UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FABIANA CALDEIRA DAMASCO

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DA COMPETÊNCIA DE OBSERVAR COM SENTIDO

Canoas, 2022.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FABIANA CALDEIRA DAMASCO

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DA COMPETÊNCIA DE OBSERVAR COM SENTIDO

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de doutora em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Coorientador: Prof. Dr. Salvador Llinares Ciscar

Canoas, 2022.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

D155f Damasco, Fabiana Caldeira.
Formação continuada de professores de matemática e o desenvolvimento da competência de observar com sentido / Fabiana Caldeira Damasco. – 2022.
264 f. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2022.
Orientadora: Profa. Dra. Cláudia Lisete Oliveira Groenwald.
Coorientador: Prof. Dr. Salvador Llinares Ciscar.

1. Educação matemática. 2. Formação continuada - professores. 3. Ensino fundamental - anos finais. 4. Ensino fundamental - equações. I. Groenwald, Cláudia Lisete Oliveira. II. Ciscar, Salvador Llinares. III. Título.

CDU 372.851

Bibliotecária responsável – Heloisa Helena Nagel – 10/981

FABIANA CALDEIRA DAMASCO

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DA COMPETÊNCIA DE OBSERVAR COM SENTIDO

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de doutora em Ensino de Ciências e Matemática.

Data de Aprovação: 28/04/2022

BANCA EXAMINADORA

____
Profª. Drª. Carmen Teresa Kaiber
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

____
Profª. Drª. Clarissa De Assis Olgin
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

____
Profª. Drª. Nielce Meneguelo Lobo da Costa
Universidade Anhanguera – São Paulo

____
Prof. Dr. Eduardo Mancera Martínez
CIAEM - México

____
Profª. Drª. Claudia Lisete Oliveira Groenwald (orientadora)
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

____
Prof. Dr. Salvador Llinares Ciscar (coorientador)
Universidade de Alicante - Espanha

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dar forças e sabedoria e por ter pessoas maravilhosas em minha vida pessoal, profissional e acadêmica.

Agradeço à minha família pelo apoio e compreensão, em especial aos meus pais, Carmen Gianini Damasco e Martim Damasco pelo amor e educação que me deram e por estarem sempre presentes em todos os momentos da minha vida e à minha irmã Bianca pela amizade incomparável, pela preocupação com meu bem-estar, pelas palavras e abraços acolhedores.

Agradeço ao meu filho Allan Ocheine e à minha nora Denise por estarem sempre comigo, valorizando minhas conquistas e me incentivando a ir mais longe.

Agradeço à minha amada neta Valentina que a cada sorriso, abraço e “eu te amo, vó!” fazia todo cansaço e angústia desaparecerem. Fazendo-me refletir que tudo é possível quando se tem força de vontade, determinação e carinho das pessoas que nos amam e a quem amamos.

Agradeço imensamente ao meu marido e amigo Enrique Horácio Barrera que esteve ao meu lado em todos os momentos, por sua compreensão, paciência e apoio, por suportar minha ausência mesmo estando junto, minhas crises de ansiedade e momentos de pouca paciência. Por cuidar tanto de mim para que eu tivesse todo o tempo possível dedicado ao estudo, por seu amor, carinho e pelas palavras de incentivo.

Agradeço aos meus colegas da EMEF Prefeito Edgar Fontoura por acreditarem em meu trabalho, pelo apoio e carinho, em especial à Diretora Heloísa Silva de Salles, às amigas Gabriela Colombo, Cristina Cavalcanti, Evelise Pereira e Maria Letícia Ferraretto que muitas vezes me escutaram, me auxiliaram em minhas tarefas, secaram minhas lágrimas e me abraçaram fortemente acalmando meu coração e ao colega Renato Matos pela correção de todo o trabalho.

Agradeço aos amigos e colegas de matemática que acompanham minha caminhada e aqueles que participaram das formações deste projeto, acreditando e valorizando meu trabalho.

Agradeço à minha orientadora Profª. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald por me tornar a profissional que sou hoje, por acreditar na minha capacidade, por me incentivar e apoiar ao longo da minha trajetória acadêmica.

Agradeço aos professores que fizeram parte da banca avaliadora com suas significativas contribuições. Com carinho especial à Profª. Dra. Carmen Teresa Kaiber que me acompanha desde a graduação.

Agradeço ao Prof. Dr. Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa que muitas vezes me auxiliou, permitindo melhor uso dos recursos tecnológicos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Esta pesquisa se caracteriza por uma abordagem qualitativa com foco no estudo de caso e apresenta o seguinte problema de pesquisa: como os professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, ao participarem de um grupo colaborativo, qualificam a competência de observar com sentido situações de ensino e aprendizagem e aperfeiçoam seu planejamento didático quando identificam e discutem as dificuldades apresentadas pelos alunos ao desenvolverem uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem com equações na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular - BNCC? O objetivo geral foi investigar a qualificação da competência de *Observar com Sentido* a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC em um grupo de formação continuada de professores de Matemática no Município de Canoas. Para alcançar o objetivo geral desta investigação, foram elaborados os seguintes objetivos específicos: diagnosticar como os professores participantes da pesquisa desenvolvem o processo de ensino e aprendizagem com a temática Equações; investigar a formação continuada em um Grupo Colaborativo de professores de Matemática da Rede Municipal de Canoas discutindo o tema Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC; investigar como desenvolver uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem com a temática Equações de acordo com a disposição da BNCC; investigar as evidências do desenvolvimento, qualificação ou ampliação da competência de *Observar com Sentido* quando os professores atuam em um grupo colaborativo. Os aportes teóricos foram desenvolvidos com base na Formação Continuada de Professores de Matemática, nos Grupos Colaborativos, na Competência de Observar com Sentido, nas Tarefas Matemáticas, na Trajetória Hipotética de Aprendizagem e nos Obstáculos Epistemológicos. De acordo com a fundamentação teórica que norteou este trabalho preconiza-se a necessidade das formações continuadas para o ensino e aprendizagem da temática Equações, de maneira a contribuir no planejamento didático dos professores e que possa subsidiar a tomada de decisões. Nesse contexto, acredita-se que, por meio de um grupo colaborativo é possível, aprimorar/qualificar a prática docente. O percurso metodológico realizou as seguintes ações: formação continuada de um grupo colaborativo com professores de Matemática do município de Canoas; investigação do processo de ensino e aprendizagem do tema Equações nos anos finais do Ensino Fundamental; investigação de tarefas matemáticas e classificação das tarefas com observação dos Obstáculos Epistemológicos organizadas em uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA); implementação (desenvolver, aplicar e avaliar) da THA com a temática Equação e análise dos resultados obtidos; investigação de indícios de como os professores desenvolvem e/ou qualificam a competência de *Observar com Sentido* a prática profissional. Para essa investigação utilizou-se os pressupostos da THA para organizar uma sequência de ações e tarefas com professores de Matemática com Equações para os anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC. Após a aplicação da sequência didática, foram realizadas as análises por meio dos registros das tarefas realizadas pelos alunos e das entrevistas com os professores participantes do grupo colaborativo, também foi realizada a análise das formações continuadas, da THA e dos indícios do desenvolvimento/qualificação do *Observar com Sentido*. Os resultados indicam que por meio da formação continuada em um grupo colaborativo é possível desenvolver uma THA com a temática equações que auxilie o aprimoramento e a qualificação do planejamento didático dos professores, desenvolvendo e qualificando a competência de Observar com Sentido a prática profissional.

Palavras Chaves: Educação Matemática; Anos Finais do Ensino Fundamental; Formação Continuada de Professores; Observar com Sentido; Equações no Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This research is characterized by a qualitative approach focused on the case study and presents the following research problem: how do Mathematics teachers in the final years of Elementary School, when they participate in a collaborative group, qualify the competence to observe teaching and learning situations with meaning and improve their didactic planning when they identify and discuss the difficulties presented by students when developing a Hypothetical Trajectory of Learning with equations in the perspective of the National Curricular Common Base - BNCC? The general objective was to investigate the qualification of the competence of Observing with Sense the theme Equations in the final years of Elementary School, from the perspective of BNCC in a group of continuing education of Mathematics teachers in the Municipality of Canoas. In order to reach the general objective of this investigation, the following specific objectives were formulated: to diagnose how the teachers participating in the research develop the teaching and learning process with the theme Equations; to investigate continuing education in a Collaborative Group of Mathematics teachers from the Municipal Teachers Network of Canoas discussing the theme Equations in the final years of Elementary School, from the perspective of the BNCC; to investigate how to develop a Hypothetical Learning Trajectory with the theme Equations according to the disposition of the BNCC; to investigate the evidence of the development, qualification or expansion of the competence of Observing with Sense when teachers work in a collaborative group. Theoretical contributions were developed based on the Continuing Education of Mathematics Teachers, on Collaborative Groups, on the Competence of Observing with Sense, on Mathematical Tasks, on the Hypothetical Learning Trajectory and on Epistemological Obstacles. According to the theoretical foundation that guided this work, the need for continuing education for the teaching and learning of the Equations theme is advocated, so that it may contribute to the didactic planning of teachers and to support decision-making. In this context, it is believed that it is possible to improve/qualify the teaching practice through a collaborative group. The methodological course carried out the following actions: continued formation of a collaborative group with Mathematics teachers from the municipality of Canoas; investigation of the teaching and learning process of the theme Equations in the final years of Elementary School; investigation of mathematical tasks and classification of tasks with observation of Epistemological Obstacles organized in a Hypothetical Learning Trajectory (THA); implementation (develop, apply and evaluate) of the THA with the theme Equation and analysis of the results obtained; investigation of the evidences of how teachers develop and/or qualify the competence of Observing with Sense the professional practice. For this investigation, the assumptions of the THA were used to organize a sequence of actions and tasks with Mathematics teachers with Equations for the final years of Elementary School, from the perspective of the National Curricular Common Base (BNCC). After the application of the didactic sequence, analyzes were carried out through the records of the tasks performed by the students and the interviews with the teachers participating in the collaborative group, also, the analysis of continuing education was carried out, analysis of the THA and the evidence of development/qualification of Observing with Sense. The results indicate that through continuing education in a collaborative group it is possible to develop a THA with the equations theme, which helps the improvement and qualification of teachers' didactic planning, developing and qualifying the competence of Observing with Sense the professional practice.

Keywords: Mathematics Education; Final Years of Elementary School; Continuing Teacher Training; Observe with Sense; Equations in Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB)

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)

Ministério da Educação (MEC)

Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)

Programa de Qualidade e Valorização da Educação Municipal (PQVEM)

Referencial Curricular de Canoas (RCC)

Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (RCRS)

Secretaria Municipal da Educação (SME)

Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)

Sistema de Avaliação da Educação Municipal (SAEM)

Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se a trajetória acadêmica da pesquisadora e como foi estruturado o trabalho desenvolvido.

1.1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA[1]

No ano de 1991, aos meus 17 anos, iniciei minha trajetória acadêmica na Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, no curso de Matemática Computacional, nessa época eu trabalhava na empresa LGD – Laboratório Guterres Damasco, no setor de gráficos e cálculos de projetos e coordenava uma pequena equipe de funcionários.

Após a conclusão de alguns semestres, observei que não era esse o curso que queria, porém a paixão pela matemática permanecia. Conversando com o coordenador do curso na época, fui aconselhada a passar para o curso de Matemática – Licenciatura Plena, onde, felizmente, me encontrei.

A matemática sempre fez parte de minha formação, pois no Ensino Médio fiz Técnico em Contabilidade. No ano de 1999 comecei a lecionar 20 horas em uma escola particular no Município de Gravataí. Fiquei nessa escola por 1 ano e solicitei minha demissão, pois em 2000 comecei a lecionar em escolas estaduais no município de Canoas por meio de contrato de emergência. Fiquei por 4 anos.

Em 2003 assumi 20 horas em concurso no município de Canoas, onde estou até hoje. Em 2004 assumi 20 horas em concurso no município de Portão, onde permaneci por alguns meses, pois nessa época fui selecionada para lecionar 20 horas na Escola Paz – Rede ULBRA, onde permaneci até o ano de 2013.

Fui coordenadora da Educação de Jovens e Adultos – EJA na EMEF Prefeito Edgar Fontoura entre os anos de 2009 e 2010.

Em 2013 recebi convite para fazer parte do setor pedagógico da Secretaria Municipal de Canoas – SME - para coordenar o núcleo de Matemática da rede, onde passei a trabalhar 40 horas no município, solicitando meu remanejo da escola para a Secretaria.

Ao desenvolver o trabalho na SME, organizei junto ao PPGECIM/ULBRA o Grupo de Estudos dos Professores de Matemática e, em conjunto com o IFRS – Canoas, o Projeto de Oficinas de Ensino de Matemática no Município de Canoas nos anos de 2014 a 2017.

Participei na Construção Coletiva do Instrumento Epistemológico de Avaliação/Canoas Avalia em 2011 e 2012. Participei, também, na organização e coordenação do

[1] Optou-se em escrever esse item na primeira pessoa do singular, por se tratar da trajetória da pesquisadora.

Congresso Regional de Práticas Inovadoras entre 2013 e 2016. Elaborei e apliquei a Gincana Matemática para as Escolas Municipais de Canoas – anos finais do Ensino Fundamental. Desenvolvi formações pedagógicas em Matemática para todos os níveis de ensino da rede de Canoas. Atuei como avaliadora da Feira Científica do Município de Canoas entre os anos de 2013 e 2015. Organizei a Feira Cientifica no Município de Canoas nos anos de 2016 e 2017. Fui formadora das orientadoras de estudos do Pacto junto a Universidade de Pelotas – UFPEL.

Entre os anos de 2005 e 2008 fiz Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, tendo como orientadora a Profª. Drª. Claudia Lisete Oliveira Groenwald.

De 2017 a 2019 fiz especialização em Supervisão Educacional pela UNIASSELVI.

Em 2017 recebi o convite para retornar à EMEF Prefeito Edgar Fontoura como professora titular de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e no ano de 2019 fui convidada a fazer parte da equipe diretiva como Supervisora Educacional, cargo que ocupo atualmente.

Ao longo dessa caminhada participei de Congressos Nacionais e Internacionais no Brasil, Argentina e Costa Rica, também fui avaliadora de trabalhos de congressos, participei em Simpósios de Educação Matemática no Brasil e na Argentina.

Tenho artigos publicados em capítulos dos livros “Protagonismo na Avaliação Externa: a construção coletiva do Canoas Avalia, 2012”, “Canoas Avalia: vislumbrando a excelência, 2016”, “Diretrizes Curriculares: construção e aplicabilidade nas séries finais do Ensino Fundamental, 2016”, “Ensino e aprendizagem em ciências e matemática: referenciais, práticas e perspectivas, 2020”.

Fiz parte da comissão organizadora dos livros “Construindo a Tabuada, 1996”, “Canoas Avalia: vislumbrando a excelência, 2016”, “Diretrizes Curriculares: construção e aplicabilidade nas séries finais do Ensino Fundamental, 2016”.

Participei de todas as edições do Congresso Internacional de Ensino de Matemática – PPGECIM/ULBRA nas quais apresentei trabalhos e oficinas de jogos matemáticos.

Em 2017 ingressei no doutorado em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Luterana do Brasil/ULBRA tendo como orientadora a Profª. Drª. Claudia Lisete Oliveira Groenwald. Em 2018 substituí por uma semana a Profª. Úrsula Tim em suas turmas de Cálculo I, acompanhei a formação de jogos realizada por uma das orientandas de iniciação científica da Profª. Claudia, auxiliei alguns colegas do PPGECIM na realização de suas pesquisas junto à SME e na aplicação de projetos na EMEF Edgar Fontoura e em outras escolas da rede e organizei, como supervisora na EMEF Prefeito Edgar Fontoura, a 1ª Feira Científica da escola envolvendo todas as áreas de conhecimento, tendo como um dos avaliadores o Prof. Dr. Rossano André Dall-Farra do PPGECIM/ULBRA.

1.2 ORGANIZAÇÃO DA TESE

O ensino de Matemática tem-se estruturado baseado nas competências que o aluno deve desenvolver ao longo de sua aprendizagem, conforme as perspectivas da Base Nacional Comum Curricular – BNCC. A temática álgebra foi um dos conteúdos nos quais ocorreram mais ajustes, o que nos levou a desenvolver as formações sobre esse assunto.

No intuito de trabalhar com os professores a competência de *Observar com Sentido* situações em suas salas de aula e aprimorar seus planejamentos com o desenvolvimento e aplicação de uma Trajetória Hipotética de aprendizagem, estruturou-se essa tese em 7 capítulos, aos quais somam-se as conclusões, referências e apêndices, como se apresenta a seguir.

A Tese é composta por 7 capítulos, sendo eles: *Introdução, A Pesquisa, Revisão De Literatura, Referencial Teórico, Percurso Metodológico, Ambiente De Investigação, Análise Dos Dados, Conclusão, Referências* e *Apêndices.*

No capítulo *Introdução* apresenta-se a trajetória acadêmica da pesquisadora e a organização da tese.

No capítulo *A Pesquisa* apresenta-se o tema, o problema da investigação, os objetivos geral e específicos e a justificativa da escolha da temática, tendo essa pesquisa uma abordagem qualitativa com foco no estudo de caso. O intuito desse capítulo é descrever o que norteou o desenvolvimento da tese e evidenciar como o município de Canoas instiga as formações e o aprimoramento de seus professores frente aos programas de incentivo e valorização da educação.

No capítulo *Revisão de Literatura* apresenta-se o levantamento realizado no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, na Biblioteca Digital Brasileira de Dissertações e Teses – BDTD e em periódicos e anais de eventos nacionais e internacionais sobre a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental. O objetivo desse capítulo é apontar os trabalhos desenvolvidos sobre equações nos anos finais do Ensino Fundamental entre os anos de 2010 e 2017 e a classificação realizada dessas produções acadêmicas quanto a temáticas como erros com equações, análise de resolução de equações, resolução de problemas com equações, lúdico e livro didático, assim como se as pesquisas eram com alunos, sobre formação inicial, formação continuada ou referencial teórico.

No capítulo *Referencial Teórico* apresenta-se a literatura sobre formação continuada de professores de matemática, grupos colaborativos, competência de observar com sentido com professores de matemática, tarefas matemáticas, trajetória hipotética de aprendizagem e os obstáculos epistemológicos, baseada em autores como Libâneo, Perround, Nóvoa, Alarcão, Imbernón, Morin, Fiorentini, Llinares, Smith e Stein, Simon e Pais, entre outros.

No capítulo *Percurso Metodológico* apresenta-se o desenvolvimento da pesquisa, a coleta e a análise dos dados, os instrumentos de pesquisa e a descrição dos encontros. O capítulo traz um apanhado geral sobre os caminhos percorridos nesse processo de investigação, aplicação e análise da pesquisa.

No capítulo *Ambiente de Investigação* apresenta-se como foram desenvolvidas as formações continuadas com os professores de Matemática no município de Canoas, a organização do material para 2019 e 2020 e o que foi trabalhado em cada encontro. O objetivo desse capítulo é exibir o cronograma das formações, descrever o que foi trabalhado em cada encontro, expor o material desenvolvido para as formações e nas formações pelos professores do grupo colaborativo.

No capítulo *Análise dos Dados* apresentam-se o perfil dos professores do grupo colaborativo, a análise das formações continuadas, a análise da aplicação da THA, as dificuldades encontradas, os indícios do desenvolvimento/qualificação do *Observar com Sentido* e as considerações finais. O capítulo tem o propósito de identificar o perfil dos professores participantes, analisar as formações tanto na visão dos professores do grupo colaborativo quanto da(s) pesquisadora(s), descrever as conclusões realizadas pelos professores participantes sobre a aplicação da THA e as dificuldades encontradas tanto por parte dos professores como dos alunos, determinar os indícios do Observar com sentido na visão dos professores e apresentar as considerações desse trabalho e das análises realizadas.

Na *Conclusão* apresenta-se os perfazimentos da tese, tanto em relação as formações, as análises, ao grupo colaborativo, ao Observar com Sentido, as tarefas matemáticas e suas classificações conforme a demanda cognitiva, a aplicação da THA e as questões inerentes à investigação. O objetivo é responder as questões elencadas na Tese, apresentar se foi válido o desenvolvimento da THA, se auxiliou no aprimoramento/qualificação do planejamento dos professores e se esses identificaram se a competência de Observar com Sentido foi desenvolvida.

Nas *Referências* apresenta-se todos os autores mencionados nessa tese. O objetivo é elencar todas as obras, produções acadêmicas e *sites* utilizados para a pesquisa.

Nos *Apêndices* apresenta-se os materiais disponibilizados aos professores do grupo colaborativo e desenvolvidos nas formações para aplicação da THA e demais materiais indispensáveis para compreensão e análise da pesquisa. O objetivo é exibir todo o material trabalhado com os professores do grupo colaborativo tais como slides, fichas de acompanhamento da pesquisa e/ou autorizações e o levantamento da revisão de literatura.

Pretende-se com essa descrição dos capítulos passar a ideia da estruturação de toda pesquisa, apontando os tópicos mais relevantes aos leitores e, assim, instigar o apreço pela leitura dessa Tese.

2 A PESQUISA

Esta pesquisa se caracteriza no percurso de uma formação continuada por meio de um grupo colaborativo de professores de Matemática da rede Municipal de Canoas, a fim de desenvolver o planejamento de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), visando a qualificação da competência de *Observar com Sentido*, com foco no conteúdo de Equações nos anos finais do Ensino Fundamental na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018).

2.1 TEMA DE PESQUISA

O tema da investigação desta tese é a Formação Continuada em um Grupo Colaborativo, com Professores de Matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, no Município de Canoas, tendo como base desenvolver/qualificar a competência docente de *Observar com Sentido* a temática de Equações.

Considera-se primordial realizar a pesquisa fundamentada no tema Equações, visto que é uma das temáticas apresentadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e que ocorreu uma considerável mudança do tratamento didático, com a indicação de desenvolvimento da temática em todos os anos finais do Ensino Fundamental.

2.2 PROBLEMA DA INVESTIGAÇÃO

Na prática profissional docente a competência de *Observar com Sentido* situações de ensino e aprendizagem em Matemática tem-se revelado uma atividade complexa, uma vez que exige a mobilização de diferentes domínios do conhecimento em situações em que o professor deve tomar decisões que, às vezes, criam a necessidade de gerenciar *dilemas de ensino*[2] (Llinares, 2013; Sánchez-Matamoros, Fernandez, Llinares, 2014).

Considerando que competências profissionais são desenvolvidas ao longo do processo de formação, tanto inicial como continuada, é importante que o professor tenha formação permanente durante toda sua vida profissional. Entende-se que uma formação será de qualidade se ocorrer com outros professores que estejam atuando efetivamente na área, formando grupos de colaboração que se reúnem para refletir, trocar experiências e qualificar o trabalho docente, discutindo os dilemas de ensino que enfrentam em seu trabalho diário.

[2] Para o autor, "gerenciar dilemas de ensino” por parte dos professores significa tomar decisões entre duas ou mais situações conflitantes referentes ao desenvolvimento do ensino e aprendizagem dos alunos, podendo ser: metodologias de ensino; objetivos a serem desenvolvidos; conteúdos a serem desenvolvidos e atividades didáticas.

Neste sentido esta pesquisa busca responder ao seguinte problema: **Como os professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, ao participarem de um grupo colaborativo, qualificam a competência de observar com sentido situações de ensino e aprendizagem e aperfeiçoam seu planejamento didático quando identificam e discutem as dificuldades apresentadas pelos alunos ao desenvolverem uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem com equações na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular - BNCC?**

Na busca de respostas para o problema de pesquisa originaram-se outras questões que foram investigadas junto ao grupo de formação continuada:

a) Como um grupo em Formação Continuada, atuando com a metodologia de Grupos Colaborativos, pode qualificar e auxiliar no planejamento didático dos professores investigados?

b) Como desenvolver uma *Trajetória Hipotética de Aprendizagem*[3] (THA) com a temática Equação no Ensino Fundamental, com atividades de acordo com os graus de dificuldades e considerando os obstáculos epistemológicos da temática em questão?

c) Quais os aspectos que são mobilizados em um grupo de formação continuada de professores de Matemática no que diz respeito a conteúdos, metodologias e dificuldades relativos à temática investigada?

2.3 OBJETIVOS

Buscando respostas ao problema de pesquisa definiu-se o objetivo geral e os objetivos específicos que direcionam esta investigação.

2.3.1 Objetivo Geral

Essa pesquisa tem como objetivo geral investigar a qualificação da competência de *Observar com Sentido* a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC em um grupo de formação continuada de professores de Matemática no Município de Canoas.

2.3.2 Objetivos Específicos

A partir do objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

[3] Simon (1993) descreve que uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem se baseia no caminho pelo qual o aprendizado pode prosseguir. É hipotético, pois faz uma previsão da trajetória do aprendizado, ou seja, onde se pretende chegar com o aprendizado do aluno.

a) Diagnosticar como os professores participantes da pesquisa desenvolvem o processo de ensino e aprendizagem com a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental;

b) Investigar a formação continuada em um Grupo Colaborativo de professores de Matemática da Rede Municipal de Canoas discutindo o tema Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC;

c) Investigar como desenvolver uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) com a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental de acordo com a disposição da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) colaborativamente com os professores participantes;

d) Investigar as evidências do desenvolvimento/qualificação/ampliação da competência de *Observar com Sentido* quando os professores atuam em um grupo colaborativo.

2.4 JUSTIFICATIVA DA ESCOLHA DA TEMÁTICA DE PESQUISA

Justifica-se essa pesquisa pela importância da temática Equações na perspectiva da BNCC (BRASIL, 2018), alicerçada no trabalho desenvolvido no município em relação às avaliações externas SAEB e Canoas Avalia. Apoia-se também no quadro de metas projetadas e no IDEB observado das 44 escolas da rede de ensino, além de se fundamentar no comparativo dos conceitos e procedimentos dos PCNs (BRASIL.1998) e nos objetos de conhecimento da BNCC para Equações nos anos finais do Ensino Fundamental.

Acredita-se que é por meio da formação continuada que os professores aprimoram seus planejamentos e buscam metodologias que possam auxiliá-los na construção do conhecimento a ser adquirido pelos alunos. Entende-se que a troca de experiências, o diálogo com seus pares e os estudos em grupo possibilitam aperfeiçoar a competência de *Observar com Sentido* a prática profissional.

Esta investigação tem como foco desenvolver uma Formação Continuada com professores de Matemática que atuam nas escolas da rede municipal de Canoas, no estado do Rio Grande do Sul, com a temática Equações. Sendo assim, entende-se conveniente apresentar a caminhada educacional da rede municipal de Canoas, estabelecendo a relação com a justificativa da escolha da temática de pesquisa.

O Ministério da Educação (BRASIL, 2005) criou o SAEB com o objetivo de avaliar a Educação Básica brasileira contribuindo para a melhoria da qualidade da educação e procura, também, oferecer dados e indicadores que possibilitem maior compreensão dos fatores que influenciam o desempenho dos alunos nas áreas e anos avaliados.

O Município de Canoas está dividido em quadrantes, conforme apresenta-se na figura 1. Sendo esses: Noroeste, Nordeste, Sudeste e Sudoeste. As 44 escolas de Ensino Fundamental estão localizadas da seguinte forma nestes quadrantes:

- Quadrante Nordeste – 16 escolas;
- Quadrante Noroeste – 12 escolas;
- Quadrante Sudoeste – 10 escolas;
- Quadrante Sudeste – 6 escolas.

Figura 1– Mapa da Divisão Territorial do Município de Canoas - Quadrantes e Bairros

Fonte: Secretaria Municipal de Desenvolvimento Social e Geocanoas/ICXXI.

O Município atende uma população de quase 30 000 alunos, no Ensino Fundamental Anos Iniciais e Finais. Sendo que alguns problemas afetam a aprendizagem desses estudantes. Dentre eles estão a faixa etária, a evasão escolar, a repetência, a falta de interesse e os problemas familiares.

O Município de Canoas, por meio da Secretaria Municipal da Educação (SME), regularmente promove formações continuadas aos professores da rede de ensino, buscando alcançar um dos objetivos propostos que é chegar às metas desejáveis do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

O IDEB foi criado em 2007 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), formulado para medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria do ensino.

O IDEB funciona como um indicador nacional que possibilita o monitoramento da qualidade da Educação pela população por meio de dados concretos, com o qual a sociedade pode se mobilizar em busca de melhorias. Para tanto, o IDEB é calculado a partir de dois componentes: a taxa de rendimento escolar (aprovação) e as médias de desempenho nos exames aplicados pelo Inep. Os índices de aprovação são obtidos a partir de Censo Escolar realizado anualmente.

As médias de desempenho utilizadas são as da Prova Brasil, para escolas e municípios, e do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), para os estados e o País, realizados a cada dois anos. As metas estabelecidas pelo IDEB são diferenciadas para cada escola e rede de ensino, com o objetivo único de alcançar 6 (seis) pontos até 2022, média correspondente ao sistema educacional dos países desenvolvidos.

A seguir apresenta-se as metas projetadas e o IDEB observado na 8ªsérie/9ºano do Ensino Fundamental em Matemática, para o Município de Canoas e para cada escola da rede, no período de 2007 a 2021, conforme figura 2.

Figura 2 – Metas projetadas e IDEB observado da 8ªsérie/9ºano do Município de Canoas

ANO	Meta projetada	IDEB observado
2007	3,7	3,5
2009	3,8	3,5
2011	4.1	3,9
2013	4,5	3,9
2015	4,9	4,0
2017	5,1	4,0
2019	5,4	4,3
2021	5,6	?

Fonte: Dados IDEB/INEP.

Analisando o quadro, o IDEB para a 8ªsérie/9ºano do Ensino Fundamental de 2007 a 2019 não atingiu a meta projetada para o Município de Canoas, contudo, essa é uma média geral que engloba as 44 (quarenta e quatro) escolas da rede. Para identificar o IDEB observado em cada escola e quais delas atingiram ou superaram a meta projetada em cada ano, na figura 3 apresenta-se um quadro comparativo da meta projetada e do IDEB observado de todas as escolas da rede em todos os anos em que ocorreram a avaliação.

De acordo com Ministério da Educação (MEC) e o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), apresenta-se o motivo pelos quais o IDEB das escolas de Educação Básica não foi calculado, pois as escolas enquadraram-se em uma das seguintes situações, a saber: A. Escolas privadas; B. Escolas exclusivamente de Educação Profissional; C. Escolas exclusivamente de Educação de Jovens e Adultos; D. Escolas exclusivamente de Educação Especial; E. Escolas exclusivamente de Ensino Médio Normal/Magistério; F. Escolas indígenas que não ministram a Língua Portuguesa como primeira língua; G. Escolas públicas que oferecem ensino fundamental e/ou ensino médio que não realizaram o SAEB por terem menos de 10 alunos matriculados nas etapas avaliadas (5º ano, 9º ano e 3ª ou 4ª série do ensino médio tradicional e integrado – não considera turmas multisseriadas ou de correção de fluxo), em classes comuns (não considera turmas da educação especial), conforme declaração prestada ao Censo Escolar 2019; H. Escolas pertencentes às redes municipais que não aderiram ao SAEB 2019; I. Escolas que realizaram o SAEB 2019, mas não prestaram informações ao Censo Escolar sobre os alunos aprovados e, por isso, não tiveram a taxa de aprovação calculada; J. Escolas que não registraram o mínimo de 10 estudantes presentes no momento da aplicação dos instrumentos do SAEB; K. Escolas em que o número de alunos participantes do SAEB 2019 não alcançou 80% dos alunos matriculados na etapa avaliada (Portaria nº 366, de 29 de abril de 2019).

As escolas, EMEF Paulo Freire e a EMEF Governador Leonel de Moura Brizola são escolas novas no município, devido a esse fator não apresentam o índice do IDEB em todos os anos.

Figura 3 – Comparativo do IDEB[4] das escolas municipais de Canoas - 8ª série/9º ano

ANO	2007		2009		2011		2013		2015		2017		2019		2021	
EMEF	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*
Arthur Oscar Jochims	*	3,2	3,3	2,8	3,5	3,2	3,8	3,7	4,2	3,1	4,4	*	4,7	4,6	5,0	
Arthur Pereira De Vargas	4,0	3,9	4,2	3,9	4,4	4,2	4,8	4,5	5,2	4,6	5,4	4,2	5,7	*	5,9	
Assis Brasil										4,9	5,1	4,6	5,4	2,8	5,6	
Barão De Mauá										4,8	5,0	4,6	5,3	5,1	5,5	
Carlos Drummond De Andrade	4,0	3,3	4,1	3,3	4,4	4,4	4,8	4,0	5,2	3,3	5,4	2,9	5,7	3,0	5,9	
Castelo Branco										4,7	4,9	4,7	5,2	4,9	5,4	
Ceará										3,9	4,1	*	4,4	*	4,6	
Coronel Francisco Pinto Bandeira								3,3	3,5	2,5	3,8	3,5	4,0	3,6	4,3	
David Canabarro										3,9	4,2	3,3	4,4	4,6	4,7	
Dr. Nelson Paim Terra						3,6	4,0	3,6	4,3	4,1	4,5	*	4,8	*	5,0	
Duque de Caxias						4,6	4,8	4,0	5,1	4,3	5,4	4,2	5,6	*	5,8	
Engenheiro Ildo Menghetti										4,7	4,9	4,3	5,1	4,5	5,4	
ErnaWurth		3,8	3,9	2,4	4,1	3,1	4,5	*	4,8	4,2	5,0	*	5,3	*	5,5	
Farroupilha	4,8	4,7	4,9	4,7	5,2	4,4	5,6	4,1	5,9	4,3	6,1	4,7	6,3	4,6	6,5	
General Neto										4,5	4,7	3,8	5,0	5,0	5,2	
General Osório										3,5	3,8	4,5	4,0	*	4,3	
Gonçalves Dias								3,8	4,1	3,4	4,3	4,1	4,6	4,3	4,8	
Governador Leonel De Moura Brizola														6,2	6,4	

---

[4] Lacunas no quadro, conforme Inep: http://idebescola.inep.gov.br/ideb/consulta-publica
Número de participantes no Saeb insuficiente para que os resultados sejam divulgados;
Solicitação de não divulgação conforme Portaria Inep nº 410 de 3 de novembro de 2011 ou nº 304 de 24 de junho de 2013;
Sem média no Saeb (não participou ou não atendeu os requisitos necessários para ter o desempenho calculado);
Não divulgado por solicitação da Secretaria/Escola devido a situações adversas no momento da aplicação;
Calculado a partir da proficiência média dos alunos nas avaliações estaduais, em decorrência do extravio de provas e impossibilidade do cálculo da proficiência para o Saeb.

ANO	2007		2009		2011		2013		2015		2017		2019		2021	
EMEF	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*	*Meta projetada*	*IDEB observado*
Governador Walter Peracchi De Barcellos										4,1	4,3	*	4,6	*	4,8	
Guajuviras	3,6	2,9	3,8	2,4	4,1	3,4	4,5	3,3	4,9	3,8	5,1	*	5,4	3,5	5,6	
Ícaro	4,1	3,9	4,2	4,4	4,5	4,7	4,9	4,5	5,3	5,3	5,5	3,6	5,6	5,4	6,0	
Irmão Pedro	3,4	3,2	3,6	3,7	3,8	3,8	4,2	*	4,6	4,1	4,9	3,8	5,1	4,4	5,4	
Jacob Longoni										5,2	5,4	*	5,6	*	5,8	
João Palma da Silva										4,2	4,4	4,0	4,7	*	4,9	
João Paulo I		3,1	3,1	4,3	3,4	3,8	3,7	3,7	4,0	4,7	4,3	4,5	4,6	*	4,8	
Max Adolfo Oderich	4,3	3,6	4,4	3,0	4,7	3,5	5,1	3,4	5,4	3,5	5,7	*	5,9	3,6	6,2	
Ministro Rubem Carlos Ludwig						4,0	4,2	4,1	4,5	4,4	4,8	*	5,0	3,7	5,3	
Monteiro Lobato	3,8	3,5	4,0	3,6	4,3	3,5	4,7	3,9	5,0	3,5	5,3	3,1	5,5	4,0	5,8	
Paulo Freire												*		*		
Paulo VI		2,2	2,6	2,4	3,0	3,1	3,6	*	4,0	2,3	4,3	2,9	4,5	*	4,8	
Pernambuco										4,1	4,3	3,9	4,6	*	4,8	
Prefeito Edgar Fontoura	4,9	4,0	5,1	4,4	5,3	4,1	5,7	4,2	6,0	4,4	6,3	5,0	6,5	4,9	6,7	
Prof. Thiago Wurth	3,3	3,2	3,5	3,3	3,8	3,9	4,2	*	4,6	*	4,8	3,6	5,1	*	5,3	
Profa. Nancy Ferreira Pansera	3,0	3,0	3,2	3,3	3,4	3,2	3,8	3,6	4,2	4,1	4,5	*	4,8	3,7	5,0	
Profa. Odette Yolanda Oliveira Freitas	3,8	3,3	3,9	3,3	4,2	4,6	4,6	3,4	5,0	3,1	5,2	4,6	5,5	*	5,7	
Prof. Dr. Rui Crine Lima												*		*		
Rio de Janeiro						4,2	4,4	4,7	4,7	3,8	4,9	4,0	5,2	*	5,4	
Rio Grande do Sul	3,7	3,2	3,9	3,7	4,2	3,9	4,6	4,1	5,0	4,2	5,2	4,3	5,5	4,4	5,7	
Rondônia	3,8	4,0	4,0	3,5	4,2	4,1	4,6	4,1	5,0	4,8	5,3	*	5,5	*	5,8	
Santos Dumont										3,3	3,6	3,8	3,9	*	4,2	
Sete de Setembro												4,4	4,6	*	4,9	
Tancredo de Almeida Neves										5,0	5,2	4,4	5,5	*	5,7	
Theodoro Bogen		4,0	4,1	3,5	4,3	4,9	4,7	4,1	5,0	3,3	5,3	4,7	5,5	5,0	5,7	

Fonte: Dados IDEB/INEP.

Com base nos dados apresentados observa-se que das 44 (quarenta e quatro) escolas 13 (treze) atingiram as metas desejadas ou superaram, no período de 2007 a 2019, sendo que 10 (dez) escolas atingiram ou superaram as metas uma vez, 2 (duas) escolas atingiram ou superaram as metas duas vezes e 1(uma) escola atingiu ou superou as metas projetadas três vezes.

Devido ao levantamento realizado sobre os dados do IDEB na rede municipal de Canoas, ocorreu um expressivo movimento com relação às políticas públicas da Educação no município, no qual foi repensado o sistema de avaliação da rede.

A política de avaliação externa pensada para Canoas em 2012, expressa no Sistema de Avaliação da Educação Municipal (SAEM) permite que os gestores e profissionais da educação identifiquem o desempenho dos alunos em processo de escolarização por meio do Canoas Avalia (instrumento epistemológico de avaliação).

Segundo Rosa (2012), as políticas públicas para os diferentes níveis e modalidades de ensino em Canoas pretendem propor uma coerência interna das políticas educacionais, sua organicidade na busca de um reordenamento da educação evidenciando o caráter de gestão descentralizadora e democrática realizada por meio dessa pasta pública.

Segundo Bauman (2000), [...] a arte da política, se for democrática, é a arte de desmontar os limites à liberdade dos cidadãos; mas também a arte de autolimitação; a de libertar os indivíduos para capacitá-los a traçar, individual e coletivamente, seus próprios limites individuais e coletivos (BAUMAN, 2000, p.12).

O Canoas Avalia se configura como um significativo instrumento epistemológico do sistema avaliativo que compõe o Programa de Qualidade e Valorização da Educação Municipal (PQVEM).

Rosa (2012) acrescenta que o Programa de Qualidade e Valorização da Educação Municipal institui por meio do Decreto Municipal nº 832, de 11 de agosto de 2009, o Sistema de Avaliação da Educação Municipal (SAEM), tendo como finalidade: impactar a Educação municipal por meio de inovações em práticas de gestão; promover a participação focada no respeito, no diálogo, na identificação dos problemas e nas soluções criativas e inventivas às necessidades do processo educacional; contribuir para a redução da evasão, da reprovação, da distorção idade/série, mediante a implementação de ações pedagógicas para a melhoria de condições para o rendimento e o aproveitamento escolar; garantir o acesso, a qualidade, a equidade e a permanência das crianças na escola mediante o incremento de iniciativas que minimizem a seletividade e a exclusão social; promover políticas públicas que garantam os princípios da democracia nos diferentes enfoques da gestão pública educacional.

Rosa (2012) relata ainda que o instrumento Canoas Avalia, dispositivo de qualidade na educação escolarizada, se inscreve como uma experiência ousada, inovando e indicando caminhos e alternativas para entender a necessidade e a urgência do avanço nessa área, utilizando lentes trifocais da determinação, do desafio e da tecnologia, objetivando cumprir os desafios da educação de qualidade, entendendo-os como uma ferramenta que articula diferentes movimentos de investigar, de diagnosticar e de acompanhar a práxis educativa.

O Canoas Avalia é um instrumento constituído por quatro cadernos específicos: linguagem, matemática, ciências naturais e ciências humanas em que os marcos de aprendizagem, que aparecem sob questões objetivas, foram construídos a partir das recorrências dos anos/séries de aplicação. Os instrumentos são elaborados por uma comissão de professores das diferentes áreas e dos anos/séries em que são aplicados. O Canoas avalia é realizado em duas etapas, de forma diagnóstica, para todos os anos do ensino fundamental. No início do ano, no mês de março, período no qual toda a rede aplica a avaliação em uma mesma data estabelecida pela mantenedora; e no final do ano entre os meses de outubro e novembro.

Para Damasco e Fiuza (2016), o Canoas Avalia é um processo importante do ensino e aprendizagem, sendo uma das formas de perceber os avanços e as dificuldades dos estudantes, colaborando para que os professores possam traçar rumos e adequar metodologias que poderão ser aplicadas em sala de aula. A elaboração do Canoas Avalia está de acordo com o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Segundo Damasco e Fiuza (2016), a elaboração do Canoas Avalia na área de Matemática colabora com esse processo de diagnóstico das habilidades e competências dos estudantes da rede, ao procurar indicar as necessidades, os obstáculos e as potencialidades dos estudantes.

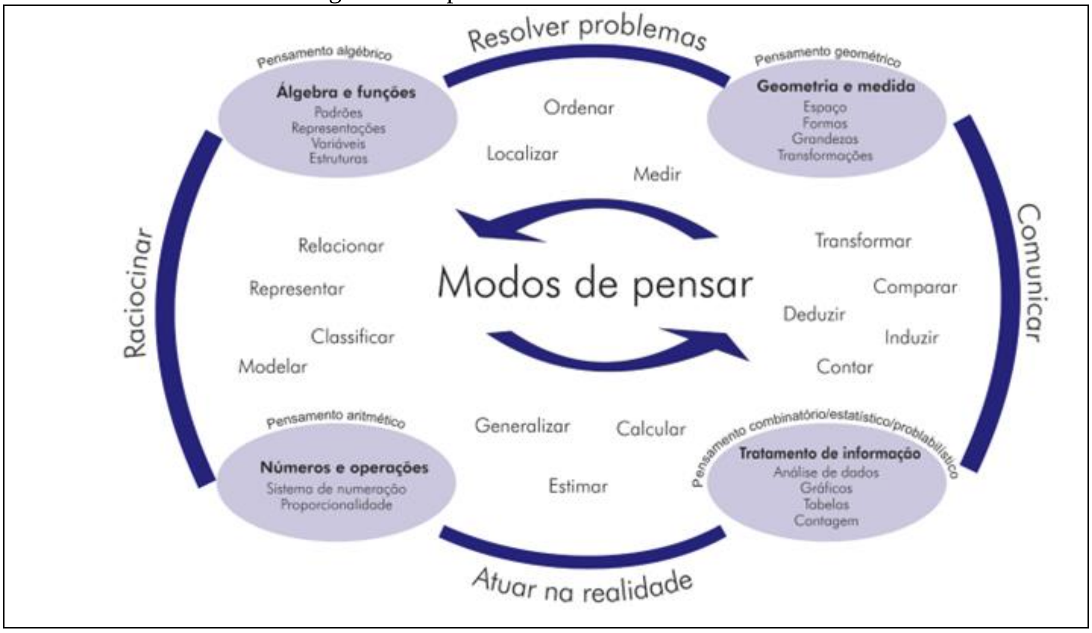
As autoras corroboram que os resultados poderão determinar futuras correções no processo de aprendizagem, indicando conceitos matemáticos que deverão ser trabalhados com mais profundidade e quais formações continuadas de professores poderão contribuir para a melhoria da aprendizagem e consequentemente na melhora do desempenho dos estudantes.

Segundo Perrenoud (1999), é dada à escola a missão de desenvolver inteligências que atendam às necessidades da sociedade atual, capacitando o sujeito às diferenças e às mudanças, sejam elas quais forem e, para que esse objetivo seja alcançado, são necessários conhecimentos matemáticos e um ensino voltado para o desenvolvimento de competências que leve os estudantes à compreensão e à aplicabilidade dessas competências em outras áreas do conhecimento e na resolução de problemas.

Para Mattos (2012, p.91), o Pensamento Matemático "é produto da atividade mental da criança e o trabalho com os objetos, sendo o suporte essencial para a construção desse pensamento". De acordo com o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (2009, v.3, p.46) o Pensamento Matemático é classificado em Aritmético, Algébrico, Geométrico e Combinatório/Estatístico/Probabilístico. Damasco e Fiuza (2016) apresentam quais conceitos relacionados com os Conceitos Estruturantes da Área da Matemática dentro dos quatro Pensamentos Matemáticos nortearam a construção do Canoas Avalia.

Na figura 4, apresentam-se os diferentes Pensamentos Matemáticos que devem ser desenvolvidos no Ensino Fundamental, de acordo com o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (2009).

Figura 4 – Tipos de Pensamento Matemático



Fonte: Referencial Curricular do Rio Grande do Sul, 2009, p.46.

Damasco e Fiuza (2016) mencionam ainda que, de acordo com o SAEB e dentro dessa perspectiva, no que se refere à Matemática, foram observadas habilidades e competências na elaboração das questões do Canoas Avalia definidas em unidades chamadas Descritores, agrupados em temas que compõem a Matriz de Referência da disciplina.

Os temas que descrevem as habilidades, segundo o SAEB são: Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Números e Operações/Álgebra e Funções; Tratamento da Informação.

As autoras informam que cada tema da Matriz de Referência da Matemática é constituído de itens que descrevem as habilidades que serão avaliadas, chamados de Descritores. Cada questão do instrumento do Canoas Avalia apresentou o descritor que estava sendo considerado, possibilitando uma análise detalhada de quais conceitos os estudantes apresentaram maiores dificuldades e quais possíveis caminhos percorrer para ajudá-los na melhora do desempenho e da aprendizagem.

Para melhor compreensão da elaboração do instrumento de avaliação Canoas Avalia, as autoras Damasco e Fiuza (2016) apresentam como foram elaboradas as avaliações.

As questões selecionadas para o instrumento de avaliação Canoas Avalia na área de Matemática foram adaptadas conforme as orientações do SAEB. Para cada ano do Ensino Fundamental II foram selecionadas 10 atividades classificadas conforme os descritores da Matemática, observando os quatro temas de habilidade: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações/Álgebra e Funções e Tratamento da Informação.

Na figura 5, apresenta-se uma visão geral dos descritores do SAEB e dos temas de abrangências de cada ano. Foram adotadas as letras iniciais de cada tema para classificar as atividades - Espaço e Forma (E.F.), Grandezas e Medidas (G.M.), Números e Operações/Álgebra e Funções (N.O.) e Tratamento da Informação (T.I.).

Figura 5 – Habilidades nas questões do Instrumento de Avaliação: Canoas Avalia

	Q1	**Q2**	**Q3**	**Q4**	**Q5**	**Q6**	**Q7**	**Q8**	**Q9**	**Q10**
6º	D4 E.F.	D5 E.F.	D19 N.O.	D22 N.O.	D23 N.O.	D24 N.O.	D25 N.O.	D26 N.O.	D28 T.I.	D36 T.I.
7º	D5 E.F.	D6 E.F.	D20 N.O.	D25 N.O.	D23 N.O.	D24 N.O.	D28 N.O.	D26 N.O.	D34 N.O.	D36 T.I.
8º	D3 E.F.	D26 N.O.	D9 E.F.	D18 N.O.	D23 N.O.	D29 N.O.	D25 N.O.	D32 N.O.	D28 N.O.	D36 T.I.
9º	D3 E.F.	D17 N.O.	D10 E.F.	D33 N.O.	D26 N.O.	D28 N.O.	D27 N.O.	D31 N.O.	D30 N.O.	D36 T.I.

Fonte: Secretaria Municipal de Educação de Canoas.

A BNCC descreve que o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica e que, no Ensino Fundamental, por meio de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade – essa área precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações e associem essas representações a uma atividade matemática, fazendo induções e conjecturas (BRASIL, 2018). Em acréscimo, espera que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações.

Esse documento norteador das competências e habilidades salienta ainda que a área da Matemática e, por consequência, o componente curricular de Matemática devem garantir aos alunos o desenvolvimento de competências específicas. Sendo assim a BNCC (BRASIL,

2018) estabelece oito competências que devem ser relacionadas ao estudo de Matemática no ensino fundamental:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana;
2. Desenvolver o raciocínio lógico;
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática;
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos;
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas;
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos;
7. Desenvolver e/ou discutir projetos;
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa.

Com base na temática de pesquisa “Equações” no Ensino Fundamental anos finais, averiguou-se que a BNCC (BRASIL, 2018), apresenta que a unidade temática Álgebra, tem como finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico e para que isso aconteça é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos e que criem, interpretem e transitem entre as diversas representações gráficas e simbólicas para resolver problemas por meio de equações e inequações com compreensão dos procedimentos utilizados.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), especificamente os alunos do Ensino Fundamental anos finais, devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação.

A BNCC (BRASIL, 2018), enfatiza ainda que a aprendizagem de Álgebra pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema apresentadas em língua materna em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.

A seguir apresenta-se um quadro comparativo entre os conceitos e procedimentos descritos nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1998) e os objetos de conhecimentos da BNCC (BRASIL, 2018), sendo que para os PCNs as unidades temáticas são Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação e para a BNCC são Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Buscou-se nesta comparação identificar os conteúdos desenvolvidos nesses documentos, o que era trabalhado nos PCNs e o que está previsto a ser trabalhado na BNCC em cada série/ano.

Como o foco dessa investigação é a temática Equações no Ensino Fundamental anos finais, realizou-se uma análise mais específica nesta temática, visto que houve uma grande reformulação em relação a Equações na BNCC.

Vale destacar que nos PCNs o conteúdo de equações era desenvolvido junto aos conceitos e procedimentos de Números e Operações/Álgebra e Funções.

Na figura 6, apresenta-se o quadro comparativo dos PCNs no 3º e 4º ciclos com a BNCC do 6º aos 9º anos, na unidade temática Álgebra.

Figura 6 – Comparativo entre os PCNs – 3º e 4º ciclos e a BNCC – 6º aos 9º anos

Quadro Comparativo da Unidade Temática "Álgebra"			
PCNs		**BNCC**	
Ciclo Série	**Conceitos e Procedimentos**	**Ano**	**Objetos de Conhecimento**
3º ciclo 5ª e 6ª séries	• Resolução de situações-problema que envolve a ideia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não convencionais. • Resolução de problemas de contagem, incluindo os que envolvem o princípio multiplicativo, por meio de estratégias variadas, como a construção de esquemas e tabelas. • Utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas. • Compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas. • Construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples.	**6º ano**	• Propriedades da igualdade. **(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.** • Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo. **(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.**
		7º ano	• Linguagem algébrica: variável e incógnita. **(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.** **(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.** **(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.** • Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica. **(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.** • Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas

			inversamente proporcionais. **(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.** • Equações polinomiais do 1º grau. **(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.**
4º ciclo 7ª e 8ª séries	• Resolução de situações-problema de contagem, que envolvem o princípio multiplicativo, por meio de estratégias variadas, como a construção de diagramas, tabelas e esquemas sem a aplicação de fórmulas. • Resolução de problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas, incluindo a regra de três. • Identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais (afim ou quadrática), expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando no plano cartesiano. • Tradução de situações-problema por equações ou **inequações do primeiro grau,** utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta. • Resolução de situações-problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta. • Construção de procedimentos para calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas, utilizando as propriedades conhecidas. • Obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações.	**8º ano**	• Valor numérico de expressões algébricas. **(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.** • Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano. **(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.** • Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano. **(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.** • Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$. **(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo ax2 = b.** • Sequências recursivas e não recursivas. **(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.** **(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.** • Variação de grandezas: diretamente proporcionais ou inversamente

	• Resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta.		proporcionais ou não proporcionais. **(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.** **(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.**
		9º ano	• Funções: representações numérica, algébrica e gráfica. **(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.** • Razão entre grandezas de espécies diferentes. **(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.** • Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. **(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.** • Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis. • Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações. **(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.**

Fonte: Adaptado de BRASIL (1998, 2018).

Como apresentado anteriormente, o foco dessa investigação são as Equações no Ensino Fundamental. A BNCC (BRASIL, 2018) busca desenvolver os objetos do conhecimento de um mesmo conteúdo de maneira a dar ênfase diferente a cada ano de escolarização.

Observou-se que, ao serem trabalhadas, as Equações permeiam os anos finais do Ensino Fundamental de forma abrangente. A fim de não desenvolver este conteúdo de forma estanque em um determinado ano, os alunos, ao estudarem sobre o tema, conseguem ampliar seus conhecimentos de modo que façam sentido à aplicação em todos os anos no decorrer do Ensino Fundamental.

Diante da preocupação com o aprendizado em Matemática, organizou-se uma Formação Continuada em um Grupo Colaborativo com os professores da rede Municipal de Canoas nos anos de 2019 e 2020, desenvolvendo uma THA, utilizando atividades classificadas com diferentes Demandas Cognitivas (SMITH; STEIN, 1998) e recursos didáticos manipuláveis, identificando os obstáculos epistemológicos que ficam evidenciados pelos estudantes deste nível de ensino quando resolvem as atividades propostas.

Foi utilizada na THA a dissertação de Damasco (2008) com a temática Equação na 6ª série, atualmente 7º ano do Ensino Fundamental, com o título: "Equações do 1º Grau: uma experiência utilizando Engenharia Didática".

A dissertação de Damasco (2008) teve como objetivo geral investigar as causas que levam os alunos a apresentarem dificuldades na resolução das equações do 1º grau no Ensino Fundamental, a falta de compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo e desenvolver uma metodologia adequada seguindo as fases de uma Engenharia Didática, com o conteúdo de equações do 1º grau na 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental. Os objetivos específicos foram: investigar se os alunos de 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental utilizam os princípios aditivo e multiplicativo para resolver equações do 1º grau; implementar uma experiência de ensino na 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental com o conteúdo de Equações do 1º Grau.

Para isso foi desenvolvida uma Sequência Didática para Equações do 1º Grau, utilizando a Metodologia Engenharia Didática tanto para o desenvolvimento da sequência didática aplicada aos estudantes investigados quanto para a análise dos dados coletados.

Os resultados apontaram que os alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, não utilizavam os princípios aditivo e multiplicativo porque não os conheciam, pois ao terem participado de aulas que desenvolviam atividades com recursos didáticos adequados, os alunos construíam a compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo e os aplicavam na resolução algébrica de equações do 1º grau.

Constatou-se que uma sequência didática que possibilite aos alunos a utilização de recursos que facilitem o entendimento do conteúdo de equações de 1º Grau, que privilegiem a ação do aluno e com o professor agindo como um mediador dentro dos princípios construtivistas de ensino, promovem uma compreensão adequada dos conceitos.

Outro resultado que se evidenciou foi a importância da escolha e utilização do livro didático, pois essa deverá conter todos os critérios para se desenvolver uma metodologia adequada que privilegie a compreensão dos conceitos, os princípios de equações do 1º grau e a utilização da metodologia de resolução de problemas.

Da mesma forma, outros recursos como a utilização de livros paradidáticos e de *softwares* educativos permitem ao aluno concluir e construir seus conceitos em relação às equações de 1º Grau, motivando-os ao estudo e permitindo que permaneçam interessados durante as aulas. A atividade na sequência didática utilizada que mais lhes interessou foi o jogo do “azul e vermelho”, demonstrando que o lúdico no ensino da Matemática para alunos da 6ª série é importante e motiva para o estudo, além disso, a concentração nas atividades possibilita uma reflexão sobre os conceitos a serem desenvolvidos, levando à compreensão com mais facilidade.

Outro resultado importante da pesquisa foi o uso de uma sequência didática com recursos instrucionais adequados que permite ao professor o desenvolvimento de aulas mais eficientes no conteúdo de equações do 1º grau.

Um dos resultados mais evidentes foi a utilização da metodologia Engenharia Didática, pois possibilitou tanto para o professor/pesquisador como para o aluno objeto da investigação a organização e a compreensão do conteúdo em desenvolvimento, bem como a construção de conceitos. Essa metodologia facilitou ao professor organizar sua sequência didática utilizando recursos já existentes, propiciando também ao aluno a motivação e despertando o interesse pelo conhecimento matemático. O professor se torna, além de mediador, um organizador de conhecimentos metodológicos, conseguindo com facilidade visualizar os passos para desenvolver com clareza os recursos necessários para a utilização adequada de uma sequência de ensino.

Concluiu-se que a Engenharia Didática foi uma metodologia adequada no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática tanto para o aluno como para o professor, pois motivou, despertou e privilegiou a compreensão e a organização de uma sequência de ensino.

Conforme as reestruturações do ensino com a implantação da BNCC (BRASIL, 2018) no Brasil, surgiu a necessidade de ampliar este estudo, voltado, entretanto, para a Formação

Continuada de Professores de Matemática, apresentando e aprimorando o estudo da Temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental.

Nesse sentido foi desenvolvida uma Formação Continuada com professores de Matemática no município de Canoas nos anos de 2019 e 2020, que se apresenta no capítulo 6 desta tese.

3 REVISÃO DE LITERATURA COM O TEMA EQUAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Foi realizada a revisão de literatura no Banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, na Biblioteca Digital Brasileira de Dissertações e Teses - BDTD, em periódicos e em anais de eventos nacionais e internacionais.

Primeiramente foi realizado um levantamento, entre os anos de 2010 a 2017, de 52 (cinquenta e duas) produções acadêmicas entre Dissertações, Teses, Artigos e Comunicações Científicas publicados em periódicos e eventos de Educação ou de Ensino da Matemática que tinha como intuito identificar o Estudo das Equações do Ensino Fundamental, dos quais foram selecionados títulos que mencionavam os erros desenvolvidos pelos alunos ao resolverem equações, a análise de resolução de equações, a resolução de problemas com equações, a utilização do lúdico como facilitador na resolução e compreensão das equações, o estudo das equações apresentadas nos livros didáticos e as propostas metodológicas para equações.

Para o mapeamento das produções acadêmicas, Teses e Dissertações, a pesquisa foi realizada nos *sites*, catálogo de teses da CAPES (http://catalogodeteses.capes.gov.br) e BDTD (http://bdtd.ibict.br), nos quais foram selecionadas 28 (vinte e oito) Dissertações, 3 (três) Teses, 13 (treze) Artigos pesquisados em 10 (dez) Periódicos - Bolema, Revista Eventos Pedagógicos, SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, SBEM/RS – Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Rio Grande do Sul, Acta Scientiae, Revista REnCiMa, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, e REMat - Revista Eletrônica de Matemática - 8 (oito) Comunicações Científicas em 4 (quatro) Eventos - CIEM – Congresso Internacional de Ensino de Matemática/ULBRA, SINECT – Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, III Congresso Brasileiro de Informática na Educação e XXV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação e X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE.

Uma planilha no Excel foi construída para o levantamento dos dados das produções acadêmicas, conforme apêndice A, na qual foram listados os seguintes dados: Título, Tipo de Produção, Ano, Autoria, Instituição de Ensino Superior, Palavras-chave e Resumo.

Após o levantamento realizado até julho de 2018, uma tabela foi estruturada apresentando as Dissertações e as Teses referentes ao período entre 2010 e 2017, totalizando 31 (trinta e uma) produções acadêmicas, conforme figura 7, na qual verificou-se que o maior número de produções sobre a temática equações encontra-se no ano de 2016.

Figura 7 – Dissertações e Teses por ano de publicação

ANO	TIPO DE PRODUÇÃO		TOTAL
	DISSERTAÇÕES	TESES	
2010	2	0	2
2011	0	0	0
2012	1	0	1
2013	3	0	3
2014	7	2	9
2015	2	0	2
2016	10	0	10
2017	3	1	4
TOTAL	28	3	31

Fonte: Dados da pesquisa.

Também foi estruturada uma tabela apresentando os Artigos em Periódicos referentes ao período de 2010 a 2017, totalizando 13 (treze) produções acadêmicas, conforme figura 8 na qual verificou-se que o maior número de produções sobre a temática Equações encontra-se nos anos de 2012 e 2013.

Figura 8 – Artigos em Periódicos por ano de publicação

ANO	ARTIGOS	ARTIGOS EM PERIÓDICO
2010	1	REMat – Revista Eletrônica de Matemática, n.2, p. 1-13
2011	1	Revista IberoAmericana de Educación Matemática, n.28, p.143-157
2012	3	Revista Eventos Pedagógicos, v.3, n.3, p. 320-340
		Educação Matemática em Revista – SBEM, Ano 17, n. 36, p. 14-21
		Bolema, v.26, n.42B, p. 535-557
2013	3	Educação Matemática em Revista – SBEM/RS, Ano 14, n.14, v.2, p. 6-15
		REnCIMa, v.4, n.1, p.45-62
		Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v.15, n.2, p. 379-398
2014	1	JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v.7, n.3
2015	2	Bolema, v.29, n.51, p. 333-348
		Educação Matemática em Revista – SBEM, Ano 20, n. 44, p. 49-57
2016	1	Educação Matemática em Revista – SBEM/RS, Ano 17, n.17, v.3, p. 75-87
2017	1	Acta Scientiae, v.19, n.5, p. 759-781
TOTAL	13	

Fonte: Dados da pesquisa.

Apresenta-se também a tabela com o levantamento dos Eventos na Área de Matemática referentes ao período de 2010 a 2017, totalizando 8 (oito) produções, conforme figura 9.

Figura 9 – Artigos nos eventos por ano de publicação

ANO	EVENTOS				TOTAL
	CIEM Congresso Internacional de Ensino de Matemática	SINECT Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia	III Congresso Brasileiro de Informática na Educação e XXV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação	X EDUCERE Congresso Nacional de Educação	
2010	0	0	0	0	**0**
2011	0	0	0	**1**	**1**
2012	0	**1**	0	0	**1**
2013	**3**	0	0	0	**3**
2014	0	0	**1**	0	**1**
2015	0	0	0	0	**0**
2016	0	0	0	0	**0**
2017	**2**	0	0	0	**2**
TOTAL	**5**	**1**	**1**	**1**	**8**

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir do levantamento realizado das produções acadêmicas de dissertações e teses, dos artigos em periódicos e das comunicações científicas em eventos na área Educação e Ensino da Matemática, os títulos foram classificados em 6 (seis) temáticas: Erros com Equações, Análise de Resolução de Equações, Resolução de Problemas com Equações, Lúdico, Livro Didático e Proposta Metodológica para Equações, classificados como trabalhos desenvolvidos com alunos, formação continuada de professores, formação inicial de professores e referencial teórico, conforme figura 10.

Figura 10 – Classificação das produções conforme a temática

TEMÁTICAS	ALUNOS	FORMAÇÃO		REFERENCIAL TEÓRICO	TOTAL
		CONTINUADA	INICIAL		
Temática 1: Erros com equações	**6**	**0**	**1**	**0**	**7**
Temática 2: Análise de resolução de equações	**1**	**0**	**1**	**2**	**4**
Temática 3: Resolução de problemas com equações	**7**	**0**	**0**	**0**	**7**
Temática 4: Lúdico (Jogos)	**4**	**0**	**0**	**0**	**4**
Temática 5: Livro didático	**0**	**0**	**0**	**4**	**4**
Temática 6: Propostas metodológicas para equações	**14**	**6**	**2**	**4**	**26**
TOTAL	**32**	**6**	**4**	**10**	**52**

Fonte: Dados da pesquisa.

Para melhor compreensão dos títulos apresentados nas tabelas, uma legenda foi criada: **P** – Artigos em Periódicos, **D** – Dissertações, **T** – Tese e **E** – Eventos. Os números ao lado de cada letra referem-se ao número da pesquisa realizada.

A Temática sobre Erros com Equações, descrita na figura 11, relata 6 (seis) trabalhos (**D-18**, **D-20**, **P-37**, **P-39**, **E-46** e **E-50)** que tratam de estudos do Ensino Fundamental realizados sobre os erros cometidos com alunos ao resolverem equações e sobre a utilização desses erros para desenvolver metodologias que auxiliem na construção do conhecimento, bem como os alunos a superarem as dificuldades encontradas e 1 (um) trabalho (**P-40)** que foi desenvolvido com alunos do curso de Licenciatura em Matemática com o objetivo de investigar o conhecimento pedagógico do conteúdo e, assim, habilitá-los a antecipar as possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos. Nos trabalhos (**D-20**, **P-37**, **P-39**, **E-46** e **E-50)** foi desenvolvida a pesquisa com uma abordagem qualitativa e nos trabalhos (**D-18 e P-40)** a pesquisa teve uma abordagem mista.

Figura 11 – Classificação da Temática Erros com Equações

Temática 1	Título	ALUNOS	FORMAÇÃO CONTINUADA	FORMAÇÃO INICIAL	REFERENCIAL TEÓRICO
D-18	Sobre equações e funções na educação básica, uma análise de erros.	**X**			
D-20	Erros no processo de resolução de equações do 1º grau.	**X**			
E-46	Análise de erros no ensino da equação do primeiro grau com uma variável para o sétimo ano do Ensino Fundamental.	**X**			
E-50	Refletindo sobre os erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau: uma experiência com alunos do Ensino Fundamental.	**X**			
P-37	Investigando os erros dos alunos como fonte de possibilidades didático-metodológicas.	**X**			
P-39	Análise de erros em soluções de questões de álgebra: uma pesquisa com alunos do Ensino Fundamental.	**X**			
P-40	Explorando erros na resolução de equações: um caminho para a formação do professor de matemática.			**X**	

Fonte: Dados da pesquisa.

A Temática sobre Análise de Resolução de equações descrita na figura 12 apresenta 4 (quatro) trabalhos, dos quais 2 (dois) (**D-21** e **D-25)** tratam de referenciais teóricos com o intuito de contribuir para uma prática pedagógica que possibilite aos alunos perceberem a importância da resolução das equações, por meio da história, desde a antiguidade e também que sirvam como material de apoio para que os professores incrementem suas aulas apresentando tópicos alternativos dentro da matemática; 1 (um) trabalho (**D-28)** que teve como objetivos investigar na formação inicial como os estudantes estruturam e constituem os conhecimentos básicos e oferecer aos educadores matemáticos instrumentos para melhor compreender os conceitos algébricos e geométricos e 1 (um) trabalho (**D-10)** que foi desenvolvido com alunos do 8º ano para facilitar a aprendizagem dos conceitos por meio da resolução de situações-problema que os alunos conseguissem interpretar, equacionar e resolver envolvendo equações. Todos os trabalhos classificados nessa temática tiveram suas pesquisas com uma abordagem qualitativa.

Figura 12 – Classificação da Temática Análise de Resolução de Equações

Temática 2	Título	ALUNOS	FORMAÇÃO CONTINUADA	FORMAÇÃO INICIAL	REFERENCIAL TEÓRICO
D-21	A evolução na resolução das equações algébricas.				**X**
D-25	As diferentes estratégias de resolução das equações algébricas até o terceiro grau.				**X**
D-28	Desenho geométrico: uma ponte entre a álgebra e a geometria resolução de equações pelo processo euclidiano.			**X**	
D-10	Situações-problemas aplicadas na aprendizagem de equações e sistemas de equações do primeiro grau com duas variáveis.	**X**			

Fonte: Dados da pesquisa.

A Temática sobre Análise de Resolução de Problemas com Equações, apresentada na figura 13, relata 6 (seis) trabalhos desenvolvidos com alunos do Ensino Fundamental, (**D-11,D-15, D-16, D-22, P-33, E-45 e E-49)** que tiveram como objetivos identificar como a metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática por meio da Resolução e Exploração de Problemas possibilita o entendimento de ideias e conceitos, verificar se o método da falsa posição pode ser uma alternativa para resolução de problemas, investigar se os alunos do 9° ano possam desenvolver a competência de resolução de problemas que envolvam o pensamento algébrico, identificar a existência da relação entre a competência cognitiva, o uso de estratégias metacognitivas e a compreensão do erro na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas, compreender como o ensino via resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações e investigar a relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau. Nos trabalhos (**D-16 e E-45)** a pesquisa teve uma abordagem mista e nos trabalhos (**D-11, D-15, D-22, P-33e E-49)** a pesquisa teve uma abordagem qualitativa, sendo que os trabalhos (**D-15 e E-49)** apresentaram suas pesquisas com enfoque em um Estudo de Caso.

Figura 13 – Classificação da Temática Análise de Resolução de Problemas com Equações

Temática 3	Título	ALUNOS	FORMAÇÃO CONTINUADA	FORMAÇÃO INICIAL	REFERENCIAL TEÓRICO
D-11	Ensino-aprendizagem de álgebra através da resolução e exploração de problemas.	**X**			
D-15	O método da falsa posição: uma alternativa para o ensino de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau.	**X**			
D-16	Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas e na compreensão do erro: um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano.	**X**			
D-22	Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas.	**X**			
E-45	Competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental.	**X**			
E-49	O uso de situações-problemas no estudo de equações de 1º grau no 8º ano do Ensino Fundamental.	**X**			
P-33	Competência cognitiva e resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.	**X**			

Fonte: Dados da pesquisa.

A Temática sobre o Lúdico (Jogos), apresentada na figura 14, descreve 4 (quatro) trabalhos **(D-3, D-5, D-12 e D-13)** com alunos do Ensino Fundamental relatando o Lúdico como recurso pedagógico que configura-se como uma possibilidade de garantir o processo de construção de conhecimento, bem como a influência de jogos no desenvolvimento de conceitos de equação de primeiro grau, ao mesmo tempo em que incrementa a prática didática do professor por meio de dois pilares didáticos: a comparação entre a linguagem materna e a linguagem matemática e o uso de atividades lúdicas em sala de aula e jogos *online* como Ambientes Virtuais de Aprendizagem. Esse pilares servem como facilitadores para o desenvolvimento do raciocínio matemático. No trabalho **(D-3)** a pesquisa teve uma abordagem mista e nos trabalhos **(D-5, D-12 e D-13)** a pesquisa teve uma abordagem qualitativa, sendo que o trabalho **(D-12)** foi desenvolvido utilizando a metodologia de uma engenharia didática.

Figura 14 – Classificação da Temática Lúdico (Jogos)

Temática 4	Título	ALUNOS	FORMAÇÃO CONTINUADA	FORMAÇÃO INICIAL	REFERENCIAL TEÓRICO
D-12	Linguagem matemática e jogos: uma introdução ao estudo de expressões algébricas e equações do 1º grau para alunos da EJA.	**X**			

D-13	Jogos sociais: aprendendo equações matemáticas de 1º grau através do "criminal case" no facebook.	**X**			
D-3	O uso de jogos como estratégia de aprendizagem de equações do primeiro grau para o Ensino Fundamental II.	**X**			
D-5	Equação de 1º grau: uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos.	**X**			

Fonte: Dados da pesquisa.

A Temática sobre o Livro Didático, apresentada na figura 15, descreve 4 (quatro) trabalhos **(D-4, D-6, T-29 e T-36)** tendo como objetivos relatar as pesquisas desenvolvidas com base em livros didáticos, bem como as análises realizadas e apresentadas que sirvam de parâmetros para colegas professores na hora de escolher os futuros livros didáticos que embasarão suas aulas para que estes livros apresentem claramente a transição dos métodos de resolução aritméticos para os métodos algébricos, permitindo uma metodologia que desperte o interesse do aluno e a construção do pensamento algébrico. A pesquisa desenvolvida em todos os trabalhos dessa temática teve uma abordagem qualitativa.

Figura 15 – Classificação da Temática Livros Didáticos

Temática 5	Título	ALUNOS	FORMAÇÃO CONTINUADA	FORMAÇÃO INICIAL	REFERENCIAL TEÓRICO
D-4	Análise sobre equações do primeiro e segundo grau em livros didáticos.				**X**
D-6	Equações do primeiro grau uma proposta de aula baseada na análise de livros.				**X**
T-29	O percurso da didatização do pensamento algébrico no ensino fundamental: uma análise a partir da transposição didática e da teoria antropológica do didático.				**X**
T-36	Praxeologia do professor: análise comparativa com os documentos oficiais e do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau.				**X**

Fonte: Dados da pesquisa.

A Temática sobre Proposta Metodológica para Equações, apresentada na figura 16, descreve 14 (quatorze) trabalhos **(D-1, D-7, D-8, D-9, D-14, D-17, D-26, D-27, E-44, E-47, P-30, P-31, P-35 e P-38)** que tratam de pesquisas desenvolvidas com alunos voltadas a metodologias que auxiliam na compreensão e na resolução de problemas com equações, promovendo a aprendizagem dos estudantes. Essa Temática descreve também, metodologias com a utilização de aplicativos que criam um novo tipo de raciocínio fundamentado no ajuste de questões propostas pela interpretação de *softwares*. Isso proporciona uma economia de tempo para as conversões de registros algébricos e de gráficos que permitam uma melhor compreensão do conteúdo abordado em conjunto com as interações com o professor. O processo de ensino e aprendizagem deve estar baseado em uma teoria que explique a relação entre o objeto (conteúdo a ser aprendido) e os sujeitos (estudante/professor), propiciando a formação do conhecimento teórico e contribuindo para que os alunos efetuem a passagem da aritmética para a álgebra. Uma Sequência Didática Eletrônica, com o tema Equações de 1º grau favorece a recuperação de conteúdos para alunos do Ensino Fundamental.

Essa Temática descreve também 6 (seis) trabalhos **(D-2, D-23, E-51, P-32, P-41 e P-52)** que tratam da formação continuada de professores sobre suas concepções acerca da Álgebra e seu ensino. Descreve igualmente como eles introduzem o tema Equações do Primeiro Grau em suas aulas no ensino básico, identificam limitações e potencialidades, discutem e reelaboram as atividades adaptando-as às necessidades do processo de ensino-aprendizagem, repensam concepções sobre o ensino de equações e refletem sobre o impacto do conhecimento matemático do professor para o ensino da álgebra. Em umas das pesquisas foi apresentada uma estrutura de RB (Redes Bayesianas) que modela o conhecimento algébrico dos aprendizes para equações de 1º grau, relacionando as principais operações com suas propriedades e seus respectivos conceitos.

Os trabalhos **(D-19 e E-43)** tratam da formação inicial de professores e das diferentes metodologias que podem ser utilizadas para o ensino de álgebra no Ensino Fundamental, da contextualização do ensino de álgebra e da apresentação de materiais que facilitem a construção do pensamento algébrico pelos alunos. Tratam, também, da elaboração de um manual didático aos participantes de uma das pesquisas, produzido para sanar possíveis dificuldades com o tema.

Os trabalhos **(D-24, P-34, P-42 e T-48)** apresentam pesquisas voltadas ao referencial teórico sobre equações. Estes apontam as relações e potencialidades entre diferentes significados de equação, descrevem a aplicação de uma sequência didática para uma abordagem da Álgebra no Ensino Fundamental, tendo a generalização como recurso didático e investigam as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra.

Nos trabalhos **(D-14 e P-41)** a pesquisa teve uma abordagem mista e nos trabalhos **(D-1, D-2, D-7, D-8, D-9, D-17, D-19, D-23, D-26, D-27, E-43, E-44, E-47, E-51, P-30, P-31,**

P-32, P-35, P-38, e P-52) a pesquisa teve uma abordagem qualitativa, sendo que os trabalhos **(D-1, D-8, D-7, E-47 e P-30)** apresentaram suas pesquisas com enfoque em um Estudo de Caso. Os trabalhos **(D-24, P-34, P-42 e T-48)** referem-se a estudos voltados à análise de documentos e às contribuições de povos e estudos sobre a álgebra ao longo do tempo, sendo assim as pesquisas desenvolvidas têm cunho exploratório, e como proposta, identificar um possível objeto de estudo como alvo de futuras pesquisas além de aproximar a comunidade científica, no que se refere ao ensino das equações no Ensino Fundamental.

Figura 16 – Classificação da Temática Proposta Metodológica para Equações

Temática 6	Título	ALUNOS	FORMAÇÃO CONTINUADA	FORMAÇÃO INICIAL	REFERENCIAL TEÓRICO
D-19	Análise da relação entre formação inicial e proficiência de professores de matemática em equações literais de 1° grau: um estudo de caso utilizando o modelo de Rasch Dicotômico.			**X**	
E-43	Ensino de álgebra na educação básica: uma proposta contextualizada.			**X**	
D-2	Investigando epistemologias espontâneas de professores de matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau.		**X**		
D-23	Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem.		**X**		
E-51	Modelando o conhecimento algébrico do estudante através de Redes Bayesianas Dinâmicas.		**X**		
P-32	De uma relação matemática a uma reflexão sobre ensino de equações.		**X**		
P-41	Reflexões acerca do impacto do conhecimento matemático dos professores no ensino: a álgebra da educação básica.		**X**		
P-52	Multissignificados de equação: uma investigação acerca das concepções de professores de matemática.		**X**		
D-1	Educação matemática inclusiva com cegos: processo de construção de um material concreto para o ensino de equações do primeiro grau.	**X**			
D-14	Aprendizagem de equações do 1º grau a partir da atividade de situações problema como metodologia de ensino, fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de Galperin.	**X**			
D-17	A álgebra na perspectiva histórico-cultural: uma proposta de ensino para o trabalho com equações de 1º grau.	**X**			

D-26	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica no Ensino Fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano.	**X**			
D-27	A utilização das aplicações interativas no ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau.	**X**			
D-7	Proposta de ensino de equações do primeiro grau com material concreto e sentido figurado.	**X**			
D-8	Aprendizagem significativa de equações de primeiro grau: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor.	**X**			
D-9	Equações do primeiro grau: aprendizagem pelo uso do Software Winplot No Ensino Fundamental.	**X**			
E-44	Caminhos percorridos na recuperação individualizada de conteúdos com o tema equações de 1º grau.	**X**			
E-47	Estudo de equações do 1º. Grau com duas incógnitas: uso do aplicativo Desmos em tablets.	**X**			
P-30	Investigação matemática e a construção do pensamento algébrico: uma metodologia de ensino a compreensão de incógnitas.	**X**			
P-31	Atividades online para o estudo das equações de 1º grau.	**X**			
P-35	Equações de 1º grau: reflexões sobre a utilização de uma sequência didática eletrônica.	**X**			
P-38	O ensino de equações quadráticas: como “costurar” o corte didático?	**X**			
P-42	Uma breve história da equação do 2º grau.				**X**
D-24	A álgebra no ensino fundamental como ferramenta de generalização.				**X**
P-34	Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a educação matemática.				**X**
T-48	O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra.				**X**

Fonte: Dados da pesquisa.

Com base no levantamento realizado sobre o estudo das Equações no Ensino Fundamental, das 52 (cinquenta e duas) produções acadêmicas verificou-se que 32 (trinta e dois) trabalhos estão voltados para atividades com alunos. Observou-se também que apenas 10 (dez) trabalhos têm como foco a formação inicial ou formação continuada de professores; e que 10 (dez) trabalhos foram sobre o referencial teórico sobre a temática Equações. Constatou-se que a temática referente às propostas metodológicas para equações enquadra-se nas pesquisas mais desenvolvidas pelos autores, em um total de 26 (vinte e seis) trabalhos.

Nesse sentido, nota-se que há uma preocupação por parte dos autores em desenvolver pesquisas que privilegiem a compreensão e a construção, pelos alunos, de conceitos algébricos em que sejam apresentados recursos e metodologias que facilitem e despertem o interesse deles por essa temática.

A revisão da literatura realizada permitiu perceber que o professor **é também um agente** transformador na ação do aluno, sendo responsável por apontar caminhos, métodos e recursos que os façam se sentirem inseridos e motivados para a construção dos seus conhecimentos. Para tanto é de fundamental importância a formação continuada dos professores, auxiliando no aperfeiçoamento, na troca de experiências, na reflexão, análise e desenvolvimento de atividades metodológicas significativas e que possa subsidiar os professores no trabalho do planejamento pedagógico da disciplina nas escolas nas quais atuam, buscando metodologias do ensino da Matemática adequadas à faixa etária e ao conteúdo a ser desenvolvido.

Assim, planejou-se desenvolver nessa pesquisa a formação continuada de professores de Matemática buscando trabalhar a competência de *Observar com Sentido*, com uma THA com atividades com a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental.

Considerando-se que a contribuição acadêmica desta investigação é o desenvolvimento da Formação Continuada com a temática Equações buscando contribuir para o desenvolvimento da Competência Docente de *Observar com Sentido* (LLINARES, 2011) e qualificar o planejamento docente e os aspectos que fazem o professor tomar decisões didáticas com conhecimento teórico, metodológico e de acordo com as aprendizagens dos alunos.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico foi desenvolvido com base na Formação Continuada de Professores de Matemática, nos Grupos Colaborativos, na Competência de Observar com Sentido, nas Tarefas Matemáticas, na Trajetória Hipotética de Aprendizagem e nos Obstáculos Epistemológicos, como se apresenta a seguir.

4.1 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Para Libâneo (2002) a formação dos professores é traçada por vários caminhos, com a contribuição de teorias de ensino e aprendizagem e da própria experiência. O professor precisa desenvolver sistemas de trabalho e aprendizagens para exercer sua profissão e, concretamente, aspectos profissionais e de aprendizagem associados às instituições educativas como núcleos em que trabalha um conjunto de pessoas. A formação será legítima então quando contribuir para o desenvolvimento profissional do professor no âmbito do trabalho e das melhorias das aprendizagens profissionais (IMBERNÓN, 2011, p.47). O aprender a ser professor, na formação inicial ou continuada, se pauta por objetivos de aprendizagem que incluem as capacidades e competências esperadas no exercício profissional do professor.

Segundo Perrenoud (2000), o professor deve administrar a sua própria formação continuada, sabendo explicitar suas práticas, negociando um projeto em comum com os colegas e estabelecendo um balanço de suas competências.

Para Imbernón (2011):

> Assim, a formação continuada docente deve contribuir para o desenvolvimento de uma postura profissional que fortaleça as ações de autorreflexão e autoavaliação, pois, o pensar diante do que se faz, como se faz e por que se faz, contribui para o desenvolvimento da identidade de um docente criativo, inovador e comprometido com a aprendizagem de seus alunos, pois, "Em uma sociedade democrática é fundamental formar o professor na mudança e para a mudança por meio do desenvolvimento de capacidades em grupo, e abrir caminho para uma verdadeira autonomia profissional compartilhada" (IMBERNÓN, 2011, p. 19).

Groenwald e Kaiber (2007) definem a formação de professores como um requisito fundamental para as transformações que se fazem necessárias na Educação, sendo, assim, parte de um processo permanente de desenvolvimento profissional que deve ser assegurado a todos, propiciando atualizações, aprofundamento das temáticas educacionais e apoiado em uma reflexão sobre a prática educativa, em um processo constante de autoavaliação e orientação da construção contínua de competências profissionais.

As autoras entendem que:

> [...] um processo de Formação Continuada, além de utilizar as modalidades convencionais de comunicação, como seminários, palestras, cursos e oficinas pedagógicas,

> deve recorrer, também, a formas não convencionais, como o uso de recursos que permitam trazer a prática à discussão, intercâmbio de experiências, atividades de simulação de situações-problemas e desenvolvimento de projetos. Essas atividades permitem uma participação mais significativa dos professores, indo além dos encontros destinados a ensinar ou mesmo a fazer ou vivenciar algo que se julga necessário ou importante. A prática precisa ser discutida a partir de uma reflexão teórica ampliando, assim, as condições para superar a tendência à aplicação de modelos e possibilitar uma recriação dos conteúdos e métodos (GROENWALD, KAIBER, 2007, p. 169).

Segundo Nóvoa (1991), a Formação Continuada caracteriza-se por ser um processo crítico e reflexivo sobre a atualização docente, considerando que as práticas e os saberes produzidos fora da profissão contribuem para a emancipação profissional e para a consolidação de uma profissão que é autônoma na produção de seus saberes e valores.

Lazzari e Groenwald (2003) destacam que os programas de Formação Continuada devem auxiliar na construção/reconstrução da prática de ensino, criando redes de intercâmbio de ideias e iniciativas que estimulem professores a investir e difundir seus estudos e experiências, fomentando uma atitude investigadora sobre a prática, visto que a formação contínua é de responsabilidade do indivíduo, devendo, portanto, ser alvo de sua atenção, integrando seu planejamento de vida. Esses programas devem levar em consideração na elaboração de suas propostas, as necessidades específicas de cada grupo de professores ou comunidade na qual ele ou a escola estão inseridos.

Para Groenwald, Kaiber e Seibert (2011, p.5), a Formação Continuada faz parte de um

> [...] processo permanente de desenvolvimento profissional, que deve ser assegurado a todos os professores em exercício. Deve propiciar atualizações, aprofundamento das temáticas educacionais, reflexão sobre a prática educativa, promovendo um processo constante de autoavaliação que possibilite a construção contínua de competências profissionais. A Formação Continuada de professores deve responder tanto às necessidades do sistema de ensino quanto às demandas dos professores em exercício.

Carvalho e Simões (2002) apontam algumas concepções da definição de Formação Continuada, recusam o significado de Formação Continuada como sendo treinamento, cursos, seminários, palestras e assumindo a concepção de Formação Continuada como um processo, como prática reflexiva que abrange o cotidiano da escola e os saberes derivados da experiência docente.

Segundo Machado (2013), enquanto parte intrínseca da profissão, a formação necessita de uma interiorização cotidiana dos processos formadores pelos sujeitos que estão implicados. Sendo o sujeito da formação continuada um personagem ativo neste processo é importante atentar que esta formação ocorre de dentro para fora, ou seja, o professor não é formado, mas forma-se no exercício de sua profissão. Nesta perspectiva, insere-se a necessidade de tempos e espaços para a reflexão do professor, por meio de encontros, sessões de estudo, trocas de experiência, discussões e reflexões coletivas, possibilitando, conforme Ribas e Carvalho (1999), o confronto entre pontos de vista diferenciados, a imersão de confluências, o amadurecimento de perspectivas para que emerja uma nova competência do profissional e da escola.

Para Nóvoa (1993), a alteração das práticas educativas que conduz à melhoria da qualidade de ensino perpassa a formação reflexiva dos professores. Esses, por vezes, precisam assumir a postura de sujeitos ativos no processo educativo.

Para Alarcão (2011, p. 44):

> A formação do professor reflexivo se dá simultaneamente em dois níveis, individual e coletivo, ou seja, o professor necessita construir as competências individuais e adquirir os conhecimentos necessários para pensar sobre a sua própria ação, mas o seu espaço de atuação também necessita estar aberto a este tipo de gestão dos processos pedagógicos, configurando assim a formação no nível coletivo.

