente o intervalo entre as notas musicais. Com isso, o mais interessante desta atividade ficou acerca das impressões dos alunos sobre os resultados encontrados, solicitadas na 4ª atividade deste módulo, gerando respostas como a do Aluno 2 destacada na Figura 103.

Figura 102 - Impressões do aluno 2 sobre a atividade.

2) Com base nos resultados, o que você pode concluir? Existem notas musicais “maiores” que outras? Se sim, quais são?

O intervalo entre MI e RÉ e o intervalo entre SÍ e LÁ são menores que todos os outros. Acho que o motivo do ciclo não se fechar é esta diferença, pois os dois tem o mesmo resultado. Como não se tem a mesma distância, acho que essa diferença que faz falta no final de cada ciclo, e vai aumentando até deixar tudo sem lógica.

Fonte: A pesquisa.

De forma similar, os alunos 6 e 8 arriscam pequenas ponderações sobre os motivos das notas Mí e Sí possuírem intervalo sonoro menor, conforme Figura 104.

Figura 103 - argumentações dos alunos acerca dos intervalos musicais.

<p>2) Com base nos resultados, o que você pode concluir? Existem notas musicais "maiores" que outras? Se sim, quais são?</p> <p>Mí e Sí tem intervalos menores. Todas as outras notas parecem ter a mesma distância, menos Mi e Si. Acho que o motivo disso seja a redução que tivemos que fazer para colocá-las na primeira oitava.</p>
<p>2) Com base nos resultados, o que você pode concluir? Existem notas musicais "maiores" que outras? Se sim, quais são?</p> <p>O intervalo entre MI e RÉ e o intervalor entre SI e LÁ é menor em comparação aos demais intervalos. Aparenta que as notas musicais não possuem um padrão de distância, o que pode afetar em seu som. Pelo o que li no material, como sempre tinha que multiplicar por $2/3$, e este número é uma dízima periódica, acho que essa pequena diferença é que faz o ciclo não se fechar.</p>

Fonte: A pesquisa.

Percebe-se nas respostas destacadas que os alunos notam, através de cálculos matemáticos, que existe incoerências na escala pitagórica. Outro ponto que chama a atenção é a noção, por parte dos alunos, da necessidade de uma padronização na escala, além das ponderações de possíveis motivos da não ciclicidade. Acreditamos que estas ponderações são oriundas do modo que finalizamos o material orientativo, onde "se deixa no ar" o questionamento sobre potenciais motivos da não ciclicidade da escala pitagórica.

Nas últimas atividades solicitadas, pedimos aos alunos que calculassem a escala temperada e verificassem a unidade na distância entre os sons nos valores encontrados. Devido a uma alta recorrência de dúvidas no *chat* do *classroom*, decidimos enviar aos alunos alguns *links* de vídeos sobre as propriedades de potências, uma vez que algumas divisões eram necessárias e os alunos não aparentavam recordar com clareza estas propriedades.

Na primeira atividade todos os 8 alunos responderam adequadamente, com destaque para os alunos 1, 2, 4, 6 e 8 que simplificaram as frações dos expoentes, conforme exemplo de resposta na Figura 105.

Figura 104 - resposta do aluno 8 calculando a escala temperada.

1) Com base no material que ensina como proceder no cálculo da escala temperada, resolva e escreva abaixo os valores (em números decimais) de todas as frequências de uma oitava em escala temperada:

DÓ – DÓ# - RÉ – RÉ# - MÍ – FÁ – FÁ# - SOL – SOL# - LÁ – LÁ# - SÍ – DÓ

1 $2^{\frac{1}{12}}$ $2^{\frac{2}{12}}$ $2^{\frac{3}{12}}$ $2^{\frac{4}{12}}$ $2^{\frac{5}{12}}$ $2^{\frac{6}{12}}$ $2^{\frac{7}{12}}$ $2^{\frac{8}{12}}$ $2^{\frac{9}{12}}$ $2^{\frac{10}{12}}$ $2^{\frac{11}{12}}$ 2

DÓ = 1	FÁ# = 1,414...
DÓ# = 1,059...	SOL = 1,498...
RÉ = 1,122...	SOL# = 1,587...
RÉ# = 1,189...	LÁ = 1,681...
MÍ = 1,259...	LÁ# = 1,781...
FÁ = 1,334...	SÍ = 1,887...

Fonte: A pesquisa.

Na atividade seguinte, solicitamos que os alunos verificassem a distância sonora entre as frequências das notas musicais, com a finalidade de verificar a existência da unidade entre as novas 12 notas da escala temperada. Destacamos na Figura 106 a resposta do aluno 3 a esta atividade.

Figura 105 - Verificação da unidade da escala temperada pelo aluno 3.

2) Agora vamos testar se existe a **unidade** entre as notas musicais. Aplique o conceito de intervalo de sons e faça a divisão de todos os intervalos e certifique-se se os resultados são coincidentes (mostrar o cálculo):

a. $\frac{DÓ\#}{DÓ} = \frac{2^{\frac{1}{12}}}{1} = 2^{\frac{1}{12}}$

b. $\frac{RÉ}{DÓ\#} = \frac{2^{\frac{2}{12}}}{2^{\frac{1}{12}}} = 2^{\frac{2-1}{12}} = 2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{1}{12}}$

c. $\frac{RÉ\#}{RÉ} = \frac{2^{\frac{3}{12}}}{2^{\frac{2}{12}}} = 2^{\frac{3-2}{12}} = 2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{1}{12}}$

d. $\frac{MÍ}{RÉ\#} = \frac{2^{\frac{4}{12}}}{2^{\frac{3}{12}}} = 2^{\frac{4-3}{12}} = 2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{1}{12}}$

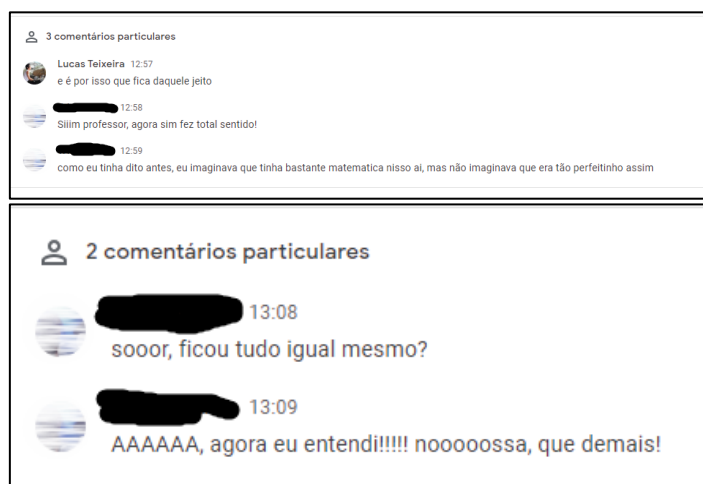
e. $\frac{FÁ}{MÍ} = \frac{2^{\frac{5}{12}}}{2^{\frac{4}{12}}} = 2^{\frac{5-4}{12}} = 2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{1}{12}}$

f. $\frac{FÁ\#}{FÁ} = \frac{2^{\frac{6}{12}}}{2^{\frac{5}{12}}} = 2^{\frac{6-5}{12}} = 2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{1}{12}}$

Fonte: A pesquisa.

Com êxito nos cálculos propostos, os alunos 2 e 4 trocaram mensagens no *chat* sobre suas percepções da atividade, conforme Figura 107.

Figura 106 - Troca de mensagens com os alunos 2 e 4 respectivamente.



Fonte: A pesquisa.

Percebe-se, nas mensagens dos alunos, que é neste ponto da sequência didática em que as relações começam a ser mais exploradas e a ganhar “mais sentido”. Outro fato a destacar é que, a partir deste módulo, percebemos mais engajamento e interação dos alunos, seja tirando dúvidas ou expondo suas conclusões.

Como análise final deste módulo, destacamos o primeiro contato com os conceitos musicais por parte dos alunos. Percebemos que, este simples primeiro contato, já teve a função de despertar a curiosidade e aumentar a interação dos mesmos com o projeto. Este fato evidencia a relação interdisciplinar discutida em nosso referencial teórico no que tange as próprias orientações dos PCN, que discutem esta articulação como “um esforço para construir pontes” (GARCIA, 2008, p.369) entre conteúdos e disciplinas, onde, essa ocorrência se dá “através de processos onde os alunos percebem ou são orientados a perceber relações entre os conteúdos trabalhados em duas ou mais matérias (GARCIA, 2008, p. 369). Ainda neste ponto, Frison *et al.* (2012) ressalta que a pretensão da interdisciplinaridade é a de “utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista” (p. 4), fator este observável nas respostas dos alunos a este módulo. Também ao encontro de nosso referencial teórico, o maior engajamento dos alunos faz alusão a uma estimulação no desbravamento das atividades propostas, uma vez que o tema principal, além de fazer parte do cotidiano dos alunos, também está presente na cultura jovem. Através das palavras de Olgin

(2015), uma boa seleção de temas para a composição de abordagens de ensino, que desperte o interesse nos alunos, perpassa pela “importância de se trabalhar, em sala de aula, com recursos tecnológicos e com temas atuais, que fazem parte do cotidiano” (p. 140) visando facilitar a compreensão dos conteúdos em pauta.

Quanto às categorias de análise, evidenciamos as categorias 1 (nos momentos em que os alunos aplicam as regras e conceitos matemáticos de forma adequada na solução dos cálculos envolvendo as escalas pitagórica e temperada), a categoria 2 (quando, corretamente, o aluno relaciona a progressão do ciclo das quintas com som mais agudo, conforme apresentado na Figura 101) e a categoria 3 (quando a todo momento são utilizados conceitos matemáticos para evidenciar as relações entre as notas musicais).

5.4.4 Módulo IV: Andamentos Musicais

No quarto módulo da sequência didática, introduzimos a parte rítmica do universo musical. A função principal deste módulo foi a de explorar os ritmos em composições musicais, que, juntamente com a parte harmônica (notas musicais), são a base para a criação e entendimento de como se funciona uma música. Este módulo foi denominado como “Andamentos Musicais” dentro da plataforma *Google Classroom*, possuindo 1 material orientativo e 1 atividade, com 3 exercícios propostos ao total. Todos os 8 alunos responderam às atividades propostas.

Na primeira atividade deste módulo, solicitamos aos alunos a análise das Batidas por Minuto (BPM) de 10 músicas distintas. Esta atividade utilizava, como apoio para análise, o site “*beats per minute online*”, onde cliques no mouse ou toques no teclado mensuravam o intervalo de tempo entre uma batida e outra, permitindo assim que os alunos obtenham o BPM de cada música. As respostas destas atividades estão compiladas na Figura 108.

Figura 107 - Relação de respostas dos alunos á atividade dos BPMs

Gabarito	Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5	Aluno 6	Aluno 7	Aluno 8
A – 139	138	140	142	138	140	138	138	140
B – 99	100	100	102	100	102	102	100	100
C – 135	135	136	138	135	136	137	135	136
D – 90	92	92	90	90	92	89	90	88
E – 193	195	196	198	194	195	195	194	195
F – 171	172	170	175	172	170	171	170	170
G – 160	160	162	162	160	160	161	162	162
H – 96	98	96	98	96	98	96	96	95
I – 135	138	136	136	135	136	135	136	135
J – 113	114	114	115	114	114	114	114	114

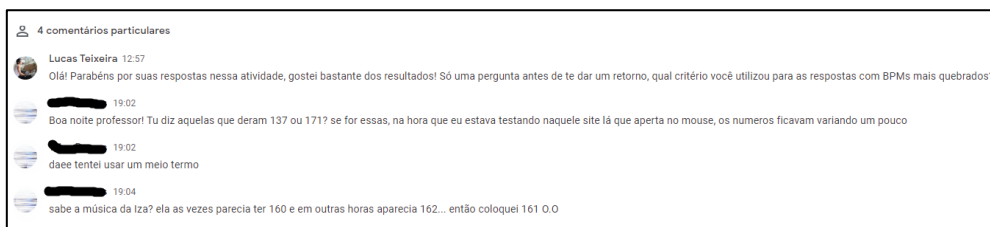
Fonte: A pesquisa.

Analisando as respostas obtidas, percebemos uma inclinação dos alunos a apresentarem BPM com números pares. Este ponto já era esperado, uma vez que os alunos participantes desta pesquisa não possuem experiência musical. Acreditamos que este fator foi predominante pois, em ouvidos pouco treinados, um andamento musical que não seja um número par acaba sendo contraintuitivo, uma vez que esperávamos um andamento musical mais uniforme, ou ainda, “mais redondo”. Da mesma maneira, nos números ímpares percebemos a preferência por múltiplos de 5. Ressaltamos essa análise pois no universo musical é comum a existência de divisões por 3, por 7 ou 9, e como a mensuração dos BPMs acaba sendo uma atividade prática (de correlação da música ouvida com a coordenação motora individual), temos pouca precisão por parte dos alunos. Novamente, reforçamos que estes alunos não possuem experiências musicais, ou seja, essa falta de precisão era esperada.

Ainda nesta atividade, apenas o aluno 3 acabou apresentando exclusivamente respostas com BPMs mais acelerados. Caso fossem em músicas específicas, poderíamos concluir que o ocorrido poderia ser advindo de uma variação de versão da música proposta (dependendo do tipo de mídia ou *site*, podem haver pequenas variações de velocidade de reprodução), porém, por ser algo predominante em todas as respostas obtidas, acreditamos ser relacionado à performance motora específica deste aluno. Do contrário, temos o

aluno 6 que se mostrou muito criterioso quanto aos números finais obtidos. Por este motivo, resolvemos questioná-lo sobre o método de obtenção destes números. A resposta nos apresentada, através do *chat* do *Google Classroom*, é ilustrada na Figura 109.

Figura 108 - Justificativa do aluno 6.



