

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E A MODELAGEM
MATEMÁTICA – CONTRIBUIÇÕES PARA O
ENFRENTAMENTO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS
EMPRESARIAIS NO ENSINO SUPERIOR**

ARRIGO FONTANA



Canoas, 2022.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



ARRIGO FONTANA

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E A MODELAGEM MATEMÁTICA –
CONTRIBUIÇÕES PARA O ENFRENTAMENTO DE SITUAÇÕES
PROBLEMAS EMPRESARIAIS NO ENSINO SUPERIOR**

Tese apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para a obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^ª Dra. Cláudia Lisete Oliveira Groenwald

Canoas, 2022.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

F679a Fontana, Arrigo.

Aprendizagem significativa e a modelagem matemática : contribuições no enfrentamento de situações problemas empresariais no ensino superior / Arrigo Fontana. – 2022.

290 f. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2022.
Orientadora: Profa. Dra. Cláudia Lisete Oliveira Groenwald.

1. Ensino e aprendizagem. 2. Modelagem matemática. 3. Aprendizagem significativa. 4. Pesquisa operacional. I. Groenwald, Cláudia Lisete Oliveira. II. Título.

CDU 372.851

FOLHA DE APROVAÇÃO

ARRIGO FONTANA

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E A MODELAGEM MATEMÁTICA –
CONTRIBUIÇÕES NO ENFRENTAMENTO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS
EMPRESARIAIS NO ENSINO SUPERIOR**

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática

Tese apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

Data de Aprovação:

BANCA EXAMINADORA

Prof^a Dra. Cláudia Lisete Oliveira Groenwald
Orientadora - Universidade Luterana do Brasil – ULBRA - RS

Prof^o Dr. Agostinho Iaquan Ryokiti Homa
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA - RS

Prof^a. Dra. Carmen Teresa Kaiber
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA - RS

Prof^a. Dra. Ancilla Dall' Onder Zat
Universidade de Caxias do Sul - UCS - RS

Prof^a. Dra. Neura Maria de Rossi Giusti
Universidade Norte do Paraná-UNOPAR - Polo Vacaria - RS

Dedico este trabalho aos meus pais: Luiz Fontana (em memória) e Maria Meneghetti Fontana (em memória) pela vida e pelos exemplos deixados, para que eu possa seguir o caminho certo da vida.

Esse trabalho é o resultado da certeza e convicção de meu pai, que mesmo em outro plano, sempre esteve ao meu lado, me impulsionando a seguir.

Se eu tivesse que reduzir toda a Psicologia Educacional a um único princípio, diria isso: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos.

(AUSUBEL, David, 1980)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que iluminou o meu caminho diante de tantos obstáculos encontrados, onde eu pude construir um novo caminho, mas com muitos degraus, cheios de conhecimentos.

Aos meus amigos Paulo Ricardo Rocha Nogueira, Zenaide Rocha Nogueira, Márcia Magnani, Ana Sofia Scheer Marasca e Thais Caroline Chagas dos Santos pelo incentivo, força e carinho ofertados durante o percurso.

Agradeço imensamente à orientadora Prof^a. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pela atenção e colaboração, com sugestões e comentários que enriqueceram com suas orientações, amizade, ensinamentos e confiança para que este trabalho fosse finalizado.

Aos demais membros da banca Prof. Dr. Agostinho Iaquan Ryokiti Homa, Prof^a. Dra. Carmen Teresa Kaiber, Prof^a. Dra. Ancilla Dall' Onder Zat e a Prof^a. Dra. Neura Maria de Rossi Giusti, pelas importantes contribuições no processo de qualificação desta pesquisa, as quais foram imprescindíveis.

Aos meus colegas e amigos do PPGECIM: José Ricardo Ledur e Dênis Carrerd Ledur pelo apoio, amizade, parceria, contribuições e pelos momentos de descontração que compartilhamos.

Aos professores do PPGECIM pela oportunidade de aprendizagens e conhecimentos compartilhados durante o processo.

Aos graduandos que participaram dessa pesquisa, por suas valiosas participações e contribuições, pois, sem elas, o presente trabalho não seria possível.

À Capes, pelo apoio financeiro por meio da bolsa taxa concedida.

A todos que, de uma forma ou outra, contribuíram e torceram por mim durante este percurso!