Alarcão (2011) descreve que o professor não pode agir isoladamente na sua escola. É no seu local de trabalho que ele, junto de seus colegas, constrói a profissionalidade docente. A autora acrescenta que é na escola que está a possibilidade de construir conhecimento por meio da prática coletiva. Não basta ser reflexivo individualmente, o que pode levar a sentimentos de frustração e solidão. A escola necessita de professores qualificados, motivados e dispostos a mudanças. Para que isso aconteça é indispensável que a escola seja um espaço de apoio desse profissional.

Segundo Nóvoa (1992, p.15):

> Diante da complexidade de saberes necessários ao docente é relevante a este profissional se inserir em grupos de estudos e pesquisas, dos quais os membros cuidem da formação em um contexto coletivo, reflexivo, experimental e permanente. Percebe-se que "O trabalho centrado na pessoa do professor e na sua experiência é particularmente relevante nos períodos de crise e de mudança.

Imbernón (2009) salienta que a mudança em qualquer pessoa nunca é simples e, portanto, a mudança que se pede ao professorado na formação não é uma mudança simples, mas um processo complexo, posto que se trata de uma mudança nos processos que estão incorporados, ancorados na cultura profissional que atua como filtro para interpretar a realidade.

Alarcão (2011) ainda afirma que somente a reflexão e o diálogo vão fortalecer a concepção da Educação como uma tarefa que exige a complementaridade de saberes, o respeito pelos conhecimentos do outro e o reconhecimento dos próprios limites. O pior que pode ocorrer a um educador é pensar que sabe tudo e que os outros nada sabem.

Imbernón (2009) acrescenta que um dos mitos na profissão docente é que ensinar é fácil. Ensinar sempre foi difícil, mas nos dias de hoje passou a ser ainda mais difícil. São velhos e novos desafios que continuam tornando a Educação nada fácil e, nos novos tempos, a introduzem em uma maior complexidade.

Para o autor, múltiplos fatores influenciam na formação, tais como: a cultura das instituições educativas, a comunicação entre o professorado, a formação inicial, a complexidade das interações da realidade, os estilos de liderança escolar, as relações e a compreensão por parte da comunidade escolar, as relações e os sistemas de apoio da comunidade profissional. Nesse cenário complexo, as situações problemáticas que surgem não são apenas instrumentais, já que obrigam o profissional do ensino a elaborar e construir o sentido de cada situação (SCHÖN, 1983), muitas vezes única e irrepetível.

Segundo Imbernón (2009) a profissão docente sempre foi complexa por ser um fenômeno social, já que em uma instituição educativa e em uma aula devem ser tomadas decisões rápidas para responder às partes e ao todo, à simplicidade ou à linearidade aparente do que há à frente e da complexidade do entorno que preocupa.

Imbernón (2009) afirma que essa complexidade social e formativa faz com que a profissão docente e sua formação se realizem em concordância mais complexa, superadora do interesse estritamente técnico aplicado ao conhecimento profissional, no qual o professorado está ausente, pois se transforma em instrumento mecânico e isolado de aplicação e reprodução, com competências de aplicação apenas técnica.

Compreende-se que é por meio da formação continuada e junto com seus pares que o professor tem a possibilidade de interpretar essa complexidade e superar seus obstáculos de ensino. É na formação que se visualiza as mudanças necessárias na prática docente e faz com que se reflita sobre os desafios de ensinar e sobre a forma de ensinar.

Acredita-se que após a reflexão individual é necessário que ocorra a reflexão coletiva, junto aos seus pares e, assim que seja possível, que o professor se sinta resoluto e determinado a atribuir, por meio da formação continuada, sentido à sua profissão proporcionando um olhar diferenciado para sua sala de aula e para ele mesmo.

A complexidade, segundo Morin (2001), apresenta-se com traços inquietantes do confuso, do inextricável, da desordem, da ambiguidade, da incerteza, da mescla entre ordem/desordem/interação/organização em que se dissolvem estes elementos e isso nos obriga a navegar por um ensino das certezas, a fazer frente aos riscos, ao inesperado, ao incerto.

Entende-se que o diálogo na formação continuada possibilita aos professores assimilarem a realidade educativa e profissional na qual estão envolvidos e faz com que averiguem que não aprendam somente na formação, mas no ambiente que interagem e atuam, assim como com a interação com os outros sujeitos, buscando amenizar as necessidades dos alunos e fazendo uma reflexão sobre que tipo de sociedade queremos e podemos ajudar a construir. Na visão de Morin (1996) existem vários princípios da complexidade do diálogo que acontecem nas formações continuadas, no ambiente que o sujeito está inserido e entre outros sujeitos envolvidos no processo escolar.

Morin (1996, 1999) descreve diversos princípios da complexidade, sua análise pode dar pistas para uma melhor formação do professorado, considerando esse pensamento complexo que hoje engloba a realidade.

O princípio diálogo mostra a necessidade de colaboração entre a ordem e a desordem para compreender a unidade na diversidade: o diálogo na formação nos leva a analisar os diversos princípios que nos fazem entender a realidade educativa e nos permite uma ruptura da vida cotidiana. Ele está presente na relação conflito/harmonia como contexto, ou seja, na forma em que se concebe o professor, seja como educador ou instrutor; o diálogo nos ajuda a entender a contradição como parte da compreensão da realidade educativa e profissional.

O princípio recursivo ou de recursividade concebe os processos como produzidos e produtores, o que faz com que se supere a relação causa-efeito e passe a ser um caso particular. Esse princípio nos permite analisar a formação como processo sempre inacabado e no qual o professorado aprende não só na formação, mas também no ambiente que interage. É o princípio que nos ajuda a desenvolver a auto-organização e as redes de intercâmbio como interação entre os sujeitos.

O princípio hologramático segundo o qual "não apenas a parte está no todo, mas o todo está na parte". Quando o(a) professor(a) trabalha não pode fazê-lo sem atender a preferências, tendências, satisfações etc. do aluno. Além disso, o professorado é um reflexo da sociedade que o envolve. O princípio de autonomia/dependência: toda organização necessita de uma abertura relativa do sistema e de um relativo fechamento.

Para o autor é necessário que a formação transite por uma abordagem mais transdisciplinar, que facilite a capacidade de refletir sobre o que uma pessoa faz, pois isso permite surgir o que se acredita e o que se pensa, que dote o professor de instrumentos ideológicos e intelectuais para compreender e interpretar a complexidade na qual vive e que o envolve.

Entende-se que o conhecimento adquirido pelo professor nunca é suficiente, e quanto mais buscar se aperfeiçoar, mais qualificado será seu desempenho profissional. Todos precisam ficar atentos à realidade das constantes mudanças na profissão docente.

Imbernón (2009) ressalta que a formação deve ajudar a estabelecer vínculos afetivos entre o professorado, a saber: trabalhar com as emoções, motivar-se, reconhecer as emoções dos outros professores e professoras, já que ajudará a conhecer as próprias emoções e permitirá situar-se na perspectiva do outro (desenvolver uma escuta ativa, mediante a empatia e o reconhecimento dos sentimentos do outro). E, sobretudo, desenvolver a autoestima docente.

Para Machado (2013), formar é uma atividade que pretende conferir ao sujeito uma competência que é específica e limitada, na medida em que a formação prepara para o exercício de uma atividade social bem definida; também é pré-determinada, já que o seu uso é previsto antes da formação. Neste sentido, a formação só adquire sentido por meio da visão das competências e habilidades necessárias dentro do contexto socioprofissional em que o docente se encontra, revelando o vínculo entre a formação e o espaço do exercício profissional (HADJI, 2001).

Machado (2013) ressalta ainda que a participação do professor no processo de formação continuada, enquanto sujeito produtor de saberes e propostas, constitui e legitima um lugar que é seu, de produtor de conhecimentos, um lugar que lhe é próprio, conferindo-lhe uma sensação de pertencimento, de forma que "na medida em que os professores deixam de serem os responsáveis pela produção dos objetivos, conteúdos e métodos de seu trabalho [...], ocorre um estranhamento entre os professores e sua produção/trabalho" (CARVALHO, 2005, p. 99).

Nóvoa (2004) reforça a ideia do professor enquanto sujeito pensante na/da formação continuada, na medida em que afirma que, quando os próprios professores não realizam a tarefa de pensar o seu trabalho, essa é executada por outros e neste caso os professores passam a ser meros executores de coisas concebidas e pensadas por outros.

Para Machado (2013), a formação continuada desencadeada no espaço da escola constitui uma das facetas de um processo de desenvolvimento e formação que ocorre durante toda a trajetória dos docentes, ou seja, durante todo o período em que o sujeito exerce sua profissão. Analisar a formação continuada, enquanto processo de formação e autoformação, levando-se em conta as diversas variáveis implicadas neste processo, direciona o olhar para uma trajetória que é constituída de forma individual, mas que se faz também coletivamente, forjada a partir de diferentes vivências e imersa em contextos que são também plurais.

Imbernón (2011) destaca cinco grandes linhas ou eixos de atuação na formação permanente do professor:

1. A reflexão prático-teórica sobre a própria prática mediante a análise, a compreensão, a interpretação e a intervenção sobre a realidade. A capacidade do professor de gerar conhecimento pedagógico por meio da prática educativa.

2. A troca de experiências entre iguais para tornar possível a atualização em todos os campos de intervenção educativa e aumentar a comunicação entre os professores.
3. A união da formação a um projeto de trabalho.
4. A formação como estímulo crítico ante práticas profissionais como a hierarquia, o sexismo, a proletarização, o individualismo, o pouco prestígio etc., e práticas sociais como a exclusão, a intolerância etc.
5. O desenvolvimento profissional da instituição educativa mediante o trabalho conjunto para transformar essa prática, possibilitando a passagem da experiência de inovação isolada e individual à inovação institucional.

A formação permanente do professor engloba a reflexão, tanto individual como em grupos com os outros professores, como forma de estímulo ao desenvolvimento pessoal e profissional, as trocas de experiências entre seus pares promove uma análise profunda sobre suas práticas profissionais, despertando o senso crítico diante de sua realidade escolar.

As mudanças ocorrem muito rápidas e o que se institui no momento como novo, torna-se ultrapassado, pois em questões de Educação e formação de professores os estudos e recursos ainda se apresentam lentos em relação às informações às quais os alunos têm acesso. É necessário buscar caminhos e atrativos para que os alunos se sintam motivados e inseridos no contexto escolar. Somente o que se adquire de conhecimento na formação inicial torna-se obsoleto, visto que é necessário a reformulação e o aprimoramento dos conceitos e metodologias a serem aplicados. Para isso a formação continuada desenvolve um papel fundamental no campo da evolução acadêmica, profissional e pessoal do professor.

Neste sentido, entende-se que trabalhar em grupo proporciona dividir angústias, diminuir dúvidas e sentir-se acolhido no processo de construção cognitiva de seus pares.

Para Imbernón (2011), a própria implantação da formação continuada favorece o rompimento do falso individualismo. Investir em responsabilidades e compromissos coletivos, em interdependência de metas para tornar a escola um lugar de aprendizagem permanente e em um processo de comunicação compartilhado permite aumentar o conhecimento pedagógico e a autonomia profissional participativa. É também uma maneira de estimular a visão do aperfeiçoamento como parte intrínseca da profissão docente. Contudo, essa formação coletiva não é possível sem haver diálogo constante, debate, investigação colaborativa e consenso conseguido sem imposição. Dessa forma, os professores são colocados em situações de identificação, participação, aceitação de críticas e discordâncias.

Imbernón (2011) ressalta que é preciso compreender que a maioria dos cursos oferecidos servem para promover a atualização de um tema ou conteúdo, e que a formação para inovação é outra coisa - ela tem de se estender à esfera das competências, habilidades e atitudes e se fundamentar no aprendizado da colaboração participativa. A cooperação superficial em geral é provocada por uma obrigação externa de realizar certos trabalhos que demandam um projeto coletivo, mas sem um processo real de troca. Isso, obviamente, não funciona. Também é necessário entender que o aprendizado se dá com base na reflexão e na resolução de questões diretamente relacionadas à prática. É lógico que partir de dilemas reais dos professores é desafiador. Requer, de certa forma, levar em conta os imprevistos e também trabalhar de maneira intensa e planejada para construir uma formação sob medida.

Imbernón (2009) afirma que toda prática profissional e pessoal necessita, em algum momento, de uma situação de análise e reflexão que deve ou pode se realizar de forma solitária e que não se pode confundir com colaboração com processos forçados, formalistas ou com a adesão a modas que costumam ser mais nominais e atraentes que os processos reais de colaboração.

Imbernón (2009) destaca também que um dos procedimentos que pode ajudar a romper esse individualismo é a formação permanente do professorado e salienta que a Formação Continuada deve ocorrer de duas formas.

1. Realizar uma formação colaborativa do coletivo docente, com o compromisso e a responsabilidade coletiva, com interdependência de metas para transformar a instituição educativa num lugar de formação permanente como processo comunicativo compartilhado, para aumentar o conhecimento profissional pedagógico e a autonomia (autonomia participativa e não autonomia consentida). É provocar que se veja a formação como parte intrínseca da profissão, assumindo uma interiorização cotidiana dos processos formativos e com um maior controle autônomo da formação. Porém, essa formação coletiva supõe também uma atitude constante de diálogo, debate, consenso não imposto, não fugir do conflito, indagação colaborativa para o desenvolvimento da organização, das pessoas e da comunidade que as envolve.
2. Desenvolver uma formação permanente em que a metodologia de trabalho e o clima afetivo sejam pilares do trabalho colaborativo. Um clima e uma metodologia formativa que situe o professorado em situações de identificação, participação, aceitação de críticas, de discordância, suscitando a criatividade e a capacidade de regulação. A capacidade de respeitar a diferença e de elaborar itinerários diferenciados com diferentes ferramentas com um caráter aberto e gerador de dinamismo e situações diversas.

Imbernón (2009) reforça ainda que para introduzir aos poucos essa cultura colaborativa, rompendo com o personalismo e o individualismo pedagógico entre o professorado, mediante a formação permanente, seria necessário potencializar na cultura do professorado essas ideias de colaboração, cooperação, discussão e reflexões e isso pode ser atingido por meio de diversas estratégias:

1. Modificar os elementos estruturais e didáticos mediante um compromisso a tomar decisões de grupo e a resolver conjuntamente as situações problemáticas.
2. Modificação de relações mediante processos em que não há perdedores, mas oportunidades para conhecer-se de maneira formal e informal.
3. Aumentar a participação da comunidade para unir a consciência das preocupações comuns.

Imbernón (2016) menciona que a maioria dos que se dedicam, pensam, trabalham, aproveitam e sofrem a formação permanente, ao ver o professorado como sujeito ativo e protagonista de sua formação, coincidem em alguns pontos: a mudança no professorado não é uma mudança simples, pois se trata de uma mudança na cultura profissional, que comporta um processo complexo. Mudar uma cultura tão arraigada na profissionalização docente requer tempo e uma base sólida. Esse processo tem altos e baixos e deve se adaptar à realidade do professorado; exige um período de apropriação e a integração das próprias vivências pessoais.

Para o autor, a formação permanente aumenta seu impacto inovador se a relação se efetua ao contrário: não formando para depois desenvolver um projeto de mudança, mas criando um projeto inovador. E para levá-lo a termo é preciso receber ou compartilhar a formação necessária.

Imbernón (2016) afirma que a formação deve levar em conta que, mais que atualizar um professor ou uma professora e ensiná-los, precisa criar as condições, planejar e propiciar ambientes para que ele ou ela aprendam.

Na figura 17, a seguir, apresenta-se um quadro comparativo, segundo Imbernón (2016), entre o modelo de formação permanente por projetos de inovação e o modelo de formação permanente pela pesquisa reflexiva. Considera-se importante o desenvolvimento do trabalho reflexivo quando se atua em um grupo colaborativo.

Figura 17 – Quadro comparativo entre modelos de formação permanente

Modelo de formação permanente por projetos de inovação	Modelo de formação permanente pela pesquisa reflexiva
Este modelo ocorre quando o professorado está envolvido em tarefas de projetos de inovação com a finalidade de melhoria da escola e, com tudo isso, procura resolver problemas gerais ou específicos relacionados com o ensino do instituto educacional. Às vezes, o próprio processo de levar atermo um desses projetos já produz uma aprendizagem que é difícil prever com antecedência. Este modelo de formação supõe, portanto,	Este modelo exige que o professorado identifique uma área de interesse, colete informações e, baseando-se na interpretação desses dados, realize as mudanças necessárias no ensino. A fundamentação desse modelo encontra-se na capacidade do professorado de formular questões válidas sobre sua própria prática e de estabelecer objetivos que tratem de responder a tais questões.

uma combinação de formas e estratégias de aprendizagem que se desenvolvem com a participação dos docentes em tal processo. Parte da ideia de que as pessoas que estão próximas de seu trabalho têm uma melhor compreensão do que se requer para melhorá-lo. Se concede essa possibilidade aos professores, eles podem desenvolver propostas que melhorem as escolas e o ensino.	O professorado precisa procurar dados para responder a questões relevantes e refletir sobre esses dados para obter respostas para os problemas do ensino. O professorado desenvolve novas formas de compreensão quando ele mesmo contribui para formular suas próprias perguntas e recolhe seus próprios dados para responder a elas.

Fonte: Imbernón 2016, p. 146.

Imbernón (2016) conclui que a formação permanente deveria apoiar-se, criar cenários e incentivar uma reflexão real dos sujeitos sobre sua prática docente nas escolas e nos territórios, de modo que lhes permitisse examinar suas teorias implícitas, seus esquemas de funcionamento, suas atitudes, promovendo um processo constante de autoavaliação do que se faz e analisando porque se faz.

Esta pesquisa apresenta como objetivo investigar a qualificação da competência de *Observar com Sentido* a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC em um grupo de formação continuada de professores de Matemática do Município de Canoas. Tal formação foi fundamentada nos aspectos referenciados e em *Grupos Colaborativos*, tema que se apresenta a seguir.

4.1.1 Grupos Colaborativos

Segundo Fiorentini e Gama (2009), os estudos sobre formação de professores, atualmente, têm reconhecido a complexidade da prática docente, o que leva à necessidade do aprender continuamente em um mundo em constantes mudanças.

Para Santana e Barbosa (2018), as discussões recentes sobre grupos colaborativos têm alcançado visibilidade por evidenciarem que a dinâmica do trabalho adotada pode promover um espaço de interlocução, envolvendo professores de Matemática (BEDNARZ; FIORENTINI; HUANG, 2008; GAMA; FIORENTINI, 2009; MARQUESIN; NACARATO, 2011).

Entende-se que um *Grupo Colaborativo* tem o intuito de refletir, analisar e desenvolver atividades metodológicas significativas, buscando investigar e subsidiar os professores no planejamento pedagógico, bem como as metodologias de ensino mais significativas à faixa etária e ao conhecimento a ser desenvolvido. Também é mais relevante as discussões em um grupo de trabalho, pois a troca de experiências se torna mais rica e expressiva, identificando as dificuldades que enfrentam no dia a dia escolar e as vantagens do uso das melhores práticas.

Para Fiorentini (2004, 2009), um grupo autenticamente colaborativo é constituído a partir de um trabalho voluntário em que seus membros delineiam um objetivo comum e a partir das discussões e reflexões, encontram alternativas para alcançar os objetivos traçados.

Santana e Barbosa (2018) destacam ainda, que as ações desenvolvidas por um grupo colaborativo são entendidas também como trabalho colaborativo. E segundo Ferreira e Miorim (2011), é como uma modalidade de desenvolvimento profissional em que os membros se engajam voluntariamente a fim de atingir um objetivo comum.

Segundo Roldão (2007), o trabalho colaborativo com a participação de professores centra-se na articulação, no diálogo entre os pares e na interação de diferentes saberes. Ferreira e Miorim (2011) argumentam a favor do trabalho colaborativo por se constituir em uma prática em que as universidades e as escolas trabalham juntas, compartilhando diferentes ideias e propostas. Para Mesa (2011), o trabalho colaborativo envolve relações de apoio mútuo, de confiança entre os participantes, de aprendizagem compartilhada, autocrítica e responsabilidade coletiva.

Para as autoras, pesquisas realizadas por diversos autores com base nas experiências de colaboração entre professores da Educação Básica em parceria com estudantes de pós-graduação e professores da Educação Superior, documentadas em diferentes estudos (ALMEIDA; SEPÚLVEDA; ELHANI, 2013; FIORENTINI, 2009; CYRINO, 2013), se observa o professor como parceiro, como um profissional com ideias e experiências que podem contribuir para o desenvolvimento de todos os envolvidos.

Entende-se que para desenvolver um trabalho de excelência existem várias condições a serem consideradas, uma delas é idealizar os objetivos e os caminhos que se quer que o aluno percorra e desenvolva em sua aprendizagem. O trabalho em grupo propicia aos professores buscarem métodos de ensino que satisfaçam essa condição. Para tanto destacam-se os sete saberes necessários para uma Educação do futuro na perspectiva de Morin (2003) que foram levados em consideração, nesta tese, para as discussões no grupo colaborativo que visou as reflexões no grupo.

Segundo Morin (2003), os sete saberes para uma educação do futuro são: as cegueiras do conhecimento – o erro e a ilusão; os princípios do conhecimento pertinente; ensinar a condição humana; ensinar a identidade terrena; enfrentar as incertezas; ensinar a compreensão e a ética do gênero humano.

A Educação que visa transmitir conhecimentos não pode ser cega ao conhecimento humano, seus dispositivos, enfermidades, dificuldades, tendências ao erro e à ilusão e não se preocupar em fazer conhecer o que é conhecer. Na Educação se deve buscar identificar a origem de erros, ilusões e cegueiras, levando em consideração os erros mentais. Cada mente é dotada de potencial de mentira para si próprio, que é fonte permanente de erros e de ilusões; os erros intelectuais: os sistemas de ideias (teorias, doutrinas, ideologias) não estão apenas sujeitos ao erro, mas também protegem os erros e ilusões neles inscritos; os erros da razão: a distinção entre vigília e sonho, imaginário e real, subjetivo e objetivo é a atividade racional da mente que apela para o controle do ambiente, para o controle da prática, para o controle da cultura, para o controle do próximo, para o controle cortical, ou seja, é a racionalidade que é corretiva; as cegueiras pragmáticas: um paradigma pode ser definido pela promoção/seleção dos conceitos-mestres da inteligibilidade, o nível pragmático é o princípio de seleção das ideias que estão integradas no discurso ou na teoria, ou postas de lado e rejeitadas, o paradigma também pode ser definido pela determinação das operações lógicas-mestres que está oculto sob a lógica e seleciona as operações lógicas que se tornam ao mesmo tempo preponderantes, pertinentes e evidentes sob seu domínio. O *imprinting* cultural marca matricial que inscreve o conformismo ao fundo e a normalização que elimina o que poderia contestá-lo. O *imprinting* cultural marca os humanos desde o nascimento, primeiro com o selo da cultura familiar, em seguida da escola, depois prossegue na universidade e na vida profissional.

O inesperado sempre surpreende e quando o inesperado se manifesta é preciso ser capaz de rever as teorias e as ideias, em vez de deixar o fato novo entrar à força na teoria incapaz de recebê-lo. O conhecimento permanece como uma aventura para a qual a Educação deve fornecer o apoio indispensável. O conhecimento do conhecimento, que comporta a integração do conhecedor em seu conhecimento, deve ser, para a Educação, um princípio e uma necessidade permanentes.

As possibilidades de erro e de ilusão são múltiplas e permanentes: aquelas oriundas do exterior cultural e social inibem a autonomia da mente e impedem a busca da verdade; aquelas vindas do interior, encerradas, às vezes, no seio de nossos melhores meios de conhecimento, fazem com que as mentes se equivoquem de si próprias e sobre si mesmas.

Em relação aos princípios do conhecimento pertinente, a supremacia do conhecimento fragmentado de acordo com as disciplinas impede frequentemente de operar o vínculo entre as partes e a totalidade e deve ser substituída por um modo de conhecimento capaz de apreender os objetos em seu contexto, sua complexidade e seu conjunto.

O conhecimento do mundo como mundo é necessidade ao mesmo tempo intelectual e vital. Para articular e organizar os conhecimentos e assim reconhecer e conhecer os problemas do mundo é necessária a reforma do pensamento. Esta reforma é paradigmática, não programática: é a questão fundamental da Educação, já que se refere à nossa aptidão para organizar o conhecimento. A Educação do futuro apresenta inadequações cada vez mais amplas, profundas e graves. De um lado, os saberes desunidos, divididos, compartimentados; e de outro, as realidades ou problemas cada vez mais multidisciplinares, transversais, multidimensionais, transnacionais, globais e planetários. Nessa inadequação tornam-se invisíveis o contexto, o global, o multidimensional e o complexo.

Para que o conhecimento seja permanente, a Educação deverá torná-los evidentes, buscando salientar os aspectos: o contexto, onde é preciso situar as informações e os dados para que adquiram sentido; o global (as relações entre o todo e as partes), que é mais que o contexto, é o conjunto das diversas partes ligadas a ele de modo inter-retroativo ou organizacional; o multidimensional, que é o ser humano e a sociedade em seus tempos biológico, psíquico, social, afetivo e racional; o complexo, que é o conhecimento pertinente e deve enfrentar a complexidade, esta é a união entre a unidade e a multiplicidade; e, por fim, a Educação, que deve referir-se ao complexo, ao contexto, de modo multidimensional e dentro da concepção global.

O desenvolvimento de aptidões gerais da mente permite melhor desenvolvimento das competências particulares ou especializadas. O conhecimento, ao buscar construir-se com referência ao contexto, ao global e ao complexo, deve mobilizar o que o conhecedor sabe do mundo. A Educação deve favorecer a aptidão natural da mente em formular e resolver problemas essenciais e, de forma correlata, estimular o uso total da inteligência geral e fazer amplo apelo ao conhecimento do mundo.

Enormes obstáculos somam-se para impedir o exercício do conhecimento pertinente no próprio seio dos sistemas de ensino. Os problemas essenciais nunca são parcelados e os problemas globais são cada vez mais essenciais. Enquanto a cultura geral comporta a incitação à busca da contextualização de qualquer informação ou ideia, a cultura científica e técnica disciplinar parcela, desune e compartimentaliza os saberes, tornando cada vez mais difícil sua contextualização. O princípio de redução leva naturalmente a restringir o complexo ao simples. A inteligência parcelada, compartimentalizada, mecanicista, disjuntiva e reducionista rompe o complexo do mundo em fragmentos disjuntos, fraciona os problemas, separa o que está unido, torna unidimensional o multidimensional.

Em relação ao ensinar a condição humana temos que a condição humana deveria ser o objeto essencial de todo o ensino. A Educação do futuro deverá ser o ensino primeiro e universal, centrado na condição humana. Para a Educação do futuro, é necessário promover grande remembramento dos conhecimentos oriundos das ciências naturais, a fim de situar a condição humana no mundo, dos conhecimentos derivados das ciências humanas para colocar em evidência a multidimensionalidade e a complexidade humanas, bem como integrar (na Educação do futuro) a contribuição inestimável das humanidades, não somente a filosofia e a história, mas também a literatura, a poesia e as artes.

Enraizamento/desenraizamento do ser humano. Estamos simultaneamente dentro e fora da natureza. Unitas multiplex: unidade e diversidade humana. Cabe à Educação do futuro cuidar para que a ideia de unidade da espécie humana não apague a ideia de diversidade e que a da sua diversidade não apague a da unidade. A Educação do futuro deverá ilustrar este princípio de unidade/diversidade em todas as esferas. A esfera individual: todo ser humano traz geneticamente em si a espécie humana e compreende geneticamente a própria singularidade anatômica e fisiológica. Todo ser humano carrega de modo cerebral, mental, psicológico, afetivo, intelectual e subjetivo, os caracteres fundamentalmente comuns e ao mesmo tempo possui as próprias singularidades cerebrais, mentais, psicológicas, afetivas, intelectuais e subjetivas. A esfera social: na esfera da sociedade, existe a unidade/diversidade das línguas, das organizações sociais e das culturas. Diversidade cultural e pluralidade de indivíduos: não há sociedade humana, arcaica ou moderna, desprovida de cultura, mas cada cultura é singular. O ser humano é ao mesmo tempo singular e múltiplo.

A Educação deveria mostrar e ilustrar o destino multifacetado do humano: o destino da espécie humana, o destino individual, o destino social, o destino histórico, todos entrelaçados e inseparáveis. Assim, uma das vocações essenciais da Educação do futuro será o exame e o estudo da complexidade humana.

Outro princípio é ensinar a identidade terrena. O conhecimento dos desenvolvimentos da era planetária que tendem a crescer no século XXI e o reconhecimento da identidade terrena que se tornará cada vez mais indispensável a cada um e a todos devem converter-se em um dos principais objetivos da Educação. Será preciso indicar o complexo de crise planetária que marca o século XX, mostrando que todos os seres humanos, confrontados de agora em diante pelos mesmos problemas de vida e de morte, partilham um destino comum.

Um ponto importante salientado é a esperança: a Educação, que é ao mesmo tempo transmissão do antigo e abertura da mente para receber o novo, encontra-se no cerne dessa nova missão – a cidadania terrestre. A contribuição das contracorrentes suscitadas em reação às correntes dominantes podem-se desenvolver e mudar o curso dos acontecimentos – a contracorrente ecológica, o crescimento das degradações e o surgimento de catástrofes técnicas/industriais, só tendem a aumentar; a contracorrente qualitativa, à invasão do quantitativo e da uniformização generalizada, se apega à qualidade em todos os campos, a começar pela qualidade de vida; a contracorrente de resistência à vida prosaica puramente utilitária, que se manifesta pela vida poética, dedicada ao amor, à admiração, à paixão, à festa; a contracorrente de resistência à primazia do consumo padronizado, que se manifesta de duas maneiras (a busca da intensidade vivida e a busca da frugalidade e da temperança); a contracorrente de emancipação em relação à tirania onipresente do dinheiro e a contracorrente que, em reação ao desenvolvimento da violência, nutre éticas de pacificação das almas e das mentes. A identidade e a consciência terrena. É importante aprender a "estar aqui" no planeta, isto significa: aprender a viver, a dividir, a comunicar, a comungar. A Educação do futuro deverá ensinar a ética da compreensão planetária.

Morin (2003) salienta que outro saber seria enfrentar as incertezas. É preciso ensinar princípios de estratégia que permitam enfrentar os imprevistos, o inesperado e a incerteza e modificar seu desenvolvimento em virtude das informações adquiridas ao longo do tempo. É preciso aprender a navegar em um oceano de incertezas em meio a arquipélagos de certeza. É necessário que todos os que se ocupam da Educação constituam a vanguarda ante a incerteza de nossos tempos.

É preciso aprender a enfrentar a incerteza, já que se vive em uma época de mudanças em que os valores são ambivalentes, em que tudo é ligado. É por isso que a Educação do futuro deve se voltar para as incertezas ligadas ao conhecimento, pois existe um princípio de incertezas cérebro-mental; um princípio de incerteza lógica; um princípio da incerteza racional e um princípio da incerteza psicológica.

Existe, portanto, a dificuldade do autoexame crítico, para o qual a sinceridade não é garantia de certeza, e existem limites para qualquer autoconhecimento. A incerteza do real para a qual a realidade não é facilmente legível. As ideias e teorias não refletem, mas traduzem a realidade, a qual pode ser traduzida de maneira errônea. Nossa realidade não é outra senão nossa ideia da realidade. É preciso saber interpretar a realidade antes de reconhecer onde está o realismo. A incerteza do conhecimento. O conhecimento é, pois, uma aventura incerta que comporta em si mesma, permanentemente, o risco de ilusão e de erro. O conhecimento é a navegação em um oceano de incertezas, entre arquipélagos de certezas. As incertezas e a ecologia da ação. A ação é uma decisão, uma escolha, mas é também uma aposta. E na noção de aposta há a consciência do risco e da incerteza. A ecologia da ação é, em suma, levar em consideração a complexidade que a ela supõe, ou seja, o aleatório, o acaso, a iniciativa, a decisão, o inesperado, o imprevisto, a consciência de derivas e transformações. Somos conduzidos a nova incerteza entre a busca do bem maior e do mal menor.

A grande incerteza a enfrentar decorre do que chama-se de ecologia da ação, que compreende três princípios: o circuito risco/precaução: para toda ação empreendida em meio incerto existe contradição entre o princípio do risco e o princípio da precaução, sendo um e outro necessários; trata-se de poder uni-los a despeito de sua oposição; o circuito fins/meios: como os meios e os fins inter-retroagem uns sobre os outros, é quase inevitável que meios sórdidos a serviço de fins nobres pervertam estes e terminem por substituí-los. Não é absolutamente certo que a pureza dos meios conduza aos fins desejados, nem que sua impureza seja necessariamente nefasta; o circuito ação/contexto: toda ação escapa à vontade de seu autor quando entra no jogo das inter-retroações do meio em que intervém. Este é o princípio próprio à ecologia da ação. Outro saber seria a imprevisibilidade em longo prazo. Pode-se, com certeza, considerar ou calcular os efeitos em curto prazo de uma ação, mas seus efeitos em longo prazo são imprevisíveis. A ecologia da ação convida, não à inação, mas ao desafio que reconhece seus riscos e à estratégia que permite modificar, até mesmo anular, a ação empreendida.

Outro saber é ensinar a compreensão. A Educação para a compreensão deve ser foco das reflexões do professor, a compreensão mútua entre os humanos, quer próximos, quer estranhos, é daqui para frente vital para que as relações humanas saiam de seu estado bárbaro de incompreensão.

O problema da compreensão tornou-se crucial para os humanos, a compreensão não pode ser quantificada. Educar para compreender a Matemática ou uma disciplina determinada é uma coisa; educar para a compreensão humana é outra. Nela encontra-se a missão da Educação: ensinar a compreensão entre as pessoas como condição e garantia da solidariedade intelectual e moral da humanidade.

Há duas formas de compreensão: a compreensão intelectual ou objetiva e a compreensão humana intersubjetiva. Compreender significa intelectualmente apreender em conjunto, a compreensão intelectual passa pela inteligibilidade e pela explicação. A compreensão humana vai além da explicação. A explicação é bastante para a compreensão intelectual ou subjetiva das coisas anônimas ou materiais, porém é insuficiente para a compreensão humana.

Compreender inclui, necessariamente, um processo de empatia, de identificação e de projeção. Sempre intersubjetiva, a compreensão pede abertura, simpatia e generosidade. Educação para os obstáculos à compreensão. Os obstáculos exteriores à compreensão intelectual ou objetiva são múltiplos.

A compreensão do sentido do outro, de suas ideias, de sua visão do mundo está sempre ameaçada por todos os lados: existe o “ruído” que parasita a transmissão da informação, cria o mal-entendido ou o não-entendido; existe a polissemia de uma noção que, enunciada em um sentido, é entendida de outra forma; existe a ignorância dos ritos e costumes do outro, especialmente dos ritos de cortesia; existe a incompreensão dos valores imperativos propagados no seio de outra cultura; existe a incompreensão dos imperativos éticos próprios a uma cultura; existe frequentemente a impossibilidade, no âmago da visão do mundo, de compreender as ideias ou os argumentos de outra visão de mundo; existe, enfim e sobretudo, a impossibilidade de compreensão de uma estrutura mental em relação a outra.

Os obstáculos intrínsecos às duas compreensões são enormes; são não somente a indiferenciação, mas também o egocentrismo, o etnocentrismo, o sociocentrismo, que têm como traço comum se situarem no centro do mundo e considerar como secundário, insignificante ou hostil tudo que é estranho ou distante.

O egocentrismo cultiva a *self-deception*, tapeação de si próprio, provocada pela autojustificação, pela autoglorificação e pela tendência a jogar sobre outrem, estrangeiro ou não, a causa de todos os males. De fato, a incompreensão de si é fonte muito importante da incompreensão do outro. Mascaram-se as próprias carências e fraquezas, o que nos torna implacáveis com as carências e fraquezas dos outros.

Etnocentrismo e sociocentrismo. Estes nutrem xenofobias e racismos e podem até mesmo despojar o estrangeiro da qualidade de ser humano. A incompreensão produz tanto o embrutecimento quanto este produz a incompreensão.

A incapacidade de conceber um complexo e a redução do conhecimento de um conjunto ao conhecimento de uma de suas partes provocam consequências ainda mais funestas no mundo das relações humanas que no conhecimento do mundo físico.

O espírito redutor. Reduzir o conhecimento do complexo ao de um de seus elementos, considerado como mais significativo, tem consequências piores em ética do que em conhecimento físico. A conjunção das incompreensões, a intelectual e a humana, a individual e a coletiva, constitui obstáculos maiores para a melhoria das relações entre indivíduos, grupos, povos, nações.

Não são somente as vias econômicas, jurídicas, sociais, culturais que facilitarão as vias da compreensão; é preciso também recorrer as vias intelectuais e éticas, que poderão desenvolver a dupla compreensão, intelectual e humana.

A ética da compreensão. A ética da compreensão é a arte de viver que nos demanda, em primeiro lugar, compreender de modo desinteressado. Demanda grande esforço, pois não pode esperar nenhuma reciprocidade. A ética da compreensão pede que se compreenda a incompreensão, pede que se argumente, que se refute em vez de excomungar e anatematizar. A compreensão não desculpa nem acusa: pede que se evite a condenação peremptória, irremediável, como se nós mesmos nunca tivéssemos conhecido a fraqueza nem cometido erros. Se soubermos compreender antes de condenar, estaremos no caminho da humanização das relações humanas.

A consciência da complexidade humana. A compreensão do outro requer a consciência da complexidade humana: a abertura subjetiva (simpática) em relação ao outro. Estamos abertos para determinadas pessoas próximas privilegiadas, mas permanecemos, na maioria do tempo, fechados para as demais; a interiorização da tolerância. A verdadeira tolerância não é indiferente às ideias ou ao ceticismo generalizados. A tolerância supõe sofrimento ao suportar a expressão de ideias negativas ou, segundo nossa opinião, nefastas, e a vontade de assumir este sofrimento.

Há quatro graus de tolerância: o primeiro: obriga-nos a respeitar o direito de proferir um propósito que nos parece ignóbil; o segundo: é inseparável da opção democrática: a essência da democracia é se nutrir de opiniões diversas e antagônicas; o terceiro: obedece a concepção de Niels Bohr, para quem o contrário de uma ideia profunda é outra ideia profunda, ou seja, há uma outra verdade na ideia antagônica à nossa e é esta verdade que é preciso respeitar; o quarto: vem da consciência das possessões humanas pelos mitos, ideologias, ideia ou deuses.

Compreensão, ética e cultura planetária. Deve-se relacionar a ética da compreensão entre as pessoas com a ética da era planetária, que pede a mundialização da compreensão. A única verdadeira mundialização que estaria a serviço do gênero humano é a da compreensão, da solidariedade intelectual e moral da humanidade. Compreender é também aprender e reaprender incessantemente. A compreensão é ao mesmo tempo meio e fim da comunicação humana. O planeta necessita, em todos os sentidos, de compreensões mútuas. Dada a importância da Educação para a compreensão, em todos os níveis educativos e em todas as idades, o desenvolvimento da compreensão necessita da reforma planetária das mentalidades; esta deve ser a tarefa da Educação do futuro.

Por último Morin (2003) chama atenção para o saber da ética do gênero humano. A Educação deve conduzir à “antropo-ética”, levando em conta o caráter ternário da condição humana, que é ser ao mesmo tempo indivíduo/sociedade/espécie. A Educação deve contribuir não somente para a tomada de consciência de nossa Terra-Pátria, mas também permitir que esta consciência se traduza em vontade de realizar a cidadania terrena.

A ética propriamente humana, ou seja, a antropo-ética deve ser considerada como a ética da cadeia de três termos indivíduo/sociedade/espécie, na qual emerge nossa consciência e nosso espírito propriamente humano. Essa é a base para ensinar a ética do futuro.

O circuito indivíduo/sociedade: ensinar a democracia. Indivíduo e sociedade existem mutuamente. A democracia favorece a relação rica e complexa entre indivíduo/sociedade, em que os indivíduos e a sociedade podem ajudar-se, desenvolver-se, regular-se e controlar-se mutuamente. As três democracias apresentadas são: democracia e complexidade: a democracia necessita do consenso da maioria dos cidadãos e do respeito às regras democráticas. Mas, do mesmo modo que o consenso, a democracia necessita de diversidade e antagonismo; a dialógica democrática: todas as características importantes da democracia têm um caráter dialógico que une de modo complementar termos antagônicos: consenso/conflito, liberdade/igualdade/fraternidade, comunidade nacional/antagonismos sociais e ideológicos; o futuro da democracia: os avanços disciplinares das ciências não trouxeram apenas as vantagens da divisão do trabalho, trouxeram também os inconvenientes da hiperespecialização, do parcelamento e da fragmentação do saber.

O circuito indivíduo/espécie: ensinar a cidadania terrestre. A ligação ética do indivíduo à espécie humana foi afirmada desde as civilizações da antiguidade. Esta antropo-ética foi recoberta, obscurecida, minimizada pelas éticas culturais diversas e fechadas.

Morin (2003) acrescenta ainda que estes são os sete saberes fundamentais que a Educação do futuro deveria tratar em toda sociedade e em toda cultura, sem exclusividade nem rejeição, segundo modelos e regras próprias a cada sociedade e a cada cultura. Neste sentido, considerou-se importante salientar estes aspectos como reflexões importantes no grupo de Formação Continuada para que a Educação seja considerada importante nos aspectos referentes e que a visão do professor necessita repensar o papel da Educação por meio da reflexão.

Segundo Cochran Smith e Lytle (1999), em relação às aprendizagens do professor para a formação profissional docente, deve-se analisar três concepções: “para, na e da” prática.

A concepção de conhecimento “para” a prática é associada a iniciativas de formação continuada — as mais conhecidas e utilizadas —, englobando escolas e sistemas escolares inteiros. As aprendizagens são baseadas em teorias gerais e em descobertas de pesquisa, as quais os professores são treinados para implantar.

O conhecimento “na” prática fundamenta-se na ideia de que o conhecimento se origina na reflexão e na investigação da prática. Ou seja, a ênfase está no conhecimento em ação, nas reflexões e análises do professor sobre a prática e nas narrativas que escreve sobre a prática. Essas iniciativas estão centradas na ajuda aos professores, explorando problemas da prática que não podem ser resolvidos pela aplicação de teorias estabelecidas e pela reconsideração de suas próprias suposições e raciocínios. Nos programas, os facilitadores trabalham muitas vezes com grupos de professores que funcionam como equipe externa de apoio, levando os outros a questionar suas próprias suposições e reconsiderar as bases de suas ações e de suas crenças.

Na perspectiva do conhecimento “da” prática, os pesquisadores sugerem, para favorecer o desenvolvimento profissional, oportunidades para que os professores explorem e questionem suas (e dos outros) ideologias, interpretações e práticas. Isto significa que os professores aprendem ao desafiar suas próprias suposições; ao identificar questões importantes da prática; ao propor problemas; ao estudar seus próprios estudantes, salas de aula e escolas; ao construir e reconstruir o currículo; e ao assumir papéis de liderança e de protagonismo na busca da transformação da prática de sala de aula e, por decorrência, das práticas escolares e sociais.

Os aspectos para o trabalho colaborativo entre alunos mencionados por Johnson, Johnson e Holubec (1999) podem ser observados também na formação de professores, sendo eles três níveis fundamentais demonstrados pela aprendizagem colaborativa: favorecer o aumento do rendimento dos indivíduos que aprendem num projeto ou até mesmo num currículo, independentemente da situação de partida; contribuir para estabelecer relações positivas entre os indivíduos que aprendem, possibilitando uma comunicação de aprendizado, cuja diversidade se torna valorizada; permitir uma boa experiência, que contribui para atingir um proveitoso desenvolvimento social, psicológico e cognitivo.

Segundo Martínez, Martín e Capllonch (2009) o trabalho colaborativo possibilita sair do isolamento, compartilhar e comparar experiências, intercâmbio de informações, responder a perguntas ou superar as dificuldades identificadas por seus participantes.

Para Damasco, Cavalcanti e Pinheiro (2018), em um mundo em constante transformação, algumas escolas e professores ainda permanecem com as mesmas práticas vivenciadas há décadas, as quais não consideram a realidade dos estudantes e suas experiências. A preocupação ainda é a de reprodução de valores e conteúdos enraizados historicamente. A sociedade brasileira anseia na melhoria da Educação Nacional e, sendo assim, as escolas precisam buscar alternativas para que tais mudanças possam acontecer.

Segundo Ponte *et al*. (2001, p.31):

> O confronto diário com situações complexas que exigem uma resposta imediata, faz deste período uma fase de novas aprendizagens e de reequacionamento das suas concepções sobre a escola, a Educação, o currículo, a disciplina que ensina, os alunos e o próprio trabalho em si.

As autoras Damasco, Cavalcanti e Pinheiro (2018) acrescentam que a qualidade da Educação perpassa a profissionalização do professor, reconstruindo a identidade docente e promovendo uma nova visão da sociedade e dos próprios professores. Dada a importância da formação continuada, acredita-se que a maior validação desta ocorra por meio dos grupos de estudos colaborativos, pois a construção e reconstrução das aprendizagens dos professores advém da reflexão sobre a ação com seus pares.

Damasco, Cavalcanti e Pinheiro (2018) ressaltam ainda que diante das inúmeras preocupações diárias envolvendo o professor, como faixa etária, evasão escolar, repetência, falta de interesse, problemas familiares e a falta expressiva de professores na rede de ensino, evidente a necessidade da Formação Continuada dos Professores.

Alarcão (2011) afirma que as escolas são lugares nos quais as novas competências devem ser adquiridas ou reconhecidas e desenvolvidas.

Entende-se que o trabalho pedagógico que contempla atividades práticas, envolventes e desafiadoras auxilia e contribui para a compreensão de conceitos, no qual o estudante pode realizar uma avaliação crítica da utilização da aprendizagem. E defende-se que os professores necessitam desenvolver um planejamento didático com foco no desenvolvimento de competências, integrando conceitos, procedimentos e atitudes.

Acredita-se que a formação de um Grupo Colaborativo de Estudos é fundamental para os professores, visto que se torna um espaço de discussão, de trocas e de estudo proporcionando aos professores possibilidades de ensino e aprendizagem, desmistificando alguns conceitos que são trabalhados com muita complexidade. Para Alarcão (2011) é na escola que está a possibilidade de construir conhecimento por meio da prática coletiva.

Não basta ser reflexivo individualmente, pois a reflexão individual pode levar a sentimento de frustração e solidão, há necessidade de troca de experiências, discussões, reflexões conjuntas para que o professor possa sentir que suas angústias, dificuldades e planejamentos que nem sempre são como se espera, são também de outros professores. Os gestores devem criar um espírito de colaboração real, orientado para um objetivo comum: a melhoria da Educação e o sucesso dos alunos. Alarcão (2011) ainda afirma que somente a reflexão e o diálogo vão fortalecer a concepção da Educação como uma tarefa que exige a complementaridade de saberes, o respeito pelos conhecimentos do outro e o reconhecimento dos próprios limites. O pior que pode ocorrer a um educador é pensar que sabe tudo e os outros nada sabem, o importante é reconhecer que as dificuldades são comuns.

Para Bolzan (2002), a reflexão sobre a prática ganha relevância se for realizada de maneira compartilhada e contínua:

> Refletir sobre a prática pedagógica parece ser um dos pontos de partida, pois compreender o processo de construção de conhecimento pedagógico de forma compartilhada implica compreender como se constitui esse processo no cotidiano escolar, local de encontros e desencontros, de possibilidades e limites, de sonhos e desejos, de encantos e desencantos, de atividade de reflexão, de interação e de mediação nessa

> construção que não é unilateral, mas acontece à medida que compartilhamos experiências, vivências, crenças, saberes, etc. numa ciranda que não se esgota, ao contrário, se desdobra, se modifica, se multiplica, revela conflitos e se amplia. (p. 27).

Fica evidente a necessidade da Formação Continuada de Professores e a realização de Grupos de Estudos, fazendo com que os professores tenham um espaço para pesquisa, troca de experiências e aprimoramento profissional e pessoal.

Entende-se que o conhecimento adquirido pelo professor nunca é suficiente, e quanto mais buscar aperfeiçoamento melhor será seu desempenho profissional. Todos precisam ficar atentos à realidade das constantes mudanças da profissão. Não podemos, de forma alguma, achar que já somos profissionais prontos e que jamais necessitamos de atualizações. Um professor deve ter um perfil de mente aberta, que entende a necessidade de atualização constante, isto é ser reflexivo.

Damasco, Cavalcanti e Pinheiro (2018), destacam que os professores necessitam revisitar os conceitos matemáticos com uma diversidade de atividades, exigindo um pensar mais elaborado na resolução das tarefas. Salientam, também, que o papel do professor é fundamental para o avanço do ensino do pensamento matemático, incentivando os alunos ao estudo, por meio da escolha de atividades investigativas e interessantes.

O trabalho pedagógico desenvolvido em *Grupos Colaborativos* possibilita que os professores planejem e discutam atividades práticas, envolventes e desafiadoras auxiliando e contribuindo para a compreensão de conceitos por meio dos quais o aluno pode realizar uma avaliação crítica da utilização da aprendizagem, proporcionando também aos professores um leque de possibilidades de ensino e aprendizagem, desmistificando alguns conceitos que são trabalhados com um grande grau de complexidade fazendo com que o professor torne-se um agente reflexivo de suas ações.

Fiorentini (2006) destaca que é importante um rodízio na coordenação dos encontros em um *Grupo Colaborativo*, contribuindo para a democratização das relações de poder e para a distribuição de responsabilidades no grupo, o que lhe confere características próprias de um grupo autenticamente colaborativo. Essa colaboração representa um processo pelo qual cada indivíduo participa, dando sua contribuição num empreendimento comum, cujo resultado beneficia a todas as pessoas envolvidas. As decisões críticas são tomadas conjuntamente e os recursos e/ou maneira de trabalhar são negociados conjuntamente visando atingir os objetivos comuns (LIMA, 2002).

Imbernón (2010) defende que a formação continuada estruturada nos pilares do trabalho colaborativo pode ajudar a romper com a cultura individualista por meio do diálogo e enfrentamento do conflito, do questionamento e debate, da busca de consenso não imposto e de relações afetivas construídas no coletivo.

Rodrigues e Passos (2017) destacam ainda que essa perspectiva de formação também é defendida por Fullan e Hargreaves (2000) ao afirmarem que quando as pessoas atuam de forma isolada, há maior dificuldade no acesso a novas ideias e a soluções melhores, e que pode aumentar o *stress* internamente como uma chaga, dificultando o reconhecimento e o elogio do sucesso e permitindo a existência e a permanência da incompetência em detrimento dos estudantes, dos colegas e dos próprios professores. Além disso, esses autores afirmam que “muitas iniciativas para o desenvolvimento pessoal assumem a forma de algo que é feito para os professores, em vez de com eles e, menos ainda por eles” (2000, p. 33).

Imbernón (2016) descreve que as novas experiências para uma escola atual deveriam buscar alternativas de um ensino mais participativo, em que o fiel protagonista histórico do monopólio do saber, o professor e a professora, compartilhe seu conhecimento com outras instâncias socializadoras que estejam fora do estabelecimento escolar. A mudança deve ser levada a termo a partir do coletivo com a busca, em qualquer lugar, de novas alternativas para o ensino, a aprendizagem e a formação, fundamentando-os mais no diálogo entre iguais e entre aqueles que têm algo a dizer a quem ensina e a quem aprende. Isso comporta uma nova maneira de ver a Educação, a escola, o magistério e a formação docente.

Para exemplificar, Imbernón (2016) apresenta um quadro comparativo entre o trabalho individualista e o trabalho colaborativo, conforme figura 18.

Figura 18 – Quadro de diferenças entre trabalho individual e colaborativo

TRABALHO INDIVIDUAL	TRABALHO COLABORATIVO
Não existe relação entre os objetivos que cada professor ou professora busca. Cada um faz seu trabalho.	Definem-se metas coletivas entre os membros da equipe.
Tudo depende de cada um.	O sucesso da tarefa depende de todos.
Os fracassos são vistos como falta de capacidade ou limitações pessoais.	Os fracassos são de todos.
A comunicação e a relação são relativas. A tolerância profissional é menor.	A comunicação, a relação, a tolerância e o respeito são imprescindíveis.
Pode haver competição e estratificação entre os docentes.	As reações de confronto são controladas e certos pontos de vista discrepantes são relativizados. Com menos competição, a eficácia da tarefa aumenta. A hierarquia se dilui.

Fonte: Adaptado de Imbernón (2016).

Admite-se que uma Formação Continuada com um trabalho colaborativo possibilita resultados mais promissores e que pode aproximar-se dos participantes por meio do diálogo, da troca de experiências, de espaços de discussão coletiva sobre a prática em sala de aula, do compartilhamento das angústias, frustrações e dilemas profissionais que fazem parte da prática docente contribuindo com o desenvolvimento do profissional desses professores e contribuindo com o campo pessoal.

Entende-se que a colaboração entre os participantes pode ser um potencial formativo na construção de um ambiente reflexivo, reduzindo o trabalho individualizado, levando a um trabalho compartilhado com os colegas professores, realizando um planejamento didático conjunto, com benefícios mútuos e conforme as experiências e expectativas de todos os integrantes.

Neste sentido nesta investigação optou-se por desenvolver uma Formação Continuada por 2 (dois) anos letivos por meio do trabalho colaborativo, buscando o desenvolvimento e/ou a qualificação da competência profissional de *Observar com Sentido.*

4.2 COMPETÊNCIA DE OBSERVAR COM SENTIDO

Ávila (2019) afirma que, para exercer uma prática profissional, seja ela qual for, é necessário desenvolver primeiro um certo tipo de sensibilidade e consciência da prática profissional, e que uma competência profissional importante para os professores é a de *Observar com Sentido* (LLINARES, 2015, LLINARES et al 2019).

Para Perrenoud et al. (2002), é importante compreender a concepção de competência. A noção de competência refere-se à capacidade de compreender uma determinada situação e reagir adequadamente frente a ela, ou seja, estabelecendo uma avaliação dessa situação de forma proporcionalmente justa para com a necessidade que ela sugerir a fim de atuar da melhor maneira possível. É a “qualidade de quem é capaz de apreciar e resolver certo assunto, fazer determinada coisa; capacidade, habilidade, aptidão, idoneidade. [Está relacionada à] oposição, conflito, luta” (FERREIRA, 1999, p. 512).

Segundo Perrenoud (2001), competência é a aptidão para enfrentar, de modo eficaz, uma família de situações análogas, mobilizando a consciência, de maneira cada vez mais rápida, pertinente e criativa, múltiplos percursos cognitivos: saberes, capacidades, microcompetências, informações, valores, atitudes, esquemas de percepção, de avaliação e de raciocínio.

Para Le Boterf (2000), competência é a sequência de ações que combina diversos conhecimentos, um esquema operativo transferível a uma família de situações, é uma construção, o resultado de uma combinação relacionada a vários recursos (conhecimentos, rede de informações, redes de relação, saber fazer).

Para os autores Zabala e Arnau (2010), a competência consistirá na intervenção eficaz nos diferentes âmbitos da vida, mediante ações nas quais se mobilizam componentes atitudinais, procedimentais e conceituais de maneira interrelacionada. Descrevem ainda que a competência identificará aquilo que qualquer pessoa necessita para resolver os problemas com os quais se deparará ao longo da vida.

Os autores apresentam um modelo explicativo sobre o que é competência, conforme figura 19.

Figura 19 – O que é competência?

O que?	**É a capacidade ou a habilidade** A existência nas estruturas cognitivas da pessoa das condições e recursos para agir. A capacidade, a habilidade, o domínio a aptidão.
Para quê?	**Para realizar tarefas ou atuar frente a situações diversas** Assumir um determinado papel; uma relação aos níveis requeridos; uma tarefa específica; realizar ações; participar na vida política, social e cultural da sociedade; cumprir com as exigências complexas; resolver problemas da vida real; enfrentar um tipo de situação.
De que forma?	**De forma eficaz** Capacidade efetiva; de forma exitosa; exercício eficaz; conseguir resultados e exercê-los de modo excelente; participação eficaz; mobilizando a consciência e de maneira cada vez mais rápida, pertinente e criativa.
Onde?	**Em um determinado contexto** Uma atividade plenamente identificada; em um contexto determinado; em uma determinada situação; em um âmbito ou cenário da atividade humana.
Por meio de quê?	**É necessário mobilizar atitudes, habilidades e conhecimentos** Diversos recursos cognitivos; pré-requisitos psicossociais; conhecimentos, habilidades e atitudes; conhecimentos e características individuais; conhecimentos, qualidades, capacidades e atitudes; os recursos que mobiliza, conhecimentos teóricos e metodológicos, atitudes, habilidades e competências mais específicas, esquemas motores, esquemas de percepção, avaliação, antecipação e decisão; comportamentos, motivação, valores éticos, atitudes, habilidades, emoções e outros componentes sociais; amplo repertório de estratégias. Operações mentais complexas, esquemas de pensamento; saberes, capacidades, microcompetências, informações, valores, atitudes, esquemas de percepção, de avaliação e de raciocínio.
Como?	**Ao mesmo tempo ou de forma inter-relacionada** De forma integrada; orquestrada.

Fonte: Adaptado de Imbernón (2016, p. 37).

Os autores reafirmam, dadas as definições apresentadas, que as competências são ações eficazes diante de situações e problemas de diferentes matizes, que obrigam a utilizar os recursos dos quais se dispõe; para responder aos problemas que as situações apresentam, é necessário estar disposto a resolvê-los com uma intenção definida, ou seja, com atitudes determinadas; uma vez mostrados a disposição e o sentido para a resolução dos problemas propostos, com atitudes determinadas, é necessário dominar os procedimentos, as habilidades e as destrezas que a ação que se deve realizar exige; para que as habilidades cheguem a um bom fim devem ser realizadas sobre objetos de conhecimento, ou seja, fatos, conceitos e sistemas conceituais; tudo isso deve ser realizado de forma interrelacionada: a ação implica integração de atitudes, procedimentos e conhecimentos.

Reiteram que todas as definições apresentadas não são suficientes, pois é necessário conhecer todo o processo que uma pessoa competente desenvolve diante de uma situação determinada para compreender os diferentes recursos que deve utilizar para exercer a competência de forma eficaz.

O professor deve estar preparado para desenvolver um planejamento didático com aulas que vão ao encontro do interesse e entendimento do aluno, buscando integrar seu conhecimento à escolha de tarefas que possibilitem intervir como agente construtor do pensamento matemático do estudante.

É compreensível a resistência de alguns professores para o planejamento didático com estas características, pois não foram educados nesse ambiente ou não se sentem capazes para analisar situações de ensino, o que leva ao trabalho usualmente desenvolvido em sala de aula, organizado com explicação formal do conteúdo; apresentação de exemplos; exercícios de memorização.

Groenwald (1997) observa que:

> A atenção do professor deve estar voltada para o raciocínio do aluno e não para a sua capacidade de dar respostas certas. O professor repensa seu papel como educador; em vez de ser transmissor de ideias e informações, torna-se agente do desenvolvimento do aluno, estimulando-o a raciocinar em vez de imitar (p.139).

Groenwald (1997) destaca ainda que o professor necessita ter o objetivo de estimular o raciocínio, o pensamento ativo, a reflexão e a descoberta do aluno incentivando-o a pensar, selecionando problemas que estimulem o raciocínio em vez de sobrecarregar sua memória com exercícios de como se usa determinado algoritmo ou regra. Propor situações de aprendizagem e ensinar a pensar deve ser uma preocupação constante do professor que reflete sua prática de sala de aula.

Alguns princípios são fundamentais para determinar as características que um professor deve desenvolver para o ensino da Matemática: ter competência nos conteúdos, demonstrando conhecimento profundo da sua disciplina; ter eficiência nos métodos e tarefas escolhidas, para possibilitar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos, procedimentos e atitudes; criar condições em suas aulas que possibilitem o desenvolvimento, do espírito de cooperação e participação, coesão, integração, trabalho em grupo, ambiente de discussão e reflexão; ter bom senso e equilíbrio ao lidar com os alunos; ter capacidade de dar segurança e firmeza para que o aluno possa desenvolver sua autonomia de aprendizagem; ter empenho em atualizar-se permanentemente; ter imparcialidade e ensinar igualmente a todos;

possuir competência para tornar acessíveis sua expressão e linguagem, ter dicção bem articulada e um olhar determinado e confiante para o aluno.

Neste sentido, para Groenwald, Llinares e Seibert (2013), a noção de competência é discutida como nuclear na orientação dos cursos de formação de professores, definindo um amplo conjunto a ser considerado como norte de toda a composição curricular e de todos os conhecimentos a serem trabalhados.

De acordo com Groenwald e Silva (2002), o professor deve orientar e mediar o ensino para a aprendizagem dos alunos, assumir e saber lidar com a diversidade existente entre os alunos, desenvolver práticas investigativas, utilizar metodologias, estratégias e desenvolver hábitos de colaboração e trabalho em equipe com os estudantes.

Ávila (2019) descreve a ideia de ser matematicamente competente e inclui cinco dimensões a serem desenvolvidas para alcançar tal competência: a) compreensão conceitual; b) desenvolvimento de habilidades procedimentais; c) pensamento estratégico: capacidade de formular, representar e resolver problemas; d) comunicar e explicar matematicamente; e) atitudes positivas do aluno em relação às suas capacidades (LLINARES, 2003, p. 14).

Para Llinares (2003) o desenvolvimento da competência Matemática é baseado na compreensão de conceitos matemáticos e o estabelecimento de relações entre diferentes noções e procedimentos.

D'Amore (2014), considera que a competência Matemática é o grande objetivo da Educação e que é relevante desenvolver esta competência Matemática na escola.

Para Veiga (2014), os professores desempenham um conjunto de funções que ultrapassam a tarefa de ministrar aulas. Segundo a autora, "as funções formativas convencionais, como ter um bom conhecimento sobre a disciplina e como explicá-la, foram tornando-se mais complexas com o tempo e com o surgimento de novas condições de trabalho" (VEIGA, 2014, p. 24).

Perrenoud (2001) declara a necessidade de se desenvolver uma décima primeira competência, da qual dependerão as demais, que não se relaciona ao trabalho com os alunos e sim à capacidade de os professores agirem como atores coletivos no sistema e de direcionar o movimento rumo à profissionalização e à prática reflexiva, assim como para o domínio das inovações.

Niss (2011), afirma que um professor competente é aquele capaz de promover efetivamente o desenvolvimento de competências Matemáticas em seus alunos e no desenvolvimento do processo de ensinar.

As situações de ensino da Matemática são complexas estabelecendo-se relações entre estudantes, o conteúdo matemático a ser aprendido e os professores (LLINARES, 2008). Para Llinares (2008), o professor necessita saber analisar, diagnosticar e dotar de significado as produções Matemáticas de seus alunos, assim como saber comparar as produções dos estudantes com o que era pretendido (objetivos), precisa também dotar de sentido e saber gerenciar a comunicação em sala de aula, formulando perguntas que permitam vincular conhecimentos prévios, valorizando diferentes participações, identificando e caracterizando normas socio Matemáticas que regem os processos de comunicação Matemática em sala de aula.

Llinares (2008) ressalta a importância de se pensar a formação de professores em função de preparar o professor para realizar “algo” de maneira competente. Mais especificamente, no que se refere à formação de professores de Matemática, o auto destaca que o professor deve ser capaz de analisar a atividade na qual pretende que um indivíduo seja competente, assim como identificar o conhecimento que fundamenta esta atividade, considerando a maneira que se constrói o conhecimento necessário para ensinar Matemática.

Ressalta-se que ainda que sejam inúmeras as competências necessárias para um professor de Matemática atuar na Educação Básica, defende-se a importância da competência de *Observar com Sentido* situações de ensino (LLINARES, 2011), analisando as respostas dos estudantes, dotando de sentido as situações de ensino planejadas e tomando decisões sobre ações futuras. Esta competência consiste na capacidade de identificar e compreender uma determinada situação (*Observar com Sentido*) como aspecto relevante no processo de ensino e aprendizagem da Matemática (LLINARES, 2011).

Ávila (2019) relata que competência Matemática significa a habilidade de compreender, julgar e usar a Matemática em uma variedade de contextos intra e extramatemáticos em situações em que a Matemática desempenha ou pode desempenhar um papel.

Para Fortuny e Rodríguez (2012), existem três aspectos que são elementos básicos para *Observar com Sentido* uma aula de Matemática: determinar o que é importante ou significativo sobre a situação de uma sala de aula; estabelecer as conexões entre os aspectos específicos das ações de uma aula e os princípios gerais de ensino e aprendizagem que representam; identificar o motivo sobre as interações na sala de aula, tomando decisões sobre ação.

Abordando mais especificamente o termo *Observar com Sentido,* apresenta-se a definição a partir dos estudos de Van Es e Sherin (2002). Para esses autores, tal competência é determinada por três habilidades: a capacidade de identificar os fatores importantes no processo de ensinar; fazer reflexões sobre as interações que surgem em sala de aula a partir do conhecimento gerado do contexto e relacionar todos os eventos que acontecem em sala de aula com outras ideias mais generalistas do processo que se é envolvido no ensino-aprendizagem da Matemática.

A competência de *Observar com Sentido* pode ser caracterizada como a relação entre três habilidades, segundo Llinares (2009), que permitem o professor tomar decisões relacionadas a uma dada situação, que está sendo analisada, essas habilidades são: identificar os aspectos relevantes da situação; interpretar o conhecimento sobre o contexto para pensar sobre as interações em sala de aula; tomar decisões de ação.

Se caracteriza pelo fato do professor ser capaz de reconhecer os aspectos que podem ser relevantes na sala de aula para explicar a aprendizagem da Matemática (Fernández, Llinares, Valls, 2013, 2012, 2011; Fortuny, Rodríguez, 2012; Mason, 2002; Zapatera, Callejo, 2013). A partir destas três habilidades, destaca-se também a importância de se realizar conexões entre os acontecimentos da situação dada e os princípios, ideias, conceitos mais gerais sobre o ensino e a aprendizagem, ou seja, conhecimentos prévios que o estudante de licenciatura ou o professor tenha em relação ao que está sendo apresentado. Jacobs, Lamb e Philipp (2010) ressaltam que estas habilidades se relacionam, mas não necessariamente seguindo uma ordem estabelecida, a figura 20 apresenta um esquema para representar a estrutura da competência de *Observar com Sentido*.

Figura 20 – Habilidades da Competência de Observar com Sentido

Fonte: Adaptada de Jacobs, Lamb e Philipp (2010).

Segundo Llinares (2008), o professor deve planejar e organizar o conteúdo matemático para ensinar os alunos, ou seja, determinar planos de ação. Este processo se apoia no desenvolvimento da capacidade de usar conhecimentos conceituais, como a ideia de situações didáticas, engenharia didática e elementos da transposição didática.

Fernández, Llinares e Valls (2011), afirma que a competência de *Observar com Sentido* permite ao professor de Matemática ver as situações do processo de ensino e aprendizagem de maneira profissional, o que diferencia do modo de observar de alguém que não é professor de Matemática.

A conceitualização dessa competência docente, caracterizada como identificar, interpretar e tomar decisões de ação no ensino tem permitido realizar investigações que apoiam a hipótese de que esta competência pode ser aprendida. As investigações realizadas anteriormente, no contexto de formação de professores, indicam as características das tarefas apresentadas e a natureza das interações entre os estudantes de licenciatura que determinam o foco de atenção sobre o ensino da Matemática, os diferentes tópicos em que a atenção é centrada e que condicionam o modo que o licenciando interpreta os atos (a forma que se vincula às evidências e às ideias teóricas) e o desenvolvimento de um discurso profissional que se vincula ao papel relativo desempenhado pela informação teórica relativa à didática da Matemática.

Esta competência permite que os professores processem e interpretem situações complexas no contexto da sala de aula. Possibilitando ao professor de Matemática ver o processo de ensino e aprendizagem de um modo profissional, diferenciando o professor de alguém que não é professor (VAN ES; SHERIN, 2002).

Groenwald e Llinares (2019) relatam a importância da competência de *Observar com Sentido* quando se propõe a análise de uma situação de ensino, onde o foco pode ser a metodologia utilizada pelo professor, a forma de condução do processo de ensino e aprendizagem, os exemplos ou exercícios utilizados, ou seja, a situação de ensino em si, onde se apresenta uma realidade de sala de aula, pois se considera que quando se analisa e interpreta uma situação deste tipo, busca-se estabelecer as relações entre os conhecimentos matemáticos, didáticos e pedagógicos ali envolvidos e as concepções teóricas que já se possui para a realização de uma reflexão e de uma proposta de tomada de decisão.

Mason (2002) indica algumas características que podem ajudar no desenvolvimento do processo de *Observar com Sentido* de uma maneira efetiva: desenvolver a sensibilidade aprendendo a identificar o que pode ser considerado relevante tendo em conta um certo objetivo que guia a observação; descrever os aspectos observados mantendo registros do que foi observado, separando a descrição dos julgamentos; reconhecer possíveis alternativas e validar o observado, tentando que os outros reconheçam o que foi descrito ou sugerido.

Aprender a *Observar com Sentido* o pensamento matemático dos estudantes é particularmente relevante para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina, e que ela se apoia em como os estudantes aprendem. As investigações prévias têm indicado a relevância que tem o que os professores observam e também a maneira como interpretam o observado para determinar a qualidade do ensino da Matemática (FERNÁNDEZ; LLINARES; VALLS, 2011).

Observar com Sentido deve ser entendido como poder identificar o que é relevante para a aprendizagem Matemática dos estudantes (LLINARES, 2015), interpretando as respostas dos estudantes para tomar decisões de ação de acordo com os objetivos planejados, segundo Fernández, Llinares e Valls (2011). Esta competência permite que os professores processem e interpretem situações complexas no contexto da sala de aula. Para Van Es e Sherin (2002) é possibilitar ao professor de Matemática ver o processo de ensino e aprendizagem de um modo profissional, diferenciando o professor de alguém que não é professor.

Para Hiebert; Morris; Berk e Jasen (2007), *Observar com Sentido* está ligado à capacidade do professor de Matemática em adotar decisões e, em seguida, ações a partir do que o estudante parece estar aprendendo. Para Fernández, Llinares e Valls (2011), o *Observar com Sentido* tem sua importância por desenvolver a capacidade de ensinar Matemática, pela compreensão via estudante do que ele está aprendendo.

Entende-se que o planejamento didático dos professores envolve a escolha de tarefas matemáticas adequadas às situações de ensino e que as mesmas devem ser classificadas de acordo com a demanda cognitiva delas. Assunto este que se apresenta a seguir.

4.3 TAREFAS MATEMÁTICAS

Em toda atividade docente, como indica Bachelard, citado por Carretero (1997) não só aprende o aluno, mas também o professor. É fundamental para um professor saber o que é e como se desenvolve a mente do aluno, mas não menos importante é a interrogação sobre como se produz a mudança cognitiva, ou seja, como se pode aprender melhor. Tanto o professor como a escola são responsáveis pelo desenvolvimento cognitivo em que o aluno está inserido.

Ao apresentar uma *tarefa Matemática* aos seus alunos, o professor a planeja a fim de que estes atinjam um objetivo, criando assim uma interação entre o professor, o conteúdo e os alunos, com o propósito de que estes desenvolvam a competência Matemática prevista.

Para tanto, o professor deve propor atividades Matemáticas do tipo: formulação, representação, resolução e (ou) comunicação de problemas matemáticos a partir de uma situação. Com isso busca-se desenvolver no aluno uma determinada competência Matemática junto a seu processo de aprendizagem.

Llinares (2003) destaca que existem três elementos que devem ser caracterizados para poder maximizar a prática de *ensinar Matemática*: o significado de *matematicamente competente*; as características da *tarefa Matemática* dirigida ao desenvolvimento da competência Matemática; as características da classe que apoiam a geração/criação da competência Matemática.

Para Llinares (2013) chegar a ser matematicamente competente está relacionado ao desenvolvimento da compreensão do conteúdo matemático. Quando se compreende as noções e procedimentos matemáticos se pode utilizá-los de maneira flexível e adaptá-los em novas situações, permitindo estabelecer relações entre eles e utilizá-los para aprender um novo conteúdo matemático.

Deste modo *compreender* está vinculado a: saber qual é o significado; como funcionam os procedimentos; como se relacionam uns com os outros; por que funcionam da maneira que é feito.

Por tanto ser competente matematicamente deve relacionar-se com o ser capaz de realizar determinada *tarefa Matemática* e compreender por que podem ser utilizadas algumas noções e procedimentos para resolvê-las, assim como a possibilidade de argumentar a conveniência de seu uso (LLINARES, 2015).

O professor deve estar sempre preparado para desenvolver aulas que vão ao encontro do interesse e entendimento do aluno, buscando integrar seu conhecimento às tarefas que possibilitem intervir como agente construtor do seu pensamento.

A escolha de tarefas não é um processo simples. O professor deve analisar, refletir e idealizar o que pretende alcançar na aprendizagem do aluno. Ao escolher uma determinada tarefa, o professor cria a expectativa de auxiliar seu aluno a superar suas dificuldades. Este processo exige uma reflexão constante sobre suas práticas ao desenvolver seu planejamento didático.

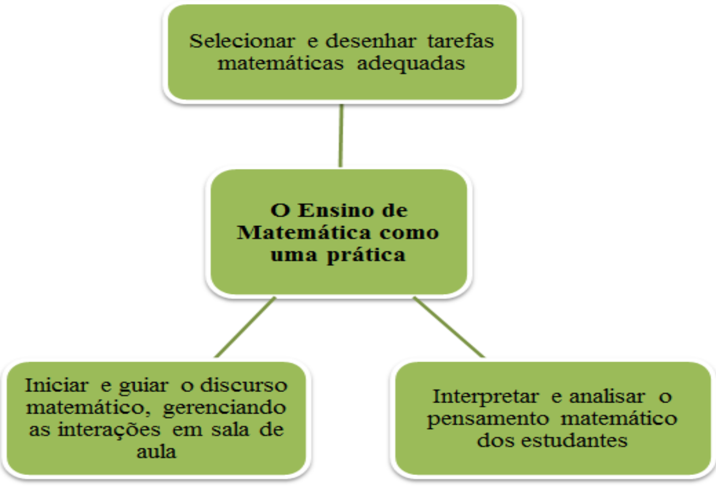
Groenwald (1997) observa que:

> A atenção do professor deve estar voltada para o raciocínio do aluno e não para a sua capacidade de dar respostas certas. O professor repensa seu papel como educador; em vez de ser transmissor de ideias e informações, torna-se agente do desenvolvimento do aluno, estimulando-o a raciocinar em vez de imitar (p.139).

Groenwald (1997) destaca, ainda, que o professor tem o objetivo de estimular o raciocínio, o pensamento ativo, a reflexão e a descoberta do aluno; de incentivá-lo a pensar, selecionando problemas que estimulam o raciocínio, em vez de sobrecarregar sua memória. Propor situações de aprendizagem e ensinar a pensar devem ser preocupações constantes do professor construtivista.

Llinares (2008) apresenta um sistema de atividades que articulam o ensino da Matemática como uma prática, conforme a figura 21 a seguir:

Figura 21 – O ensino da Matemática como uma prática



Fonte: Adaptada de Llinares (2008).

Segundo Cyrino, Estevam e Oliveira (2018) a expressão tarefa Matemática é frequentemente utilizada com significados diferentes – pode se referir (nem sempre de forma adequada) a “questões, atividades, problemas, práticas, novas aprendizagens, lições, exemplos, experiências de aprendizagem, projetos, investigações ou propostas de trabalho para casa” (WALLS, 2005, p. 752). Smith e Stein (1998) esclarecem esse impasse ao definirem tarefa matemática como uma proposta de trabalho para os alunos. Trata-se de uma situação ou conjunto de situações direcionado ao desenvolvimento de uma ideia Matemática particular e que se situa “na interação entre ensino e aprendizagem” (STEIN et al., 2000, p. 25), já que o professor seleciona as tarefas Matemáticas tendo em conta a promoção do engajamento dos alunos no processo de ensino, para os quais elas constituem (diferentes) oportunidades de aprendizagem. Esse é também o significado de tarefa Matemática que se pratica.

Segundo Smith e Stein (1998), os tipos de tarefas devem corresponder aos objetivos que se quer atingir na aprendizagem do aluno: se o objetivo é aumentar a capacidade e a eficácia dos alunos de lembrar fatos básicos, definições e regras (lembrá-los da memória), então as tarefas - atividades centradas na memorização - podem ser apropriadas; se o objetivo é aumentar a velocidade e a precisão dos alunos na resolução de problemas de rotina, então tarefas - atividades focadas no uso de procedimentos sem ter um "senso conceitual" do procedimento podem ser apropriadas; se o objetivo é envolver os estudantes em formas mais complexas de raciocínio e desenvolver habilidades de comunicação, é necessário propor outros tipos de tarefas – atividades que exigem o fazer Matemática, a partir de um pensamento complexo e não algorítmico no qual os alunos possam explorar e compreender os conceitos matemáticos.

Ao apresentar uma *tarefa Matemática* aos seus alunos, o professor a planeja a fim de que estes atinjam um objetivo, criando assim uma interação entre o professor, o conteúdo e os alunos, com o propósito de que estes desenvolvam a competência Matemática prevista.

Pimenta (2002a) afirma que é da natureza da atividade docente proceder à mediação reflexiva e crítica entre as transformações sociais concretas e a formação humana dos alunos, questionando modos de pensar, sentir, agir e de produzir e distribuir conhecimentos. Somente a partir de reflexões é possível aprimorar a prática pedagógica, deixando para traz atitudes e ações que não trouxeram resultados benéficos, substituindo-os por procedimentos e práticas favoráveis ao desenvolvimento tanto do professor quanto do aluno na disciplina em questão.

Penalva e Llinares (2011) trazem o termo demanda cognitiva informando que se trata da classe e nível de pensamento que se é exigido dos estudantes para a resolução da tarefa, apontando o que se alcança e o que se aprende em cada nível.

Smith e Stein (1998) classificam quatro níveis de demanda cognitiva:

- Tarefas que exigem a memorização (Nível 1);
- Tarefas que usam procedimentos sem conexão (Nível 2);
- Tarefas que utilizam procedimentos com conexão (Nível 3); e
- Tarefas que exigem o “fazer Matemática” (Nível 4).

De acordo com Smith e Stein (1998) as características de cada nível são as descritas a seguir.

Tarefa de Nível 1 são tarefas que envolvem a reprodução de fórmulas e regras, com muita memorização, sem reflexões sobre as definições que estão sendo vistas. Classificam-se como atividades de nível 1de demanda cognitiva, pois requerem apenas a aplicação de uma regra memorizada, sem fazer reforços ao conceito a ser apresentado.

Tarefas de Nível 2 são as que exigem recurso por algoritmo, focada na obtenção das respostas que ainda não fazem conexão com os conceitos matemáticos. Classificam-se como atividades de nível 2 de demanda cognitiva, por ainda dar ênfase na resposta, portanto uma tarefa que utiliza procedimento sem conexão.

Tarefas de Nível 3 são tarefas que estão intimamente relacionadas com os conceitos ou procedimentos buscando a compreensão desses, apresentando claras conexões com as ideias ao subvalorizar o algoritmo, pois o êxito se dará pela exigência de algum grau de esforço cognitivo. Classificam-se como atividades de nível 3 de demanda cognitiva, pois existe uma relação com conceitos matemáticos, exigindo interpretação por parte do aluno, mesmo que exista um indicativo do conhecimento a ser aplicado. É uma tarefa que exige um procedimento com conexão.

Tarefas de Nível 4 são tarefas que exigem um alto esforço cognitivo pois executam a tarefa por conhecerem e apresentarem a compreensão conceitual da Matemática, verificado pelo pensamento complexo e muito distante do algorítmico em questões que não apresentam um indicativo de qual recurso deverá ser usado nem uma instrução prévia. Classificam-se como atividades de nível 4 de demanda cognitiva, pois exigem o *fazer Matemática*, uma vez que é necessário um aprofundado nível cognitivo a partir de uma questão que não dá indicativos de resolução. O aluno deverá resgatar seus conhecimentos matemáticos e testá-los, em um contexto de maior complexidade.

Para melhor compreensão sobre as tarefas Matemáticas e suas demandas cognitivas, apresenta-se a seguir alguns exemplos específicos de atividades selecionadas a partir da análise e estudos de um grupo colaborativo de professores de Matemática no município de Canoas. Tais exercícios foram retirados de livros didáticos já reformulados com base nas habilidades e competências desenvolvidas pela BNCC.

Na figura 22 apresenta-se a tarefa que foi adaptada do livro Geração Alpha (2018), Editora SM, página 38, classificada como nível 1 de Demanda Cognitiva.

Figura 22 – Tarefa classificada de nível 1, conforme as demandas cognitivas

Desenvolva as multiplicações em cada membro da igualdade:

36 . 14 = 63 . 8

a) Qual resultado em cada membro da igualdade?
b) Multiplicando cada membro dessa igualdade por 11, o que você percebe?

Fonte: Tarefa adaptada de Oliveira e Fugita (2018).

Este exercício foi classificado como **Nível 1: Tarefa de memorização**, de demanda cognitiva, pois envolve definições previamente aprendidas; envolve reproduzir exatamente algo visto anteriormente e o que tem de ser reproduzido está de forma clara e diretamente estabelecido; não coloca em evidência os conceitos ou definições que estão sendo aprendioas ou reproduzidos.

Na figura 23 apresenta-se a tarefa que foi adaptada do livro Geração Alpha (2018), Editora SM, página 41, classificada como nível 2 de Demanda Cognitiva.

Figura 23 – Tarefa classificada de nível 2, conforme as demandas cognitivas

Descubra qual número torna cada igualdade verdadeira.

a) 6 . 8 . 12 = 4 . 12 . **?**
b) 12 . 6 . 15 = 18 . 4 . **?**
c) 24 . 12 . 23 = 16 . 18 . **?**
d) 45 . 14 . 38 = 35 . 18 . **?**

Fonte: Tarefa adaptada de Oliveira e Fugita (2018).

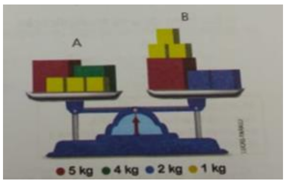
Este exercício foi classificado como **Nível 2 – Tarefa de procedimentos sem conexão**, de demanda cognitiva, pois é algorítmico, seu uso é óbvio com base na informação anterior; requer uma demanda cognitiva limitada para realizá-la com êxito; não têm conexão com conceitos ou significados subjacentes ao procedimento que está sendo utilizado; estão focados em produzir respostas corretas em vez de desenvolver compreensão Matemática; não necessitam de explicações ao descrever o procedimento utilizado.

Na figura 24 apresenta-se a tarefa que foi adaptada do livro Matemática e Realidade (2018), Editora FTD, página 45, exercício 7, classificada como nível 3 de Demanda Cognitiva.

Figura 24 – Tarefa classificada de nível 3, conforme as demandas cognitivas

A balança a seguir está em equilíbrio, ou seja, as massas em cada prato são iguais. A legenda indica a massa de cada caixa, de acordo com a cor.

a) Quantos quilogramas têm em cada prato da balança?
b) Se retirarmos uma caixa verde do prato A, o que podemos faz no prato B para que a balança permaneça em equilíbrio?



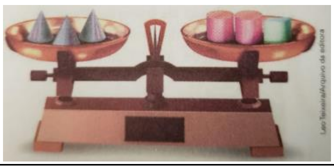
Fonte: Tarefa adaptada de Souza (2018).

Este exercício foi classificado como **Nível 3 – Tarefa de procedimentos com conexão**, da demanda cognitiva, pois está centrado no significado do conceito ou procedimento. Foca a atenção do aluno na utilização dos procedimentos a fim de desenvolver uma compreensão de conceitos e ideias Matemáticas; sugere formas (explícita ou implicitamente) que são procedimentos gerais que têm conexões estreitas com as ideias conceituais; ao fazer conexões entre múltiplas representações ajuda a desenvolver significado; requer algum grau de esforço cognitivo. Embora se possa utilizar procedimentos gerais, esses procedimentos não podem ser usados sem pensar. Os alunos precisam se envolver com as ideias conceituais por trás dos procedimentos para realizar com êxito a tarefa/atividade.

Na figura 25 apresenta-se a tarefa que foi retirada do livro Teláris (2018), Ed. Ática, página 58 – exercício 89, classificada como nível 4 de Demanda Cognitiva.

Figura 25 – Tarefa classificada de nível 4, conforme as demandas cognitivas

A balança a seguir está em equilíbrio. Os 2 cilindros têm a mesma medida de massa, cada cone tem medida de massa igual a 75 gramas e o cubo tem medida de massa igual a 63 gramas. Qual é a medida de massa de cada cilindro?



Fonte: Tarefa adaptada de Dante (2018).

Este exercício foi classificado como **Nível 4 - Tarefa que requer “fazer Matemática”**, da demanda cognitiva, pois requer um pensamento complexo e não algorítmico (por exemplo, não existe uma aproximação na realização da atividade/tarefa bem definida com antecedência que pode ser lembrado ou um caminho que seja explicitamente sugerido pela atividade/tarefa ou instrução prévia).

Tarefas de nível 4 requerem que os alunos a explorem e compreendam os conceitos, processos ou relações Matemáticas; demandem a autorregulação da aprendizagem. Exigem que os alunos (i) gerem uma resposta que requer uma compreensão conceitual da noção Matemática, e (ii) verifiquem e expliquem a resposta produzida que requer que os alunos acessem um conhecimento, e façam uso adequado dele quando se trabalha ao longo da tarefa e requerem considerável esforço cognitivo e podem implicar certo nível de ansiedade para o aluno devido à natureza não previsível do processo de resolução requerido.

Para Damasco e Groenwald (2019) o professor, ao escolher atividades de diferentes níveis de demanda cognitiva, qualifica seu planejamento e amplia seu conhecimento relativo aos conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos. Neste sentido, analisar os livros didáticos que são utilizados em sala de aula com os estudantes é uma atividade docente importante para o planejamento curricular, selecionando as tarefas matemáticas e classificando-as.

A escolha de tarefas, quando inseridas em um contexto de percepção das manifestações de raciocínio matemático dos estudantes, está caracterizada pela aquisição da competência docente Observar com Sentido, competência essa que bem caracteriza o professor de Matemática (PENALVA; LLINARES, 2011).

Sendo assim, torna-se importante a organização de tais tarefas em uma sequência didática adequada. Nesta pesquisa optou-se pelo desenvolvimento de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA). Entendendo que assegura ao professor buscar um caminho que melhor represente ao aluno a construção dos conceitos planejados e assim se consiga os objetivos educacionais previamente planejados. Para tanto, desenvolver uma THA possibilita ao professor alterar sua metodologia durante esse percurso, se assim houver necessidade, tendo sempre como foco fortalecer o conhecimento do aluno.

A seguir apresentam-se os fundamentos de uma THA.