Fonte: A pesquisa.

A justificativa apresentada mostra elementos interessantes, como por exemplo, a escolha de uma “média” uma vez que os resultados do teste estavam apresentando variação. Outro fator é justamente o uso da palavra “variação”, muito bem colocada no contexto discutido.

Ainda sobre esta atividade outro ponto a destacar é que, em músicas com andamentos mais lentos, as respostas obtidas foram mais uniformes, ao contrário das músicas mais rápidas. Em velocidades mais altas, é necessária uma maior precisão no espaçamento dos cliques, ou seja, fica realmente mais difícil se conseguir um número preciso, por isto observa-se uma maior variação em relação ao gabarito.

Na segunda atividade do módulo, solicitamos aos alunos uma descrição acerca das sensações transmitidas pelas músicas analisadas e o quanto o andamento musical impacta nesta transmissão de mensagens. Como eram 10 músicas e 8 alunos, recebemos 80 respostas distintas as quais priorizaremos, nesta análise, aquelas de maior relevância.

Para a música “*Beat it*” de Michael Jackson, destacamos algumas das respostas obtidas na Figura 110.

Figura 109 – Resposta dos alunos à análise da música “Beat It”.

Aluno 1	<i>É uma música bem antiga, porém muito “dançante”. A sensação que me passa é justamente de dança. Acho que o BPM é condizente com a proposta</i>
Aluno 4	<i>música bem pra cima, com um tom até de briga. Acho q o BPM é mais lento do que se esperava pelo teor do som, mas a batida é envolvente.</i>
Aluno 5	<i>O BPM parece passar a ideia de um pouco do estilo norte americano daquela época. Uma música para se dançar.</i>
Aluno 8	<i>Esse som é bem pra cima, uma mistura de festa e energia. O BPM ta no ponto médio para criar o clima envolvente.</i>

Fonte: A pesquisa.

Percebe-se que os alunos destacam a dança e a batida da música como suas principais características, atribuindo ao andamento musical como sendo o elemento que torna isso possível. Também destacamos a resposta do aluno 5 que se refere ao “estilo norte-americano” como uma evidência da correlação das sensações musicais com aspectos culturais de cada região do planeta.

Já para a segunda música, “*My Heart Will Go on*”, de Celine Dion, ilustramos algumas respostas na Figura 111.

Figura 110 - Resposta dos alunos à análise da música "My Heart Will Go On"

Aluno 1	<i>A música de cara já passa muita tristeza. O BPM é devagar justamente para criar essa sensação.</i>
Aluno 2	<i>A sensação é de adeus. A voz é muito forte também e o andamento ajuda a deixar a coisa “pra baixo”.</i>
Aluno 4	<i>Essa música é bem devagar porque a mensagem é mais sutil. Se ela fosse mais rápida com certeza não passaria metade das sensações que passa.</i>
Aluno 5	<i>O BPM nessa música é devagar, deixando a música bem melancólica.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nessa composição é perceptível a visão dos alunos de como uma música com tom mais dramático, tanto de performance quanto de execução, gera uma intenção musical mais melancólica. Em geral, os alunos atribuem ao BPM como aquilo que deixa a música com este teor dramático, apresentando uma boa compreensão sobre o material orientativo deste módulo.

Na próxima música, temos uma composição mais recente intitulada ‘*Bad Guy*’, de autoria de Billie Eilish. As respostas das percepções estão ilustradas na Figura 112.

Figura 111 – Resposta dos alunos à análise da música “Bad Guy”

Aluno 3	<i>Essa tem um tom meio bobinho, mas é visível que ela é pra cima. A batida é envolvente e acho que a velocidade é que cria esse ambiente.</i>
Aluno 5	<i>Música que fica agitada pela velocidade da batida, algo bem atual, em clima das festas.</i>
Aluno 7	<i>Uma música bem com a cara de modernidade e com uma velocidade agitada. Sinto vontade de ficar pulando a todo momento (com exceção do final).</i>
Aluno 8	<i>Essa é mais dançante, pelo menos é a sensação que me causa, mas a letra é meio confusa. O BPM parece ok com a proposta, porque mais rápido perde a vibe e mais lento deixa meio enjoativa.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nestas respostas, destacamos que os alunos identificam o fator cultural da “modernidade” e o relacionam com um “clima de festa”, algo evidentemente característico do século XXI. Este fato se torna uma sutil evidencia da identificação, por parte dos alunos, de aspectos culturais oriundos de cada época histórica da humanidade.

Na composição seguinte, destacamos as respostas a respeito da música “Single Ladies”, de autoria da artista Beyoncé, conforme Figura 113.

Figura 112 – Resposta dos alunos à análise da música “Single Ladies”

Aluno 1	<i>A sensação é de muita intensidade e energia. Acho que ela é rápida justamente para passar toda essa energia.</i>
Aluno 2	<i>Música que repete muitas frases pra entrar na cabeça, além de ser muito agitada. Parece uma música voltada para fazer exercícios. O BPM é muito alto pra transmitir esse espírito.</i>
Aluno 6	<i>Música muito enérgica, o BPM faz toda diferença sendo rápido assim.</i>
Aluno 7	<i>Essa música é muito alto astral, pra mexer o corpo inteiro. A letra parece meio repetitiva, mas o BPM deixa ela lá em cima, faz toda a diferença!</i>

Fonte: A pesquisa.

Nas respostas obtidas, percebemos uma predominância de argumentações que relacionam, músicas com alto andamento musical, à músicas que transmitem muita energia. Neste caso em específico, realmente existe uma grande repetição de palavras oriundo de uma fórmula “pop” para fácil assimilação, mas o fator principal, este também identificado pelos alunos, é a proposta de música de ser dançante e enérgica.

Já para a próxima música, sugerimos a análise da música “Brisa” da artista brasileira Isabela Cristina. Destacamos as respostas mais interessantes na Figura 114.

Figura 113 - Resposta dos alunos à análise da música "Brisa"

Aluno 1	<i>Me lembra muito o carnaval. A batida é muito pra cima e o BPM passa toda essa sensação.</i>
Aluno 4	<i>Muito clima de reggae, porém um pouco mais pra cima, porque o reggae geralmente é mais lento. O BPM passa a energia que se espera desse tipo de música.</i>
Aluno 5	<i>Música típica brasileira, a sensação é de festa e férias. O BPM transmite tranquilidade junto com a batida.</i>
Aluno 6	<i>Uma boa batida que envolve. Passa energia e uma sensação de liberdade. O BPM deixa isso bem evidente.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nestas respostas fica evidente a percepção dos alunos acerca da relação entre música e cultura, uma vez que são lembrados fatores tipicamente brasileiros. O interessante de verificar nestas respostas é a relação entre a cultura e as sensações expostas pelos alunos, onde é destacado o clima festeiro característico do Brasil. Outro ponto é a forte evidência dos alunos, mesmo de forma implícita, das fortes marcas culturais brasileiras.

A última música que destacaremos nesta análise é intitulada “*Before I Forget*”, da banda Slipknot. As respostas dos alunos estão ilustradas na Figura 115.

Figura 114 - Resposta dos alunos à análise da música "Before I Forget"

Aluno 4	<i>Muita energia e agressividade. Tem uma parte mais tranquila, mas o BPM deixa a música bem pra cima.</i>
Aluno 5	<i>Música muito forte, para ficar pulando. O BPM é tão intenso quanto toda a música.</i>
Aluno 6	<i>Tudo muito pesado, música bem intensa. Passa uma energia muito forte, até um pouco agressiva.</i>
Aluno 8	<i>Força, intensidade, e muito peso. Parece que as notas são mais graves, o que deixa ela impossível de não balançar a cabeça. O BPM fica muito certo com a proposta da letra da música.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nossa intenção colocando este tipo de música foi justamente apresentar aos alunos uma proposta um pouco distinta do tradicional e, aparentemente, esta

diferença foi captada com êxito pelos alunos. O destaque fica por conta do aluno 8 que, em sua argumentação, citou o fato das notas musicais utilizadas na composição serem “mais graves”, deixando a música com maior “intensidade”. O fato de o aluno identificar e citar o tom das notas musicais, evidencia um bom entendimento dos módulos anteriores desta sequência.

Na última atividade deste módulo, pedimos aos alunos que realizassem operações envolvendo as figuras musicais, onde os mesmos deveriam converter a figura apresentada em sua fração equivalente. Esta atividade faria o vínculo entre as frações de divisão dos tempos musicais com a mensuração dos BPMs da atividade anterior. Todos os 8 alunos obtiveram sucesso na execução deste exercício. Destacamos a resposta do aluno 6 a esta atividade, pois além dos cálculos corretos, o mesmo também apresenta uma pequena conclusão por escrito de cada resultado encontrado, conforme ilustra a Figura 116.

Figura 115 - Cálculos e conclusões do aluno 6

a. $\frac{2}{4} + \frac{64}{4} = \frac{66}{4} = 16,5$ notas em média

b. $\frac{64}{4} - \frac{8}{4} + \frac{2}{4} = \frac{64 - 8 + 2}{4} = \frac{58}{4} = 14,5$ notas em média
A cada batida do metrônomo precisa de no mínimo 14 notas.

c. $\frac{8}{4} + \frac{8}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{8}{16} = \frac{32 + 8}{16} = \frac{40}{16} = 2,5$ notas em média
A cada batida do metrônomo precisa de no mínimo 2 notas.

d. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{4 + 1}{16} = \frac{5}{16} = 0,3125$ notas em média
Precisa de 4 batidas de metrônomo para fazer uma nota.

e. $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{4 - 1}{16} = \frac{3}{16} = 0,1875$ notas em média
Precisa de 6 batidas do metrônomo para fazer uma nota.

f. $\frac{8}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{16}{4} = \frac{8 + 16}{4} = \frac{24}{4} = 6$ notas em média
Faz 6 notas a cada batida do metrônomo.

Fonte: A pesquisa.

É nítido nesta resposta que o aluno conseguiu uma apropriação tanto do aspecto matemático (através da execução do algoritmo de resolução) como também do aspecto musical (convertendo as figuras nas frações corretas e esboçando uma relação de quantidade mínima de notas por marcação do

metrônomo). Suas frases de conclusão após o cálculo também evidenciam uma significação do resultado numérico, significado este relacionado, adequadamente, aos conceitos musicais estudados neste módulo.

Como análise final deste módulo percebemos uma convergência de conceitos que só uma atividade prática pode proporcionar. Entendemos que realizar uma análise de aspectos do cotidiano cria sentido aos conceitos estudados, e foi esta a percepção que obtivemos através das repostas dos alunos a este módulo. Pietrocola *et al.* (2003) refere que, na prática interdisciplinar, atividades que envolvem “situações-problema verdadeiras dão ao desenvolvimento do projeto uma conotação real e prática, e isto é recebido pelos estudantes de forma positiva” (p.146). Ainda segundo o autor, a utilização de atividades práticas funciona como “antídoto” em decorrência à percepção, por parte dos alunos, da instituição escolar “como fonte de conhecimentos e atividades descoladas da realidade e sem utilidade prática (p. 146).

Também nos surpreendeu o bom desempenho de todos os alunos acerca dos cálculos dos BPMs de cada música, uma vez que a variação dos resultados foi menor do que o esperado, e que os alunos participantes desta pesquisa não possuíam contato prévio com o universo musical no que tange a sua parte “técnica”. Outro ponto de destaque é que, sem a nossa solicitação ou influência, as respostas dos alunos apresentavam argumentações que envolviam a identificação de aspectos culturais, como destacado nas Figuras 110 e 114. Este fato também reforça a nossa visão de que a cultura é algo intrínseco a qualquer forma de expressão artística, além de ser uma importante visão para a formação de um cidadão crítico, conforme discutido em nosso referencial teórico na normativa da BNCC para o Ensino de Artes no currículo escolar.

Mesmo não sendo o foco deste módulo, também notam-se, nas repostas, algumas argumentações de alunos que envolvem aspectos culturais como justificativas para suas percepções. Mais uma vez de acordo com nosso referencial teórico, a arte revela-se como uma forte abordagem didática que permite pôr em evidência a história da construção do pensamento, do conhecimento e do autoconhecimento, uma vez que, como forma de expressão, é na arte que a humanidade expõe como compreende a si, o outro e o mundo (MARQUES, 2011). Estas percepções tratam por unificar a intenção musical com

fatores culturais de tipos de músicas específicos, ainda assim *linkados* com uma regionalização.

Em síntese e tratando das categorias de análise, identificamos a presença das categorias 1 (quando os alunos resolvem as operações envolvendo frações de forma adequada), 3 (quando os alunos convertem a figuras musicais em frações equivalentes), 4 (quando os alunos citam aspectos culturais do Brasil e de outras regiões do mundo em suas argumentações sobre a atividade de mensuração dos BPMs) e 5 (quando os alunos diferenciam notas e tons graves de agudos).

5.4.5 Módulo V: Músicas do Brasil

No penúltimo módulo da sequência didática, objetivamos convergir todas as atividades dos módulos anteriores para uma análise cultural da Música Brasileira. Este módulo foi composto de um material orientativo e uma atividade de pesquisa.

Na atividade deste módulo, solicitamos aos alunos a realização de uma pesquisa sobre dois estilos musicais de cada uma das 5 regiões do Brasil, selecionando uma música para cada estilo e procedendo com a análise das respectivas Batidas por Minuto. Em seguida, assim como no módulo anterior, os alunos também deveriam expor suas impressões sobre as sensações que a música transmitia, porém agora com uma diferença: ao contrário do módulo anterior, desta vez o material orientativo induzia, de forma implícita, que todos os estilos musicais, por serem formas de expressão culturais, possuem raízes regionais e culturais. Desta forma, esperávamos notar a diferença na forma de argumentação dos alunos durante as análises. Por ser uma atividade livre e abrangente, obtivemos muitas repostas distintas e, por este motivo, vamos analisar estas repostas segmentando-as por região brasileira, buscando sintetizar e encontrar semelhanças entre os dados.