4.4 TRAJETÓRIAS HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM (THA)

Apesar de o construtivismo apoiar-se na tomada de decisões que ocorrem na Educação e apresentar ramificações importantes para as metas que os professores estabelecem para os alunos com que trabalham, entende-se que este método de ensino não possibilita aos professores a reorganização de suas sequências didáticas, pois mesmo o aluno sendo o centro do ensino e da aprendizagem, não é proporcionado a eles a retomada e a investigação dos obstáculos com os quais se deparam nesta caminhada. Com base nesta preocupação de desenvolver com os alunos a superação de seus obstáculos optou-se por desenvolver uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA).

Simon (1993) em seus estudos relata que o construtivismo é uma teoria que possibilita maneiras eficazes de propor e entender o aprendizado dos alunos, porém não ensina como ensinar Matemática. Diante dessa temática o autor desenvolveu a ideia de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem, o processo baseia-se no caminho pelo qual o aprendizado pode prosseguir. É hipotético, pois faz uma previsão da trajetória do aprendizado, ou seja, onde se pretende chegar com o aprendizado do aluno.

Segundo Simon (1993), apesar do construtivismo ter o potencial de informar mudanças no ensino de Matemática, não oferece visão particular de como a Matemática deve ser ensinada e afirma que modelos de ensino baseados no construtivismo são necessários para o desenvolvimento de aulas com foco na aprendizagem dos estudantes.

As perspectivas construtivistas sobre a aprendizagem têm sido centrais em grande parte dos recentes estudos empíricos e trabalhos teóricos no ensino de Matemática (STEFFE; GALE, IN PRESS; VON GLASERSFELD, 1991).

As visões construtivistas da aprendizagem fornecem uma base teórica para a Matemática na pesquisa educacional e uma estrutura na qual os professores possam entender os caminhos e o raciocínio dos seus alunos.

A interação em pequenos grupos, problemas não rotineiros e materiais manipuláveis podem ser ferramentas valiosas nas mãos de professores de Matemática. Contudo, essas ferramentas em si não são suficientes para permitir aos professores serem os arquitetos de situações produtivas de aprendizagem, resultando em crescimento conceitual.

Simon (1993) descreve que embora o construtivismo tenha fornecido maneiras úteis de entender a aprendizagem dos alunos, a tarefa de reconstruir a didática da Matemática baseada numa visão construtivista da aprendizagem é um desafio considerável que a comunidade de Educação Matemática começou a enfrentar e que necessita de reflexões profundas. Laborde (1989), identifica três tipos básicos de decisões que são tomadas por professores de Matemática: a escolha do conteúdo, o planejamento de como o aluno pode envolver o conteúdo e as intervenções que o professor faz.

Contudo, Brousseau (1987) afirma que parte do papel do professor é pegar as ideias Matemáticas contextualizadas que devem ser ensinadas e incorporá-las em um contexto de investigação do aluno. Esse contexto deve ser pessoalmente significativo para os alunos, permitindo resolver problemas cuja solução pode ser uma aproximação específica da ideia a ser aprendida. O trabalho do professor é propor uma situação de aprendizado na qual os alunos procurem uma resposta para o meio e não uma resposta que se destine exclusivamente a agradar ao professor. Para promover o aprendizado de poderosas ideias Matemáticas, os alunos devem aceitar o problema, devem aceitar a responsabilidade pela verdade (BALACHEFF, 1987; BROUSSEAU, 1987). A isso dá-se o nome de devolução do problema.

Brousseau (1987) enfatiza que os estudantes devem ter liberdade para responder à situação com base em seus conhecimentos passados sobre o contexto e no desenvolvimento de entendimentos matemáticos. Se a situação levar os alunos a uma resposta específica não haverá aprendizado real. Entretanto, "se o professor não tiver intenção, plano, problema ou situação bem desenvolvida, a criança não fará e não aprenderá nada" (BROUSSEAU, 1987, p. 8, na tradução de SIMON, 1993).

Brousseau (1987) afirma que o ensino deve ser guiado por intenções de aprendizagem e planos para situações de aprendizagem. Essas decisões quanto à natureza e sequência das Matemáticas a serem ensinadas são feitas, segundo Laborde (1989), baseadas em hipóteses sobre epistemologia e aprendizagem. Há três áreas de preocupação subjacentes à seleção e geração de tarefas que são: o conteúdo matemático, os alunos e as maneiras pelas quais os alunos aprendem Matemática. Steffe (1991) enfatiza que os planos dos professores devem ser informados pela "Matemática dos alunos". Ainda Steffe (1990), afirma que usando seu próprio conhecimento matemático, os professores devem interpretar a linguagem e as ações de seus alunos e depois tomar decisões sobre possíveis conhecimentos matemáticos que seus alunos possam aprender.

Para Simon (1993), um professor pode apresentar uma tarefa. No entanto, é o que os alunos fazem dessa tarefa e sua experiência com ela que determinam o potencial para o aprendizado. Neste sentido as tarefas devem estar organizadas em uma sequência lógica que levem à construção da compreensão dos conceitos.

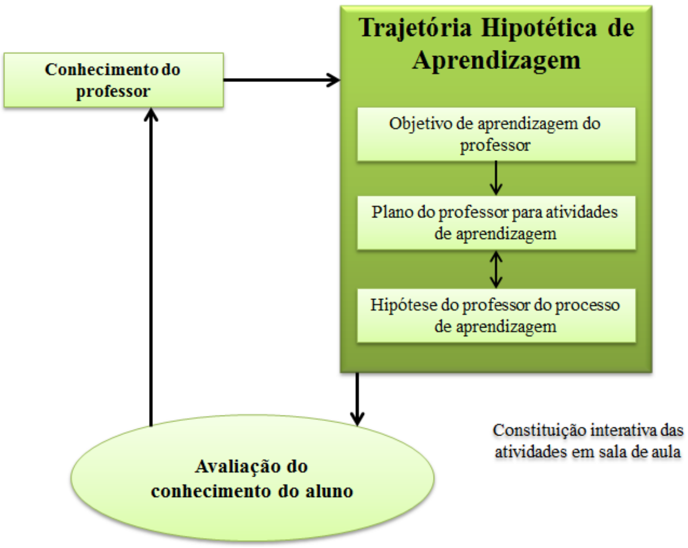
O autor descreve que o objetivo de aprendizado do professor fornece uma direção para uma THA. Simon (1993) utiliza o termo *Trajetória Hipotética de Aprendizagem* (THA) para se referir à previsão do professor quanto ao caminho pelo qual o aprendizado pode prosseguir. É hipotético porque a trajetória de aprendizado real não é conhecida com antecedência. Caracteriza uma tendência esperada. Aprendizagem individual dos alunos prossegue ao longo de caminhos peculiares, embora frequentemente semelhantes. Isso pressupõe que nos indivíduos o aprendizado tem alguma regularidade, conforme Steffe, Von Glasersfeld, Richards e Cobb (1983), que a comunidade da sala de aula restringe a atividade Matemática com frequência de maneiras previsíveis e que muitos dos alunos da mesma turma podem se beneficiar da mesma tarefa Matemática.

Simon (1993) menciona que uma trajetória de aprendizagem fornece ao professor uma justificativa para a escolha de uma instrução específica e para a escolha das tarefas a serem desenvolvidas pelos estudantes.

Rosenbaum (2010) exemplifica com clareza os três componentes que, segundo Simon, (1993) constituem a THA: *Os objetivos do professor* - compreende os conteúdos, conhecimentos e habilidades que o professor pretende desenvolver; *As atividades de ensino* - compreende as atividades a serem desenvolvidas para promover a aprendizagem dos alunos; *O processamento hipotético de aprendizagem* - abrange hipóteses acerca do entendimento e dos pensamentos mobilizados pelos aprendizes no desenvolvimento das atividades de ensino.

A criação e modificação contínua da THA é a peça central do modelo, que se apresenta diagramado na figura 26. A noção de THA não pretende sugerir que o professor sempre busque um objetivo de cada vez ou que apenas uma trajetória é considerada. Pelo contrário, pretende sublinhar a importância de ter um objetivo e uma justificativa para as decisões de ensino e a natureza hipotética de tal pensamento. Observe que o desenvolvimento de um processo hipotético de aprendizado e o desenvolvimento das atividades de aprendizado possuem uma relação simbiótica; a geração de ideias para atividades de aprendizagem depende das hipóteses do professor sobre o desenvolvimento do pensamento e da aprendizagem dos alunos; a geração adicional de hipóteses de desenvolvimento conceitual do aluno depende da natureza das atividades previstas.

Figura 26 – Ciclo de Ensino de Matemática



Fonte: Adaptada de Simon (1993, p.55).

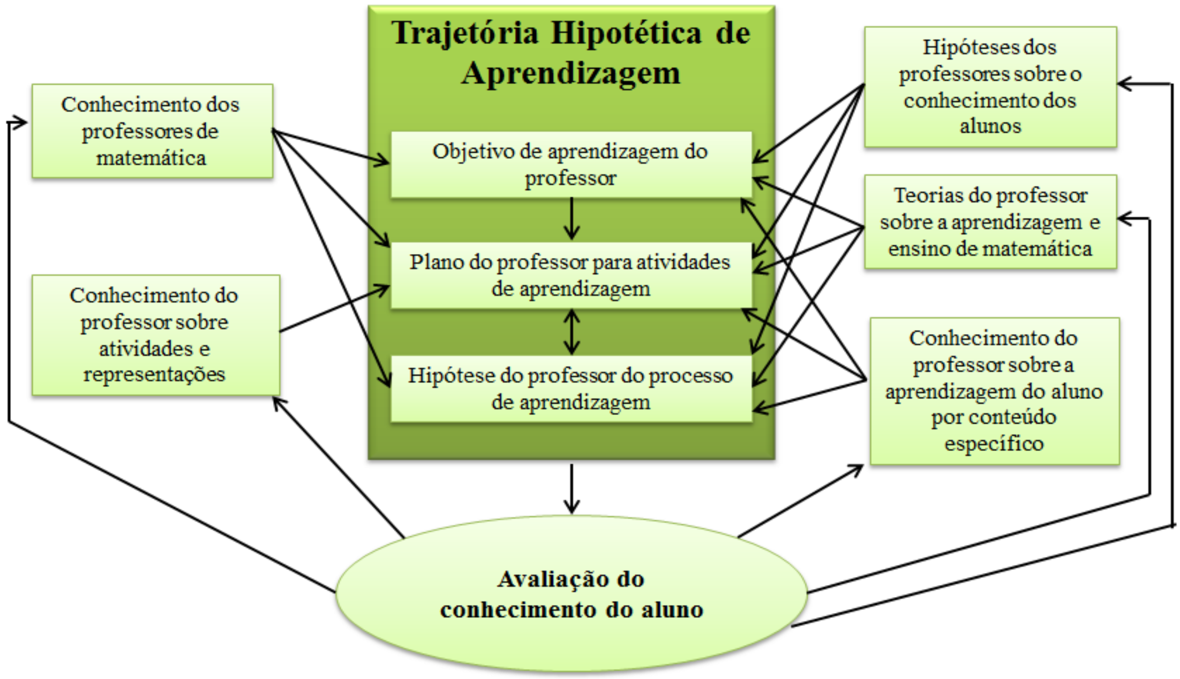
Simon (1993) acrescenta que o caminho que se percorre é a "trajetória". O caminho que se antecipa a qualquer momento é a "trajetória hipotética".

O desenvolvimento de uma THA antes do ensino em sala de aula é o processo pelo qual (de acordo com este modelo) o professor desenvolve seu plano para o desenvolvimento da atividade em sala de aula (a prática docente).

Contudo, para Simon (1993), à medida que o professor interage e observa os alunos, ambos constituem coletivamente uma experiência. Essa experiência pela natureza de sua constituição social é diferente do previsto pelo professor. Simultaneamente com os alunos e em interação com a constituição social da atividade em sala de aula, há uma modificação nas ideias e no conhecimento do professor, à medida que ele entende o que está acontecendo e o que aconteceu na sala de aula. O diagrama apresentado na figura 25 indica que a avaliação do pensamento do aluno (que continua permanentemente no modelo de ensino apresentado) pode trazer adaptações no conhecimento do professor que, por sua vez, levam a uma nova ou modificada trajetória de aprendizado hipotético.

Na Figura 27 Simon (1993), descreve a relação entre os vários domínios do conhecimento do professor, o hipotético conjunto de aprendizado e as interações com os alunos. Começando no topo do diagrama, o conhecimento de Matemática do professor em interação com as hipóteses do professor sobre o conhecimento matemático dos alunos contribui para a identificação de uma meta de aprendizado.

Figura 27 – Ciclo de Ensino de Matemática



Fonte: Adaptada de Simon (1993, p.56).

Simon (1993) relata que esses domínios de conhecimento, o objetivo de aprendizado e o conhecimento do professor sobre atividades e representações Matemáticas, seu conhecimento do aprendizado de determinado conteúdo pelos alunos, bem como as concepções de aprendizagem e ensino do professor (tanto na Matemática quanto em geral) contribuem para o desenvolvimento de atividades de aprendizagem e um processo hipotético de aprendizagem.

O autor explica que a modificação da trajetória hipotética de aprendizado não é algo que ocorre apenas durante o planejamento entre as aulas. O professor está continuamente envolvido no ajuste da aprendizagem de trajetória que ele hipotetizou para refletir melhor seu conhecimento aprimorado. Algumas vezes o ajuste está em ordem, enquanto em outros momentos todo o impulso da lição deve ser descartado a favor de um mais apropriado. Independentemente da extensão da modificação, alterações podem ser feitas em qualquer um ou todos os três componentes da trajetória hipotética de aprendizado: a meta, as atividades e/ou o hipotético processo de aprendizagem.

Simon (1993) menciona também que o crescimento é resultado de um desafio ao corpo e à mente. As dificuldades conceituais observadas nos alunos não devem ser evitadas; ao contrário, eles fornecem desafios particulares que, se superados pelos alunos, resultam em crescimento conceitual. Isso se encaixa na noção de "obstáculos epistemológicos" dos pesquisadores franceses (BACHELARD, 1938; BROUSSEAU, 1983), que superar certos obstáculos é uma parte natural e essencial do desenvolvimento conceitual. Esses obstáculos são resultado de conceitos anteriores que, embora adaptáveis em contextos anteriores, são inadequados devido às demandas da atual situação problemática.

Segundo Simon (1993) o Ciclo de Ensino de Matemática retrata uma visão da tomada de decisões do professor com relação ao conteúdo e às tarefas que foram moldadas pelo encontro de uma perspectiva social construtivista com os desafios da sala de aula de Matemática. Vários temas são particularmente importantes na abordagem de tomada de decisão representada por este modelo: o pensamento/entendimento dos alunos é levado a sério e recebe um lugar central na concepção e implementação da instrução. Compreender o pensamento dos alunos é um processo contínuo de coleta de dados e geração de hipóteses; o conhecimento do professor evolui simultaneamente com o crescimento do conhecimento dos alunos. Enquanto os alunos aprendem matemática, o professor está aprendendo sobre Matemática, aprendizagem do ensino e sobre o pensamento matemático de seus alunos; o planejamento da instrução é visto como incluindo a geração de uma trajetória hipotética de aprendizado. Essa visão reconhece e valoriza os objetivos do professor para a instrução e a importância de hipóteses sobre os processos de aprendizagem dos alunos; o conhecimento em constante mudança do professor cria uma mudança contínua na hipotética trajetória de aprendizado do professor.

Por fim, deve-se notar que o papel do professor de Matemática, é muito exigente. Pode ser inadequado esperar que os professores da sala de aula aceitem a responsabilidade pedagógica que se assume. Os professores precisarão de pesquisas relevantes sobre pensamento matemático das crianças, materiais curriculares adequados e apoio profissional para atender às demandas desse papel.

Segundo Simon (1993), o conhecimento de Matemática como conhecimento conceitual e processual da matéria e o conhecimento sobre Matemática como entendimentos sobre a natureza da disciplina são diferentes conforme o lugar de onde vêm, como mudam e como a verdade é estabelecida. O conhecimento sobre Matemática também inclui o que significa "conhecer" e "fazer" Matemática, a centralidade relativa de diferentes questões, bem como o que é arbitrário ou convencional versus o que é necessário ou lógico.

A contra didática também é estabelecida por rotinas de sala de aula que não são explicitamente discutidas.

Os Padrões definem tarefas como projetos, perguntas, problemas, constelações, aplicações e exercícios em que os alunos se envolvem. Eles fornecem os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos.

Hipóteses do entendimento dos alunos podem se basear em informações de uma variedade de fontes: experiência com os alunos na área conceitual, experiência com eles em uma área, pré-teste, experiência com um grupo semelhante e dados de pesquisa. Hipóteses iniciais muitas vezes carecem dos dados que estão disponíveis conforme o trabalho com os alunos prossegue. Assim, espera-se que as hipóteses melhorem, ou seja, se tornem úteis.

Logo, nesta investigação utilizam-se os pressupostos da THA para organizar uma sequência de ações e tarefas com professores de Matemática com a temática Equações para os anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC.

Para a organização geral de uma THA é importante que os professores ao organizarem as tarefas que serão trabalhadas com os alunos tenham clareza das possíveis dificuldades que determinado tema apresenta para que seja atingida a compreensão dos conceitos e procedimentos.

Nesse sentido a ideia de Obstáculo Epistemológico é importante e por isso apresenta-se a seguir.

4.5 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

Segundo Bachelard, citado por Pais (2002, p.39):

> A evolução de um conhecimento pré-científico para um nível de reconhecimento científico passa, quase sempre, pela rejeição de conhecimentos anteriores e se defronta com um certo número de obstáculos. Esses obstáculos são conhecimentos antigos, cristalizados pelo tempo, que resistem à instalação de quem detém esse conhecimento.

Segundo Pais (2002), para estudar o conceito de Obstáculo Epistemológico, com referência à formação dos conceitos matemáticos, é preciso distinguir o processo primário de descoberta das ideias com a sua apresentação formalizada por um texto. Por certo, os obstáculos que aparecem no momento da criação dos conceitos não estão normalmente expostos na redação do saber, estão presentes nos labirintos que o matemático mergulha durante a criação. Dessa forma, no caso da Matemática, os obstáculos aparecem com mais intensidade na fase da aprendizagem e na síntese do conhecimento do que em seu registro histórico.

Pais (2002) menciona ainda que durante a experiência da aprendizagem escolar há também um processo correspondente a uma redescoberta do saber, de onde os obstáculos podem, analogamente, intervir diretamente no fenômeno cognitivo.

Pretende-se compreender quais fatores na aprendizagem matemática levam os alunos do Ensino Fundamental dos 6º aos 9º anos a encontrarem dificuldades ao desenvolverem Equações e como, por meio dessas dificuldades, identificar os diversos tipos de obstáculos que podem fazer com que os alunos se sintam desmotivados e até mesmo inseguros, podendo com isso, criar frustrações e desinteresse pela matemática.

Para Pais, (2002) se por um lado os Obstáculos Epistemológicos têm raízes históricas e culturais, por outro lado estão relacionados também à dimensão social da aprendizagem e muitos deles estão próximos à representações elaboradas pelo imaginário do sujeito cognitivo. É nesse quadro que surgem dificuldades decorrentes de conhecimentos anteriores, bloqueando a evolução da aprendizagem.

Entende-se que diante de conceitos pré-estabelecidos e alicerçados, torna-se um processo trabalhoso e intenso de reconstrução da aprendizagem cognitiva do sujeito e os Obstáculos Epistemológicos apresentados possibilitam a correta reorganização do pensamento e dos conceitos.

Pais (2002) salienta que, num caso extremo, a obstrução do conhecimento antigo pode até mesmo provocar uma regressão do nível de compreensão.

Camilloni (1997) descreve que para Bachelard o conhecimento é concebido como um produto de uma atividade do sujeito e não consiste em uma simples reprodução do mundo e das coisas. O sujeito é, em consequência, um construtor do seu conhecimento. A autora apresenta os Obstáculos Epistemológicos na visão de Bachelard mencionados em sua obra “A formação do espírito científico” (1938): a primeira experiência básica ou experiência básica; a facilidade; a racionalidade simples; o interesse; as imagens e as palavras; o professor e o livro; acredite no que aprendeu; os modelos mentais na construção de representações; conhecimento e senso comum.

O primeiro obstáculo, denominado como “a primeira experiência básica ou experiência básica”, descreve que o conhecimento científico não pode ser construído se os dados obstruem o conhecimento, pois nos induzem a pensar que os objetos são conhecidos como são. Que não há observação sem teoria. Que uma teoria sem crítica pode ser errônea. Bachelard descreve duas hipóteses: a primeira hipótese diz que para que um fato seja definido e especificado, é necessário um mínimo de interpretação e se essa interpretação corresponde a um erro fundamental, o que resta do fato? Isso levaria a uma má interpretação do fato e o problema residiria em retificar a interpretação; a segunda hipótese é que o conhecimento é científico somente quando ele é submetido à crítica, ou seja, é a teoria que sustenta a interpretação.

Outro obstáculo apresentado é “a facilidade”, que busca prematuramente afirmações a partir de denominadas experiências, induz o aluno a pensar que a ciência se constrói de maneira definitiva sobre a base de experiências simples e diretas. Seria cometido um grave erro ao pensar que o conhecimento empírico pode manter-se num plano de conhecimento de um simples fato, tornando-se uma simples afirmação. A ciência exige crítica e o conhecimento muda conforme o tempo, toda afirmação deve ser revisada no contexto das teorias que a sustentam, tarefa que necessariamente é difícil e exige uma visão de síntese para uma adequada compreensão e avaliação. Diante do ponto de vista metodológico não se pode aceitar generalizações, que em efeito pedagógico, se pretende demonstrar a partir de induções necessariamente registradas em tabelas de observações com presença ou ausência. Bachelard critica o empirismo clássico e a vontade de construir generalizações a partir do observado. As generalizações quando utilizadas para encerrar as perguntas deixam de ser úteis para a ciência, convertendo-se em obstáculos. Seu uso pedagógico imobiliza o pensamento, mesmo em uso, quando a ciência já colocou a questão em outros termos. Bachelard aponta a importância de não se acelerar o processo de construção de interferências, tendo cuidado diante dos circuitos dos fatos, que as ideias sejam curtas ou insuficientes para o desenvolvimento de um pensamento que busque encontrar novos caminhos.

“A racionalidade simples”, obstáculo que descreve que a razão preenche a condição psicológica de ir em diferentes direções. Uma única razão nunca dá origem a uma verdadeira racionalização. A razão quer inverter os problemas, variá-los, inseri-los uns nos outros, fazê-los proliferar. A simplificação da racionalidade é um obstáculo, pois só abrirá caminho para a compreensão para os alunos, já que de fato, estaria obscurecendo a abertura necessária de um jogo de múltiplas condições para a realização de um entendimento profundo. O rápido achado do que se pensa certo, não faz prosseguir a indagação, mas a impede. A única razão encontrada simplifica a explicação, porém, empobrece, em consequência, o pensamento.

"O interesse", é mais um obstáculo mencionado por Bachelard e apresenta que nas classes elementares o pitoresco e as imagens produzem os mesmos estragos porque geram nos alunos o que Bachelard denomina interesse impuro. Na educação elementar, as experiências demasiado vivas com excesso de imagens são centros de falso interesse e distraem o aluno dos fenômenos comuns, não especialmente chamativos, que deveriam estudar, compreender, explicar e o surpreender, como as experiências num laboratório de química, não pelo fato da combinação química e sim pelo barulho e as imagens que produzem esse processo. O valor negativo que se atribui ao interesse desse alcance é o produto da atração pelo pitoresco, Bachelard acrescenta sua rejeição ao interesse entendido como busca da verdade. Argumenta ainda que isso pode conduzir a generalizações exageradas e levar o sujeito, quase infalivelmente, longe demais. Se trata de um pensamento pragmático e um pragmatismo, que é em sua opinião "um pensamento mutilado" e que fatalmente leva ao exagero. Porque "o homem não sabe limitar o que é útil". Isso ocorre porque a utilidade se converte em razão, em um princípio de explicação, e dá lugar com frequência a explicações finalistas, sem valor científico. Bachelard conclui, o que é verdadeiro é, não porque é útil e sim porque é verdadeiro.

"As imagens e as palavras" é mais um obstáculo apresentado e menciona que uma imagem, uma analogia e uma metáfora podem ser empregadas tanto como explicação cientifica quanto como recursos didáticos, para facilitar a compreensão dos alunos e a explicação do processo natural e social. Bachelard ao analisar alguns dos processos na história da ciência, adverte seu perigo, assim como o risco de utilizar imagens e metáforas para fazer mais simples a compreensão da ciência pelos alunos. "Uma ciência que aceita as imagens é, mais que qualquer outra, vítima das metáforas. Por isso, que o espírito científico deve incessantemente lutar contra as imagens, contra as analogias, contra as metáforas". É necessário preocupar-se com as intuições básicas, pois são obstáculos para o pensamento científico. A palavra, portanto, é uma ponte e barreira para a comunicação, um obstáculo que muitas vezes deve ser salvo.

Bachelard apresenta "o professor e o livro" como outro obstáculo que mantém uma postura crítica sobre o papel dos educadores. Também é crítico em relação ao papel do livro didático. Com diferentes orientações de acordo com a época, o livro destrói, em grande medida, a natureza problemática da ciência. Isso também é um obstáculo porque "o sentido do problema é característico do espírito científico". Se o professor der as respostas antes que as perguntas sejam esclarecidas para o aluno, consolidará um obstáculo que deve ser derrubado. Esse é um processo psicológico difícil de evitar, já que não é somente do professor, é também do aluno, que se acomoda diante desse "saber mais" do professor e esperam tanto o saber da resposta como da pergunta.

"Acredite no que aprendeu", obstáculo que descreve que tem sido uma presunção atual, que diante de uma informação recebida sobre qualquer assunto, os sujeitos terão que adotar uma atitude de aceitação ou rejeição e que esta se traduzirá no que os sujeitos acreditarão ou não acreditarão, sendo uma atitude excludente da outra. Camilloni (1997) afirma que sem concordar com conclusões que negam a racionalidade da mente humana em virtude das descobertas, entende-se que as teorias das probabilidades subjetivas não tem sustentação, pois embora indiquem um ideal, não são realizáveis pelos seres humanos, e que é necessário outro tipo de interpretação descritiva acerca de como se constrói e determina o nível de aceitação da crença do sujeito. Os diversos níveis de aceitação estão relacionados com a confiança que o sujeito deposita na fonte das afirmações, as consequências desejáveis, indiferentes ou indesejáveis que ele percebe envolvidas na aceitação ou rejeição, e com a adaptabilidade das novas noções às teorias e conceitos anteriores àquela. Como a adaptação opera naturalmente, se não houver operação ao contrário, os distanciamentos abstratos ou distorcidos das representações dos conteúdos são objetos do ensino escolar que derivam dela.

Outro obstáculo apresentado - "os modelos mentais na construção de representações" - menciona que diante de processos que são sempre, e em todas as idades do homem, altamente complexos. Enquanto as representações do mundo não são autorreferenciais, a sua competência a um domínio do conhecimento exige sua aceitação pela comunidade que valida o conhecimento. No caso do conhecimento científico, são as comunidades disciplinares as que desempenham sua autoridade. A intersubjetividade e a coerência cultural são princípios básicos de validação. A possibilidade de representações equivocadas é parte intrínseca e natural do processo de construção de significados. Um problema que devem enfrentar não só os alunos no curso de sua aprendizagem, mas também os professores a respeito de suas próprias representações acerca do mundo.

Para Bachelard (1938), "conhecimento e senso comum" é outro obstáculo que descreve que as relações entre o conhecimento científico e o conhecimento cotidiano do senso comum é a questão central de sua obra. Trata-se de um problema de grande interesse para a pedagogia, pois implica em dar resposta a duas questões: como o conhecimento previamente adquirido pelo aluno em sua vida cotidiana é tratado na escola e como o conhecimento escolar é transferido para a vida cotidiana do aluno. Bachelard (1938) afirma que uma experiência científica é uma experiência que contradiz o senso comum. A escola e a vida cotidiana mantêm uma relação distante. A função que se espera que ambas cumpram no aspecto cognitivo e social é percebida pelos professores e alunos como diferente: na aula é o lugar da preparação, enquanto que em casa é o lugar da ação real e efetiva. A escola é um ambiente artificial criado para facilitar as aprendizagens que não se realizam de maneira natural e espontânea. Os espaços são, então, lugares claramente diferenciados. Os tempos vividos num e noutro, embora possam estabelecer uma referência mútua, são definidos por suas diferenças objetivas e subjetivas e não por sua homogeneidade. Nem os professores e nem os alunos confundiriam a escola com a sua casa ou a sua casa com a escola, ou em outros termos a vida cotidiana com a escola e a escola com a vida cotidiana. Bachelard (1938) acredita numa pedagogia que permita beneficiar todos os alunos com conhecimentos que constituem o progresso do saber e, com isso, uma promoção do ser. Os conhecimentos oferecidos pela ciência formam parte fundamental dos saberes. Cumprir esse propósito exige, seguramente, penetrar nas concepções de mundo que tem os alunos e professores, reconstruir e transformar seus modelos mentais. Nas piores casas e aulas, o novo conhecimento dificilmente pode superar os obstáculos culturais. Quando os significados são portados de um meio para outro, podem transformar-se ou tornar-se mais resistentes a mudanças. Para que todos tenham oportunidades, os obstáculos são variados, não só epistemológicos e pedagógicos. Mas o obstáculo pedagógico deve ser salvo.

4.5.1 Trabalhar os obstáculos para assimilar os conhecimentos científicos

Segundo Camilloni (1997), tradicionalmente, a educação científica se propõe a introduzir de imediato nos alunos o saber atual. Considerar os obstáculos só faz sentido se o que se busca é avançar para o pensamento científico, de modo que seja possível caracterizar uma função controversa desse passo: a rejeição de crenças. Pode-se permanecer na representação ou negar a ideia de um obstáculo de muitas maneiras. Para trabalhar os obstáculos, é necessário atender a um certo número de condições que permitam que os procedimentos sejam aperfeiçoados. É necessário decompor o progresso conceitual em etapas que terão que ser cumpridas sucessivamente. Também é necessário analisar o poliformismo dos obstáculos e seu reaparecimento nas diversas etapas do processo. E, finalmente, é necessário estar alerta para as revoluções que geralmente passam despercebidas, seja porque são muito familiares, seja por causa do caráter infinitesimal da mudança produzida.

O objetivo de uma educação cientifica, passa do pensamento comum ao pensamento científico. Se alguém se dispõe ensinar e fazer assimilar os conhecimentos científicos como um conjunto de resultados socialmente úteis, não é indispensável ter em conta as representações dos alunos e professores. A utilidade do saber científico se basta por si mesma, em virtude de sua eficácia operacional prática. Os obstáculos e os elementos que ajudam a assimilar o saber desempenham um papel fundamental somente se um se fixa como objetivo ensinar o pensamento comum, oferecendo respostas tranquilizadoras da vida, ao pensamento científico objetivo que contribui para um saber verdadeiro.

4.5.1.1 A passagem do pensamento comum para o pensamento científico

Como visto anteriormente, a educação científica não propõe a passagem do pensamento comum para o pensamento científico. É um ensinamento que está diretamente instalado no conhecimento atual, sem se preocupar com a existência de outros conhecimentos e se propõe a dar respostas que tranquilizem o aluno e lhe dar sentido, do que oferecer uma verdadeira explicação. Porém, quando não se exerce a vigilância necessária ou requer firmeza conceitual ou, às vezes, devido à influência de uma demanda dos alunos, a educação científica permanece no plano do pensamento comum. Sendo assim, supõe-se que desperta maior interesse se fazendo compreender melhor. Embora supondo que existam numerosas maneiras de negar o conceito dos obstáculos num rol didático, ainda quando em aparência se o tenha em consideração.

Não é fácil resolver a ruptura com o pensamento comum, pois o saber científico não tem unicamente a função de responder as perguntas que tenham ficado sem resposta ou em espera. O saber científico tem uma função polêmica porque exclui as crenças metafísicas, morais, religiosas e políticas que se apresentavam como verdadeiras. Entre os cientistas, em certo modo existe uma atitude análoga ao deslocamento do ponto central da ação. O saber científico substitui ou faz com que se tornem obsoletas as numerosas crenças, porém é algo que não ocorre sem luta nem resistência. Os matemáticos não concedem nenhum lugar em seu ensino às propriedades místicas dos números ou das figuras geométricas: os astrônomos não invocam a astrologia, nem mesmo para refutá-la: os químicos não fazem mais alusão à alquimia. Para os professores, a formalização matemática ou a invenção técnica permite instalar-se diretamente no saber científico que sempre está em ruptura total com essas pseudo-explicações.

Diante desse saber, reflete-se se devemos permanecer na representação ou retornar a ela, ou seja, manter a representação empírica do trabalho científico. Pedagogicamente o conhecimento comum pode corresponder à vontade de querer começar por aquilo que os alunos creem saber por familiaridade ou que parecem admitir facilmente, se não já intuitivamente. Seja no nível das observações, seja no nível dos métodos experimentais, princípios ou modelos de causalidade, o pedagogo pode começar com o pensamento comum inicialmente expresso pelos alunos. Porém se não trabalha as representações, corre o risco de não levar nunca a superar o pensamento comum ou de recair nele.

Negar os obstáculos fingindo estudá-los, ou seja, na medida em que os obstáculos estudados correspondem a resistências profundas, esses obstáculos são suscetíveis por natureza pelos docentes que mesmo, voluntaria ou inconscientemente, os neguem, ou quando em aparência, os tenham em conta e os estudem. O termo obstáculo designa uma função numa relação de aprendizagem e não uma coisa ou uma propriedade em si mesma. O termo representação pode designar a mesma noção, porém tem o inconveniente de insistir no que se apresenta em vista objetivamente, de maneira repetida, se as condições são análogas. É um desenho, uma frase, uma expressão, uma ação. E é evidente que, em nome da possibilidade da observação, um pode ficar ali ou progredir um pouco mais, porém parar em uma das etapas: apontar um erro que considera insignificante ou dar uma significação, contudo sem mostrar sua função de obstáculo; contentar-se com uma interpretação limitada de sua origem, sem propor um procedimento de modificação, ou tratar de modificar o que constitui um obstáculo sem analisar sua função. Se pode propor que tudo se converte em obstáculo. As cifras são obstáculos para o cálculo. As palavras são obstáculos para expressar o próprio pensamento. Vamos elogiar as comunicações não verbais, dos atos e dos gestos. Os conhecimentos adquiridos são obstáculos para assimilar um novo saber.

Para Piaget, representação não significa obstáculos, porém se trata de descrever concepções erradas, pode-se voltar sem dificuldade para Descartes. Piaget postula, pois, que a realidade física pode distinguir-se da realidade mágica. Para Piaget, tudo ocorre como se a prática técnica “pura” eliminará por si mesma a representação mágica ou, ao menos obrigará, “de fato”, se não por palavra, a agir de acordo com as leis físicas e matemáticas. De certa forma, quando se trata de crianças, a atitude delas é a mesma. Se a situação física ou matemática é bem escolhida, não se pode esquecer apenas o seu ambiente social, mas também esta permeabilidade prodigiosa para todos os que são mitos, lendas, contos de fadas, esta facilidade de ser invadida pelas histórias. Aparentemente, para Piaget existe um acesso direto, perceptível, eventualmente não verbal, ao conhecimento analítico e estratégico.

4.5.1.2 Algumas condições de possibilidade para trabalhar os obstáculos

O progresso conceitual ou metodológico, a regressão das representações, seu deslocamento ou sua conversão são feitos em etapas. O papel que desempenha a matemática pode ser capturado em etapas sucessivas: numa simples linguagem que permite descrever facilmente um fenômeno ou comunicar um resultado; um cálculo eficaz, pois permite prever a dinâmica de uma população, por exemplo; num procedimento (estatístico) que permite organizar planos experimentais e logo decidir a validade dos resultados de sua comparação; uma ferramenta de decisão para analisar a eficácia de um tratamento; um modelo que explica realmente a natureza do fenômeno, a separação aleatória dos genes e sua recombinação.

Historicamente, essas etapas podem aparecer sucessivamente em autores diferentes ou simultaneamente em um só. A matemática não é uma linguagem, um meio de comunicação ou de prognóstico, mas um elemento essencial à razão, que procura explicar conceitos com abrangência. Esta é a extensão e a profundidade real das funções que cumpre. As etapas que conduzem à concepção e à formulação de um problema e as etapas que conduzem à validação de um resultado científico poderiam igualmente dar lugar ao mesmo tipo de análises: acumulação de observações empíricas que se consideram autossuficientes, prova por acumulação de resultados experimentais que confirmam a hipótese ou objeções, prova por contraprova ou por refutação.

Analisar a extensão, poliformismo, as múltiplas faces e as máscaras de uma representação que constituem um obstáculo podem também analisar-se em etapas.

No terreno do método científico, se supõe que a escolha entre duas teorias científicas se faz sobre o modelo de luta a morte: uma delas deve ganhar e a outra ficar rejeitada definitivamente sem deixar marcas.

As distinções conceituais só adquirem sentido uma vez que se tenha analisado, compreendido e admitido o obstáculo. Neste caso, com frequência é necessário realizar um esforço considerável para fazer compreender até que ponto a distinção de aparências insignificantes constituem uma revolução do pensamento em relação com um obstáculo importante e inadvertido.

4.5.1.3 É possível dar diretrizes de trabalho aos alunos?

O vocabulário que procura dizer como convém trabalhar as representações e sua função de obstáculo admite metáforas do tipo desportivo (rodear, superar, atravessar), menos frequentemente metáforas que têm a ver com o esforço efetivo e o sofrimento, embora raramente, com o conflito afetivo, o abandono e o duelo, e praticamente nunca com a luta ideológica. Dar uma lista de diretrizes de trabalho cujo efeito pode assegurar-se em relação com um obstáculo dado é um assunto sumamente delicado.

Na ciência, a tese reducionista é também linguística. O homem da ciência, e por tanto, o professor, utiliza (o criar) uma linguagem clara, coerente, sem equívocos. No entanto, em biologia inúmeros termos dizem o contrário do conceito que designam, como a palavra desenvolvimento, evolução, metamorfose e muitas outras. Aqui, o docente não tem a possibilidade de mudar por própria decisão termos tão unanimemente aceitos. Pode empregar as seguintes diretrizes: agregar uma frase que negue seu sentido imediato ou somente um adjetivo que o qualifique sistematicamente. A busca de palavras neutras corre o risco de ser ingênua ou ilusória. E é muito evidente que se os obstáculos são duplos, também é necessário estabelecer a tese inversa, segundo a qual, em alguns casos, a ciência progride graças a certa polissemia. No entanto, não existe um critério anunciado a priori para dizer se no caso estudado é operante a monossemia ou a polissemia.

Às vezes poucas palavras são suficientes para mudar por completo um significado. Em certos casos, pode propor uma simples diretriz operativa. Por exemplo, para detectar certas formas de antropomorfismo se pode dar ao aluno a seguinte diretriz: Você raciocina como se estivesse na situação do animal, do órgão, da molécula e atribuísse a eles suas ideias e suas intenções. No entanto, pode duvidar de que tal diretriz, por mais que se repita, seja suficiente. O polimorfismo do obstáculo implica uma pluralidade de ações que devem inventar-se em cada situação. A familiaridade nos faz acreditar que certos obstáculos são superados, assim ao se familiarizar com os objetos, instrumentos, gestos e instruções, os obstáculos acabam sendo invisíveis.

4.5.2 Identificação dos obstáculos por parte dos alunos

Para Camilloni (1997), há alguns anos, numa perspectiva de desenvolvimento de concepções metodológicas, as situações de trabalho vivenciadas incluíram uma reflexão distanciada dos alunos sobre seus procedimentos. Que interesse pode apresentar, no mar de um estudo sobre obstáculos epistemológicos, a transposição desse tipo inscrita numa dimensão mecânica? Dada a natureza resistente destes obstáculos, o objetivo é desenvolver a capacidade de reconhecer suas manifestações, a fim de poder evitá-las quando elas aparecerem novamente. Testes realizados em sala permitem especificar as características dos obstáculos que os próprios alunos podem identificar e, dentre essas características, aquelas cuja identificação tem se manifestado mais propícia. Esses estudos nos dão pistas sobre obstáculos.

Para considerar o aspecto didático dos obstáculos epistemológicos e a transcendência que tem o fato de que os alunos os superem são exploradas diversas modalidades de trabalho, particularmente as que dão prioridade às estratégias por conflito cognitivo ou sociocognitivo. A identificação dos obstáculos contribui para consolidar e estruturar os conceitos, pois a formulação daquilo contra o qual se constitui o conceito é determinante para delimitá-lo.

4.5.2.1 O trabalho dos obstáculos: princípios dinâmicos

Será apresentado um "mapa das possibilidades", construído com diferentes componentes extraídos das experimentações, aos quais os docentes podem se remeter ou utilizar como palanca para trabalhar os obstáculos de outras maneiras. Deve-se interpretar como uma caixa de ferramentas que contém os dispositivos possíveis, como uma fonte de ideias diversificadas que não tem uma pretensão normativa.

Os três aspectos desses dispositivos caracterizam-se em desestabilização, contradição e identificação, segundo os objetos aos que apontam: a desestabilização de um obstáculo; a construção (ou reconstrução) conceitual; a identificação do obstáculo.

As hipóteses da existência de um paralelismo entre os processos intelectuais referentes à construção conceitual e aqueles que permitem superar os obstáculos levaram a propor três subtemas paralelos dentro de cada um desses aspectos: os primeiros se referem ao obstáculo consciência de processos, validação ou de compreensão; os segundos correspondem aos processos que fazem as novas construções que favorecem sua revogação em situações novas, particularmente em referência ao emprego de imagens mentais, de metáforas e símbolos; os terceiros correspondem aos processos de instalação dessas novas elaborações dentro de uma rede mais diversificada que permite ser usado de maneira mais habitual, é dizer, que transforma os objetos em ferramentas.

Pode-se fazer outra distinção entre princípios dinâmicos e princípios didáticos: Uma pequena quantidade de princípios dinâmicos corresponde aos processos intelectuais que se pretende desencadear ou provocar nos alunos; Os dispositivos didáticos destinados a favorecer tais processos aparecem em listas mais extensas. Estas são somente indicativas e podem completar-se ou modificar-se, já que o mesmo dispositivo pode resultar apto para estimular paralelamente processos intelectuais de diversas ordens.

Na figura 28, apresenta-se o quadro sobre os aspectos de desestabilização do obstáculo, relacionando os princípios dinâmicos com seus elementos de dispositivos.

Figura 28 – Quadro sobre a desestabilização do obstáculo

DESESTABILIZAÇÃO DO OBSTÁCULO	
PRINCÍPIOS DINÂMICOS	**ELEMENTOS DE DISPOSITIVO**
(1) Fortalecer transitoriamente o diapositivo	• Construir grupos de opiniões convergentes
(2) Identificar e manifestar explicitamente suas representações	• Pedir aos alunos que escrevam ideias • Pedir para que expressem e justifiquem o que preveem • Construir modelos ou modelos analógicos
(3) Tomar conhecimento de discordâncias ou dissonâncias	• Introduzir dados heterogêneos gerais em outras classes. • Apresentar um modelo em ruptura com as ideias expressas anteriormente. • Introduzir um texto histórico surpreendente. • Propor uma experiência surpreendente. • Desenvolver role plays (dramatizações), em que cada aluno dá argumentos em favor de um ponto de vista diferente do seu próprio. • Construir diversos grupos cada um dos quais disponha de materiais diferentes e distribuir uma tarefa que exija a cooperação mutua. • Fazer um "papel" de representantes dos grupos de opiniões convergentes. • Construir grupos divergentes depois de haver construído grupos convergentes.

Fonte: Camilloni (1997, p. 217).

Na figura 29, apresenta-se o quadro sobre os aspectos de construção (ou reconstrução) conceitual do obstáculo, relacionando os princípios dinâmicos com seus elementos de dispositivos.

Figura 29 – Quadro sobre a construção (ou reconstrução) conceitual do obstáculo

<table>
<tr><th colspan="2">CONSTRUÇÃO (OU RECONSTRUÇÃO) CONCEITUAL DO OBSTÁCULO</th></tr>
<tr><th>PRINCÍPIOS DINÂMICOS</th><th>ELEMENTOS DE DISPOSITIVO</th></tr>
<tr><td>(1) Fundamentar a validez da construção conceitual</td><td rowspan="2">• Relacionar entre si diversos resultados experimentais.
• Dar validez a uma ideia mediante uma experiência crucial que visa estabelecer o teste.
• Peça aos alunos que relacionem vários elementos de uma determinada maneira, fornecidos pelo professor ou que eles próprios devem encontrar (para poder comunicá-lo aos outros).
• Pedir para elaborar um ou vários modelos e empregá-los sistematicamente.
• Pedir que construam um esquema de síntese.
• Empregar explicitamente metáforas e analogias mediante a comparação termo a termo com o conceito.</td></tr>
<tr><td>(2) Tornar concebível a construção conceitual</td></tr>
<tr><td>(3) Procurar que o novo conceito (ou modo de pensamento) esteja comodamente disponível (de uma maneira que se estenda além da sequência)</td><td>• Propor exercícios variados que mobilizem o conceito que se procura por a disposição dos alunos.
• Variar as formulações e codificações simbólicas.
• Multiplicar as atividades nas que é necessário selecionar um modelo apropriado.
• Retomar, depois de certo tempo, um exercício já realizado ou outro semelhante.
• Resolver um problema que requer incluir nas noções estudadas.
• Utilizar o conceito para compreender uma situação "fora do laboratório".
• Pedir que os alunos expliquem a outros (ou escrevam para outros) o que compreenderam.
• Pedir que conjecturem o que pode acontecer empregando um novo modo de pensar.
• Variar as formulações mudando os níveis de análises.</td></tr>
</table>

Fonte: Camilloni (1997, p. 218).

Na figura 30 apresenta-se o quadro sobre os aspectos de identificação do obstáculo, relacionando os princípios dinâmicos com seus elementos de dispositivos.

Figura 30 – Quadro sobre a identificação do obstáculo

IDENTIFICAÇÃO DO OBSTÁCULO	
PRINCÍPIOS DINÂMICOS	**ELEMENTOS DE DISPOSITIVO**
(1) Dar forma explícita ao obstáculo e pode nomeá-lo	• Analisar “textos com erros”, com a intenção de identificar neles um obstáculo. • Procurar que os alunos relacionem a produção do modelo com outros elementos, a fim de que tomem consciência do caráter “transversal” do obstáculo.
	• Texto histórico. • Produções de outros alunos. • Produções anteriores sobre o mesmo trabalho. • Produções relativas a outras noções. • Fazer reflexões sobre o “por que” do dispositivo proposto pela classe. • Fazer reconstruir um raciocínio que conduza a um erro.
(2) Simbolizar o obstáculo	• Fazer representar o obstáculo graficamente ou mediante uma expressão breve.
(3) Adquirir a capacidade de reconhecer um obstáculo	• Atribuir a alguns alunos a função de “vigilante de obstáculo”. • Provocar a reaparição do obstáculo em novas situações. • Uma vez identificado o obstáculo, atribuir a um aluno o cargo de corretor.

Fonte: Camilloni (1997, p. 219).

A ordem proposta nos quadros apresentados não constitui necessariamente uma sucessão cronológica e não seria necessário retificar uma ferramenta destinada antes de tudo a orientar as escolhas didáticas sem impor-lhes uma ordem rígida de execução. Quando se analisa o que sucede em uma sequência concreta, os processos discernidos nem sempre se diferenciam em fases cronologicamente separadas. e quando é viável fazer essa distinção, a ordem pode ser diferente. Assim, por exemplo: não é necessário que em cada sequência se deem todas as fases; as fases podem estar separadas no tempo; pode haver várias fases de fissura; uma fase de fissura pode incluir um começo de construção; uma fase de identificação pode começar, ser abandonar e retomada anteriormente de maneira desatualizada para permitir um ataque mais transversal do obstáculo.

Os quadros estão destinados a evitar duas armadilhas simétricas: confundir processos diferentes que em realidade obedecem a lógicas distintas ou transformar em fases rígidas e repetitivas o que somente tenha sido separado aos efeitos de refinar as análises.

As modalidades anteriores constituem as referências e indicadores que permitem construir, em todos os detalhes de sua elaboração, sequências didáticas que se concentram melhor no trabalho dos obstáculos. Porém há outras modalidades que correspondem a um marco mais global que o conjunto das sequências e abarcam também a organização das sequências científicas durante o ano escolar, estas modalidades podem dar a cada um dos elementos de dispositivos apresentados uma matriz particular. Por essa razão, agregamos seguidamente um quarto esquema que joga com escalas temporais mais amplas. Certos dispositivos, aparentemente circunscritos ao lapso de uma atividade pontual, podem adquirir uma significação particular em função do clima geral da classe, do hábito didático em vigor, da maneira como tais dispositivos se integram em um problema científico que a classe se esforça para resolver, o compromisso afetivo que adotaram os alunos na busca de soluções.

Na figura 31, apresenta-se o quadro sobre os aspectos globais das atividades, relacionando os princípios dinâmicos com seus elementos de dispositivos.

Figura 31 – Quadro sobre aspectos globais das atividades

ASPECTOS GLOBAIS DAS ATIVIDADES	
PRINCÍPIOS DINÂMICOS	**ELEMENTOS DE DISPOSITIVO**
Correspondentes ao marco geral de uma sequência	
Integrar a atividade dentro da resolução de um problema	• Vincular estreitamente o trabalho com questões relacionadas com a atividade cotidiana, a atualidade, a história das ciências. • Realizar balanços periódicos, a fim de que os alunos possam apreciar seus progressos.
Tratar de obter uma devolução do problema	• Tomar seriamente todas as respostas (ou ideias) dando valor inclusive aquelas que o docente reconhece como falsas. • Provocar nos alunos (individualmente ou em grupo) fazendo que tomem uma posição e fazendo-os vislumbrar resultados que despertem seus interesses. • Ajustar a progressão da sequência ao ponto em que realmente se encontre a classe, os problemas que a classe está enfrentando, para obter uma maior adesão individual.
Correspondentes ao marco anual da educação científica	
Fazer a aula funcionar na forma de debates científicos Desenvolver a cooperação dentro do grupo, como condição para que os alunos se animem a “correr riscos”.	• Desenvolver a ideia do direito a equivocar-se diante das proposições e intervenções dos alunos. • Incitar os alunos que se dirijam a seus colegas e não somente ao seu professor. • Dar seguridade, oferecer liberdade de palavra. • Deixar claro quais são os tempos que correspondem à aprendizagem e quais os que correspondem à evolução.

Fonte: Camilloni (1997, p. 221).

As atividades didáticas relativas ao trabalho dos obstáculos não são independentes de tais elementos. Supõem-se aplicar certos modelos pedagógicos que bem podem qualificar-se como construtivista. Embora, longe de ser um antecessor da aplicação dos dispositivos propostos, este modelo pode se desenvolver durante as sequências. O modelo não é, pois, um pré-requisito, antes disso, constitui uma condição de possibilidade que se desenvolverá de acordo com o contexto de aplicação.

Os obstáculos epistemológicos salientando as ideias de vários autores, onde cada um menciona diversos tipos de obstáculos e determina como devem ser trabalhada com os alunos a superação desses obstáculos.

Os autores referem-se a como se devem trabalhar os obstáculos para assimilar os conhecimentos científicos, a construção de problemas e superação de obstáculos, a identificação dos obstáculos por parte dos alunos, a perturbação conceitual como uma ferramenta para superar os obstáculos e as estratégias para trabalhar esses obstáculos. Estes temas apresentam claramente como os alunos e também os professores associam os processos de aprendizagem frente aos obstáculos didáticos, mencionam outros autores como Bachelard e sua contribuição pedagógica ao longo do tempo.

5 PERCURSO METODOLÓGICO

Segundo Filho e Gamboa (2000), quando se utiliza uma abordagem qualitativa, os propósitos fundamentais são a compreensão, a explanação e a interpretação do fenômeno estudado.

Neste sentido a escolha metodológica desta investigação é de uma abordagem qualitativa com foco em um estudo de caso. Buscou-se este caminho metodológico com o objetivo de investigar as evidências do desenvolvimento da competência de *Observar com Sentido*, assim como investigar quais aspectos contribuem para o desenvolvimento e/ou qualificação dessa competência de *Observar com Sentido* para atingir os objetivos almejados no planejamento do processo de ensino e aprendizagem de um grupo de professores de Matemática do Ensino Fundamental no município de Canoas do estado do Rio Grande do Sul.

Salienta-se que a pesquisa qualitativa traz aspectos subjetivos de maneira espontânea. É utilizada quando se busca percepções e entendimento sobre a natureza geral de uma questão, abrindo espaço para a interpretação (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

O método do estudo de caso enquadra-se em uma abordagem qualitativa e é frequentemente utilizado para coleta de dados na área de estudos organizacionais, e para se discutir o método do estudo de caso três aspectos devem ser considerados: a natureza da experiência enquanto fenômeno a ser investigado, o conhecimento que se pretende alcançar e a possibilidade de generalização de estudos a partir do método (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Os estudos de caso são descrições complexas e holísticas de uma realidade, que envolvem um grande conjunto de dados; os dados são obtidos basicamente por observação pessoal; o estilo de relato é informal, narrativo e traz ilustrações, alusões e metáforas; as comparações feitas são mais implícitas do que explicitas; os temas e hipóteses são importantes, mas são subordinados à compreensão do caso.

A presente investigação foi realizada com as seguintes ações de pesquisa:

- Formação continuada de um grupo colaborativo, com os professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental no município de Canoas do estado do Rio Grande do Sul;

- Investigação do processo de ensino e aprendizagem no tema Equações nos anos finais do Ensino Fundamental de um grupo de professores de Matemática no município de Canoas, de acordo com a normativa da BNCC (BRASIL, 2018);

- Investigação de tarefas matemáticas com a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental de acordo com a normativa da BNCC (BRASIL, 2018) e realização de um processo de análise, reflexão, discussão e classificação das tarefas com observação dos Obstáculos Epistemológicos que são inerentes ao tema, em um grupo colaborativo com professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental no município de Canoas;

- Implementação (desenvolvimento, aplicação e avaliação) de uma THA com a temática Equação nos anos finais do Ensino Fundamental segundo a normativa da BNCC (BRASIL, 2018);

- Investigação de como os professores, em um grupo colaborativo, desenvolvem e/ou qualificam a competência de *Observar com Sentido* o planejamento didático com a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental;

A pesquisa está aprovada no Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da ULBRA/RS, incluído como área temática no Grupo III e a área do conhecimento em ciências exatas e da terra, sob o número CAAE: 09659118.3.0000.5349.

Foram disponibilizados aos professores participantes da pesquisa o termo de consentimento livre e esclarecimento, conforme apresenta-se no apêndice A e o termo de autorização de uso de imagem, nome e voz, conforme apresenta-se no apêndice B.

A investigação foi realizada com um grupo de 18 professores de Matemática que atuam nas 44 escolas municipais de Ensino Fundamental no município de Canoas/RS e 2 professoras formadoras (pesquisadora e orientadora)

Em 2019 iniciou-se o ciclo de formações de agosto a novembro, onde ocorreram 5 (cinco) momentos presenciais e 5 (cinco) momentos de estudos, reflexões e organização dos materiais pelos professores e também a aplicação da THA realizada por cada professor em suas turmas. As formações com o grupo colaborativo ocorreram no PPGECIM/ULBRA, no turno da noite.

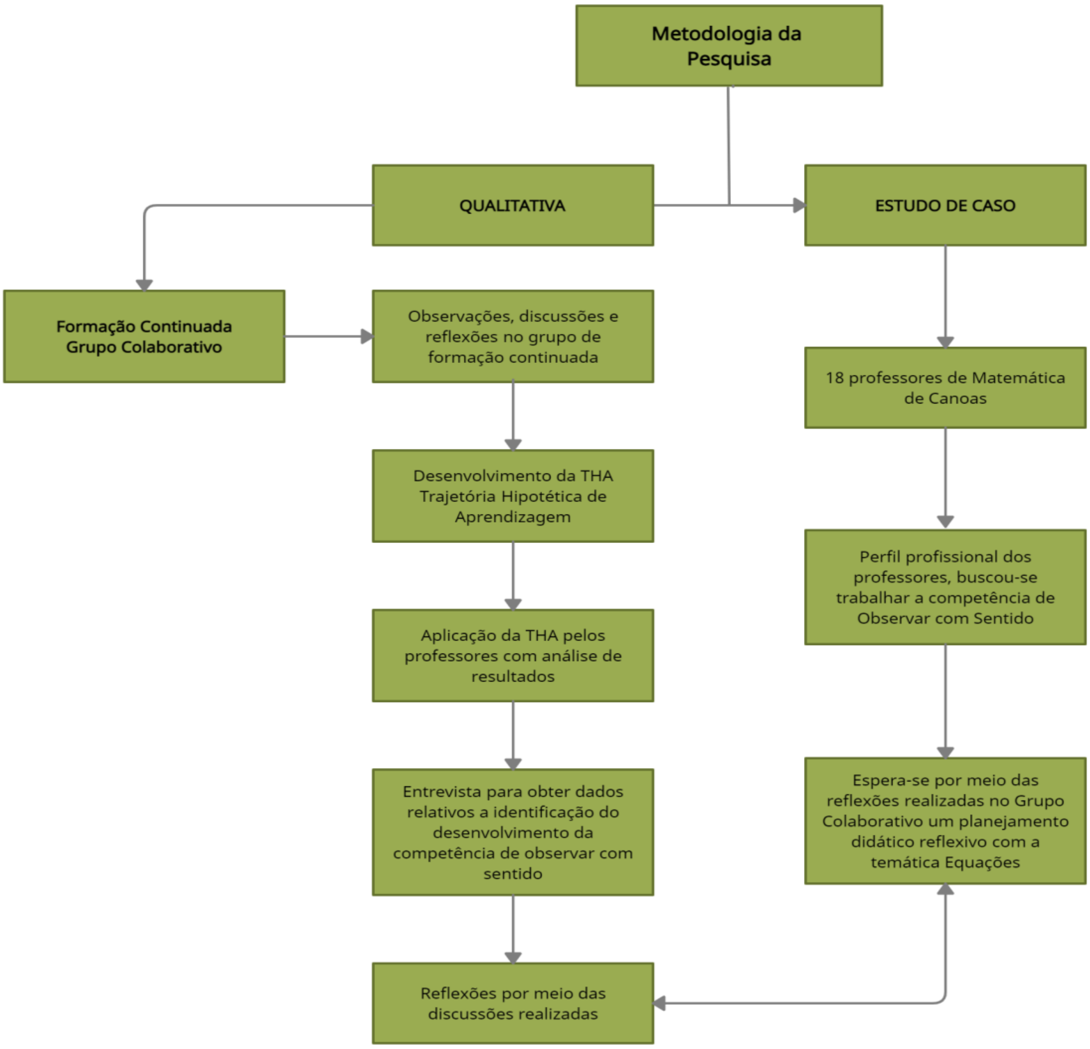
Em 2020 os professores retomaram a aplicação da THA com suas turmas, porém devido à pandemia da COVID-19 os encontros não puderam mais ocorrer presencialmente, teve-se que reformular a prática das formações e desenvolvê-las remotamente. Organizou-se 4 (quatro) momentos virtuais via *meet* para a análise e discussões da THA. Nesses encontros virtuais os professores relataram suas preocupações em relação à aprendizagem e ao entrave para a aplicação dos temas a serem desenvolvidos no decorrer do ano, devido às dificuldades de participação e acesso dos alunos no período da pandemia.

Esse fato ocasionou um atraso considerável na aplicação da THA no ano de 2020, o qual prejudicou não somente o desenvolvimento da pesquisa, mas também todo o ano letivo de 2020.

Infelizmente, nesse período tivemos o óbito de um dos colegas participantes da pesquisa, em decorrência da COVID-19, cuja contribuição no grupo colaborativo era rica em argumentações, relatos de sua experiência com a aplicação do material da temática e comprometimento com o ensino e a aprendizagem de seus alunos. Como este professor era colega de escola, foi possível ter acesso a seu material da THA aplicado no ano de 2019.

A seguir na figura 32 apresenta-se um esquema da metodologia da pesquisa realizada.

Figura 32 – Metodologia da Pesquisa



Fonte: Pesquisador.

5.1 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA, COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

A pesquisa foi desenvolvida em cinco etapas.

A primeira etapa da pesquisa foi desenvolvida com a revisão de literatura sobre a competência de *Observar com Sentido* (VAN ES e SHERIN, 2002; LLINARES, 2000, 2006, 2008, 2011; JACOBS, LAMB; PHILIPP, 2010; FERNÁNDEZ, LLINARES; VALLS, 2011; ROIG, PENALVA; LLINARES, 2011) e *Olhar Profissionalmente*[5] (FERNÁNDEZ, LLINA-

[5] Observar com Sentido ou Olhar Profissionalmente tem o mesmo sentido nesta pesquisa.

RES; VALLS, 2013, 2012, 2011, FORTUNY; RODRIGUEZ, 2012; MASON, 2002; ZAPATERA; CALLEJO, 2013; LLINARES, 2015). Essa revisão foi realizada com pesquisa no Banco de Teses da Capes, na BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, também realizou-se a pesquisa nos periódicos Bolema, Revista Eventos Pedagógicos, SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, SBEM/RS – Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Rio Grande do Sul, Acta Scientiae, Revista REnCiMa, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, e ReMat – Revista Elotrônica de Matemática, e nos Eventos de comunicação científica como CIEM – Congresso Internacional de Ensino de Matemática/ULBRA, SINECT – Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, III Congresso Brasileiro de Informática na Educação e XXV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação e no X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. Com essa pesquisa foram analisadas 52 produções acadêmicas apresentadas entre os anos de 2010 e 2017.

A segunda etapa da pesquisa foi desenvolvida no ano de 2019 e iniciou-se com a aplicação de um questionário, conforme apêndice D, disponibilizado via formulário Google aos professores de Matemática das 44 escolas da rede municipal de ensino de Canoas. Também se desenvolveu as formações com o grupo colaborativo de professores de Matemática do 6º aos 9º anos de Ensino Fundamental das escolas no município. Os encontros ocorreram de agosto a novembro, intercalados em momentos presenciais de estudo e discussões e momentos remotos de pesquisa, estudo e aplicação da THA com 18 professores. Nessas formações trabalhou-se a importância da formação continuada, os grupos colaborativos e suas contribuições, a competência de *Observar com Sentido*, as tarefas matemáticas e a aplicação de uma THA – Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Em cada encontro presencial trabalhou-se um ano do Ensino Fundamental, onde os professores do grupo colaborativo selecionaram atividades matemáticas referentes ao ano em estudo com a temática Equações, conforma as demandas cognitivas. Essas atividades foram utilizadas para a composição do material a ser utilizado na aplicação da THA. Nessa etapa os professores realizaram ao longo dessas formações a aplicação da THA com suas turmas, o que proporcionou as discussões em grupo, os relatos e os ajustes necessários para a sequência a ser desenvolvida.

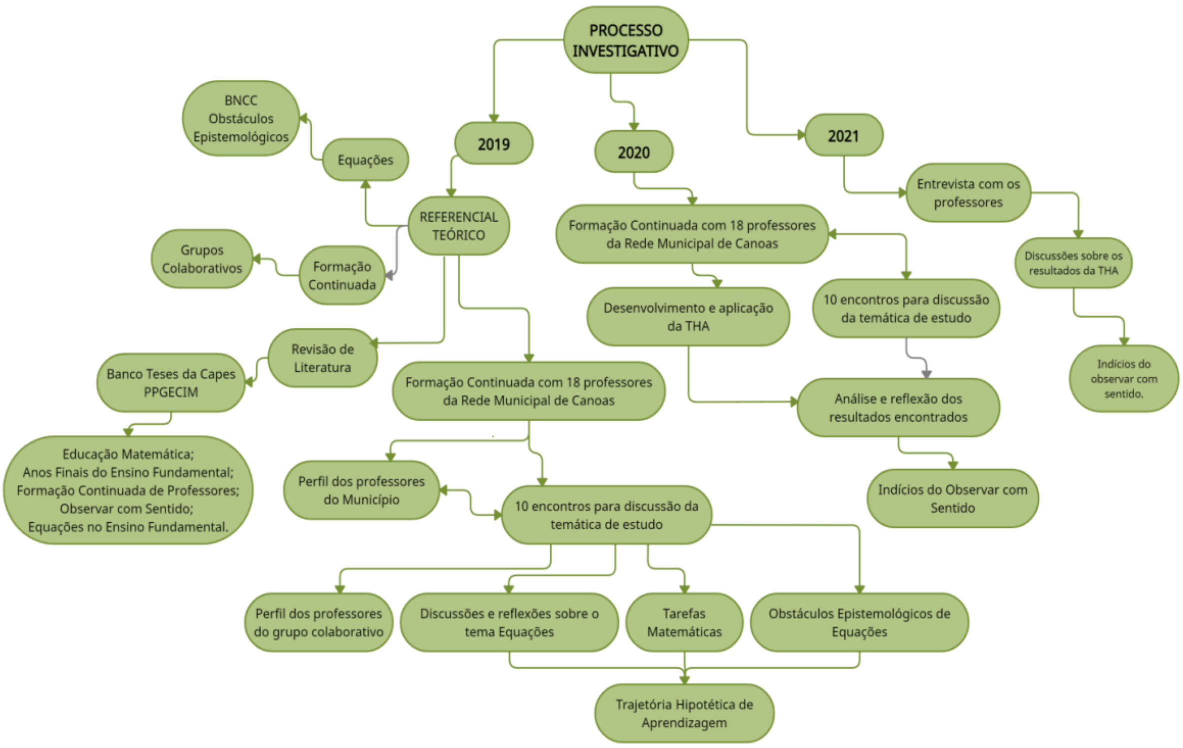
A terceira etapa da pesquisa foi desenvolvida em 2020 e deu-se a continuidade das formações, porém essas ocorreram de forma remota, devido à Pandemia da COVID-19. Os encontros foram realizados de agosto a outubro, onde fez-se a retomada da aplicação das tarefas matemáticas com Equações no Ensino Fundamental, trabalhou-se também os obstáculos epistemológicos, os professores apresentaram suas análises sobre as atividades desenvolvidas e apresentaram tarefas matemáticas que podem auxiliar a superar os obstáculos apresentados pelos alunos no momento da realização das atividades. Participaram 12 professores, pois 2 professoras se aposentaram, 2 professores justificaram que não conseguiam conciliar seus horários para participar devido à pandemia, 1 professora não deu retorno e 1 professor faleceu devido a complicações da COVID-19, mais as 2 professoras formadoras (pesquisadora e orientadora).

Na quarta etapa da pesquisa foram realizadas as análises apresentadas pelos professores, as conclusões a que chegaram sobre a aplicação da THA e as discussões realizadas no grupo colaborativo em relação as práticas pedagógicas que utilizam para seus planejamentos. Nessa etapa também foi realizada a entrevista com os professores, onde descrevem como o estudo e a aplicação da temática da pesquisa auxiliaram em suas práticas e o que observaram ser necessário alterar em seus planejamentos didáticos.

A quinta e última etapa da pesquisa foi a análise de toda produção realizada nas formações, a aplicação da THA e as conclusões da tese.

Apresenta-se na figura 33 a seguir um esquema que descreve todos os passos desenvolvidos no processo investigativo.

Figura 33 – Esquema do Processo Investigativo da Pesquisa



Fonte: Pesquisador.

5.2 INSTRUMENTOS DE PESQUISA E DESCRIÇÃO DOS ENCONTROS

Como a pesquisa se caracteriza por uma abordagem qualitativa, utilizou-se como instrumento de coleta de dados um questionário sobre o perfil do professor, onde os participantes mencionaram o grau de suas titulações, suas atuações profissionais, bem como quantas horas trabalham e com quais turmas trabalham, suas práticas pedagógicas, suas participações em formações continuadas, seus conhecimentos em relação aos documentos norteadores da educação e seus conhecimentos sobre o estudo de equações. Registrou-se as formações presenciais em fotos, o desenvolvimento e a participação dos integrantes do grupo colaborativo e os registros escritos de seus relatos, os encontros virtuais foram gravados para que houvesse posteriormente a transcrição de seus relatos. Ocorreu também entrevistas virtuais individuais com alguns participantes do grupo colaborativo, a fim de reportarem sua satisfação ou sugestões de ajustes para a THA.

Analisou-se os registros das justificativas utilizadas pelos professores para o desenvolvimento das atividades aplicadas com os alunos no Ensino Fundamental e quais foram as dificuldades enfrentadas pelos estudantes participantes do experimento.

Após a coleta dos dados informados pelos participantes da pesquisa, reuniu-se esses registros para compor uma análise final do trabalho desenvolvido nessa pesquisa sobre a temática Equações no Ensino Fundamental na perspectiva da BNCC.

Devido à pesquisa ser qualitativa, a coleta dos dados se deu no decorrer de todo o processo conforme os relatos foram acontecendo, nos momentos de formação e discussão do grupo colaborativo e no desenvolvimento da THA.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), ao utilizar a abordagem qualitativa, o autor do estudo tem como intuito entender o que os participantes da pesquisa compreendem, a maneira como decodificam as suas experiências e de que forma estruturam o corpo social em que habitam.

Mollossi (2017), acrescenta que, de acordo com Godoy (1995, p. 27), é por meio da interpretação qualitativa que “um fenômeno pode ser mais bem compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte integrada, permitindo captar o fenômeno em estudo, a partir da perspectiva das pessoas nele envolvidas”.

6 AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO

Para melhor visualização do ambiente de investigação organizou-se esse capítulo em tópicos descrevendo como foram organizadas as formações realizadas nos anos de 2019 e 2020. Também foi desenvolvida a THA, ao longo das formações e os ajustes necessários a partir das contribuições do grupo colaborativo de professores de Matemática no município de Canoas.

6.1 FORMAÇÃO CONTINUADA: ENCONTROS DE DISCUSSÃO TEÓRICA

Para organização das formações, que foram realizadas em 2019 e 2020, com o grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental no município de Canoas, onde os professores realizaram reuniões, com discussões, reflexões sobre a prática docente e o tema Equações. Desenvolveram uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem THA, que possibilitou o planejamento de todo o processo de formação. Optou-se pela THA visto que é uma metodologia que possibilita, ao longo do processo, a reorganização da sequência a ser desenvolvida e que se adequou aos objetivos propostos para a prática docente e o tema Equações.

Para a Formação Continuada em 2019 promoveu-se 5 (cinco) momentos presenciais, 5 (cinco) momentos de estudo não presenciais e o momento de aplicação das tarefas. Em 2020 promoveu-se o momento de aplicação das tarefas, 4 (quatro) momentos remotos via *meet* e 4 momentos remotos para análise e discussões dos resultados. Todo bloco de formação nos dois anos totalizou 112 horas. Os momentos presenciais em 2019 totalizaram 20 horas e foram intercalados com os momentos de estudo e organização dos materiais para aplicação com os alunos que também totalizaram 20 horas e foram utilizadas 20 horas para aplicação do material. Devido à pandemia da COVID-19 em 2020, a organização das formações teve que ser repensada, iniciou-se com a aplicação do material para os alunos totalizando 20 horas, após iniciou-se os momentos virtuais que totalizaram 16 horas intercalados com os momentos de estudo, análise e apresentação dos resultados para o grupo de professores em formação que totalizaram 16 horas A descrição destas etapas apresenta-se na figura 34.

Figura 34 – Formação Continuada de professores de Matemática

ANO	MOMENTO	TEMÁTICA	HORAS DE FORMAÇÃO
2019	**1** Presencial	Política Pública, BNCC, Demanda Cognitiva e Objetos do Conhecimento/Habilidades para o 6º ano.	4h
	2 Atividade não presencial	Estudo do material, análise das tarefas matemáticas do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental.	4h
	3 Presencial	Pensamento Algébrico e Objetos do Conhecimento/Habilidades para o 7º ano.	4h
	4 Atividade não presencial	Estudo do material, análise das tarefas matemáticas do 7º ano do Ensino Fundamental.	4h
	5 Presencial	Evolução Algébrica e Resolução das Equações do 1º Grau com Material Concreto.	4h
	6 Atividade não presencial	Estudo do material e organização de atividades para aplicação.	4h
	7 Presencial	Equações do 2º Grau e Objetos do Conhecimento/Habilidades para o 8º ano.	4h
	8 Atividade não presencial	Estudo do material, análise das tarefas matemáticas do 8º ano do Ensino Fundamental.	4h
	9 Presencial	Objetos do Conhecimento/Habilidades para o 9º ano e Tarefas Matemáticas do 6º aos 9º anos.	4h
	10 Atividade não presencial	Análise e organização das tarefas a serem aplicadas.	4h
	11 Presencial	Aplicação pelos professores da THA com os seus alunos.	20h
2020	**1** Remoto	Aplicação pelos professores da THA com os seus alunos.	20h
	2 Via *Meet*	Retomada da aplicação das Tarefas Matemáticas com Equações do 6º aos 9º anos.	4h
	3 Remoto	Análise das dificuldades encontradas pelos alunos.	4h
	4 Via *Meet*	Obstáculos Epistemológicos.	4h
	5 Remoto	Estudo no material e identificação dos erros com Equações.	4h
	6 Via *Meet*	Análise das atividades desenvolvidas com Equações do 6º ao 9º ano.	4h
	7 Remoto	Identificação das tarefas que os alunos encontraram mais dificuldades e sugestões para superá-las.	4h
	8 Via *Meet*	Apresentação de Tarefas Matemáticas para auxiliar a superação dos obstáculos encontrados	4h
	9 e 10 Remoto	Entrevista com os professores do grupo colaborativo.	4h
TOTAL DE HORAS FORMAÇÕES PRESENCIAIS E REMOTAS			112h

Fonte: A pesquisa.

No primeiro momento os professores responderam a um questionário com o objetivo de traçar o perfil dos professores de Matemática do 6º ao 9º ano no município de Canoas. O questionário foi organizado num formulário *Google Forms* e o *link* para preenchimento foi enviado por *e-mail* para cada professor de Matemática das 44 escolas e por WhatsApp por meio do grupo de supervisoras/orientadoras das 44 escolas e do grupo de professores de Matemática da rede.

Primeiramente foi importante conhecer o perfil dos professores e por isso foi aplicado um questionário, conforme apresenta-se no apêndice C, cujo foco seria conhecer o público-alvo da investigação, no caso, os professores de Matemática do 6º ao 9º ano no município de Canoas. Este questionário foi dividido em 5 (cinco) seções: apresentação da tese, dados do participante, atuação profissional do participante, prática pedagógica e ensino de Equações.

A seguir descreve-se, detalhadamente, como desenvolveu-se cada encontro de 2019 e 2020, bem como o material aplicado nos encontros, as contribuições dos participantes, os relatos e as conclusões de cada momento.

6.1.1 Material organizado para os encontros de 2019

Para as formações de 2019 organizou-se o material a ser apresentado em cada um dos 5 (cinco) momentos presenciais, que ocorreram no segundo semestre de agosto a novembro de 2019, com o grupo colaborativo de professores de Matemática que atuam no Município de Canoas, com o objetivo de desenvolver uma THA e auxiliar o professor a potencializar seu planejamento. Intercalando a esses momentos presenciais, disponibilizou-se materiais de pesquisa e estudo aos professores, no Google *Classroom*, para que pudessem se apropriar dos assuntos e ampliar seus planejamentos, bem como elaborar as atividades a serem aplicadas aos alunos. Isso facilitou que alguns professores que não puderam participar presencialmente tivessem acesso a todo o material durante todo o processo de formação.

Para melhor visualização e compreensão do processo desenvolvido no ano de 2019, descreve-se a seguir cada momento com a apresentação do material aplicado, bem como o material organizado pelo grupo colaborativo e as conclusões prévias que os participantes da pesquisa relataram.

6.1.1.1 Primeiro momento: documentação legal, demanda cognitiva e BNCC 6º ano do E.F.

Para o primeiro momento organizou-se o material sobre os documentos de fundamentação legal de ensino no Brasil de 1988 (Constituição Federal) a 2017 (Homologação da BNCC). Neste material, o objetivo era revisitar a Base Nacional Comum Curricular, as competências gerais da educação básica, as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, as unidades temáticas e quantas habilidades a serem desenvolvidas em cada ano, a Matemática no Ensino Fundamental para os anos finais e as unidades temáticas com seus objetos de conhecimento e suas habilidades, a álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental e quais os objetos de conhecimento e habilidades a serem trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental na temática álgebra, também o Referencial Curricular de Canoas na unidade temática álgebra.

Na figura 35, apresenta-se o material disponibilizado aos professores no primeiro momento do encontro, sobre a fundamentação legal de ensino no Brasil.

Figura 35 – Documentos de fundamentação legal de ensino no Brasil

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: A COMPETÊNCIA DE OBSERVAR COM SENTIDO À TEMÁTICA EQUAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE).

Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN).

Ao longo da Educação Básica, as aprendizagens essenciais definidas na BNCC devem concorrer para assegurar aos estudantes o desenvolvimento de dez competências gerais, que consubstanciam, no âmbito pedagógico, os direitos de aprendizagem e desenvolvimento.

Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

Não é o currículo, mas sim **parte do currículo**, formada também pela parte diversificada. A Base orienta os currículos com *o **que ensinar***, ou seja, os conhecimentos e habilidades essenciais para todos os brasileiros. O ***como ensinar*** fica a cargo de cada rede e cada unidade escolar, podendo escolher as metodologias e recursos a serem utilizados nas escolas.

Segundo Zanoello e Groenwald (2015), um dos importantes elementos do currículo são os conteúdos, os quais podem ser redigidos e propostos pelo Ministério da Educação, pela Secretaria Municipal de Educação ou pela comunidade escolar.

FUNDAMENTAÇÃO LEGAL

1988 – Constituição Federal

***Art. 210**. Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais*.

1996 – Lei de Diretrizes e Bases - LDB

***Art. 26.** Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser implantada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.*

2010 – Diretriz Curricular Nacional para a Educação Básica – DCNEB

***Art. 14.** A base nacional comum na Educação Básica constitui-se de conhecimentos, saberes e valores produzidos culturalmente, expressos nas políticas públicas e gerados nas instituições produtoras do conhecimento cientifico e tecnológico; no mundo do trabalho; no desenvolvimento das linguagens; nas atividades desportivas e corporais; na produção artística; nas formas diversas de exercício da cidadania; e nos movimentos sociais.*

2013 – Lei de Diretrizes e Bases – LDB

***Art. 26.** Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte* *diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos.*

2014 – Início do debate nacional sobre a BNCC

O MEC iniciou o debate nacional sobre a BNCC para a Educação Básica em julho de 2014, quando a Secretária de Educação Básica (SEB) recebeu o documento elaborado pela Diretoria de Currículos e Educação Integral, o qual desencadeou a discussão acerca do currículo nacional (CÓSSIO, 2014).

2015 – Lançamento da primeira versão, com mais de 12 milhões de contribuições

No mês de setembro de 2015 ocorreu o lançamento da primeira versão da BNCC, por intermédio do MEC, mediante consulta pública.

2016 – Lançamento da segunda versão

Maio de 2016, sucedeu a apresentação da segunda versão, sendo que o Ministério da Educação convocou pesquisadores, formadores de professores e representantes de associações como o Consed (Conselho Nacional de Secretários de Educação) e a Undime (União dos Dirigentes Municipais de Educação) para articular e organizar seminários estaduais para discussão desta versão, contemplando todos os estados.

2016 – Posicionamento com mais de 9 mil professores, gestores, especialistas e entidades de Educação

No mês de setembro, após participação em seminários, contribuições e o posicionamento com mais de 9 mil professores, gestores, especialistas assim como entidades de Educação, foi entregue uma versão da BNCC ao MEC, pelas instituições Consed e Undime.

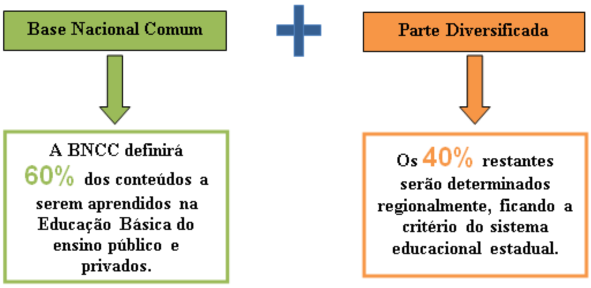
2017 – Entregue a terceira e última versão da BNCC

Em abril de 2017 ocorreu a entrega da terceira e última versão da BNCC, a ser implantanda em 2018.

2017 – Homologação da BNCC

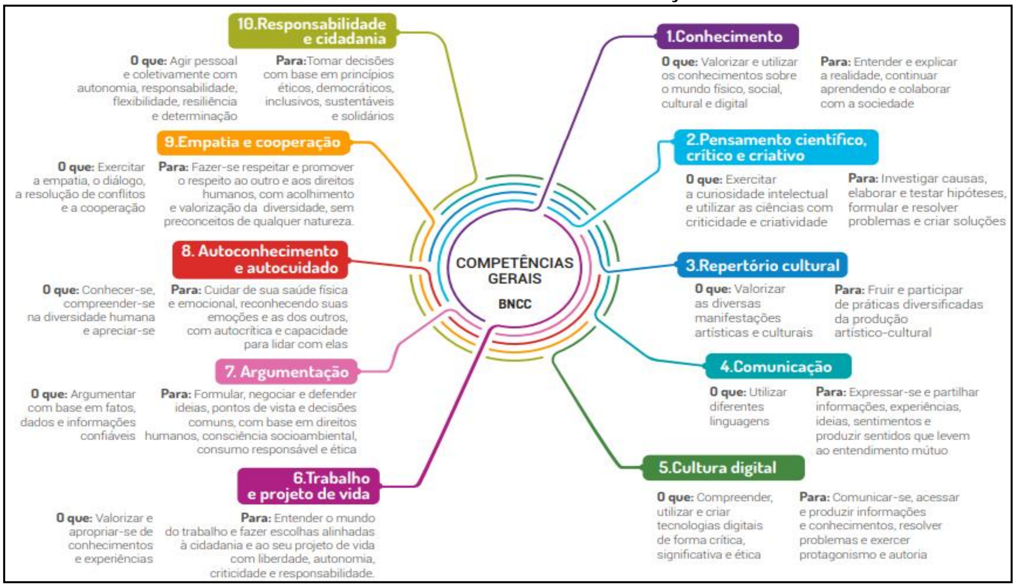
A BNCC foi homologada no mês de dezembro.

A BNCC determina os conteúdos a serem desenvolvidos nas escolas do país (BRASIL, 2015).



Parte Diversificada: Cada sistema de ensino e estabelecimento escolar complementa a base nacional comum, prevendo o estudo das características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da comunidade escolar, perpassando todos os tempos e espaços curriculares constituintes do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, independentemente do ciclo da vida no qual os sujeitos tenham acesso à escola (Brasil, 2015). *(Resolução nº 4, de 13 de julho de 2010, Define Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica, Art. 15).*

COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

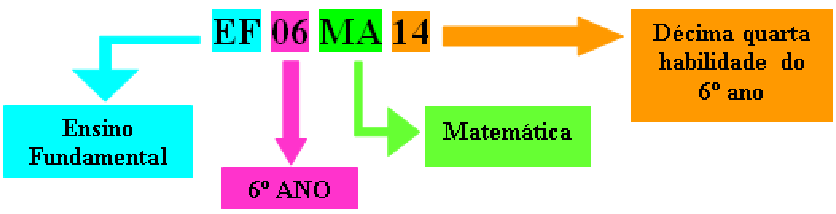


Fonte: https://www.tuneduc.com.br/competencias-gerais-da-bncc/

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

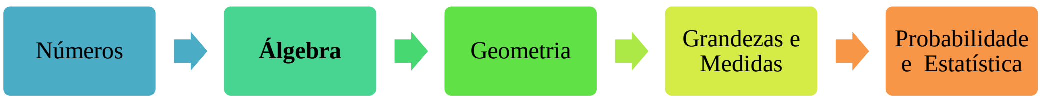
1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Como é possível observar no exemplo apresentado, cada objetivo de aprendizagem e desenvolvimento é identificado por um código alfanumérico cuja composição é explicada a seguir:



Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de **ideias fundamentais** que produzem articulações entre eles: **equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação** e **aproximação**. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc.

Nessa direção, a BNCC propõe cinco **unidades temáticas**, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização.



Segundo o componente curricular, cada ano tem um número específico de habilidades conforme os objetos de conhecimento apresentado do quadro a seguir:

Quadro sobre número de habilidades em Matemática – Ensino Fundamental/Anos Finais.

ANO	Número de habilidades
6º ano	34
7º ano	37
8º ano	27
9º ano	23

Fonte: Adaptado da BNCC (2018).

MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS: UNIDADES TEMÁTICAS, OBJETOS DE CONHECIMENTO E HABILIDADES.

Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência.

A aprendizagem em Matemática no Ensino Fundamental está intrinsecamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos e seu cotidiano, entre eles e os diferentes temas matemáticos e, por fim, entre eles e os demais componentes curriculares. Nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação.

Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos.

A leitura dos objetos de conhecimento e das habilidades essenciais de cada ano nas cinco unidades temáticas permite uma visão das possíveis articulações entre as habilidades indicadas para as diferentes temáticas. Entretanto, recomenda-se que se faça também uma leitura (vertical) de cada unidade temática, do 6º ao 9º ano, com a finalidade de identificar como foi estabelecida a progressão das habilidades. Essa maneira é conveniente para comparar as habilidades de um dado tema a ser efetivadas em um dado ano escolar com as aprendizagens propostas em anos anteriores e também para reconhecer em que medida elas se articulam com as indicadas para os anos posteriores, tendo em vista que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes.

Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. No entanto, é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos. Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto.

Além disso, nessa fase final do Ensino Fundamental, é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada.

ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A unidade temática **Álgebra**, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

Nessa perspectiva, é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se **2 +3 = 5 e 5 = 4 +1**, então **2+3 = 4 +1**. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?”.

No Ensino Fundamental anos finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos. Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa. Associado ao pensamento computacional cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos. Cumpre destacar que os critérios de organização das habilidades na BNCC (com a explicitação dos objetos de conhecimento aos quais se relacionam e do agrupamento desses objetos em unidades temáticas) expressam um arranjo possível (dentre outros). Portanto, os agrupamentos propostos não devem ser tomados como modelo obrigatório para o desenho dos currículos. Essa divisão em unidades temáticas serve tão somente para facilitar a compreensão dos conjuntos de habilidades e de como eles se inter-relacionam. Na elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas, devem ser enfatizadas as articulações das habilidades com as de outras áreas do conhecimento, entre as unidades temáticas e no interior de cada uma delas.

Na definição das habilidades, a progressão ano a ano se baseia na compreensão e utilização de novas ferramentas e também na complexidade das situações-problema propostas, cuja resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas distintas. Os problemas de contagem, por exemplo, devem, inicialmente, estar restrito àqueles cujas soluções podem ser obtidas pela descrição de todos os casos possíveis, mediante a utilização de esquemas ou diagramas, e, posteriormente, àqueles cuja resolução depende da aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo e do princípio da casa dos pombos. Outro exemplo é o da resolução de problemas envolvendo as operações fundamentais, utilizando ou não a linguagem algébrica.