Iniciando pela região norte, os estilos musicais mais citados foram Carimbó, Marujada e Congo (também conhecido como “congada”). Na Figura 117 destacamos as principais repostas obtidas.

Figura 116 – Respostas dos alunos sobre as músicas da região Norte

Aluno 1	<i>O BPM desse estilo é bem rápido, o que combina com o clima das celebrações do Norte. As notas musicais também são bem “alegres” e da pra ver que são todas transições bem simples.</i>
Aluno 2	<i>As músicas são uma mistura de muitas coisas diferentes, da pra ver que é uma região com muitas influências que acaba repercutindo nesse estilo.</i>
Aluno 3	<i>As músicas geralmente são bem rápidas pesquisando exemplos percebi que quase sempre é relacionado às danças da região.</i>
Aluno 4	<i>São músicas muito dançantes, logo o bpm é mais alto. Percebi que na congada tem até influência europeia, principalmente nas comemorações religiosas.</i>
Aluno 5	<i>Bpm bem rápido e as letras são riquíssimas em expressões próprias do norte. Tive que pesquisar muitas palavras para entender (hehehe). Tudo voltado para a dança.</i>
Aluno 6	<i>É uma mistura que eu jamais esperava conhecer! Tem uma batida meio indígena mesmo, mas também tem samba e dança, então o BPM ficou alto porque essa é a intenção do estilo.</i>
Aluno 7	<i>Passa de cara a sensação de estar na floresta. De alguma forma tem harmonia com o meio ambiente nas letras e sempre com muita dança e coreografias.</i>
Aluno 8	<i>Muito folclore nas letras e o bpm ficou em 145 pois é pra ser bem animado as músicas mesmo.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nos trechos selecionados, é perceptível que, influenciados pelo material orientativo, agora a análise é repleta de argumentações que utilizam de um olhar cultural. Também notamos várias evidências dos alunos utilizando de termos discutidos durante a sequência didática para apoiar as suas visões sobre os estilos selecionados, como por exemplo os próprios BPMs ou até mesmo a relação entre as notas musicais. Também percebemos que, agora, são utilizados argumentos mais interessantes do que apenas a percepção superficial da música, pois também se fazem presentes, nas argumentações, fatores como influências regionais, religião e artes complementares à música, como a dança por exemplo.

Concluimos que os alunos conseguiram, através da análise de algumas músicas da região Norte do Brasil, identificar aspectos culturais importantes nas músicas desta região (como o folclore local, a influência indígena e a localização

da região que abrange a maior floresta tropical do planeta), utilizando como suporte, principalmente, a análise dos BPMs.

Para a região Nordeste adota-se a mesma estratégia, sendo os estilos musicais mais citados o axé, o frevo e o maracatu. Na Figura 118 destacamos as principais respostas desta região.

Figura 117 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Nordeste

Aluno 1	<i>Nesse estilo tem mais batidas do que notas propriamente ditas. Da pra ver que são sons carregados de história e os BPMs são mais devagar no maracatu do que no frevo, mas os dois me passam a mesma energia.</i>
Aluno 2	<i>Me lembra muito carnaval, não tem como não associar. Músicas que são festivas e rápidas.</i>
Aluno 3	<i>O Frevo é muito rápido e quem escuta acompanha o ritmo dançando freneticamente. A sensação que me passa é como se eu tivesse curtindo na praia.</i>
Aluno 4	<i>São músicas voltadas muito pra dança, com a batida sendo o destaque principal. Vi que as letras falam bastante da cultura negra.</i>
Aluno 5	<i>No final, eu percebi uma diferença entre o axé e o maracatu. Um parece falar bem mais da religião africana e o outro é mais festeiro nas letras, mas ambos são marcantes pelos tambores. BPMs lá em cima.</i>
Aluno 6	<i>Vendo os vídeos, vi que tem bem mais batidas como aquelas baterias de carnaval do que notas musicais em sí. Muita influência da cultura africana.</i>
Aluno 7	<i>Do contrário do Sul, ouvindo as músicas do nordeste parece que eu to sempre na festa ou carnaval, enfim, festejando.</i>
Aluno 8	<i>Muita influência de um brasil que misturou muitos lugares diferentes, principalmente da África.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nas respostas destacadas, fica claro também a associação das músicas com as características geográficas e da cultura local do Nordeste brasileiro, como o carnaval e as belas praias da região. Também observamos que os alunos argumentaram que as músicas dos estilos desta região têm maior presença de tambores do que de melodias, uma forte evidência de uma boa apropriação das diferenças entre ritmo e melodia apresentadas durante a sequência didática. Mais uma vez, acreditamos que através das análises de algumas músicas da região nordeste, os alunos conseguiram identificar aspectos culturais marcantes. Quanto a parte musical, a diferenciação de ritmo e melodia também mostra o reflexo das atividades realizadas nos módulos anteriores.

Na região Centro-Oeste os estilos musicais citados ficaram por conta do sertanejo, da “moda de viola” e por uma variação de polca identificada por alguns alunos como própria desta região. As respostas das análises desta região estão destacadas na Figura 119.

Figura 118 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Centro-Oeste

Aluno 1	<i>Nas músicas sertanejas, a melodia tem muito mais destaque. Nessas duas músicas, as duplas sertanejas parecem variar as oitavas na hora de cantar.</i>
Aluno 2	<i>São músicas mais lentas, mas faz sentido porque as letras são mais sofridas.</i>
Aluno 3	<i>Pesquisando as músicas, achei o estilo de polca-rock nessa região. É um estilo diferente que não sabia que fazia sucesso lá, e bem diferente do sertanejo.</i>
Aluno 4	<i>Me passa a famosa sofrência, mas da pra ver que são bem mais melódicos que as outras regiões.</i>
Aluno 5	<i>As músicas sertanejas tem um apelo muito grande a carência e chegam a ser melosas demais. Mas o estilo é bem construído pois os BPMs são condizentes.</i>
Aluno 6	<i>A música é mais lenta mas a letra também é mais triste. Pelo menos aparentam ser bem construídas apesar de ser muito parecidas com todas as outras desse gênero.</i>
Aluno 7	<i>Acho que esse estilo acaba apelando muito pro sentimentalismo, e nessa parte eles fazem muito bem. Como toda música sentimental, tem q ser devagar.</i>
Aluno 8	<i>As vozes são muito marcantes e o sertanejo sempre parece ter muitos instrumentos juntos. Acho que essa variedade de instrumentos põe mais força na melodia.</i>

Fonte: A pesquisa.

Observamos nas respostas dos alunos mais um fator interessante: desta vez é ressaltado o aspecto das melodias serem muito valorizadas dentro das construções musicais do ritmo sertanejo, próprio da região centro-oeste. Mais uma vez fica evidente a diferenciação entre ritmo e melodia que exploramos na sequência didática. Outro ponto a destacar é que os alunos se apegam mais a aspectos técnicos para descrever as músicas selecionadas (como velocidade, os duetos vocais ou as letras) do que em aspectos culturais. Acreditamos que o motivo disto seja a industrialização do estilo sertanejo bem como sua popularização em todo território nacional, que acaba por, de certa forma, ocultar

sua reais origens e influências. Também colocamos em evidência a resposta do aluno 3 sobre o “polca-rock” que realmente é um estilo popular na região. O interessante deste estilo é que se traduz de uma variação de danças de salão muito similares ao tango argentino, o que faz sentido levando em conta a localização geográfica dos estados da região centro-oeste. Desta forma, concluímos que atividades com pesquisa são importantes e relevantes justamente por dar a oportunidade de exploração de aspectos pouco conhecidos sobre variados assuntos.

No geral, perceber que os alunos ressaltam algumas características musicais, como os duetos e oitavas, nos faz concluir que os mesmos conseguiram captar as características dos estilos musicais citados, embora, em suas argumentações, não tenha ocorrido referência direta à aspectos culturais relacionados à região centro-oeste brasileira.

Para a região sudeste os estilos musicais mais destacados foram o samba/pagode e o funk. As respostas dos alunos estão destacadas na Figura 120.

Figura 119 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Sudeste

Aluno 1	<i>A batida é muito envolvente, isso não da pra negar. O BPM é de 145 pois a música tem que ser dançante.</i>
Aluno 2	<i>É uma mistura entre batida e melodia bem bacana, apesar de não ser o meu preferido. Acho que as letras são bem voltadas para a realidade da população.</i>
Aluno 3	<i>O samba parece com algumas músicas do nordeste, mas tem um gingado diferente. Aqui é mais de festa e lá é mais celebração, tipo religiosa ou de feriado.</i>
Aluno 4	<i>A cara das festas moderninhas. O BPM as vezes pode ser mais baixo as vezes mais acelerado, mas a batida é que se destaca.</i>
Aluno 5	<i>Pelo o que vi, o funk brasileiro evoluiu do blues americano, mas aqui pegou uma parte mais de vida na vila ou em lugares mais carentes.</i>
Aluno 6	<i>Mais um estilo que tem mais batida que notas musicais, mas aqui a diferença é a letra que parece ser um retrato das batalhas do dia a dia.</i>
Aluno 7	<i>Estilo mais popular do brasil, e fala muito de um mundo mais real, por isso muita gente acaba gostando.</i>
Aluno 8	<i>Acho que acaba por ser a consequência de um estilo bem gingado com o famoso “jeitinho brasileiro”.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nas análises da região sudeste os alunos focaram no estilo musical “funk”, o que também era esperado por ser um ritmo popular entre o público mais jovem. Destacamos as argumentações que, de certa forma, ressaltam características musicais ou culturais, como a relação entre a velocidade do andamento musical ou ainda o retrato, destacado pelos alunos, do funk ser uma forma de expressão das periferias brasileiras. O aluno 5 ainda destaca a evolução deste estilo brasileiro através do estilo norte-americano, o que evidencia que houve um aprofundamento em sua pesquisa, além de destacar a troca constante que existe entre distintas culturas.

Mais uma vez acreditamos que os alunos fizeram uma boa leitura da região, mesmo com o foco sendo maior em apenas um estilo musical. O fato do destaque das características musicais e de aspectos culturais envolvendo esse estilo foram suficientes para evidenciar a aplicação dos conceitos estudados na sequência didática até o momento.

Na última região analisada, os estilos musicais do Sul do país mais lembrados pelos alunos foram a música tradicionalista e a vanera. As respostas dos alunos estão destacadas na Figura 121.

Figura 120 - Respostas dos alunos sobre as músicas da região Sul

Aluno 1	<i>As vozes nas músicas gaúchas são bem fortes e com melodias um pouco arrastadas.</i>
Aluno 2	<i>O material dizia que são músicas geralmente mais lentas, mas talvez as vaneras sejam a versão rápida das músicas gaúchas, pois são mais aceleradas. Ainda assim, continua sendo músicas para a dança tradicional.</i>
Aluno 3	<i>A música gaúcha por mais que seja um símbolo regional, me soa meio machista. Quanto aos sons, o bpm é mais lento mas acho que é pra poder dançar junto e sincronizado.</i>
Aluno 4	<i>O sul do país é muito parecido com a Europa em termos de clima, acho que por isso se difundiu tanto esses ritmos de salão. São bpm's para dançar, mas são mais lentos e marcados.</i>
Aluno 5	<i>Mesmo morando aqui, algumas músicas gauchescas tem muitas expressões que não conheço. A gaita tem destaque e a batida é mais marcada, pra dançar de par.</i>
Aluno 6	<i>A melodia na gaita é sempre marcante, da pra perceber que as notas são combinações simples e harmônicas. As letras no geral são bem machistas.</i>
Aluno 7	<i>Tem bastante influência das colônias europeias mesmo, aqueles estilos de salão da realeza. A diferença é que as letras falam dos símbolos gaúchos. Os bpm's são mais lentos e as gaitas sempre dão um show.</i>
Aluno 8	<i>Músicas mais lentas e mais graves, porém voltadas para histórias do campo. Por mais que sejam lentas, não são "tristes", apenas feitas para danças</i>

Fonte: A pesquisa.

Nestas análises, podemos ressaltar pontos interessantes. Inicialmente, destacamos o enfoque no Estado do Rio Grande do Sul através da “música gaúcha”, bastante escolhida e citada nas argumentações, o que acabou por omitir os outros dois Estados que compõem esta região. Acreditamos que este ocorrido seja pelo fato dos alunos serem justamente deste Estado, além da cultura gaúcha ser marcante de toda a região Sul. Outro ponto notável é o destaque dos alunos 3 e 6 que relatam perceberem as letras das músicas tradicionalistas gaúchas como machistas. Em relação às características musicais, a gaita e o ritmo “marcado” foi bastante destacado pelos alunos, aliado a velocidades menores de execução das composições. Sobre os aspectos culturais, os alunos 4 e 7 traçam argumentos expondo semelhanças entre regiões ou consequências históricas da difusão de culturas, mostrando uma maior abrangência de suas respectivas pesquisas.

Assim como nas demais regiões, os alunos conseguem identificar características musicais que retratam a influência cultural da região Sul brasileira, mesmo havendo um foco exclusivo nos estilos musicais do Estado do Rio Grande do Sul.

Como análise final deste módulo, identificamos um salto na qualidade descritiva dos alunos acerca das músicas selecionadas. Esse salto é advindo justamente da presença de uma argumentação que leva em conta as diferenças culturais de cada região. Em alguns momentos, os alunos focaram mais em aspectos culturais (como na região norte e região sul), já em outro foram mais focados em explicitar diferenças musicais (como na região centro-oeste). Outro fator interessante se dá na riqueza de pontos de vista dos alunos, evidenciando o ganho que uma educação crítica tem na formação dos cidadãos.