Quadro sobre a unidade temática – Álgebra para o Ensino Fundamental/Anos Finais

UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	**HABILIDADES**
6º ANO	Propriedades da igualdade	**(EF06MA14)** Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.	**(EF06MA15)** Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
7º ANO	Linguagem algébrica: variável e incógnita	**(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
		(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
		(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	**(EF07MA16)** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF07MA17)** Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
	Equações polinomiais do 1º grau	**(EF07MA18)** Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.
8º ANO	Valor numérico de expressões algébricas	**(EF08MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	**(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	**(EF08MA08)** Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	**(EF08MA09)** Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
	Sequências recursivas e não recursivas	**(EF08MA10)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
		(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
	Variação de grandezas: diretamente proporcionais inversamente proporcionais ou não proporcionais	**(EF08MA12)** Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
		(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
9º ANO	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.	**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
	Razão entre grandezas de espécies diferentes	**(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF09MA08)** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Fonte: Adaptado da BNCC (2018).

BNCC – indicações para Álgebra

Foi retirada a ênfase à álgebra do 8º ano do EF.

Não há ênfase nas operações com monômios e polinômios.

Continua a indicação dos produtos notáveis e produtos do tipo (a+b) (c+d).

O Referencial Curricular de Canoas compreende todas as competências, unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades propostas na BNCC e agrega às especificidades locais nos diferentes níveis e modalidades de ensino. As contribuições dos professores à BNCC, com a inclusão de novos objetos de conhecimento, acréscimos e alterações no texto, assim como o acréscimo de novas habilidades locais, foram inseridas em **negrito** e destacadas com um código acrescido à palavra CANOAS.

Quadro sobre a unidade temática – Álgebra para o Ensino Fundamental/Anos Finais

UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	**HABILIDADES**
6º ANO	**Idem BNCC**	**Idem BNCC**
7º ANO	**Idem BNCC**	**Idem BNCC**
8º ANO	Valor numérico de expressões algébricas	**(EF08MA06)** Resolver, **interpretar** e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	**(EF08MA08)** Resolver, **interpretar** e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	**(EF08MA09)** Resolver, **interpretar** e elaborar **geometricamente**, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	**(EF08MA13)** Resolver, **interpretar** e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
9º ANO	**Idem BNCC**	**Idem BNCC**

Fonte: Adaptado do RCC (2019).

Observar-se que tanto na Base Nacional Comum Curricular - BNCC como no Referencial Curricular de Canoas - RCC, no 9º ano do Ensino Fundamental, não é privilegiado a resolução de Equações do 2º grau através da fórmula de Bháskara.

Entende-se que fica a critério do professor, acrescentar em seu plano o estudo, todo e qualquer conteúdo, compreendendo a importância e necessidade de ampliar o conhecimento do aluno.

A seguir, apresentam-se conforme a BNCC, os objetos de conhecimento e habilidades a serem trabalhados do 1º ao 5º ano, para o estudo de álgebra no Ensino Fundamental Anos Iniciais.

Quadro sobre a unidade temática – Álgebra para o Ensino Fundamental/Anos Iniciais

UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	**HABILIDADES**
1º ANO	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências	**(EF01MA09)** Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	**(EF01MA10)** Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

2º ANO	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas	**(EF02MA09)** Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	**(EF02MA10)** Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
		(EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º ANO	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	**(EF03MA10)** Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
	Relação de igualdade	**(EF03MA11)** Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º ANO	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural	**(EF04MA11)** Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero	**(EF04MA12)** Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
	Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão	**(EF04MA13)** Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
	Propriedades da igualdade	**(EF04MA14)** Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.
		(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
5º ANO	Propriedades da igualdade e noção de equivalência	**(EF05MA10)** Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.
		(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
	Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	**(EF05MA12)** Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.
		(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Fonte: adaptado da BNCC (2018).

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 03 maio. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica. MEC. Brasília, DF,

2013. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 29 abr. 2016.
MOVIMENTO PELA BASE NACIONAL COMUM, 2016. Disponível em:
< http://movimentopelabase.org.br/>. Acesso em: 17 mai. 2016.
NOVA ESCOLA. BASE NACIONAL COMUM. Disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=paqvIE5w6gA>.Acesso em: 24 mai. 2016.
RODRIGUES, G. S. Concepções dos professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental no município de Canoas sobre a Base Nacional Comum Curricular. 2018. 151 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2015.
ZANOELLO, S. F., GROENWALD, C. L. CURRÍCULO DE MATEMÁTICA: Conhecendo a realidade das escolas de Ensino Fundamental da 15ª CRE. 2015.
REFERENCIAL CURRICULAR DE CANOAS, 2019.

Fonte: BNCC (2018) e RCC (2019).

Organizou-se também para o encontro o material sobre os objetos de conhecimento e as habilidades na unidade temática álgebra no 6º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de revisitar as propriedades da igualdade e trabalhar a ideia de igualdade fazendo a analogia com a balança, conforme figura 36.

Figura 36 – Material sobre objetos de conhecimento/habilidades para o 6º ano do E.F.

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

O quadro a seguir, apresenta os objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidas no 6º ano do Ensino Fundamental.

Quadro sobre a unidade temática – Álgebra para o Ensino Fundamental/Anos Finais

UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	**HABILIDADES**
6º ANO	Propriedades da igualdade	**(EF06MA14)** Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	**(EF06MA15)** Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: Adaptado da BNCC (2018).

Conceito de igualdade

Uma igualdade caracteriza-se, matematicamente falando, quando duas operações ou quantidades são iguais entre si, ou seja, quando uma e outra têm o mesmo número de unidades. Esta característica é válida para todas as operações aritméticas.

Um exemplo de uma igualdade: $\boldsymbol{2+4+9 = 15}$ ***é uma igualdade***
$\boldsymbol{15 = 15}$

Como podemos verificar no exemplo acima, as partes à esquerda e à direita do sinal de igual (=) têm exatamente o mesmo número de unidades. Depois da operação realizada verificamos que se trata realmente de uma igualdade, representada pelo sinal de igual (=).

Membros de uma igualdade

Tal como vimos na igualdade, existe sempre uma parte que fica antes do sinal de igual e outra que fica depois. Cada uma dessas partes tem o nome de **membro de uma igualdade**. A parte que fica antes do sinal de igual chama-se **primeiro membro da igualdade** e a parte que fica depois do sinal de igual chama-se **segundo membro da igualdade.**

$$\underbrace{2+3+4}_{\text{1º membro de uma igualdade}} = \underbrace{4+5}_{\text{2º membro de uma igualdade}}$$

O primeiro membro da igualdade é 2+3+4 e o segundo membro da igualdade é 4+5.

Termos de uma igualdade:

Os membros de uma igualdade podem ser formados por vários números ou letras, separados por **sinais aritméticos**. Cada um destes elementos chama-se **termo de uma igualdade.** Os termos de uma igualdade estão sempre separados somente por um sinal de + ou –. Por isso podemos dizer que um termo pode ser um conjunto de números e operações, desde que estas operações sejam de multiplicar ou de dividir. Na imagem abaixo podemos verificar que na igualdade existem 7 termos (assinalados a azul):

$$\underbrace{\overbrace{2}^{1º}+\overbrace{3}^{2º}+\overbrace{4}^{3º}+\overbrace{(2 \text{ x } 3)}^{4º}}_{\text{1º membro de uma igualdade}} = \underbrace{\overbrace{11}^{5º}+\overbrace{9}^{6º}-\overbrace{(10:2)}^{7º}}_{\text{2º membro de uma igualdade}}$$

Propriedades das igualdades

Todas as igualdades possuem uma série de propriedades que terão que se cumprir. Caso isto não aconteça estamos perante uma desigualdade.

As propriedades das igualdades são:

Se as operações de um ou dos dois membros de uma igualdade se realizarem, o resultado será uma igualdade:

Exemplo: 4 + 5 – 3 = 2 x 3

6 = 6

Numa igualdade, podemos substituir qualquer uma das quantidades por uma operação equivalente, que a igualdade permanece igual:

Se na igualdade anterior, substituirmos o 4 por (12:3),
a igualdade permanecerá igual:

(12:3) + 5 – 3 = 2 x 3

4 + 5 – 3 = 2 x 3

6 = 6

Numa igualdade, se substituirmos uma letra ou letras pelos seus valores numéricos, a igualdade permanece igual:

Por exemplo, na igualdade: 27a + 3 = 17b + 5
se substituirmos a letra "a" por 2, fica:

27 x 2 + 3 = 17b + 5

A esta operação dá-se o nome de **substituição**,
pois substituiu-se uma letra pelo seu valor numérico.

Se somar ou subtrair a mesma quantidade nos dois membros de uma igualdade, continuaremos a ter a mesma igualdade:

2 + 4 + 6 = 20 – 8

12 = 12

Se na operação anterior somarmos o mesmo número, o
número 5 por exemplo, continuaremos a ter uma igualdade:

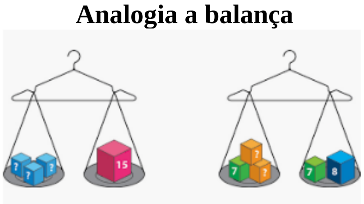
2 + 4 + 6 **+ 5** = 20 – 8 **+ 5**

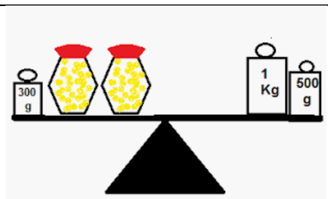
17 = 17

Atividades envolvendo propriedades da igualdade

1) x + 5 = 10
2) x – 4 = 13
3) 2a = 18
4) 3b = 30
5) ½ a = 7
6) 139 + a = 462

Analogia a balança





Referencial da pesquisa
BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 03 maio. 2018.

Fonte: A pesquisa

No apêndice E, apresentam-se os slides sobre demanda cognitiva que foram exibidos em powerpoint para o grupo colaborativo. Também, organizou-se o material sobre Demanda Cognitiva de tarefas matemáticas, o objetivo era desenvolver junto ao grupo colaborativo a seleção e análise de atividades apresentadas nos livros didáticos, os quais são utilizados pelos professores em suas aulas, e assim classificar as atividades conforme os níveis de demanda cognitiva.

Na figura 37, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores do grupo para apreciação e estudo sobre demanda cognitiva de tarefas matemáticas e os níveis de classificação.

Figura 37 – Material sobre Demanda Cognitiva

PPGECIM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CAPES

ULBRA
UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Demanda Cognitiva de tarefas matemáticas – Equações no Ensino Fundamental

Em toda atividade docente, como indica Bachelard, citado por Carretero, (1997) não só aprende o aluno, mas também o professor. É fundamental para um professor saber o que é e como se desenvolve a mente do aluno, mas, não menos importante, é a interrogação sobre como se produz a mudança cognitiva, ou seja, como se pode aprender melhor. Neste sentido a escolha de tarefas matemáticas é muito importante para o planejamento do professor.

Ao apresentar uma *tarefa matemática* aos seus alunos, o professor a planeja visando que estes atinjam um objetivo, criando assim uma interação entre o professor, o conteúdo e os alunos, com o propósito de que estes desenvolvam a competência matemática prevista.

Pimenta (2002a) afirma que é da natureza da atividade docente proceder à mediação reflexiva e crítica entre as transformações sociais concretas e a formação humana dos alunos, questionando modos de pensar, sentir, agir e de produzir e distribuir conhecimentos. Somente a partir de reflexões é possível aprimorar a prática pedagógica, deixando para traz atitudes e ações que não trouxeram resultados benéficos, substituindo-os por procedimentos e práticas favoráveis ao desenvolvimento, tanto do professor, quanto para o desenvolvimento do aluno, na disciplina em questão.

Para Barberà et al (2004), é necessário, também, dispor de informações precisas sobre como os professores podem contribuir, com a sua ação educativa, para que os alunos aprendam mais e melhor.

Para Llinares (2015) a competência docente do professor de Matemática de *Observar com Sentido* o processo de ensino e aprendizagem é caracterizada pelo fato de que o professor é capaz de reconhecer os fatos que podem ser relevantes na sala de aula para explicar a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Para tanto, o professor deve propor atividades matemáticas do tipo: formulação, representação, resolução e (ou) comunicação de problemas matemáticos a partir de uma situação, com isso busca-se desenvolver no aluno uma determinada competência matemática, junto com seu processo de aprendizagem.

Para Hiebert (2007), *Observar com Sentido* está ligada a capacidade do professor de Matemática em adotar decisões e, em seguida, ações a partir do que o estudante parece estar aprendendo. Para Fernández, Valls e Llinares (2011), o *Observar com Sentido* tem sua importância por desenvolver a capacidade de ensinar Matemática, pela compreensão da observação do professor do que o estudante está aprendendo.

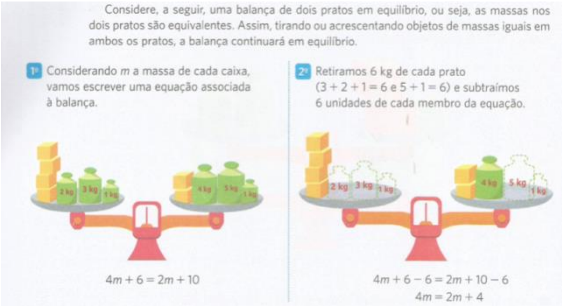
Abordando mais especificamente o termo *Observar com Sentido*, coloca-se definição a partir dos estudos de Van Es e Sherin (2002). Para esses autores, tal competência é determinada por três habilidades: a capacidade de identificar os fatores importantes no processo de ensinar, fazer reflexões sobre as interações que surgem em sala de aula a partir do conhecimento gerado do contexto e relacionar todos os eventos que acontecem em sala de aula com outras ideias mais generalistas do processo que se é envolvido no ensino-aprendizagem da Matemática.

Llinares e Penalva (2011) trazem o termo demanda cognitiva informando que se trata da classe e nível de pensamento que se é exigido dos estudantes para a resolução da tarefa, apontando o que se alcança e o que se aprende em cada nível.

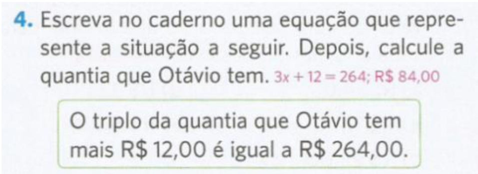
Smith e Stein (1998) classificam em quatro níveis de demanda cognitiva: tarefas que exigem a memorização (Nível 1); tarefas que usam procedimentos sem conexão (Nível 2); tarefas que utilizam procedimentos com conexão (Nível 3) e tarefas que exigem o “fazer matemática” (Nível 4).

De acordo com Smith e Stein (1998) as características de cada nível são as descritas a seguir.

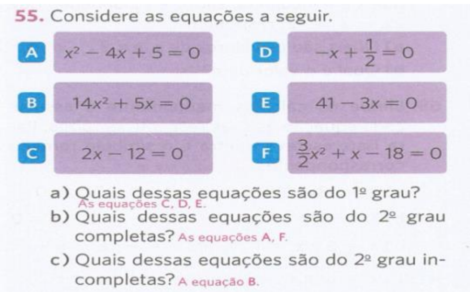
Tarefa de Nível 1 são tarefas que envolvem a reprodução de fórmulas e regras, com muita memorização, sem reflexões sobre as definições que estão sendo vistas. Apresentam-se exemplos na figura 1.



Atividade para o 7º ano, página 109.



Atividade para o 8º ano, página 171.

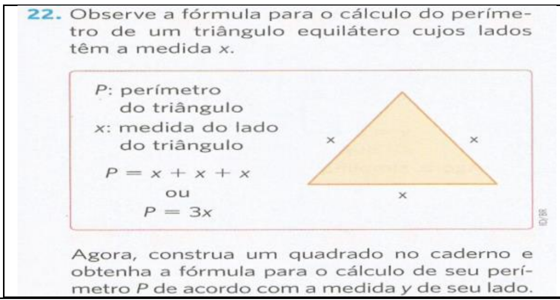


Atividade para o 9º ano, página 51.

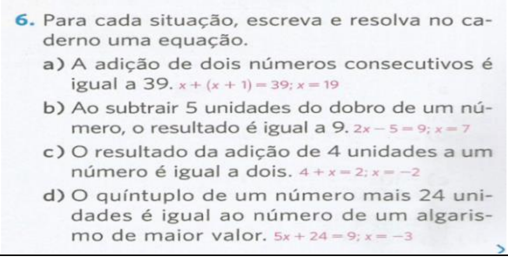
Fonte: Coleção Convergências – Editora SM.

Observa-se que as atividades apresentadas são de nível 1 pois requerem apenas a aplicação de uma regra memorizada, sem fazer reforços ao conceito a ser apresentado.

Tarefas de Nível 2 são tarefas que exigem recurso por algoritmo, focada na obtenção das respostas que ainda não fazem conexão com os conceitos matemáticos. A figura 2 exemplifica estes tipos de atividades.



Atividade para o 7º ano, página 109.

 **6.** Para cada situação, escreva e resolva no caderno uma equação. **a)** A adição de dois números consecutivos é igual a 39. $x + (x + 1) = 39; x = 19$ **b)** Ao subtrair 5 unidades do dobro de um número, o resultado é igual a 9. $2x - 5 = 9; x = 7$ **c)** O resultado da adição de 4 unidades a um número é igual a dois. $4 + x = 2; x = -2$ **d)** O quíntuplo de um número mais 24 unidades é igual ao número de um algarismo de maior valor. $5x + 24 = 9; x = -3$	**Atividade para o 8º ano, página 171.**

Fonte: Coleção Convergências – Editora SM.

Classificou-se as atividades acima como de nível 2 de demanda cognitiva por ainda dar ênfase na resposta, portanto uma tarefa que utiliza procedimento sem conexão.

Tarefas de Nível 3 são tarefas que estão intimamente relacionadas com os conceitos ou procedimentos buscando a compreensão destes, apresentando claras conexões com as ideias ao subvalorizar o algoritmo pois o êxito se dará pela exigência de algum grau de esforço cognitivo. Os exemplos encontram-se na figura 3.

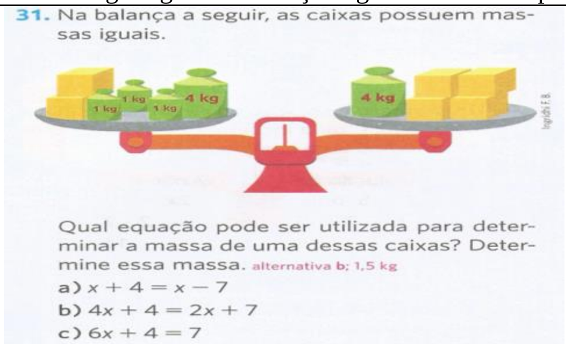
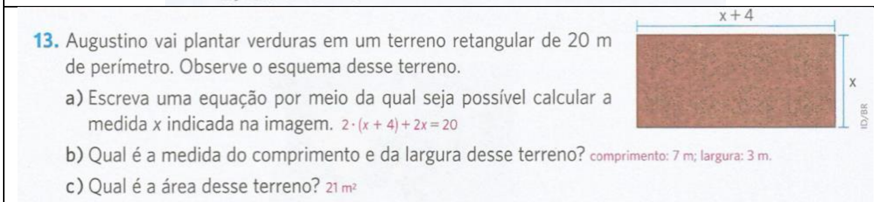
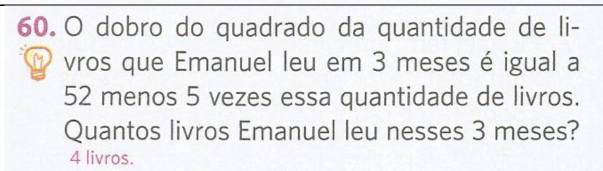
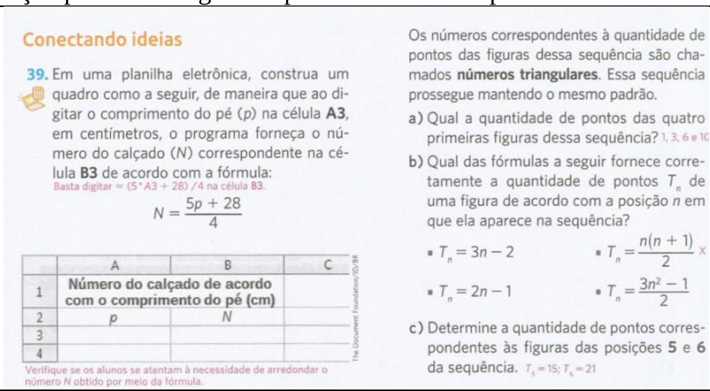
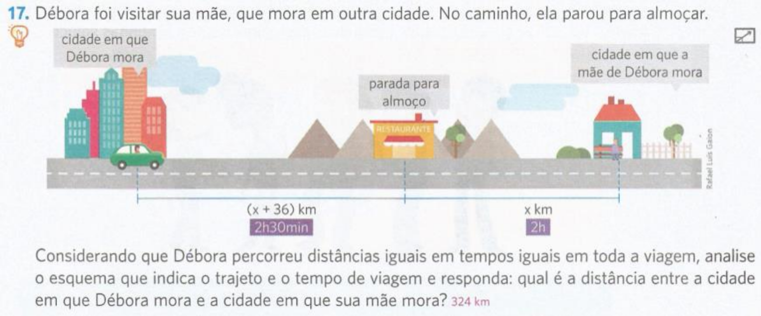
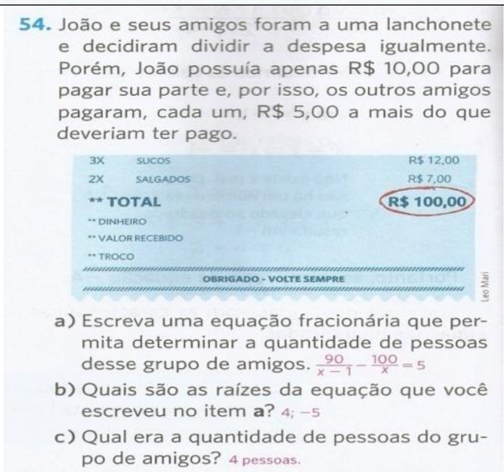
 **31.** Na balança a seguir, as caixas possuem massas iguais. 1 kg 1 kg 1 kg 4 kg 4 kg Qual equação pode ser utilizada para determinar a massa de uma dessas caixas? Determine essa massa. alternativa b; 1,5 kg **a)** $x + 4 = x - 7$ **b)** $4x + 4 = 2x + 7$ **c)** $6x + 4 = 7$	**Atividade para o 7º ano, página 110.**
 **13.** Augustino vai plantar verduras em um terreno retangular de 20 m de perímetro. Observe o esquema desse terreno. **a)** Escreva uma equação por meio da qual seja possível calcular a medida x indicada na imagem. $2 \cdot (x + 4) + 2x = 20$ **b)** Qual é a medida do comprimento e da largura desse terreno? comprimento: 7 m; largura: 3 m. **c)** Qual é a área desse terreno? 21 m² $x + 4$ x	**Atividade para o 8º ano, página 173.**
 **60.** O dobro do quadrado da quantidade de livros que Emanuel leu em 3 meses é igual a 52 menos 5 vezes essa quantidade de livros. Quantos livros Emanuel leu nesses 3 meses? 4 livros.	**Atividade para o 9º ano, página 51.**

Figura 3: Coleção Convergências – Editora SM

Para as questões escolhidas como de nível 3, observa-se que já existe uma relação com conceitos matemáticos, exigindo interpretação por parte do estudante, mesmo que exista um indicativo do conhecimento a ser aplicado. É uma tarefa que exige um procedimento com conexão.

Tarefas de Nível 4 são tarefas que exigem um alto esforço cognitivo pois executam a tarefa por conhecerem e apresentarem a compreensão conceitual da matemática, verificado pelo pensamento complexo e muito distante do algoritmo em questões que não apresentam um indicativo de qual recurso deverá ser usado nem uma instrução prévia. Na figura 4 apresentam-se exemplos de tarefas com demanda de nível 4.

 **Conectando ideias** **39.** Em uma planilha eletrônica, construa um quadro como a seguir, de maneira que ao digitar o comprimento do pé (p) na célula **A3**, em centímetros, o programa forneça o número do calçado (N) correspondente na célula **B3** de acordo com a fórmula: Basta digitar = (5*A3 + 28)/4 na célula B3. $N = \frac{5p + 28}{4}$ (1) A: Número do calçado de acordo com o comprimento do pé (cm); (2) A: p, B: N; 3; 4 Verifique se os alunos se atentam à necessidade de arredondar o número N obtido por meio da fórmula. Os números correspondentes à quantidade de pontos das figuras dessa sequência são chamados **números triangulares**. Essa sequência prossegue mantendo o mesmo padrão. **a)** Qual a quantidade de pontos das quatro primeiras figuras dessa sequência? 1, 3, 6 e 10 **b)** Qual das fórmulas a seguir fornece corretamente a quantidade de pontos T_n de uma figura de acordo com a posição n em que ela aparece na sequência? • $T_n = 3n - 2$ • $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ x • $T_n = 2n - 1$ • $T_n = \frac{3n^2 - 1}{2}$ **c)** Determine a quantidade de pontos correspondentes às figuras das posições **5** e **6** da sequência. $T_5 = 15$; $T_6 = 21$	**Atividade para o 7º ano, página 111.**

 	**Atividade para o 8º ano,**
 	**Atividade para o 9º ano, página 50.**

Fonte: Coleção Convergências – Editora SM.

As questões da figura 4 são referentes ao nível 4 de demanda cognitiva, pois exigem o *fazer matemática*, uma vez que é necessário um aprofundado nível cognitivo a partir de uma questão que não dá indicativos de resolução. O estudante deverá resgatar seus conhecimentos matemáticos e testá-los em um contexto de maior complexidade.

Entende-se que o professor, ao escolher atividades de diferentes níveis de demanda cognitiva qualifica seu planejamento e amplia seu conhecimento relativo aos conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos. Neste sentido, analisar os livros didáticos que são utilizados em sala de aula com os estudantes é uma atividade docente importante para o planejamento curricular.

A escolha de tarefas, quando inseridas em um contexto de percepção das manifestações de raciocínio matemático dos estudantes, está caracterizado pela aquisição da competência docente Observar com Sentido, competência essa que bem caracteriza o professor de Matemática (PENALVA; LLINARES, 2011).

BIBLIOGRAFIA

Barberà, Elena et al. (2004). O Construtivismo na prática. Porto Alegre: ARTMED.

Carretero, Mario. (1997). Construtivismo e Educação. Porto Alegre: ARTMED.

Hiebert, J; Morris, A K; Berk, D; Jansen, A. (2007) Preparing teachers to learn from teaching. Journal of Teacher Education, 58, 47-61

Llinares, S. Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. XIV Conferencia Interamericana de Educación Matematica. Chiapas, México: [s.n.], 2015.

Penalva, M. C.; Llinares, S. (2011) Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In: GOÑI, Jesus María (coord) et al. Didáctica de las Matemáticas. Colección: Formación del Profesorado. Educación Secundaria. Barcelona: Editora GRAÓ. 12, 27-51.

Pimenta, Selma Garrido. Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2002a.

Smith, M. S; Stein, M. K. (1998) Selecting and Creating Mathematical Tasks: Foram Research to Practice. Matehmatics Teaching in the Middle Scholl, 3, 344-50.

Souza, J; Garcia, J. (2016). Contato Matemática. FTD, 139-145.

Van Es, E. A.; Sherin, M. G. (2002). Learning to Notice: Scaffolding New Teachers Interpretations of Classroom Interacts. Jl. Of Technology and Teacher Education, v. 10, n. 4, p. 571-596.

Fonte: Damasco; Groenwald (2019).

6.1.1.2 Segundo momento: análise das tarefas matemáticas do 6ª ao 9º ano do E.F.

Para o segundo momento, com base nos materiais apresentados no primeiro momento presencial, os professores analisaram e estudaram os assuntos e organizaram as tarefas matemáticas classificando-as conforme o nível de demanda cognitiva e enviaram via *e-mail* ou WhatsApp para que esse material fosse trabalhado no próximo momento presencial.

Na figura 38 apresentam-se as tarefas selecionadas pelos professores do grupo colaborativo referente ao 6° ano do Ensino Fundamental.

Figura 38 – Tarefas organizadas pelos professores na formação para o 6º ano do E.F.

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA · CAPES · ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Utilizando a propriedade da igualdade, resolva as situações-problema.

Demanda Cognitiva de Nível 1

1.1) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 38 – exemplo A)
Desenvolva as multiplicações em cada membro da igualdade:
36 . 14 = 63 . 8
a) Qual resultado em cada membro?
b) Multiplicando cada membro dessa igualdade por 11, o que você percebe?

1.2) (Matemática essencial – 2018, Ed. Scipione, pág. 51 – exercício 8)
Sem realizar cálculos, associe as fichas que possuem o mesmo resultado, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondente.

1023 + 4728	**9572 + 3946**	**14374 + 7805**
7805 + 14374	**4728 + 1023**	**3946 + 9572**

Demanda Cognitiva de Nível 2

2.1) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 38 – situação 5)
Bruno comprou 2 embalagens com 10 litros de água cada uma e Gustavo comprou 4 embalagens com 5 litros de água cada uma.
Com base nas informações acima, desenvolva as questões a seguir:
a) Para calcular quantos litros de água cada um comprou, faça as multiplicações. Quantos litros cada um comprou?
b) Na semana seguinte, os garotos compraram o dobro de embalagens que haviam comprado na semana anterior. Calcule quantos litros cada um comprou.
c) Com base nas respostas dos itens a e b, o que você percebe?

2.2) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 41 – exercício 42)
Descubra qual número torna cada igualdade verdadeira.

a) 6 . 8 . 12 = 4 . 12 . ■

b) 12 . 6 . 15 = 18 . 4 . ■

c) 24 . 12 . 23 = 16 .18 . ■

d) 45 . 14 . 38 = 35 . 18 . ■

2.3) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 41 – exercício 47)
Descubro o valor de ***a*** nas igualdades a seguir.
a) ***a*** . 20 = 0
b) 34 . ***a*** = 2 . 34
c) 10 . ***a*** . 5 = 2 . 25 . 1
d) 12 . 3 . ***a*** = 3 . 0 . 12

2.4) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 53 – exercício 5)
Reúna-se com dois colegas para fazer o que se pede.
a) Cada um deve encontrar dois números naturais em que um pode ser dividido pelo outro para obter resultado 20.
b) Compare os números que você obteve no item anterior com os números obtidos pelos colegas. Eles são iguais?
c) Existem mais opções de números naturais para essa divisão?

2.5) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 175 – exercício 31)
Determine a fração equivalente a *7/13* cujo denominador é 117.

Demanda Cognitiva de Nível 3

3.1) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 41 – exercício 45)
Sabendo que a e b são números naturais e que a . b = 42, responda as questões.

a) : 3 : 4 = 992 :8 : ■

a) 860 Qual é o valor de b . a ?
b) Qual é o valor de a . b . 1 ?
c) Qual é o valor de a . b . 0 ?
d) Qual é o valor de (a . b) . 2 ?
e) Qual é o valor de a . (b . 2) ?
f) Qual é o valor de a . 2 . b ?

3.2) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 45 – exercício 50)
Descubra qual é o número que torna cada igualdade verdadeira.

b) 234 : 6 : 2 = 117 : 3 : ■

c) 372: 4 : 5 = 1505 : 7 : ■

3.3) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 175 – exercício 30)
Substitua cada ■ das igualdades por um número, de modo que os pares de frações sejam equivalentes.

a) $\frac{1}{3} = \frac{\blacksquare}{18}$

b) $\frac{\blacksquare}{4} = \frac{45}{36}$

c) $\frac{2}{5} = \frac{16}{\blacksquare}$

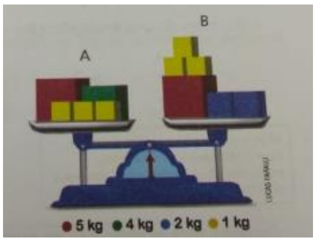
d) $\frac{28}{\blacksquare} = \frac{7}{8}$

e) $\frac{1}{4} = \frac{\blacksquare}{24}$

f) $\frac{\blacksquare}{24} = \frac{3}{8}$

3.4) (Teláris – 2018, Ed. Ática, pág. 55 – exercício 76)
Escolha diferentes números para adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os 2 membros de cada igualdade e verifique que ela se mantém.
a) 3 + 7 = 5 x 2
b) 51 – 3 = 96 : 2
c) 14 x 2 = 4 x 7
d) 10 + 7 = 7 + 10

3.5) (Matemática e Realidade – 2018, Ed. FTD, pág. 45 – exercício 7)
A balança a seguir está em equilíbrio, ou seja, as massas em cada prato são iguais. A legenda indica a massa de cada caixa, de acordo com a cor.



a) Quantos quilogramas tem em cada prato da balança?
b) Se retirarmos uma caixa verde do prato A, o que podemos fazer no prato B para que a balança permaneça em equilíbrio?

Demanda Cognitiva de Nível 4

4.1) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 53 – exercício 6)
Identifique os possíveis valores naturais de a . b, com b diferente de 0, para que tenhamos a divisão exata a : b = 37.

a) Compare os valores de a e b que você obteve com os dois colegas. Eles são iguais?
b) Quantos valores de a e b você acredita que possam existir para essa divisão?

4.2) (Geração Alpha – 2018, Ed. SM, pág. 183 – exercício 5)

Substitua • e ■ por algarismos que tornem verdadeira a igualdade a seguir.

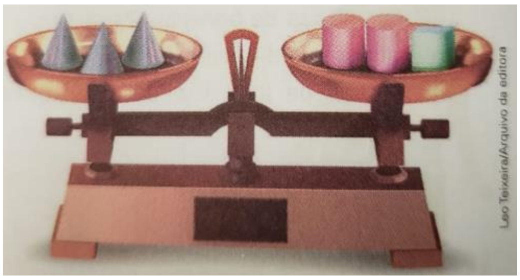
$$\frac{2}{\bullet}+\frac{\blacksquare}{5}+\frac{3}{\bullet}=\frac{12}{5}$$

4.3) (Teláris – 2018, Ed. Ática, pág. 240 – exercício 1)

Quanto deve ser somado a 1/4 para que o resultado dê igual a 1?

4.4) (Teláris – 2018, Ed. Ática, pág. 58 – exercício 89)

A balança a seguir está em equilíbrio. Os 2 cilindros têm a mesma medida de massa, cada cone tem medida de massa igual a 75 gramas e o cubo tem medida de massa igual a 63 gramas. Qual é a medida de massa de cada cilindro?



4.5) (Teláris – 2018, Ed. Ática, pág. 55 – exercício 72)

Observe a balança a baixo e complete as igualdades:

a) Por que os pratos desta balança estão em equilíbrio?

$$\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare\;=\;\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare$$

OU

$$\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare\;=\;\blacksquare\times\blacksquare$$

b) Se for colocado um "peso" de 1 Kg em um dos pratos, então o que devemos fazer no outro prato para que a balança continue em equilíbrio?

$$(\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare)+\blacksquare\;=\;(\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare)+\blacksquare$$

OU

$$(\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare)+\blacksquare\;=\;(\blacksquare\times\blacksquare)+\blacksquare$$

c) Um dos "pesos" de cada prato da balança vai ser retirado. Qual "peso" deve ser escolhido para manter o equilíbrio dos pratos?

$$(\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare)-\blacksquare\;=\;(\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare)-\blacksquare$$

OU

construção do aluno

d) Se o "peso" total em um dos pratos for dobrado, então o que devemos fazer no outro prato para que a balança continue em equilíbrio?

$$(\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare)\times\blacksquare\;=\;(\blacksquare+\blacksquare+\blacksquare)\times\blacksquare$$

OU

construção do aluno

4.6) (Matemática e Realidade – 2018, Ed. FTD, pág. 41 – exercício 5)

(Obmep-2015) Nas balanças há sacos de areia de mesmo peso e tijolos idênticos. Quanto deve marcar a última balança?

Fonte: Formação Continuada.

6.1.1.3 Terceiro momento: objetos do Conhecimento/Habilidades para o 7º ano do E.F.

Para o terceiro momento organizou-se o material sobre os objetos de conhecimento e as habilidades na unidade temática álgebra no 7º ano do Ensino Fundamental, onde o objetivo foi rever os conceitos de incógnita e variável, sentenças matemáticas e resolução de problemas algébricos.

Na figura 39, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores sobre os objetos de conhecimento e as habilidades na unidade temática álgebra no 7º ano do Ensino Fundamental, onde o objetivo foi rever os conceitos de incógnita e variável, classificar as sentenças matemáticas e interpretar situações-problemas escrevendo-os matematicamente.

Figura 39 – Material sobre os objetos de conhecimento e habilidades para o 7º ano do E.F.

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

O quadro a seguir, apresenta os objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidas no 7º ano do Ensino Fundamental.

Quadro sobre a unidade temática – Álgebra para o Ensino Fundamental/Anos Finais

UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	**HABILIDADES**
7º ANO	Linguagem algébrica: variável e incógnita	**(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
		(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
		(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	**(EF07MA16)** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF07MA17)** Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
	Equações polinomiais do 1º grau	**(EF07MA18)** Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: Adaptado da BNCC (2018).

Incógnita e Variável

As **incógnitas** possuem um **valor determinável** e, dependendo da equação, ele é único; enquanto que em se tratando da **variável**, podemos determinar **diversos valores** para a letra que representa a variável e assim, o valor da expressão numérica estará também variando, enquanto que na equação esse valor é fixo.

Vejamos um exemplo no qual transpomos a linguagem escrita formal para a linguagem matemática. “Possuo 26 anos, e sei que a soma da minha idade com o dobro da idade da minha irmã Júlia é 38. Qual é a idade da Júlia?”

Note que a equação que vamos determinar relaciona as idades dessas duas pessoas de acordo com um valor fixo. O objetivo final é determinar o valor da idade de Júlia, como esse é o valor desconhecido devemos atribuir uma letra para representar a idade dela.

$$\mathrm{j} = \text{Idade da Júlia}$$
$$26 = \textit{Minha idade}$$
$$\textit{Minha idade} + 2 * \textit{Idade da Júlia} = 38 \textit{ anos}$$
$$\textit{Após Substituir os valores teremos:}$$
$$26 + 2 * j = 38$$
$$\textit{Resolvendo esta equação temos:}$$
$$2 * j = 38 - 26 \rightarrow \quad 2 * j = 12$$
$$j = \frac{12}{2} = 6$$
$$\textit{Como } j \textit{ é a idade de Júlia, podemos afirmar que Júlia possui 6 anos.}$$

Uma equação é uma sentença matemática aberta, contendo uma ou mais incógnitas, expressa por uma igualdade.

$$* \text{Sentença Matemática } \{2 + 2 = 4$$

$$* \text{Sentença Matemática Fechada } \begin{cases} \text{verdadeira} \Rightarrow 4 + 5 = 9 \\ \text{falsa} \Rightarrow 13 - 8 = 20 \end{cases}$$

$$* \text{Sentenças Matemáticas Abertas } \begin{cases} x - 15 = 23 \\ 3x + 2y = 48 \end{cases}$$

Dadas às sentenças, preencha o quadro:

a) $2x - 1 = 35$ b) $y + 1 > 8$ c) $12 = a - 1$ d) $12 - 9 = 3$

e) $12 : 6 < 1$ f) $4 \neq 3r - 2$ g) $2t - 10 \leq 35$ h) $1 \geq z$

i) $4 + 8 < 3$ j) $25 - 1 \neq 15$ l) $35 = 2x - 5$ m) $8 = w$

n) $\frac{y - 1}{2} = 100$ o) $\sqrt{36} = 7 - 1$ p) $10 \geq 1$ q) $36 = 4z - 16$

Sentenças Verdadeiras	Sentenças Falsas	Sentenças Abertas	Equações

Resolução de problemas algébricos

Interprete as situações-problema e escreva matematicamente:

a) O triplo de um número, menos 10, é igual ao próprio número, mais 70.

b) Lúcia é 5 anos mais velha que Claudia. A soma da idade de ambas é 43 anos.

c) Um número somado com sua quarta parte é igual a 20.

d) O dobro de um número, menos 10, é igual à sua metade, mais 35.

e) A diferença entre o triplo de um número e seus três quartos correspondem a 45.

Sequência recursiva e não recursiva

Sequências recursivas

Uma sequência é dita **recursiva** ou recorrente quando um determinado termo pode ser calculado em função de termos antecessores.

Por exemplo, na sequência (5,9,13,17 ...) sempre somamos 4 para obter o próximo termo.

+4 +4 +4

5, 9, 13, 17, ...

Esses três pontinhos que aparecem no final da sequência é para indicar que esse sequência apresenta infinitos termos.

+5 +5 +5

4, 9, 14, 19, ...

−3 −3 −3

18, 15, 12, 9, ...

Sequências não recursivas

As sequências **não recursivas** são aquelas que não dependem de termos anteriores para determinarmos o

próximo termo, pode-se determinar o valor de um elemento da sequência apenas pela sua posição.
Por exemplo, na sequência (7,14,21,28...) não é necessário saber o último termo para determinar o seguinte, observando atentamente essa sequência é formada pelos múltiplos de 7.
Já no caso da sequência (2,3,5,7,11...) olhando atentamente, percebe-se que ela é formada pelos **números primos**.

Sequência dos múltiplos de 8.

8, 16, 24, ...

Sequência dos números pares.

?,?, 12, 14, ...

Referencial da pesquisa

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 03 maio. 2018.
DAMASCO, Fabiana Caldeira. **Equações do 1º Grau: uma experiência utilizando Engenharia Didática.** Dissertação de Mestrado, Universidade Luterana do Brasil, 2008.

Fonte: Damasco (2008, p. 88), BNCC (2018).

Na figura 40, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores sobre Pensamento Algébrico, o qual traz atividades com sequências com figuras, sequências numéricas, atividades para escrever matematicamente frases do contexto algébrico, fluxograma e curiosidades com sequências.

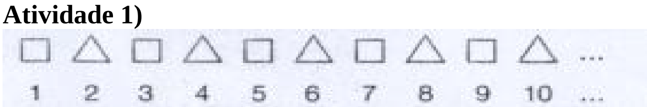
Figura 40 – Material sobre pensamento algébrico

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

<u>Pensamento Algébrico</u>

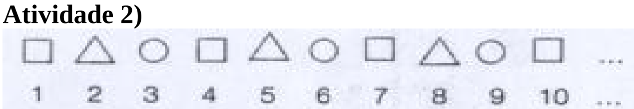
SEQUÊNCIAS COM FIGURAS

Atividade 1)



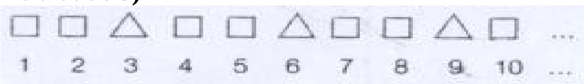
- *Por que é que podemos considerar que existe um padrão?*
- *Qual a figura que está acima do 6?*
- *Qual a figura que está acima do 9?*
- *Qual é a próxima figura? E o próximo número?*
- *Qual a figura que irá estar acima do 20? Como sabem?*
- *Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos acima? Quais são esses números?*
- *Qual será a figura que está acima do 31?*
- *Conseguem pensar noutros números que também tenham quadrados acima? Quais são esses números?*
- *Qual a figura que pensas que estará acima do 100? Como sabem?*

Atividade 2)



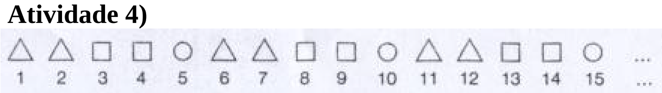
- *Qual o padrão que veem?*
- *Por quantas figuras é composta a parte que se repete? Quais são?*
- *Quais são os números que estão abaixo dos primeiros quatro quadrados?*
- *Qual é a diferença entre 1 e 4? E entre 4 e 7? E entre 7 e 10?*
- *Qual é o número que pensas que estará abaixo do próximo quadrado?*
- *Qual é a figura que está acima do 3? Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão abaixo dos círculos? Que números são estes?*

Atividade 3)



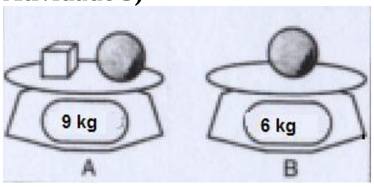
- *Qual o padrão que veem?*
- *Por quantas figuras é composta a parte que se repete? Quais são?*
- *Quais são os números que estão abaixo dos primeiros quatro quadrados?*
- *Quais os números entre 10 e 20 que terão acima triângulos?*
- *Nas primeiras vinte figuras, quantos quadrados há? Como sabem?*

Atividade 4)



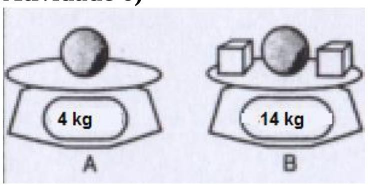
- *Qual o padrão que veem?*
- *Por quantas figuras é composta a parte que se repete? Quais são?*
- *Qual a figura que estará acima do 35? Como sabem?*
- *Quantos círculos há nas primeiras cinquenta figuras?*

Atividade 5)



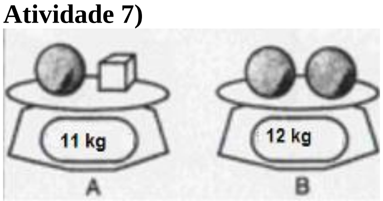
Qual é o peso do cubo? Como sabes?

Atividade 6)



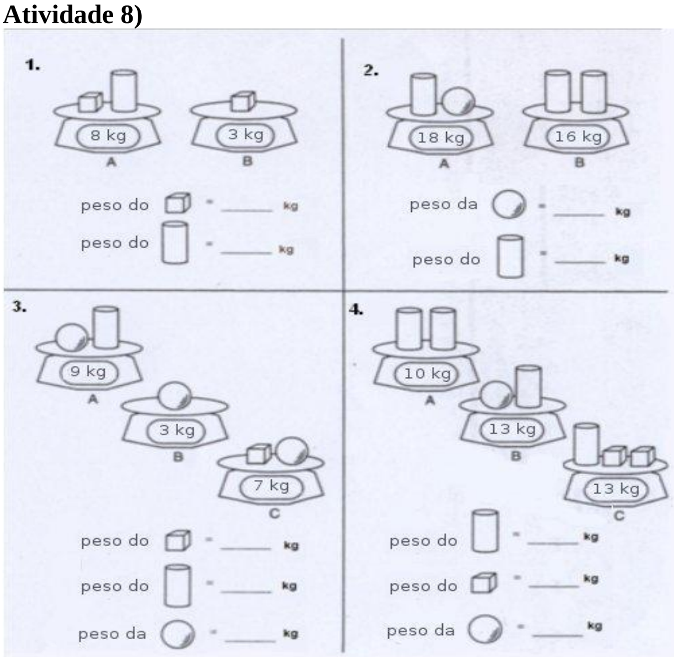
Quanto pesa a esfera? Como sabes? Como é que podemos calcular o peso de cada um dos cubos?

Atividade 7)



Na balança **A** quanto pesam os dois objetos? Podemos saber quanto pesa a esfera? Sabemos quanto pesa o cubo? Na balança **B**, quanto é que pesam as duas esferas? Podemos saber quanto pesa só uma esfera? Como se calcula esse valor? Podemos agora saber o peso do cubo? Como?

Atividade 8)



SEQUÊNCIAS COM NÚMEROS

Atividade 1)

Descubra os próximos dois números da sequência:

a) 1, 2, 4, 8, 16, 32,...

b) 1, 8, 27, 64, ...

c) 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...

d) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Atividade 2)

Escrevendo Matemáticamente

Em língua portuguesa	Em símbolos matemáticos
O dobro de três	
O triplo de cinco	
O dobro de três sétimos	
O dobro de menos dez	
O triplo de um número	
A soma de um número com 3	
O quádruplo de um número	
A diferença entre um número e dois	
O quadrado de um número	
A quinta parte de um número	
A diferença entre um número e seu quadrado	
A soma e um número com a metade desse número	

Atividade 3)

Escreva os três próximos termos de cada uma das sequências a seguir:

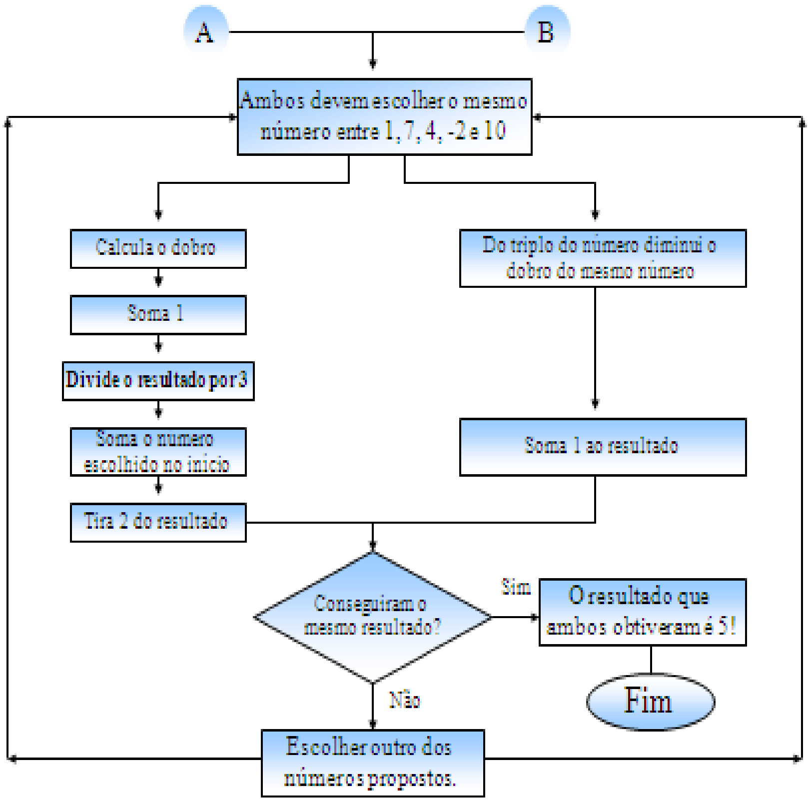
a) a + 1, a + 2, a + 3, a + 5, ...

b) x + 3, x + 6, x + 12, x + 24, ...

c) 2y + 8, 3y + 7, 4y + 6, ...

Atividade 4)

Fluxograma



Curiosidades sequenciais

Atividade 1)

a) 7 + 9 x 9 =

b) 6 + 9 x 98 =

c) 5 + 9 x 987 =

d) 4 + 9 x 9876 =

Atividade 2) Na matemática, existem números que são chamados de **palíndromos.** Esse tipo de número pode ser lido tanto da direita para a esquerda quanto da esquerda para a direita, que não muda seu valor.

$$1^2 = 1$$
$$11^2 = 121$$
$$111^2 = 12321$$
$$1111^2 = 1234321$$
$$11111^2 = 123454321$$
$$111111^2 = 12345654321$$
$$1111111^2 = 1234567654321$$

Referências

DAMASCO, Fabiana Caldeira. **Equações do 1º Grau: uma experiência utilizando Engenharia Didática.** Dissertação de Mestrado, Universidade Luterana do Brasil, 2008.

Fonte: Damasco (2008, p. 88,90).

No apêndice F, apresentam-se os slides sobre Equações do 1º Grau que foram exibidos em PowerPoint para o grupo colaborativo.

Na figura 41, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores sobre Equações do 1º Grau, onde descreve a parte histórica das Equações, quem foi François Viète, exemplos de expressões algébricas envolvendo média ponderada, média aritmética e como representar matematicamente situações problema.

Figura 41 – Material sobre Equações do 1º grau

PPGECIM — PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA | CAPES | ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

François Viète

Equações do 1º Grau

"Assim como o Sol empalidece as estrelas com o seu brilho, um homem inteligente eclipsa a glória de outro homem nos concursos populares, resolvendo os problemas que este lhe propõe".

Este texto da Índia antiga fala de um passa tempo muito popular dos matemáticos hindus da época: a solução de quebra-cabeças em competições públicas, em que um competidor propunha problemas para outro resolver.

Era muito difícil a Matemática nesse período. Sem nenhum sinal, sem nenhuma variável, somente alguns poucos sábios eram capazes de resolver os problemas, usando muitos artifícios e trabalhosas construções geométricas. Hoje, temos a linguagem exata para representar qualquer quebra-cabeça ou problema.

Basta traduzi-los para o idioma da Álgebra: a equação. Equação é uma maneira de resolver situações nas quais surgem valores desconhecidos quando se tem uma igualdade. A palavra "equação" vem do latim equatione, equacionar, que quer dizer igualar, pesar, igualar em peso. E a origem primeira da palavra "equação" vem do árabe adala, que significa "ser igual a", de novo a ideia de igualdade. Por serem desconhecidos, esses valores são representados por letras. Por isso na língua portuguesa existe uma expressão muito usada: "o x da questão". Ela é utilizada quando temos um problema dentro de uma determinada situação. Matematicamente, dizemos que esse x é o valor que não se conhece. A primeira referência a equações de que se têm notícias consta do papiro de Rhind, um dos documentos egípcios mais antigos que tratam de matemática, escrito há mais ou menos 4000 anos. Como os egípcios não utilizavam a notação algébrica, os métodos de solução de uma equação eram complexos e cansativos. Os gregos resolviam equações através de Geometria. Mas foram os árabes que, cultivando a Matemática dos gregos, promoveram um acentuado progresso na resolução de equações. Para representar o valor desconhecido em uma situação matemática, ou seja, em uma equação, os árabes chamavam o valor desconhecido em uma situação matemática de "coisa". Em árabe, a palavra "coisa" era pronunciada como xay. Daí surge o x como tradução simplificada de palavra "coisa" em árabe. No trabalho dos árabes, destaca-se o de Al-Khowarizmi (século IX), que resolveu e discutiu equações de vários tipos. Al-Khowarizmi é considerado o matemático árabe de maior expressão do século IX. Ele escreveu dois livros que desempenharam importante papel na história da Matemática. Num deles, sobre a arte hindu de calcular, Al-Khowarizmi faz uma exposição completa dos numerais hindus. O outro, considerado o seu livro mais importante, Al-jabr wa'l mugãbalah, contém uma exposição clara e sistemática sobre resolução de equações. As equações ganharam importância a partir do momento em que passaram a ser escritas com símbolos matemáticos e letras. O primeiro a fazer isso foi o francês François Viète, no final do século XVI. Por esse motivo é chamado "pai da Álgebra". Viète também foi o primeiro a estudar as propriedades das equações através de expressões gerais como ax + b = 0. Graças a Viète os objetos de estudo da Matemática deixaram de ser somente problemas numéricos sobre preços das coisas, idade das pessoas ou medidas dos lados das figuras, e passaram a englobar também as próprias expressões algébricas. A partir desse momento, as equações começaram a ser interpretadas como as entendemos atualmente: equação, o idioma da álgebra. Atualmente as equações são usadas, entre outras coisas, para determinar o lucro de uma firma, para calcular a taxa de uma aplicação financeira, para fazer a previsão do tempo etc. E devido a evolução dos estudos das equações, podemos utilizar outras variáveis, letras, para representar o valor desconhecido, ou seja, o que se quer descobrir em uma equação. Hoje, chamamos o termo desconhecido de incógnita, que é uma palavra originária do latim incognitu, que também quer dizer "coisa desconhecida". A incógnita é um símbolo que está ocupando o lugar de um elemento desconhecido em uma equação.

Ex: A média de cada disciplina na Escola Céu Azul é a média ponderada das notas dos quatro bimestres. Os pesos são 1. 2, 3 e 4, respectivamente, para o 1º, 2º, 3º e 4º bimestre.

Representando as notas dos bimestres respectivamente por *a*, *b*, *c* e *d*, qual é a expressão algébrica que dá a média das notas?

$$\frac{a + 2b + 3c + 4d}{10}$$

Utilizando-se da fórmula anterior, podemos determinar a média anual de cada aluno:

Nome	Médias bimestrais				Média Ponderada
	1º	2º	3º	4º	
Paulo	5,0	6,0	7,0	9,0	
Mariana	8,0	4,0	5,0	7,0	
Sandra	10,0	6,0	7,0	6,0	

Podemos também, sabendo a média ponderada de um determinado aluno, descobrir a nota de qualquer bimestre:

Nome	Médias bimestrais				Média Ponderada
	1º	2º	3º	4º	
Joana	4,0	8,0	**c**	8,0	6,7
Maria	8,0	9,0	5,0	**d**	6,9
Bruno	5,0	**b**	6,0	8,0	7,1

O termo média ou média aritmética se refere a um valor de comparação. Este valor é calculado somando-se todos os valores envolvidos e dividindo a soma pelo número destes valores. Generalizando podemos dizer que, a média aritmética de n números representa a soma de todos os números dividida por n.

Ex: Durante um mês, o número de atendimentos diários feitos por um consultório dentário foi o seguinte: 6, 8, 9, 9, 6, 9, 10, 9, 8, 9,7, 7, 6, 8, 8, 10, 10, 8, 6, 7, 7, 9.

a) Quantos dias o consultório funcionou?
b) Qual é a média diária de atendimento?

Resolver equações estimula o raciocínio e ajuda a encontrar solução para problemas complexos

Podemos determinar a média aritmética ponderada, dado n valores e seus respectivos pesos, calcula-se a soma dos produtos desses números pelos seus respectivos pesos divide-se essa soma pela soma dos pesos.

Podemos determinar a média aritmética ponderada, dado n valores e seus respectivos pesos, calcula-se a soma dos produtos desses números pelos seus respectivos pesos divide-se essa soma pela soma dos pesos.

Atividade 1: Uma determinada escola adotou o seguinte critério para calcular a média final dos alunos por ano letivo:

- A nota do primeiro bimestre tem peso 2;
- A nota do segundo bimestre tem peso 2;
- A nota do terceiro bimestre tem peso 3;
- A nota do quarto bimestre tem peso 3.

Sendo as notas bimestrais de matemática de um determinado aluno são:

- Primeiro bimestre: 6,0
- Segundo bimestre: 5,0
- Terceiro bimestre: 7,0
- Quarto bimestre: 6,0

A partir destes dados, podemos calcular a média anual, deste aluno em matemática:

Atividade 2: Marina possui R$ 20,00 a mais que Simone. Juntas, elas conseguem comprar dois pares de tênis que custam R$ 42,00 cada um. Quantos reais possui Simone?

Atividade 3: Paulo tem 9 anos a mais que Guto. Represente a idade de Guto pela letra x. A idade de Paulo será representada por x + 9.

Escreva, agora, equações que representam as seguintes situações.

a) A soma das idades de Paulo e Guto é igual a 21 anos.

b) A idade de Paulo é igual ao triplo da idade de Guto.

c) O triplo da idade de Guto é igual ao dobro da idade de Paulo.

Atividade 4: Mariana tem o dobro de figurinhas que Gabriela tem. Represente pela letra y a quantidade de figurinhas de Gabriela. A quantidade de figurinhas que Mariana tem será representada por 2y. Escreva, agora, equações que representem as seguintes situações.

a) As duas juntas têm 60 figurinhas.

b) Se Gabriela tivesse mais 40 figurinhas, ela e Mariana teriam a mesma quantidade de figurinhas.

c) Se Mariana desse 8 figurinhas, as duas ficariam com a mesma quantidade de figurinhas.

Atividade 5: Rosa comprou três livros e cinco cadernos, gastando ao todo R$ 80,00. Cada caderno custou R$ 3,00. Supondo que cada livro custou x reais, escreva uma equação que permita calcular o preço de cada livro.

Fonte: Damasco (2008, p. 87).

No apêndice G, apresentam-se os slides sobre a aplicação das Equações do 1º Grau que foram exibidos em PowerPoint para o grupo colaborativo.

6.1.1.4 Quarto momento: escolha e envio das tarefas matemáticas do 7º ano do E.F.

Para o quarto momento, com base nos materiais apresentados nos momentos anteriores, os professores analisaram e estudaram os assuntos para organizar as tarefas matemáticas a serem aplicadas nas suas turmas e, após essas análises, fosse possível gerar discussões no grupo colaborativo e, assim, refletirem sobre suas práticas.

6.1.1.5 Quinto momento: evolução algébrica e equações do 1º grau com material concreto

Para o quinto momento organizou-se o material sobre a Evolução Histórica da Álgebra, conforme apresenta-se na figura 42 o objetivo foi instigar os professores a mostrarem a seus alunos a parte histórica do conteúdo.

Figura 42 – Material sobre evolução histórica da álgebra

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Evolução histórica da álgebra

A história da Matemática afirma que os árabes deram início a uma Ciência chamada álgebra e começaram a resolver problemas matemáticos por meio de equações. Equação é uma maneira de resolver situações nas quais surgem valores desconhecidos quando se tem uma igualdade. Por serem desconhecidos, esses valores são representados por letras. Por isso na Língua Portuguesa existe uma expressão muito usada: “o x da questão”.

Ela é utilizada quando temos um problema dentro de uma determinada situação. Matematicamente, dizemos que esse x é o valor que não se conhece. Os árabes chamavam o valor desconhecido em uma situação matemática de “coisa”. Em árabe, a palavra “coisa” era pronunciada como xay. Daí surge o x como tradução simplificada de palavra ‘coisa” em árabe. Mas podem ser utilizadas outras letras. Hoje, chama-se o termo desconhecido de incógnita, que é uma palavra originária do latim incognitu, que também quer dizer “coisa desconhecida”. A incógnita é um símbolo que está ocupando o lugar de um elemento desconhecido em uma equação. Uma equação estabelece uma relação de igualdade utilizando números conhecidos e incógnitas. A palavra “equação” vem do latim equatione, equacionar, que quer dizer igualar, pesar, igualar em peso. E a origem primeira da palavra “equação” vem do árabe adala, que significa “ser igual a“, de novo a ideia de igualdade. Uma equação é uma sentença matemática aberta expressa por uma igualdade, ou seja, sentenças matemáticas abertas são aquelas que apresentam valores desconhecidos e, por isso, não podemos dizer se são verdadeiras ou falsas. Sendo assim ao longo do tempo a matemática evoluiu, com os homens pensando sobre possibilidades, fazendo tentativas, encontrando soluções e procurando formas de representar seu pensamento numa linguagem específica. Utiliza-se para resolver equações princípios matemáticos importantes, como o princípio aditivo das igualdades, que adicionando ou subtraindo um mesmo número nos dois membros de uma igualdade, mantemos essa igualdade: se a = b, então a + c = b + c, ou seja, quando somamos ou subtraímos alguma quantidade dos dois pratos de uma balança em equilíbrio, ela continua em equilíbrio. Sendo assim dois números que tem o mesmo valor absoluto e sinais diferentes são chamados opostos, por isso, a soma de dois números opostos é zero, e verifica-se então a validade do princípio aditivo (RAMOS, 2004, p.34).
Outro princípio matemático é o multiplicativo das igualdades, que multiplicando ou dividindo por um mesmo número (diferente de zero) os dois membros de uma igualdade, mantemos essa igualdade: se a = b , então a . c = b . c, ou seja, quando multiplicamos ou dividimos, por um mesmo valor, a quantidade de dois pratos de uma balança em equilíbrio, ela continua em equilíbrio. Utilizando o elemento inverso, sendo Q* o conjunto dos números racionais, excluindo o zero, podemos afirmar que dois números são chamados inversos quando seu produto é o elemento neutro da multiplicação, ou seja 1, então se a/b Є Q*, então seu inverso é b/a (RAMOS, 2004, p.35). Toda equação tem dois membros separados pelo sinal de igual (=), as expressões no 1º membro e no 2º membro são chamadas termos. Os termos em que não aparecem incógnitas são chamados termos independentes. O número que multiplica a incógnita é o seu coeficiente. Quando a incógnita aparece sozinha, convencionamos que seu coeficiente é 1. A contribuição significativa de vários povos, desde o período de 3000 a.C. até o presente, como os Egípcios, Babilônicos, Gregos, Chineses, Hindus e Árabes, foram fundamentais ao aprimoramento e entendimento à Matemática. Os Hindus foram hábeis aritméticos e deram contribuições significativas à álgebra. Muitos dos problemas aritméticos eram resolvidos por falsa posição. Outro método de resolução preferido era o de inversão no qual se trabalha para trás, a partir dos dados. Um exemplo é o problema que faz parte do texto Lilávatti de Bháskara: “Linda donzela de olhos resplandecentes, uma vez que entendeis o método de inversão correto, dizei-me qual é o número que multiplicado por 3, depois acrescido de ¾ do produto, depois dividido por 7, diminuído de 1/3 do quociente, multiplicado por si mesmo, diminuído de 52, pela extração da raiz quadrada, adição de 8 e divisão por 10 resulta no número 2?” Pelo método de inversão começamos com o número 2 e operamos para trás.
Assim

$$[(2)(10)-8]^2+52=196, \sqrt{196}=14, (14)\left(\frac{3}{2}\right)(7)\left(\frac{4}{7}\right)\div 3=28$$

que é a resposta.
Observe-se que onde a instrução do problema manda que se divida por 10, multiplicamos por 10; onde a instrução é somar 8, subtraímos 8; onde manda que se extraia a raiz quadrada, elevamos ao quadrado, e assim por diante. É a substituição de cada operação por sua inversa que responde pelo nome inversão.
Os Hindus somavam progressões aritméticas e geométricas e resolviam problemas comerciais envolvendo juros simples e compostos e regras de sociedade. Resolviam também problemas de misturas e de cisternas, como os que se encontram nos textos modernos. Aceitavam números negativos e irracionais e sabiam que uma equação quadrática tem duas raízes formais (EVES, 2002, p.255-6).
Os Hindus revelaram notável habilidade em análise indeterminada, sendo talvez os primeiros a descobrir métodos gerais neste ramo da Matemática.
Contudo, o trabalho hindu sobre equações indeterminadas chegou à Europa Ocidental tarde demais para que pudesse exercer alguma influência benéfica.

Fonte: Damasco (2008, p. 87).

No apêndice H, apresentam-se os slides sobre o Material Concreto para Resolução de Equações do 1º Grau “Jogo Azul e Vermelho”, que foram exibidos em PowerPoint para o grupo colaborativo, que teve como objetivo mostrar como foi confeccionado o material e o modo de resolução das equações por meio do material manipulável.

Na figura 43, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores sobre como utilizar o material concreto para resolver as equações do 1º Grau, bem como sugestões de atividades a serem desenvolvidas com os alunos.

Figura 43 – "Jogo Azul e Vermelho" para resolução das equações do 1º grau

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Utilizando o material concreto, resolva as equações do 1º grau

Atividade 1) Para introdução das equações, sugerem-se expressões simples, para que os alunos aprendam e despertem o interesse em manusear o material. Com isso, pode-se, então, convencionar com os alunos o que cada material representa. Dessa maneira, os alunos formarão o conceito de igualdade e poderão deduzir que, em uma igualdade, há dois membros, um à esquerda dessa igualdade, chamado de 1º membro e outro à direita, chamado de 2º membro.

Represente as igualdades com o material concreto:

a) $3q + 1 = 9$
b) $q + 2 = 5$
c) $q - 3 = 6$
d) $5 = q + 1$
e) $2q + 5 = 3q + 6$
f) $3q - q + 2 = -q + 5$
g) $5q = 9 - 3 + 3q$
h) $5q - 7 - 2q - 2 = 0$
i) $10 - 2q - 6 = 8 + 6q + 16$
j) $2q - 7 = 1$
k) $3q - q + 2 = -q + 5$
l) $5q = 9 - 3 + 3q$
m) $5q - 7 - 2q - 2 = 0$
n) $10 - 2q - 6 = 8 + 6q + 16$
o) $2q - 7 = 1$

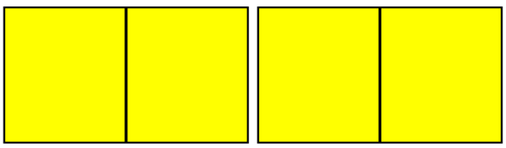
Atividade 2) Uma vez estabelecida uma sentença através da representação do material exposto nos membros da equação, não se mexe mais na igualdade. Logo, o que se realizar em um dos membros da equação deve ser realizado, igualmente, no outro membro, para que a igualdade permaneça.

Calcular o valor de q nas igualdades:

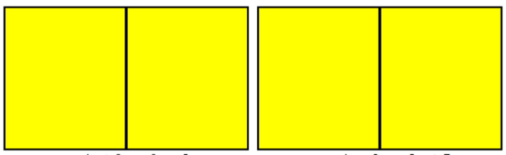
a) $q + 1 = 5$
b) $q - 2 = 8$
c) $q + 2 = 8$
d) $q + 2 = 5$
e) $q - 5 = 0$
f) $q + 3 = 3$
g) $q + 5q = 10 - 5q$
h) $7q - 3 = 4q + 12$
i) $6q + 9 = 4q + 9$
j) $2q - 6 = -5q - 20$
k) $2q = 8$
l) $5q = -10$
m) $3q = 21$
n) $2q = 14$

Atividade 3) Convencionado o que cada material representa, pode-se, então utilizar, as peças vermelhas (valor negativo) e azuis (valor positivo) e representar quaisquer equações.

Represente as equações abaixo com o auxílio do material concreto:



$q + 9 = 6 - 2q$ $7q - 4 = 3q - 8$



$4q + 9 = -3q - 5$ $4q - 2 = -5q + 7$

Atividade 4) Quando se trabalha com incógnitas que apresentam valores negativos, surge um novo desafio, fazer com que a incógnita passe a ser positiva. Para isso, deve-se proceder da seguinte forma:
Obs.: A variável deve ser sempre positiva, quando isolada.

a) $-4q = 2$
b) $-3q + 6 = 0$
c) $q + 1 = 10 - 2q$
d) $-2q + 3 = -11$
e) $-5q = -20$
f) $q = -8 - 3q$
g) $15q - 3 = 17q + 3$
h) $2 - q - 14 = -8q$

Aplicando os princípios aditivo e multiplicativo, determine a solução das equações de 1º grau

a) $x - 4 = 0$
b) $2x = 8$
c) $5x = 4x + 8$
d) $5x = -30$
e) $t = 8 - 2t$
f) $3x = 1$
g) $3 + (x - 4) = 3(x - 4)$
h) $50 + (3x - 4) = 2(3x - 4) + 26$
i) $4(-2x + 1) = 3 - (x + 5)$
j) $3(x - 4) = -1 - (3x - 1)$
k) $-5x + 1 = 9 + 3x$
l) $-y + 5 = 15 + 9y$
m) $4x + 9 = 6x + 9$
n) $-3x + 5 = -x + 3$
o) $-4x - 8 + 2x = -x - 2$
p) $7x - 6 = 8x + 5$
q) $-9y - 4 = -6y + 2$
r) $x + 3 = 2x + 7$
s) $-9x - 2 + x = 6 + x - x$
t) $-a + 2a = 3a + 6$
u) $2x - 15 = 5x$
v) $4m - 1 = 3 - 2m + 8m$
w) $-p - 5 - p = -p - 5$
x) $-x - 2x - 4 = 11$
y) $-7x - 5 = -6x + 4 - 5$
z) $+2x - 2 = +6x + 6$

Fonte: Damasco (2008, p. 91-100).

6.1.1.6 Sexto momento: estudo do material e organização de atividades para aplicação

Para o sexto momento, com base nos materiais apresentados sobre resolução das equações do 1º grau e a utilização do material concreto, os professores organizaram atividades a serem aplicadas nas suas turmas.

6.1.1.7 Sétimo momento: objetos do conhecimento/habilidades para o 8º ano do E.F.

Para o sétimo momento organizou-se o material sobre os objetos de conhecimento e as habilidades na unidade temática álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental, onde o objetivo foi apresentar como resolver as equações do 2º Grau pela volta ao Quadrado Perfeito.

Na figura 44, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores sobre os objetos de conhecimento e as habilidades na unidade temática álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental.

Figura 44 – Material sobre Equações do 1º grau

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

O quadro a seguir, apresenta os objetos de conhecimento e habilidades a serem desenvolvidas no 8º ano do E.F.
Quadro sobre a unidade temática – Álgebra para o Ensino Fundamental/Anos Finais

<table>
<tr><th colspan="3">UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA</th></tr>
<tr><th rowspan="2">8º ANO</th><th>OBJETOS DE CONHECIMENTO</th><th>HABILIDADES</th></tr>
<tr><td>Valor numérico de expressões algébricas</td><td>(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.</td></tr>
</table>

	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	**(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	**(EF08MA08)** Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	**(EF08MA09)** Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
	Sequências recursivas e não recursivas	**(EF08MA10)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
		(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	**(EF08MA12)** Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
		(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Fonte: adaptado da BNCC

EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU PELA VOLTA AO QUADRADO PERFEITO

Claudia Lisete Oliveira Groenwald

O objetivo do estudo de equações do 2º grau pela volta ao quadrado perfeito é o de desenvolver o pensamento lógico, incentivando a visualização da equação fatorada e levando à compreensão da fórmula de Bhaskara.

O aluno terá melhor compreensão e desenvolverá com maior rapidez o conteúdo se tiver trabalhado os conteúdos do 8º ano, principalmente produtos notáveis e fatoração, com uma visão geométrica, por isso recomenda-se ao professor desenvolver uma metodologia envolvendo álgebra com geometria.

O presente trabalho procura resguardar os aspectos pedagógicos em que o aluno seja autor de seu processo cognitivo, dentro do contexto sociopolítico em que vive. Tenta fazer o aluno participante do processo de ensino e aprendizagem, envolvendo-o em experiências Matemáticas que levam à descoberta de regras e relações e não seja o professor a mostrar as regras, cabendo ao aluno somente repeti-las.

Segundo Hillebrand, 1986, “Devemos nos lembrar de que os conceitos não se ensinam; podemos e devemos proporcionar situações que levem a formação do conceito a partir da compreensão de ideias e fatos.”

O aluno, ao trabalhar na linha construtivista de ensino, adquire confiança nas soluções encontradas, amplia os horizontes e a aplicação em sua vida. As atividades propostas procuram criar a lógica matemática necessária a compreensão da álgebra, junto com a criatividade através de problemas orientadores que sejam envolventes e interessantes ao aluno, abordando os conteúdos através da redescoberta. Os objetivos que essa proposta pretende atingir são: que os alunos, do Ensino Fundamental, sejam capazes de resolver equações do 2º grau, simples, pela volta ao quadrado perfeito, incentivando a visualização da equação fatorada e levando à compreensão da fórmula de Bhaskara; deduzir a fórmula de Bhaskara, utilizando a geometria, reconhecendo a importância de um modelo matemático, desenvolvendo o pensamento lógico; oferecer vivências de operacionalização da álgebra com um enfoque na geometria; ordenar as tarefas matemáticas, respeitando os conhecimentos prévios dos alunos, de tal forma que haja um encadeamento de ideias; sensibilizar o professor da importância da mudança do seu fazer pedagógico visando a formação de indivíduos críticos e atuantes; organizar, planejar e executar aulas onde o professor atue como um orientador de trabalhos e o aluno como agente ativo no processo ensino e aprendizagem; desenvolver nos alunos a capacidade de relacionar e concluir partindo de situações concretas; propiciar aos professores e alunos reconhecer a inter-relação entre os vários campos da matemática.

Serão apresentadas as atividades, permitindo uma melhor compreensão da sequência didática adequada ao desenvolvimento da compreensão da fórmula resolutiva da equação do segundo grau. Nesse contexto, ensinar a resolver equações, pressupõe dotar o aluno de ferramentas que o permitam compreender e aplicar este conteúdo em situações problemas.

Importante frisar que o hábito de dar o nome de *Bhaskara* para a fórmula da resolução da equação do segundo grau se estabeleceu no Brasil por volta de 1960. Segundo Fragoso (1999) esse costume, aparentemente só brasileiro (não se encontra o nome de *Bhaskara* para essa fórmula na literatura internacional), não é adequado pois: problemas que recaem em uma equação do segundo grau já apareciam, há quatro mil anos atrás, em textos escritos pelos babilônios. Nesses textos o que se tinha era uma receita (escrita em prosa, sem uso de símbolos) que ensinava como proceder para determinar as raízes em exemplos concretos com coeficientes numéricos; b*haskara* que nasceu na Índia em 1114 e viveu até cerca de 1185 foi um dos mais importantes matemáticos do século 12. As duas coleções de seus trabalhos mais conhecidas são Lilavati ("bela") e Vijaganita ("extração de raízes"), que tratam de aritmética e álgebra respectivamente, e contêm numerosos problemas sobre equações lineares e quadráticas (resolvidas também com receitas em prosa), progressões aritméticas e geométricas, radicais, tríadas pitagóricas e outros; até o fim do século 16 não se usava uma fórmula para obter as raízes de uma equação do segundo grau, simplesmente porque não se representavam por letras os coeficientes de uma equação. Isso começou a ser feito a partir de François Viète, matemático francês que viveu de 1540 a 1603.
Logo, embora não se deva negar a importância e a riqueza da obra de *Bhaskara*, não é correto atribuir a ele a conhecida fórmula de resolução da equação do 2º grau.

Referências

BOYER, Carl.B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blucher, 1999.
GROENWALD, Claudia L. O. Estágio Supervisionado de Matemática I. Canoas: Ed. ULBRA, 2005. 102p. (cadernos universitários; 286).
EVES, Higino. Introdução à História da Matemática. São Paulo: Editora da Unicamp, 1995.
FRAGOSO, Wagner da Cunha. Equação do 2º Grau: uma abordagem histórica. Rio Grande do Sul: Unijuí, 1999.
FERREIRA, Eduardo Sebastiani. *O uso da História da Matemática nas aulas de cálculo.* Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. Sérgio Nobre ed. São Paulo, 1997.
GUZMÁN, Miguel de; PÉREZ, Daniel Gil. Enseñanza de las ciências y la matemática: tendencias e innovaciones. Madrid: IBER cima, 1993.
MENDES, Iran Abreu. História no ensino da Matemática. Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro. Portugal: 2000.
________. Ensino da Matemática por atividades: Uma aliança entre o construtivismo e a história da Matemática. Natal: UFRN, 2001. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Sociais e Aplicadas, 2001.
________. O uso da História no Ensino da Matemática. UEPA, Belém do Pará: 2001. NOBRE, Sérgio. *A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática.* In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas, 1999, São Paulo. Anais. UNESP, p.129-136.
SBM. A Matemática do Ensino Médio. Coleção do Professor de Matemática. SBM. 1996.
SOCAS, Martín M. e outros. Iniciacion al algebra. Matematicas: Cultura y aprendizagem. Madrid: SÏNTESIS, 1996.
SWETZ, Frank J. Buscando relevância? Tente a História da Matemática. Pennsylvania: State University, 1984.

Fonte: Adaptado de Groenwald (2005, p. 57-59).

Na figura 45, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores sobre atividades práticas envolvendo a Álgebra com Geometria.

Figura 45 – Material com atividades práticas sobre Equações do 1º grau

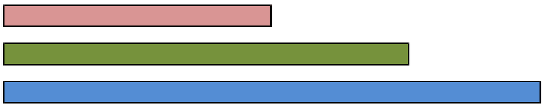
PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

ÁLGEBRA COM GEOMETRIA: UM ENFOQUE PRÁTICO NO 8º ANO DO E.F.

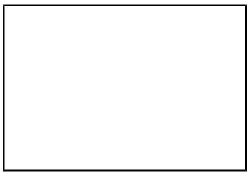
➢ **ATIVIDADE 1**

Objetivo: Adquirir o conceito de monômios, polinômios e construir o conceito de adição de monômios e polinômios.

• Dadas as Fitas de cartolina nas cores rosa, verde e azul;



- Cartolina



- Medir a cartolina com as fitas e preencher a tabela a seguir:

	FITA			FITAS			
	r	v	a	r e v	r e a	v e a	r, v e a
COMPRIMENTO							
LARGURA							
PERÍMETRO							
NOMENCLATURA							

➢ ATIVIDADE 2

Objetivo: Construir o conceito de subtração, utilizando medida e estabelecendo a relação da medida negativa com a falta de medida.

- Medir o comprimento da cartolina recebida com fitas da mesma cor.

Medir a largura da cartolina com fitas da mesma cor.
Subtraí-las.
Fazer o registro na tabela a seguir.

- Medir o comprimento da cartolina e confeccionar uma fita com esta medida.

Medir agora com esta fita a largura dela.
Subtraí-las.
Fazer o registro na tabela a seguir.

- Medir a largura da cartolina e confeccionar uma fita com esta medida.

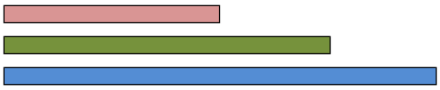
Medir o comprimento da cartolina com esta fita.
Subtraí-las.
Fazer o registro na tabela a seguir.

	COMPRIMENTO	LARGURA	COMPRIMENTO – LARGURA	LARGURA – COMPRIMENTO
Fitas de mesma cor				
Fita do comprimento				
Fita da largura				

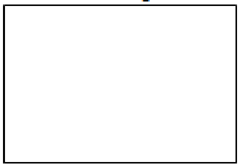
➢ ATIVIDADE 3

Objetivo: Que o aluno adquira o conceito do valor numérico através de atividades práticas.

- Medir as fitas recebidas.



- Medir o comprimento e a largura da cartolina.

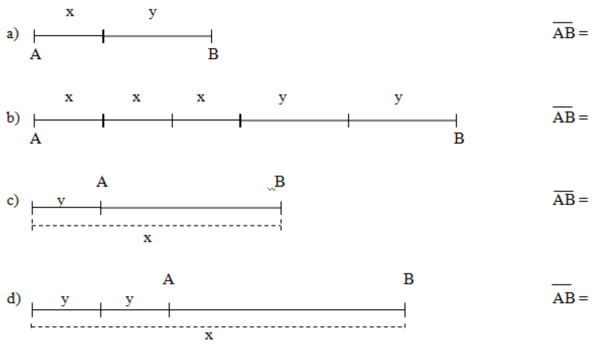


Comprimento =
Largura =
Perímetro =

- Substituir o valor das fitas nas expressões da tarefa 1.
-

➢ ATIVIDADE 4

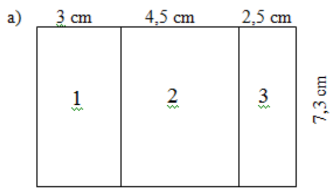
- Determinar em linguagem matemática as expressões que representam os segmentos AB:



➢ ATIVIDADE 5

Objetivo: Desenvolver o conceito de área de figuras planas.

- Calcule as áreas:

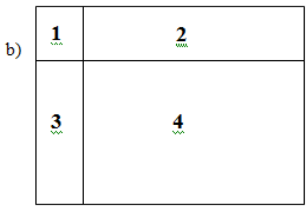


$A_1 =$

$A_2 =$

$A_3 =$

$A_T =$



$A_1 =$

$A_2 =$

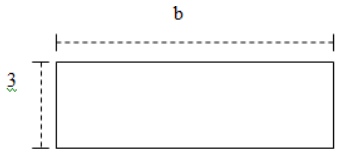
$A_3 =$

$A_4 =$

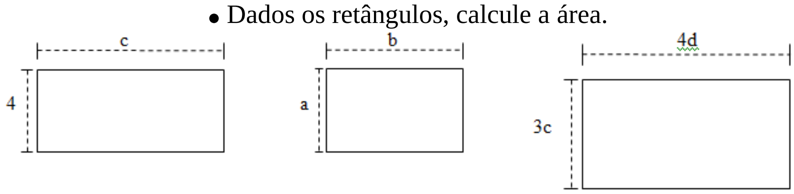
$A_T =$

➢ ATIVIDADE 6

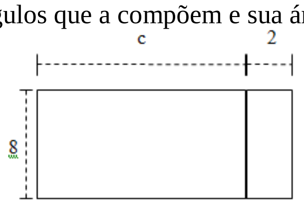
- Um retângulo tem um lado com medida 3 e outro lado com medida b. Com base nessas informações determine a área.



- Dados os retângulos, calcule a área.

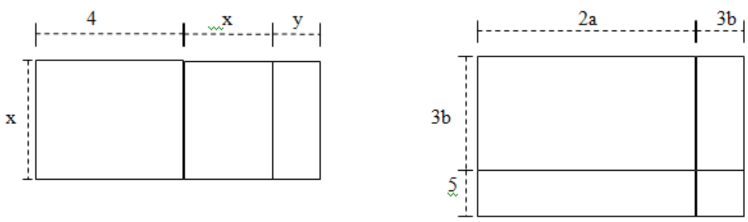


- Dada a figura, calcular a área dos retângulos que a compõem e sua área total



O polinômio que traduz o cálculo da área total da figura anterior é:

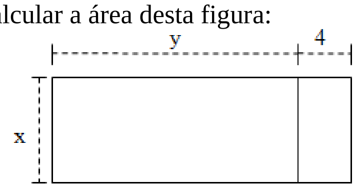
- Qual a área total de cada figura a seguir? Qual é o polinômio que traduz a área total de cada uma?



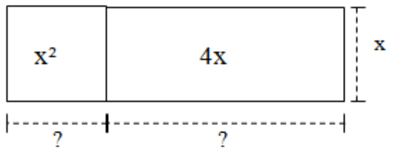
- **ATIVIDADE 7**

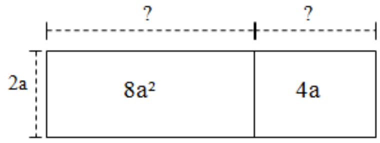
Objetivo: Desenvolver nos alunos a capacidade de fatoração por fator comum e por agrupamento.

- Escreva duas formas diferentes de calcular a área desta figura:



- Dada as áreas das figuras que formam o retângulo, determine seus lados:

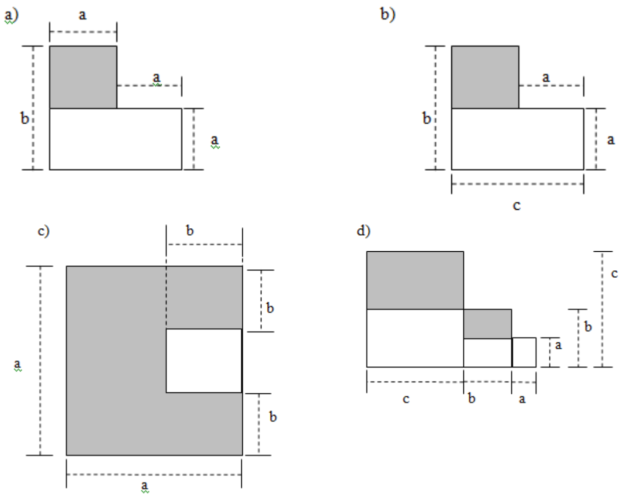




- **ATIVIDADE 8**
- Desenhar figuras que represente as áreas a seguir:

a) x^2 b) xy c) $x^2 + xy$ d) $x^2 + xy + xz + xz$ e) $3x\,(x+4)$

- **ATIVIDADE 9**
- Determinar os polinômios que representam as áreas hachuradas:



Fonte: Adaptado de Groenwald (2005, p. 23-38).

Na figura 46, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores "Utilizando a História como Recurso Didático para Ensinar Equações do Segundo Grau".

Figura 46 – "A história como recurso didático para ensinar equações do 2º grau"

PPGECIM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CAPES

ULBRA
UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

UTILIZANDO A HISTÓRIA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA ENSINAR EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Resumo

Este trabalho busca encontrar subsídios na história da Matemática para elaboração de uma sequência didática adequada para o professor utilizar no oitavo ano do Ensino Fundamental, para trabalhar equações do segundo grau. As atividades apoiam-se na linguagem visual e na relação da álgebra com a geometria.

Palavras-Chave: Educação Matemática, História da Matemática, Equação do segundo grau

Introdução

O enfoque histórico é uma proposta metodológica que atua como motivação tanto para o professor quanto para o aluno. O professor entendendo como a Matemática se desenvolveu, compreende melhor a dificuldade do homem e da humanidade na elaboração das ideias matemáticas, compreendendo que a Matemática é um conjunto de conhecimentos em contínua evolução, adquirindo assim instrumentos para organizar sequências didáticas adequadas, utilizando esse saber como uma ferramenta para sua própria didática. Essa visão da Matemática faz com que ela seja vista pelo aluno, como um saber que tem significado, que foi, e é construído pelo homem para responder suas dúvidas na leitura do mundo, permitindo ao estudante apropriar-se deste saber, o que lhe propiciará uma melhor leitura do contexto mais global.

A perspectiva histórica, portanto, deveria ser um potente auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, com a finalidade de manifestar de forma peculiar as ideias matemáticas, situar temporalmente e espacialmente as grandes ideias e problemas, junto com sua motivação e precedentes históricos e ainda enxergar os problemas do passado.

A utilização da história, como recurso didático, proporciona ao estudante a noção exata desta ciência em construção, com erros e acertos e sem verdades universais. Contrariando a ideia positivista de uma ciência universal e com verdades absolutas, a história da Matemática tem o grande valor de poder contextualizar o saber, mostrar que seus conceitos são frutos de uma época histórica, dentro de um contexto social e político.

Segundo Guzmán e Peréz (1993): “A história da Matemática, como recurso didático, visa atingir os seguintes objetivos”:

- mostrar que o processo do descobrimento matemático é algo vivo e em desenvolvimento.
- aceitar o significado dos objetos matemáticos em seu triplo significado: institucional, pessoal e temporal;
- estabelecer distinção entre uma prova, uma argumentação e uma demonstração dos conceitos matemáticos, bem como saber dosar de maneira equilibrada no currículo escolar.
- destacar a importância de se fazer “provas” com os alunos, porém provas que contribuam ao conhecimento e não somente para testar “decorebas”.

O que se quer justificar é que utilizar a história da Matemática é muito importante para a aprendizagem dos conteúdos, porém não podemos esquecer que esta não é uma tarefa muito simples para o professor. Nobre estabelece que: “tanto quanto o conteúdo matemático, há a necessidade de o professor de Matemática conhecer sua história, ou seja, a história do conteúdo matemático” (1999, p. 130) e além disso o professor precisa manter um elo de ligação entre os conteúdos a serem desenvolvidos e sua história, para que esses não fiquem soltos e sem significado.

Ferreira (1997) afirma que: “A participação da história dos conteúdos matemáticos para ser utilizado pelo professor como recurso didático é muito importante. O desenvolvimento histórico não só serve como elemento de motivação, mas também como fator de melhor esclarecimento do sentido dos conceitos e das teorias estudadas” (1997, p.153), ou seja, um dos objetivos da história é que seu estudo possa esclarecer os “por quês” dos estudantes, muitas vezes denominados impossíveis.

Para Mendes (2001): “Através do conhecimento histórico, o aluno é capaz de pensar e compreender as leis matemáticas a partir de certas propriedades e artifícios usados hoje e que foram difíceis de descobrir em períodos anteriores ao que vivemos”.

Utilizando a história para ensinar equação do segundo grau pela volta ao quadrado perfeito

O objetivo do estudo de equações do 2º grau pela volta ao quadrado perfeito é o de desenvolver o pensamento lógico, incentivando a visualização da equação fatorada e levando à compreensão da fórmula resolutiva, que no Brasil denomina-se fórmula de Bhaskara.

O aluno, do oitavo ano do Ensino Fundamental, terá melhor compreensão e desenvolverá com maior rapidez as atividades propostas se tiver trabalhado os conteúdos do sétimo ano, principalmente produtos notáveis e fatoração, com uma visão geométrica, por isso recomenda-se ao professor desenvolver uma metodologia envolvendo álgebra com geometria.

As sugestões didáticas estão apoiadas fundamentalmente na figura 1, quer dizer, considerando a linguagem visual e uma esquematização da mesma como um passo intermediário entre o desenvolvimento de cada atividade algébrica.

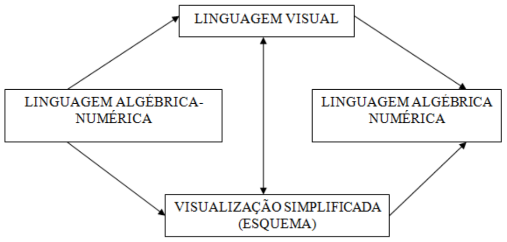


Figura 1: Adaptado de Socas e outros, 1996.

O presente trabalho procura resguardar os aspectos pedagógicos em que o aluno seja autor de seu processo cognitivo, dentro do contexto social em que vive. Tenta fazer o aluno participante do processo de ensino e aprendizagem, envolvendo-o em experiências Matemáticas que levam à descoberta de regras e relações e não seja o professor a mostrar as regras, cabendo ao aluno somente repeti-las.

As atividades propostas procuram criar a lógica matemática necessária a compreensão da álgebra, junto com a criatividade, através de atividades que sejam envolventes e interessantes ao aluno, abordando os conteúdos através da redescoberta.

Os objetivos que essa proposta pretende atingir são:

- que os alunos, do Ensino Fundamental, sejam capazes de resolver equações do 2º grau, simples, pela volta ao quadrado perfeito, incentivando a visualização da equação fatorada e levando à compreensão da fórmula de Bhaskara;
- deduzir a fórmula de Bhaskara, utilizando a geometria, reconhecendo a importância de um modelo matemático, desenvolvendo o pensamento lógico,
- oferecer vivências de operacionalização da álgebra com um enfoque na geometria;
- ordenar as tarefas matemáticas, respeitando os conhecimentos prévios dos alunos, de tal forma que haja um encadeamento de ideias;

Serão apresentadas as atividades, permitindo uma melhor compreensão da sequência didática adequada ao desenvolvimento da compreensão da fórmula resolutiva da equação do segundo grau. Nesse contexto, ensinar a resolver equações, pressupõe dotar o aluno de ferramentas que o permitam compreender e aplicar este conteúdo em situações problemas.

Importante frisar que o hábito de dar o nome de *Bhaskara* para a fórmula da resolução da equação do segundo grau se estabeleceu no Brasil por volta de 1960. Segundo Fragoso (1999) esse costume, aparentemente só brasileiro (não se encontra o nome de *Bhaskara* para essa fórmula na literatura internacional), não é adequado pois:

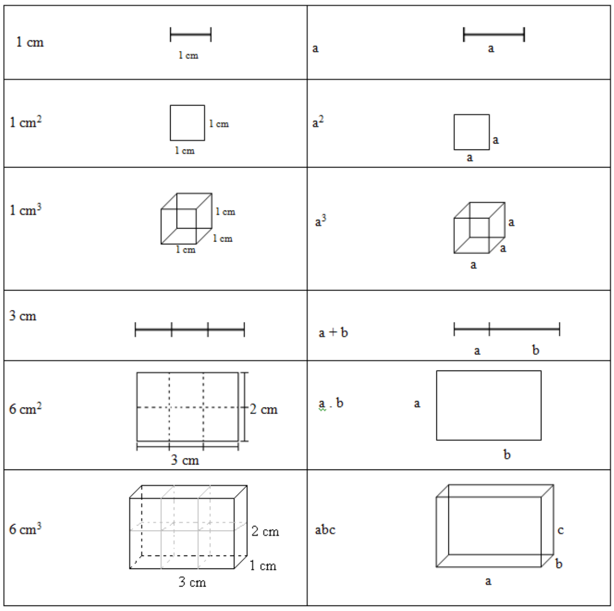
- Problemas que recaem em uma equação do segundo grau já apareciam, há quatro mil anos atrás, em textos escritos pelos babilônios. Nesses textos o que se tinha era uma receita (escrita em prosa, sem uso de símbolos) que ensinava como proceder para determinar as raízes em exemplos concretos com coeficientes numéricos.
- *Bhaskara* que nasceu na Índia em 1114 e viveu até cerca de 1185 foi um dos mais importantes matemáticos do século 12. As duas coleções de seus trabalhos mais conhecidas são Lilavati ("bela") e Vijaganita ("extração de raízes"), que tratam de aritmética e álgebra respectivamente, e contêm numerosos problemas sobre equações lineares e quadráticas (resolvidas também com receitas em prosa), progressões aritméticas e geométricas, radicais, tríadas pitagóricas e outros.
- Até o fim do século 16 não se usava uma fórmula para obter as raízes de uma equação do segundo grau, simplesmente porque não se representavam por letras os coeficientes de uma equação. Isso começou a ser feito a partir de François Viète, matemático francês que viveu de 1540 a 1603.

Logo, embora não se deva negar a importância e a riqueza da obra de *Bhaskara*, não é correto atribuir a ele a conhecida fórmula de resolução da equação do 2º grau.

A seguir colocamos as atividades organizadas em uma sequência didática.

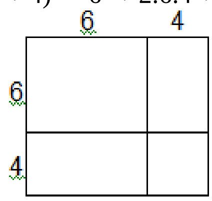
Atividade 1:

Desenhar



Atividade 2: Quadrado da soma de dois termos
O material utilizado nessa atividade são cartolina, tesoura e régua.
2.1) Desenhe e recorte as seguintes figuras: um quadrado de lado 10 cm; um quadrado de lado 6 cm; um quadrado de lado 4 cm; dois retângulos de lados 4 cm e 6 cm.
2.2) Com as figuras construídas, forme uma igualdade com o quadrado de lado 10 cm e as outras figuras. Desenhe a igualdade que se forma.
2.3) Observando a figura que se forma, podemos escrever:

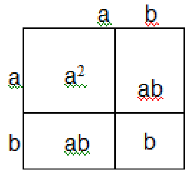
$$100 = 36 + 24 + 24 + 16$$
$$10^2 = 6^2 + 2.6.4 + 4^2$$
$$(6 + 4)^2 = 6^2 + 2.6.4 + 4^2$$



2.4) Desenhe os quadrados e escreva em linguagem matemática a área total das figuras na forma de parcelas:

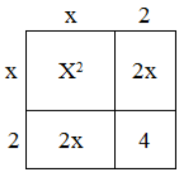
a) $(7 + 3)^2 =$
b) $(8 + 2)^2 =$
c) $(9 + 1)^2 =$

2.5) Utilize as figuras: um quadrado de lado **a** um quadrado de lado **b** e dois retângulos de lados **a** e **b**.
Com essas figuras, construa um quadrado; desenhe o quadrado; determine a área total do quadrado e a medida dos lados; escreva a área total na forma de fatores e na forma de parcelas.



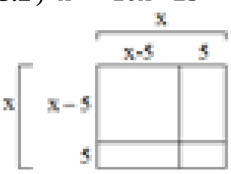
$$(a+b).(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

Atividade 3:
Resolver as equações, fatorando-as. Considerar o conjunto universo os números Reais.
3.1) $x^2 + 4x + 4 = 0$



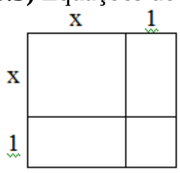
$$(x+2)^2 = 0$$
$$\sqrt{(x+2)^2} = \sqrt{0}$$
$$x + 2 = 0$$
$$x + 2 - 2 = 0 - 2$$
$$x = -2$$
$$V = \{-2\}$$

O valor de x que anula a equação é –2.
Neste caso a equação admite duas soluções iguais.
V = {-2, -2}
3.2) $x^2 - 10x + 25 = 0$



$$(x-5)^2 = 0$$
$$\sqrt{(x-5)^2} = \sqrt{0}$$
$$x - 5 = 0$$
$$x - 5 + 5 = 0 + 5$$
$$x = +5$$
$$V = \{+5\}$$

3.3) Equações do tipo $ax^2 + bx = 0$



Falta a área de 1x1 para completar um quadrado de lado (x+1), logo, acrescenta-se a área de 1x1 nos dois lados da igualdade.

$$x^2 + 2x + 1 = 0 + 1$$
$$(x+1)^2 = 1$$
$$\sqrt{(x+1)^2} = \pm\sqrt{1}$$
$$x + 1 = 1 \qquad x + 1 = -1$$
$$x = 0 \qquad x = -2$$
$$V = \{-2, 0\}$$

3.4) Equações que levam a fatoração com frações:

	x	1/2
x		
1/2		

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$
$$\sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{0}$$
$$x + \frac{1}{2} = 0$$
$$x = -\frac{1}{2}$$
$$v = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

3.5) Equações em que o coeficiente "a" não é unitário.
Nestes casos, deve-se dividir toda a equação pelo coeficiente "a" para obter-se uma área x.x.

Exemplo1:

$$4x^2 + 8x + 4 = 0$$
$$(\div 4)x^2 + 2x + 1 = 0$$

	x	1
x	x^2	x
1	x	1

$$(x+1)^2 = 0$$
$$\sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{0}$$
$$x + 1 = 0$$
$$v = \{-1\}$$

Exemplo 2:

$$2x^2 + 12x = 0$$
$$(\div 2)x^2 + 6x = 0$$

Acrescenta-se a área 3x3 nos dois lados da igualdade

$$x^2 + 6x + 9 = 0 + 9$$

	x	3
x	x^2	3x
3	3x	9

$$(x+3)^2 = 9$$
$$\sqrt{(x+3)^2} = \pm\sqrt{9}$$
$$x + 3 = \pm 3$$
$$x + 3 = -3 \qquad x + 3 = 3$$
$$x = -6 \qquad x = 0$$
$$v = \{-6, 0\}$$

3.6) Equações em que se deve acrescentar termos para completar o quadrado e retirar termos que não serão utilizados na fatoração.

$$x^2 + 30x + 224 = 0$$
$$x^2 + 30x = 0 - 224$$
$$x^2 + 30x = -224$$

	x	15
x	x^2	15x
15	15x	225

$$x^2 + 30x + 225 = -224 + 225$$
$$(x+15)^2 = 1$$
$$\sqrt{(x+15)^2} = \pm\sqrt{1}$$
$$x + 15 = \pm 1$$
$$x + 15 = -1 \qquad x + 15 = 1$$
$$x = -16 \qquad x = -14$$
$$v = \{-16, -14\}$$

Observação: Depois de resolvido várias equações que levam a fatoração mais simples, torna-se importante mostrar ao aluno a necessidade de generalizar uma resolução que sirva para qualquer tipo de equações.

Atividade 4

Dedução da Fórmula de Bhaskara

- Utiliza-se a equação do segundo grau genérica

a, b, c = coeficientes da equação; x = incógnita; a $\neq$ 0

- Divide-se toda a equação pelo coeficiente “a”.

$$\frac{ax^2}{a}+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}=\frac{0}{a}$$

$$x^2+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}-\frac{c}{a}=0-\frac{c}{a}$$

	x	$\frac{b}{2a}$
x	x^2	$\frac{bx}{2a}$
$\frac{b}{2a}$	$\frac{bx}{2a}$	$\frac{b^2}{4a}$

- Como a área b²/4a não está na equação, deve-se acrescentá-la dos dois lados da igualdade.

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2} \qquad x^2+\frac{bx}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=0-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$$

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

- Fatorando a equação:
- Isola-se a incógnita no segundo membro:

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

- Fórmula resolutiva da equação do segundo grau, que no Brasil denomina-se fórmula de Bhaskara

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Atividade 5

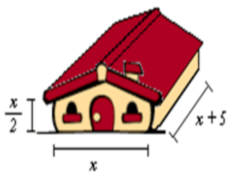
Resolver problemas envolvendo equações do segundo grau.

5.1) Uma casa retangular com as medidas x metros por (x+5) metros e altura x/2 metros, deve ser pintada por fora. Qual a área a ser pintada? Não considerem as aberturas, pois a tinta restante é para os retoques. Sabe-se que a maior parede tem 25m^2.

Para enriquecer o desenvolvimento do problema os alunos deverão pesquisar:

- Quanto gastará de tinta por m^2?
- Quanto custa o galão de tinta?
- Quanto cobra o pintor por m^2?

Este enfoque possibilita ao aluno situar-se dentro de seu contexto social.



$$x=5m$$
$$x+5=10m$$
$$\frac{x}{2}=2{,}5m$$

a) primeiro acha-se o valor das medidas das paredes. A maior é a do lado (x+5m) e a altura m. Sua área é de (x+5).

$$(x+5).\frac{x}{2}=25 \qquad x^2+5x-50=0$$

$$\frac{x^2}{2}+\frac{5x}{2}=25 \qquad x_1=5 \quad x_2=-10$$

$$2.\left(\frac{x^2+5x}{2}\right)=2.25$$

Logo, a resposta desejada é x = 5m.

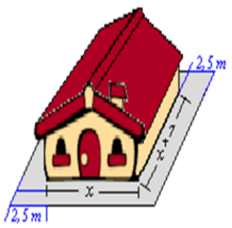
Achada a medida de uma parede, acham-se as outras medidas.

b) calculam-se as áreas:

$$A_1 = 5 \ x \ \ 2{,}5$$
$$A_2 = 5 \ \ x \ 2{,}5$$
$$A_3 = 10 \ x \ \ 2{,}5$$
$$A_4 = 10 \ x \ \ 2{,}5$$
$$A_T = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

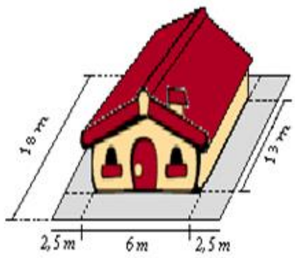
c) após a resolução matemática, deve-se voltar às perguntas iniciais para calcular-se o total gasto na pintura da casa.

5.2) Uma casa com as medidas xm de frente por (x+7) m de fundos, tem 78m^2 de área total. Em toda sua volta, deseja-se construir uma calçada com 2,5m de largura, como mostra a figura. Quantos metros de lajota vão ser necessários para revestir esta calçada? Considerar 10% de perda de material.



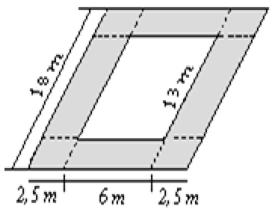
$$Área = x(x+7)$$
$$x^2 + 7x = 78$$
$$x^2 + 7x - 78 = 0$$
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-7 \pm 19}{2}$$
$$\Downarrow$$
$$x_1 = \frac{12}{2} = 6 \qquad x_2 = \frac{-26}{2} = -13$$

Como o lado da casa deve ser uma medida positiva, o valor de x é 6m.



$$x = 6\,m$$
$$x + 7 = 13\,m$$

Logo, para calcular quanto comprar de lajota, podemos dividir a calçada em 4 retângulos.



Logo, teremos 2 retângulos de 18m x 2,5m e 2 retângulos de 6m x 2,5m. Então:

$$A_1 = 2.(18 \ x \ 2{,}5) = 90m^2$$
$$A_2 = 2.(6 \ x \ 2{,}5) - 30m^2$$
$$A_t = A_1 + A_2 = 90m^2 + 30m^2 = 120m^2$$
$$Total = A_t + 10\% = 120m^2 + 12m^2 = 132m^2$$

Deve-se comprar 132 m^2 de lajota para a calçada.
Seria interessante, para que o problema se aproxime da realidade, que os alunos pesquisassem:

- Preço da lajota de calçada (importante avaliar os diferentes tipos de lajotas).
- Preço da mão-de-obra.
- Material usado para construir uma calçada, como areia e cimento.
- Qual o percentual de gastos em relação ao salário mínimo.

Referências

BOYER, Carl.B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blucher, 1999.
EVES, Higino. Introdução à História da Matemática. São Paulo: Editora da Unicamp, 1995.
FRAGOSO, Wagner da Cunha. Equação do 2° Grau: uma abordagem histórica. Rio Grande do Sul: Unijuí, 1999.
FERREIRA, Eduardo Sebastiani. *O uso da História da Matemática nas aulas de cálculo.* Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. Sérgio Nobre ed. São Paulo, 1997.

GUZMÁN, Miguel de; PÉREZ, Daniel Gil. Enseñanza de las ciências y la matemática: tendencias e innovaciones. Madrid: IBER cima, 1993.
MENDES, Iran Abreu. História no ensino da Matemática. Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro. Portugal: 2000.
________. Ensino da Matemática por atividades: Uma aliança entre o construtivismo e a história da Matemática. Natal: UFRN, 2001. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Sociais e Aplicadas, 2001.
________. O uso da História no Ensino da Matemática. UEPA, Belém do Pará: 2001. NOBRE, Sérgio. *A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática.* In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas, 1999, São Paulo. Anais. UNESP, p.129-136.
SBM. A Matemática do Ensino Médio. Coleção do Professor de Matemática. SBM. 1996.
SOCAS, Martín M. e outros. Iniciacion al algebra. Matematicas: Cultura y aprendizagem. Madrid: SÏNTESIS, 1996.
SWETZ, Frank J. Buscando relevância? Tente a História da Matemática. Pennsylvania: State University,1984.

Fonte: Adaptado de Groenwald (2005, p. 60-68).

6.1.1.8 Oitavo momento: escolha e envio das tarefas matemáticas do 8º ano do E.F.

Para o oitavo momento, com base nos materiais apresentados sobre equações do 2º grau e a utilização de material manipulável, os professores organizaram atividades a serem aplicadas nas suas turmas. Também selecionaram tarefas e as classificaram conforme os níveis de demanda cognitiva. As tarefas foram envias por *e-mail* ou pelo WhatsApp, para que se pudesse organizar e apresentar ao grupo no próximo encontro presencial, conforme figura 47.

Figura 47 – Material sobre tarefas matemáticas com Equações do 2º grau

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

<u>Atividades de Equações do 2º Grau</u>

<u>Demanda Cognitiva de Nível 1</u>

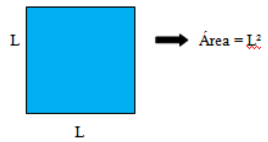
(Apoema – 2018, Ed. do Brasil, pág. 205 – responda 2)

Quantos números que, elevados ao quadrado, resultam em 900?

<u>Demanda Cognitiva de Nível 2</u>

(Apoema – 2018, Ed. do Brasil, pág. 206 – exercício 2)

Sabe-se que o quadrado da medida do lado de um quadrado corresponde a sua área.



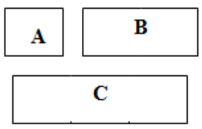
Qual é a medida do lado do quadrado cuja área é igual a:

a) 49 cm²? 7 cm
b) 0,49 cm²? 0,7 cm
c) 1,44 m²? 1,2 cm
d) 0,01 m²? 0,1 cm

<u>Demanda Cognitiva de Nível 3</u>

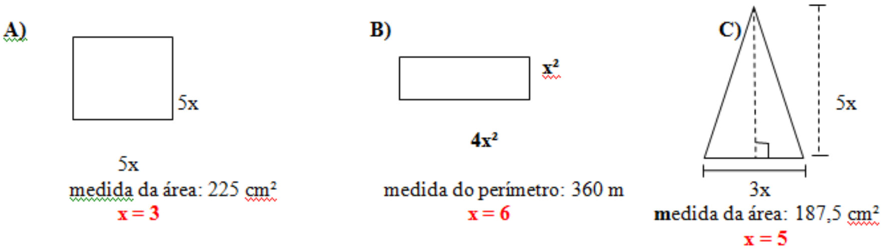
(Apoema – 2018, Ed. do Brasil, pág. 207 – exercício 8)

Abaixo está representado um quadrado A, um retângulo B e um segundo retângulo C. Sabe-se que as três figuras têm a mesma altura. A base do retângulo B é o dobro da medida do lado do quadrado A, e a base do retângulo C é o triplo da medida do lado do quadrado A. Sabe-se ainda que a soma das áreas dessas três figuras é igual a 600 cm².



a) Escreva a equação que representa a situação. **$x^2 + 2x^2 + 3x^2 = 600$**
b) Determine a medida do lado do quadrado A. **Mede 10 cm**
c) Determine as medidas das bases dos retângulos B e C. **20 cm e 30 cm**

(Coleção Convergências– 2018, Ed. SM, pág. 218 – exercício 67)
Em cada item determine o valor de x.

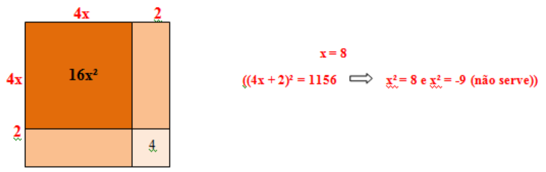


(Araribá – 2018, Ed. Moderna, pág. 246 – exercício 5)
Teresa fez um tapete de 640 cm² usando retalhos de formato quadrado. Veja.

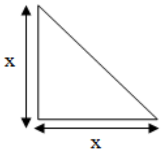
Quanto mede o lado de cada retalho quadrado que ela utilizou? **8 cm**

<u>Demanda Cognitiva de Nível 4</u>

(Teláris – 2018, Ed. Ática, pág. 90 – exercício 40)
Determine no caderno o valor de x sabendo que a medida de área da maior região quadrada nesta figura é de 1156 cm².



(Matemática essencial – 2018, Ed. Scipione, pág. 135 – exercício 60)
Felipe vai plantar grama em seu quintal, que tem formato de triângulo retângulo isósceles. Para isso, ele comprou 8 tapetes de grama com formato de quadrado cuja medida da área de cada um é 1m². Observe, a seguir, o esquema que representa o quintal de Felipe.



Determine a medida de x, sabendo que Felipe utilizará toda a grama comprada. **x = 4; 4m**

Fonte: Adaptado de Damasco; Groenwald; Llinares (2020, p. 20-21).

6.1.1.9 Nono momento: tarefas e objetos do conhecimento/habilidades para o 9º ano do E.F.

Para o nono momento organizou-se o material sobre os objetos de conhecimento e as habilidades na unidade temática álgebra no 9º ano do Ensino Fundamental, onde o objetivo foi apresentar como resolver as equações do 2º Grau por meio da fatoração e a dedução da fórmula de Bháskara.

Na figura 48, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores sobre os objetos de conhecimento e as habilidades na unidade temática álgebra no 9º ano do Ensino Fundamental e as atividades sobre equações do 2º Grau.

Figura 48 – Material sobre Equações do 1º grau

PPGECIM – PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA | CAPES | ULBRA – UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

O quadro a seguir, apresenta os objetos de conhecimento e habilidades a serem desenvolvidas no 9º ano do E.F.

Quadro sobre a unidade temática – Álgebra para o Ensino Fundamental/Anos Finais

UNIDADE TEMÁTICA - ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
9º ANO	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
	Razão entre grandezas de espécies diferentes	**(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF09MA08)** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Fonte: adaptado da BNCC

- Resolva as equações, fatorando-as: Considere o conjunto universo os números Reais. $ax^2 + bx + c = 0$

a, b, c = coeficientes da equação, sendo $a \neq 0$ e x = incógnita

$$\mathbf{x^2 + 6x = 7}$$
$$\mathbf{x^2 + 6x + 9 = 7 + 9}$$
$$\sqrt{(x+3)^2} = \sqrt{16}$$
$$x + 3 = +4$$

$$x + 3 = 4 \qquad x = 4 - 3 \qquad x = 1$$

$$x + 3 = -4 \qquad x = -4 - 3 \qquad x = -7$$

GRUPO 1

- Resolva as equações, fatorando-as, sendo a, b e c números Reais e $a \neq 0$

1.1) $x^2 + 6x + 9 = 0$
1.2) $a^2 + 4a + 4 = 0$
1.3) $y^2 - 22y + 121 = 0$
1.4) $x^2 - 10x + 25 = 0$

GRUPO 2

- Resolva as equações, fatorando-as, sendo a e $b \neq 0$ e $c = 0$

2.1) $x^2 + 14x = 0$
2.2) $x^2 + 2x = 0$
2.3) $x^2 - 6x = 0$

GRUPO 3

- Resolva as equações com frações, utilizando fatoração

3.1) $x^2 + x + 1/4 = 0$
3.2) $x^2 + 3x + 9/4 = 0$
3.3 $x^2 + 5x = 0$

GRUPO 4

- Resolva as equações com $a \neq 1$

4.1) $4x^2 + 24x + 36 = 0$
4.2) $7x^2 - 42x + 63 = 0$

GRUPO 5

- Resolva as equações com a, b e $c \neq 0$ (acrescentar termos para completar o quadrado)

5.1) $x^2 + 30x + 224 = 0$
5.2) $x^2 + 6x - 7 = 0$
Dedução da Fórmula de Bhaskara
- Usar a equação do segundo grau genérica

$$ax^2 + bx + c = 0$$

a, b, c = coeficientes da equação
x = incógnita
$a \neq 0$

- Dividir toda a equação pelo coeficiente "a";
- Fazer o desenho para visualizar;
- Retirar o c/a nos dois membros da equação;
- Como a área $b^2/4c$ não está na equação, deve-se acrescentá-la dos dois lados da igualdade;
- Escrever a equação na forma fatorada;
- Isolar a incógnita no primeiro membro;

Fórmula resolutiva da equação do segundo grau.

Referências

Groenwald, C.L.O. et al. Estágio Supervisionada de Matemática I. Canoas: Ed. ULBRA, 2005.

Fonte: Groenwald (2005).

Na figura 49, apresenta-se o material que foi disponibilizado aos professores sobre as atividades com equações do 6º ao 9º ano, sendo que algumas foram selecionadas pelos professores do grupo colaborativo e classificadas conforme os níveis da demanda cognitiva. Esse material é um pequeno recorte do capítulo "A competência Docente de Observar com Sentido situações de Ensino e Aprendizagem na Matemática", o qual compõe o livro Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática: Referenciais, Práticas e Perspectivas, organizado pelas professoras doutoras Carmen Teresa Kaiber e Claudia Lisete Oliveira Groenwald no ano de 2020.

Figura 49 – Atividades do 6º ao 9º ano com Equações do 2º grau

PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA   CAPES   ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Atividades com equações do 6º aos 9º anos

O desenvolvimento do conteúdo de equações teve reformulações, segundo a BNCC (BRASIL, 2018) sendo que, desde o 6º ano está indicado trabalhar com equações do 1º grau. As indicações são de que se inicia com o princípio aditivo e multiplicativo no 6º ano, trabalhando com Números Naturais e frações positivas, salientando que os resultados devem ser sempre positivos, considerando que no 6º ano os estudantes ainda não trabalharam com os Números Inteiros e Números Racionais. No 7º ano está indicado trabalhar com as equações em geral no conjunto dos Racionais. No 8º ano iniciar com equações do 2º grau, do tipo $ax^2 + b = 0$, e no 9º ano trabalhar com equações do 2º grau em geral, salientando desenvolver pela volta ao quadrado perfeito. Apresentam-se, na figura 1, exemplos de equações de acordo com o ano letivo, segundo a BNCC (BRASIL, 2018).

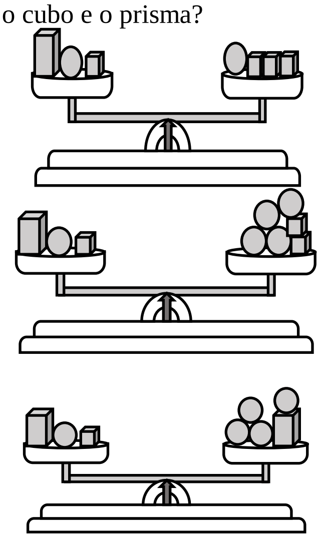
Figura 1 - Exemplos de equações de acordo com a BNCC para os anos finais do Ensino Fundamental

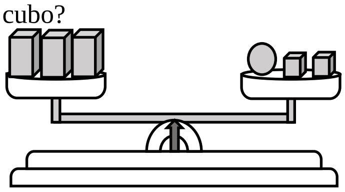
Equação no 6º ano do Ensino Fundamental	Equação no 7º ano do Ensino Fundamental
Conjunto Universo: $U = \mathbb{N}$ $2x - 9 = 25$ $2x - 9 + 9 = 25 + 9$ $2x = 34$ $\frac{2x}{2} = \frac{34}{2}$ $x = 17$ Conjunto Solução: $S = \{1 \quad \}$	Conjunto Universo: $U = \mathbb{Q}$ $3x + 11 = -4 + x$ $3x + 11 - 11 - \mathrm{x} = -4 + x - 11 - x$ $2x = -15$ $\frac{2x}{2} = \frac{-15}{2}$ $x = -\frac{15}{2}$ Conjunto Solução: $S = \{-\frac{15}{2}\}$

Equação no 8º ano do Ensino Fundamental	Equação no 9º ano do Ensino Fundamental
Conjunto Universo: $U = \mathbb{R}$ $7x^2 = 343$ $\frac{7x^2}{7} = \frac{343}{7}$ $x^2 = 49$ $\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{49}$ $x = \pm 7$ Conjunto Solução: S = {-7; +7}	Conjunto Universo: $U = \mathbb{R}$ $x^2 - 22x + 121 = 0$ $(x - 11)^2 = 0$ $\sqrt{(x-11)^2} = \sqrt{0}$ $x - 11 = 0$ $x - 11 + 11 = 0 + 11$ $x = 11$ Conjunto Solução: S = {11; 11}

Na Figura 2 apresentam-se os exemplos para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Figura 2 – Exemplos de tarefas matemáticas de equações para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental

<table>
<tr><th colspan="2">6º ano do Ensino Fundamental</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Que o estudante desenvolva o princípio aditivo e multiplicativo com Números Naturais e Números Racionais positivos.</td></tr>
<tr><td>Demanda Cognitiva</td><td>Tarefa Matemática</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Nível 1
Tarefa de Memorização (Conceito de Igualdade e introdução ao princípio aditivo e multiplicativo com expressões numéricas).</td><td>Desenvolva as multiplicações em cada membro da igualdade:
$36.\ 14 = 63.8$
a) Qual resultado em cada membro?
b) Adicionando 4 em cada membro da igualdade, o que se percebe?
c) Subtraindo 2 de cada membro da igualdade o que se percebe?
d) Multiplicando por 11, cada membro dessa igualdade, o que se percebe?
(ADAPTADO DE OLIVEIRA E FUGITA, 2018).</td></tr>
<tr><td>Justifica-se como nível 1 porque envolve definições previamente aprendidas, envolve, também, reproduzir exatamente algo visto anteriormente e o que tem de ser reproduzido está de forma clara e diretamente estabelecida.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Nível 2
Tarefa que usa procedimentos sem conexão. (Conceito de Igualdade e introdução ao princípio aditivo e multiplicativo com expressões numéricas)</td><td>Descubra quais números tornam as igualdades verdadeiras:
$6 + 8 - 12 = 4 + 12 - \blacksquare$
$12.6 + 15 = 18.4 + \blacksquare$
$24.\ 12.\ 23 = 16.18.\blacksquare$
$45.14 : 10 = 35.18 : \blacksquare$
(ADAPTADO DE OLIVEIRA E FUGITA,2018).</td></tr>
<tr><td>Justifica-se como nível 2 porque são expressões algorítmicas, seu uso é óbvio com base em informações anteriores; requer uma demanda cognitiva limitada para realizá-la om êxito; a atividade tem foco em produzir respostas corretas.</td></tr>
<tr><td>Nível 3
Tarefa de procedimento com conexão. (Relaciona o equilíbrio da balança com os pesos dos objetos, o estudante deve relacionar o valor dos pesos para manter o equilíbrio da balança).</td><td>As situações apresentadas nas balanças a seguir estão em equilíbrio, ou seja, as massas em cada prato são iguais. Sabendo que aesfera pesa 10 gramas. Quanto pesa o cubo e o prisma?
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 3 porque está centrada no significado do conceito ou procedimento. Foca a</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">atenção do aluno na utilização dos procedimentos, a fim de desenvolver uma compreensão de conceitos e ideias matemáticas. Sugere formas explícitas que são procedimentos gerais que têm conexões estreitas com as ideias conceituais. Requer algum grau de esforço cognitivo.</td></tr>
<tr><td>Nível 4
Tarefa que requer fazer matemática.
(Princípio aditivo e multiplicativo, exige resolver uma equação que deve ser organizada com os dados do problema)</td><td>A balança a seguir está em equilíbrio. Os dois cubos têm a mesma medida de massa, cada prisma de base retangular tem medida de massa igual a 35 gramas e a esfera tem medida de massa igual a 72 gramas. Qual é a medida de massa de cada cubo?

(ADAPTADO DE DANTE, 2018)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 4 porque requer um pensamento complexo e não algorítmico; requer que os alunos leiam em linguagem natural e escrevam a equação que expressa as informações dadas, explorem e compreendam os conceitos, processos ou relações matemáticas; exige dos alunos uma resposta que requer compreensão conceitual do princípio aditivo e multiplicativo, verificando a resposta produzida; requer que os alunos acessem um conhecimento, e façam uso adequado deles. Requer esforço cognitivo.</td></tr>
</table>

Fonte: Atividades adaptadas de livros didáticos analisadas pelos professores de Matemática.

As tarefas da figura 3 estão organizadas pelo nível de demanda cognitiva para estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental.

Figura 3 – Exemplos de tarefas matemáticas de equações para estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental

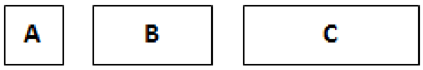
<table>
<tr><th colspan="2">7º ano do Ensino Fundamental</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Que o estudante desenvolva o princípio aditivo e multiplicativo com Números Inteiros e Números Racionais e aplique-os na resolução de equações do 1º grau.</td></tr>
<tr><td>Demanda Cognitiva</td><td>Tarefa Matemática</td></tr>
<tr><td>Nível 1
Atividade de Memória
(representar equações do 1º grau utilizando matéria concreto)</td><td>Represente as equações com auxílio do material concreto.
a) $3q - 1 = 5$
b) $q = -3$
c) $3q + 1 = 3$
d) $2q - 2 = -4$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 1 porque exige somente a representação de uma equação de acordo com o que estava convencionado.</td></tr>
<tr><td>Nível 2
Tarefa que usa procedimentos sem conexão.
(resolução de equação do 1º grau utilizando material concreto)</td><td>Resolva as equações com auxílio do material concreto.
a) $2q - 3 = 1$
b) $2q + 5 = 3q + 1$
c) $3q - q + 2 = -q + 5$
$d)$ $q + 3q - 1 = 3 + 2q$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 2 porque requer resolver uma equação do 1º grau utilizando o material concreto, porém exige que se utilize o princípio aditivo e multiplicativo.</td></tr>
<tr><td>Nível 3
Tarefa de procedimento com conexão.
(Resolução de equação do 1º grau utilizando material concreto)</td><td>Resolva as equações com auxílio do material concre
a) $-q = 3$
b) $-q + 2 = 4$
c) $-3q - 3 = -q - 3$
d) $-6 = -2q$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 3 porque exige que o estudante resolva uma equação, utilizando material concreto e ao encontrar o valor da incógnita negativo encontre uma maneira de determinar o valor da incógnita positiva.</td></tr>
<tr><td>Nível 4
Tarefa que requer fazer matemática.
(Resolução de problemas envolvendo equação do 1º grau).</td><td>a) Maria comprou 2 livros de mesmo preço. Ela pagou com uma cédula de R$100,00 e recebeu de troco R$ 22,50. Escreva uma equação que permita determinar quantos reais custou cada livro e resolva-a determinando o preço de cada livro.
b) O triplo da quantia que João tem mais R$ 24,00 é igual a quarta parte de R$ 240,00. Quanto tem João?</td></tr>
</table>

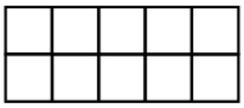
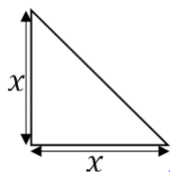
Justifica-se como nível 4 porque requer que o estudante interprete e retire os dados de um problema, escreva a equação que representa o problema e resolver a equação utilizando os princípios aditivo e multiplicativo.

Fonte: A pesquisa.

A seguir, na figura 4, apresentam-se tarefas com equações para o 8º ano do Ensino Fundamental.

Figura 4 – Exemplos de tarefas matemáticas de equações para estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental

<table>
<tr><th colspan="2">8º ano do Ensino Fundamental</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Que o estudante desenvolva o princípio aditivo e multiplicativo com Números Inteiros e Números Racionais e aplique-os na resolução de equações do 2º grau.</td></tr>
<tr><td>Demanda Cognitiva</td><td>Tarefa Matemática</td></tr>
<tr><td>Nível 1
Atividade de Memória
(determinar números que elevados ao quadrado resultam um valor positivo)</td><td>Determine os números que elevados ao quadrado resultam em 144.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 1 porque somente exige que o estudante relembre que a raiz quadrada de 144 pode ser -12 e +12.</td></tr>
<tr><td>Nível 2
Tarefa que usa procedimentos sem conexão.</td><td>Determine o lado de um quadrado cuja área mede 36 cm^2. Lembre-se que se calcula a área de um quadrado de lado (l) calculando:
$A = l.l = l2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 2 porque exige que o estudante resolva uma equação do segundo grau do tipo $ax^2 = c$.</td></tr>
<tr><td>Nível 3
Tarefa de procedimento com conexão.
(Resolução de problema envolvendo geometria e álgebra cuja resolução é uma equação do 2º grau simples).</td><td>Representa-se um quadrado A, um retângulo B e um segundo retângulo C com a mesma altura. A base do retângulo B é o dobro da medida do lado do quadrado A, e a base do retângulo C é o triplo da medida do lado do quadrado A. Sabe-se ainda que a soma das áreas dessas três figuras é igual a 600 cm².


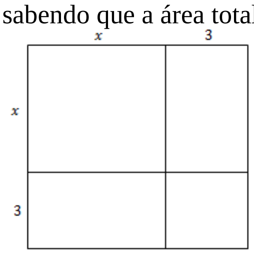
a) Escreva a equação que representa a situação.
b) Determine a medida do lado do quadrado A.
c) Determine as medidas das bases dos retângulos B e C.
(LONGEN, 2018).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 3 porque exige que o estudante leia a atividade. interprete-a, resolva uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 = c$ e responda as perguntas solicitadas.</td></tr>
<tr><td>Nível 4
Tarefa que requer fazer matemática.
(Interpretação de uma situação problema, determinando a equação que a resolve).</td><td>a) Teresa fez um tapete de 640 cm² usando retalhos de formato quadrado. Quanto mede o lado de cada retalho quadrado que ela utilizou?

(ARARIBÁ, 2018, p. 246).
c) Felipe vai plantar grama em seu quintal, que tem formato de triângulo retângulo isósceles. Para isso, ele comprou 8 tapetes de grama com formato de quadrado cuja medida da área de cada um é 1m². Observe, a seguir, o esquema que representa o quintal de Felipe. Determine a medida de x, sabendo que Felipe utilizará toda a grama comprada. x = 4; 4m


(PATARO,2018, p. 135).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justifica-se como nível 4 porque o estudante deve determinar a equação que representa a tarefa e calcular o valor da incógnita.</td></tr>
</table>

Fonte: A pesquisa

Na figura 5 apresentam-se as atividades selecionadas e classificadas pelos professores para o 9º ano do Ensino Fundamental para a temática equações.

Figura 5 – Exemplos de tarefas matemáticas de equações para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental

9º ano do Ensino Fundamental	
Objetivo: Que o estudante determine o resultado de uma equação do 2º grau pela volta ao quadrado perfeito.	
Demanda Cognitiva	Tarefa Matemática
Nível 1 Atividade de Memória (representar e determinar o valor da incógnita em um equações do 2º grau utilizando fatoração)	Determine o valor de x, sabendo que a área total mede $64\ cm^2$: 
Justifica-se como nível 1 porque o estudante deve fatorar um produto notável (quadrado da soma de dois termos) e determinar o valor da incógnita resolvendo aplicando os princípios aditivo e multiplicativo.	
Nível 2 Tarefa que usa procedimentos sem conexão. (resolver equação do 2º grau pela fatoração do produto notável)	Resolva a equação do 2º grau utilizando fatoração: a) $x^2 + 6x + 9 = 0$ b) $x^2 - 8x = 0$ c)$x^2 + x + \frac{1}{4}$=0 d) $x^2 + 3x = \frac{7}{4}$
Justifica-se como nível 2 porque o estudante deve f torar a equação do 2º grau e aplicar os princípios aditivo e multiplicativo.	
Nível 3 Tarefa de procedimento com conexão. Desenvolver a fórmula de Bhaskara.	Resolva a equação do 2º grau genérica: $ax^2 + bx + c = 0$ Escreva o modelo matemático encontrado.
Justifica-se porque exige resolver pela fatoração uma equação genérica do 2º grau e generalizar a fórmula de Bhaskara (fórmula resolutiva da equação do 2º grau).	
Nível 4 Tarefa que requer fazer matemática. (Resolução de problemas que para encontrar a resposta exige determinar uma equação do 2º grau)	a) Certo terreno de 486 m² de área tem formato de um trapézio com as seguintes características: a base maior tem o dobro da medida da base menor e a altura tem a mesma medida da base menor. Faça um desenho para representar esse trapézio, determine as medidas dos lados do trapézio (SOUZA, 2018). b) Aumentando a medida do lado de um quadrado em 5 m, se obtém um novo quadrado cuja área é 4 vezes maior que a área do quadrado original. Qual é a medida do lado do quadrado original? (SILVEIRA, 2018).
Justifica-se como nível 4 porque exige resolver situações problemas com alta demanda cognitiva, exige conexão com outros conteúdos além de determinar a equação do 2º grau e resolvê-la (área do trapézio, teorema de Pitágoras e simplificação de um radical pela fatoração.	

Referências

ARARIBÁ. Mais Matemática. **Manual do professor.** São Paulo: Moderna, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em:http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 03 maio. 2018.

DAMASCO, Fabiana Caldeira. **Equações do 1º Grau: uma experiência utilizando Engenharia Didática.** Dissertação de Mestrado, Universidade Luterana do Brasil, 2008.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática**. São Paulo: Ática, 2018.

LLINARES, S.. **Formación de profesores e innovación en la enseñanza de las matemáticas**. Documento de trabajo. Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante, España, 2007.

LONGEN, Adilson. **Apoema: matemática.** São Paulo: Ed. do Brasil, 2018.

OLIVEIRA, Carlos N. C. de, FUGITA, Felipe. **Geração Alpha Matemática**. São Paulo: SM, 2018.

PATARO, Patricia Moreno. **Matemática Essencial**. São Paulo: Scipione, 2018.

SEIBER, Lucas G.; GROEWALD, Claudia Lisete O.; LLINARES, Salvador. Observar com Sentido: uma

competência importante na vida profissional do professor de Matemática. **Acta Scientiae**. Canoas: ULBRA, 2013. http://periodicos.ulbra.br/actascientiae.
SILVEIRA, Ênio. **Matemática: compreensão e prática**. São Paulo: Moderna. 2018.

Fonte: Damasco; Groenwald; Llinares (2020, p. 7-25).

6.1.1.10 Décimo momento: análise e organização das tarefas a serem aplicadas

Para o décimo momento organizou-se uma planilha de acompanhamento das atividades da THA, para que os professores pudessem realizar os registros das tarefas aplicadas aos seus alunos, conforme apêndice I.

6.1.1.11 Décimo primeiro momento: aplicação da Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Este momento foi para que os professores organizassem sua THA e aplicassem com suas turmas. Cada professor organizou seu planejamento conforme os anos que trabalhavam e desenvolveram as atividades com base em todo material estudado nos momentos anteriores. Posteriormente a aplicação da THA, os professores fizeram suas análises para identificar os obstáculos apresentados pelos alunos ao resolverem as Equações.

Para melhor visualização e compreensão do processo desenvolvido no ano de 2020, descreve-se a seguir cada momento com a apresentação do material aplicado, bem como os relatos da aplicação da THA pelo grupo colaborativo e as conclusões prévias que os participantes da pesquisa foram mencionando.

6.1.2 Material organizado para os encontros de 2020

Para as formações de 2020 teve-se que redefinir todo o processo devido a Pandemia da COVID-19, não só o Município, mas também o Estado, o País e o Mundo sofreram com a perda agressiva de sua população. Tudo que se pensou para dar continuidade nas formações teve que ser repensado e reajustado, e tampouco poderíamos prever o quadro que estava se desenhando. Foi decisivo o adiamento para o início das formações deste ano de 2020, nosso primeiro semestre foi de reformulação das nossas ações e de isolamento social, a busca maior foi pela vida. No segundo semestre conseguiu-se reorganizar a forma de dar continuidade e conclusão às formações, os encontros ocorreram de forma virtual via *meet*. Os encontros tiveram que ser redefinidos aos poucos, conforme disponibilidade do grupo optou-se por um tempo menor para as formações. Ao longo do processo foram sendo redefinidos os temas previstos para a conclusão da THA.

A seguir apresenta-se o material apresentado em cada um dos 4 (quatro) encontros virtuais, que ocorreram no segundo semestre de agosto a outubro de 2020, com o grupo colaborativo de professores de Matemática que atuam no Município de Canoas, com o objetivo de dar continuidade na THA e proporcionar aos professores, mesmo que de forma remota, a troca de experiências e o estudo sobre as Equações no Ensino Fundamental e, assim continuar potencializando seus planejamentos.

6.1.2.1 Primeiro momento: aplicação da Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Este momento foi para que os professores organizassem uma THA e aplicassem com suas turmas da melhor maneira possível, diante da atual situação, com aulas *online*, disponibilizando o material via *Google Classroom* e explicações via *Google meet*, visto que o município trabalha com o projeto *Google for Education*. Cada professor organizou seu planejamento conforme os anos que trabalhavam e desenvolveram as atividades com base em todo material estudado nos momentos anteriores. Posteriormente à aplicação da THA, os professores fizeram suas análises para identificar os obstáculos apresentados pelos alunos ao resolverem as Equações. Após essas análises foi possível por meio de um encontro virtual, via *meet*, que os professores trouxessem seus relatos, sugestões e apresentassem as dificuldades desenvolvidas pelos alunos na realização das tarefas.

6.1.2.2 Segundo momento: retomada da aplicação das tarefas com equações do 6º aos 9º anos

Para o segundo momento organizou-se um material para apresentar o que foi desenvolvido nas formações de 2019, com intuito de revisitar o processo de estudo e aplicação das Equações. Neste encontro os professores relataram como procederam para desenvolver a utilização do material a ser aplicado com suas turmas.

No apêndice J, apresentam-se os slides que foram exibidos em PowerPoint para o grupo colaborativo, na formação virtual via *Google meet*.

Alguns professores que não haviam participado das formações em 2019, puderam agregar-se ao grupo, neste ano de 2020. Mesmo as formações sendo virtuais, o grupo manteve-se em estudo e participante na medida do possível.

Esse encontro proporcionou a retomada de alguns questionamentos e reflexões, bem como o esclarecimento da aplicação da THA e possibilitou a integração dos demais participantes da pesquisa.

6.1.2.3 Terceiro momento: análise das dificuldades encontradas pelos alunos

Nesse terceiro momento os professores organizaram um material, conforme os anos que trabalhavam, para apresentar ao grupo colaborativo sobre as dificuldades que os alunos encontraram ao resolverem as tarefas desenvolvidas na THA, com o intuito de revisitar o processo de estudo e sugerir as adequações necessárias para a aplicação das Equações.

Todo esse processo foi desenvolvido durante a aplicação da THA. Os professores foram enviando suas conclusões ao longo dessa etapa de análise.

6.1.2.4 Quarto momento: obstáculos epistemológicos

No apêndice K, apresentam-se os slides sobre Obstáculos Epistemológicos, que foram exibidos em PowerPoint para o grupo colaborativo, que teve como objetivo associar as dificuldades que os professores identificaram que os alunos apresentaram ao resolverem as Equações.

6.1.2.5 Quinto momento: identificação dos erros com equações

Com base no material apresentado no encontro anterior cada professor, realizou suas análises entre as dificuldades apresentadas pelos alunos e os obstáculos a serem superados, também investigaram quais tarefas deveriam ser mais trabalhadas a fim de auxiliar os alunos na superação de seus obstáculos.

6.1.2.6 Sexto momento: análise das atividades com equações do 6º ao 9º ano

No sexto momento, que também ocorreu de forma virtual, analisou-se junto ao grupo as atividades desenvolvidas na THA. Os professores descreveram quais tarefas julgaram importantes para serem mais trabalhadas para compreensão das equações e mencionaram que essas atividades podem levar o aluno a encontrar dificuldades futuras, caso não sejam bem exploradas.

6.1.2.7 Sétimo momento: tarefas em que os alunos encontraram mais dificuldades

Nesse momento os professores, mediante a apresentação dos colegas do grupo colaborativo, fizeram sugestões relevantes de atividades envolvendo Equações do 6º ao 9º ano, as quais fossem possíveis para auxiliar na superação dos obstáculos encontrados pelos alunos.

Essas atividades foram encaminhadas por *e-mail* ou WhatsApp, para serem organizadas e apresentadas aos colegas do grupo colaborativo, como sugestões de tarefas a fim de auxiliar na reorganização da THA e possibilitar que os alunos superem os obstáculos ao desenvolverem as Equações no Ensino Fundamental.

6.1.2.8 Oitavo momento: tarefas para auxiliar a superar os obstáculos

Para o oitavo momento apresentou-se aos professores do grupo colaborativo sugestões de tarefas enviadas pelos demais colegas para ampliar a THA e como forma de reorganizar seus planejamentos no intuito de sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

6.1.2.9 Nono momento: Entrevista com os professores do grupo colaborativo

Esse momento foi organizado de forma virtual, via *Google meet*. O objetivo foi tornar possível a individualidade dos relatos de cada professor participante da pesquisa, essas entrevistas foram gravadas e transcritas para melhor análise.

7 ANÁLISE DOS DADOS

De acordo com a pesquisa desenvolvida o foco foi verificar se os professores desenvolveram e/ou qualificaram a competência de *Observar com Sentido* a prática profissional, qualificando seu planejamento didático e suas práticas pedagógicas em sala de aula. Apresentam-se neste capítulo o perfil dos professores participantes do grupo colaborativo e as análises que foram divididas em três categorias: análise das formações continuadas; análise da aplicação da THA e dificuldades; indícios do desenvolvimento/qualificação do *Observar com Sentido*.

7.1 PERFIL DOS PROFESSORES DO GRUPO COLABORATIVO

Primeiramente organizou-se um questionário para identificar o perfil do grupo de professores participantes do grupo colaborativo.

Responderam ao questionário 18 professores, na faixa etária entre 26 e 54 anos de idade.

Em relação ao município de residência: 14 professores residem em Canoas; 1 professor reside em Esteio; 1 professor em São Leopoldo; 1 professor em Gravataí e 1 professor em Cachoeirinha.

Em relação à graduação: todos os 18 professores possuem graduação em Matemática e 2 possuem também graduação em outra área.

Em relação à especialização: 13 professores possuem especialização em Matemática e destes, 2 professores possuem especialização também em outra área; 5 não possuem especialização.

Em relação ao mestrado: 6 professores possuem mestrado em Matemática e 1 destes professores possui mestrado também em outra área; 12 não possuem mestrado;

Em relação ao doutorado: 2 professores estão em conclusão do doutorado em Matemática; 16 professores não possuem doutorado.

Em relação à carga horária trabalhada: 1 professor trabalha 20 horas; 1 professor trabalha 30 horas; 14 professores trabalham 40 horas; 2 professores trabalham 60 horas, pois trabalham em Canoas e em outro município.

Em relação ao planejamento: 17 responderam que faz parte de sua prática pedagógica; 1 respondeu que às vezes faz parte de sua prática pedagógica.

Foi perguntado aos professores quais os critérios que determinam sua prática pedagógica. As respostas foram diversas, mas todas em torno da preocupação em atender os alunos da melhor maneira, em busca da aprendizagem: 6 professores descreveram que suas práticas pedagógicas têm como foco o aluno, tendo como base a realidade desses, os conhecimentos prévios, o desenvolvimento de cada aluno dentro das individualidades e potencialidades, o desempenho dos alunos, as dificuldades de aprendizagem, buscam envolver suas práticas possibilitando que o aluno seja capaz de participar da construção do conhecimento, propiciando que estudar a matemática é uma forma de representação da realidade e resolver problemas apresentados no dia a dia e reconhecendo que cada aluno é único e saber exatamente de onde partir para auxiliar a superar os obstáculos; 5 professores respaldam suas práticas pedagógicas nos documentos legais de ensino, como o projeto político pedagógico, os planos de estudo, a BNCC, o RCC e os conteúdos curriculares; 3 professores mencionam que as atividades desenvolvidas também fazem parte de suas práticas pedagógicas, tendo como comprometimento o ensino e a aprendizagem dos alunos, considerando a realidade e o conhecimento prévio dos discentes envolvidos, utilizando linguagem adequada para a transmissão das informações, desenvolvendo a resolução de problemas e, quando possível, trabalham com tecnologias e ferramentas que potencializem o processo de ensino e aprendizagem; 4 professores descreveram que suas práticas estão baseadas nos conteúdos e nas avaliações, atuando como mediadores do processo de construção do conhecimento, favorecendo a compreensão dos conteúdos, bem como os critérios avaliativos da escola.

Outro questionamento foi em relação às fontes que utilizam para realizarem o planejamento das aulas: 14 professores relataram que utilizam livros didáticos, livros de pesquisa, *internet*, *sites* específicos de matemática, revistas, entre esses professores, alguns ainda acrescentaram que utilizam os documentos norteadores de ensino como a BNCC, o RCC, os planos de trabalho, matriz curricular, também dicas e troca de materiais entre os colegas; 4 professores mencionaram que utilizam diversas fontes, mas procuram se basear em práticas inovadoras relatadas em artigos científicos da atualidade, e estão em busca constante de metodologias atuais para a prática da educação matemática.

Em relação aos recursos utilizados na preparação das aulas: 12 professores relataram que utilizam as tecnologias como computador, internet, celular, formulários digitais, *slides*, *softwares* e *WhatsApp*; 6 professores descreveram que utilizam recursos como jogos, atividades lúdicas, materiais concretos e manipuláveis, vídeos, músicas, quadro branco, desafios, pesquisas e materiais reproduzidos.

Perguntou-se quais os documentos oficiais o professor costuma utilizar na elaboração de seu planejamento e por quê: 13 professores afirmaram utilizar os documentos oficiais como a BNCC, o RCC, o Referencial Curricular Gaúcho, os marcos de aprendizagem, o PPP, os planos de estudo e os planos de trabalho; 5 professores relataram não utilizar os documentos legais na elaboração de seus planejamentos, alguns justificaram suas respostas, um professor mencionou que devido à escola ainda não ter adaptado o plano de estudos pela BNCC, se orienta apenas pelo plano da escola, outro professor relatou que se organiza no início do ano letivo junto aos colegas com base na proposta e nos objetivos coletivos.

Com relação aos livros didáticos: 3 professores utilizam o livro Teláris, da Ed. Moderna; 2 professores utilizam o livro Praticando matemática, da Ed. do Brasil; 2 professores utilizam o livro Araribá, da Ed. Moderna; 2 professores utilizam o livro Matemática: compreensão e prática, da Ed. Moderna; 3 professores utiliza o livro A conquista da matemática, da Ed. FTD; 1 professor utiliza o livro Convergências, da Ed. SM; 2 professores utiliza o livro Trilhas da matemática, Ed. Saraiva; 1 professor utiliza o livro Matemática Bianchini, da Ed. Moderna; 2 professores não utilizam o livro didático.

Perguntou-se, também, o que o professor leva em consideração na hora de escolher o livro didático: 9 professores relataram que é com base na abordagem das atividades, dos conteúdos, das atividades contextualizadas, da resolução de problemas, das atividades que apresentem situações problema, da clareza nas explicações, das atividades diversificadas, material bem elaborado e que traga novos questionamentos para a turma, e possua exercícios abrangentes a vários conceitos úteis para sua vida; 3 professores relataram que é com base na linguagem estabelecida para a transmissão das informações, na praticidade, no dinamismo, relações com o cotidiano, que seja de mais fácil entendimento para os alunos, na criatividade e as relações com o cotidiano; 4 professores relataram que é com base nos conteúdos e habilidades propostos na BNCC, nos exercícios, nas explicações e que tenham uma sequência dos conteúdos; 2 professores não apresentaram critérios para a escolha, pois não utilizam o livro.

Com relação ao processo de ensino, questionou-se se o professor considerava que sua prática pedagógica despertava a participação e o comprometimento da maioria dos alunos frente às suas aprendizagens: 11 professores relataram que concordavam; 4 professores relataram que não concordavam; 3 professores relataram que não concordavam e nem discordavam.

Questionou-se quais as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à disciplina de Matemática e observou-se que: 2 professores mencionaram que é devido à falta de atenção nas aulas; 2 professores mencionaram que é devido à falta de atenção nas aulas e à falta de estudo em casa; 3 professores mencionaram que é devido à falta de atenção nas aulas, à falta de estudo em casa e à falta de acompanhamento dos pais/responsáveis; 1 professor mencionou que é devido à falta de atenção nas aulas, à falta de estudo em casa, à falta de acompanhamento dos pais/responsáveis e à falta de compreensão do conteúdo; 2 professores mencionaram que é devido à falta de atenção nas aulas, à falta de estudo em casa, à falta de acompanhamento dos pais/responsáveis, à falta de compreensão do conteúdo e que faltam aulas atrativas; 2 professores mencionaram que é devido à falta de atenção nas aulas, à falta de estudo em casa e que faltam aulas atrativas; 2 professores mencionaram que é devido à falta de compreensão do conteúdo; 2 professores mencionaram que é devido à falta de acompanhamento dos pais/responsáveis; 2 professores mencionaram que é devido à falta de estudo em casa, à falta de acompanhamento dos pais/responsáveis e à falta de compreensão do conteúdo.

Questionou-se também quais os procedimentos o professor utilizava para avaliar os alunos: 9 professores relataram ser pelo acompanhamento diário; 4 professores relataram ser por pesquisas e apresentação de trabalhos; 4 professores relataram ser por avaliações diagnósticas, testes, provas, atividades lúdicas, temas, participação e interesse; 1 professor relatou ser o proposto pela escola.

Em relação às formações perguntou-se se o professor participou de formações continuadas em anos anteriores: 12 professores responderam que sim; 6 professores responderam que não.

Questionou-se se o professor acompanhou o movimento da Base Nacional Comum Curricular: 12 professores responderam que sim; 6 professores responderam que às vezes.

Também se perguntou se já haviam participado de formações referente a Base Nacional Comum Curricular: 10 professores responderam que sim; 8 professores responderam que não.

Outro questionamento foi se o professor tinha conhecimento do que mudou, da forma de desenvolver equações nos anos finais do Ensino Fundamental: 11 professores responderam que sim; 7 professores responderam que não.

Ao questionar-se sobre a importância do tema Equações no Ensino Fundamental: 3 professores responderam que é muito importante; 6 professores responderam que as equações auxiliam no raciocínio lógico, é um conteúdo muito importante para a sociedade e é fundamental para diversos conteúdos que são abordados no decorrer do Ensino Fundamental, envolvem interpretação e escrita das relações de uma situação em linguagem matemática, as equações apresentam suas próprias regras, é imprescindível para a continuidade da educação básica nos anos posteriores, não só na matemática, como também na ensino da física, química e biologia; 4 professores responderam que é a introdução à álgebra, traz para o aluno o aprofundamento no campo algébrico, é uma das primeiras formas de abstrações, é importante para desenvolver aspectos do raciocínio lógico, tem grande relevância para a preparação para o Ensino Médio, desenvolve o aumento da capacidade cognitiva, o raciocínio rápido, a organização de ideias e a aplicação na vida prática; 5 professores responderam que é uma introdução à linguagem matemática para a resolução de problemas, é fundamental na solução de muitas situações-problema, é uma forma de representar situações-problema vistas muitas vezes no cotidiano e auxiliam a resolver problemas que podem ser expressados por meio das equações.

Com base nas fontes que o professor utiliza, perguntou-se como determina as atividades a serem desenvolvidas para introduzir o tema equações: 3 professores responderam que buscam utilizar comparação de figuras e objetos, na sequência atribuindo valores, utilizam letra para escrever o que não se conhece e utilizam enigmas; 2 professores responderam que iniciam explicando por que se chama equações, fazem uma sequência com introdução da representação algébrica e a construção do elemento neutro das operações, a partir da operação inversa e levam esses conceitos para a explicação das equações e também conforme seus planejamentos; 4 professores responderam que realizam a introdução do tema equações por meio da resolução de problemas práticos, problemas contextualizados, problemas atuais e relevantes e de acordo com a realidade dos alunos; 1 professor respondeu que inicia com a ideia da igualdade e resolvem os casos mais simples que podem ser desenvolvidos mentalmente, para que a partir daí o aluno realmente entenda o processo da resolução de equações; 2 professores responderam que utilizam os jogos como descoberta e depois associam a incógnita, trabalham com material concreto com o objetivo de despertar a curiosidade e o interesse dos alunos; 6 professores responderam que começam pelo reconhecimento de uma equação, seguido de exercícios que envolvem apenas a adição e a subtração nos membros das equações, após avançando as atividades até chegar na resolução de problemas, trabalham o princípio de equilíbrio, trabalham com as relações da balança, atividades que envolvem o equilíbrio, ou seja, as propriedades aditiva e multiplicativa, e introduzem atividades começando nos níveis de menor dificuldade para os de maior dificuldade.

Questionou-se também quais as maiores dificuldades que o professor identifica nos alunos em relação às noções sobre equação: 2 professores responderam que é devido à falta de atenção; 2 professores responderam que não identificam muitos problemas; 8 professores responderam que é devido à falta de conceitos anteriores como princípios básicos de resolução de problemas e de igualdade, à falta de conhecimentos básicos de aritmética, quando precisam trabalhar com frações na equação e o uso de forma inadequada das regras matemáticas e o desconhecimento dos símbolos matemáticos; 1 professor respondeu que é devido à organização dos dados quando aparecem muitos termos em uma mesma equação, e na escolha de resolução na ordem mais fácil; 3 professores responderam que é devido à interpretação do problema, nas operações com as trocas de sinais, que as maiores dificuldades ficam por conta da representação da letra e números, a utilização de operações inversas e a utilização e compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo; 2 professores responderam que é devido à falta de convívio e prática do aluno com a álgebra, a não compreensão do significado das operações, dificuldade de compreender a abstração necessária para o trabalho com letras, operações com números negativos, identificar a letra ou a incógnita como um valor ou número e a compreensão da representação da variável em uma equação.

Para finalizar perguntou-se, quais recursos o professor utiliza na tentativa de superação dessas dificuldades: 2 professores mencionaram o atendimento individualizado; 6 professores mencionaram a retomada do conteúdo, explicações práticas e atividades diversificadas; 2 professores mencionaram a retomada do uso da balança; 1 professor mencionou leitura em conjunto e trabalho em duplas; 2 professores mencionaram a construção de uma escrita colorida no quadro e confecção de algumas "dicas" para escolhas melhores e também a exploração de várias atividades num primeiro momento usando o raciocínio lógico para descobrir qual o número que a variável representa; 1 professor mencionou utilizar nenhum outro recurso além de tentar convencê-los a pensar; 1 professor mencionou a análise de erros; 3 professores não responderam a essa questão.

Observou-se após a análise realizada em relação as questões respondidas pelos professores que existem várias questões que devem ser trabalhadas nas formações continuadas, pois nem todos possuem em suas escolas outros professores de matemática com os quais possam realizar trocas de experiências, grupos de estudo ou buscar esclarecimento junto a seu par sobre determinados conteúdos para que possam encontrar metodologias que despertem no aluno o interesse pela matemática.

Evidenciou-se com base nestas questões que as formações continuadas proporcionam aos professores manterem-se atualizados, investigativos, participativos e sempre na busca de metodologias que possam auxiliar seus planejamentos e cada vez mais motivar seus alunos para a aprendizagem da matemática.

Entendeu-se que muitos fazem suas reflexões quanto às suas práticas pedagógicas de forma isolada e, que ao realizarem essas reflexões em um grupo, suas dúvidas, suas ansiedades, seus questionamentos tanto em relação ao ensino quanto aos recursos podem ser trabalhados e direcionados a caminhos satisfatórios, promovendo a elaboração de uma sequência didática adequada à realidade de seus alunos.

7.2 ANÁLISE DAS FORMAÇÕES CONTINUADAS

Após as formações de 2019 e 2020, fez-se um apanhado das conclusões realizadas pelos professores com relação aos materiais desenvolvidos com os seus estudantes, ao trabalho no grupo colaborativo, às normativas da BNCC de acordo com a temática Equação nos anos finais do Ensino Fundamental, às metodologias apresentadas e às tarefas matemáticas. O objetivo foi a busca por indícios do desenvolvimento da competência de *Observar com Sentido* na temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, seguindo os princípios referidos no referencial teórico.

Primeiramente as discussões foram geradas em torno da importância da álgebra no Ensino Fundamental, com base nos documentos norteadores do ensino, a BNCC e a RCC. Salienta-se que os professores da rede municipal de Canoas participaram da construção da RCC e puderam incluir, dentro dos 40% da parte diversificada, conteúdos que julgaram necessários para complementação de cada ano letivo.

Com relação as tarefas matemáticas e suas classificações conforme as Demandas Cognitivas, os participantes do grupo colaborativo concluíram que elas proporcionaram uma organização tanto para uma qualificação no planejamento do professor quanto para os alunos, que tiveram uma organização de atividades de forma gradativa de nível de dificuldades e os obstáculos a serem superados, buscando instigar a aprendizagem de maneira desafiadora, que possibilitou ampliar a compreensão dos conceitos matemáticos desenvolvidos e auxiliar a diminuir as dificuldades encontradas ao resolverem as atividades.

Penalva e Llinares (2011) afirmam a necessidade dos professores, ao planejarem suas aulas, de terem em mente os objetivos a serem atingidos e como alcançá-los usando recursos, como por exemplo as tarefas matemáticas. Para esses autores, tarefas matemáticas são as propostas feitas pelos professores para o processo de aprender Matemática, são as proposições realizadas pelo professor com o objetivo de concentrar a atenção dos alunos no que se pretende ensinar. Apontam que atividade é um conjunto de tarefas a serem desenvolvidas pelos estudantes e que procedimentos são as formas de realização das tarefas.

O professor deve ser capaz de planejar e analisar tarefas, nas quais pretende que um indivíduo seja competente, assim como identificar o conhecimento que fundamenta estas atividades, considerando a maneira como se constrói esse conhecimento (DAMASCO; GROENWALD ; LLINARES, 2019).

Corrobora-se a ideia de Penalva e Llinares quando afirmam: “A escolha de tarefas, quando inseridas em um contexto de observação das manifestações de raciocínio matemático dos estudantes, está caracterizada pela aquisição da competência docente de *Observar com Sentido*” (PENALVA; LLINARES, 2011).

Pode-se observar que os encontros despertaram um olhar mais detalhado e reflexivo dos professores para seus planejamentos e que a classificação de tarefas proporcionou compreenderem a importância da organização das atividades a serem trabalhadas, de maneira que os alunos aprendessem essa linguagem ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental, proporcionando a aprendizagem e a construção do pensamento matemático, sendo possível envolverem o aluno de forma gradativa e lúdica, e que por meio das formações torna-se exequível reorganizar suas aulas. Também alegaram que a troca de experiência entre seus pares propicia ampliar o desenvolvimento de uma sequência didática satisfatória tanto para o professor quanto para o aluno, possibilitando uma educação de qualidade[6]. Os professores alegaram que estavam dando outro valor ao planejamento didático, percebendo que isto os auxilia na sala de aula.

Segundo o P1: *se não estamos em um grupo para discutir, trocar ideias e angústias, ficamos muito solitários. Preciso me revisitar, por isso apoio tanto a BNCC [...] Precisamos apoiar novos materiais, novas construções, novas linguagens e novas abordagens.*

Observou-se que houve um grande interesse dos professores pelos materiais apresentados, tanto que discutiram e refletiram como os desenvolver, segundo as normas da BNCC e do referencial curricular de Canoas, e também, como aplicar com os estudantes, na formação realizada, como iriam conduzir a construção. Alguns professores preferiram eles mesmos organizar a sequência das atividades, outros fariam essa construção com seus alunos (de acordo com as dificuldades encontradas ao longo do desenvolvimento das aulas) e ficou evidente que utilizariam as atividades em seus planejamentos futuros.

Segundo P2: *é importante envolver os alunos na confecção dos materiais, assim torna-se mais atrativo e eles ficam mais empolgados para a utilização e aprendizagem, do conteúdo a ser desenvolvido.*

Para o P3: *acredito que quanto mais envolvido o aluno estiver, inclusive na elaboração dos materiais, mais interesse terá na aprendizagem.*

Os livros paradidáticos “Encontros de 1º Grau” e “As mil e uma equações”, também despertaram o interesse dos professores participantes do grupo colaborativo, pois relataram que ao mesmo tempo em que os alunos aprendem sobre os conhecimentos, eles estão juntos desenvolvendo o hábito pela leitura e relacionando outras disciplinas com os conhecimentos matemáticos, também, que é possível desenvolver um trabalho envolvendo outras disciplinas e assim ser realizada uma atividade interdisciplinar entre os demais professores da escola.

Segundo o P4, *Sempre converso com os(as) alunos(as) que a Matemática não é só números ou contas no caderno. Se aprende Matemática de várias maneiras seja com materi-*

---

[6] Qualidade é um conceito histórico, que se altera no tempo e no espaço, ou seja, o alcance do referido conceito vincula-se às demandas e exigências sociais de um dado processo histórico (DOURADO e OLIVEIRA, 2009).

ais manipuláveis, com jogos, com vídeos, com revistas, com jornais e com livros sejam didáticos ou paradidáticos.

Pode-se observar que nos encontros, os professores demonstraram-se entusiasmados na realização das atividades, bem como nas trocas realizadas entre os colegas, as discussões enriquecedoras e os retornos sobre as aplicações dos materiais com seus alunos.

O que corrobora com Fiorentini (2004, 2009), um grupo autenticamente colaborativo é constituído a partir de um trabalho voluntário em que seus membros delineiam um objetivo comum e a partir das discussões e reflexões, encontrem alternativas para alcançar os objetivos traçados.

Também, segundo o referencial teórico, entende-se que um *Grupo Colaborativo* tem o intuito de refletir, analisar e desenvolver atividades metodológicas significativas, buscando investigar e subsidiar os professores no planejamento pedagógico nas escolas nas quais atuam, bem como, as metodologias de ensino adequadas à faixa etária e ao conteúdo a ser desenvolvido, também é num grupo que se discute as dificuldades que os professores enfrentam no dia a dia escolar e as vantagens do uso das melhores práticas.

As discussões em relação aos encontros foram com base nas atividades realizadas e como podem despertar e motivar o aluno para o fazer matemático, que o que se espera que o aluno alcance e, que a diversidade de tarefas unidas a uma sequência didática bem elaborada proporcionará ao professor desenvolver um planejamento eficaz e satisfatório na busca deste *Observar com Sentido* sua sala de aula.

P4 relatou: *que os alunos vêm muito enraizados que a matemática é difícil, trazem de casa, de sua pouca vivência escolar, está impregnado esse preconceito que tudo é complicado e aos poucos, na medida em que começam a superar essas dificuldades, despertam o interesse pela aprendizagem matemática.*

P2 descreve que: *ao trabalhar as tarefas matemáticas conforme classificação das demandas cognitivas, os alunos sentem-se capazes de aprender a matemática, pois as dificuldades são graduais, ou seja, ao passo que estão realizando uma tarefa que foi dada, outro grau de dificuldade está sendo introduzido na tarefa seguinte e essa forma espiral de aprendizagem, envolve o aluno na construção de sua aprendizagem e conceitos.*

A atividade da balança gerou uma discussão muito enriquecedora e muitas trocas no grupo colaborativo, onde os professores foram propondo sugestões para serem trabalhadas com os alunos, se colocaram à disposição para auxiliar uns aos outros na elaboração de tarefas e expuseram a maneira que cada um pensou em trabalhar dentro da realidade de suas comunidades escolares. Os professores não conheciam a analogia que é possível ser feita entre a balança de dois pratos e uma igualdade em Matemática, também, não conheciam e não aplicavam atividades com este recurso.

P5 relatou que: *meu maior obstáculo foi em relação ao material, eu tive que adaptar muitas atividades, minha escola não tem muito material, eu tive que ir atrás pegar a ideia, o mesmo conceito e transformar para a realidade da escola. A tarefa envolvendo balança tive que adequar, utilizar cabides e adaptar pratos para pesagem, os objetos foram os disponíveis em sala como borracha, apontador, giz, o que fosse possível manipular.*

As sequências com figuras também foram vistas como atividades que despertariam o interesse dos alunos e que alguns termos apresentados para a escrita algébrica poderiam gerar reflexões, pois mencionaram que estão sendo perdidas as nomenclaturas e que é de fundamental importância que o aluno saiba diferenciar alguns termos como "o dobro de um número", "o quadrado de um número" e a "metade de um número", também que o termo "**diferença**" pode não ser visto como o sinal de subtração e sim como o símbolo de desigualdade ($\neq$).

Mencionaram também, que é necessário trabalhar as propriedades comutativas, associativas, distributivas, elemento neutro e elemento inverso, pois são fundamentais para uma base matemática adequada e para a construção dos conceitos por parte dos alunos, e isso está se perdendo ao longo do tempo.

Segundo o P1: *a linguagem e escrita matemática é importantíssima desde as séries iniciais.* Acrescentou ainda que, *se para o professor essa linguagem e essa escrita é natural para o aluno é desconhecido, até que alguém ensine. Não podemos deixar de ensinar o que é base para a aprendizagem matemática.*

Alguns professores relataram que sempre procuravam inserir no seu planejamento, uma parte histórica do conteúdo a ser desenvolvido, pois desperta a curiosidade dos alunos e responde às perguntas sempre mencionadas pelos estudantes: "*onde vai ser usado esse conteúdo?"* ou *"quem criou esse conteúdo?".*

Em relação à utilização de materiais manipuláveis, os professores consideraram que a partir da utilização de materiais concretos, os alunos mostraram-se mais interessados e motivados para acompanharem as aulas e que os jogos são ferramentas mais atrativas e desafiadoras para auxiliar na aprendizagem.

Segundo o P3*, é por meio dos jogos que o aluno se sente familiarizado com a matemática, e a partir desse momento começa a fazer conexões entre a prática, o lúdico e a aprendizagem.*

Ocorreram discussões em torno do material construído para a dedução e construção dos conceitos sobre produtos notáveis e fatoração, os professores afirmaram que iriam necessitar um maior tempo de aplicação com os alunos e que com a ampliação das atividades sugeridas os alunos poderiam alcançar um alto nível de aprendizagem e, no decorrer, superar seus obstáculos. Foi observado que os professores participantes do grupo colaborativo não conheciam esta metodologia e não estavam acostumados a utilizarem recursos (materiais concretos) para desenvolverem este conhecimento. Afirmaram que sempre trabalham esta parte (Produtos Notáveis) utilizando a regra e a memorização por parte dos estudantes.

P1 relatou que: *a parte que senti mais dificuldade em trabalhar com os alunos, é a parte que tenho mais dificuldades, ou seja, trabalhar com o material concreto*. Acrescentou ainda que *eu sinto a necessidade de mais formações, mais trocas, mais explicações para me sentir seguro para ensinar*. Complementou dizendo que *quanto maior a dificuldade do professor, maior será a dificuldade do aluno.*

Pode-se observar que as atividades apresentadas neste material, geraram um envolvimento notável dos professores, pois ao mesmo tempo que desenvolviam as tarefas, prognosticavam como seus alunos desempenhariam com entusiasmo e motivação, visto que seguindo essa sequência didática os alunos estariam realizando conexões no decorrer do processo de aprendizagem. Observou-se que os professores se sentiram motivados a utilizarem esta forma de organização das atividades, o uso dos materiais concretos e incluí-los no planejamento didático.

Houve, também, professores cujas participações ocorreram de formas distintas da presencial, a participação foi de forma *online*, devido a diversas situações, sejam elas profissionais, pessoais ou acadêmicas, contudo, puderam acompanhar todo esse desenvolvimento por meio dos materiais disponibilizados no *classroom* e por *email*, bem como pelo esclarecimento de seus questionamentos por vídeo chamadas, mensagens via whatsApp ou *e-mail* e, também, na medida do possível foram dando seus retornos das aplicações realizadas em suas turmas para a pesquisadora que sempre estava à disposição para esclarecimentos e para acolher em momentos de dúvidas.

Entendeu-se que os professores da rede municipal de Canoas demonstraram-se ativos com esse processo de discussão, reflexão e formação continuada por meio de um grupo colaborativo e propiciando a busca de informações ao longo do processo motivados e incansáveis na realização de um planejamento adequado e propício ao entendimento e aprendizagem de seus alunos. Salienta-se que isto é muito importante para que os professores incorporem metodologias que não conheciam ao seu planejamento didático.

Com a finalização dos encontros das formações de 2019 e 2020 a reflexão que é relevante é o quanto esta pesquisa se delineou numa Trajetória Hipotética de Aprendizagem

(THA) indubitável, pois conseguiu-se visualizar a motivação e o interesse dos membros participantes do Grupo Colaborativo no decorrer de todo esse processo. Observou-se que os professores participantes da formação continuada afirmaram que foi muito importante organizar uma sequência de atividades a serem desenvolvidas com os estudantes e as discussões e reflexões foram importantes para eles entenderem a importância de um planejamento sistemático e organizado.

Segundo o P2 *as formações continuadas e os encontros com o grupo de estudo fazem com que o professor se mantenha atualizado, muitas vezes não tenho com quem trocar ideias na escola, é por meio das formações que consigo dividir minhas angústias e ampliar meu conhecimento compartilhando atividades que possam facilitar a aprendizagem de meu aluno***.**

Segundo o P5, *uma coisa é trabalhar com 5 alunos outra é com 30 alunos em uma sala de aula, pois também estamos aprendendo a utilizar o material.*

P5 relatou que se sente muito angustiado em trabalhar dessa forma remota e não poder atender melhor os alunos, havia criado a expectativa para desenvolver em suas turmas a sequência didática organizada nas formações com o grupo colaborativo. Complementou dizendo: *os alunos estão ficando prejudicados.*

Seguindo o que salienta Simon (1993) quando menciona que uma trajetória de aprendizagem fornece ao professor uma justificativa para a escolha de uma instrução específica e para a escolha das tarefas a serem desenvolvidas pelos estudantes.

Entende-se que o desenvolvimento da THA antes do ensino em sala de aula seguiu o que Simon (1993) afirma que é o processo pelo qual (de acordo com este modelo) o professor desenvolve seu plano para a execução da atividade em sala de aula (a prática docente).

7.3 ANÁLISE DA APLICAÇÃO DA THA E DIFICULDADES

Ao longo das formações os professores participantes do grupo colaborativo foram planejando e realizando a aplicação da THA com suas turmas, infelizmente devido à pandemia da COVID–19, nos anos 2020 e 2021, a aplicação das atividades ficaram prejudicadas, porém alguns resultados obtidos permitiram identificar quais os obstáculos que os alunos encontraram durante a resolução das tarefas, quais deveriam ser incorporadas à THA e para subsidiar a tomada de decisões dos professores.

Observou-se que os professores adquiriram mais segurança no seu planejamento didático e na tomada de decisões quando identificaram as dificuldades que os estudantes apresentaram.

Segundo o que Fiorentini (2004, 2009) afirma: um grupo autenticamente colaborativo é constituído a partir de um trabalho voluntário em que seus membros delineiam um objetivo comum.

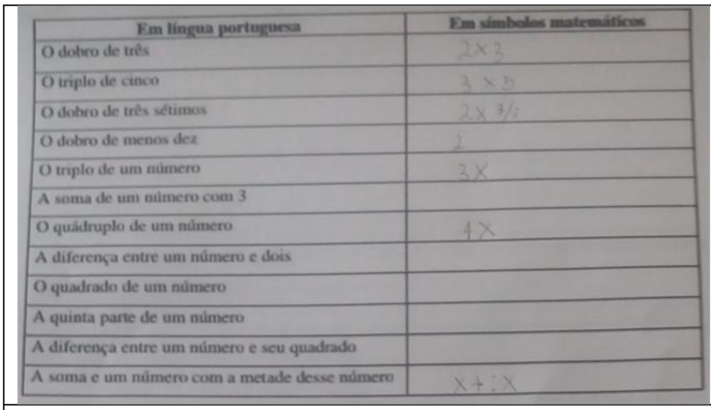
Imbernón (2010) descreve que: A formação continuada baseada no trabalho colaborativo pode ajudar a romper com a cultura individualista, por meio do questionamento e debate, do diálogo e enfrentamento do conflito.

As análises referentes às atividades aplicadas aos alunos proporcionaram uma visão geral das dificuldades que os alunos encontram ao trabalharem as equações nos anos finais do Ensino Fundamental. Importante salientar que a BNCC indica o desenvolvimento deste objeto do conhecimento do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e as atividades da THA foram desenvolvidas seguindo esta indicação.

Na figura 50 apresenta-se a resolução da atividade de escrita matemática de expressões utilizadas em equações, desenvolvida por alguns alunos do 6º ano, onde o objetivo era representar as frases em símbolos matemáticos. As atividades foram disponibilizadas pelo P6.

Figura 50 – Tarefa sobre escrita matemática aplicada a alunos do 6º ano do E.F.