Estas evidências tangem nosso referencial teórico na discussão da interculturalidade na educação. Cancilini (2004) e Candau (2013) reforçam que, na prática intercultural, as atividades propostas remetem a confrontação e entrelaçamentos entre distintas culturas, situando e comparando influências além de partir do “reconhecimento das diferenças” (CANDAU, 2014). Estes aspectos são perceptíveis nas respostas dos alunos. Ainda neste ponto, analisando as respostas obtidas neste módulo e confrontando-as às orientações da BNCC, percebemos que as mesmas estão coerentes ao texto que cita que as artes “possibilitam compreender as relações entre tempos e contextos sociais dos sujeitos na sua interação com a Arte e a Cultura” (BRASIL, 2017, p. 193). Neste ponto a Arte é o contexto que possibilita estas comparações, uma vez que ela “pode desenvolver no aluno o olhar crítico que vai além da observação estética, pois o artista, através de sua arte, expressa um pensamento que é contextualizado no tempo-espaço” (OLGIN, 2015, p. 132). Olgin (2015) ainda ressalta que atividades que envolvam diferentes culturas e que foquem em viabilizar percepções e compreensões do mundo, tem a potencialidade de ressignificar os conteúdos matemáticos.

Por fim, observamos a presença em grande escala da categoria de análise número 4, quando os alunos justificam suas percepções das músicas selecionadas através de argumentos que compararam ou indicam influências culturais de cada região ou ainda de suas influências históricas. Também notamos que muitos termos (como ritmo, harmonia, notas musicais, etc) que

foram discutidos durante a sequência didática, retornam nas argumentações de forma coerente, mostrando clareza e uma apropriação dos conceitos estudados e evidenciando a categoria de análise número 5. O objetivo do módulo foi atingido ao expor as diferentes culturas musicais brasileiras através de uma atividade de pesquisa.

5.4.6 Módulo VI: Espaço de Criação

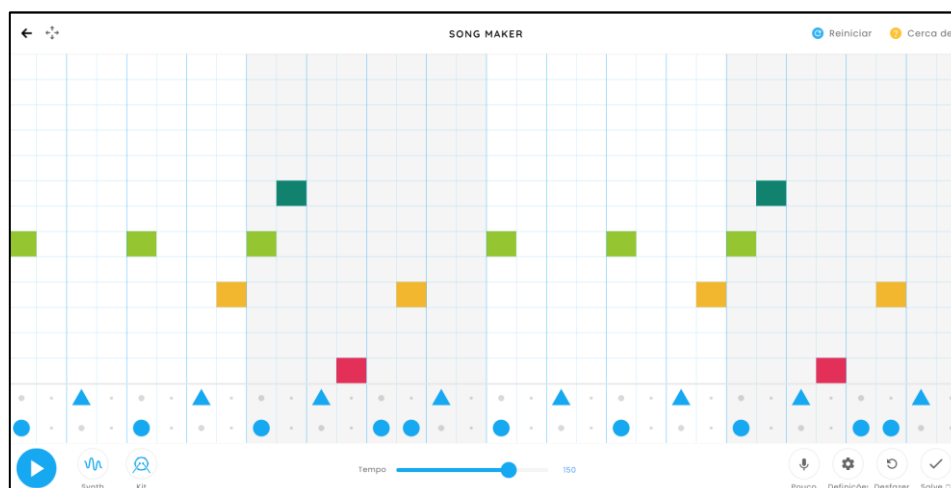
Para o sexto e último módulo da sequência didática, deixamos reservado um espaço de criação. Este espaço utilizava o *site Chrome Music Lab*, uma iniciativa da empresa Google visando uma maior acessibilidade ao aprendizado de música. Com uma *interface* muito colorida, o *site* oferece uma série de *experiments* onde é possível analisar diversas propriedades musicais.

Para nosso espaço de criação, utilizamos o *experiment* denominado “*Song Maker*”, que consiste em um painel para criação de músicas. Através de uma grade, os alunos podiam selecionar as notas ou ritmos diferentes, alterando a velocidade de execução do som ou os instrumentos envolvidos, tanto melódicos como rítmicos. Este experimento também permite o uso de um teclado MIDI para *input* das notas ou ainda o uso do microfone do computador para captar a frequência da nota que se deseja criar.

Como atividade deste módulo, solicitamos aos alunos a criação de 3 músicas distintas dentro do *site*, com a única condição de ser uma música em baixo andamento, outra em médio e outra com alto BPM. Para análise das criações, iremos observar o quão rigorosos os alunos obedeceram aos estudos realizados durante a sequência didática. No quesito “ritmo”, esperasse que seja respeitada a proporção de divisões de 4 em 4 tempos, já no quesito “harmonia”, esperamos que as relações harmônicas exploradas no ciclo das quintas seja respeitada. Para sintetizar esta análise, optamos por apresentar uma composição de cada aluno analisando as características anteriormente expostas. Todas as músicas produzidas foram enviadas através da plataforma *Google Classroom* através de um *link* gerado pelo *site* do *Chrome Music Lab*.

Iniciando pelo aluno 1, apresentamos na Figura 122 a música criada com a velocidade de 150 batidas por minuto.

Figura 121 - Produção do aluno 1 no Chrome Music Lab

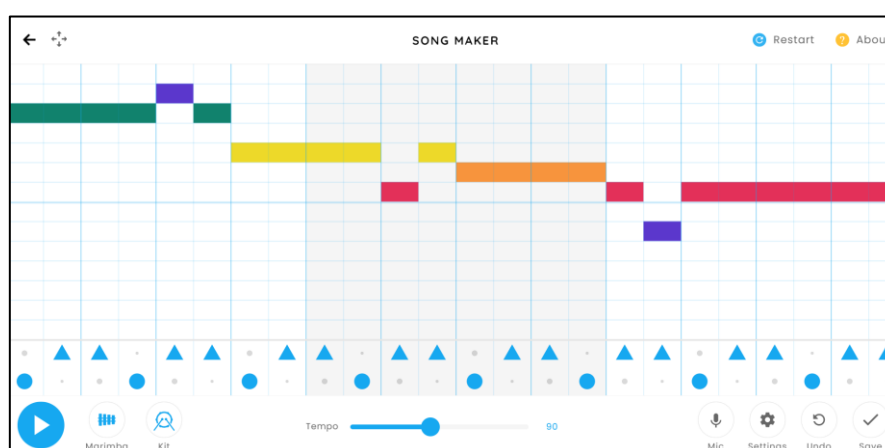


Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/6749869197230080>

Observa-se que, na parte inferior, referente ao ritmo, o aluno cria um padrão sólido e que respeita as divisões de compassos em 4 tempos, além de apresentar um padrão organizado. Sobre o quesito harmonia, o aluno utiliza as notas Fá, Ré#, Sol e Dó, que são harmônicas entre si e pertencentes a uma mesma escala. Percebe-se que nesta criação o aluno aplica os conceitos estudados tanto para o ritmo, quanto para a harmonia.

Para o aluno 2, apresentamos na Figura 123 a sua música criada com a velocidade de 90 batidas por minuto.

Figura 122 - Produção do aluno 2 no Chrome Music Lab



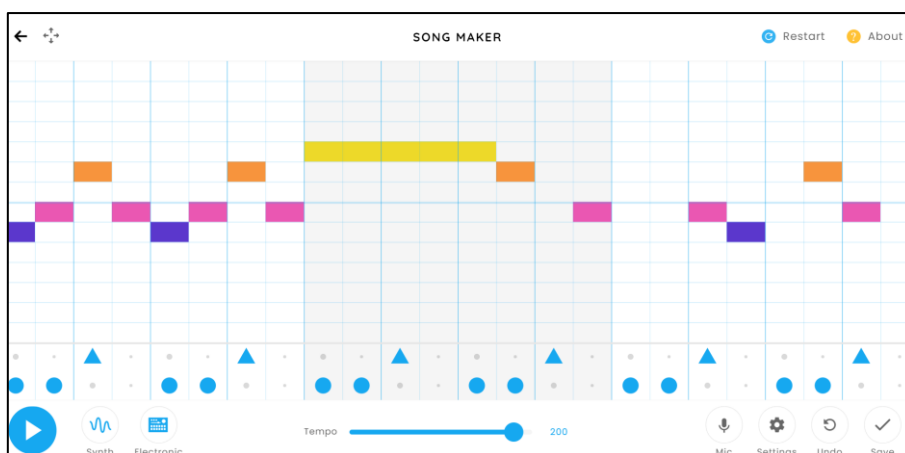
Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/6731880297136128>

Observamos que o ritmo adotado pelo aluno lembra muito uma marcha, popular em músicas de salão. Destacamos esse padrão como criativo e adequado aos estudos realizados. Quanto a parte harmônica, o aluno cria uma

boa melodia através das notas Sol, Lá, Mi, Fá e Dó, todas da mesma escala. Mais uma vez, ficam expostos os elementos estudados durante a sequência didática.

Já no caso do aluno 3, destacaremos sua composição que possui velocidade de 200 batidas por minuto, conforme Figura 124.

Figura 123 - Produção do aluno 3 no Chrome Music Lab

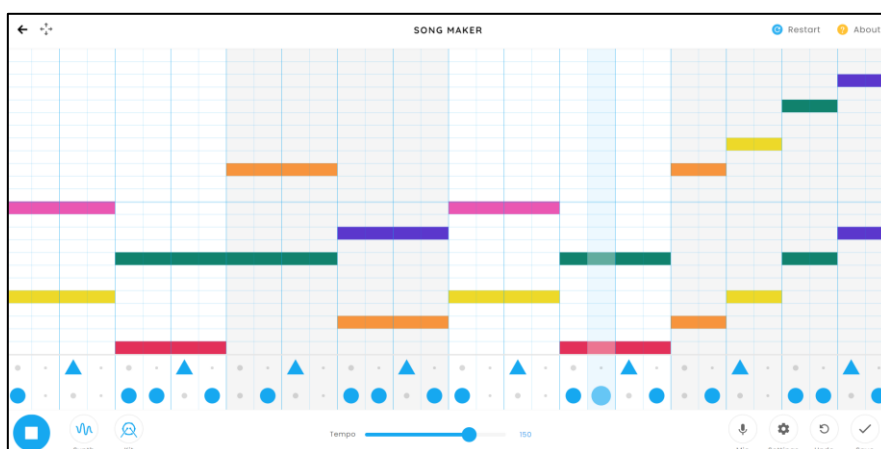


Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/5302430992957440>

O aluno 3 também usa um bom padrão de ritmo, variando de 4 em 4 tempos. Para a parte harmônica, o desenho do padrão musical é criativo, utilizando das notas Lá, Sí, Ré e Mi em uma audaciosa combinação de sons. O resultado é satisfatório e verificamos atender ao esperado.

Já para o aluno 4 destacamos sua composição em 150 batidas por minuto, conforme Figura 125.

Figura 124 - Produção do aluno 4 no Chrome Music Lab

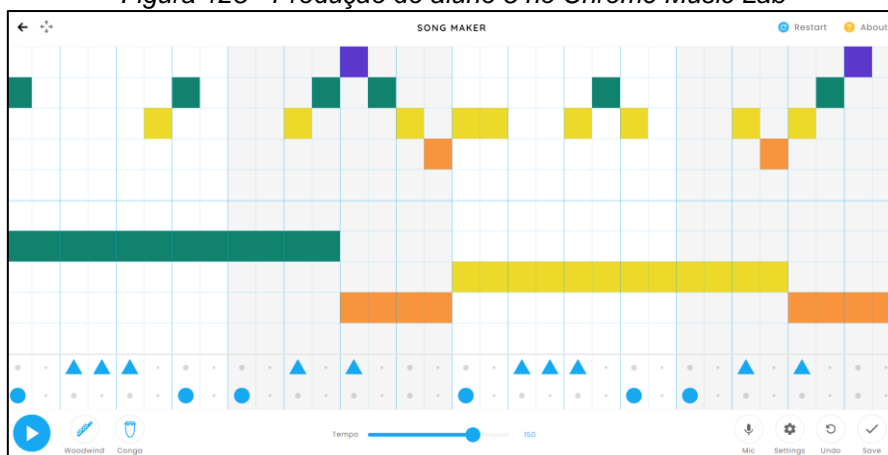


Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/4736175223341056>

O ritmo escolhido pelo aluno apresenta um padrão consistente e criativo, mas o ponto alto de sua composição está na parte harmônica. Percebemos que o mesmo utiliza uma distância de seis casas (na vertical) entre as notas. Esta exata distância refere-se “à sétima” da nota mais grave, ou seja, o resultado desta combinação sempre será harmônico. Por mais que não tenhamos discutido este tipo de harmonização, é interessante visualizar que a própria ferramenta permite ao aluno explorar padrões e combinações. Esta foi uma das composições mais ousadas e criativas que obtivemos como resposta à atividade proposta.

Para o aluno 5 destacamos sua composição com 150 batidas por segundo, conforme Figura 126.