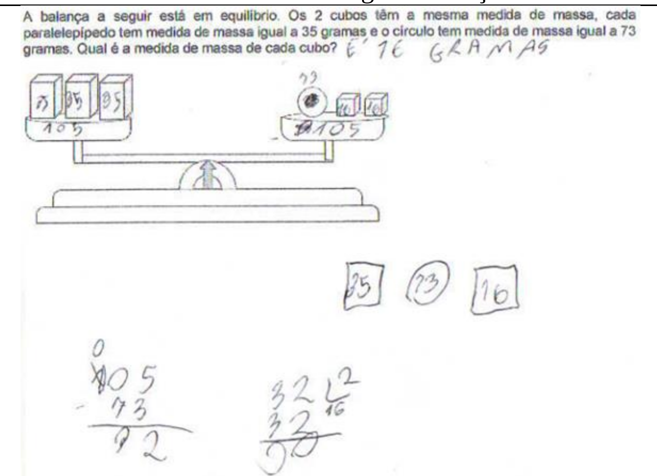
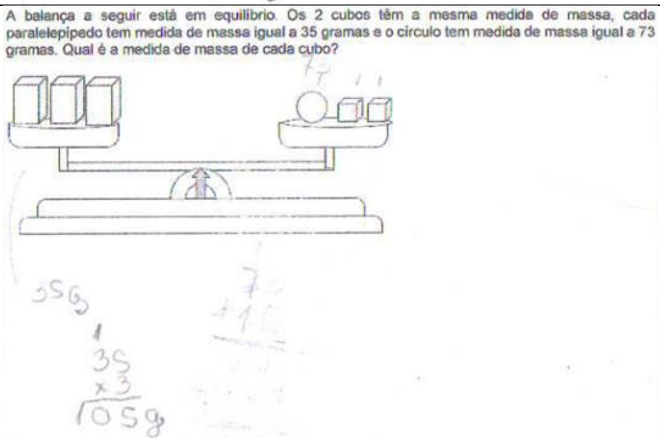
<table>
<tr><th>Tarefa sobre escrita matemática de expressões algébbricas</th><th>Obstáculos Identificados</th></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><th>Em língua portuguesa</th><th>Em símbolos matemáticos</th></tr>
<tr><td>O dobro de três</td><td>3.2</td></tr>
<tr><td>O triplo de cinco</td><td>5.3</td></tr>
<tr><td>O dobro de três sétimos</td><td>$\frac{6}{14}$</td></tr>
<tr><td>O dobro de menos dez</td><td>-20</td></tr>
<tr><td>O triplo de um número</td><td>x.3=?</td></tr>
<tr><td>A soma de um número com 3</td><td>x + 3 = ?</td></tr>
<tr><td>O quádruplo de um número</td><td>x.4=?</td></tr>
<tr><td>A diferença entre um número e dois</td><td></td></tr>
<tr><td>O quadrado de um número</td><td>x^2</td></tr>
<tr><td>A quinta parte de um número</td><td>x.5=?</td></tr>
<tr><td>A diferença entre um número e seu quadrado</td><td>$x-x^2=0$</td></tr>
<tr><td>A soma e um número com a metade desse número</td><td>10+5</td></tr>
</table>
</td><td>Observou-se que em algumas frases o aluno apresentou dificuldades para representar matematicamente:
“o dobro de três sétimos” escreveu “6/14” em vez de “2(3/7)”,
“a quinta parte de um número” escreveu “x.5” em vez de “x/5” ou “(1/5)x”,
“a soma de um número com a metade desse número” escreveu já pensando em um determinado número “10 + 5” e não na representação algébrica que seria “x + (½)x” ou “x + x/2”.
Na frase “a diferença entre um número e dois” o aluno não apresentou nenhuma representação.</td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><th>Em língua portuguesa</th><th>Em símbolos matemáticos</th></tr>
<tr><td>O dobro de três</td><td>3^2</td></tr>
<tr><td>O triplo de cinco</td><td>5^3</td></tr>
<tr><td>O dobro de três sétimos</td><td>$2^{3/7}$</td></tr>
<tr><td>O dobro de menos dez</td><td>-10^2</td></tr>
<tr><td>O triplo de um número</td><td>x^3</td></tr>
<tr><td>A soma de um número com 3</td><td>3</td></tr>
<tr><td>O quádruplo de um número</td><td>x^4</td></tr>
<tr><td>A diferença entre um número e dois</td><td>$1 \neq 2$</td></tr>
<tr><td>O quadrado de um número</td><td>x^2</td></tr>
<tr><td>A quinta parte de um número</td><td>1/5</td></tr>
<tr><td>A diferença entre um número e seu quadrado</td><td>$x \neq x^2$</td></tr>
<tr><td>A soma e um número com a metade desse número</td><td>x=x/x</td></tr>
</table>
</td><td>Observou-se que o aluno apresentou diversas dificuldades para representar matematicamente as frases. Fez trocas como:
“o dobro” pelo “quadrado”,
“o triplo” pelo “cubo”,
“a diferença entre um número e dois” escreveu o símbolo de diferença “≠” e não o sinal de subtração “— “.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>Em língua portuguesa</th><th>Em símbolos matemáticos</th></tr>
<tr><td>O dobro de três</td><td>2x3</td></tr>
<tr><td>O triplo de cinco</td><td>3x5</td></tr>
<tr><td>O dobro de três sétimos</td><td>2x 3/7</td></tr>
<tr><td>O dobro de menos dez</td><td>[illegible]</td></tr>
<tr><td>O triplo de um número</td><td>3X</td></tr>
<tr><td>A soma de um número com 3</td><td></td></tr>
<tr><td>O quádruplo de um número</td><td>4X</td></tr>
<tr><td>A diferença entre um número e dois</td><td></td></tr>
<tr><td>O quadrado de um número</td><td></td></tr>
<tr><td>A quinta parte de um número</td><td></td></tr>
<tr><td>A diferença entre um número e seu quadrado</td><td></td></tr>
<tr><td>A soma e um número com a metade desse número</td><td>X+:X</td></tr>
</table>
</td>
<td>Observou-se que o aluno apresenta grande dificuldade para representar matematicamente algumas frases que envolvem mais termos.</td>
</tr>
<tr><td colspan="2">Notou-se que os alunos não estão familiarizados com a simbologia matemática, o que os levam a cometer vários erros decorrentes dessa falta de conhecimento prévio para compreensão das escritas algébricas.</td></tr>
</table>

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA pelo P6.

Na figura 51 apresenta-se a resolução da atividade envolvendo analogia com a balança, desenvolvida por alguns alunos do 6º ano, onde o objetivo era descobrir o valor dos objetos apresentados nessas balanças. As atividades foram disponibilizadas pelo P7.

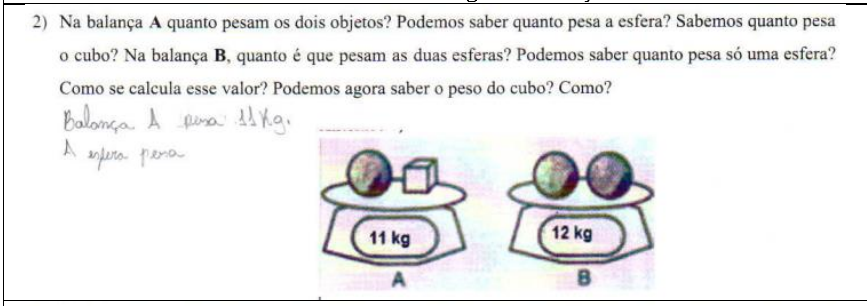
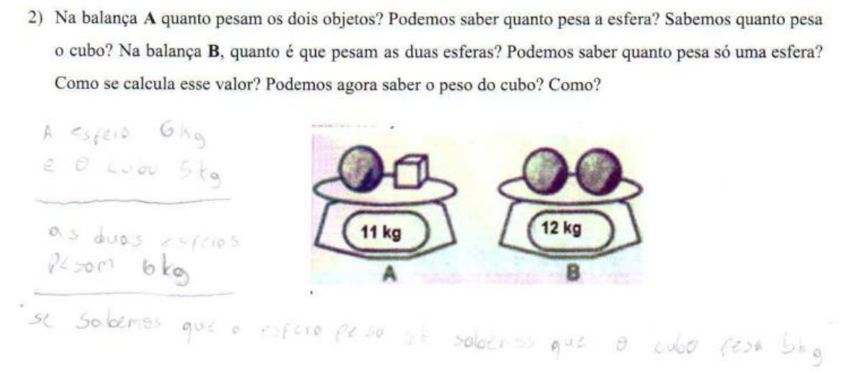
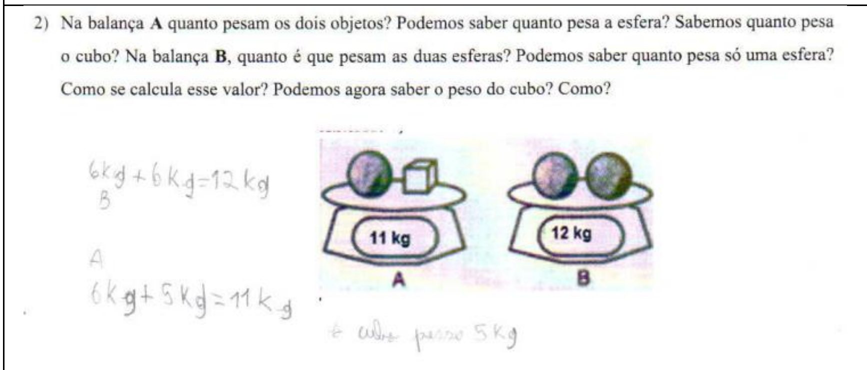
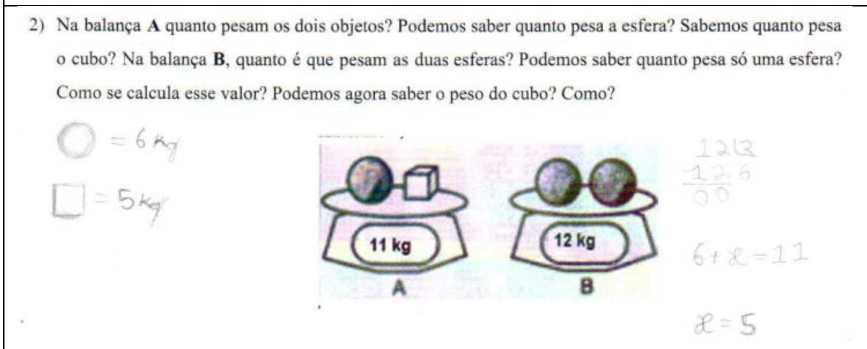
Figura 51 – Tarefa envolvendo balanças aplicada a alunos do 6º ano do E.F.

<table>
<tr><th>Tarefa sobre analogia a balança</th><th>Obstáculo Identificado</th></tr>
<tr><td>
</td>
<td>Observou-se que o aluno primeiramente identificou quanto pesam os objetos no prato esquerdo da balança e determinou que totalizavam 105g, após deduziu que a balança para estar em equilíbrio o prato direito também deveria ter 105g, assim identificou que o círculo, ou seja, a “esfera” (erro no enunciado) pesa 73g, logo concluiu que cada cubo pesa 16g.</td></tr>
<tr><td>
</td>
<td>Observou-se que o aluno não concluiu a atividade, apenas identificou que os objetos do prato a esquerda pesavam juntos 105g.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Observa-se que os alunos não utilizaram uma representação algébrica para a resolução da tarefa, apesar do primeiro aluno chegar na resposta correta, não escreveu algebricamente a situação matemática.</td></tr>
</table>

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA, aplicada pelo P7.

Na figura 52 apresenta-se a resolução da atividade envolvendo analogia com a balança, desenvolvida por alguns alunos do 7º ano, onde o objetivo era descobrir o valor dos objetos apresentados nestas balanças. As atividades foram disponibilizadas pelo P2.

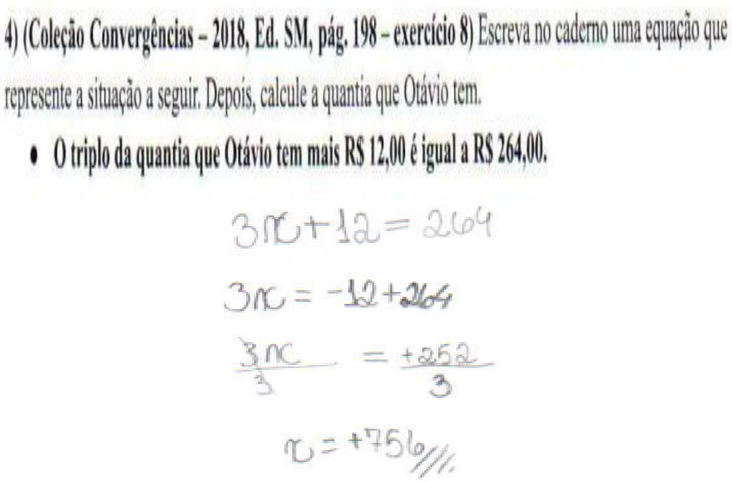
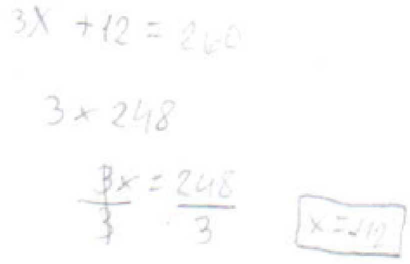
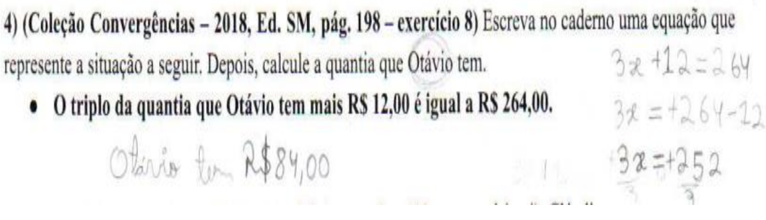
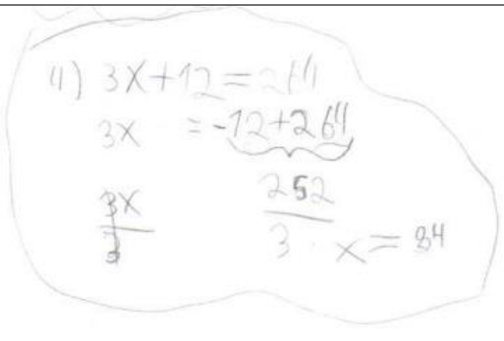
Figura 52 – Tarefa envolvendo balanças aplicada a alunos do 7º ano do E.F.

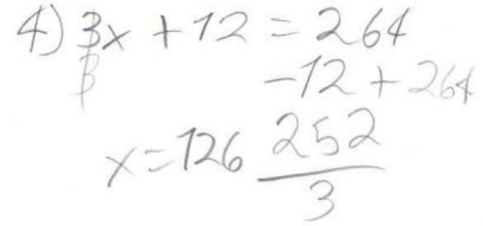
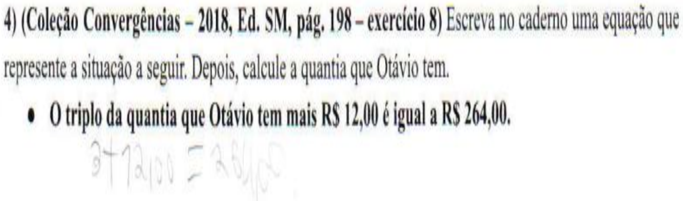
<table>
<tr><th>Tarefa sobre analogia a balança</th><th>Obstáculos Identificados</th></tr>
<tr><td>
2) Na balança A quanto pesam os dois objetos? Podemos saber quanto pesa a esfera? Sabemos quanto pesa o cubo? Na balança B, quanto é que pesam as duas esferas? Podemos saber quanto pesa só uma esfera? Como se calcula esse valor? Podemos agora saber o peso do cubo? Como?
Balança A pesa 11Kg.
A esfera pesa</td><td>Observou-se que o aluno não apresentou o valor dos objetos solicitados.</td></tr>
<tr><td>
2) Na balança A quanto pesam os dois objetos? Podemos saber quanto pesa a esfera? Sabemos quanto pesa o cubo? Na balança B, quanto é que pesam as duas esferas? Podemos saber quanto pesa só uma esfera? Como se calcula esse valor? Podemos agora saber o peso do cubo? Como?
A esfera 6kg
e o cubo 5kg
as duas esferas pesam 6kg
se sabemos que a esfera pesa 6 sabemos que o cubo pesa 5kg</td><td>Observou-se que o aluno procurou explicar passo a passo seu pensamento e dedução do valor dos objetos.</td></tr>
<tr><td>
2) Na balança A quanto pesam os dois objetos? Podemos saber quanto pesa a esfera? Sabemos quanto pesa o cubo? Na balança B, quanto é que pesam as duas esferas? Podemos saber quanto pesa só uma esfera? Como se calcula esse valor? Podemos agora saber o peso do cubo? Como?
6kg + 6kg = 12kg
B
A
6kg + 5kg = 11kg
e cubo pesa 5kg</td><td>Observou-se que o aluno utilizou uma sentença matemática para representar e deduzir o valor dos objetos, concluindo assim o peso do cubo, conforme solicitado no enunciado.</td></tr>
<tr><td>
2) Na balança A quanto pesam os dois objetos? Podemos saber quanto pesa a esfera? Sabemos quanto pesa o cubo? Na balança B, quanto é que pesam as duas esferas? Podemos saber quanto pesa só uma esfera? Como se calcula esse valor? Podemos agora saber o peso do cubo? Como?
○ = 6kg
□ = 5kg
12 | 2
-12 6
00
6 + x = 11
x = 5</td><td>Observou-se que o aluno utilizou a representação algébrica para determinar o valor do cubo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Observa-se que nem todos os alunos responderam as questões solicitadas conforme o enunciado da questão, alguns apresentaram somente o valor do cubo.</td></tr>
</table>

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA, Aplicada pelo P2.

Na figura 53 apresenta-se a resolução da atividade envolvendo situações-problema, desenvolvida por alguns alunos do 7º ano, onde o objetivo era descobrir o valor da variável. As atividades foram disponibilizadas pelo P6.

Figura 53 – Tarefa sobre equações do 1º grau aplicada a alunos do 7º ano do E.F.

Tarefa sobre equações do 1º grau	Obstáculos Identificados
 4) (Coleção Convergências – 2018, Ed. SM, pág. 198 – exercício 8) Escreva no caderno uma equação que represente a situação a seguir. Depois, calcule a quantia que Otávio tem. • O triplo da quantia que Otávio tem mais R$ 12,00 é igual a R$ 264,00. $3x+12=264$ $3x=-12+264$ $\frac{3x}{3}=\frac{+252}{3}$ $x=+756$	Observou-se que o aluno escreveu corretamente a equação, aplicou os princípios aditivo e multiplicativo, porém ao determinar a raiz da equação em vez de “dividir por 3” ele “multiplicou por 3”. O aluno apresenta bom entendimento do conteúdo contudo teve falta de atenção ao determinar o resultado.
 $3X+12=260$ $3x\ 248$ $\frac{3x}{3}=\frac{248}{3}$ $\boxed{x=2[illegible]}$	Observou-se que o aluno escreveu a equação de acordo, porém no segundo membro em vez de “264” ele escreveu “260” o que ocasionou uma sucessão de erros em sequência.
 4) (Coleção Convergências – 2018, Ed. SM, pág. 198 – exercício 8) Escreva no caderno uma equação que represente a situação a seguir. Depois, calcule a quantia que Otávio tem. • O triplo da quantia que Otávio tem mais R$ 12,00 é igual a R$ 264,00. Otávio tem R$84,00 $3x+12=264$ $3x=+264-12$ $\frac{3x}{3}=\frac{+252}{3}$	Observa-se que o aluno seguiu corretamente todos os passos para a resolução da equação, aplicou os princípios aditivo e multiplicativo e encontrou a raiz da equação e finalizou respondendo à questão do enunciado.
 4) $3X+12=264$ $3X=\underbrace{-12+264}$ $\frac{3X}{3}\ \frac{252}{3}\ X=84$	Observou-se que o aluno desenvolveu corretamente a equação, aplicou os princípios aditivo e multiplicativo e encontrou a raiz da equação.

<table>
<tr><td>
</td><td>Observou-se que o aluno escreveu corretamente a equação, porém ao determinar o valor da raiz errou na divisão.</td></tr>
<tr><td>
4) (Coleção Convergências – 2018, Ed. SM, pág. 198 – exercício 8) Escreva no caderno uma equação que represente a situação a seguir. Depois, calcule a quantia que Otávio tem.

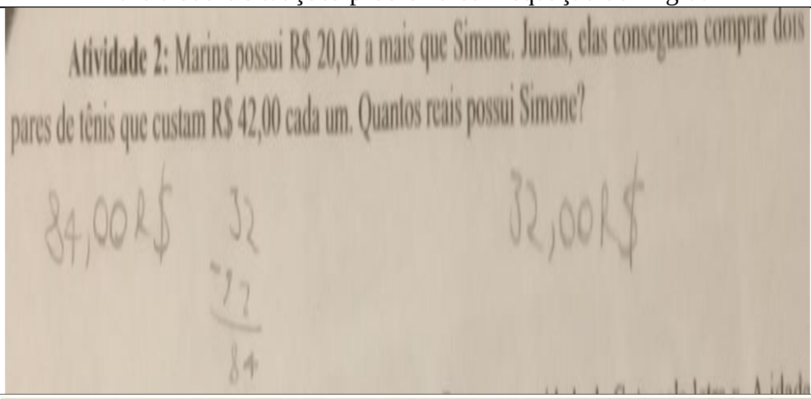
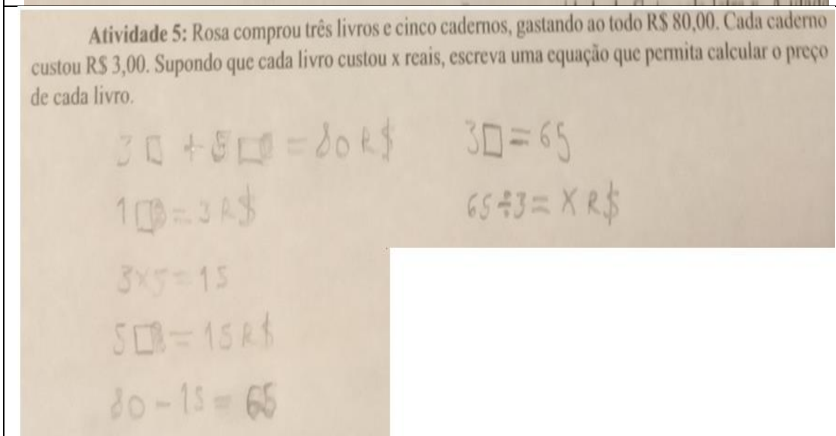
• O triplo da quantia que Otávio tem mais R$ 12,00 é igual a R$ 264,00.

3+12,00 = 264,00</td><td>Observou-se que o aluno apenas escreveu a equação e com erro na representação, em vez de escrever “o triplo da quantia” ele escreveu somente o número “3”.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Notou-se que a maioria dos alunos apresentou falta de atenção na organização e resolução da equação, também que poucos, ao encontrarem as respostas, finalizam o exercício respondendo a questão do enunciado.</td></tr>
</table>

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA, aplicada pelo P6.

Na figura 54 apresenta-se a resolução de duas atividades de situações-problema envolvendo equações de 1º grau, desenvolvida por um aluno do 7º ano, onde o objetivo era descobrir o valor da variável. As atividades foram disponibilizadas pelo P2.

Figura 54 – Tarefa sobre equações de 1º grau aplicada a alunos do 7º ano do E.F.

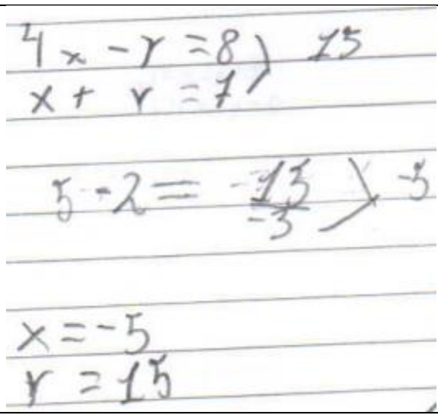
<table>
<tr><th>Tarefa sobre situações-problema com equação do 1º grau</th><th>Obstáculo Identificado</th></tr>
<tr><td>
Atividade 2: Marina possui R$ 20,00 a mais que Simone. Juntas, elas conseguem comprar dois pares de tênis que custam R$ 42,00 cada um. Quantos reais possui Simone?
</td><td>Observou-se que o aluno encontrou a resposta da situação-problema solicitada, porém não escreveu a equação para representar matematicamente o problema.</td></tr>
<tr><td>
Atividade 5: Rosa comprou três livros e cinco cadernos, gastando ao todo R$ 80,00. Cada caderno custou R$ 3,00. Supondo que cada livro custou x reais, escreva uma equação que permita calcular o preço de cada livro.
</td><td>Observou-se que nessa atividade o aluno procurou representar por símbolos os itens mencionados no problema, sendo que o solicitado era apenas escrever a equação que representava a situação-problema, não estava pedindo que determinasse o preço de cada livro. O que também o aluno não apresentou.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Notou-se que o aluno utilizou a dedução para encontrar valores das situações-problema, porém em nenhuma das atividades escreveu a equação para representar matematicamente o solicitado no problema.</td></tr>
</table>

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA, aplicada pelo P2.

Na figura 55 apresenta-se a resolução da atividade envolvendo sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis, desenvolvida por alguns alunos do 8º ano, onde o objetivo era descobrir o valor das variáveis “x” e “y”. As atividades foram disponibilizadas pelo P6.

Figura 55 – Tarefa sobre sistemas de equações do 1º grau a alunos do 8º ano do E.F.

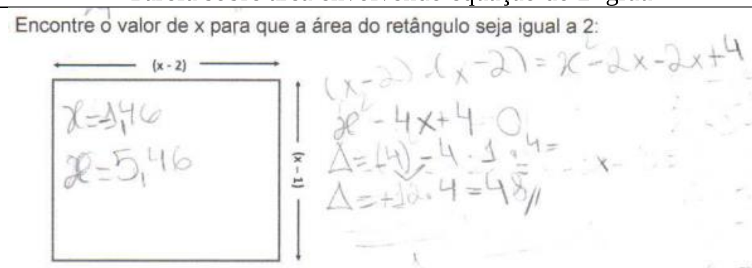
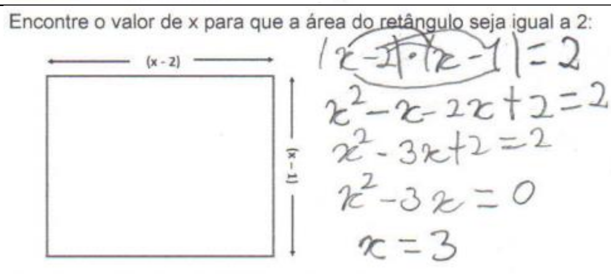
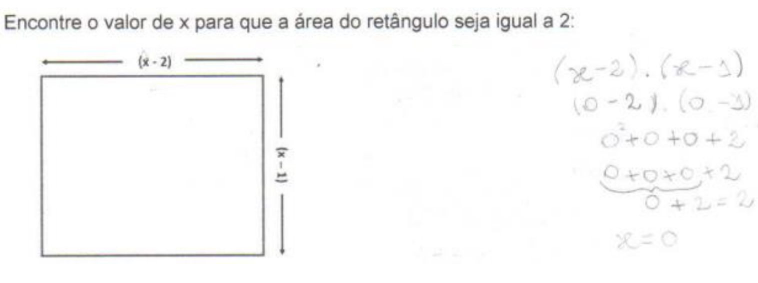
Tarefa sobre sistemas de equação do 1º grau	Obstáculo Identificado
b) $\begin{cases} 4x - y = 8 \\ x + y = 7 \end{cases} \rightarrow$ $4.(-1-y) - y = 8$ $-4 - 2y = 8$ $-2y = 8$ $y = 4$ $x = 7 - y$ $x = 3$	Observou-se que o aluno procurou utilizar o método da substituição para a resolução do sistema, contudo ao substituir o valor provável para “x” na primeira equação em vez de escrever “7 – y” escreveu “– 1 – y” o que ocasionou o erro no restante da resolução.
B) $4.(-1-Y) - Y = 8$ $-4 - 2Y = 8$ $-2y = 8$ $8 : 2 = 4$ $y = 4$ $x = 7 - y$ $x = 3$	Observou-se que o aluno cometeu erros idênticos aos mencionados acima, procurou utilizar o método da substituição para a resolução do sistema, contudo ao substituir o valor provável para “x” na primeira equação em vez de escrever “7 – y” escreveu “– 1 – y” o que ocasionou o erro no restante da resolução.
$+\begin{cases} 4x - y = 8 \\ x + y = 7 \end{cases}$ $5x = 15$ $x = \frac{15}{5}$ $x = 3$ $3 + y = 7$ $y = 4$	Observou-se que o aluno utilizou o método da adição para a resolução do sistema, seguiu todas as etapas da resolução e encontrou o valor das variáveis “x” e “y”.
$\begin{cases} 4x - y = 8 \\ x + y = 7 \end{cases}$ $4.(7 - y) - y = 10$ $28 - 4y = 8$ $-4y - 1y = 8 + 28$ $-5y = 36 \times (1)$ $5.y = 36$ $\boxed{y = \frac{36}{5}}$ $x + y = 7$ $14 + y = 7$ $y = 14 - 7 = 7$ $\boxed{x = 14}$	Observou-se que o aluno procurou utilizar o método da substituição para a resolução da equação, contudo ao longo do desenvolvimento foi cometendo alguns erros. Quando substituiu o valor de “x” na primeira equação após, igualou a “10” sendo que o correto seria “8”, em seguida ao resolver a multiplicação esqueceu de acrescentar o termo “– y” no primeiro membro, quando foi calcular os termos semelhantes, não aplicou corretamente o princípio aditivo para o termo “28” que estava no primeiro membro pois este deveria estar “– 28” no segundo membro da equação, sendo assim o restante da resolução teve um a sucessão de erros ocasionados pela falta de atenção.

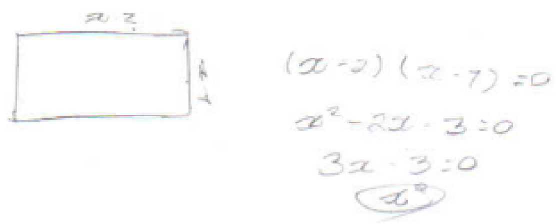
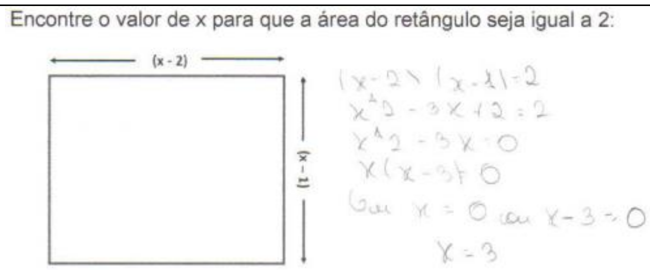
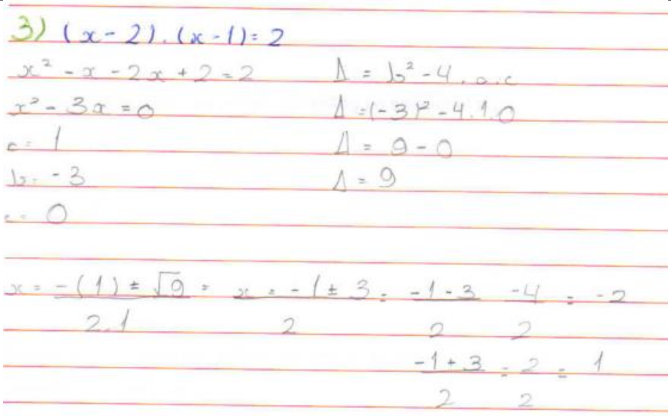
	Observou-se que o aluno procurou utilizar o método da adição para a resolução do sistema, porém desde o início cometeu erros como a soma dos termos “4x” e “x” que escreveu somente o número “5” esquecendo de acrescentar o “x” e a soma dos termos “– y” e “+y” visto que são simétricos e um anula o outro, ele escreveu o valor “– 2”.
Notou-se que maioria dos erros apresentados foi devido à falta de atenção dos alunos, pois o método e o procedimento para resolução sabiam aplicar.	

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA, aplicada pelo P6.

Na figura 56 apresenta-se a resolução da atividade envolvendo área, desenvolvida por alguns alunos do 9º ano, onde o objetivo era descobrir o valor da variável “x”. As atividades foram disponibilizadas pelo P8.

Figura 56 – Tarefa sobre área aplicada a alunos do 9º ano do E.F.

Tarefa sobre área envolvendo equação do 2º grau	Obstáculo Identificado
	Observou-se que um dos erros apresentados foi a organização da expressão, pois o aluno deveria escrever (x-2)(x-1) = 2, e o aluno escreveu (x-2)(x-2) iniciando a resolução e também não igualou a expressão algébrica a 2, conforme mencionado no enunciado.
	Observou-se que o aluno organizou corretamente a expressão algébrica, porém determinou apenas uma das raízes “x = 3”.
	Observou-se que um dos erros apresentados foi a organização da expressão, pois o aluno deveria escrever (x-2)(x-1) = 2, e o aluno escreveu (x-2)(x-1), não igualou a expressão a 2 conforme mencionado no enunciado e sem o desenvolvimento correto da equações, determinou que uma das raízes seria “x = 0”.

	Observou-se que um dos erros apresentados foi a organização da expressão, pois o aluno deveria escrever (x-2)(x-1) = 2, e o aluno escreveu (x-2)(x-1) = 0, não igualou a expressão a 2 conforme mencionado no enunciado. Outro erro foi a resolução da multiplicação algébrica.
	Observou-se que apesar do desenvolvimento e resolução correta da equação, o aluno utilizou algum aplicativo para resolução pois apresentou na equação “**x^2**”, símbolo utilizado em aplicativos e deveria ter escrito “$\mathbf{x^2}$”.
	Observa-se que o aluno organizou corretamente a equação, resolveu a multiplicação e determinou os coeficientes de acordo, também determinou o valor de delta corretamente, porém ao determinar x_1 e x_2 substituiu o valor de “b”, por 1 e deveria ter substituído por -3, ocasionando o erro na resolução da equação.
Notou-se que em nenhum momento os alunos utilizaram os princípios aditivo e multiplicativo para resolução da equação, também não apresentaram a conclusão de suas resoluções mencionando as raízes e identificando quais os valores de x para que a área do retângulo seja igual a 2.	

Fonte: Tarefas matemáticas aplicas na THA, aplicada pelo P8.

Frente aos erros cometidos pelos alunos durante a aplicação da THA na resolução de equações do 1º grau nos anos finais do Ensino Fundamental, o referido trabalho teve a intenção de identificar os obstáculos que levam os alunos a cometê-los e, auxiliar os professores a encontrarem metodologias que auxilie na superação desses e assim subsidiar a tomada de decisões.

Llinares (2008) ressalta-se que,

> ainda que sejam inúmeras as competências necessárias para um professor de Matemática atuar na Educação Básica, defende-se a importância da competência de *Observar com Sentido* situações de ensino (LLINARES, 2011), analisando as respostas dos estudantes, dotando de sentido as situações de ensino planejadas e tomando decisões de ação futuras. Esta competência consiste na capacidade de identificar e compreender uma determinada situação (*Observar com Sentido*) como aspecto relevante no processo de ensino e aprendizagem da Matemática (LLINARES, 2011).

Pretende-se com o estudo dessas análises que os professores possam utilizar esses erros como um caminho para a aprendizagem e não como algo com que o aluno deva se sentir intimidado e sim como a possibilidade de construção e superação ao longo do processo.

Com a aplicação das tarefas matemáticas nos anos finais do Ensino Fundamental com a temática equações e com graus de dificuldades diferenciados conforme as demandas cognitivas, pode-se constatar os mais diversos tipos de erros.

Segundo Camilloni (1997, p.127),

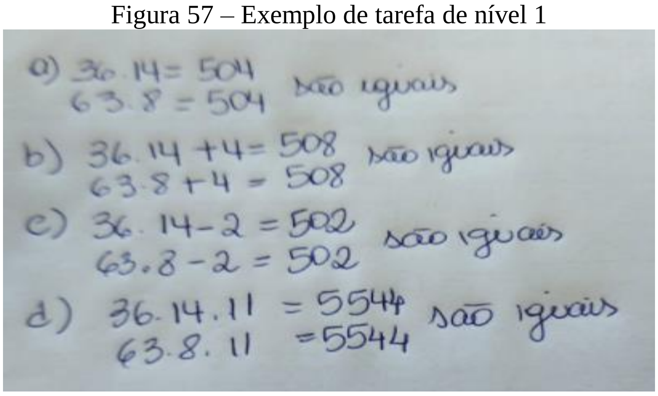
> Para considerar o aspecto didático dos obstáculos epistemológicos e a transcendência que tem o fato de que os alunos os superem. São exploradas diversas modalidades de trabalho, particularmente as que dão prioridade as estratégias por conflito cognitivo ou sociocognitivo. A identificação dos obstáculos contribui para consolidar e estruturar os conceitos, pois a formulação daquilo contra o qual se constitui o conceito é determinante para delimitá-lo.

Nesta atividade o grupo de professores, participantes do grupo de formação continuada, escolheu tarefas e as classificou de acordo com a demanda cognitiva, justificou as escolhas, analisou os conhecimentos matemáticos que estavam envolvidos e antecipou as respostas esperadas pelos estudantes.

Após, analisaram as respostas dos estudantes e tomaram novas decisões de ação para dar continuidade ao processo de ensino do tema Equações.

Os resultados apontaram que os estudantes responderam corretamente as tarefas de nível 1 e 2, tendo problemas em justificar que se mantém a igualdade quando as operações eram realizadas. Isto levou os professores a identificarem que o conceito de igualdade deveria ser reforçado, pois os estudantes resolveram separadamente cada membro da igualdade, conforme observa-se na figura 57.

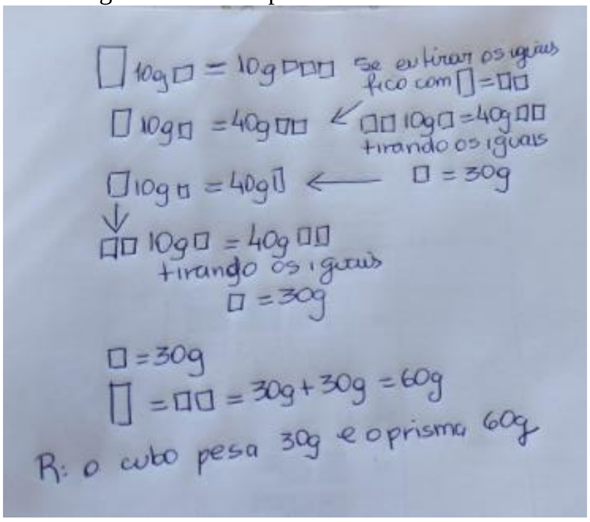
Figura 57 – Exemplo de tarefa de nível 1



Fonte: Registro das respostas de um estudante a tarefa 1.

A tarefa de nível 3, embora os estudantes tenham discutido em grupos, tiveram dificuldades para organizar o pensamento e conseguir registrar como uma igualdade. Após a mediação do professor e o uso da analogia a uma balança de dois pratos conseguiram realizar a atividade e o registro dela. Observa-se no registro da Figura 58 que conseguiram registrar como uma igualdade e encontraram a resposta corretamente.

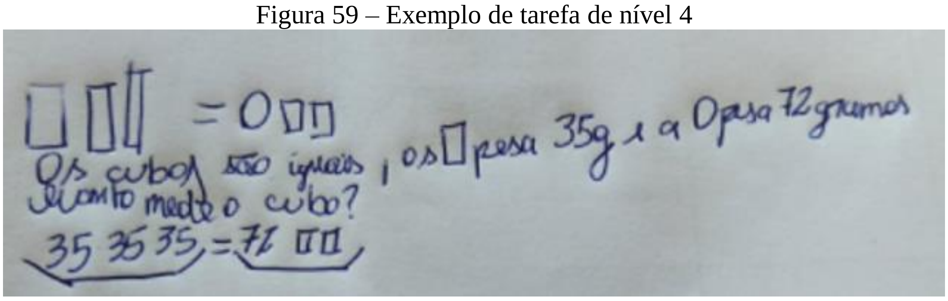
Figura 58 – Exemplo de tarefa de nível 3



Fonte: Resposta de um grupo de estudantes a tarefa 3.

Em relação a tarefa de nível 4 os estudantes encontraram dificuldades e não conseguiram registrar na forma de uma equação. Indicando que são necessárias mais tarefas que reforcem o conceito de igualdade e do registro de situações problemas que devem ser representadas na forma de uma equação. No registro dos estudantes ao resolverem a tarefa de nível 4 na figura 59, observa-se que conseguiram interpretar corretamente a igualdade, embora não tenham representado as operações corretamente e desta forma não conseguiram aplicar o princípio aditivo para resolver a igualdade. O que indica que necessitam aprofundamento no registro e na aplicação do princípio referido, indicando que mais situações de ensino devem ser desenvolvidos com estes estudantes.

Figura 59 – Exemplo de tarefa de nível 4



Fonte: Registro do desenvolvimento de um grupo de estudantes da tarefa de nível 4.

Se um professor deve, ao longo de sua carreira profissional, planejar situações de ensino e aprendizagem de tópicos particulares para grupos de estudantes diferenciados e contextos escolares particulares, é necessário analisar estas situações para inferir sobre o conhecimento necessário e as maneiras de utilizá-los que podem ser mais pertinentes para tomar as melhores decisões. Então é importante que aconteçam experiências deste tipo na formação continuada de professores, para que estas competências sejam desenvolvidas e aprimoradas ao longo da carreira docente (Contreras e Blanco, 2002; Corral e Zurbano, 2000, Penalva, Escudero e Barba, 2006, Llinares, 2009).

Entende-se que as tarefas matemáticas por si só não são suficientes para gerar uma atividade matemática mais significativa, e que não basta propor boas tarefas matemáticas para transformar o ensino, no entanto, se reconhece a necessidade de o professor refletir a respeito delas para que possa fazer escolhas e proposições que sejam adequadas à aprendizagem dos estudantes. Corrobora-se a ideia de Penalva e Llinares quando afirmam: "A escolha de tarefas, quando inseridas em um contexto de observação das manifestações de raciocínio matemático dos estudantes, está caracterizada pela aquisição da competência docente de olhar profissionalmente (PENALVA; LLINARES, 2011).

Apresenta-se a seguir o planejamento de atividades para o 6º ano, aplicadas pelo P5, no ano de 2019 e o planejamento de atividades para os 7º anos em 2020.

O professor começou a trabalhar a sequência didática em 2019 com o 6º ano A turno da manhã, o 6º ano B turno da tarde era outro professor. Iniciou com as primeiras atividades disponibilizadas na formação, pegou o material e escreveu no quadro, relatou então que os alunos apresentaram dificuldades, levaram muito tempo para copiar, o que resultou em pouco tempo para desenvolver as atividades, na outra aula projetou o material e, assim, os alunos não tinham que copiar, sobrando mais tempo para a resolução das atividades. Começaram a trabalhar a ideia com tarefas de igualdade, que os dois lados (membros) de uma igualdade devem ser iguais (representar o mesmo valor), explicando que a esquerda da igualdade era o primeiro membro e a direita da igualdade o segundo membro, como eles não precisavam copiar conseguiram resolver mais atividades.

Na figura 60 apresentam-se as tarefas aplicadas com o 6º ano A, disponibilizadas pelo P5.

Figura 60 – Tarefas aplicadas com o 6º ano A em 2019

Desenvolva as multiplicações em cada membro da igualdade: 36 . 14 = 63 . 8 • Qual resultado em cada membro? • Multiplicando cada membro dessa igualdade por 11, o que você percebe?	Resolveram a atividade com facilidade.

<table>
<tr>
<td>Sem realizar cálculos, associe as fichas que possuem o mesmo resultado, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondente.

1023 + 4728   9572 + 3946   14374 + 7805

7805 + 14374   4728 + 1023   3946 + 9572</td>
<td>Resolveram a atividade com facilidade.</td>
</tr>
<tr>
<td>Bruno comprou 2 embalagens com 10 litros de água cada uma e Gustavo comprou 4 embalagens com 5 litros de água cada uma.

Com base nas informações acima, desenvolva as questões a seguir:

a) Para calcular quantos litros de água cada um comprou, faça as multiplicações. Quantos litros cada um comprou?

b) Na semana seguinte, os garotos compraram o dobro de embalagens que haviam comprado na semana anterior. Calcule quantos litros cada um comprou.

c)Com base nas respostas dos itens a e b, o que você percebe?</td>
<td>Alguns alunos já começaram a construir a ideia da igualdade, sabendo que o primeiro membro deve ser igual ao segundo membro e vice-versa.</td>
</tr>
<tr>
<td>Descubro o valor de a nas igualdades a seguir.
a) a . 20 = 0

b) 34 . a = 2 . 34

c) 10 . a . 5 = 2 . 25 . 1

d) 12 . 3 . a = 3 . 0 . 12</td>
<td rowspan="2">Nessas atividades já começamos a trabalhar a ideia da álgebra, envolvendo letras.
Expliquei que ponto era multiplicação, alguns não sabiam.</td>
</tr>
<tr>
<td>• Descubra qual número torna cada igualdade verdadeira.

a) 6 . 8 . 12 = 4 . 12 . a

b) 12 . 6 . 15 = 18 . 4 . a

c) 24 . 12 . 23 = 16 .18 . a

d) 45 . 14 . 38 = 35 . 18 . a</td>
</tr>
<tr>
<td>Reúna-se com dois colegas para fazer o que se pede.

a) Cada um deve encontrar dois números naturais em que um pode ser dividido pelo outro para obter resultado 20.

b) Compare os números que você obteve no item anterior com os números obtidos pelos colegas. Eles são iguais?

c) Existem mais opções de números naturais para essa divisão?</td>
<td>Conseguiram resolver sem dificuldades.</td>
</tr>
<tr>
<td>Sabendo que a e b são números naturais e que a . b = 42, responda as questões.

a) Qual é o valor de b . a ?

b) Qual é o valor de a . b . 1 ?

c) Qual é o valor de a . b . 0 ?

d) Qual é o valor de (a . b) . 2 ?

e) Qual é o valor de a . (b . 2) ?

f) Qual é o valor de a . 2 . b ?</td>
<td>Nessa atividade já haviam construído o conceito e resolveram com naturalidade.</td>
</tr>
</table>

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA pelo P5.

O professor relatou que uma das dificuldades que identificou quando os alunos resolviam as tarefas foi em relação à simbologia, teve que explicar que o ponto representava a multiplicação. Outra dificuldade foi o aluno compreender que a letra x passa a ser a representação de um número, de uma variável. Que qualquer letra pode ser a representação de um número, pois é um valor variável dependendo da situação que estão trabalhando.

O professor mencionou que a sequência didática desenvolvida nas formações auxiliou seu planejamento e que trabalhar as propriedades da igualdade despertou nos alunos a atenção para cálculos com diversas operações. Após essa compreensão, tornaram-se mais significativas para os alunos as atividades trabalhadas, conforme apresentadas anteriormente.

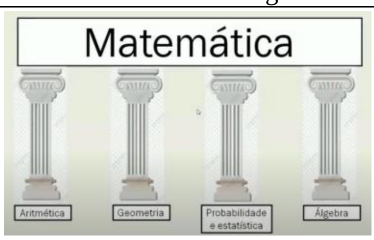
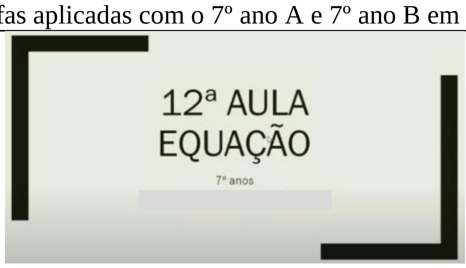
O professor apontou que teria que replanejar para o próximo ano, pois seria necessário trabalhar a parte inicial da álgebra, trabalhar a equivalência, a analogia da balança com mais ênfase e trabalhar mais atividades com imagens para introduzir a ideia que letras podem ocupar o lugar que qualquer objeto ou número, explorar mais atividades sobre o princípio aditivo e multiplicativo.

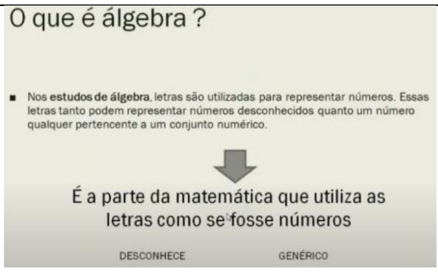
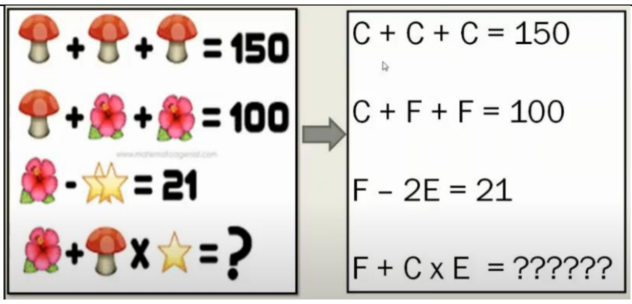
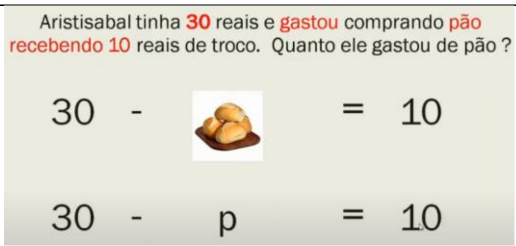
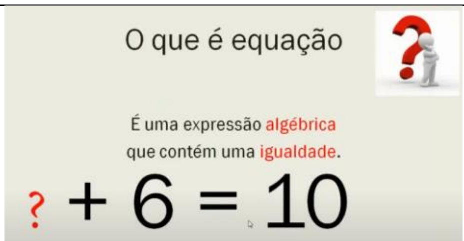
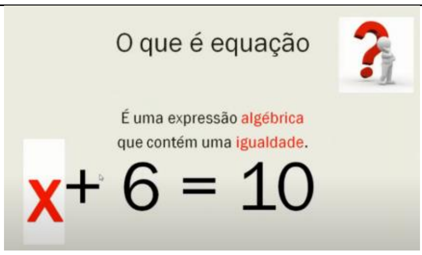
Em 2020 o professor trabalhou com as turmas do 7º ano A no turno da manhã e 7º ano B no turno da tarde, que eram os 6º anos em 2019. Relatou que foi visível que a turma do 7º ano A, que teve a introdução da álgebra, em 2020 apresentou menos dificuldade ao trabalhar as atividades de igualdade, pois já tinha conhecimento sobre o assunto. E a turma do 7º ano B que não teve o conteúdo de igualdade em 2019, apresentou muitas dificuldades e não tinha noção sobre igualdade nem sobre a nomenclatura utilizada (primeiro membro, segundo membro, variável).

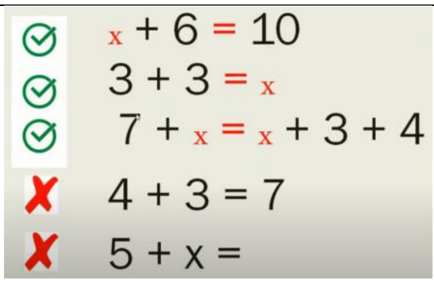
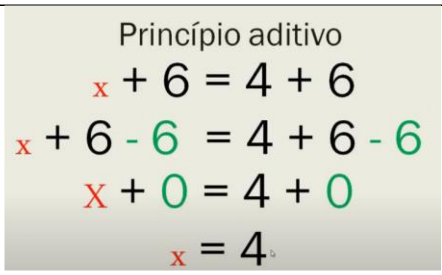
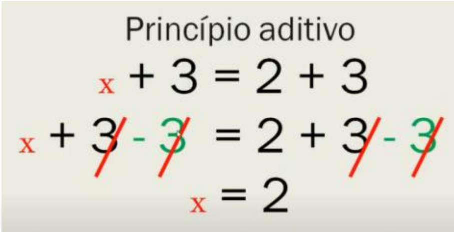
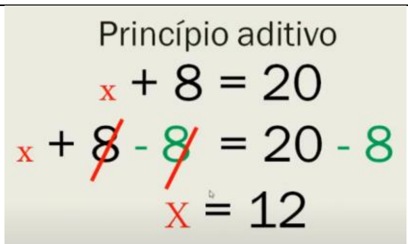
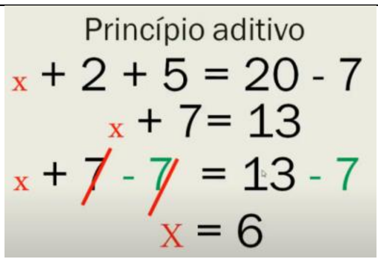
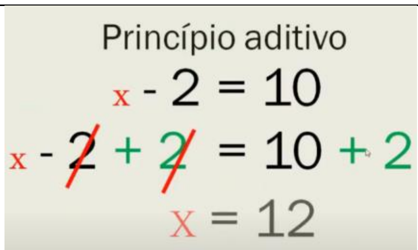
O professor mencionou que enquanto a turma do 7º ano A avançava no conteúdo, a turma do 7º ano B estava começando a ideia de igualdade, dos termos, dos membros e variável, apresentando mais dificuldades para trabalhar as equações do que o 7º ano A. Relatou também, que não conseguiu identificar se foi pelo motivo da pandemia, que a turma do 7º ano B apresentou muito mais dificuldades do que a turma do 7º ano A.

Na Figura 61 apresentam-se as tarefas aplicadas com o 7º ano A e 7º ano B, disponibilizadas pelo P5.

Figura 61– Tarefas aplicadas com o 7º ano A e 7º ano B em 2020

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>O professor apresentou o que se trabalha na matemática, explicando o que é álgebra e onde se utiliza.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td rowspan="2">O professor apresentou a atividade para fazerem a conexão do objeto com a letra.
Foi desafiando os alunos a construírem a ideia de que álgebra envolve letras e números.
Que no lugar de uma figura pode-se colocar uma letra.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>Apresentou o problema e foi escrevendo a equação e questionando, que eles não poderiam deixar a figura do pão, então qual letra poderia colocar no lugar.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td rowspan="2">O professor começou a introduzir o conceito de equação.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>O professor apresentou sentenças para que pudessem identificar o que era equação.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>O professor apresentou equações e trabalhou o princípio aditivo.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>O professor mencionou que os alunos da turma do 7º ano B, não conseguiam compreender o processo, então teve que realizar várias atividades para que visualizassem o que significava trabalhar o princípio aditivo.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td rowspan="2">Atividades que o professor apresentou aos alunos para que trabalhassem o princípio aditivo.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA pelo P5.

O professor descreveu que a ideia era desenvolver toda a sequência didática, porém como as aulas foram remotas, não foi possível trabalhar na íntegra, mas pretende seguir toda a

THA, para todos os anos do Ensino Fundamental, em especial, iniciar com um 6º ano e dar continuidade com essa turma até o 9º ano. Igualmente, o professor observou que ter uma THA já organizada e discutida, com atividades em sequência e com objetivos claros o auxiliou a realizar e planejar suas aulas, ficando mais fácil identificar os obstáculos que os alunos teriam e isto subsidiou sua tomada de decisão em como continuar suas aulas seguintes, decidindo seguir adiante ou ter mais atividades ou ter exercícios de revisão.

O professor relatou que, devido ao fato de as aulas serem remotas, houve prejuízo para a aplicação da THA, também que a disparidade de entendimento das turmas sobre o conteúdo foi um fator agravante para o desenvolvimento da sequência didática, como as aulas eram via *meet*, nem todos os alunos conseguiam participar em todas as semanas, por não terem acesso ou por não possuírem um aparelho (Computador, notebook ou celular) que estivesse disponível, pois muitos alunos tem irmãos que também têm aulas remotas, o que levava as famílias se organizarem quando cada um poderia utilizar.

O professor mencionou que um ponto positivo foi ter o material das formações de 2019, pois as atividades já estavam organizadas e ele precisou apenas complementar com outras tarefas.

O professor relatou que para o próximo ano teria que reformular todo seu planejamento para poder atender às necessidades dos alunos, pois haveria alunos em diversos níveis de entendimento algébrico devido à falta de aula presencial e de contato direto com professor para a explicação.

Uma preocupação que o professor tinha antes das formações era a falta de material concreto para trabalhar com os alunos, um exemplo mencionado foi em relação aos produtos notáveis, que para o aluno era um grande obstáculo, pois era muito abstrato. A partir da sequência didática desenvolvida na THA, para todos os anos finais do Ensino Fundamental existem atividades concretas para trabalhar com os alunos, facilitando o entendimento e tornando as aulas mais atrativas.

Apresenta-se a seguir as atividades para o 7º ano, aplicada pelo P6, em 2020. O professor reorganizou seu planejamento e acrescentou mais tarefas sobre as propriedades das igualdades, analogia à balança, escrita matemática, valor desconhecido e equações do 1º grau. O professor também disponibilizou aos alunos atividades sobre equações do 1º grau no formulário Google.

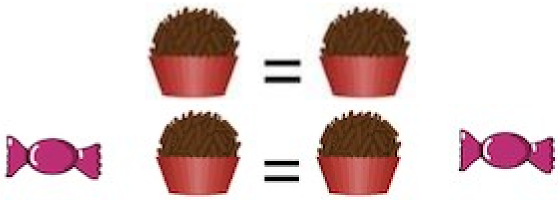
Na figura 62 apresentam-se as tarefas aplicadas pelo P6 sobre igualdade, pois observou que os alunos em 2019 não tiveram muitas aulas sobre equações, então resolveu iniciar com os 7º anos desde as propriedades da igualdade.

Figura 62 – Tarefas sobre propriedade das igualdades, para os 7º anos em 2020

O que é uma igualdade?

Podemos dizer que uma **igualdade** é quando duas operações ou quantidades são iguais entre si, ou seja, quando uma e outra têm o mesmo número de unidades. Utilizamos o símbolo **(=)** para representar essa relação.

Exemplos:



Nos dois exemplos temos igualdades, pois as partes à esquerda e à direita do sinal de igual (=) têm exatamente o mesmo número de figuras e as mesmas figuras.

Veja com números:

$\underbrace{2 + 5}_{7} = \underbrace{5 + 2}_{7}$ $\underbrace{1 + 4}_{5} = \underbrace{3 + 2}_{5}$ $\underbrace{9 - 6}_{3} = \underbrace{1 + 2}_{3}$

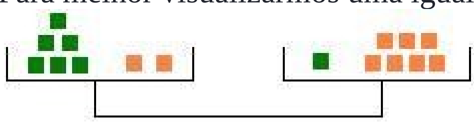
❖ A expressão matemática situada à esquerda do símbolo = é denominada **1° membro da igualdade;**

❖ A expressão matemática situada à direita do símbolo = é denominada **2° membro da igualdade;**

Princípios da igualdade

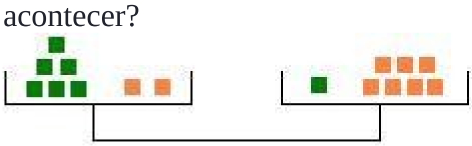
Princípio aditivo da igualdade: adicionando ou subtraindo um mesmo número nos dois membros de uma igualdade obtém-se outra sentença que ainda é uma igualdade.

Para melhor visualizarmos uma igualdade, vamos observar a balança de dois pratos.



Na balança acima temos uma balança equilibrada (igual), pois a quantidade de cubos que tem em um prato é a mesma que tem em outro. Os cubos verdes e laranja têm massas iguais.

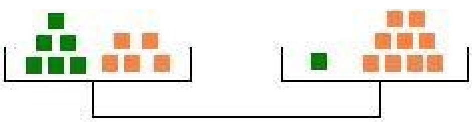
Agora, se pegarmos essa mesma balança e somarmos ou retirarmos cubos? O que irá acontecer?



6+2 **1+7**

Para que a balança continue em equilíbrio o mesmo peso que colocarmos em um lado devemos colocar do outro, então:

Acrescentei 3 cubos laranjas em cada lado.

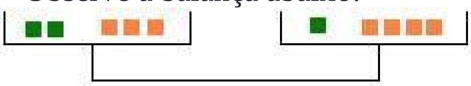


6+2+3 6+2+3

Se retirarmos algum cubo, devemos retirar a mesma quantidade de cada lado para que a balança continue equilibrada.

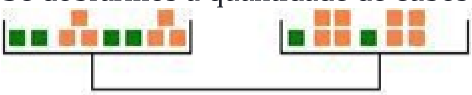
Princípio multiplicativo da igualdade: Multiplicando ou dividindo por um mesmo número (diferente de zero) os dois membros de uma igualdade obtém-se uma nova sentença que ainda é uma igualdade.

Observe a balança abaixo:



2+3 1+4

Se dobrarmos a quantidade de cubos em cada lado teremos:



2 . (2+3) 2 . (1+4)

Concluímos que 2 + 3 = 1 + 4 e 2 . (2 + 3) = 2 . (1 + 4) são duas igualdades.

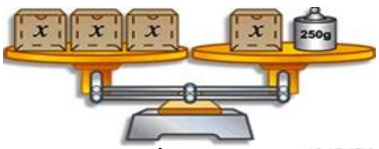
Exercícios:

1) Determine o valor de x, para que cada balança permaneça em equilíbrio.

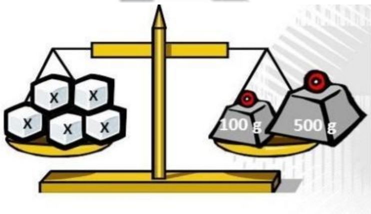
A)

B)

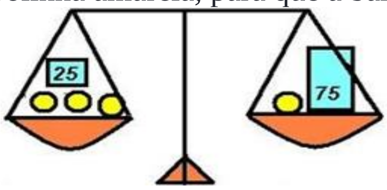
C)



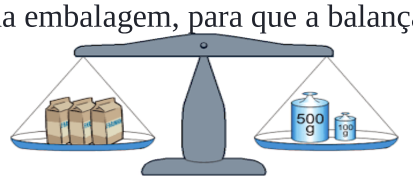
D)



2) Descubra o valor de cada bolinha amarela, para que a balança permaneça em equilíbrio.



3) Descubra o valor de cada embalagem, para que a balança permaneça em equilíbrio



Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA pelo P6.

O professor percebeu que, após a realização das atividades, os alunos conseguiram compreender com mais facilidade, relatou que trabalhar com as ilustrações sobre a analogia à balança possibilitou que os alunos se aproximassem mais de situações do dia a dia. Como as aulas eram remotas, a atividade era disponibilizada aos alunos e, na aula seguinte acompanhavam a correção das tarefas com o professor via *google meet*. O professor observou que os alunos se mantiveram empolgados com a atividade, e muitos participaram ativamente da correção.

Na figura 63 apresentam-se as tarefas aplicadas pelo P6 sobre escrita matemática, pois observou que os alunos ainda apresentavam dificuldades na simbologia matemática.

Figura 63 – Tarefas sobre escrita matemática, para os 7º anos em 2020

Montando equações do 1° grau

Vamos relembrar alguns termos matemáticos:

- Dobro: vezes 2
- Metade: ÷2
- Diferença: -
- Triplo: vezes 3

Exemplo:

Quinze mais o triplo de um número (x) é igual a trinta negativo. Que número é esse?

$$15 + 3x = -30$$
$$15 \mathbf{-15} + 3x = -30 \mathbf{-15}$$
$$3x = -45$$
$$X = -45 \div 3$$
$$X = -15$$

1) Monte as equações e determine o valor de x:

a. O dobro de um número mais seis é igual a esse mesmo número menos cinco:
b. Dezoito mais o triplo de um número é igual ao quíntuplo desse número mais dez:
c. O triplo de um número mais vinte é igual ao dobro desse número menos quinze:
d. O quádruplo de um número mais oito é igual a 40:
e. A metade de um número é igual a 36:
f. A diferença entre um número e vinte e quatro é igual a quatro:
g. A diferença entre o dobro de um número e 25 é igual ao triplo desse mesmo número:
h. O quíntuplo de um número menos dez é igual a dez:

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA pelo P6.

O professor descreveu que alguns alunos apresentavam dificuldades com a simbologia matemática, mesmo com a explicação junto à atividade o obstáculo foi diferenciar o triplo de um número, a terça parte de um número, o cubo de um número e, também, quando havia a palavra “diferença” ainda representada com o símbolo ≠ e não com o sinal de subtração.

Na figura 64 apresentam-se as tarefas aplicadas pelo P6 sobre número desconhecido, pois como os alunos não tiveram muitas atividades anteriormente sobre equações, decidiu retomar todo esse conteúdo para que junto à explicação, mesmo que remota, pudesse retomar os conceitos para resolverem as equações de 1º grau.

Figura 64 – Tarefas sobre valor desconhecido, para os 7º anos em 2020

<u>Números Desconhecidos</u>

A matemática pode ser usada diariamente para resolver diversos problemas que giram em torno de números desconhecidos, comumente representados por letras.

Exemplos:

a) Mariana comprou <u>três canetas</u> e <u>uma lapiseira</u>, e com isso gastou 60 reais. Se a lapiseira custou 24 reais, quanto custou cada caneta?

Logo, **60 – 24 = 36.**

Com isso, temos que 36 reais foi o valor pago nas canetas. Mas como fazer para saber quanto custou cada uma delas?

Basta dividir 36 pelas 3 canetas compradas: **36 : 3 = 12**

Ou seja, cada caneta custou 12 reais, enquanto a lapiseira custou 24 reais.

b) Qual é o número que adicionado a 20 é igual a 45?

? + 20 = 45 → (Podemos substituir por letras os valores desconhecidos)

x + 20 = 45 → Subtraímos 20 do total

x = 45 – 20 = 25

<u>25</u> + 20 = 45

Logo o valor de x é igual a 25 (x = 25)

<u>Equação do 1° Grau</u>

As **equações de primeiro grau** são sentenças matemáticas que estabelecem relações de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, representadas sob a forma: **ax + b = 0**

E a e b são números reais, sendo a um valor diferente de zero (a ≠ 0) e x representa o valor desconhecido.

O valor desconhecido é chamado de **incógnita** que significa "termo a determinar".

As incógnitas são expressas por uma letra qualquer, sendo que as mais utilizadas são x, y, z. Nas equações do primeiro grau, o expoente das incógnitas é sempre igual a 1.

As igualdades abaixo são exemplos de equação do 1° grau:

- 2.x = 4
- 4x + 3 = 15
- 40 = 2a

O lado esquerdo de uma igualdade é chamado de 1º membro da equação e o lado direito é chamado de 2° membro da equação.

Vamos aplicar os princípios aditivo e multiplicativo para resolver as equações do 1° grau: (retomando como fizemos em aula)

Exemplos:

a) 2 + x = 10 (subtrair 2 em ambos os lados)
2 - 2 + x = 10 - 2
X = 8

b) 5.x = 30 (dividir por 5 em ambos os lados)
5x : 5 = 30 : 5
X = 6

1) Encontre os valores desconhecidos das equações do 1° grau:

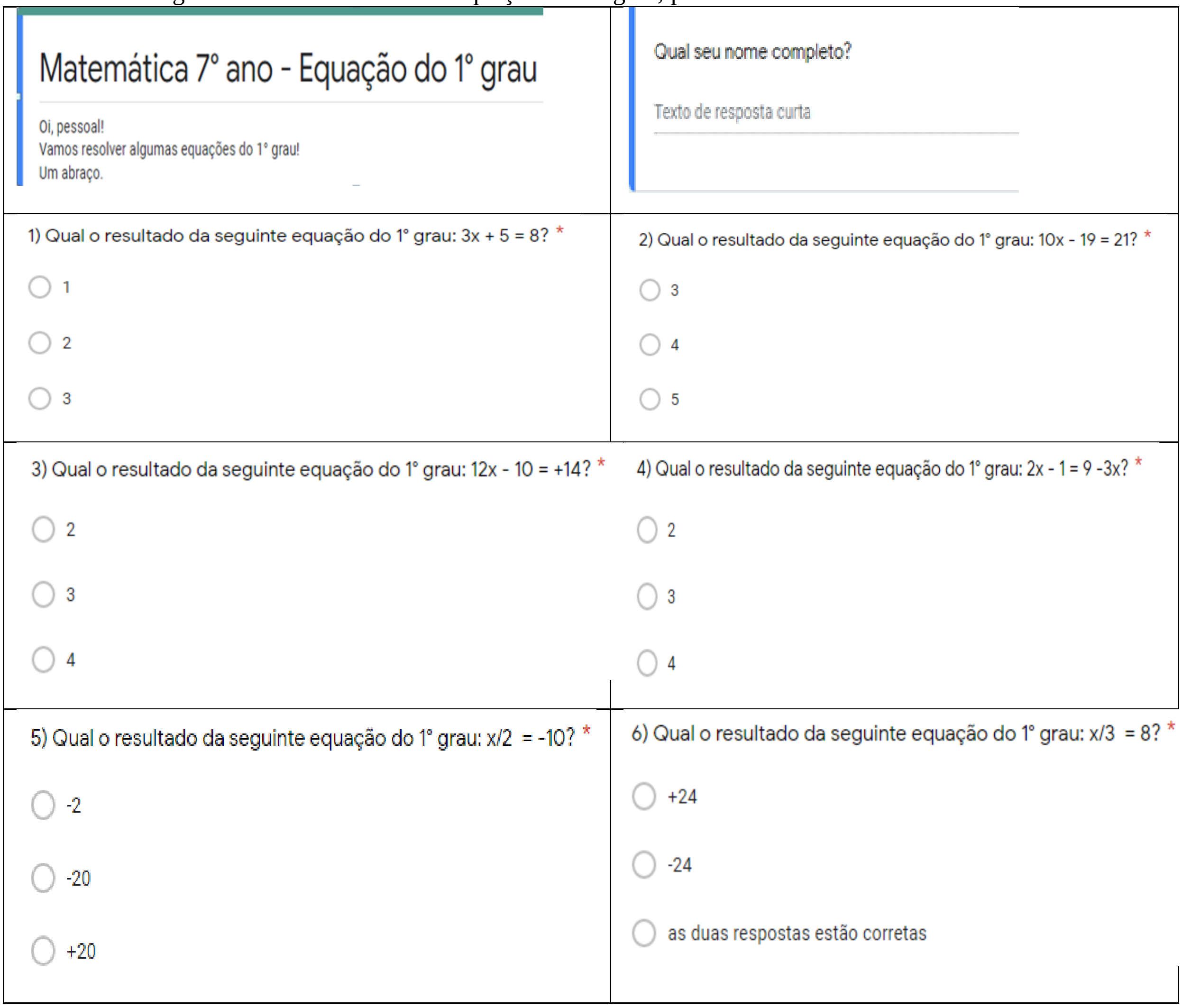
a) x + 28 = 50
b) x + 12 = 38
c) – 4 + x = 16
d) x – 10 = 30
e) 2x = 10
f) 20 = 4x
g) 6x + 5 = 41
h) 10 – 2x = -10
i) 3x + 5 = 20
j) 5 + x = -15

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA pelo P6.

O professor relatou que os alunos conseguiram realizar as atividades com mais segurança, após terem feito a retomada do conteúdo. Começaram a ser mais participativos e entusiasmados com as tarefas.

Na figura 65 apresentam-se as questões que o P6 disponibilizou via formulário *Google Forms* sobre equações do 1º grau. O Objetivo foi deixar os alunos terem mais autonomia no momento de realizar a tarefa, sem ter a interferência do professor.

Figura 65 – Formulário sobre equações do 1º grau, para os alunos dos 7º anos em 2020



Matemática 7º ano - Equação do 1º grau

Oi, pessoal!
Vamos resolver algumas equações do 1º grau!
Um abraço.

Qual seu nome completo?

Texto de resposta curta

1) Qual o resultado da seguinte equação do 1º grau: 3x + 5 = 8? *

- 1
- 2
- 3

2) Qual o resultado da seguinte equação do 1º grau: 10x - 19 = 21? *

- 3
- 4
- 5

3) Qual o resultado da seguinte equação do 1º grau: 12x - 10 = +14? *

- 2
- 3
- 4

4) Qual o resultado da seguinte equação do 1º grau: 2x - 1 = 9 -3x? *

- 2
- 3
- 4

5) Qual o resultado da seguinte equação do 1º grau: x/2 = -10? *

- -2
- -20
- +20

6) Qual o resultado da seguinte equação do 1º grau: x/3 = 8? *

- +24
- -24
- as duas respostas estão corretas

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA pelo P6.

Como as respostas eram enviadas diretamente para o professor, ele pode acompanhar o desenvolvimento e a evolução quanto ao conteúdo de equações por parte dos alunos. Ao serem questionados como desenvolveram a atividade, alguns relataram que utilizaram valores para substituir na letra (variável) e outros que aplicaram o princípio aditivo e multiplicativo.

O professor relatou que espera conseguir desenvolver em outro momento toda a sequência didática trabalhada nas formações e pretende também desenvolver a THA com as turmas desde o início.

Notou-se que os professores desenvolveram seus planejamentos apoiados na sequência didática organizada nas formações com o grupo colaborativo, que identificaram os erros apresentados por seus alunos diante de suas realidades e replanejaram a THA a fim de auxiliar os alunos a superarem esses obstáculos. Entendeu-se que os professores tiveram outra forma de olhar sua sala de aula.

Observa-se que as perspectivas que devem ser consideradas para o desenvolvimento da competência de *Observar com Sentido* são: a compreensão em profundidade dos conhecimentos que os futuros professores irão desenvolver em sala de aula é fundamental para a escolha de tarefas adequadas e para um planejamento com diferentes demandas cognitivas de tarefas; experiência em análise de possibilidades do uso de metodologias ativas e recursos didáticos para que os professores possam explorar adequadamente as tarefas; compreensão de como os estudantes aprendem e da análise dos registros dos mesmos aos desenvolverem tarefas e com isto possam identificar as dificuldades e tomar decisões de ação baseadas nestas evidências.

Salienta-se que ao monitorar o trabalho de sala de aula o professor desenvolve diversas ações, entre elas a de observar e interpretar o pensamento matemático dos alunos e suas estratégias de resolução, de modo a compreender como se deu todo o processo envolvido, verificando se as resoluções apresentadas são coerentes com o que se espera da tarefa (JESUS, CYRINO; OLIVEIRA, 2018).

Relembrando que nos anos de 2020 e 2021 o ensino passou por grandes dificuldades e reajustes devido à pandemia da COVID-19, o que proporcionou um elevado conjunto de situações que impediram a aprendizagem do aluno e o trabalho de excelência dos professores.

As aulas no município de Canoas em 2020 iniciaram no dia 19 de fevereiro de forma presencial e, conforme orientação da Secretaria Municipal de Educação – SME, foram suspensas entre os dias 19/03 e 02/04, a fim de evitar a disseminação do novo Coronavírus. Contudo devido ao número expressivo de casos de COVID-19 no município as aulas passaram a ser remotas, onde cada escola organizou sua forma de trabalho. Algumas criaram páginas no *facebook*, outras enviaram materiais por *e-mail* pois todos os alunos da rede de ensino de Canoas possuem *e-mail* institucional, outras escolas organizaram aulas via *meet* e algumas escolas utilizaram seus grupos de WhatsApp das turmas para se comunicar com os alunos e familiares.

A partir do dia 4 de maio a SME ordenou que todas as escolas da rede organizassem atividades e disponibilizassem no *Classroon* e assim atendessem o maior número de alunos, inclusive disponibilizando atividades impressas que eram entregues nas escolas pela equipe diretiva para aqueles alunos que não tinham acesso à *internet*, recursos para acompanhar as aulas ou imprimir o material. Entre os dias 05 de outubro e 16 de novembro a secretaria solicitou que fossem enviadas mais atividades para compensação dos dias letivos. Houve o recesso escolar do dia 20/07 a 31/07 e a finalização do ano letivo no dia 21 de dezembro, as formaturas das turmas de 9° anos ocorreram de forma remota, via *meet*.

A SME organizou uma planilha denominada relatório quantitativo dos estudos remotos. Semanalmente os supervisores informavam a quantidade de atividades realizadas e a participação dos alunos e como se dava essa participação: alunos atingidos por meios tecnológicos, alunos com materiais entregues presencialmente, devolutivas dos estudantes - participação nos estudos remotos e descrição dos motivos pelos quais a turma não está atingida em 100%. Todas as escolas contaram com uma professora referência da secretaria para dar suporte pedagógico.

Todas as escolas organizaram seu COE-E[7] e construíram o Plano de Contingência para Prevenção, Monitoramento e Controle da Transmissão da COVID-19. O COE-E é composto por membros da escola e representante da SME, o objetivo é garantir o maior grau de segurança e proteção contra a COVID-19 dentro do ambiente escolar.

Devido à reestruturação do atendimento pedagógico dos estudantes imposta pela pandemia, a rede municipal de ensino optou pelo ensino remoto, para manutenção dos vínculos e desenvolvimento intelectual do público discente, a SME, junto ao grupo de professores de todos os anos e áreas de conhecimento, organizou os marcos de aprendizagem a serem priorizados nos anos 2020, 2021 e 2022, com base na BNCC e RCC.

Foi ofertado ao longo do ano formações via *meet* para os professores da rede municipal de Canoas, para todos os anos do ensino fundamental e áreas de conhecimento e também para as equipes diretivas. Ocorreram também formações e capacitações para a plataforma *Google for Education*, e o professor referência de cada escola organizou as formações para seus colegas.

O Conselho Municipal de Educação – CME publicou a resolução nº 20/2020 que decidiu pela progressão continuada de todos os estudantes de Canoas com a continuidade de suas aprendizagens em 2020, 2021 e 2022, levando em conta todas as atividades remotas oferecidas em 2020. A avaliação dos estudantes foi expressa por meio de parecer descritivo detalhado para que o professor do ano seguinte tivesse melhores condições de dar continuidade ao desenvolvimento da aprendizagem.

As aulas no município de Canoas em 2021 iniciaram de forma remota, no dia 01 de março para os anos finais e 08 de março para os anos iniciais, foram organizados sábados leti-

---

[7] Centro de Operações de Emergência em Saúde para a Educação.

vos para envio de atividades a fim de compensar os feriados e a carga horária da primeira semana, para os anos iniciais.

Desde o início as escolas trabalharam com o ensino remoto, também foram disponibilizados materiais impressos para entrega nas escolas, para aqueles alunos que não tinham acesso à *internet*, recursos para acompanhar as aulas ou condições para imprimir o material.

Com a troca de governo ocorreram algumas alterações pedagógicas e na estrutura de trabalho, porém com o mesmo objetivo de atender da melhor maneira o maior número de alunos. Também foram organizadas pela SME planilhas de registro de trabalho e controle de participação dos alunos, onde os professores faziam todo o registro das atividades, presenças das aulas via *meet* e devolutivas dos alunos, que eram postados no *classroom*, as supervisoras informavam semanalmente os dados, as equipes diretivas também tiveram planilhas específicas para preenchimento. Todas as escolas contaram com uma professora referência da secretaria para dar suporte pedagógico.

O retorno presencial foi a partir de 02 de agosto onde as famílias que optaram pelo retorno assinaram um termo de responsabilidade e comparecimento às aulas presenciais/ensino híbrido ou um termo de responsabilidade de permanência com aulas remotas. Aqueles alunos que não retornaram os professores continuaram atendendo via *google meet*, conforme organização e disponibilidade das escolas.

A partir de 8 de novembro o retorno tornou-se obrigatório de forma escalonada devido ao distanciamento de 1m, conforme COE-E. Aos alunos que apresentavam alguma comorbidade e que não podia retornar foi solicitado atestado médico. As escolas disponibilizavam semanalmente as listagens dos alunos participantes, para organização das famílias. Foi criado pela SME um grupo de busca ativa dos alunos que as escolas não conseguiam nenhum tipo de contato. Seus nomes eram encaminhados para que fosse possível a localização e o auxílio para o retorno as aulas.

Houve o recesso escolar do dia 19 a 31 de julho e a finalização do ano letivo no dia 17 de dezembro, as formaturas das turmas de 9° anos ocorreram conforme critério de cada escola, presencial ou via *google meet*.

Toma-se como exemplo um aluno de 7º ano no ano de 2021, que não pode acompanhar de nenhuma maneira seus estudos no 6º ano em 2020. Ele passou direto do 5º ano para o 7º ano não tendo conhecimento prévio de vários conteúdos que pudessem auxiliar na sua aprendizagem. Os obstáculos identificados na resolução das equações, com este aluno, são visíveis visto que os erros foram cumulativos. Esse processo de superação dos obstáculos levará alguns anos, pois entende-se que mesmo com toda a dedicação, estudo, compreensão e empenho dos professores, os ajustes serão lentos. A pandemia não terminou junto com o ano letivo, tampouco com o final do ano, o futuro ainda nos é incerto.

Pretende-se com o estudo e aplicação dessa THA, proporcionar aos professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental uma metodologia que possibilite fazer os ajustes e desenvolver a competência de Observar com Sentido suas práticas pedagógicas, bem como, auxiliar em seus planejamentos a fim de buscarem caminhos significativos para a aprendizagem de seus alunos.

7.4 INDÍCIOS DO DESENVOLVIMENTO/QUALIFICAÇÃO DO OBSERVAR COM SENTIDO

Após a conclusão de todos os momentos de estudo de 2019, pode-se observar no grupo colaborativo o interesse, a participação constante, a expectativa em aprofundar os estudos e ampliar seus planejamentos subsidiados pelas teorias desenvolvidas e fundamentadas pela BNCC e pelo referencial no município de Canoas, além de utilizarem os livros didáticos que estão disponíveis para os estudantes. Os encontros proporcionaram aos professores a troca de conhecimentos e a busca em aperfeiçoar suas práticas em sala de aula. Também, observou-se que os professores se sentiram mais confiantes para desenvolverem as atividades propostas pelos livros didáticos disponíveis nas escolas, pois a teoria desenvolvida possibilitou a sua compreensão.

Após a conclusão dos encontros virtuais de 2020, pode-se constatar que mesmo diante das inúmeras adversidades ocorridas no período, o grupo colaborativo procurou manter-se interessado e participativo. Os encontros proporcionaram aos professores um diálogo voltado às dificuldades encontradas por seus alunos ao resolverem as tarefas sobre equações e quais os caminhos seriam possíveis desenvolver no intuito de romper os obstáculos que estes exteriorizaram.

Ao analisar as tarefas realizadas pelos alunos, observou-se que existem lacunas na aprendizagem sobre equações, pode isso ter ocorrido devido ao período da pandemia, pois não foi possível aplicar a sequência na integra. Notou-se que a escrita matemática e o uso da simbologia matemática são obstáculos a serem superados, compreender a importância do estudo algébrico ainda é um desafio e trabalhar com valores desconhecidos representados por letras (variáveis) para alguns alunos ainda é muito abstrato, fazer a conexão que no lugar de uma letra pode-se ter um número, também é um obstáculo a ser superado.

Constatou-se que os professores estão sempre dispostos a participarem de formações que auxiliem em seus planejamentos e preocupam-se em encontrar metodologias que venham a complementar suas práticas docentes. Por meio dos encontros, os professores tiveram a oportunidade de trocar experiências com seus pares, contribuir no planejamento dos colegas e ampliar seus conhecimentos matemáticos.

Os professores participantes do grupo colaborativo, ao envolverem-se na construção da THA, estudaram na BNCC o conteúdo de equações, quais as alterações, ampliações e perspectiva de trabalho para os anos finais do Ensino Fundamental, planejaram as atividades aplicando a classificação do nível de demanda cognitiva, aplicaram as tarefas em suas turmas e desenvolveram um olhar minucioso para os obstáculos apresentados pelos alunos, e assim tomar decisões de ação de acordo com os objetivos planejados, isso possibilitou aos professores o desenvolvimento da competência de *Observar com Sentido*.

7.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante destas reflexões vislumbrava-se que as próximas formações a serem realizadas em 2020, seguiriam os mesmos passos de interesse, motivação e empenho dos professores, contudo, ao sermos surpreendidos pela pandemia da COVID–19 o quadro teve que se redefinir, e, a partir das incertezas, teve-se que repensar as formações e reinventar-se no trabalho'.

Procurou-se alinhar para o ano de 2020 as formações para que fosse possível analisar e revisitar as práticas desenvolvidas para o estudo das Equações nos anos finais do Ensino Fundamental.

Observou-se, após a análise do questionário respondido pelos professores do grupo colaborativo, que existem várias questões que devem ser trabalhadas nas formações continuadas, pois nem todos possuem em suas escolas outros professores de matemática que possam realizar trocas de experiências, realizar grupos de estudo ou até mesmo buscar esclarecimento junto a seu par sobre determinados conteúdos, para que possam encontrar metodologias que despertem no aluno o interesse pela matemática.

Evidenciou-se com base nestas questões que as formações continuadas proporcionam aos professores manterem-se atualizados, investigativos, participativos e sempre na busca de metodologias que possam auxiliar seus planejamentos e cada vez mais motivar seus alunos para a aprendizagem da matemática.

Entendeu-se que muitos fazem suas reflexões quanto às suas práticas pedagógicas de forma isolada e, que ao realizarem essas reflexões em um grupo, suas dúvidas, suas ansiedades, seus questionamentos tanto em relação ao ensino quanto aos recursos podem ser trabalhados e direcionados a caminhos satisfatórios, promovendo a elaboração de uma sequência didática adequada à realidade de seus alunos.

A aplicação da THA não pode ser realizada na íntegra pelos professores devido ao período de pandemia da COVID-19, contudo um pequeno grupo procurou desenvolver o maior número de atividades incluindo-as em seus planejamentos.

Desenvolver a THA com equações baseada na perspectiva da BNCC foi imprescindível para perceber as reformulações da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. A classificação das tarefas matemáticas conforme o nível de demanda cognitiva impulsionou os professores do grupo colaborativo a ter um olhar diferenciado ao selecionarem as atividades para seus alunos.

As dificuldades, os obstáculos e os erros apresentados pelos alunos, foram vistos pelos professores como construtivos, pois mesmo com a defasagem dos conceitos, os alunos estavam envolvidos e pensando sobre eles. E, sendo assim, é uma maneira de repensar o conhecimento a ser adquirido, o aluno se esforça para realizar a atividade, não desiste, porém lhe falta os conceitos básicos que possam auxiliar na construção do saber matemático. Também percebeu-se que a análise dos obstáculos encontrados pelos estudantes subsidiou a tomada de decisões dos professores.

CONCLUSÃO

Para apresentar os resultados da pesquisa, retoma-se a questão norteadora: *Como os professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, ao participarem de um grupo colaborativo, qualificam a competência de observar com sentido situações de ensino e aprendizagem e aperfeiçoam seu planejamento didático quando identificam e discutem as dificuldades apresentadas pelos alunos ao desenvolverem uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem com equações na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular?*

Para abordar a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, foi realizado um levantamento de trabalhos acadêmicos sobre esse conteúdo, buscando verificar as pesquisas com a temática e os resultados encontrados para subsidiar a pesquisa. Esse processo foi fundamental para compor o objeto de estudo, bem como para contribuir para o desenvolvimento da sequência didática a partir dos princípios de uma THA, com o objeto do conhecimento Equações por meio de uma formação continuada em um grupo colaborativo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental do município de Canoas do estado do Rio Grande do Sul.

A investigação visou à busca das evidências do desenvolvimento da competência de *Observar com Sentido* a prática profissional, por meio das formações continuadas, que levou à reflexão por parte dos professores de Matemática no município de Canoas participantes da pesquisa, de suas práticas pedagógicas, aprimorando e qualificando seus planejamentos, atuando com a metodologia de Grupos Colaborativos, discutindo o tema Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC.

Também, objetivou-se desenvolver uma *Trajetória Hipotética de Aprendizagem* (THA) com a temática Equação nos anos finais do Ensino Fundamental, com atividades (tarefas), classificadas de acordo com a demanda cognitiva, levando os professores participantes do experimento a refletirem sobre os graus de dificuldades das tarefas e que o planejamento com estes cuidados didáticos facilitam a compreensão dos estudantes e, também, facilitam o desenvolvimento do trabalho dos professores em sala de aula. Ao considerar os obstáculos epistemológicos da temática em questão e de acordo com a disposição da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), possibilitou constatar quais são as dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolverem atividades envolvendo equações.

É importante salientar que o período foi de pandemia da COVID-19 e os alunos não tiveram aulas presenciais no ano de 2019, e, em 2020, o processo de ensino iniciou remoto e no mês de agosto iniciou-se o ensino híbrido nas escolas municipais de Canoas. Conforme material apresentado observou-se dificuldades quanto à base em conteúdos essenciais para construção dos conceitos matemáticos, à falta de atenção e organização para desenvolver as atividades, dificuldades com a simbologia matemática o que impossibilita compreender como apresentar a escrita algébrica, identificou-se também que os alunos não utilizam o princípio aditivo e multiplicativo ao resolverem as equações, não apresentam respostas conforme solicitado nos enunciados, ou seja, não interpretam corretamente as situações-problema, na resolução de sistemas de equações às vezes sabem o método a ser aplicado, porém não aplicam corretamente ao resolverem a atividade, muitas vezes resolvem as tarefas por dedução não representando-as na forma de equação, o que leva-os a cometerem inúmeros erros conceituais e apresentam grande dificuldade de organização com o pensamento matemático.