Figura 125 - Produção do aluno 5 no Chrome Music Lab



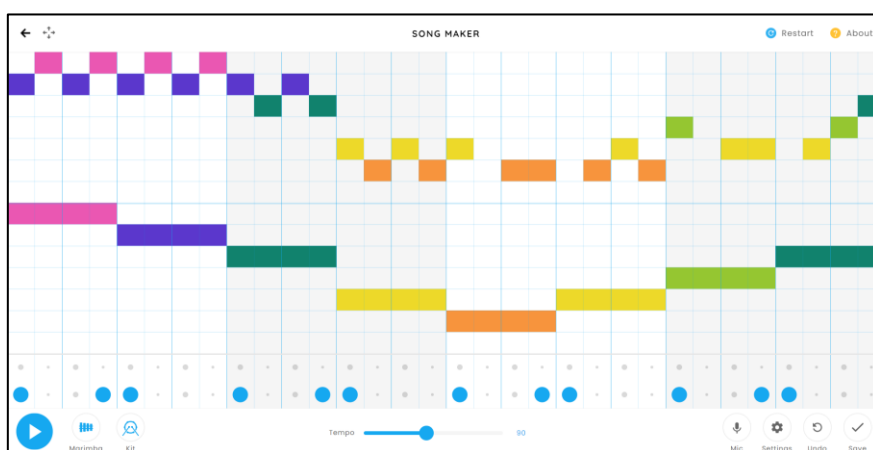
Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/4531906746515456>

Este aluno faz uma combinação interessante de instrumentos de ritmo e harmonia: para o ritmo, ele escolhe a “conga” e a harmonia fica por conta de uma espécie de flauta de madeira. Apesar de simples, os dois sons se complementam de uma forma prazerosa, uma vez que são sons genuinamente naturais. Outro ponto alto desta composição é a escala pentatônica utilizada, mais uma vez em concordância com as demais escolhas, pois esta escala representa a perfeição dos sons naturais. Apenas recordando que, nesta escala, todos os sons são harmoniosos entre si em qualquer ordem. Desta forma, outro fator de criatividade fica por conta do desenho das notas em forma de “escada”. Desenhos deste tipo são encontrados em arpejos musicais, um recurso avançado de produção musical. Acreditamos que o aluno não tenha conhecimento desta técnica musical, porém a ferramenta de criação permite que o mesmo teste estas

variações geométricas de composição, avaliando possibilidades e padrões, afinal de contas, os arpejos são baseados em estruturas de proporções geométricas entre as notas musicais.

O aluno 6 destacou-se em sua composição de 90 batidas por minuto, conforme ilustrado na Figura 127.

Figura 126 - Produção do aluno 6 no Chrome Music Lab

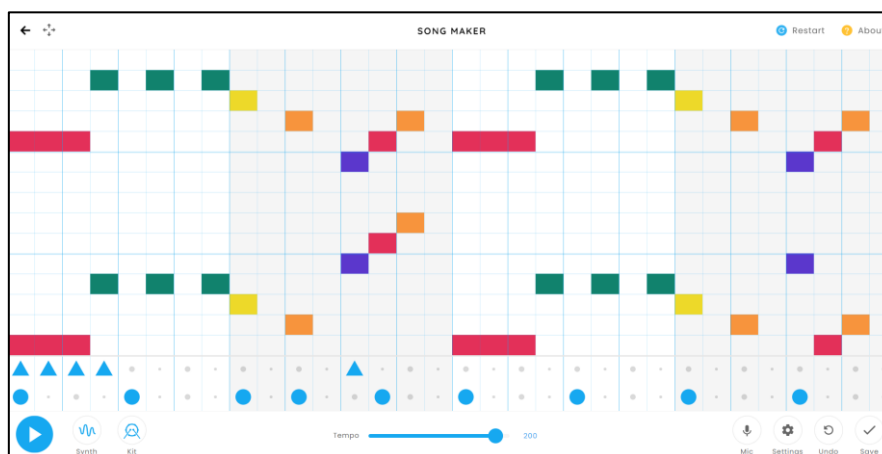


Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/5012717363003392>

Este é mais um caso em que o aluno ousa em misturar distintos sons, abusando da polifonia. Há também, mais uma vez, um forte indicativo que as cores e o efeito visual que a ferramenta de criação possui parece favorecer a criação de sons harmônicos. Na própria Figura 127 é possível perceber as transições de cores e, mesmo sem ser músico, a disposição geométrica combinada com as cores já apontam para uma correta distribuição das notas musicais. O padrão de variar entre duas notas vizinhas também demonstra a criatividade na composição. Para a parte rítmica da composição, percebe-se um padrão, ainda que simples, porém satisfatório para a intenção desta composição.

No aluno 7 destacamos sua composição a 200 batidas por minuto, conforme Figura 128.

Figura 127 - Produção do aluno 7 no Chrome Music Lab

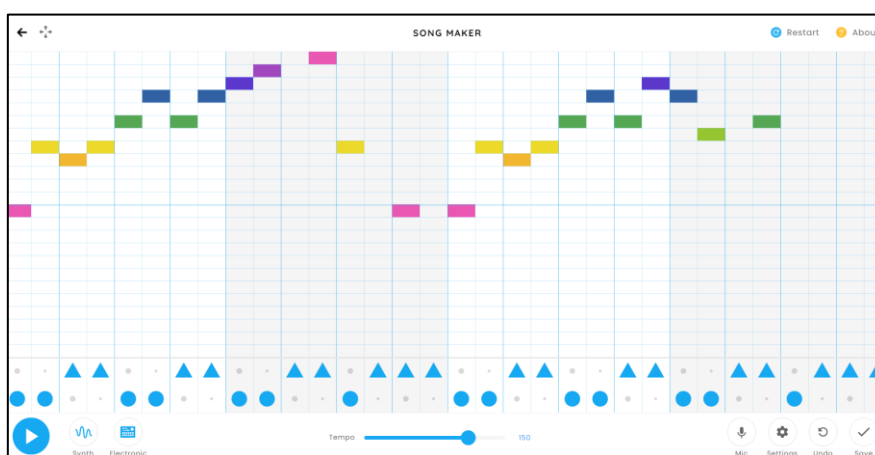


Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/6364398667431936>

Neste caso, vemos uma aplicação do conceito de notas oitavas, onde o aluno utiliza as mesmas notas, porém em oitavas diferentes, obtendo assim uma composição harmoniosa e um efeito de tom grave e agudo simultaneamente. Do contrário, a parte rítmica deixa à desejar, pois não há um padrão definido. Evidencia-se novamente que as cores auxiliam na escrita do som, apresentando uma coerência geométrica da composição musical.

Para o aluno 8, destacamos sua composição em 150 batidas por minuto, conforme Figura 129.

Figura 128 - Produção do aluno 8 no Chrome Music Lab



Fonte: <https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/6197808328081408>

Esta é uma das composições mais divertidas, pois nitidamente o aluno faz uma alusão ao hino nacional brasileiro, copiando as suas notas. Acreditamos que o aluno tenha pesquisado as notas em algum *website* e as escrito na plataforma. A questão é que músicas mais complexas (como o hino brasileiro)

requerem um maior conhecimento e destreza na hora da escrita. É perceptível que o ritmo, apesar de escrito dentro de um padrão de divisão 4 por 4, não aparenta estar em total sincronia com a parte melódica. De qualquer forma, a criatividade ainda é um ponto alto nesta composição.

Para finalizar a análise deste módulo, destacamos inicialmente a qualidade da ferramenta *Chrome Music Lab*, que permite a criação de músicas até mesmo por pessoas com pouco conhecimento musical. A disposição das formas e cores facilitam uma padronização necessária em composições musicais, além de dar pequenas dicas (através das cores) sobre quais notas são ou não harmônicas. Acerca das produções dos alunos, percebe-se uma preferência pelo instrumento “*Synth*”. Acreditamos que este fato ocorra pelo mesmo produzir um som com características eletrônicas, algo em alta entre os jovens. Outra constatação é que a maioria das produções foram monofônicas, ou seja, com uma nota executada por vez, porém os alunos 4, 5 e 6 se arriscam em combinações mais poderosas, aplicando os conceitos de harmonia entre notas musicais explorados durante a sequência didática, mostrando assim uma maior apropriação dos estudos. Outro ponto interessante de destaque é a exploração da criatividade dos alunos, que adotaram diferentes estratégias de composição, sendo a escrita das notas musicais em “cascata” a forma mais notável de composição, criando um efeito de progressão ascendente ou descendente de tons. Também é possível notar um melhor desempenho dos alunos na escrita de músicas com médio andamento (150 batidas por minuto). Este fato é decorrente de uma maior dificuldade de se escrever músicas muito lentas ou rápidas demais, o que é aceitável tendo em vista que os mesmos não possuem experiências musicais prévias. No geral, cada aluno apresentou em suas produções pelo menos uma evidência de aplicação de conceitos musicais corretamente, seja nos padrões de composição ou nas escolhas de notas harmônicas.

Para este módulo, ressaltamos nosso referencial teórico que discorria sobre a validade do Ensino de Música como ato interdisciplinar nas escolas. Favaretto (2010), Saviani (2003) e Correia (2003) reforçam a visão do Ensino de Arte no intuito de promover uma visão crítica dos alunos acerca dos acontecimentos que os rodeiam. Outro ponto que também vai ao encontro desta ideia é o exercício da criatividade. Destacamos Ximendes (2010) em nosso

referencial que traz justamente argumentações na linha da contribuição da Música para as bases neurocientíficas que influem sobre o processo de Ensino e Aprendizagem.

Por fim identificamos de forma abundante, nas respostas dos alunos, evidências que se encaixam em nossa quinta categoria de análise, demonstrando apropriação dos conceitos musicais envolvidos nas composições.

5.4.7 Questionário de Percepção

Para finalizar a análise dos dados, relatamos a seguir as respostas dos alunos ao questionário final de percepção sobre a sequência didática, conforme consta no Apêndice E. O objetivo da aplicação deste questionário foi o de captar um *feedback* dos alunos sobre pontos fortes e fracos da sequência didática, bem como buscar um relato final dos mesmos sobre seus aprendizados no decorrer dos estudos.

Este questionário foi composto de 5 perguntas de caráter argumentativo, e para sua análise, selecionamos as respostas que tiveram maior relevância para a discussão final deste trabalho.

Para a primeira pergunta, questionamos sobre a percepção dos alunos acerca da duração do projeto. Destacamos na Figura 130 algumas respostas a este questionamento.

Figura 129 - Respostas dos alunos a primeira pergunta do questionário final

Aluno 2	<i>Não foi nem longa nem curta. As atividades estavam bem claras, só queria ter mais atividades desse tipo nas aulas de matemática.</i>
Aluno 5	<i>Foi uma duração média e gostei muito das atividades onde eu tinha que usar aqueles sites de música, foi bem interessante.</i>
Aluno 6	<i>Eu gostei muito das atividades, tive um pouco de dificuldade no início, mas depois comecei a entender bem melhor. Podia ter durado mais, foi muito legal!</i>
Aluno 8	<i>Eu achei curta porém bem montado. Sei que em função de ser tudo a distância fica mais complicado, mas gostei muito das atividades finais.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nas respostas a esta pergunta, percebemos que, no geral, os alunos relataram que a duração da sequência didática foi adequada, assim como a quantidade de atividades propostas. Outro ponto que ficou evidente foi a preferência dos mesmos pelas atividades práticas, com uso de sites ou *softwares*

que permitiam a manipulação dos objetos estudados. As respostas dos alunos 5 e 8 reforçam esta conclusão, bem como a resposta do aluno 6 que cita um maior entendimento das atividades finais, estas com maior uso destes elementos.

Para a segunda pergunta, solicitamos aos alunos que descrevessem 3 elementos aprendidos durante a execução das atividades da sequência didática. Destacamos as principais respostas a esta pergunta na Figura 131.

Figura 130 - Respostas dos alunos a segunda pergunta do questionário final

Aluno 1	<i>Eu aprendi que as notas musicais formam diferentes ciclos, que uma música pode ser rápida ou devagar dependendo da sua mensagem e que existem muitas influências de cada parte do mundo nos ritmos musicais.</i>
Aluno 3	<i>1. Aprendi que o Brasil tem vários estilos musicais que nem imaginava. 2. Que as notas musicais se relacionam através de padrões matemáticos. 3. A história da evolução da música tem muito a ver com a história da evolução dos seres humanos.</i>
Aluno 5	<i>Que notas musicais são harmônicas quando tem alguma relação matemática entre si, que até mesmo as músicas mais famosas obedecem as leis matemáticas e que o Brasil é rico em cultura através da música.</i>
Aluno 6	<i>Para mim o principal foi conhecer outros tipos de música que eu nem sabia que existia, mas a parte de calcular as escalas foi muito interessante. Agora eu sei que as notas tem padrões, que existem sons agudos e graves, com BPM rápidos ou divagares e que a música retrata a história das pessoas ou de um povo.</i>
Aluno 7	<i>Agora eu sei que:</i> <ol style="list-style-type: none"> <i>1. A música não existiria sem a matemática.</i> <i>2. as notas musicais e os tempos obedecem a funções matemáticas de vários tipos.</i> <i>3. que fazer uma música envolve muita ciência e engenhosidade, pois tudo tem que ser harmônico e fazer sentido</i>

Fonte: A pesquisa.

Nas respostas destacadas, o que mais se sobressai é a relação atribuída entre as notas musicais e a Matemática por trás de sua organização, o que evidencia nossa categoria 3 de análise. Os alunos 3, 5, 6 e 7 usam de termos como “padrões matemáticos” ou “leis matemáticas” para evidenciar esta relação. Ainda nesta pergunta, também é possível identificar a categoria de análise número 5, quando o aluno 1 refere-se aos “ciclos musicais” referindo-se às oitavas de uma escala, ou ainda quando os alunos referem-se aos andamentos

musicais, destacando as possibilidades de composição acerca da velocidade (BPM) de uma música. Por fim, também fica evidente a categoria 4 de análise nas respostas dos alunos quando, por exemplo, os alunos 3 e 6 destacam a variedade de estilos musicais estudados ou ainda quando o aluno 6 cita que a música tem o poder de retratar histórias de um povo, deixando em destaque o fator da influência cultural.

Na terceira pergunta, questionamos aos alunos sobre sua opinião acerca da qualidade da sequência de atividades. Destacamos as principais repostas na Figura 132.

Figura 131 - Respostas dos alunos a terceira pergunta do questionário final

Aluno 3	<i>Muitíssimo boa! As partes mais legais foram as do piano e calcular os BPM das músicas.</i>
Aluno 4	<i>Foi muito boa, confesso que no início tava meio complexo, mas depois tudo começou a fazer sentido. A última atividade de fazer músicas foi bem legal!</i>
Aluno 7	<i>Muito bem desenvolvida, consegui perceber a evolução da parte da matemática até chegar na música, no fim os cálculos que fizemos no início fizeram todo sentido no final.</i>
Aluno 8	<i>No início eu achei que teria muito mais coisas sobre tocar instrumentos, mas mesmo assim ficou muito bom! Agora no final é que percebi que as atividades tinham um sempre um por quê para preparar pra hora de fazer as músicas.</i>

Fonte: A pesquisa.

Com unanimidade, todos os alunos destacaram que o início da sequência foi complexo, mas que a mesma evoluiu para seu objetivo no final. Acreditamos que este é o papel de uma sequência didática que, conforme descrição de Araújo (2013), consiste na organização de atividades sistemáticas e progressivas, permitindo aos alunos aprenderem as características composicionais do alvo do estudo, articulando distintas informações para a criação de significados. Mais uma vez, também observa-se nas respostas uma maior preferência às atividades práticas da sequência, mostrando que o lúdico sempre desperta a curiosidade e ajuda na assimilação de conceitos. “O desenvolvimento do aspecto lúdico facilita a aprendizagem, o desenvolvimento pessoal, social e cultural, além de facilitar os processos de socialização, expressão e construção do conhecimento” (SANTOS, 2012, p. 4).

Na quarta pergunta, questionamos aos alunos sobre qual atividade foi a mais marcante na sequência didática. As respostas estão ilustradas na Figura 133.

Figura 132 - Respostas dos alunos a quarta pergunta do questionário final

<i>Aluno 1</i>	<i>Quando pesquisamos e calculamos os BPM das músicas brasileiras</i>
<i>Aluno 2</i>	<i>Acho que a atividade de ver os bpm's das músicas, tanto as internacionais como as brasileiras foi super interessante.</i>
<i>Aluno 3</i>	<i>A atividade de criar músicas no site.</i>
<i>Aluno 4</i>	<i>Todas as que usarem outros sites, mas em especial a última.</i>
<i>Aluno 5</i>	<i>As atividades que tinha que ver os BPMs.</i>
<i>Aluno 6</i>	<i>A última atividade no chrome music lab.</i>
<i>Aluno 7</i>	<i>O ápice foi criar as músicas, mas a atividade de pesquisar os estilos musicais também foi show.</i>
<i>Aluno 8</i>	<i>A criação das músicas no final, foi bem criativo.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nas repostas dos alunos, o destaque vem à última atividade da sequência didática que solicitava a criação de músicas no *site Chrome Music Lab*, o que, mais uma vez, reforça o poder das atividades que envolvem a prática e a criatividade. Acreditamos que esta atividade foi a mais lembrada também pelo fato de que foi neste momento em que os alunos tiveram a oportunidade de aplicar e testar os novos conhecimentos sobre a organização musical. Ainda nestas respostas, a atividade sobre a mensuração das batidas por minuto das músicas também foi lembrada. Em ambos os casos as atividades eram intermediadas por tecnologias digitais através do uso dos sites indicados. Groenwald (2016) destaca a importância do uso de tecnologias digitais com a finalidade de compensar situações desfavoráveis de aprendizagem. No geral, as atividades práticas foram aquelas onde os alunos atribuíram maior valor de relevância para seus estudos realizados.

Na pergunta final, solicitamos aos alunos que descrevessem em poucas palavras, de que forma a Matemática está presente na Música. As respostas obtidas estão ilustradas na Figura 134.

Figura 133 - Respostas dos alunos a quinta pergunta do questionário final

Aluno 1	<i>A matemática está presente em toda a organização da música, pois sem as relações matemáticas, a música não teria as estruturas necessárias para combinar sons diferentes.</i>
Aluno 2	<i>A Matemática é o que da base para a Música existir e, por mais que ela sempre tenha ocorrido durante a história, é agora com essa padronização que a matemática pode oferecer que as grandes composições podem ser feitas.</i>
Aluno 3	<i>Matemática por si só está em tudo, e para mim ela é o que faz a música ser tão maravilhosa como ela é. Foi lindo descobrir que os cálculos que aprendemos também são usados pelos artistas para compor suas músicas.</i>
Aluno 4	<i>A música é uma forma dos povos se expressarem e a matemática está nela oferecendo o que a ciência pode oferecer de melhor: uma boa ferramenta que sustenta sua existência.</i>
Aluno 5	<i>A Matemática está na música desde os pequenos cálculos de distância entre notas musicais, até a relação entre as frequências dos sons. Não bastando só isso, ela também ajuda na parte rítmica com as divisões e proporções.</i>
Aluno 6	<i>A música é uma arte maravilhosa, e como todas as artes foram muito influenciadas pela precisão da matemática. Desta forma a matemática está na música em todos os aspectos e principalmente no estudo que permite sabermos se as notas são harmônicas ou não quando tocadas juntas.</i>
Aluno 7	<i>A matemática permite à música novas formas de criar, através de combinações nunca antes possíveis que só a matemática é capaz de apresentar através de seus cálculos.</i>
Aluno 8	<i>Descobri que a matemática, além de ser referência pra quase tudo na nossa vida, também tem uma presença absurda na música. Através dos cálculos matemáticos, tem como descobrir e organizar todas as notas de uma escala musical, escala esta que serve para produzir variados tipos de músicas com variados significados.</i>

Fonte: A pesquisa.

Nas respostas finais dos alunos, há uma ênfase maior na descrição da matemática como “base” para a organização das estruturas musicais. Também se nota nas respostas que alguns significados de conceitos explorados durante as atividades são citados, como por exemplo os alunos 5, 6 e 8, que dão ênfase na relação das frequências sonoras dentro de uma escala musical. Outro ponto a destacar nas respostas dos alunos 4, 6 e 8 são suas referências à aspectos culturais, quando classificam a Música como arte e forma de expressão. Por fim, tendo em vista que estes alunos não possuíam experiências musicais prévias,

acreditamos ter conseguido atingir, no decorrer deste trabalho, a integração e associação de conceitos entre as distintas áreas envolvidas, fato este que pôde ser evidenciado durante as respostas ao questionário final e as demais atividades da sequência didática.

Para finalizarmos a seção de análise dos dados, inserimos na Figura 135 uma síntese das categorias de análise encontradas em cada módulo da sequência didática.

Figura 134 - Síntese da análise da presença de categorias de análise por módulo

MÓDULO	CATEGORIAS				
	1	2	3	4	5
#1 – <i>Revisão de Funções Trigonométricas</i>	x				
#2 – <i>Propriedades do Som</i>	x	x			
#3 – <i>História da Música</i>	x	x	x		
#4 – <i>Andamentos Musicais</i>	x		x	x	x
#5 – <i>Músicas no Brasil</i>				x	x
#6 – <i>Espaço de Criação</i>					x

Fonte: A pesquisa.

É perceptível, na síntese elaborada, a evolução da sequência didática quanto ao nível de sua complexidade, uma vez que há um claro direcionamento para a criação de conceitos musicais através da análise Matemática das estruturas estudadas. Por fim, esta é uma forte evidência da coesão desta sequência didática, pois, segundo Peretti e Costa (2013), além das atividades logicamente ordenadas, é necessária a apresentação de “desafios cada vez maiores aos alunos permitindo a construção do conhecimento” (p. 6).

CONCLUSÃO

Para apresentar os resultados da pesquisa, inicialmente retomamos a pergunta de pesquisa que norteava nosso trabalho: *Quais as contribuições educacionais de se integrar, de maneira interdisciplinar, a Música e o som no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio em uma perspectiva cultural?*

Para responder a este questionamento, voltamos nossa argumentação às respostas obtidas através das atividades da sequência didática. Foi perceptível, através das análises dos dados, uma significativa melhora na capacidade argumentativa dos alunos, passando do destaque de meras características técnicas para fatores que envolviam a percepção de aspectos culturais influenciadores nas produções musicais. Tendo em vista este ponto, respondemos a este questionamento dizendo que, como principal contribuição deste tipo de abordagem, a ampliação de visão dos alunos sobre as formas de expressão artísticas, neste caso elencando a Música como objeto de estudo, promove uma maior capacidade argumentativa dos alunos, tanto técnica quanto de aspectos culturais. Outra contribuição desta abordagem foi colocar as diferenças culturais em evidência, permitindo que os alunos as analisassem e conhecessem suas influências. Este aspecto foi notado em diversos momentos da sequência didática, porém teve maior concentração no quinto módulo, que tratava dos estilos musicais brasileiros. Por fim, destacamos como uma última contribuição a resignificação dos conceitos das distintas áreas envolvidas. Este fato foi evidenciado em momentos que solicitávamos a explicitação de possíveis motivos de determinados acontecimentos. Como exemplo, ressaltamos a atividade da escala pitagórica, onde os alunos apresentaram pequenas conjecturas acerca dos motivos de sua não ciclicidade, trazendo, com propriedade, em suas argumentações, justificativas que utilizavam tanto de conceitos matemáticos, quanto físicos (em relação ao fenômeno sonoro) e até mesmo musicais.

Sobre os objetivos traçados para esta pesquisa, faremos uma breve análise dos resultados obtidos.

Para o primeiro objetivo específico, *identificar quais as possíveis relações entre os conhecimentos matemáticos, a Música e a Física do Som no Ensino*

Médio, destacamos a Figura 6 como evidência do atingimento deste objetivo. Esta figura sintetiza a pesquisa prévia sobre as possibilidades de relação dos conteúdos matemáticos com o tema desta proposta educacional. Por fim, os conteúdos relatados na figura, segmentados por nível de Ensino, juntamente com nossa análise dos trabalhos relacionados no Estado da Arte, nos deram a base para identificar os conteúdos matemáticos que seriam abordados na sequência didática.

Para o segundo objetivo específico, *investigar e elaborar atividades didáticas integrando Matemática, Música e a Física do som*, acreditamos tê-lo alcançado através da evidenciação do capítulo 4 desta dissertação. É neste capítulo onde relatamos toda a organização e as atividades que compuseram a sequência didática, fruto da ação descrita neste objetivo. Também utilizando como guia os trabalhos destacados no Estado da Arte, construímos as atividades e a lógica de organização didática responsáveis pelo resultado final do produto educacional gerado pela sequência de atividades proposta.

O terceiro objetivo específico, *implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) uma sequência didática no Ensino Médio, integrando a Música, a Matemática e a Física com enfoque no uso de Tecnologias Digitais e na perspectiva cultural da Música brasileira*, foi atingido ao fim da aplicação da sequência didática, onde validamos todos os elementos citados no objetivo. A Matemática foi o “plano de fundo” de toda a experiência proposta. Para a Física, focamos especificamente na exploração das relações entre as características sonoras e a modelagem matemática, e a Música foi o elemento final que uniria ambas as áreas. As tecnologias digitais marcaram presença através dos *sites* e *softwares* utilizados nas atividades, e a perspectiva cultural foi colocada, de forma implícita, em diversos momentos da sequência didática, com destaque para os módulos quatro e cinco. A avaliação também foi concluída na análise dos dados obtidos, análise esta destacada no item 5.4 deste trabalho.

Para o último objetivo específico, *investigar a percepção dos alunos participantes da pesquisa frente à sequência didática realizada*, atingimos o mesmo em dois momentos distintos: o primeiro momento foi através das respostas dos alunos às atividades que solicitavam um relato sobre as sensações de determinadas músicas ou estilos musicais. Nestes relatos, foi possível identificar e analisar a percepção dos alunos em relação aos conceitos

estudados na sequência didática, uma vez que os mesmos utilizavam destes conceitos para justificar suas percepções. O segundo momento foi através do questionário final, onde evidenciamos o que os alunos acharam da sequência de atividades (no que diz respeito a qualidade dos exercícios, materiais e duração da mesma) e também verificamos indícios dos conceitos aprendidos por eles.

Por fim, atinge-se nosso objetivo geral, *investigar as possibilidades didáticas das relações entre Matemática, Música, Física e as diferentes culturas musicais no Ensino Médio*, através de nossa análise final dos dados obtidos, onde verificamos que as relações disciplinares de correlação e ressignificação de conceitos, acabam ocorrendo, de fato, durante a execução das atividades da sequência didática, principalmente nas atividades práticas. Outro ponto que valida nosso objetivo geral, é a consonância dos resultados obtidos com nosso referencial teórico, que mostra a validade por trás de abordagens educacionais deste tipo e com este enfoque. Em síntese, incluir a discussão de cultura nos planejamentos didáticos-escolares abre oportunidades para a criticidade, a discussão e a análise da influência de fatores externos sobre determinados povos ou região.

Nesta síntese final, gostaria também de registrar as contribuições desta experiência acadêmica para o pesquisador responsável. Fora o fato de viver por 2 anos na pós-graduação, a experiência maior de organizar e gerenciar um projeto educacional do zero foi extremamente enriquecedora. Outro ponto de destaque é a oportunidade de poder vivenciar o rigor científico exigido por um trabalho deste nível, o que fez com que eu evoluísse na minha organização pessoal e na minha criticidade sobre a leitura de informações. Ainda assim, aliar um assunto que me inspira diariamente (como a Música) com aquilo que tenho prazer em estudar (a Matemática) é a maior realização pessoal que eu poderia ter neste momento de minha carreira.

Para finalizar esta seção, gostaríamos de registrar que uma proposta deste tipo teria um maior impacto se aplicada de forma presencial em turmas do Ensino Médio. Junto a esta aplicação presencial, também achamos interessante que as atividades sejam ampliadas e principalmente focadas na parte prática, pois nossos resultados apresentaram um maior engajamento dos alunos por atividades deste tipo. Ou seja, atividades de construção de instrumentos rudimentares (flautas com canos PVC, marimba feita de latas ou garrafas, etc),

de medição de instrumentos (como o tamanho das cordas de um violão em relação as trastes que produzem as notas) ou até mesmo atividades que trabalhem a coordenação motora e musical dos alunos (como tentar mensurar, em grupo, as batidas por minuto de determinadas composições) tendem a amplificar o impacto educacional desta abordagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA FILHO, N. Transdisciplinaridade e Saúde Coletiva. *Ciência & Saúde Coletiva*. II (1-2), 1997.