Observou-se que diante desses obstáculos é imprescindível que os professores trabalhem os conceitos matemáticos com maior ênfase, proponham atividades envolvendo a escrita matemática, dando importância ao uso da simbologia adequada, aprofundem os estudos para a utilização do princípio aditivo e multiplicativo, apresentem tarefas com graus de dificuldades diferenciados, de acordo com nível da demanda cognitiva, explorem atividades que envolvam situações-problema, principalmente utilizando situações do dia a dia do aluno, para que possam fazer sentido em seu aprendizado, apresentem outras maneiras para resolução de atividades, em especial com o uso de materiais manipulativos, instiguem os alunos a desenvolverem o pensamento matemático, trabalhem com histórias matemáticas como forma de incentivar a resolução de problemas envolvendo álgebra. Os professores refletiram e observaram em sua prática docente, ao aplicarem a THA desenvolvida, que o uso de livros paradidáticos de Matemática estimulam o gosto pela leitura e a compreensão de forma acessível dos conceitos matemáticos, possibilitando também a proximidade com outras áreas de conhecimento. Ao utilizarem os livros didáticos aprovados pelo MEC, estão de acordo com as normativas dos documentos norteadores de ensino, incluindo a BNCC, e por fim este recurso leva a despertar nos alunos a competência da competência de fazer matemática, ou seja, aplicar os conhecimentos matemáticos em situações problemas.

Também observou-se que os professores participantes do grupo colaborativo estão empenhados constantemente na busca de metodologias e recursos que venham a auxiliar na ampliação e qualificação do seu conhecimento matemático, possibilitando desenvolver sequências didáticas que despertem em seus alunos o interesse de compreender e desenvolver tarefas matemáticas que os auxiliem na compreensão do conhecimento. Embora, considerando-se que os professores estão habilitados a desempenhar seu papel nas escolas com competência, tornou-se inviável desenvolver um trabalho de excelência diante de todas as incertezas enfrentadas nesse período de pandemia, acredita-se que fizeram o melhor nas condições que lhes foi possível e sempre mantiveram o foco no ensino e na aprendizagem de seus alunos.

Observou-se que os aspectos que mobilizam os professores em um grupo de formação continuada de Matemática em relação a conteúdos, metodologias e dificuldades relativas ao ensino e aprendizagem dos alunos é, em especial, a busca por qualificação, o aprimoramento de seu planejamento e a troca com seus pares dividindo as angústias, compartilhando seus conhecimentos, coparticipando do planejamento dos colegas, ampliando, assim, seus conceitos e adquirindo metodologias que venham ao encontro das necessidades de aprendizagem tanto do professor quanto do aluno, e que essas possam direcionar a construção dos conceitos matemáticos que o professor pretende que seu aluno alcance.

Evidenciou-se que os professores quando atuam em um grupo colaborativo passam a refletir em conjunto sobre as práticas pedagógicas, buscando meios de desenvolver uma educação com qualidade, despindo-se de suas dificuldades e mostrando-se acessíveis a metodologias que amparem a ampliação de seu conhecimento. O professor, ao inserir-se em um grupo de formação continuada de forma colaborativa, passa a desenvolver a capacidade e habilidade de cooperação, integração e reflexão, fazendo conexões entre os princípios, as ideias e os conceitos sobre o ensino e aprendizagem do aluno. O professor, ao refletir sobre suas ações e práticas educativas, faz com que esteja em um processo constante de autoavaliação, aperfeiçoando o processo de ensino, possibilitando que o aluno compreenda a Matemática. Conclui-se que o professor ao analisar, diagnosticar e dotar de significado as produções Matemáticas dos alunos, e quando gerencia a comunicação em sala de aula, formulando perguntas que permitam vincular conhecimentos prévios, está na verdade desenvolvendo a competência de *Observar com Sentido*.

Concorda-se com a afirmação: Entende-se que as tarefas matemáticas por si só não são suficientes para gerar uma atividade matemática mais significativa, e que não basta propor boas tarefas matemáticas para transformar o ensino, no entanto, se reconhece a necessidade de o professor refletir a respeito delas para que possa fazer escolhas e proposições que sejam adequadas à aprendizagem dos estudantes.

Diante das problematizações apresentadas, constatou-se que seria interessante o desenvolvimento de pesquisas com temas que devem ser desenvolvidos no Ensino Fundamental na disciplina de Matemática e observou-se que a temática Equações teve muitas reformulações no tratamento didático na BNCC, o que justifica a escolha da temática de pesquisa que foi trabalhada com os professores no município de Canoas, nas formações continuadas em 2019 e 2020, com um grupo colaborativo.

Com os resultados apresentados e analisados, concluiu-se que por meio da formação continuada com um grupo colaborativo é possível desenvolver uma sequência didática elaborada a partir de uma THA com equações que auxilie no aprimoramento e na qualificação do planejamento didático dos professores, desenvolvendo a competência de *Observar com Sentido* atividades matemáticas em suas aulas.

Publicações realizadas que divulgam a tese:

A competência de Observar com Sentido: Aplicada a Temática Equações no Ensino Fundamental apresentado no “5º Fórum Nacional sobre Currículo de Matemática: Práticas Educativas em Pesquisa e Educação Matemática”, organizado pelo PPGECIM – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, na Universidade Luterana do Brasil - ULBRA na cidade de Canoas, Brasil, realizado em maio de 2021.

A Competência Docente de Observar com Sentido situações de Ensino e Aprendizagem na Matemática. “Capítulo do livro Ensino e aprendizagem em ciências e matemática: referenciais, práticas e perspectivas” / (Org) Carmen Teresa Kaiber, Claudia Lisete Oliveira Groenwald. – Canoas: Ed. ULBRA, 2020.

Demanda Cognitiva de Tarefas Matemáticas: Equações no Ensino Fundamental, apresentado no “I Congreso Internacional de Ciencias Excatas Y Naturales” organizado pela UNA – Universidade Nacional, na cidade de San José, Costa Rica, realizado em junho de 2019.

Engenharia Didática: equações do 1º grau, apresentado na “Terceras Jornadas de Enseñanza, Capacitación e Investigación em Ciencias Naturales y Matemática”, organizadas por JECICNaMa, no Instituto Superior en Fornación docente y Técnica nº 24 “Bernardo Houssay” y na Universidad Tecnológica Nacional/ Facultad Regional Avellaneda, na cidade de Bernal, província de Bueno Aires, República Argentina, realizado em setembro de 2018.

Parceria entre Universidade e Município – Grupo Colaborativo de Estudos de Matemática, apresentado na “VII Jornada Nacional de Educação Matemática e XX Jornada Regional de Educação Matemática” organizado pelo Laboratório do Instituto de Ciências Exatas e Geociência da Universidade de Passo Fundo, realizado em abril de 2018.

Grupo de Estudos de Matemática – Parceria entre Universidade e Município, apresentado no “VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática”, organizado pelo Curso de Matemática – Licenciatura e pelo PPGECIM – Programa de Pós-Graduação em Ensino de

Ciências e Matemática, na Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, na cidade de Canoas, Brasil, realizado em outubro de 2017.

Finalizando é importante salientar que outras investigações são possíveis de serem realizadas com esta temática. Cita-se alguns temas que podem ser desenvolvidos e aprofundados: Álgebra e geometria, Equações do 1º grau, Equações do 2º grau, Princípio aditivo e multiplicativo, Escrita algébrica e simbologia matemática, Utilização de materiais manipulativos para resolução de equações, Equações do 2º grau por fatoração, Classificação de tarefas matemáticas sobre equações, também trabalhos envolvendo a história da álgebra, matemáticos que desenvolveram o estudo da álgebra e a contribuição de livros paradidáticos no ensino e aprendizagem de equações.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. 8ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.

ALMEIDA, M.; SEPÚLVEDA, C. de A. S.; EL-HANI, C. **Colaboração entre professores de ciências e pesquisadores universitários: organização social e tensões na dinâmica de um grupo colaborativo de pesquisa.** In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 9, 2013. Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia: ABRAPEC, 2013.

ARARIBÁ. **Mais Matemática**. Manual do professor. São Paulo: Moderna, 2018.

AVILA, A. **Resolver, planear, mirar y decidir: competencias fundamentales del profesor de matemáticas**. Universidad Pedagógica Nacional, México, 2019.

BACHELARD, G. **La formation de l'esprit scientifique**. Paris: VRIN, 1975, 1938.

BALACHEFF, N. **Rumo a uma problemática para a pesquisa no ensino de matemática**. Pesquisa Presidência da Sexagésima Quinta Reunião Anual do Conselho Nacional de Professores da Matemática. 1987.

BARBERÀ, Elena et al. **O Construtivismo na prática**. Porto Alegre: ARTMED, 2004.

BAUMAN, Zigmunt. **Em busca da política.** Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2000.

BERDNARZ ,N.; FIORENTINI, D.; HUANG, R. TSG 28: **Inservice Education, Professional Life and Development of Mathematics Teachers: A tentative of synthesis.** In: INTERNATIONAL CONGRESS MATHEMATICAL EDUCATION, 11, 2008, Monterrey, México. Actas. Monterrey: Mexican Mathematical Society, 2008.

BOGDAN; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa Em Educação. Uma Introdução À Teoria E Aos Métodos**. Trad. Maria João Sara dos Santos e Telmo Mourinho Baptista Revisor: António Branco Vasco Editora: Porto, 1994.

BOLZAN, D. **Formação de professores: compartilhando e reconstruindo conhecimentos.** Porto Alegre: Mediação. 2002.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – Documento preliminar. MEC. Brasília, DF, 2015. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>. Acesso em: 27 abr. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. MEC. Brasília, DF, 2013. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 29 abr. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 03 maio. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação**. Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.** MEC. Brasília, DF, 2013. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 29 abr. 2016.

BRASIL. Ministério de Educação. **Portaria Nº 931**, de 21 de março de 2005.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. **Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques.** Recherches en Didactiques des Mathematiques, 4,2, 164-198, 1983.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do maitre.** Colloque des PEN Angers. 1987.

CAMILLONI, A. R. W. **Los obstáculos epistemológicos en la enseñanza**. Barcelona, España. Editorial GEDISA, S.A. 1997.

CANOAS. **Referencial Curricular de Canoas (RCC).** Canoas: Secretaria Municipal da Educação. 2019. Disponível em https://pt.calameo.com/read/0046933424a30911ee09c?page=1 Acesso em 20/05/19.

CARRETERO, M. **Construtivismo e Educação**. Porto Alegre: ARTMED, 1997.

CARVALHO, J. M. **O não lugar dos professores nos entrelugares de formação continuada**. Revista Brasileira de Educação. Rio de Janeiro, n.28, p. 96- 107, jan/abr 2005.

CARVALHO, J. M.; SIMÕES, R. H. S. **O Processo de Formação Continuada de Professores: uma Construção Estratégico – Conceitual Expressa nos Periódicos**. In: ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de (org.). Formação de professores no Brasil (1990-1998). Brasília: MEC/Inep/Comped, 2002.

CHAVANTE, E.R. **Coleção Convergências**. 1ed. São Paulo: Ed. SM; 2015

CYRINO, M. C. de C. T; ESTEVAM, E. J. G.; OLIVEIRA, H**. Desenvolvimento Do Conhecimento Estatístico Para Ensinar A Partir Da Análise De Tarefas Em Uma Comunidade De Professores De Matemática.** REnCiMa, v.9, n.2, p. 32-51, 2018.

CYRINO, M. C. C. T. **Formação de professores que ensinam matemática em comunidades de prática.** In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7, 2013, Montevideo. Actas... Montevideo: S.E.M.U.R, 2013.

COCHRAN-SMITH; M. e LYTLE, S. **Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities**. In A. Iran-Nejad and C.D. Pearson (Eds.), Review of Research in Education. Washington, DC: AERA.v. 24, p. 251-307, 1999.

CONTRERAS, L.C.; BLANCO, L. (Eds). Aportaciones a la Formación Inicial de Maestros en el área de Matemáticas: Uma mirada a la práctica docente. Cáceres: Universidad de Extremadura. 2002

CORRAL, C.; ZURBANO, E. (eds.). **Actas del IV Simposio sobre propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de didáctica de la matemática**. Oviedo. Universidad de Oviedo, 2000.

D'Amore, B. **«Competencias»: objetivo de quien construye su propio saber.** En B. D'Amore, J. Díaz Godino y M. I. Fandiño (Eds.), Competencias y matemática (pp. 27-37). Edo. De México, México: Magisterio Editorial/Nueva Editorial Iztaccíhuatl, 2014.

DAMASCO, F. C.; GROENWALD, C. L. O. **Demanda Cognitiva de tarefas matemáticas – Equações no Ensino Fundamental**. I Congreso Internacional de Ciencias Exactas y Naturales Universidad Nacional. Costa Rica, 2019.

DAMASCO, F.C.; CAVALCANTI, M.C.V; PINHEIRO, R.S. **Parceria Entre Universidade E Município - Grupo Colaborativo De Estudos De Matemática**. Anais VII Jornada de Educação Matemática e XX Jornada Regional de Educação Matemática. Passo Fundo:UPF, 2018.

DAMASCO, F. C.; FIUZA, R. P. **Canoas Avalia: Momento De Reflexão Sobra O Pensamento Matemático Dos Estudantes Dos Blocos Intermediário E Final Do Ensino Fundamanetal.** Canoas avalia: vislumbrando a excelência / Prefeitura Municipal de Canoas, Secretaria de Educação, Eunice Lanes Berté (Org.), Fabiana Caldeira Damasco (Org.), Maribel Pulgatti (Org.). – Canoas: Prefeitura de Canoas, 2016.

DAMASCO, F. C. **Equações do 1º grau: uma experiência utilizando engenharia didática**. Canoas, 2008.144p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2008.

DAMASCO. F.C.; GROENWALD. C.L.O.; LLINARES, S.C. **A Competência Docente de Observar com Sentido situações de Ensino e Aprendizagem na Matemática.** Ensino e aprendizagem em ciências e matemática: referenciais, práticas e perspectivas / (Org) Carmen Teresa Kaiber, Claudia Lisete Oliveira Groenwald. – Canoas: Ed. ULBRA, 2020.

DANTE, L. R. **Teláris Matemática**. São Paulo: Ática, 2018.

DOURADO, L. F.; OLIVEIRA, J. F. de. **A Qualidade Da Educação: Perspectivas E Desafios**, CEDES, 2009. Acesso em: https://www.scielo.br/j/ccedes/a/Ks9m5K5Z4Pc5Qy5HRVgssjg/?lang=pt&format=html

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. São Paulo: Editora da Unicamp, 1995.

FERNÁNDEZ, C.; LLINARES, S.; VALLS, J. **Características del desarrollo de una mirada profesional en estudiantes para profesor de matemáticas en un contexto blearning**. Acta Scientiae, Canoas, v. 13, n. 1, p. 9-30, jan/jun 2011.

FERNÁNDEZ, C.; LLINARES, S.; VALLS, J. **Learning to notice students' mathematical thinking through online discussions**. ZDM. Mathematics Education, p. 747-759, 2012.

FERNÁNDEZ, C.; LLINARES, S.; VALLS, J. **Primary Teacher's Professional Noticing of Students' Mathematical Thinking**. The Mathematics Enthusiast. Special Issue: International Perspectives on Problem Solving Research in Mathematics Education, p. 441-468, 2013.

FERREIRA, A. C.; MIORIM, M. A. **Collaborative work and the professional development of mathematics teachers: analysis of a Brazilian experience**. In: BEDNARZ, N; FIORENTINI, D.; HUANG, R. (Org.). International approaches to professional development of mathematics teachers. Ottawa: University of Ottawa Press, 2011.

FERREIRA, E. S. **O uso da História da Matemática nas aulas de cálculo**. Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. Sérgio Nobre ed. São Paulo, 1997.

FERREIRA, A. B. de H. **Novo Aurélio Século XXI: o dicionário da língua portuguesa.** 3. Ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

FILHO, J. C. S.; GAMBOA, S. S. (org.). **Pesquisa Educacional: quantidade-qualidade**. 3ª ed. São Paulo: Cortez, 2000.

FIORENTINI, D. **Grupo de Sábado: Uma história de reflexão e escrita sobre a prática escolar em matemática.** In: FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E.M. (Org.). *Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática.* Campinas: Alínea Editora, p.13-36, 2006.

FIORENTINI, D. **Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente?** In: BORBA, M.; ARAÚJO, J. L. (org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

FIORENTINI, D. **Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa**. In: FIORENTINI, D; GRANDO, E. C.; MISKULIN, R. G. S. (org.) *Prática de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.* Campinas: Mercado de Letras, 2009.

FIORENTINI, D.; GAMA, R. P. **Formação continuada em grupos colaborativos: professores de matemática iniciantes e as aprendizagens da prática profissional.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.11, n.2, pp.441-461, 2009.

FORTUNY, J.M.; RODRÍGUEZ, R. **Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula**. AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática, p. 23-37, 2012.

FRAGOSO, W. da C. **Equação do 2º Grau: uma abordagem histórica**. Rio Grande do Sul: Unijuí, 1999.

FULLAN, M; HARGREAVES, A. **A escola como organização aprendente: buscando uma educação de qualidade.** 2. ED. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

GAMA, R. P.; FIORENTINI, D. **Formação continuada em grupos cola borativos: professores de matemática iniciantes e as aprendizagens da prática profissional**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 441-461, 2009.

GODOY, A. S. **Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais.** Revista de Administração de Empresas**, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.**

GROENWALD, C. L. O.; LLINARES. S.; SEIBERT. L. G. **Observar com Sentido: uma competência importante na vida profissional do professor de Matemática.** Acta Scientiae Canoas v. 15 n.1 p.133-152 jan./abr. 2013.

GROENWALD, C. L. O.; LLINARES. S. **Competencia Docente De Observar Con Sentido Situaciones De Enseñanza.** Revista Paradigma, Vol. XL, Nro. Extra 1 / 29 – 46, 2019.

GROENWALD, C. L. O.; SILVA, C. K. D. **Educação Matemática na formação de professores.** Educação Matemática em Revista, Rio Grande, v. 4, n. 4, p. 64-66, Dezembro 2002. ISSN 1518-8221.

GROENWALD, C. L. O. **Estágio Supervisionado de Matemática I**. Canoas: Ed. ULBRA, 2005. 102p. (cadernos universitários; 286).

GROENWALD, C. L. O. **Educação Matemática de 5ª à 8ª séries do 1º grau: Uma Abordagem Construtivista**. Salamanca: UPS,1997. Tese de Doutorado, Faculdade de Ciências da Educação, Pontifícia Universidade de Salamanca, 1997.

GROENWALD, C. L. O; KAIBER, C. T.**. Investigando e renovando a prática escolar em Matemática.** In: Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 20. 2007.

GROENWALD, C. L. O; KAIBER, C. T; SEIBERT, T. E. **Integrando formação inicial e continuada com professores de matemática: uma experiência com projetos de aprendizagem**. UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educação Matemática. 2011, N° 28, p. 61-74 ISSN: 1815-0640.

GROENWALD, C. L. O; KAIBER, C. T.**. Investigando e renovando a prática escolar em Matemática. In: Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 20. 2007.**

GUZMÁN, M. de; PÉREZ, D. G. **Enseñanza de las ciências y la matemática: tendencias e innovaciones**. Madrid: IBER cima, 1993.

HADJI, C. **A formação permanente de professores: Uma necessidade da era da profissionalização**. Revista Pátio. Ano V. Nº 17. Mai/Jul 2001. Págs. 13-16

HIEBERT, J; MORRIS, A K; BERK, D; JANSEN, A. **Preparing teachers to learn from teaching**. Journal of Teacher Education, 58, 47-61. 2007.

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

_____________. **Formação permanente do professorado: novas tendências.** São Paulo: Cortez, 2009.

_____________. **Qualidade do Ensino e Formação do Professorado: uma mudança necessária**. São Paulo: Cortez, 2016.

_____________. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza.** 9ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.

JACOBS, V. R.; LAMB, L. L.; PHILIPP, R. A. **Professional noticing of children's mathematical thinking**. Journal for Research in Mathematics Education, v. 41, n. 2, p. 169-202, 2010.

JESUS, C. C. de; CYRINO, M. C. de C. T.; OLIVEIRA, H. M. de. **Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática.** Educação Matemática Pesquisa. São Paulo,2018, v. 20, n.2, pp. 21-46.

JOHNSON, D.W.; JOHNSON, R.T. Y; HOLUBEC, E.J. **El aprendizaje cooperativo en el aula**. Barcelona: Paidós [original (1994) Cooperative Learning in Classroom. Virginia: ASCD, 1999.

LABORDE, C. **Hardiesse et raison des recherches francaises endidactique dês mathernatiques.** In G. Vergnaud, J. Rogalski, & M. Artigue (Eds.) Actesde la 13emeconference internationale de Psychology of MathematicsEducation, Vol. I, 46-61 ParisFrance. 1989.

LAZZARI, C.; GROENWALD, C. L. O. **Investigando a Formação Continuada dos professores do Ensino Fundamental de Matemática da rede municipal do estado do Rio Grande do Sul**. In: Iv Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências (ENPEC). Bauru- SP, 25 – 29 de Novembro, 2003.

LE BOTERF, G. **La ingeniería de las competências**. Barcelona. Gestión, 2000.

LIBÂNEO, J. C. **Reflexividade e Formação de Professores: outra Oscilação do Pensamento Pedagógico Brasileiro?** In: PIMENTA, Selma Garrido; GHEDIN, Evandro (orgs.). Professor Reflexivo no Brasil: Gênese e Crítica de um Conceito. São Paulo: Cortez, 2002.

LIMA, J. Á. de. **As culturas colaborativas nas escolas: estruturas, processos e conteúdos**. Coleção Currículo, Políticas e Práticas, nº15. Porto Editora, 2002.

LLINARES, S et al. **Mirar profissionalmente las situaciones de enseñanza: uma competência basada em el conocimiento**. Salamanca: Publicaciones Universidad de Salamanca, 2019.

LLINARES, S. **Matemáticas escolares y competencia matemática**. En C. Chamorro. Didáctica de las Matemáticas (pp. 3-29). España, Madrid: Pearson-Prentice Hall, 2003.

__________. **Aprendiendo a ver la enseñanza de las matemáticas**. In: SBARAGLI, S.; D'AMORE, B. La Matematica e la sua Didattica: vent'anni di impegno. Roma: Carocci Faber, p. 177-180, 2006.

__________. **Formación de profesores e innovación en la enseñanza de las matemáticas**. Documento de trabajo. Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante, España, 2007.

__________. **Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación**. Santa Fe de Bogotá: [s.n.]. 2008.

__________. **La formación del profesorado de matemáticas.** Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas, n. 51, abril 2009.

__________. **Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor**. XIV Conferencia Interamericana de Educación Matematica. Chiapas, México: [s.n.], 2015.

__________. **Formación de Profesores de Matemáticas: caracterización y desarrollo de competencias docentes**. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matematica. Recife: [s.n.]. 2011.

___________. **Intentando comprender la prática del profesor de matemáticas.** In: PONTE, J. S. L. Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália: actas de Escola de Verão de 1999. Lisboa: [s.n.], p. 109-132, 2000.

___________. **Professional Noticing: a component of the Mathematics teachers' professional practice.** SISYPHUS. Journal of Education, p. 76-93, 2013.

LONGEN, A. **Apoema: Matemática**. São Paulo: Ed. do Brasil, 2018.

MACHADO. J. A.. **A escola como espaço de formação continuada de professores: um estudo no contexto da rede municipal de ensino.** 2013. 147P. Dissertação de Mestrado em Educação – UniLaSalle,CANOAS – RS.

MARQUESINI, D. F. B.; NACARATO, A. M. **A prática do saber e o saber da prática em geometria: análise do movimento vivido por um grupo de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** Zetetiké, CEMPEM-FE/UNICAMP, v. 19, n. 35, p. 103-137, jan./jun, 2011.

MARTÍNEZ, L.; MARTÍN, M.; CAPLLONCH, M**. Una experiencia de desarrollo profesional del docente universitario de Educación Física a través de una práctica crítica, reflexiva y colaborativa.** *Cultura y Educación,* v. 21, n.1, p. 95-106, 2009.

MASON, J. **Researching your own practice. The discipline of noticing**. Routledge Falmer: Londres, 2002.

MATTOS, S. M. N. **O desenvolvimento do raciocínio lógico matemático: possíveis articulações afetivas.** Caderno dá Licença. Universidade Federal Fluminense. Volume 7- Ano 10 – Março, 2012.

MENDES, I. A. **História no ensino da Matemática**. Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro. Portugal: 2000.

________. **Ensino da Matemática por atividades: Uma aliança entre o construtivismo e a história da Matemática**. Natal: UFRN, 2001. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Sociais e Aplicadas, 2001.

________. **O uso da História no Ensino da Matemática**. UEPA, Belém do Pará: 2001.

MESA, L. M. El trabajo colaborativo del profesorado como oportunidad formativa. CEE Participación Educativa, n. 16, p. 69-88, marzo 2011.

MOLLOSSI. L. F. S. B. **Educação matemática inclusiva com cegos: o processo de construção de um material concreto para o ensino de equações do primeiro grau**. Dissertação de Mestrado. Universidade Do Estado De Santa Catarina. JOINVILLE, 2017.

MORIN, E. **Introducción al pensamento complexo**. Barcelona: Gedisa, 1996.

_________. **La cabeza bien puesta. Repensar la reforma. Reformar el pensamento**. Buenos Aires: Nueva Visión, 1999.

_________. **Los siete saberes necessários para la educación del futuro**. Barcelona: Paidós, 2001.

__________. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. Tradução de Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya; revisão técnica de Edgard de Assis Carvalho. 8. ed. São Paulo: Cortez, Brasília, DF: UNESCO. 2003. p. 118.

MOVIMENTO PELA BASE NACIONAL COMUM, 2016. Disponível em:
< http://movimentopelabase.org.br/>.Acesso em: 17 mai. 2016.

NISS, M. The **Danish KOM Proyect and possible consequences for teacher education**. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 6(9), 13-24, 2011.

NOBRE, S. **A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática**. In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas, São Paulo. Anais. UNESP, p.129-136, 1999.

NOVA ESCOLA. BASE NACIONAL COMUM. Disponível em:
< https://www.youtube.com/watch?v=paqvIE5w6gA >.Acesso em: 24 mai. 2016.

NÓVOA, A. **A solução pode estar no trabalho de pensar o trabalho**. Portugal: Número Zero, Abril de 2004. Entrevista conduzida por João Rita.

__________. **Concepções e Práticas de Formação Contínua de Professores.** In: TAVARES, José (org.). **Formação Contínua de Professores: Realidades e Perspectivas**. Aveiro: Universidade de Aveiro, 1991.

__________. **Os professores e as reformas de ensino na viragem do século (1886-1906)**. Porto: Asa, 1993.

__________. (org.). **Profissão professor.** Porto. Porto Editora. 2ª edição. 1992.

OLIVEIRA, C. N. C. de ; FUGITA, F. **Geração Alpha Matemática**. São Paulo: SM, 2018.

PAIS, Luiz Carlos. Didática da Matemática – Uma análise da influência francesa. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PATARO, P. M. **Matemática Essencial**. São Paulo: Scipione, 2018.

PENALVA, M. C.; LLINARES, S. **Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria**. In: GOÑI, Jesus María (coord) et al. Didáctica de las Matemáticas. Colección: Formación del Profesorado. Educación Secundaria. Barcelona: Editora GRAÓ. 12, 27-51. 2011.

PENALVA, M.C., ESCUDERO, I.; BARBA, D. (eds.). **Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas. Construyendo comunidades de práctica**. Granada: Proyecto Sur, 2006.

PERRENOUD, P. **10 novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

__________. **Diez nuevas competencias para ensefiar**. Barcelona. Graó. Rey, B. (1996): Les competences transversales en question. Paris. ESF, 2001.

__________. **Construir as Competências desde a escola**. Trad. Bruno Charles Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PERRENOUD, et al. **O desenvolvimento da prática reflexiva no ofício do professor.** Porto Alegre: Artmed, 2002.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para uma nova profissão**. *Pátio. Revista pedagogica* (Porto Alegre, Brasil), n° 17, Mai -Jul, pp. 8-12. 2001. Disponível em: https://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/ php_2001/2001_23.html.

PIAGET, J. **A Construção do real na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

PIMENTA, Selma Garrido. Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2002a.

PONTE, J. P.da. et al. O início da carreira profissional de professores de matemática e ciências. Revista *de Educação*, 10(1), 31-45, 2001.

REFERENCIAL CURRICULAR DO RIO GRANDE DO SUL. Secretaria Estadual de Educação. Lições do Rio Grande: **Referencial Curricular Matemática e suas Tecnologias**. Porto Alegre, 2009.

RIBAS, M. H.; CARVALHO, M. A. de. **O caráter emancipatório de uma prática pedagógica possível**. In: QUELUZ, Ana Gracinda; ALONSO, Myrtes. (orgs). Trabalho docente: teoria e prática. São Pauo: Pioneira, 1999.

RODRIGUES, K. M.; PASSOS, L. F. **O Grupo Colaborativo Como Espaço Potencial Para Reflexão Crítica E Atitude Investigativa Da Prática**. EDUCERE. ISSN 2176-1396 , 2017.

RODRIGUES, G. S. **Concepções dos professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental do município de Canoas sobre a Base Nacional Comum Curricular. 2018.** 151 p. Dissertação (Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2015.

ROIG, A. I.; LLINARES, S.; PENALVA, M. C. **Estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno en línea.** Educación Matemática, v. 23, n. 3, p. 39-65, Dezembro 2011.

ROLDÃO, M. C. **Colaborar é preciso: questões de qualidade e eficácia no trabalho dos professores**. Dossier, Lisboa: Ministério da Educação/DGIDC, n. 71, p. 24-29, out./dez, 2007.

ROSA, S. M. O. da. **Protagonismo na avaliação externa: a construção coletiva da Canoas Avalia.** Canoas, RS: Editora Unilasalle, 2012.

ROSENBAUM. L. S. **Uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem sobre Funções Trigonométricas numa Perspectiva Construtivista**. 2010. 255 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – PUC-SP, São Paulo 2010.

SÁNCHEZ-MATAMOROS, G.; FERNANDEZ, C.; LLINARES, S. **Developing pre-service Teachers' noticing of students' understanding of the derivatieve concept**. International Journal of Science and Mathematics Education, DOI: 10.1007/s10763-014-9544-y, 2014.

SANTANA, F. C. M., BARBOSA, J. C. **As Relações Pedagógicas em um Trabalho Colaborativo Envolvendo Professores de Matemática: do Conflito à Gestão.** Temáticas emergentes de pesquisas sobre a formação de professores que ensinam matemática [livro eletrônico]: desafios e perspectivas / organização Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino. - Brasília, DF : SBEM, (Coleção SBEM ; 10) 3,1 Mb ; PDF, 2018.

SBM. **A Matemática do Ensino Médio**. Coleção do Professor de Matemática. SBM. 1996.

SCHÖN, D. **The reflective practitioner**. N.Y. Basic Books. 1983.

SEIBER, L. G.; GROEWALD, C. L. O.; LLINARES, S. **Observar com Sentido: uma competência importante na vida profissional do professor de Matemática**. Acta Scientiae. Canoas: ULBRA, 2013. http://periodicos.ulbra.br/actascientiae.

SILVEIRA, Ê. **Matemática: compreensão e prática**. São Paulo: Moderna. 2018.

SIMON, M. A. **Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective**. National Sciene Foundation, Washington, D. C. 1993, 56p.

SMITH, M. S, STEIN, M. K. **Selecting ans Creating Mathematical Tasks: Foram Research to Practice.** Matehmatics Teaching in the Middle Scholl, 3, 344-50, 1998.

SOCAS, M. M. e outros. **Iniciacion al algebra. Matematicas**: Cultura y aprendizagem. Madrid: SÏNTESIS, 1996.

SOUZA, J. R. de. **Matemática: Realidade & Tecnologia**. São Paulo: FTD, 2018.
SOUZA, J; GARCIA, J. **Contato Matemática**. FTD, 139-145, 2016

STEFFE, L . '**O experimento de ensino construtivista: Ilustrações e implicações**', em E. VON GLASERSFELD (Ed.), Construtivismo radical na educação matemáticai Kluwer, Holanda, 177-194. 1991.

STEFFE, L. **Mathematics curiculum design: A constructivist perspective**. In L. Steffe & T. Wood (Eds.), Transforming children's mathematics education: International perspectives, (pp. 389-398). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 1990.

STEFFE, L., VON GLASERSFELD, E., RICHARDS, J., & COBB, P. **Tipos de contagem infantil: Filosofia. theary. e aplicação**. Nova York: Praeger Scientific. 1983.
STEIN, M. K. et al. A. **Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development.** New York: Teachers College Press, 2000.

SWETZ, F. J. **Buscando relevância? Tente a História da Matemática**. Pennsylvania: State University, 1984.

VAN ES, E. A.; SHERIN, M. G. **Learning to Notice: Scaffolding New Teachers Interpretations of Classroom Interacts.** Jl. Of Technology and Teacher Education, v. 10, n. 4, p. 571-596, 2002.

VEIGA, I. P. A. **A aventura de formar professores**. 2.ed. Campinas, SP: Papirus, 2014.

VON GLASERSFELD, E. **Radical constructivism in mathemalics education**. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

WALLS, F. **Challenging task-driven pedagogies of mathematics**. In: CLARKSON, P. et al (Eds.). Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Melbourne, Sydney: Merga, 2005. p. 751-758.

ZABALA, A.; ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências**. Porto Alegra: Armed. 2010.

ZANOELLO, S. F., GROENWALD, C. L. **CURRÍCULO DE MATEMÁTICA: Conhecendo a realidade das escolas de Ensino Fundamental da 15ª CRE.** 2015.

ZAPATERA, A.; CALLEJO, M. L. **Cómo interpretan los estudiantes para maestro el pensamiento matemático de los alumnos sobre el proceso de generalización**. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (eds.), Investigación en Educación Matemática XVII, Bilbao: SEIEM, p.535-544, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A – REVISÃO DE LITERATURA

TÍTULO **D1**	**Educação matemática inclusiva com cegos: processo de construção de um material concreto para o ensino de equações do primeiro grau**		
Tipo de Produção	**DISSERTAÇÃO – 2017**	Autoria	Luiz Fellippe Da Silva Bellincantta Mollossi
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA		
RESUMO			
Esta dissertação apresenta uma pesquisa de mestrado em Educação Matemática Inclusiva que teve como objetivo principal construir um produto educacional, mais especificamente um material concreto, para facilitar o ensino de equações do primeiro grau para estudantes cegos, denominado Placa de Resolução de Equações do Primeiro Grau. Para sua construção e adaptação, foram obtidas contribuições de: dois professores cegos; de cinco professores de matemática especialistas no ensino de cegos; e de seis estudantes cegos que estavam na fase escolar em que este conteúdo é ensinado. Em relação à abordagem, esta pesquisa é qualitativa; quanto aos procedimentos caracteriza-se como um estudo de caso, pois a única instituição participante foi o Instituto Benjamin Constant – IBC (Rio de Janeiro – RJ). Como este é um centro de referência nacional em questões relativas à deficiência visual ele foi escolhido para experimentar o material desenvolvido. Antes desta etapa, realizou-se um estudo piloto na Associação Joinvilense para a Integração do Deficiente Visual – AJIDEVI (Joinville – SC). A coleta de dados foi realizada durante os meses de dezembro de 2015 a julho de 2016 nestes dois ambientes citados. Como procedimentos metodológicos utilizaram-se: entrevistas semiestruturadas e gravações. O método de interpretação das entrevistas seguiu as técnicas empregadas para Análise de Conteúdo. Os resultados assinalam que o produto educacional, a Placa de Resolução de Equações do Primeiro Grau pode favorecer o ensino deste conteúdo para alunos cegos, além disso, do modo que foi concebida também pode ser usada por estudantes videntes, sendo, portanto, um material concreto que pode ser utilizado em salas de aula regulares.			
Palavras-chave	Educação Matemática Inclusiva; Cegos; Equações do Primeiro Grau.		
TÍTULO **D2**	**Investigando epistemologias espontâneas de professores de matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2014	Autoria	Alex Bruno Carvalho Dos Santos
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ		
RESUMO			
Neste trabalho, apresentamos os resultados de uma pesquisa realizada com 23 professores de matemática, então alunos da especialização em Didática da Matemática na Universidade Federal do Pará, sobre suas concepções acerca da Álgebra e seu ensino e como introduziam o tema Equações do Primeiro Grau em suas aulas no ensino básico. A principal fundamentação foi a Teoria Antropológica do Didático, a qual possibilitou a análise de modelos relativos ao ensino e aprendizagem de tópicos de Álgebra. Nosso objetivo foi verificar quais características do modelo epistemológico dominante no ensino de Álgebra são reveladas nas concepções dos professores investigados. A questão norteadora de nossa pesquisa foi: Em que medida a constituição de um sistema didático com características de um Percurso de Estudo e Pesquisa interfere na epistemologia espontânea de professores de matemática em formação continuada sobre o ensino de Equações do Primeiro Grau? A coleta de dados para análise ocorreu em 06 sessões nas quais desenvolvemos as seguintes atividades: aplicação de um questionário; socialização de ideias e concepções acerca de Álgebra e seu ensino; estudo epistemológico do objeto Equações do Primeiro Grau; discussão sobre as concepções de Álgebra segundo Usiskin; estudo sobre as características da Álgebra como aritmética generalizada e; exposição das			

práticas de sala de aula dos sujeitos investigados. Para realizarmos as sessões adotamos como procedimento metodológico o Percurso de Estudo e Pesquisa. Os resultados revelaram, quanto à epistemologia espontânea do professor, o predomínio da perspectiva da Álgebra no sentido de operação com letras e números bem como de generalização de padrões, o que a caracteriza como aritmética generalizada. Neste sentido, a Álgebra é vista como um prolongamento e generalização das práticas aritméticas. No que diz respeito à questão de nossa pesquisa, percebemos que o processo de estudo possibilitou aos sujeitos a conscientização de se levar em conta os aspectos epistemológicos do ensino de Álgebra, no entanto, não vislumbramos mudanças significativas em sua epistemologia espontânea, comparando seus discursos no inicio da pesquisa com a apresentação de sua praxeologia ao final da pesquisa.			
Palavras-chave	Álgebra Escolar. Modelo Epistemológico de Referência. Teoria Antropológica do Didático. Equações do Primeiro Grau.		
TÍTULO **D3**	**O uso de jogos como estratégia de aprendizagem de equações do primeiro grau para o Ensino Fundamental II**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2017	Autoria	Diogo Rivoli Nazareth
Instituição de Ensino Superior	ESCOLA DE ENGENHARIA DE LORENA		
RESUMO			
O processo de ensino-aprendizagem em matemática vem se tornando desafiador, visto que apesar dos conceitos serem ensinados intensamente pelos professores aos alunos, estes ainda possuem inúmeras defasagens. Em decorrência deste contexto, diversas reflexões e investigações sobre o que constitui a melhor maneira de ensinar vêm ganhando espaço nas pesquisas acadêmicas. Entre estes estudos, o uso de jogos como recurso pedagógico configura-se como uma possibilidade de garantir o processo de construção de conhecimento. Deste modo, esta pesquisa propôs a utilização de jogos matemáticos (Memória e Dominó de equações), como instrumentos para o ensino das equações de primeiro grau para alunos do 8° ano do Ensino Fundamental II de uma escola municipal. Partindo deste pressuposto, investigam-se as possíveis contribuições que os jogos podem oferecer ao processo de ensino-aprendizagem com o objetivo de proporcionar a oportunidade de uma aprendizagem sólida e significativa sobre as equações do primeiro grau, a fim de alcançar e aperfeiçoar as habilidades e competências, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Com esta intenção, a metodologia desenvolvida na proposta é constituída por uma parte qualitativa (trata dos sentimentos dos discentes a respeito do ensino de matemática) e a quantitativa (pré-teste e pós-teste). Os dados foram analisados conforme o caráter de cada pesquisa aplicada aos sujeitos envolvidos (30 alunos). Os resultados mostram por meio da análise de grelhas de Bardin uma possível relação do uso da ludicidade e o progresso na construção dos conceitos matemáticos sobre as equações do primeiro grau em situações de jogo. Finalmente, conclui-se que a partir de tais contribuições, o uso de jogos contribuiu de forma relevante no rendimento e desenvolvimento cognitivo dos alunos. No entanto, nota-se que há a necessidade de avanços nas investigações sobre esta prática de ensino.			
Palavras-chave	Jogos; Equações do primeiro grau; Aprendizagem em matemática		
TÍTULO **D4**	**Análise sobre equações do primeiro e segundo grau em livros didáticos**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2016	Autoria	Fabio Junior Queiroz
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA		
RESUMO			

Neste trabalho, abordamos as diferentes formas de como as Equações do 1º e do 2º grau são apresentadas em livros didáticos de autores e editoras diferentes. Elaboramos críticas pertinentes aos mesmos e sugestões que possibilitem uma melhoria no material didático e consequentemente do ensino desses assuntos. Apresentamos também dois aplicativos que permitem a abordagem do estudo das Equações do 1º e do 2º grau, tornando as aulas mais atrativas para os alunos e mais prazerosa para os professores.			
Palavras-chave	Equações do 1º e do 2º grau		
TÍTULO **D5**	**Equação de 1º grau: uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2016	Autoria	Luciana Castoldi
Instituição de Ensino Superior	FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO		
RESUMO			
Ensinar Matemática é muito mais que simplesmente trabalhar fórmulas, é sim, preparar os estudantes para que desenvolvam capacidades de pensamento crítico, tomadas de decisões e ainda viver em sociedade, entretanto, para isso, cabe ao professor preocupar-se em oferecer experiências de aprendizagem integradas e significativas. Desse modo, esta pesquisa aborda a influência de jogos no desenvolvimento de conceitos de equação de primeiro grau com turmas de 7º e 8º anos. Essa fase da educação é muito importante para o desenvolvimento destes conceitos. Logo, cabe ao professor proporcionar um ambiente atrativo, bem como práticas pedagógicas que despertem o interesse dos estudantes, o que acaba ocasionando ao docente um rever sobre sua prática pedagógica. A utilização de jogos é cogitada por muitos estudiosos como um recurso importante, para que a aprendizagem ocorra de forma significativa e prazerosa. Assim, este trabalho está ancorado na linha de pesquisa de Fundamentos Teórico-Metodológicos para o Ensino de Ciências e Matemática, teve como pergunta norteadora, “o uso de jogos, em sala de aula, contribui para a compreensão das Equações de 1º Grau”, e teve como objetivo de verificar se o uso da metodologia de jogos auxilia de modo eficaz no processo de ensino e aprendizagem. Durante a realização desta pesquisa, três jogos foram abordados: o jogo “Memórias da Álgebra”, “Dominó das Linguagens” e “Na trilha das Equações”. Após a aplicação de todos os jogos e atividades, foi feita uma análise das atividades desenvolvidas durante esta pesquisa a fim de verificar se o objetivo proposto foi atingido. Subsequente à análise de todo material coletado, podemos constatar que a utilização dos jogos em sala de aula, auxiliaram os estudantes na compreensão de conceitos matemáticos, além de permitir interações entre os estudantes de modo que a socialização, o diálogo, e a ajuda mútua foram predominantes na realização de todas as atividades realizadas. Ademais foi visível a satisfação e a motivação com os jogos, o que é importante para o desenvolvimento da aprendizagem, além de os jogos terem desenvolvidos nos estudantes o hábito de buscarem soluções para as situações propostas sem a necessidade de uma fórmula pronta. Partindo do exposto, consideramos que os jogos escolhidos atingiram de modo satisfatório, o objetivo desta pesquisa, uma vez que com o uso dos jogos os estudantes se tornaram mais críticos e confiantes, além de mudarem sua postura diante das aulas e ainda a imagem negativa que tinham sobre a Matemática. Por fim, destacamos que essa metodologia de ensino se tornou mais significativa aos estudantes, uma vez que na participação de seu próprio saber, o estudante se torna um agente ativo na construção do conhecimento e não apenas um ser receptor. Assim sugerimos que este modo de ensino e aprendizagem seja empregado na abordagem de outros conteúdos, pois com esta pesquisa evidenciamos que a utilização dos jogos contribuiu para que os estudantes compreendessem os conceitos matemáticos alvo dessa pesquisa.			
Palavras-chave	Educação Matemática; Equações de Primeiro Grau; Jogo; Produto Educacional		
TÍTULO **D6**	**Equações do Primeiro Grau Uma proposta de aula baseada na análise de livros**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2014	Autoria	Alexandre De Azevedo Silva

Instituição de Ensino Superior	ASSOCIAÇÃO INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA		
RESUMO			
O presente trabalho visa à análise de obras direcionadas ao Ensino Fundamental, na disciplina de Matemática, com foco em um assunto específico, no caso, “equações do primeiro grau com uma incógnita”. Tal assunto permite que o educador aplique uma metodologia que desperte o interesse do aluno. No entanto, isso de nada adianta caso o material didático em mãos do professor vá contra os seus anseios. Por esta razão, apresentamos uma proposta de aula sobre o assunto de forma mais simples e atraente para alunos e docentes.			
Palavras-chave	PCN, Equação Do Primeiro Grau, Ensino Fundamental, Livro Didático, Proposta De Aula, Avaliação De Livros, Enem.		
TÍTULO **D7**	**Proposta de ensino de equações do primeiro grau com material concreto e sentido figurado**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2016	Autoria	Erinaldo Borges Diniz
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO		
RESUMO			
Os alunos apresentam grande dificuldade em aprender equações do primeiro grau com a abordagem abstrata de incógnitas, influenciando no desenvolvimento da aprendizagem desse e de outros conteúdos. Pensando nisso, o presente trabalho utiliza material concreto e sentido figurativo, como ferramentas auxiliares para a compreensão e resolução de problemas de equações do 1º grau no ensino-aprendizagem da matemática no ensino fundamental II, tendo como principal objetivo analisar essa atividade como uma nova alternativa pedagógica a ser utilizada pelos professores. Para tanto, foi investigado o papel desempenhado por esse processo, associado ao ensino da matemática, avaliando como a associação dessa ferramenta com as equações pode melhorar o desempenho dos alunos quanto ao raciocínio lógico dedutivo. A análise se constituiu em um estudo de caso, com intervenção expositiva de aulas, abordando a metodologia sugerida. As aulas foram aplicadas em turmas do ensino fundamental das redes estadual e municipal de educação na cidade de Petrolina-PE, todos reunidos em um único local. Para a coleta de dados, foram aplicados avaliações e questionários com os estudantes, e os dados estão dispostos em gráficos e quadros. Foram ministradas oficinas sobre a metodologia proposta. Diante dos resultados, pode-se perceber que apesar das dificuldades encontradas pelos alunos, estes têm consciência da importância de métodos que os incentive ao desenvolvimento cognitivo no estudo da matemática.			
Palavras-chave	Alternativa pedagógica; Compreensão; Equações do 1º grau; Ensino-aprendizagem		
TÍTULO **D8**	**Aprendizagem Significativa de Equações de Primeiro Grau: Um Estudo sobre a Noção de Equivalência como Conceito Subsunçor.**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2014	Autoria	Viviane Beatriz Hummes
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL		
RESUMO			
Este trabalho tem a finalidade de apresentar uma proposta de estudo que procura analisar se a compreensão da noção de equivalência é um conceito subsunçor necessário para a Aprendizagem Significativa de equações do primeiro grau. À luz da teoria de David Ausubel, procuramos investigar se atividades que relacionam o equilíbrio existente em uma			

balança de dois pratos com uma igualdade entre os termos de uma equação podem funcionar como organizadores prévios facilitadores da Aprendizagem Significativa dos estudantes. A pesquisa foi desenvolvida em uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede municipal de ensino de Porto Alegre, a partir de uma abordagem qualitativa, utilizando como método o estudo de caso. A interpretação dos dados resultantes foi realizada a partir da elaboração, da aplicação e da análise de uma sequência didática. As atividades foram realizadas a partir de situações propostas por dois Objetos Digitais de Aprendizagem que utilizam a balança de dois pratos, como suporte representacional. Assim, após analisarmos os resultados obtidos ao longo das sessões que compunham a sequência didática desenvolvida, percebemos que a noção de equivalência é um conceito fundamental para a Aprendizagem Significativa de equações do primeiro grau, mas não é o único. Além disso, concluímos, através da análise das atividades realizadas, que a noção de equivalência, existente em uma equação, pode ser considerada um conceito subsunçor necessário para ancorar a aprendizagem de equações do primeiro grau e, desta forma, proporcionar a Aprendizagem Significativa dos estudantes.			
Palavras-chave	Equações do primeiro grau; Aprendizagem Significativa; Equivalência Balança de dois pratos		
TÍTULO **D9**	**Equações do primeiro grau: aprendizagem pelo uso do software Winplot no Ensino Fundamental**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2016	Autoria	Rodrigo Calsone
Instituição de Ensino Superior	CENTRO UNIVERSITÁRIO MOURA LACERDA		
RESUMO			
A presente pesquisa é resultado da observação e análise de como o software matemático Winplot (software de gráficos, equações e funções) pode ajudar no processo de ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau. O método adotado tem como foco a pesquisa qualitativa fundamentada na perspectiva histórico-cultural e foi realizado com alunos do 9° ano do ensino fundamental de uma escola pública do interior de São Paulo. Com relação aos procedimentos de construção de dados, optou-se pela filmagem de situações interativas entre professor e alunos em atividades de classe, analisando a relação entre eles, com a posterior transcrição e organização dos dados em episódios. Pelos dados levantados, verificou-se a viabilidade deste estudo. Se, por um lado, a utilização deste software não constrói o raciocínio de modo dedutivo, por outro cria um novo tipo de raciocínio fundamentado no ajuste de questões propostas pela interpretação do software, em conjunto com as interações com o professor. Deste modo, o aluno passa a entender a resolução pelo modo numérico. A interatividade nas soluções de equações instiga o aluno a querer aprender mais, tanto pela utilização do software como também pela forma algébrica de resolução. Neste sentido, o uso do software não pretende substituir o modo algébrico de aprendizagem, mas, sim, complementá-lo, tornando a solução de equações do primeiro grau com maiores possibilidades de ser compreendida.			
Palavras-chave	Software Educacional. Educação Matemática. Tecnologia Educacional. Perspectiva Histórico-Cultural.		
TÍTULO **D10**	**Situações-problemas aplicadas na aprendizagem de equações e sistemas de equações do primeiro grau com duas variáveis**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2013	Autoria	Gilmar Tolentino
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS		
RESUMO			

O desenvolvimento deste trabalho tem como objetivo mostrar a importância da aplicação de situações-problemas para a aprendizagem de equações e sistemas de equações do primeiro grau com duas variáveis por alunos do 8° ano do ensino fundamental em ambiente papel e lápis e observação de balança de dois pratos. A proposta é mostrar a aplicação de resolução de problemas que envolva equações do primeiro grau com uma incógnita e sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas, a fim de incentivar os alunos a pensarem, encaminharem a solução do problema, tentarem superar as dificuldades de aprendizagem, enfrentarem desafios que exijam grande esforço e dedicação e descubram por si só a melhor estratégia que deve ser utilizada para o problema ser resolvido e, em seguida, comparar e apresentar os algoritmos definidos para a resolução destes conceitos. É apresentada também, a resolução destes problemas usando o método da balança de dois pratos, o método da adição e o método da substituição como método de resolução de equação e sistemas de equações com duas incógnitas.			
Palavras-chave	Situações-problema, Balança de dois pratos		
TÍTULO **D11**	**Ensino-aprendizagem de álgebra através da resolução e exploração de problemas**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2016	Autoria	Andriely Iris Silva De Araujo
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAIBA		
RESUMO			
Após uma reflexão sobre as dificuldades da aprendizagem dos princípios básicos da Álgebra na compreensão e apropriação de ideias e conceitos, sentiu-se a necessidade de buscar uma metodologia que propusesse uma melhor aprendizagem dos alunos. Desse modo, o objetivo principal deste trabalho é identificar como a metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução e Exploração de Problemas possibilita o entendimento de ideias e conceitos que vão desde a generalização de padrões até a resolução de Equações Polinomiais do Primeiro Grau. Tendo em vista que essa metodologia visa desenvolver um trabalho mais centrado nos alunos, pois parte de problemas geradores para a aquisição de novos conceitos matemáticos, promovendo assim uma participação mais ativa dos alunos no processo de construção do conhecimento. A partir do momento que o aluno é elevado a expor suas ideias e pensamentos, tornado se o centro do desenvolvimento e da edificação do conhecimento, sob o olhar cuidadoso do professor, que nesse momento tem o papel de mediar, ajudando a construir uma ponte entre o que o aluno já sabe e o que deseja saber. A metodologia de pesquisa usada é de caráter qualitativo na modalidade de pesquisa pedagógica (LANKSHEAR & KNOBEL, 2008) onde o professor pesquisa, sobretudo, sua própria sala de aula e cujo objeto da pesquisa flui de questões, problemas ou preocupações autênticas do próprio professor - pesquisador. O trabalho de sala de aula foi desenvolvido em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública do município de Itatuba-PB. Ao trabalhar com a metodologia de Resolução e Exploração de Problemas constatou-se uma maior motivação por parte dos alunos, ao questionarem e refletirem sobre as ideias discutidas, sendo sempre instigados a atuarem fortemente durante o processo de ensino-aprendizagem. Pode-se destacar com a análise dos resultados obtidos a relevância da metodologia adotada, que permitiu uma maior compreensão da Álgebra, de modo a minimizar ou até superar as dificuldades apresentadas constantemente pelos alunos.			
Palavras-chave	Educação Matemática; Ensino- Aprendizagem de Matemática através da Resolução e Exploração de Problemas; Ensino-Aprendizagem de Álgebra; Equações Polinomiais do Primeiro Grau		
TÍTULO **D12**	**Linguagem matemática e jogos: uma introdução ao estudo de expressões algébricas e equações do 1º grau para alunos da EJA**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2013	Autoria	Sharon Rigazzo Flores

<table>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">O aluno da educação de jovens e adultos (EJA) vive, em geral, uma história de exclusão, que limita seu acesso a bens culturais e materiais produzidos pela sociedade, acarretando muitas dificuldades até mesmo diante de construções elementares. Com a escolarização, ele busca construir estratégias que lhe permitam reverter esse processo. Por outro lado o professor recebe um público especial, em um curso com limitação de tempo e falta de materiais didáticos específicos. Assim, este estudo traz como premissa contribuições para auxiliar as dificuldades elementares dos alunos da EJA no que diz respeito aos conceitos iniciais de expressões e equações do primeiro grau, ao mesmo tempo em que incrementa a prática didática do professor através de dois pilares didáticos, a saber: a comparação entre a linguagem materna e a linguagem matemática; e o uso de atividades lúdicas em sala de aula.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">EJA, Linguagem, Expressões, Equações, Jogos</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
D13</td><td colspan="3">Jogos sociais: aprendendo equações matemáticas de 1º grau através do "criminal case" no facebook</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>DISSERTAÇÃO – 2014</td><td>Autoria</td><td>Daniela Renata Jacobsen</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">O presente trabalho investiga a aprendizagem de Equações Matemáticas de Primeiro Grau, utilizando o jogo online Criminal Case, da Rede Social Facebook. A análise foi feita com alunos de uma escola na zona rural do município de Camaquã, no estado do Rio Grande do Sul, Brasil. O campo do estudo foi à sala de aula presencial e um jogo criado no Facebook, tendo como questão norteadora. Como um jogo digital pode propiciar o desenvolvimento de estratégias para resolução de Equações Matemáticas de Primeiro Grau? Considerando a Rede Social e o jogo online como Ambientes Virtuais de Aprendizagem, as estratégias do jogo foram trazidas para sala de aula, servindo como facilitadoras para o desenvolvimento do raciocínio matemático utilizado no cálculo da incógnita das Equações Matemáticas de Primeiro Grau. A metodologia é de caráter qualitativo, com nuances de estudo de caso e da etnografia virtual, tendo como objetivo conhecer as estratégias utilizadas no jogo para resolver o enigma, as quais foram postadas e comentadas pelos alunos no grupo do Facebook. Buscou-se ancoragem teórico-metodológica em Recuero, Sperotto, Souza, Alves e Moita sobre as redes sociais, interações, jogos online e subjetividade. As análises realizadas apontam que as habilidades e as estratégias utilizadas no jogo, além das interações entre os alunos nos debates no grupo do Facebook, são dispositivos de constituições de subjetividades e facilitadores da aprendizagem das Equações Matemáticas.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">Aprendizagem; Equações Matemáticas; Jogos sociais; Rede Social; Facebook.</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
D14</td><td colspan="3">Aprendizagem de equações do 1º grau a partir da atividade de situações problema como metodologia de ensino, fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de GALPERIN</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>DISSERTAÇÃO – 2016</td><td>Autoria</td><td>Adriana Regina Da Rocha Chirone</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
</table>

O processo de ensino aprendizagem deve estar baseado em uma teoria de aprendizagem que explique a relação entre o objeto (conteúdo a ser aprendido) e os sujeitos (estudante/professor). Opta-se nesta pesquisa pela Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, pela Direção da Atividade de Estudo de Talízina e pelo Ensino Problematizador de Majmutov, para analisar a aprendizagem da Atividade de Situações Problema em Equações do 1º grau, dos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da UFRR. A pesquisa será dividida em três capítulos, sendo o primeiro o da Fundamentação Teórica subdividido em três tópicos: fundamentos filosóficos, psicológicos e didáticos. No segundo capítulo, dedicado aos procedimentos metodológicos, se caracteriza a pesquisa como mista com enfoque qualitativo e se apresentam os instrumentos utilizados para coleta e análise dos dados, a saber: quatro provas de lápis e papel, fichas de observações, questionários, registros pessoais e autoavaliação. No terceiro capítulo se apresentam as análises e discussões dos dados coletados em cada fase da pesquisa, utilizando a Atividade de Situações Problema e sua relação com o processo de assimilação proposto por Galperin. Como resultado final da pesquisa temos que: dos 25 estudantes participantes, 01 estudante encontra-se na 1ª Etapa da assimilação, 07 estudantes na 2ª Etapa (Material ou Materializada), 06 estudantes na 3ª Etapa (Verbal externa), 04 estudantes terminaram a pesquisa na 4ª Etapa (Linguagem externa para si) e 07 estudantes na 5ª Etapa (Linguagem interna). Enfatizamos ainda a importância da continuidade da pesquisa relacionando os Níveis de Ensino Problematizador de Majmutov e as etapas de ações mentais de Galperin.			
Palavras-chave	Formação por etapas das ações mentais; Atividade de situações problema; Ensino problematizador; Resolução de problema; Ensino de equações do 1º grau		
TÍTULO **D15**	**O método da Falsa Posição: uma alternativa para o ensino de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2015	Autoria	Fabricio De Azevedo Silva
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO		
RESUMO			
O principal objetivo desta pesquisa é verificar se o método da falsa posição, utilizado para resolver alguns problemas do Papiro de Rhind, pode ser uma alternativa para resolução de problemas que envolvem equações do 1º grau com uma incógnita para alunos do 7º ano do ensino fundamental. Esse método era utilizado pelos egípcios e trata-se de um caminho para encontrar a solução do problema através da estipulação de um valor inicial, considerado a falsa posição, que deverá ser ajustado imediatamente após para se obter o valor correto. Como observamos não ser raro que essa estratégia seja adotada pelos discentes nos dias atuais, acreditamos ser essa uma alternativa plausível para o ensino do conteúdo. Para verificar a eficácia do método, realizamos um estudo de caso – adotando uma abordagem qualitativa para analisar os dados recolhidos na pesquisa – com uma turma do 7° ano em uma escola da rede municipal do Rio de Janeiro. Propomos uma sequência de três atividades, aplicada em um único encontro, onde após a resolução dos problemas pelos discentes, iniciávamos uma discussão sobre quais estratégias adotaram. Após a resolução da primeira atividade, um problema retirado do Papiro de Rhind, durante o período destinado à discussão do problema, mostramos como os egípcios o resolviam. Podemos perceber que uma quantidade considerável deles se identificou com o método, pela forma como resolveram as atividades posteriores.			
Palavras-chave	Resolução de problemas, equação do 1º grau, método da falsa posição, Papiro de Rhind.		
TÍTULO **D16**	**Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas e na compreensão do erro: um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2013	Autoria	Yasmini Lais Spindler Sperafico

<table>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">Este estudo situa-se no campo da aprendizagem da Matemática. O objetivo da pesquisa aqui proposta foi identificar a existência de relação entre a competência cognitiva, o uso de estratégias metacognitivas e a compreensão do erro, na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau. Para isso, investigou-se 38 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da região metropolitana de Porto Alegre, selecionados aleatoriamente em duas turmas. Adotando o método misto de pesquisa, utilizou-se como instrumentos o Whimbey Analytical Skills Inventory (WASI), como avaliador da competência cognitiva e divisor dos grupos com alto e baixo nível de competência cognitiva, tendo como referência a média geral de acertos do grupo; e a Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP). Realizaram-se também Observações e Entrevistas Clínicas com base na solução da Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau (TRPEA). O tratamento estatístico, realizado por meio dos testes de Correlação de Pearson e T-Student, demonstrou a existência de correlação estatisticamente significativa entre o WASI e a TRPEA, evidenciando a existência de relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas e compreensão do erro pelo estudante. Verificou-se também uma diferença significativa entre os estudantes com alto e baixo nível de competência cognitiva, em relação ao desempenho na resolução dos problemas e compreensão dos erros, comprovando que estudantes com maiores níveis de competência cognitiva apresentaram melhor desempenho, cometendo menos erros e compreendendo com maior frequência os erros cometidos. Verificou-se ainda a existência de relação entre o uso de estratégias metacognitivas e a compreensão do erro, bem como em relação à competência cognitiva - por meio da observação e entrevista clínica - evidenciando que, apesar do uso das estratégias não ocorrer em todos os momentos da resolução do problema (antes, durante e após a leitura do enunciado e durante e após a resolução do problema) com a mesma frequência, os estudantes com maiores níveis de competência cognitiva demonstraram utilizar um maior conjunto de estratégias, compreendendo melhor a necessidade de sua utilização correta em todas as etapas da resolução, do que os estudantes com baixos níveis de competência cognitiva. Esses resultados alertam para a necessidade de desenvolver-se em sala de aula, atividades que tenham como propósito o treinamento do uso correto de estratégias metacognitivas, visando o aprimoramento da capacidade de resolução de problemas matemáticos, assim como a prevenção e compreensão dos erros cometidos.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">Resolução de Problemas. Equações Algébricas do 1º Grau. Competência Cognitiva. Metacognição. Erro.</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
D17</td><td colspan="3">A álgebra na perspectiva histórico-cultural: uma proposta de ensino para o trabalho com equações de 1º grau</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>DISSERTAÇÃO – 2016</td><td>Autoria</td><td>Beatriz Aparecida Silva Alves</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">Na presente pesquisa, de caráter qualitativo, apresentamos nossa preocupação com a formação do pensamento algébrico e do conceito de equações de 1° grau sob a perspectiva da atividade orientadora de ensino (MOURA, 1992; 2000; 2001). O estudo foi realizado com 27 estudantes do 7° ano do ensino fundamental de uma escola municipal da cidade de Uberlândia/MG, com faixa etária entre 12 a 15 anos. Os princípios norteadores dessas atividades versam sob os nexos conceituais da álgebra: fluência, campo de variação e variável (SOUSA, 2004), que podem ser apreendidos à luz da Teoria Histórico-Cultural (VIGOTSKI, 1989; 1991; LEONTIEV, 1978; 1983) e dos princípios de Davidov (1982; 1987) acerca da construção do conhecimento teórico. Realizamos um estudo histórico do surgimento da álgebra (BAUMGART, 1992; EVES, 2002, entre outros) por acreditarmos que os nexos conceituais se fazem presentes ao longo da construção histórica do conceito, um breve olhar sobre livros didáticos presentes na escola onde a pesquisa aconteceu e um levantamento de pesquisas já realizadas sobre a temática, a fim de verificar se estes nexos se encontram em destaque. Diante desses encaminhamentos, estabelecemos a seguinte questão de pesquisa: quais implicações pedagógicas para o processo de formação do pensamento algébrico e do conceito de equação de 1º grau para os estudantes do ensino fundamental as atividades de ensino, desenvolvidas na perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino, podem propiciar? Na busca por respondê-la, traçamos como</td></tr>
</table>

objetivo analisar possíveis implicações pedagógicas para a formação do pensamento algébrico e a aprendizagem do conceito de equação de 1º grau para estudantes do 7º ano do ensino fundamental por meio da atividade de ensino. Para efeito de análise, categorizamos os dados em episódios e cenas (MOURA, 2004) discutindo os movimentos possibilitados pelas situações desencadeadoras de aprendizagem, assim como as ações e reflexões dos estudantes perante as situações propostas. Por meio das análises realizadas, parece-nos que houve a formação do pensamento algébrico pelos estudantes e que estes se apropriaram do conceito de equação de 1° grau, assim como notamos indícios de que os nexos conceituais algébricos são de extrema relevância para a aprendizagem da álgebra, em um movimento no qual os estudantes compreenderam as justificativas de suas ações mediante as necessidades que as motivaram, permitindo aos estudantes atribuírem nova qualidade ao processo de apreensão dos conceitos algébricos, no qual houve a predominância do saber pensar ao invés do saber fazer, possibilitando percebermos indícios de desenvolvimento do conhecimento teórico, em um ambiente de respeito às ideias apresentadas pelo outro e construção coletiva dos significados algébricos. Esperamos que este trabalho contribua com a área de Educação Matemática, especialmente com o ensino de equação por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem que propiciem a formação do conhecimento teórico.			
Palavras-chave	Pensamento Algébrico; Equações de 1° grau; Atividade Orientadora de Ensino; Nexos Conceituais; Teoria Histórico-Cultural.		
TÍTULO **D18**	**Sobre equações e funções na educação básica, uma análise de erros**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2014	Autoria	Jean Carlos Fideles De Sousa
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ		
RESUMO			
Neste trabalho fizemos um breve estudo sobre a função afim, a equação do primeiro grau e uma análise sobre os principais erros cometidos por alunos na resolução destas. Inicialmente apresentamos o corpo dos números reais, em sequência estudamos a função afim, a qual tem este conjunto como domínio e mostramos que seu gráfico é uma reta. Para calcular o zero da função afim nos deparamos com uma equação do primeiro grau; assim, na seção seguinte, apresentamos brevemente a equação do primeiro grau. No capítulo dois apresentamos os resultados obtidos pela pesquisa realizada em uma escola pública, e nele apontamos os principais erros cometidos pelos alunos na compreensão desses dois conceitos: equação e função.			
Palavras-chave	Equação. Zero. Função. Gráfico. Erro.		
TÍTULO **D19**	**Análise da relação entre formação inicial e proficiência de professores de matemática em equações literais de 1° grau: um estudo de caso utilizando o modelo de Rasch Dicotômico**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2014	Autoria	Manoel Pereira Da Silva Filho
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO		
RESUMO			
Equações Literais são expressões matemáticas que possuem, além da variável em questão, coeficientes representados de forma genérica por letras. Essas equações são de grande importância, uma vez que o professor pode usá-las para discutir e modelar fenômenos e situações em diversas áreas do conhecimento, através das relações entre as quantidades envolvidas, tornando o ensino de matemática mais significativo. Neste trabalho, analisou-se a relação entre formação inicial e proficiência de professores de matemática em Equações literais do 1º Grau via modelo de Rasch dicotômico. Esse modelo considera que a probabilidade de um indivíduo responder satisfatoriamente a um item de um			

questionário é função tanto da sua habilidade quanto da dificuldade deste item. Como instrumento de avaliação, os entrevistados responderam a itens de um questionário que discutia a formação acadêmica, o conhecimento técnico e a prática docente desse conteúdo. As respostas a este questionário foram analisadas antes e depois da disponibilização de um manual didático aos participantes da pesquisa, produzido para sanar possíveis dificuldades com o tema. Os resultados iniciais se mostraram bastante preocupantes uma vez que para cerca de 90% dos entrevistados, o modelo retornou que a habilidade desses profissionais foi estimada como sendo menor que a dificuldade dos itens propostos no questionário. Os resultados indicam que os professores não responderam positivamente às questões que tratavam da prática docente e do conhecimento do conteúdo. Por outro lado, verificou-se que uma ação simples de capacitação e formação continuada, como foi o caso da aplicação do manual didático, aumentou significativamente o nível de proficiência dos professores nos quesitos avaliados inicialmente.			
Palavras-chave	Ensino, aprendizagem, equações literais, formação inicial e continuada, modelo de Rasch, proficiência.		
TÍTULO **D20**	**Erros no processo de resolução de equações do 1º grau**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2010	Autoria	Duílio Tavares de Lima
Instituição de Ensino Superior	PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS		
RESUMO			
Esta pesquisa preocupou-se em levantar, identificar, categorizar e analisar os procedimentos e erros que os alunos de um curso pós-médio de uma instituição federal de ensino, cometiam ao resolver equações do primeiro grau. Tendo por base os trabalhos de Cury, Freitas, Pinto, Radatz, Souza, Engler entre outros, foram levantadas as categorias de erros cometidos nas resoluções feitas entre os alunos participantes da pesquisa. Noventa questionários para levantar o perfil dos alunos participantes foram aplicados. Em seguida, foram pesquisados os livros didáticos usados pelos participantes à época em que cursaram a 6ª série do Ensino Fundamental para verificar a abordagem metodológica no processo de ensino das equações de 1º grau. Assim, chegou-se às equações selecionadas e aplicadas aos participantes. O produto final de nossa pesquisa é apresentado por meio de um Caderno de Atividades (CA), composto por quinze Fichas Temáticas com atividades elaboradas a partir das categorias de erros analisados no presente trabalho, tendo como principal objetivo fazer com que os alunos tomem consciência de seus erros e analisem-os numa perspectiva de construção de conhecimentos matemáticos específicos das equações do 1º grau.			
Palavras-chave	Análise de erros. Equação do 1º grau. Ensino. Aprendizagem de equações do 1º grau. Educação matemática.		
TÍTULO **D21**	**A evolução na resolução das equações algébricas**		
Tipo de Produção		Autoria	Luis Carlos Da Costa
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE		
RESUMO			
Tentamos, através desde trabalho, apresentar, em linguagem tão simples quanto possível, o desenvolvimento de alguns métodos clássicos de resolução das equações Lineares, Quadráticas, Cúbicas e Quárticas. Apresentamos, também, uma retrospectiva histórica relacionada a cada um desses métodos fazendo com que o leitor se situe no tempo e no espaço e se sinta mais atraído pela leitura. Em todos os casos foram exibidos exemplos numéricos ilustrativos desses métodos. Também foi sugerida uma Sequência Didática para			

o ensino das Equações Quadráticas. Encerro esse trabalho com a biografia de dois jovens prodígios da Matemática: Niels Abel e Évariste Galois.

Palavras-chave	Equações Algébricas; Fórmulas por Radicais		
TÍTULO **D22**	**Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2017	Autoria	FRANCIELY FABRICIA DE SOUZA FERREIRA
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ		

RESUMO

A abordagem de ensino por meio da resolução de problemas tem se mostrado um campo fértil para o desenvolvimento de diversos conteúdos em sala de aula. Em particular, buscamos com este trabalho compreender como o ensino via resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau. Focalizamos nossas investigações no 7º ano do Ensino Fundamental, tendo em vista que é nesta fase que os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam como conteúdo o ensino de equações do 1° grau. As inquietações que nos motivaram a esta pesquisa surgiram das atividades de regência em turmas de 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, nas quais foi detectada uma lacuna na aprendizagem dos conceitos relacionados à Álgebra. Os participantes dessa pesquisa foram 30 alunos matriculados no 7º ano do Ensino Fundamental, em uma escola localizada na região norte do Paraná, pertencente ao Núcleo Regional de Maringá - NRE. Abordamos um ensino via resolução de problemas, no qual o problema foi proposto como ponto de partida. A pesquisa se desenvolveu em três etapas visando introduzir a temática equações do 1º grau: (1) o olhar da professora sobre o aluno, (2) o ensino via resolução de problemas, (3) o olhar da pesquisadora sobre o aluno. Os dados foram coletados através do questionário respondido pela professora da disciplina, áudio, resolução dos problemas dos alunos e Notas de Campo respondidas pela pesquisadora durante a implementação do ensino. Ao analisarmos o questionário respondido pela professora da disciplina e as Notas de Campo respondidas pela pesquisadora foi possível inferir que a turma escolhida é bastante participativa, pois os alunos discutem as estratégias e utilizam todo o tempo disponível em função da resolução dos problemas. A motivação também foi uma característica em destaque desta turma, onde os alunos se empenharam em busca do conhecimento. Identificamos na fala dos alunos as suas dificuldades durante a resolução dos problemas, sendo possível inferir que elas se concentram na etapa da representação do problema. Tais dificuldades que permearam a etapa de representação do problema possuíam características como: a natureza do problema, termos matemáticos como triplo e múltiplo e ainda as falsas hipóteses. Inferimos que a dificuldade de interpretação do problema desencadeou uma sequência de erros, levando os alunos a errarem na resolução. De modo geral, apesar das dificuldades enfrentadas pelos alunos, foi possível constatar que eles conseguiram identificar as características de uma equação do 1º grau como o uso de incógnita e do sinal de igualdade. Os alunos também perceberam a importância de se utilizar equação do 1º grau para a resolução de alguns problemas, relacionando essa importância ao tempo gasto para a resolução dos problemas e à facilidade na resolução do mesmo.

Palavras-chave	Ensino de Matemática. Resolução de Problemas. Equações. Álgebra.		
TÍTULO **D23**	**Expressões algébricas na Educação Básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2016	Autoria	LUDIMILA CASSIA COELHO DE ANDRADE
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA		

RESUMO

<table>
<tr><td colspan="4">O processo de ensino e aprendizagem de álgebra apresenta-se como um desafio para os professores de Matemática. As pesquisas nessa área apontam que, de maneira geral, os professores ensinam apenas técnicas para a execução o de cálculos com sucesso. Lima(2007) e Ribeiro(2012) apontam que as dificuldades dos professores em dar significado aos conteúdos algébricos, bem como planejar ações que garantam o ensino entrelaçado aos contextos reais, refletem nas dificuldades conceituais dos alunos em relação a esses conteúdos, dificultando a aprendizagem. Lins e Gimenez (1997) e Kieran (2004) cientes da necessidade de construção dos conceitos algébricos a partir das experiências já vivenciadas pelos estudantes, ressaltam a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais. Sendo assim, o objetivo desse trabalho e validar atividades para o ensino e aprendizagem de expressões algébricas junto a professores da Educação Básica da Secretaria de Estado e Educação do Distrito Federal. A pesquisa foi realizada no Laboratório de Educação Matemática do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília e contou com a participação de 8 professores de matemática da Secretaria de Estado e Educação do Distrito Federal, atuantes em salas de aula da Educação Básica. Durante o encontro, os participantes vivenciaram as atividades, assumindo o papel dos estudantes e, posteriormente, dialogaram sobre o processo de ensino e aprendizagem de álgebra, bem como sobre o desenvolvimento das atividades de ensino, perfazendo o processo de validação. Como resultados, apontamos a relevância da formação o continuada, do permanente diálogo e troca de experiências entre os professores afim de aprimorar as metodologias e ações voltadas para o ensino de Matemática e especialmente o de Álgebra. Compreendemos que foi fundamental a avaliação das atividades de ensino a partir de pontos de vista de professores experientes e atuantes em salas de aula da Educação Básica, pois possibilitou identificar limitações, potencialidades, bem como, discutir e reelaborar as atividades, adaptando-as `as necessidades do processo de ensino-aprendizagem.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">Atividades de Ensino, Ensino Fundamental Anos Finais, Expressões Algébricas.</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
D24</td><td colspan="3">A Álgebra no Ensino Fundamental como Ferramenta de Generalização</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>DISSERTAÇÃO – 2016</td><td>Autoria</td><td>ANDRE OLIVEIRA DOS SANTOS</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">O presente trabalho tem por objetivo descrever a aplicação de uma sequência didática para uma abordagem da Álgebra no ensino fundamental, tendo a Generalização como recurso didático. Essa sequência didática foi construída, de acordo com as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Também são apresentados relatos de algumas civilizações e suas metodologias aplicadas à resolução de problemas de caráter algébrico. Fala-se ainda, sobre alguns matemáticos que contribuíram no desenvolvimento do simbolismo algébrico. Logo após, apresenta-se um relato sobre como a Álgebra foi introduzida no Brasil e de que maneira ela está sendo cobrada em exames que servem de parâmetro para análise do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), como Prova Brasil e Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), em seguida passamos ao relato apresentado aos alunos, através de slides e vídeos sobre os Padrões existentes na natureza. Por fim, é apresentada a maneira pela qual os alunos desenvolveram o raciocínio na percepção de padrões em sequências numéricas e de figuras, culminando com a construção de sequências de figuras com a utilização de materiais concretos, atividade executada em grupos, o que proporcionou um elo entre teoria e prática.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">História; Álgebra; Generalização</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
D25</td><td colspan="3">As diferentes estratégias de resolução das equações algébricas até o terceiro grau</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>DISSERTAÇÃO – 2015</td><td>Autoria</td><td>FABIANO LUIZ DA SILVA</td></tr>
</table>

Instituição de Ensino Superior			
RESUMO			
O objetivo desse trabalho é apresentar explanações e estratégias de resolução das equações algébricas do primeiro, segundo e terceiro graus, uma vez que o ensino relativo à resoluções dessas equações tem se restringido praticamente a apresentação da fórmula resolutiva e as relações entre seus coeficientes e suas raízes. Desta maneira procuramos demonstrar e até mesmo justificar todas as formas apresentadas para se resolver equações até o terceiro grau através de métodos puramente algébricos ou geométricos, como também, exemplificar todos os métodos que foram exibidos no intuito de satisfazer as expectativas dos leitores, por isso, o texto foi produzido em uma linguagem simples, acessível à professores e alunos. Nesse contexto, espera-se que essa proposta de trabalho estimule os professores de Matemática do Ensino Básico a realizarem essa abordagem diferenciada das equações algébricas em questão, pois acredita-se que com essa abordagem ocorram reflexos positivos no processo de ensino e aprendizagem das equações e da Matemática.			
Palavras-chave	Equações Algébricas.		
TÍTULO **D26**	**O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2012	Autoria	DÉBORA SILVA VELOSO
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO		
RESUMO			
A Álgebra, apesar de seu valor inegável na formação matemática do cidadão, figura como uma das áreas que oferece grandes dificuldades para professores e alunos. Uma das explicações apresentadas pela literatura nacional e internacional é o fato de seu ensino ser predominantemente mecânico e desprovido de sentido para os alunos. Outra é a ênfase excessiva no simbolismo em detrimento do desenvolvimento do pensamento algébrico. Tais leituras e reflexões levaram-nos construir, desenvolver e analisar um conjunto de tarefas envolvendo padrões e sequências com o propósito de investigar como alunos iniciantes no estudo de Álgebra lidariam com as mesmas e responder a seguinte questão de investigação: Que contribuições uma proposta de ensino baseada na percepção e generalização de padrões e sequências pode trazer para o desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem algébrica em alunos que se iniciam no estudo da Álgebra? A pesquisa aconteceu em uma classe do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada de Belo Horizonte (MG). Sete tarefas foram desenvolvidas nos horários regulares das aulas de Matemática. Esse estudo, de cunho qualitativo, fundamentou-se nos trabalhos de Radford (2009, 2010a, 2010b e 2011) acerca do pensamento algébrico e dos processos de objetificação e de generalização. Os dados foram coletados por meio de diário de campo, gravações em áudio e vídeo, bem como de registros produzidos pelos alunos. Os resultados evidenciam que a percepção de padrões e a construção e análise de sequencias não são triviais para os alunos, mas, quando estimulados, gradativamente, podem desenvolver as habilidades necessárias para trabalhar com esses temas. Os participantes do estudo, de modo geral, apresentaram considerável avanço na compreensão de padrões e percepção de regularidades. Nessa perspectiva, tivemos a oportunidade de perceber os processos de objetificação vivenciados pelos estudantes, no sentido de investigar as diversas estratégias utilizadas por eles durante a interação com as sequências, com os colegas e com a professora/pesquisadora. As tarefas abordadas e a forma como foram desenvolvidas em sala de aula propiciaram a domesticação do olhar de alguns alunos, os quais conseguiram desenvolveram formas de raciocínio organizadas e elaboradas, realizando generalizações algébricas – contextuais ou factuais -, características do pensamento algébrico. Observamos, também, uma evolução na forma de designar o objeto indeterminado e variável em cada uma das sequências trabalhadas e na escrita simbólica, em direção à construção da linguagem algébrica padrão. Tal como propõe a literatura, verificamos que é possível realizar tarefas que estimulem o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos iniciantes no estudo da Álgebra, antes mesmo que eles dominem a linguagem algébrica padrão. A pesquisa gerou ainda um livreto com uma síntese comentada das tarefas desenvolvidas, destinado a professores, futuros professores e formadores.			

Palavras-chave	Pensamento algébrico, Alunos iniciantes no estudo da Álgebra, Radford, Processos de objetificação e generalização

TÍTULO **D27**	**A utilização das Aplicações Interativas no ensino e aprendizagem das Equações do 1º grau**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2014	Autoria	Eduarda Maria Vieira dos Santos Nunes de Oliveira
Instituição de Ensino Superior	FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA		

RESUMO

Numa época em que existe uma grande diversidade de ferramentas tecnológicas ao nosso dispor, é imprescindível que se reflita sobre o seu contributo para o ensino e aprendizagem. Este estudo pretende analisar de que forma é que a exploração das applets pode contribuir para o ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau. Especificamente, pretende-se estudar como é que as mesmas podem contribuir para que os alunos efetuem a passagem da aritmética para a álgebra, desenvolvam o conceito de incógnita e de equação e compreendam os princípios de equivalência. Na revisão da literatura fez-se referência ao pensamento de Vygotsky, nomeadamente os aspetos importantes no âmbito da educação, tais como, a Zona de Desenvolvimento Proximal e a Atividade Mediada. Também foi focado o ensino e a aprendizagem da álgebra e referidas as tecnologias de informação e comunicação. Neste estudo a metodologia utilizada foi de natureza qualitativa tentando-se descrever, analisar e compreender os processos realizados por quatro alunos do 7.º ano. Foram analisadas várias tarefas que envolveram a aplicação das applets relacionadas com o ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau. Ao longo da implementação do estudo os alunos mostraram-se motivados para a aprendizagem das referidas equações e divertidos quando recorriam à utilização das applets. Por vezes, as mesmas apresentaram limitações, o que implicou a adaptação das estratégias e contribuiu para a reflexão sobre a importância do professor. Os resultados obtidos parecem indicar que as applets podem funcionar como instrumento mediador uma vez que os alunos conseguiram apropriar-se dos conceitos matemáticos através das mesmas. Parecem também reforçar a importância que se deve dar, no ensino e aprendizagem das equações do 1º grau, a tarefas que permitem aos alunos efetuar a passagem da aritmética para a álgebra e a tarefas que apelem à necessidade do uso natural dos princípios de equivalência para que os alunos compreendam a sua aplicação.