ARAÚJO, D. L. O que é (e como faz) sequência didática? *Revista Entrepalavras*, ano 3, v. 3, n. 1, p. 322-334, Fortaleza: 2013

AUGUSTO, T.G.S. CALDEIRA, A.M.A. CALUZI, J.J. NARDI, R. interdisciplinaridade: concepções de professores da área de ciências da natureza em formação em serviço. *Revista Ciência e Educação*. V. 10, n.2, p. 277 – 289, 2004.

BARNABÉ, F.M. A melodia das razões e proporções: a música sob o olhar interdisciplinar do professor de matemática. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, 2011.

BAKER, V. L.; LATTUCA, L. R. Developmental networks and learning: toward an interdisciplinary perspective on identity development during doctoral study. *Studies in Higher Education*, Oxfordshire, v. 35, n.7, p. 807-827, 2010.

BRASIL. MEC, PCN - Ensino Médio – Parâmetros Legais. MEC: 2000.

_____. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017.

_____. Ministério da Educação. Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: Propostas de práticas de implementação. Brasília, 2019.

BICALHO, L. M.; OLIVEIRA, M. Aspectos conceituais da multidisciplinaridade e da interdisciplinaridade e a pesquisa em ciência da informação. *Enc. Bibli: R. Eletr. Bibliotecon. Ci. Inf.*, ISSN 1518-2924, Florianópolis, v. 16, n. 32, p.1-26, 2011.

BOMDIM, A. M. ANJOS, M. B. FLORIANO, M. D. FIGUEIREDO, C. S. M. SANTOS, D. A. SILVA, C. L. C. Parâmetros curriculares nacionais: uma revisita aos temas transversais meio ambiente e saúde. *Revista Trabalho, educação e saúde*, v. 11, n. 1. Rio de Janeiro: 2013

CAMARGOS, C. B. R. Música e Matemática: a harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Departamento de Matemática, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.

CAMPOS, G. P. S. Matemática e música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação, Pós-Graduação em Educação, 2009.

CANEN, A. & OLIVEIRA, A. M. A. Multiculturalismo e currículo em ação: um estudo de caso. *Revista Brasileira de Educação*, nº. 21, pp. 61-74, 2002.

CANEN, A. G. & CANEN, A. Organizações multiculturais. Rio de Janeiro: Ed. Ciência Moderna, 2005.

CANEN, A. & PETERS, M. Editorial: Issues and Dilemmas of Multicultural Education, 2005.

COSTA, O. B. R. AMBROSIO, E. A. A arte como forma de expressão social e religiosidade: análise antropológica da obra “criança morta”. Revista Sem Aspas, v. 7, n. 1, 2018

COSTA, J. M.; PINHEIRO, N. A. P. O ensino por meio de temas geradores: a educação pensando de forma contextualizada, problematizada e interdisciplinar. Imagens da Educação, v. 3, n. 2, p. 37-44, 2013.

DAYRELL, J. A escola como espaço sociocultural. In: _____ (org) Múltiplos olhares sobre educação e cultura. 2ª. reimpressão. Belo Horizonte: Ed. UFMG, 2001.

DELAZERI, G. R. A competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no nono ano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado) – Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), Universidade Luterana do Brasil, 2017.

DELATTRE, P. Investigações interdisciplinares: objetivos e dificuldades. In: POMBO, O.; GUIMARAES, H. M.; LEVY, T. Interdisciplinaridade: antologia. Porto/PT: Campo das Letras, 2006. (Publicação original: Interdisciplinares (recherches). Objectifs ET difficultés. Encyclopedie Universalis, 1973, p. 387-397)

DOOLEY, L. M. Case Study Research and Theory Building. Advances in Developing Human Resources (4), 335-354, 2002.

GARCIA, J. A interdisciplinaridade segundo os PCNs. Revista de Educação pública, v. 17, n.35, p. 363-378 set-dez. Cuiabá: 2008.

GODOY, E. V. Currículo, Cultura e Educação Matemática: Uma aproximação possível? Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática), Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2011.

GROENWALD, C. L. O.; ZOCH, L.; HOMA, A. I. R. Sequência Didática com Análise Combinatória no Padrão SCORM. BOLEMA- Boletim de estudos matemáticos, 22(3), 27-56, 2009.

GROENWALD, C. L. O. Inclusão e Educação Matemática. In Inclusão Escolar e Educação Especial no Brasil: entre instituído e o instituinte. São Paulo: ABPEE, 2016.

FERRAÇO, C. E. Possibilidades para entender o currículo escolar. Pátio FEV/ABR p. 9-11, 2006.

FRISON, M. D. BONATTO, A.; BARROS, C. R.; GEMELI, R. A.; LOPES, T. B. Interdisciplinaridade no ambiente escolar. IX ANPED Sul. Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul. 2012. Disponível em: <http://www.portalanpedsul.com.br/admin/uploads/2012/Formacao_de_Professores/Trabalho/12_01_35_2414-71. Acesso em 10 de Janeiro de 2021.

JESUS, A. R. Currículo e educação: conceitos e questões no contexto educacional. Disponível em: http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2008/anais/pdf/642_840.pdf. 2008 Acesso em: 10 de Abril de 2020.

KOBASHI, N. Y.; TÁLAMO, M. F. G. M. Informação: fenômeno e objeto de estudo da sociedade contemporânea. Transinformação, v.15, n. especial, p.7-21, set./dez, 2003

LANES, K. G. LANES, D. V. C. PESSANO, E. F. C. FOLMER, V. O ensino de ciências e os temas transversais: práticas pedagógicas no contexto escolar. Revista Contexto & Educação, v. 29, n.92, 2014.

LIMA, S. R. A., BRAZ, A. L. N. Ensino Musical sob uma perspectiva sensibilizadora. Revista interdisciplinaridade, nº 9, 2016. ISSN 2179-0094.

LLEWELLYN, S.; NORTHCOTT, D. The “singular view” in management case studies qualitative research in organizations and management. An International Journal, v. 2, n. 3, p. 194-207, 2007.

MACHADO, N. J. Educação: projetos e valores. 3. ed. São Paulo: Escrituras, 2000.

MARQUES, R. P. Arte e Educação. Canoas: Editora ULBRA, 2011.

MÁXIMO, A. ALVARENGA, B. Física: Ensino Médio. Volume 2. São Paulo: 2005.

MEIRINHOS, M., OSÓRIO, A. O Estudo de Caso como estratégia de investigação em educação. EDUSER: revista de educação, Vol 2(2), 2010, p. 49-65. ISSN 1645-4774

NICOLESCU, B. et al (orgs) Educação e transdisciplinaridade. Tradução de VERO, Judite; Mello, Maria F. de; e SOMMERMAN, Américo. Brasília: UNESCO, 2000 (Edições UNESCO).

OLGIN, C. L. Critérios, possibilidade e desafios para o desenvolvimento de temáticas no currículo de matemática do Ensino Médio. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Ensino de ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas: 2015

OLIVEIRA, R. M. Currículo Escolar: Um Conjunto de Conhecimentos para a Concretização de Objetivos Educacionais. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Edição 8. Ano 02, Vol. 05. pp 52-73, Novembro de

2017.

ISSN:2448-095

-

<https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/curriculo-escolar>

PÁTARO, R.F. BOVO, M.C. A interdisciplinaridade como possibilidade de diálogo e trabalho coletivo no campo da pesquisa e da educação. Revista Nupem, campo mourão, v. 4, n. 6, jan/jul 2012.

PATTON, M. G. Qualitative Research and Evaluation Methods, 3 ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2002.

PERETTI, L. COSTA, G. M. T. Sequência didática na Matemática. Revista de Educação do Ideau, v. 8, n. 17, 2013. ISSN: 1809-6220.

PIETROCOLA, M. ALVES FILHO, J. P. PINHEIRO, T. F. Prática Interdisciplinar na formação disciplinar de professores de ciências. Revista Investigações em Ensino de Ciências, v. 8, n. 2, p. 131-152, 2003.

PIRES, M.F.C. Multidisciplinaridade, interdisciplinaridade e transdisciplinaridade no Ensino. Interface- Comunicação, Saúde e Educação, Volume: 2, Número: 2, Publicado: 1998.

POMBO, O. Interdisciplinaridade e integração dos saberes. Liinc em Revista, v.1, n.1, p. 3 -15, março 2005.

_____, O. Epistemologia da Interdisciplinaridade. Revista Ideação, V.10, n. 1. Paraná: 2008. e-ISSN: 1982-3010 — ISSN: 1518-6911

_____, O. Práticas interdisciplinares. Revista Sociologias, Porto Alegre, ano 8, nº 15, jan/jun 2006, p. 208-249

RODRIGUES, M. S. Relacionando as funções trigonométricas com música. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, Departamento de Matemática, Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, 2017.

RODRÍGUEZ, G. G.; FLORES, J. G.; JIMÉNEZ, E. G. Metodología de la investigación cualitativa. Málaga: Ediciones Aljibe, 1999.

SACRISTÁN, J. G. O currículo: uma reflexão sobre a prática. 3.ed. Porto alegre: Artmed, 2000. 344p.

SANTOS, J. S. O lúdico na educação infantil. IV Fórum internacional de pedagogia. Campina Grande, Editora Realize: 2012. Disponível no link <https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/fiped/2012/ludico.pdf>. Acesso em 15 de janeiro de 2020.

SANTOS, L. G. Progressões Geométricas e Música: uma proposta de modelagem. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional (PROFMAT), Universidade Federal do Tocantins, 2014.

SAWYER, R. K. Educating for innovation. Thinking Skills and Creativity, Oxford, v. 1, n. 1, p. 41-48, 2006.

SILVEIRA, D. T., CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. In: GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Org). Métodos de pesquisa. Porto Alegre: editora da UFRGS, 2009.

SOUZA, R. S.; IVENICKI, A. Multiculturalismo como política de inclusão/exclusão. Revista Nuances: estudos sobre educação, v. 27, n. 1, p. 279-399. Presidente Prudente - SP, 2016.

YACUZZI, E. El estudio de caso como metodología de investigación: teoría, mecanismos causales, validación. (Serie Documentos de Trabajo). Recuperado outubro 15, 2007, disponível em <<http://www.cema.edu.ar/publicaciones/download/documentos/296.pdf>>. Scipione, 2005.

YIN, R. Estudo de Caso. Planejamento e Métodos. Porto Alegre: Bookman, 2005.

ZANELLI, J. C. Pesquisa qualitativa em estudos da gestão de pessoas. Estudos da Psicologia, n. 7, p. 79-88, 2002.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (menor de idade)



TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA MENORES DE 12 a 18 ANOS - Resolução 466/12)

OBS.: Este Termo de Assentimento do menor de 12 a 18 anos não elimina a necessidade da elaboração de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que deve ser assinado pelo responsável ou representante legal do menor.

Convidamos você, após autorização dos seus pais [ou dos responsáveis legais], para participar como voluntário (a) da pesquisa: “MATEMÁTICA COM MÚSICA ENQUANTO CIÊNCIA: IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS DE UM ESTUDO DE CASO”. Esta pesquisa é da responsabilidade do (a) pesquisador (a) Lucas Teixeira da Silva, residente na Rua Júlio de Castilhos, n 705, bairro Cohab B, CEP 94040-340, Gravataí/RS, com email lucas.txs@gmail.com e telefone (51) 99943-8907 e está sob a orientação de: Claudia Lisete Oliveira Groenwald, com telefone: (51) 99917-1903, e-mail claudiag@ulbra.br.

Este Termo de Consentimento pode conter informações que você não entenda. Caso haja alguma dúvida, pergunte à pessoa que está lhe entrevistando para que esteja bem esclarecido (a) sobre sua participação na pesquisa. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer pagamento para participar. Você será esclarecido(a) sobre qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. Após ler as informações a seguir, caso aceite participar do estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é para ser entregue aos seus pais para guardar e a outra é do pesquisador responsável. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema se desistir, é um direito seu. Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- Descrição da pesquisa: o projeto de pesquisa intitulado “Ensinando Matemática com Música enquanto ciência: implicações pedagógicas de um estudo de caso”, apresenta uma proposta de experimento focado em um estudo de caso para avaliação das possibilidades de aprendizagem dos conteúdos de matemática quando articulados com o ensino de Música. O objetivo principal deste experimento é o de investigar de que forma a contextualização dos conteúdos matemáticos com outras áreas qualifica o processo de ensino e aprendizagem, sendo os objetivos específicos, (i) investigar as relações entre o tema Música e Matemática na perspectiva cultural; (ii) identificar e elencar quais os potenciais conteúdos matemáticos são cabíveis de contextualização com a Música e a Física do Som; (iii) elaborar atividades encadeadas em uma sequência didática, aliando os temas Música e Matemática com enfoque no uso de Tecnologias Digitais; e (iv) investigar a implementação da sequência didática e as ações dos alunos frente ao experimento realizado. A metodologia consistirá na aplicação de uma sequência didática utilizando da teoria da aprendizagem significativa como suporte teórico para a execução do experimento. Os dados serão coletados através de questionários pré e pós experimento aliado aos registros de produção dos participantes durante o experimento.
- Esclarecimento do período de participação do voluntário na pesquisa: a pesquisa será realizada dentro do período de 1 (um) mês durante as aulas de matemática dos alunos voluntários. Após o término deste período, os dados coletados irão para análise posterior do pesquisador.
- **RISCOS diretos** para o voluntário: a pesquisa envolve riscos mínimos de quebra acidental de confidencialidade. Caso seja registrado algum evento deste tipo, o pesquisador responsável deve ser imediatamente contatado para solução do mesmo.
- **BENEFÍCIOS diretos e indiretos** para os voluntários: a pesquisa tende a promover subsídios para a prática docente no que diz respeito ao tratamento dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio com o ensino de cultura, através das atividades apresentadas na sequência didática. Neste intuito, os voluntários possuem o benefício de obter contextualização dos conteúdos matemáticos com a Música e os aspectos culturais.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa (tais como respostas à questionários e produções

individuais) ficarão armazenados no computador pessoal do pesquisador responsável, sob a responsabilidade do mesmo, no endereço acima já citado, pelo período de no mínimo 5 anos. Nem você e nem seus pais [ou responsáveis legais] pagarão nada para você participar desta pesquisa. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação e de seus pais serão assumidas ou ressarcidas pelos pesquisadores. Fica também garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da sua participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Este documento passou pela aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos que está no endereço: **Av. Farrroupilha, nº 8.001 – prédio 14, sala 224 – Bairro: São José – Canoas/RS, CEP: 92425-900, Tel.: (51) 3477-9217 – e-mail: comitedeetica@ulbra.br.**

Assinatura do pesquisador (a)

ASSENTIMENTO DO MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO

Eu, _____, portador (a) do documento de Identidade _____ (se já tiver documento), abaixo assinado, concordo em participar do estudo intitulado “MATEMÁTICA COM MÚSICA ENQUANTO CIÊNCIA: IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS DE UM ESTUDO DE CASO”, como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precisemos pagar nada.

Local e data _____

Assinatura do (da) menor: _____

Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar. 2 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome e RG:
Assinatura:

Nome e RG:
Assinatura:

APÊNDICE B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (maior ou responsável)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1. IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA												
Título do Projeto: MATEMÁTICA COM MÚSICA ENQUANTO CIÊNCIA: IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS DE UM ESTUDO DE CASO												
Área do Conhecimento: Ciências Exatas e da Terra; Ciências Humanas						Número de participantes: 32						
Curso: Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática						Unidade: Canoas/RS						
Projeto Multicêntrico		Sim	X	Nã o	Nacion al		Internaciona l	Cooperação Estrangeira		Sim	X	Nã o
Patrocinador da pesquisa: Financiador pelo pesquisador												
Instituição onde será realizado: Universidade Luterana do Brasil												
Nome dos pesquisadores e colaboradores: Lucas Teixeira da Silva, Claudia Lisete Oliveira Groenwald												

Seu filho **(e/ou menor sob sua guarda)** está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa acima identificado. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos fazendo. Sua autorização para que ele participe neste estudo será de muita importância para nós, mas, se retirar sua autorização, a qualquer momento, isso não lhes causará nenhum prejuízo.

2. IDENTIFICAÇÃO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA E/OU DO RESPONSÁVEL			
Nome do Menor:		Data de Nasc.:	Sexo:
Nacionalidade:		Estado Civil:	
Profissão:		RG:	
CPF/MF:	Telefone:	E-mail:	
Endereço:			

3. IDENTIFICAÇÃO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL			
Nome: Lucas Teixeira da Silva		Telefone: (51) 99943-8907	
Profissão: Pesquisador		Registro no Conselho N°:	
E-mail: luccas.txs@gmail.com		Endereço: Rua Júlio de Castilhos n 705, Cohab B, Gravataí/RS	

Eu, responsável pelo menor acima identificado, após receber informações e esclarecimento sobre este projeto de pesquisa, autorizo, de livre e espontânea vontade, sua participação como voluntário(a) e estou ciente:

1. Da justificativa e dos objetivos para realização desta pesquisa.

O projeto de pesquisa intitulado “Ensinando Matemática com Música enquanto ciência: implicações pedagógicas de um estudo de caso”, apresenta uma proposta de experimento focado em um estudo de caso para avaliação das possibilidades

de aprendizagem dos conteúdos de matemática quando articulados com o ensino de Música. O objetivo principal deste experimento é o de investigar de que forma a contextualização dos conteúdos matemáticos com outras áreas qualifica o processo de ensino e aprendizagem, sendo os objetivos específicos, (i) investigar as relações entre o tema Música e Matemática na perspectiva cultural; (ii) identificar e elencar quais os potenciais conteúdos matemáticos são cabíveis de contextualização com a Música e a Física do Som; (iii) elaborar atividades encadeadas em uma sequência didática, aliando os temas Música e Matemática com enfoque no uso de Tecnologias Digitais; e (iv) investigar a implementação da sequência didática e as ações dos alunos frente ao experimento realizado. A metodologia consistirá na aplicação de uma sequência didática utilizando da teoria da aprendizagem significativa como suporte teórico para a execução do experimento. Os dados serão coletados através de questionários pré e pós experimento aliado aos registros de produção dos participantes durante o experimento.

2. Do objetivo da participação de meu filho.

O objetivo da participação dos alunos voluntários é avaliar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática qualificando-o com o ensino de arte e cultura através da Música.

3. Do procedimento para coleta de dados.

Por se tratar de um estudo com caráter qualitativo, a coleta de dados se dará através de questionários (pré e pós experimento) com o intuito de conhecer melhor o perfil dos alunos e de elencar possíveis mudanças na forma em que os mesmos relacionam os conteúdos matemáticos com outras áreas do conhecimento. Além dos questionários, os registros realizados pelos alunos em planilhas, softwares ou papel também serão coletados para análise posterior do pesquisador responsável. Todos estes dados serão coletados durante o período de aula dos alunos envolvidos.

4. Da utilização, armazenamento e descarte dos dados.

Os dados coletados serão analisados seguindo critérios estabelecidos pelo pesquisador responsável bem como apoio bibliográfico e teórico para o mesmo. O armazenamento será recluso ao computador pessoal do pesquisador responsável, sendo o prazo mínimo de 5 anos de armazenamento. O descarte também segue critérios prévios desta pesquisa. Por fim, os dados coletados serão utilizados apenas nesta pesquisa, porém o resultado posterior publicado pelo pesquisador responsável pode ser referenciado em outras produções científicas.

5. Dos desconfortos e dos riscos.

A pesquisa envolve riscos mínimos de quebra acidental de confidencialidade. Caso seja registrado algum evento deste tipo, o pesquisador responsável deve ser imediatamente contatado para solução do mesmo.

6. Dos benefícios.

A pesquisa tende a promover subsídios para a prática docente no que diz respeito ao tratamento dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio com o ensino de cultura, através das atividades apresentadas na sequência didática. Neste intuito, os voluntários possuem o benefício de obter contextualização dos conteúdos matemáticos com a Música e os aspectos culturais.

7. Da isenção e ressarcimento de despesas.

Esta pesquisa não possui despesas de participação por parte dos voluntários, ou seja, todas as despesas serão custeadas pelo pesquisador responsável. Caso haja o custo monetário por parte dos alunos, haverá ressarcimento por parte do pesquisador responsável.

8. Da forma de acompanhamento e assistência.

Os voluntários serão acompanhados pelo professor titular e pelo pesquisador responsável durante as suas aulas de Matemática.

9. Da liberdade de recusar, desistir ou retirar meu consentimento.

Tenho a liberdade de recusar, desistir ou de interromper a colaboração nesta pesquisa no momento em que desejar, sem necessidade de qualquer explicação. A minha desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico. Esta pesquisa não virá a interferir no plano didático letivo da escola ou individual do aluno.

10. Da garantia de sigilo e de privacidade.

Os resultados obtidos durante este estudo serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que meus dados pessoais não sejam mencionados.

11. Da garantia de esclarecimento e informações a qualquer tempo.

Tenho a garantia de tomar conhecimento e obter informações, a qualquer tempo, dos procedimentos e métodos utilizados neste estudo, bem como dos resultados finais, desta pesquisa. Para tanto, poderei consultar o **pesquisador responsável (acima identificado)**. Em caso de dúvidas não esclarecidas de forma adequada pelo(s) pesquisador(es), de discordância com os procedimentos, ou de irregularidades de natureza ética poderei ainda contatar o **Comitê de Ética em Pesquisa em Seres**

Humanos da Ulbra Canoas (RS), com endereço na Rua Farroupilha, 8.001 – Prédio 14 – Sala 224, Bairro São José, CEP 92425-900 - telefone (51) 3477-9217, e-mail comitedeetica@ulbra.br.

Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimento quanto às dúvidas por mim apresentadas e, por estar de acordo, assino o presente documento em duas vias de igual conteúdo e forma, ficando uma em minha posse.

Canoas, _____ de _____ de _____.

Participante da Pesquisa

Responsável pelo Participante da Pesquisa

Pesquisador Responsável pelo Projeto



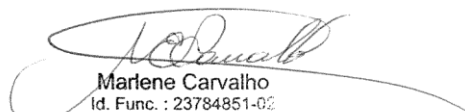
GOVERNO DO ESTADO
RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

CARTA DE ANUÊNCIA


Declaro que tenho conhecimento e autorizo a realização do projeto de pesquisa intitulado “**Matemática com Música enquanto Ciência: implicações pedagógicas de um estudo de caso**”, proposto pelo pesquisador **Lucas Teixeira da Silva**, com orientação de **Cláudia Lisete Oliveira Groenwald**.

O referido projeto será realizado na **Escola Estadual de Ensino Médio André Leão Puente**, da cidade de Canoas/RS, e só poderá ocorrer a partir da apresentação do Parecer de Aprovação do Colegiado de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Luterana do Brasil/RS.

Canoas, 29 de agosto de 2019.


Marlene Carvalho
Id. Func. : 23784851-02
27ª CRE - SECOE / Canoas
Portaria 23/2017

APÊNDICE D – Questionário inicial: perfil do estudante



Perfil do Estudante

Olá! Neste questionário, o objetivo é saber um pouco mais de suas aulas de Matemática, sobre você e seus interesses/conhecimentos musicais. Responda ao que se é solicitado abaixo:

***Obrigatório**

SEUS DADOS

Qual é a sua idade? *

Sua resposta _____

Qual seu sexo? *

Masculino

Feminino

Prefiro não dizer

Você trabalha? Se sim, em qual área? *

Sua resposta _____



Você faz algum curso complementar à sua formação no Ensino Médio? Se sim, qual? *

Sua resposta _____

Você tem interesse em ingressar no Ensino Superior? Em qual área? *

Entenda Ensino superior como Faculdade ou Universidade

Sua resposta _____



Você se identifica mais com a área de Exatas (Matemática, Química, Física), com a área de humanas (História, Geografia, Sociologia, Linguística) ou com a área de Biológicas (Biologia, Medicina)?

- Área de Exatas
- Área de Humanas
- Área de Biológicas

Você já repetiu de ano alguma vez?

- Sim, no Ensino Fundamental
- Sim, no Ensino Médio
- Nunca repeti de ano

SUAS AULAS DE MATEMÁTICA

Em uma escala de um a cinco (onde um representa "nenhum" e cinco representa "muito") qual é o seu grau de interesse por Matemática? *

- | | | | | | | |
|--------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| Nenhum | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | Muito |

Você já participou de algum projeto com abordagem diferenciada em Matemática? Se sim, descreva sucintamente do que se tratava. *

Sua resposta

Em uma escala de um a cinco (onde um representa "maior tendência ao Tradicional" e cinco "maior tendência a aula dinâmica") como você classificaria suas aulas em matemática?*

*entenda tradicional como um método de ensino baseado em exercícios, quadro e giz, enquanto a aula dinâmica se caracteriza por um projeto ou por algum método fora do comum



Muito Tradicional 1 2 3 4 5 Muito Dinâmica

SOBRE SUAS PREFERÊNCIAS MUSICAIS

Você possui algum conhecimento Musical? *

- Sim
- Não

Toca algum instrumento? *

- Sim
- Não

Você acha que existe relação entre o universo musical (instrumentos, composições, notas musicais etc.) com o que você aprende na disciplina de Matemática? De que forma? *

Sua resposta

Qual é o seu estilo musical preferido? *

Sua resposta

Você consegue descrever o que faz este ser seu estilo musical preferido? (quais as sensações ou o que mais te atrai neste estilo) *

Descreva as sensações que você tem ao ouvir ou o que mais te atrai nesse estilo musical

Sua resposta

O que você acha sobre a Arte em geral? Quais seus "tipos" de arte preferidos? *

Entenda Arte como toda e qualquer produção cultural, seja música, seja um seriado/filme, seja uma animação ou qualquer tipo de expressão cultural artística.

Sua resposta



Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

APÊNDICE E – Questionário final: percepções da sequência didática

Questionário de Percepção

Caros alunos! Inicialmente, muito obrigado por participar deste projeto e concluir toda a sequência de atividades sobre Matemática e Música, sua participação foi fundamental para a construção da minha carreira acadêmica e profissional.

Para finalizar esta grande experiência, gostaríamos de solicitar a resposta de mais algumas perguntinhas (as últimas) para podermos analisar suas percepções das atividades. Sejam o mais claro e sinceros possíveis ao responder as perguntas abaixo.

***Obrigatório**

O que você achou da duração do projeto? (avalie a quantidade e clareza das atividades propostas) *

Sua resposta

Cite 3 elementos que você aprendeu durante a sequência de atividades (podem ser de qualquer uma das áreas envolvidas). *

Sua resposta

Qual a sua avaliação final sobre a qualidade da sequência de atividades? Cite ao menos 2 pontos que validem sua resposta. *

Sua resposta

Em sua opinião, qual foi o ápice da sequência didática? (descreva o momento ou atividade mais marcante e o porque) *

Sua resposta

Por fim, explique, com suas palavras, de que forma a Matemática está presente na Música. *

Sua resposta

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