Palavras-chave	Applet; Aprendizagem da Álgebra; Equação do 1.º grau; Princípios de Equivalência

TÍTULO **D28**	**Desenho geométrico: uma ponte entre a álgebra e a geometria resolução de equações pelo processo euclidiano**		
Tipo de Produção	DISSERTAÇÃO – 2010	Autoria	Charles Georges Joseph Louis Varhidy
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO		

RESUMO

O presente trabalho teve por objetivo avaliar, junto a estudantes e professores de Matemática a importância, como alternativa pedagógica, de resolução de equações elementares, de primeiro e segundo grau, por meio do Desenho Geométrico Plano, como um complemento no ensino da Matemática, capaz de transformar um estudo basicamente abstrato, e, em função disso, de digestão custosa aos alunos do Ensino Fundamental, em matéria razoavelmente atraente, com o condão de despertar algum interesse e prazer na resolução de problemas. Para isso, construímos uma seqüência de atividades, com fulcro no Processo Geométrico Euclidiano, que foi apresentado a professores de uma rede de ensino, acompanhada de dois questionários: o primeiro, a ser preenchido antes do conhecimento da sequência de atividades, procurou saber do pensamento do professor quanto ao Desenho Geométrico e sua utilidade no ensino da Geometria e da Álgebra, e o segundo, oferecido após a apresentação da referida sequência, procurou verificar se suas impressões

<table>
<tr><td colspan="4">permaneciam as mesmas ou não, e, se positivas, teriam algumas considerações pertinentes sobre o assunto, seja para enriquecer, seja para melhorar a sequência. Foi feita uma sucinta pesquisa histórica, com observações de educadores e pedagogos ligados ao assunto, apresentada no capítulo inicial, que retrata o abandono do Desenho Geométrico, na maioria das escolas do país, a partir da década de 70 do século passado. E as vantagens que as escolas que ainda oferecem o Desenho Geométrico, mesmo que sob um ponto de vista mais artístico do que matemático, aos seus alunos. Feita uma pesquisa objetiva junto aos estudantes de uma escola que mantém, em seu currículo, aulas de Desenho Geométrico, com ênfase em resoluções de equações geométricas e algébricas, teve, como resultado, uma acolhida bastante positiva, o que nos permite ver com razoável otimismo, vantajosas situações no aprendizado não só da geometria mas também da álgebra. Nas conclusões finais foram enfatizadas as opiniões altamente favoráveis à utilidade que a sequência de atividades poderia proporcionar no entendimento da Geometria e da Álgebra com o estudo direcionado de Desenho Geométrico.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">Desenho Geométrico, Equações, Álgebra, Geometria.</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
T29</td><td colspan="3">O Percurso da Didatização do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental: uma análise a partir da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>TESE – 2014</td><td>Autoria</td><td>Marcia Aguiar</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">O ensino de álgebra nos três últimos anos do Ensino Fundamental tem se reduzido a um momento destinado ao treino e à fixação de regras e procedimentos algébricos. Ao que parece, os livros didáticos corroboram com essa visão do ensino de álgebra. Por outro lado, sabemos que no livro didático estão presentes algumas intenções didáticas “legitimadas”, de certa forma, por todos aqueles que participam do processo de ensino. Ao professor, que muitas vezes só possui o livro didático como material para preparar as suas aulas, cabe transformá-lo no saber que será ensinado na sala de aula. A álgebra é uma ciência ensinada predominantemente na escola e é relevante para capacitar os sujeitos a compreender o desenvolvimento científico e tecnológico atual. Por isso, parece-nos que o ensino de álgebra nos 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental deveria contribuir para a construção de um pensamento algébrico, superando as práticas rotinizadas. Assim, o objetivo do nosso trabalho é analisar de que modo os livros didáticos desse nível de ensino permitem a construção do pensamento algébrico. Ou seja, investigar o percurso de didatização da álgebra no Ensino Fundamental ou, mais propriamente, nos livros didáticos. Para essa análise utilizamos a Teoria da Transposição Didática e a Teoria Antropológica do Didático, propostas por Yves Chevallard. Essas teorias propiciaram uma análise mais aprofundada sobre os materiais e também demonstram ser uma ferramenta consistente para auxiliar o professor na sua prática pedagógica. Analisamos três materiais pedagógicos: dois livros didáticos, que vieram da lista de livros aprovados no PNLD-2011 e o Caderno elaborado pelo governo do Estado de São Paulo proveniente da proposta São Paulo Faz Escola. Com essas análises conseguimos perceber que a programabilidade do saber legitimada pela noosfera impossibilita muitas inovações na didatização referente ao ensino de álgebra, e que alguns livros ainda mantêm o ensino de álgebra voltado para o treino de procedimentos e resoluções. Por outro lado, também conseguimos encontrar outros percursos de didatização nos quais está presente um ensino voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">ensino de matemática, ensino de álgebra, pensamento algébrico, Transposição Didática, Teoria Antropológica do Didático, livro didático</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
P30</td><td colspan="3">Investigação matemática e a construção do pensamento algébrico: uma metodologia de ensino a compreensão de incógnitas</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>Revista Eventos Pedagógicos - v.3, n.3, p. 320 – 340 – 2012</td><td>Autoria</td><td>Gabriela Nery Pereira
Maria Nilsa Silva Braga</td></tr>
</table>

Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA (UESB)		
RESUMO			
Este artigo é a consolidação de uma pesquisa sobre o uso da investigação matemática como metodologia de ensino para a construção e desenvolvimento do pensamento algébrico, e em particular, para a compreensão de incógnitas e equações em uma 6ª série de um colégio particular da cidade de Jequié-Ba Nessa pesquisa procuramos compreender de que forma o uso da Investigação Matemática como metodologia de ensino pode contribuir para a construção e desenvolvimento do pensamento algébrico das incógnitas. Enquanto abordagem metodológica, optamos pela pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso com traços da pesquisa-ação. Para coleta dos dados utilizamos registros escritos produzidos por 10 alunos da turma em estudo e as anotações realizadas pela pesquisadora no decorrer da pesquisa. Esta visou identificar a formação de conceito algébrico nas situações propostas, principalmente nas que envolvem padrões e regularidades; analisar o nível de complexidade e imprevisibilidade nos processos de resolução, buscando identificar a ocorrência de formação de conceitos algébricos; e analisar o papel da investigação na construção do conhecimento matemático. O estudo realizado apresenta indicativos de que o uso de Investigações Matemáticas como metodologia de ensino pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a construção do conceito de incógnitas, além de ser uma boa estratégia de aprendizagem para o aluno e de ensino para o professor.			
Palavras-chave	Matemática. Educação Matemática. Ensino-Aprendizagem da Matemática. Investigação Matemática. Pensamento Algébrico		
TÍTULO **P31**	**Atividades Online Para o Estudo das Equações de 1º Grau**		
Tipo de Produção	Educação Matemática em Revista - SBEM, Ano 20, n.44, p. 49-57 – 2015	Autoria	Andrielly Viana Lemos Carmen Teresa Kaiber
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL – ULBRA/CANOAS		
RESUMO			
Este artigo tem como objetivo apresentar um conjunto de atividades online como possibilidade para a complementação do estudo de Equações de 1º grau. Essas atividades são parte de uma Sequência Didática Eletrônica desenvolvida para uma recuperação de conteúdos com o tema Equações de 1º grau. A Sequência Didática Eletrônica é constituída por materiais de estudos, atividades desenvolvidas no software JClic e Scratch, objetos de aprendizagem, atividades online e vídeos. Todos estes materiais foram selecionados objetivando uma retomada de ideias, conceitos e procedimentos referentes a equações de 1º grau. Essa sequência fez parte de uma pesquisa de mestrado24 que buscou investigar em que medida uma Sequência Didática Eletrônica, com o tema Equações de 1º grau, favorece a recuperação de conteúdos para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.			
Palavras-chave	Atividades online. Equações de 1º grau. Sequência Didática Eletrônica.		
TÍTULO **P32**	**De Uma Relação Matemática a Uma Reflexão Sobre Ensino de Equações**		
Tipo de Produção	Educação Matemática em Revista - SBEM, Ano 17, n.36, p. 14-21 – 2012	Autoria	Eliane Matesco Cristovão
Instituição de Ensino Superior	UNICAMP		
RESUMO			

Nesta narrativa apresento um episódio de aula que me instigou a pensar na relação entre a hierarquia das operações numa expressão numérica e a hierarquia das operações no processo de resolução de equações, pela ideia da inversa. Analiso, ainda, os desdobramentos que a discussão desse episódio gerou no grupo de estudos do qual participo na Unicamp, levando-me a repensar concepções sobre o ensino de equações.			
Palavras-chave	Expressão numérica; Ensino de equações		
TÍTULO **P33**	**Competência Cognitiva e Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau**		
Tipo de Produção	Bolema, v.29, n.51, p.333-348 – 2015	Autoria	Yasmini Lais Spindler Sperafico Beatriz Vargas Dorneles Clarissa Seligman Golbert
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL		
RESUMO			
Esta pesquisa investigou a relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau. 38 indivíduos, de 12 a 15 anos, do 8º ano de uma escola pública de Porto Alegre, foram agrupados em dois grupos, alto e baixo nível de competência cognitiva, utilizando-se o WASI. Estes estudantes realizaram a Tarefa de Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau (TRPEA) para verificarmos a existência de relação entre a competência cognitiva e a resolução de problemas, bem como as diferenças de desempenho entre os grupos. Encontrou-se correlação significativa ($p<0,001$) entre o WASI e a TRPEA e diferença significativa ($p<0,001$) entre os dois grupos quanto ao desempenho na TRPEA. Os resultados obtidos confirmam achados anteriores, evidenciando a relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau. Implicações para o ensino escolar são discutidas.			
Palavras-chave	Competência Cognitiva. Resolução de Problemas. Equações Algébricas do 1º Grau.		
TÍTULO **P34**	**Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática**		
Tipo de Produção	Bolema, v. 26, n.42B, p. 535-557 – 2012	Autoria	Alessandro Jacques Ribeiro
Instituição de Ensino Superior	PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA (PUC/SP)		
RESUMO			
A noção de conhecimento matemático para o ensino, desenvolvida por Deborah Ball e seus colaboradores, surgiu a partir dos trabalhos de Shulman acerca do conhecimento pedagógico do conteúdo. O conhecimento matemático para o ensino refere-se a um tipo de conhecimento necessário para o professor poder desenvolver a sua “tarefa” de ensinar matemática. No presente ensaio teórico, pretende-se apontar relações e potencialidades entre diferentes significados de equação – concebidos a partir dos trabalhos de Alessandro Ribeiro – e o conhecimento matemático para o ensino, no caso do conceito de equação. Nesse sentido, desenvolveram-se análises dos resultados de pesquisas que contemplam tais significados à luz do modelo teórico proposto por Ball. Dentre os principais resultados, observaram-se as convergências entre tais estudos, reconhecendo potencialidades que a abordagem de diferentes significados de equação pode propiciar para a constituição do conhecimento matemático para o ensino de equações, por exemplo, a partir da epistemologia do conceito de equação.			

Palavras-chave	Equação. Conhecimento Matemático para o Ensino. Educação Algébrica. Formação de Professores. Ensaio Teórico.		
TÍTULO **P35**	**Equações de 1º grau: reflexões sobre a utilização de uma sequência didática eletrônica**		
Tipo de Produção	Educação Matemática em Revista – SBEM/RS - ANO 17, n. 17, v.3, p. 75-87 – 2016	Autoria	Andrielly Viana Lemos Carmen Teresa Kaiber
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL – ULBRA/CANOAS		
RESUMO			
Apresenta-se, neste artigo, resultados de uma investigação em torno do desenvolvimento e da implementação de uma Sequência Didática Eletrônica sobre o conteúdo Equações de 1º Grau, a qual foi desenvolvida visando à retomada de conceitos e procedimento pertinentes ao conteúdo, no âmbito de uma proposta de recuperação de conteúdos. A sequência didática é constituída por materiais de estudo, atividades nos softwares JClic e Scratch, atividades online, objetos de aprendizagem, jogos e vídeos, recursos esses organizados em torno de seis conceitos, considerados chaves para o estudo das Equações de 1º Grau, sendo eles: Expressões Algébricas, Igualdade e Equivalência, Conceito de Equação, Resolução de Equações de 1º Grau I e II e Situações-Problemas. A implementação da Sequência Didática foi realizada com um grupo de 21 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, sendo que a investigação se desenvolveu em uma perspectiva qualitativa. Resultados apontaram para dificuldades iniciais dos estudantes no que se refere à transposição de termos (aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo) e aplicação da propriedade distributiva, especialmente quando envolve números racionais ou negativos. A investigação, porém, evidenciou que a continuidade do trabalho contribuiu para superação dessas dificuldades pelos estudantes, assim como para a compreensão das equações como igualdade, para a representação de situações-problemas por meio de equações e utilização dos procedimentos pertinentes para resolução, favorecendo assim a recuperação do conteúdo.			
Palavras-chave	Equações de 1º Grau. Recuperação de conteúdos. Sequência Didática Eletrônica.		
TÍTULO **T36**	**Praxeologia do professor: análise comparativa com os documentos oficiais e do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau**		
Tipo de Produção	TESE – 2017	Autoria	Edelweis Jose Tavares Barbosa
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO		
RESUMO			
O objetivo desta tese foi analisar, comparativamente, as praxeologias, em documentos oficiais, no livro didático e do professor, referentes ao ensino de equações polinomiais do primeiro grau, investigando as relações de conformidade entre eles. A realização deste estudo está fundamentada na ótica da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard e seus colaboradores (1999, 2002, 2009, 2010). A metodologia se constituiu em uma abordagem qualitativa de cunho etnográfico, em que foram analisadas as organizações matemáticas e didáticas de três professores comparando-as com as dos livros de referência deles e com o modelo dominante. Os resultados indicam que existe uma conformidade entre as praxeologias a serem ensinadas, propostas pelos autores dos livros didáticos, e as praxeologias efetivamente ensinadas pelos professores na sala de aula. As relações pessoais e institucionais relativas ao objeto equações polinomiais do primeiro grau dos professores foram constituídas por seus equipamentos praxeológicos (EP(x)) (CHEVALLARD, 2007). Os professores foram os organizadores das tarefas, técnicas e tecnologia de crescente complexidade (FONSECA, 2004) que foram tornadas rotineiras e problematizadas em sala de aula. A tarefa T1 foi o ponto comum entre os três professores, embora os professores dois e três tenham trabalhado com mais tarefas. Em			

relação ao modelo dominante entre os três livros didáticos, identificamos: procedimentos de resoluções de equações que não podem ser resolvidas por procedimentos que se apoiem em raciocínio exclusivamente aritmético; livros (Tempo de Matemática e Matemática) e equações que podem ser resolvidas por meio de procedimentos aritméticos do livro “Praticando Matemática”. O modelo dominante dos três professores são as equações que podem ser resolvidas por meio de procedimentos aritméticos. Observamos que apenas com um professor houve coincidência entre o modelo dominante do livro de referência e o modelo dominante efetivado na sala de aula. Quanto às entrevistas, destacamos que os professores justificaram não trabalharem com o livro Matemática em virtude do que chamaram “nível dos estudantes”, ou seja, algo como a potencialidade e capacidade cognitiva deles. A professora dois escolheu a coleção Matemática disse que assim o fez pelo fato de o livro sempre retornar, no início de cada capítulo, a um conteúdo ministrado anteriormente, promovendo revisões e um trabalho em espiral. Os outros professores apresentaram justificativas distintas: a professora um declarou que o livro escolhido tem muitos exercícios, é “resumido” (sintético) e explica bem o conteúdo; o professor três afirmou que a proposta didática do livro é melhor para o trabalho na sala de aula. Também foi indagado aos professores que referenciais tomam como base para a preparação das aulas, e todos disseram que o livro didático é fundamental para esse planejamento. As equações polinomiais do primeiro grau são justificadas, nos livros didáticos e documentos oficiais (PCN e PC/PE), como uma ferramenta para resolver problemas.			
Palavras-chave	Equação polinomial do primeiro grau; Teoria Antropológica do Didático; Professor; Modelo Dominante.		
TÍTULO **P37**	**Investigando os erros dos alunos como fonte de possibilidades didático-metodológicas**		
Tipo de Produção	Educação Matemática em Revista - SBEM/RS, Ano 14, n.14, v.2, p. 6-15 – 2013	Autoria	Diogo Pinheiro Santos Natércia Andrade Lopes Neta
Instituição de Ensino Superior	UFAL		
RESUMO			
Este artigo busca entender os aspectos que englobam os processos e as dificuldades mostrados pelos alunos nas resoluções e aplicações de conceitos sobre as equações do 1º grau, tendo como referência estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da periferia da cidade de Maceió/AL. Diante disso, buscou-se entender a forma como o erro pode ser usado como agente que exerce influência positiva e desafiadora no processo de ensino e aprendizagem em sala de aula. Registrou-se o entendimento dos alunos em torno do processo de assimilação das competências referentes ao estudo das equações desencadeado a partir da resolução de um exame com atividades matemáticas e discussão das estratégias usadas através de uma entrevista, projetando o erro como parte da construção do conhecimento.			
Palavras-chave	Análise. Erros. Equação		
TÍTULO **P38**	**O ensino de equações quadráticas: como “costurar” o corte didático?**		
Tipo de Produção	Acta Scientiae, v.19, n.5, p.759-781 – 2017	Autoria	Rosana Nogueira de Lima Lulu Healy Rosangela Marazzio Koch
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO/UNIAN		
RESUMO			
Neste artigo, temos por objetivo identificar os desafios de natureza cognitiva associados à transição do trabalho com equações lineares para equações quadráticas. Para isso, elaboramos algumas equações quadráticas a serem resolvidas por alunos de 8º ano de uma escola estadual da cidade de Jundiaí/SP, que não haviam aprendido a resolver equações			

<table>
<tr><td colspan="4">desse tipo, e trabalharam em duplas e trios para resolvê-las. Os dados foram analisados à luz do quadro teórico dos Três Mundos da Matemática. Os resultados evidenciam que a transição de equações lineares para quadráticas não foi realizada naturalmente por esses alunos. Para isso, é necessária uma intervenção didática, até mesmo para que eles usem os próprios já- encontrados de forma colaborativa ao invés de dificultadora.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">Equações Quadráticas. Lacuna Cognitiva. Três Mundos da Matemática.</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
P39</td><td colspan="3">Análise de erros em soluções de questões de álgebra: uma pesquisa com alunos do ensino fundamental</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>REnCiMa , v.4, n.1, p. 45-62 – 2013</td><td>Autoria</td><td>Lauren Darold Brum
Helena Noronha Cury</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">CENTRO UNIVERSITÁRIO FRANCISCANO, SANTA MARIA, RS</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">Neste artigo, são apresentados resultados parciais de uma investigação desenvolvida com o objetivo de analisar erros cometidos por estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de questões algébricas. Para embasar a investigação, foram buscados autores que têm discutido o ensino de Álgebra e as dificuldades encontradas pelos alunos. A metodologia empregada foi a análise de conteúdo dos erros, dividida em três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Participaram da pesquisa 23 alunos de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de um município do Rio Grande do Sul. Os estudantes resolveram cinco questões de Álgebra e suas respostas foram analisadas, classificadas segundo o modelo de Movshovitz-Hadar e colaboradores e descritas no texto. Ainda foi apresentado um quadro-síntese com o número de erros de cada tipo, em cada questão. Pelos resultados encontrados, pode-se concluir que os erros técnicos, que envolvem manipulações algébricas, e aqueles que decorrem da passagem da linguagem natural para a Matemática são os mais frequentes.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">Análise de erros. Álgebra. Ensino Fundamental.</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
P40</td><td colspan="3">Explorando erros na resolução de equações: um caminho para a formação do professor de Matemática</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>Revista IberoAmericana de Educación Matemática, n.28, p.143-157 – 2011</td><td>Autoria</td><td>Helena Noronha Cury,
Alessandro Jacques Ribeiro,
Thaísa Jacintho Müller</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">Neste artigo, é apresentada a análise de erros cometidos por alunos de cursos de Licenciatura em Matemática na resolução de uma questão sobre equações. Os dados são discutidos utilizando-se como referencial teórico algumas pesquisas sobre ensino e aprendizagem de Álgebra, bem como o conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo. O pequeno número de respostas corretas, apresentadas pelos participantes da pesquisa, além de mostrar a falta de conhecimento sobre equações e seus processos de resolução, alerta para a importância de que os formadores de professores de Matemática também levem em conta o conhecimento pedagógico do conteúdo. É necessário proporcionar aos futuros mestres oportunidades para discutir as causas dos erros, para habilitá-los a antecipar as dificuldades dos seus alunos e saber como superá-las.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">NÃO APRESENTA</td></tr>
</table>

TÍTULO **P41**	**Reflexões acerca do impacto do conhecimento matemático dos professores no ensino: a álgebra da educação básica**		
Tipo de Produção	JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática - v.7, n.3 – 2014	Autoria	Etienne Lautenschlager Alessandro Jacques Ribeiro
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC		
RESUMO			
O presente trabalho tem por objetivo apresentar reflexões sobre o impacto do conhecimento matemático do professor para o ensino da álgebra. Descrevemos parte de uma formação continuada destinada aos professores de Matemática da rede pública de ensino, a qual teve por objetivo discutir e analisar as questões que obtiveram baixo desempenho dos alunos em edições do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP). Começaremos por discutir a formação do professor de Matemática; em seguida, apresentaremos alguns estudos sobre educação algébrica; e finalizaremos com a apresentação e a análise de questões que focalizam o conhecimento matemático do professor. As conclusões de nossa investigação apontam para a necessidade de promover e melhorar a formação do conhecimento específico matemático desses professores, uma vez que, sem dúvida, ninguém pode ensinar o que não sabe. Esperamos com este estudo chamar a atenção das políticas públicas para a necessidade de investimento na formação dos professores e na valorização da carreira docente.			
Palavras-chave	Formação de professores. Conhecimento matemático para o ensino. Educação algébrica. Equação.		

TÍTULO **P42**	**Uma breve história da equação do 2º grau**		
Tipo de Produção	REMat - REVISTA ELETRÔNICA DE MATEMÁTICA, n.2, p.1-13 – 2010	Autoria	Hermes Antônio Pedroso
Instituição de Ensino Superior	UNESP – CAMPUS DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO		
RESUMO			
Problemas que recaem numa equação do 2º grau já apareciam, há mais de quatro mil anos em textos escritos em placas de argila na Mesopotâmia, e em papiros no Egito. O objetivo principal deste trabalho é acompanhar o desenvolvimento dessa importante ferramenta matemática através dos diversos métodos de soluções, desde as receitas em prosa, que ensinavam como proceder para determinar as raízes, em exemplos concretos com coe cientes numéricos, até a famosa fórmula geral de resolução. Fórmula essa, que adquiriu o aspecto que tem hoje, somente quando se generalizou o uso de letras para representar os coe cientes de uma equação, a partir dos trabalhos de François Viète (1540-1603) e de René Descartes (1596-1650). Desse modo, o propósito é reconstituir pontos importantes do assunto desde os mesopotâmios e egípcios até os dias atuais. Para isso há que se destacar o procedimento de Euclides (300 a.C.) em Os Elementos que dedicou algumas proposições sobre construções de aplicações de áreas e sobre o segmento áureo, que se comportam como casos típicos de equações do 2º grau. A seguir tem-se a grande contribuição de hindus e árabes, que introduziram, por meio de receitas e de forma geométrica, o importante método de completar quadrados, fundamental para se chegar à fórmula clássica. Finalmente tem-se as resoluções de Viète e de Descartes que podem ser chamadas, respectivamente, de algébrica e de analítica. Nesses dois casos, especificamente, como se faz atualmente, já se usou letras para representar os coeficientes das equações.			
Palavras-chave	História da Álgebra, Equação do segundo grau, Equações quadráticas.		

TÍTULO **E43**	**Ensino de álgebra na educação básica: uma proposta contextualizada**		
Tipo de Produção	SINECT - Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia – 2012	Autoria	Maiara Francine Bollauf Regina Helena Munhoz
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA		
RESUMO			
Este artigo descreve a elaboração, aplicação e análise dos resultados de um projeto desenvolvido na disciplina de Prática de Ensino de Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática. O tema abordado nesse projeto eram as diferentes metodologias que poderiam ser utilizadas para o ensino de álgebra no Ensino Fundamental e foi aplicado em uma Escola Municipal de Joinville, localizada no estado de Santa Catarina, nas turmas do oitavo e nono ano. Os objetivos deste projeto consistiam na contextualização do ensino de álgebra e na apresentação de materiais que facilitassem a construção do pensamento algébrico pelos alunos. As tendências matemáticas utilizadas como base teórica e metodológica para o desenvolvimento do mesmo foram a história da matemática, resolução de problemas, material concreto e recursos tecnológicos. Após o relato de todas as etapas da aplicação desse projeto foi feita uma análise crítica, com o propósito de avaliar os resultados obtidos e analisar até que ponto a utilização de projetos em sala de aula pode auxiliar no aprendizado dos estudantes.			
Palavras-chave	Projeto; Ensino de álgebra; Tendências em Educação Matemática.		
TÍTULO **E44**	**Caminhos percorridos na recuperação individualizada de conteúdos com o tema equações de 1º grau**		
Tipo de Produção	CIEM - ULBRA – 2013	Autoria	Andrielly Viana Lemos Carmen Teresa Kaiber
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL – ULBRA/CANOAS		
RESUMO			
O presente artigo apresenta resultados de uma pesquisa de mestrado, que teve como objetivo investigar em que medida uma Sequência Didática, com o tema equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), favorece a recuperação de conteúdos, para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Buscando realizar uma recuperação de conteúdos, estruturou-se uma Sequência Didática, utilizando os recursos advindos das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Visando a retomada de ideias, conceitos e procedimentos, utilizaram-se testes adaptativos, materiais de estudos, atividades em softwares, objetos de aprendizagem, vídeos, jogos e atividades online. A Sequência Didática foi disponibilizada no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), pois este possibilita que os estudantes realizem testes adaptativos, a partir dos quais, é gerado um mapa individualizado que apresenta o desempenho dos mesmos. A partir desse desempenho, sequências didáticas são disponibilizadas para recuperação dos alunos que apresentem dificuldades. Serão apresentados neste artigo os caminhos percorridos por um dos estudantes, participante da pesquisa. Os resultados apontam que o aluno evoluiu no estudo das Equações de 1º grau, principalmente no que se refere à compreensão do conceito de equação de 1º grau como uma igualdade, assim como nos procedimentos para sua resolução das equações.			
Palavras-chave	Recuperação de Conteúdos. Equações de 1º Grau. Sequência Didática		
TÍTULO **E45**	**A competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do ensino fundamental**		

Tipo de Produção	CIEM - ULBRA – 2017	Autoria	Giovani Rosa Delazeri Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Instituição de Ensino Superior			
RESUMO			
Esta pesquisa tem por finalidade investigar se os alunos do 9° ano do Ensino Fundamental possuem desenvolvida a competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico, nos conteúdos de equações de 1º grau e sistemas de equações de 1º grau, sendo esse um dos temas de estudo do GECEM – Grupo de Estudos Curriculares em Educação Matemática, do qual o pesquisador autor desse trabalho faz parte. Para isso foram aplicados testes aptativos, no sistema SIENA - Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem, com problemas matemáticos que, para resolução, é necessário utilizar os conteúdos referidos, além das habilidades algébricas necessárias para resolvê-los. O SIENA, é um sistema informático desenvolvido pelos pesquisadores participantes do grupo de pesquisa GECEM da ULBRA e o grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna, Tenerife, Espanha. Os resultados das aplicações dos testes adaptativos, com 30 alunos do nono ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede estadual de ensino do estado do Rio Grande do Sul, do município de Porto Alegre, tornaram possível constatar que os alunos apresentaram dificuldades nos tópicos que envolviam sistemas de equações. Nos demais tópicos, os alunos obtiveram um bom desempenho, atingindo os objetivos propostos, demonstrando, assim, que possuem desenvolvida a competência de resolução de problemas que envolvam, na sua resolução, pensamento algébrico com os conteúdos de equação do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau.			
Palavras-chave	Resolução de problemas; Pensamento Algébrico; SIENA. Ensino Fundamental		
TÍTULO **E46**	**Análise de erros no ensino da equação do primeiro grau com uma variável para o sétimo ano do ensino fundamental**		
Tipo de Produção	CIEM - ULBRA – 2013	Autoria	Ângela Cristina dos Santos Ederson de Oliveira Passos Márcia Aparecida Mendes
Instituição de Ensino Superior	UNIVVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL – ULBRA/CANOAS		
RESUMO			
O erro no ambiente escolar sempre foi concebido, historicamente, como algo indesejado. Porém, acredita-se que é possível modificar as práticas escolares e mudar a ideia do erro: de um indicativo para o fracasso escolar, para um indício sobre as reais condições e níveis de aprendizado dos alunos. Assim, a investigação teve caráter qualitativo e procurou verificar a possibilidade de, por meio da análise dos erros cometidos pelos alunos, desencadear um processo de intervenção didática no ensino de equações do 1º grau. O objetivo geral foi apresentar um tratamento diferenciado aos erros dos alunos, para subsidiar a busca de recursos didáticos, estratégias e metodologias de ensino que considerasse o saber pensar e o saber fazer dos alunos. Por englobar diferentes conceitos e conhecimentos prévios matemáticos e por introduzir a linguagem algébrica, elegeu-se o conteúdo "Equações do 1º grau". O trabalho desenvolveu-se com turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Uberlândia, a partir de uma avaliação diagnóstica, onde foram identificados os erros dos alunos. Com a análise desses erros, realizaram-se intervenções, utilizando a Metodologia da Resolução de Problemas e, como estratégias e recursos didáticos: aula expositiva dialogada, lousa interativa, softwares de simulação e animação e fichas com exercícios. Os resultados permitem afirmar que a análise de erros no processo de ensino e aprendizagem em matemática é um recurso importante para o docente, no que se refere à escolha de metodologias adequadas à sua prática, e para o aluno que, na busca do acerto, constrói o seu conhecimento.			
Palavras-chave	Erro. Ensino de Matemática. Equações. Ensino Fundamental. Intervenção Didática.		

TÍTULO **E47**	**Estudo de equações do 1º. Grau com duas incógnitas: uso do aplicativo Desmos em Tablets**		
Tipo de Produção	CIEM - ULBRA – 2017	Autoria	Camila Linhares Ribeiro Barbosa Gilmara Teixeira Barcelos Silvia Cristina Freitas Batista
Instituição de Ensino Superior	UFRGS. IFFluminense campus Campos Centro		
RESUMO			
Na Matemática, além da linguagem natural, utilizam-se representações de registros diversos, tais como o algébrico e o geométrico. A conversão entre as representações de registros é sempre necessária, mas, em geral, não é um processo simples para os alunos, acarretando várias dificuldades. As tecnologias digitais têm potencial para contribuir para essa conversão, à medida que favorecem visualizações e estabelecimento de conjecturas. Nesse contexto, este artigo visa apresentar a análise dos resultados da experimentação de uma sequência didática sobre equações do 1º. grau com duas incógnitas, com o auxílio do aplicativo Desmos, em tablet. As atividades da referida sequencia contemplam mudanças de representações semióticas (algébrica, geométrica e linguagem natural). A investigação fundamentou-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica segundo a qual a conversão de representação de registro é responsável por intensificar a atividade cognitiva do sujeito e proporcionar melhor compreensão de temas matemáticos. O Desmos é um aplicativo gratuito que permite traçar gráficos de equações e visualizar representações geométricas e algébricas. Adotou-se uma abordagem qualitativa, por meio de estudo de caso, tendo questionários, observação e respostas das atividades da sequência didática como instrumentos de coleta de dados. A experimentação ocorreu com alunos do 8º. ano da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em um Instituto Federal de Educação. A análise dos dados sinalizou que o aplicativo Desmos, associado às atividades da sequência, proporcionou economia de tempo para as conversões de registros algébricos e gráficos e permitiu melhor compreensão do conteúdo abordado.			
Palavras-chave	Equação do 1º grau com duas incógnitas. Registros de Representação Semiótica. Tablets. Aplicativo Desmos.		
TÍTULO **T48**	**O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**		
Tipo de Produção	TESE – 2014	Autoria	Maria Lucia Panossian
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO FACULDADE DE EDUCAÇÃO		
RESUMO			
Esta tese apresenta os resultados da pesquisa desenvolvida com o objetivo de investigar as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra. A partir de categorias do materialismo dialético e dos fundamentos da teoria histórico-cultural, foram analisadas formas de pensamento, linguagem e formação de conceitos em registros de história da álgebra. Essa primeira análise permitiu destacar e explicar os anexos conceituais e caracterizar o que se considerou como a essência da álgebra: estabelecer a relação entre grandezas variáveis de forma geral. A essência da álgebra foi considerada como categoria para outro movimento de análise, sobre a constituição do objeto de ensino da álgebra. Este objeto foi reconhecido em propostas curriculares, no discurso de professores e em situações de ensino. Assim, os dados para análise foram apreendidos tanto do desenvolvimento histórico e lógico dos conceitos algébricos (que se apresentaram como objeto de estudo em um primeiro momento e posteriormente assumiram o papel de instrumento e categoria de análise), quanto do processo de preparação e desenvolvimento de um curso de atualização para professores que objetivava concretizar e colocar em movimento as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos e o objeto de ensino da álgebra. Os tópicos “sequências”, “equações” e “funções”, que perpassam o ensino de álgebra na educação básica, foram as manifestações que possibilitaram evidenciar a análise do movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para a organização do ensino. Esses processos de análise permitiram reconhecer a importância do processo de generalização para o			

<table>
<tr><td colspan="4">conhecimento algébrico, o que gerou a elaboração de um “modelo de análise da generalização em situações de ensino”. A partir do que se reconheceu como a essência do conhecimento algébrico também se analisou as ações de planejamento para o ensino de equações, estabelecidas entre a pesquisadora e uma professora. Nessa pesquisa, se reconheceu que, a essência e os nexos conceituais do conhecimento algébrico revelados no seu movimento histórico e lógico constituem-se em elementos centrais a serem considerados para constituição do objeto de ensino da álgebra. Essa é a principal relação entre o estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos e o objeto de ensino da álgebra. O reconhecimento dessa relação gera implicações diretas no processo de elaboração de programas curriculares, na medida em que apresenta os fundamentos para rever as concepções sobre o objeto de ensino da álgebra. Dessa forma, gera também consequências para o processo de formação de professores, de modo que estes considerem, além das orientações didáticas e metodológicas, a especificidade da forma de conhecimento a ser ensinada para formação do pensamento teórico dos estudantes.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">Movimento histórico e lógico. Objeto de ensino. Álgebra. Atividade. Pensamento teórico.</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
E49</td><td colspan="3">O uso de situações-problemas no estudo de equações de 1º grau no 8º ano do ensino fundamental</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>CIEM - ULBRA – 2013</td><td>Autoria</td><td>Anderson de Abreu Bortoletti
Alvino Alves Sant´Ana</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UFRGS</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">Dentre os diversos assuntos estudados na disciplina de Matemática no Ensino Fundamental, merece grande destaque as Equações de 1º grau. Neste trabalho, apresentamos um Estudo de Caso realizado com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Porto Alegre. Numa turma com 25 alunos, foi utilizada a metodologia de resolução de problemas no estudo das equações. A metodologia da resolução de problemas mostra-se muito eficaz, pois possibilita fugir do uso de exercícios mecânicos e repetitivos. No que diz respeito às equações de 1º grau, essa metodologia leva a um dos grandes objetivos do estudo da álgebra nesse nível de ensino: a modelagem de problemas. Durante o desenvolvimento das atividades, percebeu-se que o uso de situações-problemas foi muito produtivo do ponto de vista do enriquecimento do processo de ensino aprendizagem, pois possibilitou interessantes discussões na sala de aula.</td></tr>
<tr><td>Palavras-chave</td><td colspan="3">Equações. Estudo de Caso. Situações-problemas</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>TÍTULO
E50</td><td colspan="3">Refletindo sobre os erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau: uma experiência com alunos do Ensino Fundamental</td></tr>
<tr><td>Tipo de Produção</td><td>X EDUCERE – 2011</td><td>Autoria</td><td>Yasmini Lais Spindler Sperafico
Clarissa Seligman Golbert</td></tr>
<tr><td>Instituição de Ensino Superior</td><td colspan="3">UFRGS</td></tr>
<tr><td colspan="4">RESUMO</td></tr>
<tr><td colspan="4">O erro tem um papel significativo no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Em relação à aprendizagem, o erro evidencia os obstáculos que impedem o aluno de progredir e, em relação ao ensino, proporciona ao educador material de análise para levantamento de hipóteses sobre as origens das dificuldades do aluno e, assim, se constitui em ferramenta para desenvolver uma proposta didático-pedagógica. Uma boa forma de identificar os erros na construção do conhecimento matemático e, mais especificamente, do conhecimento sobre equações algébricas do 1º grau, foco do presente estudo, é propor aos alunos situaçõesproblema e analisar, com eles, o processo de resolução, como sugerem os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998). Dessa forma, com base em autores como Cury (2007), Pinto (2000), Booth (1995), Kieran (1995) e Freitas (2002), entre outros, o</td></tr>
</table>

presente estudo, de cunho qualitativo, relata uma experiência realizada no âmbito escolar com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da região metropolitana de Porto Alegre, que teve como objetivo identificar e refletir sobre as possíveis origens de erros cometidos durante a resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau. Os resultados obtidos apontam que a maioria dos erros identificados na análise das resoluções são de ordem conceitual e possivelmente têm suas origens em conhecimentos aritméticos mal formados, bem como em supergeneralizações incorretas de regras e procedimentos aritméticos. Assim, reafirma-se a importância da análise e reflexão sobre os erros dos estudantes e o desenvolvimento de propostas didático-pedagógicas que auxiliem os alunos a superar suas dificuldades.	
Palavras-chave	Resolução de problemas. Erro. Equações algébricas do 1º grau

TÍTULO **E51**	**Modelando o conhecimento algébrico do estudante através de Redes Bayesianas Dinâmicas**		
Tipo de Produção	III Congresso Brasileiro de Informática na Educação XXV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação – 2014	Autoria	Henrique M. Seffrin Patricia Jaques
Instituição de Ensino Superior	Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)		
RESUMO			
Redes Bayesianas (RB) são muito utilizadas na literatura para realizar inferência sobre dados incertos, inclusive para diagnóstico do conhecimento dos estudantes em Sistemas Tutores Inteligentes. Um dos desafios encontrados ao modelar este tipo de componente é inferir o grau de conhecimento do estudante em cada unidade de conhecimento e relacioná-las corretamente. Este artigo apresenta uma estrutura de RB que modela o conhecimento algébrico dos aprendizes para equações de 1º grau, relacionando as principais operações, com suas propriedades e respectivos conceitos. De modo a avalia-la, foram conduzidas entrevistas com professores da área de matemática, que analisaram esta estrutura e emitiram um parecer. As entrevistas também permitiram levantar os principais erros cometidos pelos alunos em sala de aula, que serão futuramente incluídos na RB proposta.			
Palavras-chave	????		

TÍTULO **P52**	**Multisignificados de Equação: Uma Investigação Acerca das Concepções de Professores de Matemática**		
Tipo de Produção	Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v.15, n.2, p. 379-398 – 2013	Autoria	Yuri Osti Barbosa Alessandro Jacques Ribeiro
Instituição de Ensino Superior	UNIVERSIDADE PAULISTA (UNIP), JUNDIAÍ, SÃO PAULO, BRASIL		
RESUMO			
Apresentamos neste artigo os resultados de uma pesquisa de mestrado que buscou investigar os significados do conceito de equação que professores de matemática apresentam em sua imagem de conceito. A presente pesquisa fundamentou-se nos trabalhos de Ribeiro e de Tall e Vinner, e os dados foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas que contemplavam situações matemáticas acerca do conceito de equação. Dentre os principais resultados, destacamos que os professores investigados apresentaram, basicamente, em suas imagens de conceito, os significados Processual-Tecnicista e Intuitivo-Pragmático. Por fim, pretendemos, a partir de nossa pesquisa, propor reflexões que leve à uma discussão mais ampla do conceito de equação para professores de Matemática em formação inicial ou em formação continuada de Professores.			
Palavras-chave	Equação. Multisignificados de Equação. Formação de Professores.		

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1. IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA													
Título do Projeto:													
Área do Conhecimento:							Número de participantes:						
Curso:							Unidade: PPGECIM/ULBRA						
Projeto Multicêntrico		Sim		Não		Nacional		Internacional	Cooperação Estrangeira		Sim		Não
Patrocinador da pesquisa: Pesquisar													
Instituição onde será realizado:													
Nome dos pesquisadores e colaboradores:													

Seu filho **(e/ou menor sob sua guarda)** está sendo está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa acima identificado. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos fazendo. Sua autorização para que ele participe neste estudo será de muita importância para nós, mas, se retirar sua autorização, a qualquer momento, isso não lhes causará nenhum prejuízo.

2. IDENTIFICAÇÃO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA E/OU DO RESPONSÁVEL				
Nome do Menor:			Data de Nasc.:	Sexo:
Nacionalidade:		Estado Civil:	Profissão:	
RG:	CPF/MF:	Telefone:	E-mail:	
Endereço:				

3. IDENTIFICAÇÃO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL		
Nome:		Telefone:
Profissão:	Registro no Conselho Nº:	E-mail:
Endereço:		

Eu, responsável pelo menor acima identificado, após receber informações e esclarecimento sobre este projeto de pesquisa, autorizo, de livre e espontânea vontade, sua participação como voluntário(a) e estou ciente:

2. Do objetivo da participação de meu filho.

Professor (a), sua participação é indispensável, para contribuir na investigação de recursos didáticos para Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e a implementação de um ambiente inovador com a utilização desses recursos na escola municipal de canoas.

3. Do procedimento para coleta de dados.

O procedimento da coleta de dados ocorrerá pelo meio de entrevistas semiestruturadas com os professores da escola municipal de canoas, e observações de suas aulas

4. Da utilização, armazenamento e descarte das amostras.

Os dados coletados serão utilizados apenas nessa pesquisa e serão descartados ao final da mesma.

5. Dos desconfortos e dos riscos.

A pesquisa é isenta de desconfortos e envolve riscos mínimos na quebra acidental de confidencialidade.

6. Dos benefícios.

Os benefícios será a implementação de um ambiente inovador de Educação Matemática em uma escola municipal de canoas, para ser utilizados pelos professores de Matemática da escola, em média uns 5 professores que vão utilizar juntamente com os estudantes dessa escola.

8. Da isenção e ressarcimento de despesas.

Esta pesquisa não possui despesas de participação por parte dos voluntários, ou seja todas as despesas serão custeadas pelo pesquisador responsável.

10. Da liberdade de recusar, desistir ou retirar meu consentimento.

Tenho a liberdade de recusar, desistir ou de interromper a colaboração nesta pesquisa no momento em que desejar, sem necessidade de qualquer explicação. A minha desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico. Não virá interferir na pesquisa sobre quais são os recursos didáticos de Educação Matemática para os anos finas do ensino médio e na implementação do ambiente inovador de Educação Matemática.

11. Da garantia de sigilo e de privacidade.

Os resultados obtidos durante este estudo serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que meus dados pessoais não sejam mencionados.

12. Da garantia de esclarecimento e informações a qualquer tempo.

Tenho a garantia de tomar conhecimento e obter informações, a qualquer tempo, dos procedimentos e métodos utilizados neste estudo, bem como dos resultados finais desta pesquisa. Para tanto, poderei consultar o **pesquisador responsável**(Elen Klimeck Brauner) Em caso de dúvidas não esclarecidas de forma adequada pelo(s) pesquisador (es), de discordância com os procedimentos, ou de irregularidades de natureza ética, poderei ainda contatar o **Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Ulbra Canoas (RS),** com endereço na Rua Farroupilha, 8.001 – Prédio 14 – Sala 224, Bairro São José, CEP 92425-900 - telefone (51) 3477-9217, e-mail comitedeetica@ulbra.br.

Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimento quanto às dúvidas por mim apresentadas e, por estar de acordo, assino o presente documento em duas vias de igual conteúdo e forma, ficando uma em minha posse.

_____________( ), _____ de ____________ de ______.

____ ______________________________

Participante da Pesquisa **Responsável pelo Participante da Pesquisa**

____

Pesquisador Responsável pelo Projeto

APÊNDICE C – AUTORIZAÇÃO DO USO DE IMAGEM, NOME E VOZ

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM, NOME E VOZ

Pelo presente instrumento particular de licença de uso de imagem, nome e voz, ____ , portador(a) do CPF de nº __________________________, residente e domiciliado(a) na rua ____ , nº __________, na cidade de ____ / _, doravante denominado(a) Licenciante, autoriza a veiculação de sua imagem, nome e voz, gratuitamente por tempo indeterminado, por ____, portador(a) do CPF de nº ________________, doravante denominada Licenciada.

Mediante assinatura deste termo, fica a Licenciada autorizada a utilizar a imagem, nome e voz do Licenciante no projeto intitulado Título do Projeto: **Ambientes Inovadores de Aprendizagem em Educação Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental,** para fins exclusivos de divulgação da Instituição e suas atividades, podendo, para tanto, reproduzi-la ou divulga-la junto à internet, ensino a distância, jornais e todos os demais meios de comunicação, público ou privado, sem qualquer contraprestação ou onerosidade, comprometendo-se a Licenciante a nada exigir da Licenciada em razão do ora autorizado.

Em nenhuma hipótese poderá a imagem, nome e voz do Licenciante ser utilizada de maneira contrária a moral, bons costumes e ordem pública.

E, por estarem de acordo, as partes assinam o presente instrumento em 02 (duas) vias, de igual teor e forma, para que produza entre si os efeitos legais.

________________________, ___ de, _____________ de ______.

____

Licenciante

No caso de menores de 18 (dezoito) anos, o documento obrigatoriamente devera ser assinado pelo Representante Legal.

____

Representante Legal

Nome: ____

RG: ____________________________ CPF: ____________________

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO

SEÇÃO 1

Questionário Sobre o Perfil do(a) Professor(a)

Prezados colegas!

Desde já agradeço a colaboração e dedicação ao responderem este questionário. Todas as informações serão importantíssimas para a coleta de dados deste projeto.

"FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: A COMPETÊNCIA DE *OBSERVAR COM SENTIDO* A TEMÁTICA EQUAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL"

SEÇÃO 2

Participante da Pesquisa

Nessa seção as questões são destinadas a informações que serão empregadas para a caracterização geral dos participantes.

Nome do(a) professor(a):

Idade:

Município de residência:

Com relação à titulação:

Possui:

Graduação	○ Matemática	○ Outra área
Especialização	○ Matemática	○ Outra área
Mestrado	○ Matemática	○ Outra área
Doutorado	○ Matemática	○ Outra área

Não possui:

- ○ Graduação
- ○ Especialização
- ○ Mestrado
- ○ Doutorado

SEÇÃO 3

Atuação Profissional do Participante

Nessa seção as questões são destinadas a informações que serão empregadas para a caracterização geral dos participantes.

Município de atuação profissional. ___________________________

Qual(is) o(s) tipo(s) de instituição(ões) em que você leciona matemática?

- ○ Municipal
- ○ Estadual
- ○ Federal
- ○ Privada

Escola(s) que atua. ________________________________

Há quanto tempo você leciona matemática?

- ○ 0 a 5 anos
- ○ 6 a 10 anos
- ○ 11 a 15 anos
- ○ Acima de 15 anos

Qual(is) o(s) ano(s) de ensino você leciona matemática?

- ○ 6º ano do Ensino Fundamental
- ○ 7º ano do Ensino Fundamental
- ○ 8º ano do Ensino Fundamental
- ○ 9º ano do Ensino Fundamental
- ○ 1º ano do Ensino Médio
- ○ 2º ano do Ensino Médio
- ○ 3º ano do Ensino Médio
- ○ Ensino Superior

Quantas horas você trabalha?

- ○ 10 horas
- ○ 20 horas
- ○ 30 horas
- ○ 40 horas
- ○ 50 horas
- ○ 60 horas

SEÇÃO 4
Prática Pedagógica

Nessa seção as questões são destinadas a informações que serão empregadas para a caracterização sobre a prática pedagógica dos participantes.

O planejamento faz parte de sua prática pedagógica?

- ○ Sim
- ○ Não
- ○ Às vezes

Quais os critérios que determinam a sua prática pedagógica? ____

Quais as fontes você utiliza para planejar suas aulas? ____

Que recursos você utiliza na preparação de suas aulas? ____

Você utiliza como referência algum(uns)documento(s) oficial(is) na elaboração de seu planejamento? Justifique sua resposta. ____

Qual o livro didático é utilizado na disciplina? ____

O que você leva em consideração na hora de escolher o livro didático? ___________________________________

Com relação ao processo de ensino, você considera que sua prática pedagógica desperta a participação e o comprometimento da maioria os alunos frente suas aprendizagens.

- ○ Discordo totalmente
- ○ Discordo
- ○ Não concordo/não discordo
- ○ Concordo
- ○ Concordo totalmente

Quais as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à disciplina?

- ○ Falta atenção nas aulas
- ○ Falta estudo em casa
- ○ Falta acompanhamento dos pais/responsáveis
- ○ Falta compreensão ao conteúdo
- ○ Faltam aulas atrativas

Quais os procedimentos para avaliar os alunos? ____

SEÇÃO 5
Ensino de Equações

Nessa seção as questões são destinadas a informações que serão empregadas para a caracterização do ensino de equações.

Você participou de formações continuadas em anos anteriores?

- ○ Sim
- ○ Não

Você acompanhou o movimento da Base Nacional Comum Curricular?

- ○ Sim
- ○ Não

Você já participou de formações referente a Base Nacional Comum Curricular?

- ○ Sim
- ○ Não

Você tem conhecimento no que mudou, na forma de desenvolver equações nos anos finais do Ensino Fundamental?

- ○ Sim
- ○ Não

Qual é a importância para você o tema Equações no Ensino Fundamental? ______________________________

A partir das fontes que você utiliza como determina as atividades a serem desenvolvidas para introduzir o tema equações? ____

Quais as maiores dificuldades, que você identifica nos alunos em relação a noções sobre equação? ____

Quais recursos você utiliza na tentativa de superação dessas dificuldades? ______________________________

APÊNDICE E – SLIDES SOBRE DEMANDA COGNITIVA

PPGECIM

CAPES

ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Demanda Cognitiva de tarefas matemáticas
Equações no Ensino Fundamental

Doutoranda: Fabiana Caldeira Damasco
Orientadora: Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Ao apresentar uma *tarefa matemática* aos seus alunos, o professor a planeja visando que estes atinjam um objetivo, criando assim uma interação entre o professor, o conteúdo e os alunos, com o propósito de que estes desenvolvam a competência matemática prevista.

Segundo Bachelard, citado por Carretero, (1997) não só aprende o aluno, mas também o professor. É fundamental para um professor saber o que é e como se desenvolve a mente do aluno, mas, não menos importante, é a interrogação sobre como se produz a mudança cognitiva, ou seja, como se pode aprender melhor. Neste sentido a escolha de tarefas matemáticas é muito importante para o planejamento do professor.

Para Llinares (2015) a competência docente do professor de Matemática de *Observar com Sentido* o processo de ensino e aprendizagem é caracterizada pelo fato de que o professor é capaz de reconhecer os fatos que podem ser relevantes na sala de aula para explicar a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

A competência de Observar com Sentido pode ser caracterizada como a relação entre três habilidades que permitem o professor tomar decisões relacionadas a uma dada situação, que está sendo analisada, essas habilidades são:

Fonte: Adaptada de Jacobs, Lamb e Philipp (2010).

Llinares e Penalva (2011) trazem o termo demanda cognitiva informando que se trata da classe e nível de pensamento que é exigido dos estudantes para a resolução da tarefa, apontando o que se alcança e o que se aprende em cada nível.

Smith e Stein (1998) classificam em quatro níveis de demanda cognitiva:

Nível 1: Tarefas que exigem a memorização;
Nível 2: Tarefas que usam procedimentos sem conexão;
Nível 3: Tarefas que utilizam procedimentos com conexão;
Nível 4: Tarefas que exigem o "fazer matemática".

Tarefa de Nível 1: São tarefas que envolvem a reprodução de fórmulas e regras, com muita memorização, sem reflexões sobre as definições que estão sendo vistas.

Tarefas de Nível 2: São tarefas que exigem recurso por algoritmo, focada na obtenção das respostas que ainda não fazem conexão com os conceitos matemáticos.

Tarefas de Nível 3: São tarefas que estão intimamente relacionadas com os conceitos ou procedimentos buscando a compreensão destes, apresentando claras conexões com as ideias ao subvalorizar o algoritmo pois o êxito se dará pela exigência de algum grau de esforço cognitivo.

Tarefas de Nível 4: São tarefas que exigem um alto esforço cognitivo pois executam a tarefa por conhecerem e apresentarem a compreensão conceitual da matemática, verificado pelo pensamento complexo e muito distante do algorítmico em questões que não apresentam um indicativo de qual recurso deverá ser usado nem uma instrução prévia.

Tarefa de Nível 1: São tarefas que envolvem a reprodução de fórmulas e regras, com muita memorização, sem reflexões sobre as definições que estão sendo vistas.

Atividade para o 7º ano, página 109.

Figura 1: Coleção Convergências – Editora SM.

Tarefas de Nível 2: São tarefas que exigem recurso por algoritmo, focada na obtenção das respostas que ainda não fazem conexão com os conceitos matemáticos.

Atividade para o 8º ano, página 171.

6. Para cada situação, escreva e resolva no caderno uma equação.
   a) A adição de dois números consecutivos é igual a 39. $x + (x + 1) = 39$; $x = 19$
   b) Ao subtrair 5 unidades do dobro de um número, o resultado é igual a 9. $2x - 5 = 9$; $x = 7$
   c) O resultado da adição de 4 unidades a um número é igual a dois. $4 + x = 2$; $x = -2$
   d) O quíntuplo de um número mais 24 unidades é igual ao número de um algarismo de maior valor. $5x + 24 = 9$; $x = -3$

Figura 2: Coleção Convergências – Editora SM

Tarefas de Nível 3: São tarefas que estão intimamente relacionadas com os conceitos ou procedimentos buscando a compreensão destes, apresentando claras conexões com as ideias ao subvalorizar o algoritmo pois o êxito se dará pela exigência de algum grau de esforço cognitivo.

Atividade para o 8º ano, página 173.

13. Augustino vai plantar verduras em um terreno retangular de 20 m de perímetro. Observe o esquema desse terreno.
   a) Escreva uma equação por meio da qual seja possível calcular a medida x indicada na imagem. $2 \cdot (x + 4) + 2x = 20$
   b) Qual é a medida do comprimento e da largura desse terreno?
   c) Qual é a área desse terreno?

Figura 3: Coleção Convergências – Editora SM

Tarefas de Nível 4: São tarefas que exigem um alto esforço cognitivo pois executam a tarefa por conhecerem e apresentarem a compreensão conceitual da matemática, verificado pelo pensamento complexo e muito distante do algoritmico em questões que não apresentam um indicativo de qual recurso deverá ser usado nem uma instrução prévia.

Atividade para o 8º ano, página 173.

17. Débora foi visitar sua mãe, que mora em outra cidade. No caminho, ela parou para almoçar.

Considerando que Débora percorreu distâncias iguais em tempos iguais em toda a viagem, analise o esquema que indica o trajeto e o tempo de viagem e responda: qual é a distância entre a cidade em que Débora mora e a cidade em que sua mãe mora?

Figura 4: Coleção Convergências – Editora SM.

Entende-se que o professor, ao escolher atividades de diferentes níveis de demanda cognitiva qualifica seu planejamento e amplia seu conhecimento relativo aos conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos.

A escolha de tarefas, quando inseridas em um contexto de percepção das manifestações de raciocínio matemático dos estudantes, está caracterizado pela aquisição da competência docente "Observar com Sentido", competência essa que bem caracteriza o professor de Matemática (PENALVA & LLINARES, 2011).

A existência de atividades que se encaixam nos níveis cognitivos com a temática Equações para estudantes do Ensino Fundamental, contribuirá na atividade docente para um planejamento com qualidade.

BIBLIOGRAFIA

Barberà, Elena et al. (2004). O Construtivismo na prática. Porto Alegre: ARTMED.

Carretero, Mario. (1997). Construtivismo e Educação. Porto Alegre: ARTMED.

Hiebert, J; Morris, A K; Berk, D; Jansen, A. (2007) Preparing teachers to learn from teaching. Journal of Teacher Education, 58, 47-61

Llinares, S. Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. XIV Conferencia Interamericana de Educación Matematica. Chiapas, México: [s.n.], 2015.

Penalva, M. C.; Llinares, S. (2011) Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In:GOÑI, Jesus Maria (coord) et al. Didáctica de las Matemáticas. Colección: Formación del Profesorado. Educación Secundaria. Barcelona: Editora GRAO. 12, 27-51.

Pimenta, Selma Garrido. Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2002a.

Smith, M. S; Stein, M. K. (1998) Selecting ans Creating Mathematical Tasks: Foram Research to Practice. Matehmatics Teaching in the Middle Scholl, 3, 344-50.

Souza, J; Garcia, J. (2016). Contato Matemática. FTD, 139-145.

Van Es, E. A.; Sherin, M. G. (2002). Learning to Notice: Scaffolding New Teachers Interpretations of Classroom Interacts. Jl. Of Technology and Teacher Education, v. 10, n. 4, p. 571-596.

APÊNDICE F – SLIDES SOBRE EQUAÇÕES DO 1º GRAU

PPGECIM – PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CAPES

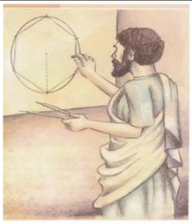
ULBRA – UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Equações de 1º grau

Doutoranda: Fabiana Caldeira Damasco
Orientadora: Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

"Assim como o Sol empalidece as estrelas com o seu brilho, um homem inteligente eclipsa a glória de outro homem nos concursos populares, resolvendo os problemas que este lhe propõe".



François Viète

As equações ganharam importância a partir do momento em que passaram a ser escritas com símbolos matemáticos e letras. O primeiro a fazer isso foi o francês François Viète, no final do século XVI. Por esse motivo é chamado "pai da Álgebra".

A primeira referência a equações de que se têm notícias consta do papiro de Rhind, como mostra a figura, um dos documentos egípcios mais antigos que tratam de matemática, escrito há mais ou menos 4000 anos.

Papiro de Rhind

Viète também foi o primeiro a estudar as propriedades das equações através de expressões gerais como $ax + b = 0$. Graças a Viète os objetos de estudo da Matemática deixaram de ser somente problemas numéricos sobre preços das coisas, idade das pessoas ou medidas dos lados das figuras, e passaram a englobar também as próprias expressões algébricas.

A partir desse momento, as equações começaram a ser interpretadas como as entendemos atualmente: equação, o idioma da álgebra.

Atualmente as equações são usadas, entre outras coisas, para determinar o lucro de uma firma, para calcular a taxa de uma aplicação financeira, para fazer a previsão do tempo, etc.

Para resolver problemas de matemática nos quais se quer calcular um número desconhecido, deve-se proceder da seguinte maneira:

1º) Escolher uma letra para representar o número desconhecido;

2º) Montar uma sentença matemática que seja a tradução simbólica do problema em estudo.

Ex.: Marina possui R$ 20,00 a mais que Simone. Juntas, elas conseguem comprar dois pares de tênis que custam R$ 42,00 cada um. Quantos reais possui Simone?

$$x + 20 + x = 2 \cdot 42$$

Paulo tem 9 anos a mais que Guto. Represente a idade de Guto pela letra x . A idade de Paulo será representada por x + 9.

Escreva, agora, equações que representam as seguintes situações.

a) A soma das idades de Paulo e Guto é igual a 21 anos.

$$x + 9 + x = 21$$

b) A idade de Paulo é igual ao triplo da idade de Guto.

$$x + 9 = 3x$$

c) O triplo da idade de Guto é igual ao dobro da idade de Paulo.

$$3x = 2(x + 9)$$

Mariana tem o dobro de figurinhas que Gabriela tem. Represente pela letra y a quantidade de figurinhas de Gabriela. A quantidade de figurinhas que Mariana tem será representada por 2y. Escreva, agora, equações que representem as seguintes situações.

As duas juntas têm 60 figurinhas.

$$\mathbf{y + 2y = 60}$$

Se Gabriela tivesse mais 40 figurinhas, ela e Mariana teriam a mesma quantidade de figurinhas.

$$\mathbf{y + 40 = 2y}$$

Se Mariana desse 8 figurinhas, as duas ficariam com a mesma quantidade de figurinhas.

$$\mathbf{2y - 8 = y}$$

As três sentenças expressam igualdades (observe o sinal =) e contêm letras representando números desconhecidos (incógnitas). Sentenças assim são chamadas de equações.

Resolver equações estimula o raciocínio e ajuda a encontrar solução para problemas complexos.

Raiz de uma equação

Podemos também determinar a raiz de uma equação, basta para isso substituir a incógnita da equação por alguns números, esta equação se transformará numa sentença numérica que poderá ser verdadeira ou falsa, no momento em que um determinado número tornar a sentença verdadeira, esse número será a raiz da equação.

Considerando, a equação $5x + 1 = 36$ e substituindo a incógnita x por alguns números, podemos verificar qual será a raiz da equação, no momento que tornar a sentença verdadeira.

Substituindo :

para $x = 0$, temos $5.\ 0 + 1 = 36$ (falsa)
para $x = 1$, temos $5.\ 1 + 1 = 36$ (falsa)
para $x = 2$, temos $5.\ 2 + 1 = 36$ (falsa)
para $x = 7$, temos $5.\ 7 + 1 = 36$ (verdadeira)

Então, o número 7, colocado no lugar da incógnita x, transforma a equação $5x + 1 = 36$ numa sentença numérica verdadeira, $5.7 + 1 = 36$. Por esse motivo, o número 7 é a raiz da equação $5x + 1 = 36$.

Sendo, assim, dizemos que um número é raiz (ou solução) de uma equação quando, colocado no lugar da incógnita, transforma a equação em sentença verdadeira.

Para sabermos a raiz de uma equação trabalhamos com o conjunto universo que é o conjunto formado por todos valores que a variável pode assumir, ou seja, os valores pelos quais a incógnita pode ser substituída, representamos esse conjunto pela letra U, e também trabalhamos com o conjunto solução ou verdade, que é o conjunto dos valores do conjunto universo que tornam a sentença verdadeira, ou seja, o conjunto formado pelas raízes da equação (caso existam) e representamos esse conjunto pelas letras S (solução) ou V (verdade).

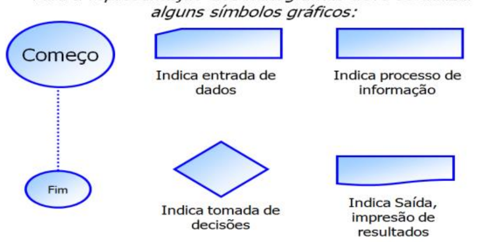
Resolver uma equação significa encontrar o seu conjunto solução.

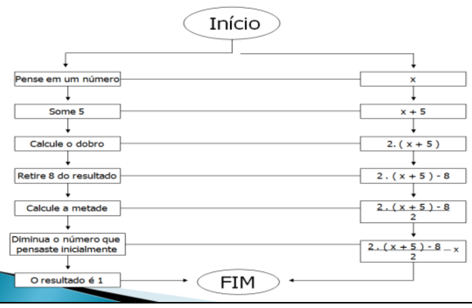
Fluxograma

Podemos também resolver equações através de fluxogramas.

Segundo GROENWALD, 1999, organograma, diagrama de fluxo ou fluxograma é a representação gráfica de uma maneira simples e clara do algoritmo de solução de um problema.

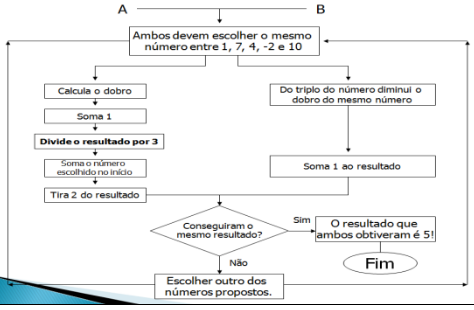
Para a representação dos fluxogramas deve-se utilizar alguns símbolos gráficos:

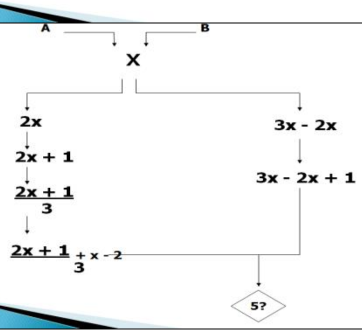




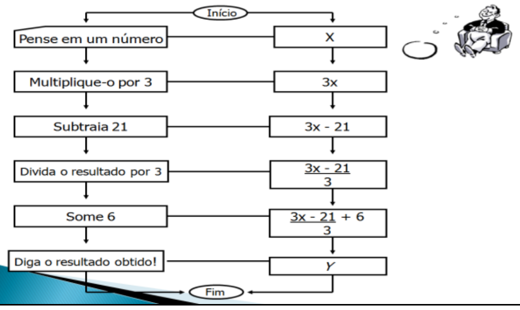
Números pensados X = ...	Operações	Valores Numéricos
	$\frac{2.(1+5)-8}{2}-1=\frac{2.6-8}{2}-1=2-1=1$	1
	$\frac{2.(7+5)-8}{2}-7=\frac{2.12-8}{2}-7=8-7=1$	1
	$\frac{2.(22+5)-8}{2}-22=\frac{2.27-8}{2}-22=23-22=1$	1
	$\frac{2.(0+5)-8}{2}-0=\frac{2.5-8}{2}-0=1-0=1$	1

Chamamos de identidade a uma igualdade literal que é verdadeira para qualquer valor que se atribui às variáveis





Chamamos equação de primeiro grau a uma igualdade que admite um único valor para a variável.



APÊNDICE G – SLIDES SOBRE APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU

PPGECIM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CAPES

ULBRA
UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

Aplicação das equações de 1º grau

Doutoranda: Fabiana Caldeira Damasco
Orientadora: Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald

- Em um reservatório havia 50 litros de água quando foi aberta uma torneira que despeja 20 litros de água por minuto.
- Após um minuto haverá no reservatório 70 litros de água (50 + 20).
- Após dois minutos, 90 litros (50 + 2 . 20).
- Após três minutos, 110litros (50 + 3 . 20).

Após quantos minutos o reservatório conterá 290 litros de água?

- **1ª Solução**

10 min → 50 + 10 . 20 = 250 litros

11 min → 50 + 11 . 20 = 270 litros

12 min → 50 + 12 . 20 = 290 litros

- **2ª Solução**

290	240	20
-50	040	12 min
240	00	

- **3ª Solução**

Número de minutos: x

$$50 + x \cdot 20 = 290$$
$$x \cdot 20 = 290 - 50$$
$$x \cdot 20 = 240$$
$$x = 240 / 20$$
$$x = 12$$

- O reservatório conterá 290 litros de água após 12 minutos.
- A terceira forma de resolução desse problema usou uma letra (x) para representar o número procurado e uma sentença, que é chamada de equação:

$$50 + x \cdot 20 = 290$$

O uso de equações facilita a resolução de muitas situações-problema.

Um táxi inicia uma corrida marcando R$ 4,00 no taxímetro. Sabendo que cada quilômetro rodado custa R$ 3,00 e que o total da corrida ficou em R$ 52,00, Calcule quantos quilômetros foram percorridos.

Solução: Chamando de x o número de quilômetros percorridos, temos:

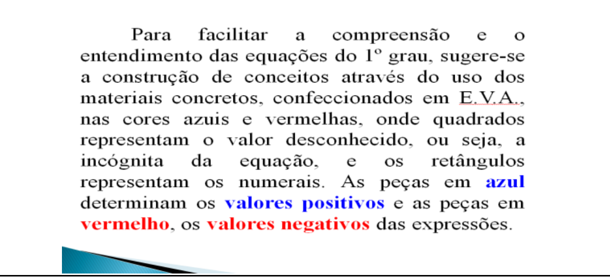
$$4 + 3x = 52$$
$$3x = 52 - 4$$
$$3x = 48$$
$$x = 16$$

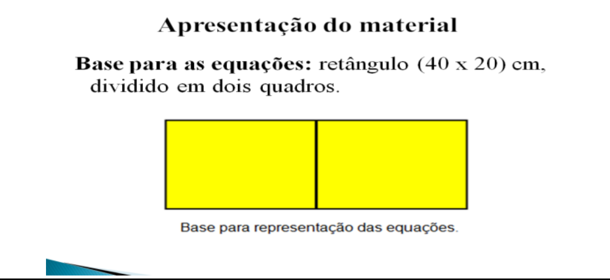
Logo foram percorridos 16 Km.

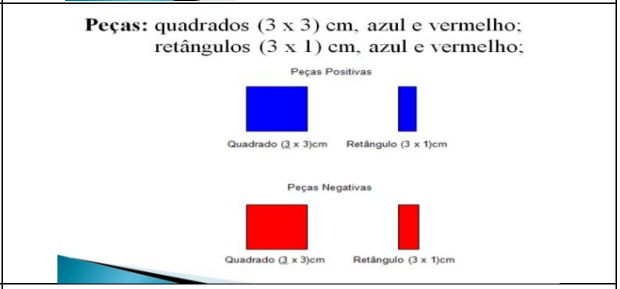
As equações do 1º grau possuem fundamental importância na resolução de problemas em inúmeras situações, sendo aplicadas tanto na Matemática como em outras ciências.

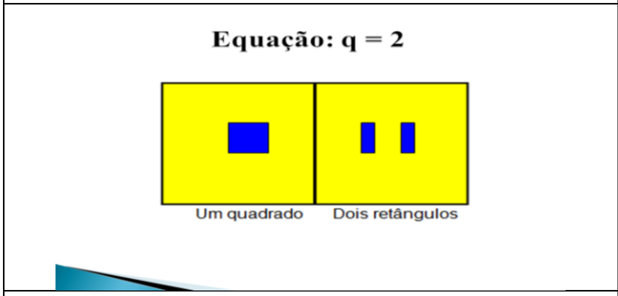
As equações permitem ao aluno desenvolver o raciocínio algébrico e ampliar os campos numéricos levando-o a analisar e solucionar situações-problema na Matemática.

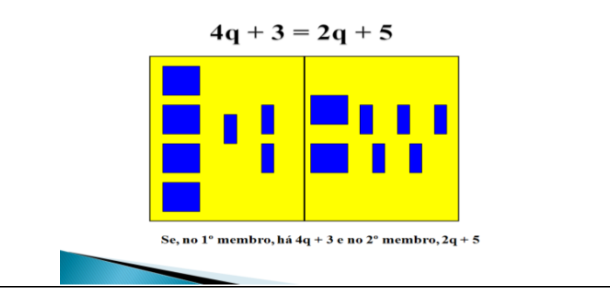
APÊNDICE H – SLIDES SOBRE O “JOGO AZUL E VERMELHO”

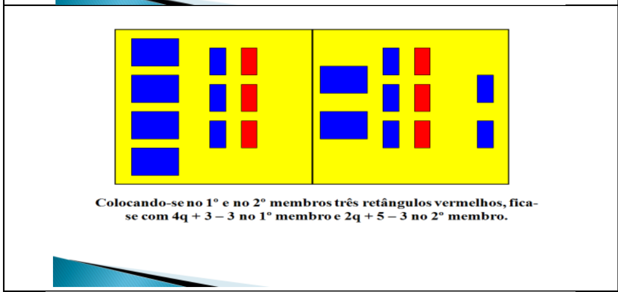


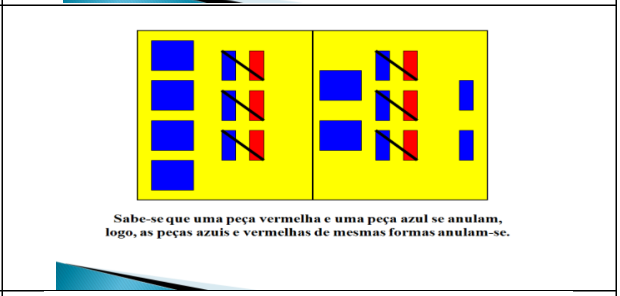


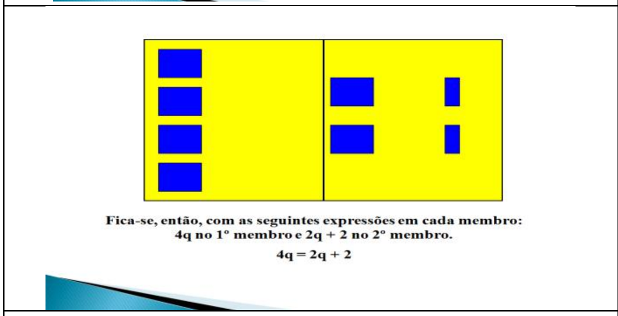


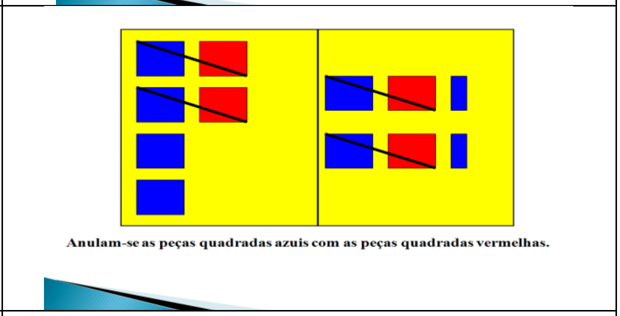


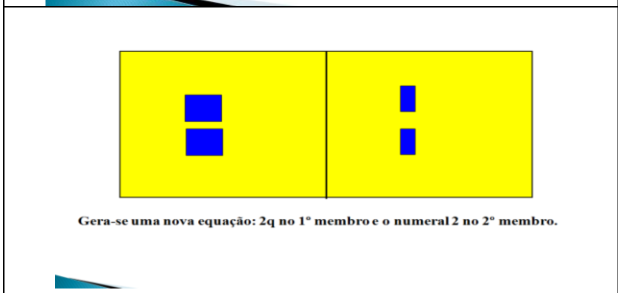


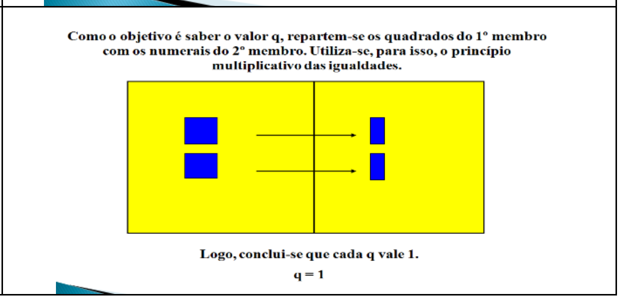












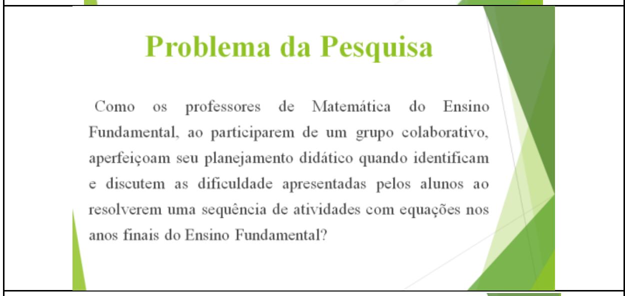
APÊNDICE I – PLANILHA DE ACOMPANHAMENTO DAS ATIVIDADES DA THA

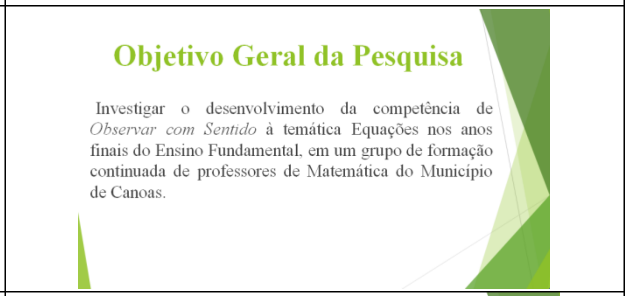
PPGECIM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA — CAPES — ULBRA UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL

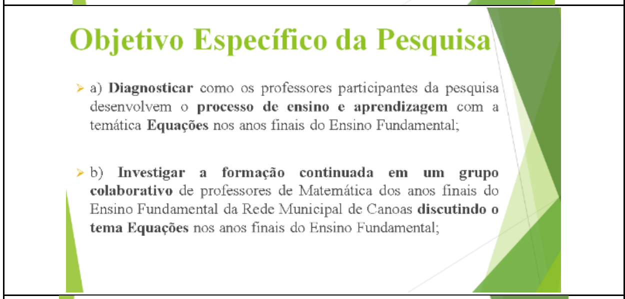
O quadro a seguir, apresenta os critérios avaliados pelos professores do grupo colaborativo, em relação as atividades disponibilizadas aos alunos com a temática Equações no Ensino Fundamental.

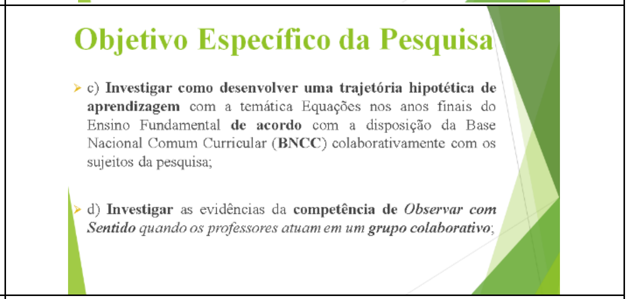
Número de alunos na turma:			Número de alunos participantes/que apresentaram a atividade:						
Critérios / Aluno	**1.** Realizou a atividade sem dificuldades.	**2.** Teve dificuldades em escrever matematicamente ou em linguagem matemática.	**3.** Teve dificuldades em escrever a equação.	**4.** Desenvolveu com facilidade a escrita matemática, porém não chegou a resposta correta.	**5.** Teve dificuldades em interpretar o problema e escrever a equação.	**6.** Não desenvolveu corretamente a equação.	Quais caminhos cognitivos o aluno percorreu para resolver a questão?	O que o levou o aluno a errar a questão?	Que mediação você como professor propõe para sanar as dificuldades e quais atividades pensa em propor para auxiliar a superar essas dificuldades?
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									

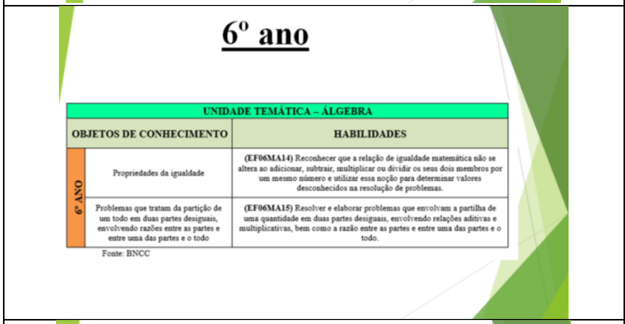
APÊNDICE J – SLIDES DA APRESENTAÇÃO DA TESE E DO PROJETO





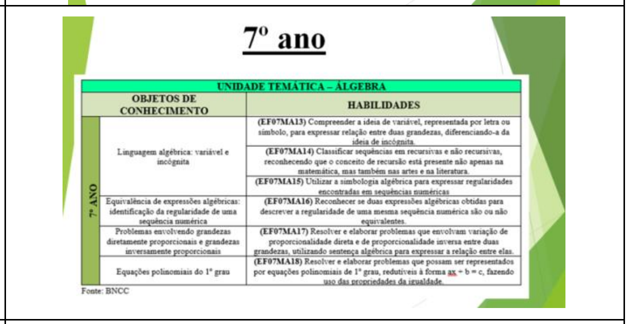






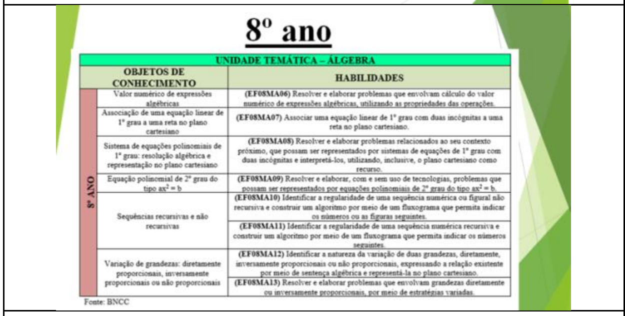
UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
6º ANO	Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: BNCC



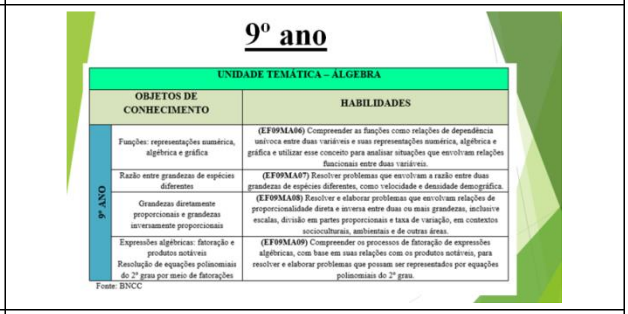
UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
7º ANO	Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
		(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
		(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
	Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: BNCC



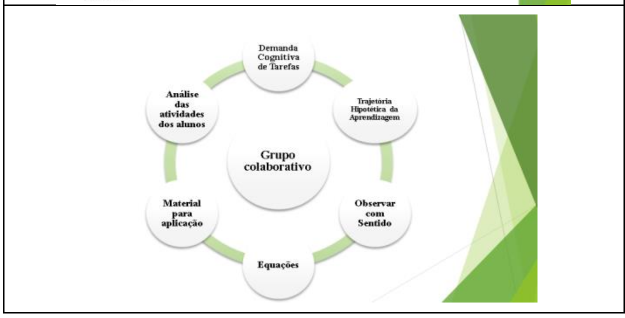
UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
8º ANO	Valor numérico de expressões algébricas	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
	Sequências recursivas e não recursivas	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
		(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
		(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Fonte: BNCC

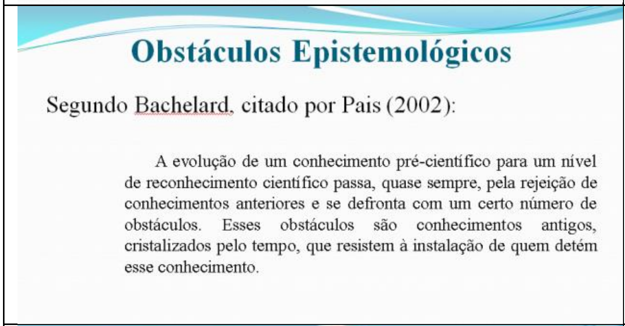


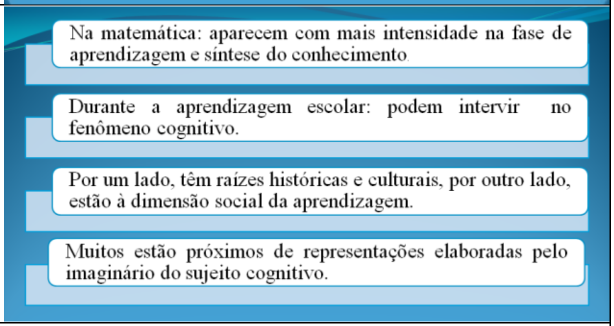
UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA		
	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
9º ANO	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
	Razão entre grandezas de espécies diferentes	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

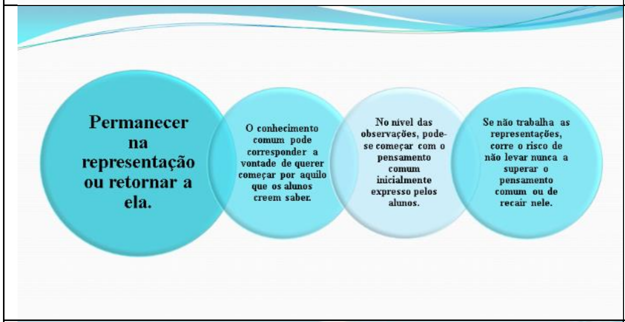
Fonte: BNCC

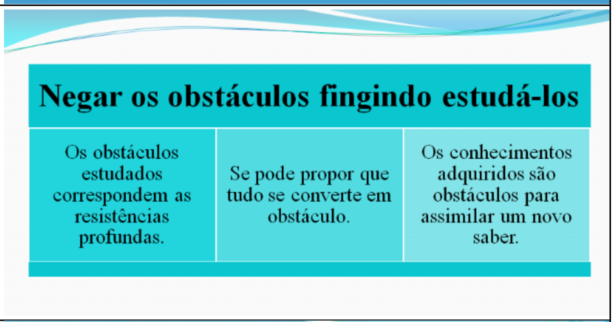


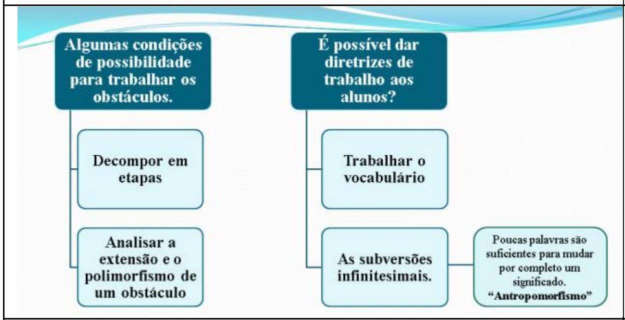
APÊNDICE K – SLIDES SOBRE OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

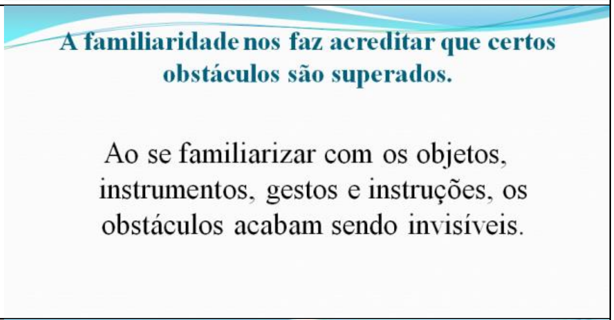


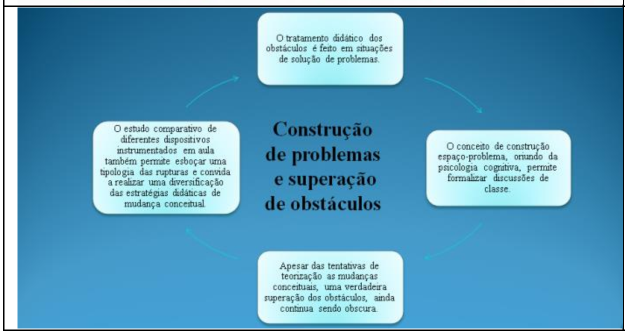


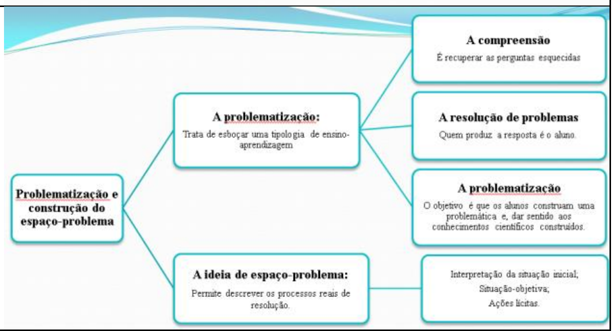


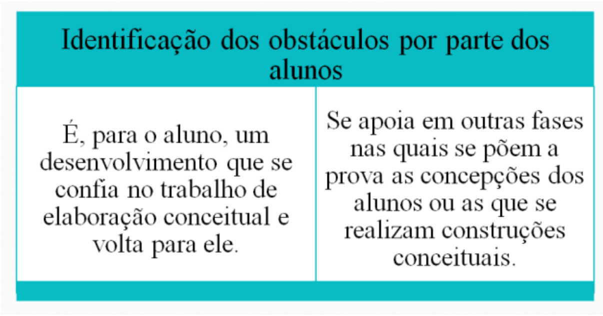




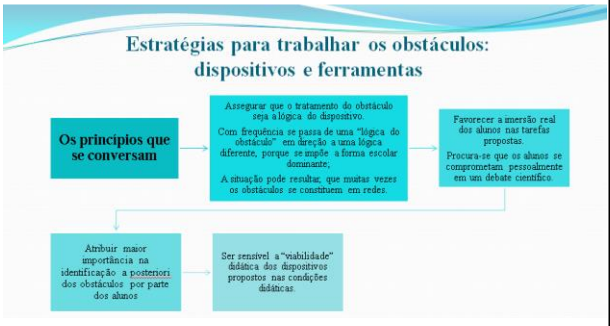







Identificação dos obstáculos por parte dos alunos
É, para o aluno, um desenvolvimento que se confia no trabalho de elaboração conceitual e volta para ele.
Se apoia em outras fases nas quais se põem a prova as concepções dos alunos ou as que se realizam construções conceituais.


O obstáculo constitui um processo complexo cuja compreensão não é imediata.
O que é identificável em relação com esse obstáculo em contexto escolar?
Podem aparecer grandes variações em função da idade, do meio sociocultural e no nível escolar dos alunos.
As diferentes dimensões da identificação dos obstáculos
A dimensão reflexiva, condição da atividade metacognitiva
Manifesta um efeito, uma espécie de desdobramento do sujeito, em que formula a proposição e em que a proposição designa como sujeito o pensamento enunciado.
Do local ao transversal
A transversalidade pode ter diversos graus e, além de procurar estabelecer uma dialética entre o local e o transversal. Nem sempre o mais transversal é o mais pertinente
Da designação da ideia que constitui um obstáculo as considerações sobre sua dinâmica de funcionamento
As considerações sobre o processo que explica o erro são tão importantes para compreender a dinâmica do funcionamento do obstáculo, como as que se referem ao que o obstáculo impede que, são menos frequentes.


Estratégias para trabalhar os obstáculos: dispositivos e ferramentas
Os princípios que se conversam
Assegurar que o tratamento do obstáculo seja a lógica do dispositivo.
Com frequência se passa de uma "lógica do obstáculo" em direção a uma lógica diferente, porque se impõe a forma escolar dominante;
A situação pode resultar, que muitas vezes os obstáculos se constituem em redes.
Favorecer a imersão real dos alunos nas tarefas propostas.
Procura-se que os alunos se comprometam pessoalmente em um debate científico.
Atribuir maior importância na identificação a posteriori dos obstáculos por parte dos alunos
Ser sensível a "viabilidade" didática dos dispositivos propostos nas condições didáticas.


Referências
CAMILLONI, Alicia R. W. Los obstáculos epistemológicos en la enseñanza. Barcelona, España. Editorial GEDISA, S.A. 1997.
LLINARES, S. Professional Noticing: a component of the Mathematics teachers' professional practice. SISYPHUS. Journal of Education, p. 76-93, 2013.
PAIS, Luiz Carlos. Didática da Matemática – Uma análise da influência francesa. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
SÁNCHEZ-MATAMOROS, G.; FERNANDEZ, C.; LLINARES, S. Developing pre-service Teachers' noticing of students' understanding of the derivatieve concept. International Journal of Science and Mathematics Education, DOI: 10.1007/s10763-014-9544-y, 2014.