RESUMO

Esta tese insere-se na linha de pesquisa de Ensino e Aprendizagem, no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), e tem por objetivo investigar as contribuições ao processo de ensino e aprendizagem da articulação entre a teoria de Aprendizagem Significativa e a Modelagem Matemática em um contexto de desenvolvimento de modelos matemáticos por alunos de um curso de Administração, na disciplina de Pesquisa Operacional. A pesquisa foi realizada com alunos da Faculdade Fisul, situada em Garibaldi, Rio Grande do Sul, quando eles frequentaram a disciplina de Pesquisa Operacional. O trabalho foi conduzido numa perspectiva metodológica de cunho qualitativo, onde a análise apoiou-se na teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), na Pesquisa Operacional de Moreira (2007) e seu instrumento de resolução, essencialmente, o *software Solver*, bem como, na Modelagem Matemática de Bassanezi (2004). Para tanto, foi desenvolvido um conjunto de atividades cujos propósitos foram investigar conhecimentos prévios dos estudantes sobre conceitos matemáticos relacionados aos conteúdos desenvolvidos, elaborar e resolver situações-problema no contexto do processo de Modelagem Matemática, bem como a produção de Mapas Conceituais como estratégia de autoaprendizagem. Infere-se que o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática deve ser feito a partir de temas que se aproximam do cotidiano pessoal e/ou profissional do aluno, favorecendo assim, a ressignificação de conceitos matemáticos, evidenciando uma Aprendizagem Significativa dos conhecimentos, de modo que os alunos puderam construir relações entre eles, fazendo conexões com conteúdos extra matemáticos. Foi possível observar evidências em relação às exigências profissionais do Administrador, como a capacidade de reconhecer e de definir problemas, equacionar planos de ação e soluções criativas e inovadoras, capacidade de pensar estrategicamente, bem como, de introduzir modificações no processo produtivo, no qual se originaram os problemas e foram percebidos indícios de construção do conhecimento pelos participantes dos experimentos realizados.

Palavras chave: Ensino de Aprendizagem. Modelagem Matemática. Aprendizagem Significativa. Pesquisa Operacional.

ABSTRACT

This thesis is part of the line of research on Teaching and Learning, within the scope of the Postgraduate Program in Science and Mathematics Teaching (PPGECIM) of the Lutheran University of Brazil (ULBRA), and aims to investigate the contributions to the process of teaching and learning of the articulation between the theory of Meaningful Learning and Mathematical Modeling in a context of development of mathematical models by students of an Administration course, in the Operational Research discipline. The research was carried out with students from Faculdade Fisul, located in Garibaldi, Rio Grande do Sul, when they attended the Operational Research course. The work was conducted in a methodological perspective of a qualitative nature, where the analysis was based on the theory of Meaningful Learning of Ausubel (2003), on the Operational Research of Moreira (2007) and its resolution instrument, essentially, the Solver software, as well as , in Bassanezi's Mathematical Modeling (2004). To this end, a set of activities was developed whose purposes were to investigate students' previous knowledge about mathematical concepts related to the developed contents, to elaborate and solve problem situations in the context of the Mathematical Modeling process, as well as the production of Concept Maps as a self-learning strategy. It is inferred that the development of Mathematical Modeling activities should be based on themes that approach the student's personal and/or professional daily life, thus favoring the resignification of mathematical concepts, evidencing a Significant Learning of knowledge, so that students were able to build relationships between them, making connections with extra-mathematical content. It was possible to observe evidence in relation to the professional requirements of the Administrator, such as the ability to recognize and define problems, consider action plans and creative and innovative solutions, the ability to think strategically, as well as to introduce changes in the production process, in which they originated the problems and signs of knowledge construction were perceived by the participants of the experiments carried out.

Key words: Teaching of Learning. Mathematical Modeling. Meaningful Learning. Operational Research.

ABREVIATURAS

ALIO - Asociación Latino-Ibero-Americano de Investigación operativa
APDIO - Associação Portuguesa de Investigação Operacional
APORS - Associação das Sociedades de Pesquisa Operacional da Ásia do Pacífico
BNCC - Base Nacional Comum Curricular
CNE - Conselho Nacional de Educação
CES - Câmara de Educação Superior
CORS - Canadian Operations Research Society
EURO - Associação das Sociedades de Pesquisa Operacional as Europa
FISUL - Faculdade de Integração do Ensino Superior do Cone Sul
GOR - German Operations Research Society
IFORS - International Federation of Operational Research Societies
INFORMS - Institute for Operations Research and the Management Sciences
MC - Mapa Conceitual
MCI - Mapa Conceitual Inicial
MCF - Mapa Conceitual Final
MM - Modelagem Matemática
NORAM - Associação das Sociedades de Pesquisa Operacional da América do Norte
ORS - Operational Research Society
ORSA - Operations Research Society of America
PPC - Proposta Pedagógica Curricular
PO - Pesquisa Operacional
PL - Programação Linear
TIC - Tecnologias de Informação e Comunicação
TDIC - Tecnologias Digitais de Informação e de Comunicação
TIMS - The Institute of Management Sciences

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Proposta Pedagógica Curricular	33
Figura 2 - Levantamento de Teses sobre Modelagem Matemática x Aprendizagem Significativa	36
Figura 3 - Levantamento de Teses sobre Modelagem Matemática.....	37
Figura 4 - Levantamento de Dissertações sobre Aprendizagem Significativa.....	40
Figura 5 - Levantamento de Dissertações/Teses sobre Modelagem Matemática x Aprendizagem Significativa.	43
Figura 6 - Representação do funcionamento de organizador prévio.....	57
Figura 7 - Mapas Conceituais.....	69
Figura 8 - Mapa Conceitual da aprendizagem.....	72
Figura 9 - Um modelo para mapeamento conceitual segundo a Teoria de Ausubel.	72
Figura 10 - Mapa Conceitual do tipo teia de aranha.....	74
Figura 11 - Mapa Conceitual do tipo fluxograma.....	75
Figura 12 - Mapa Conceitual do tipo hierárquico.....	76
Figura 13 - Mapa Conceitual do tipo sistema de entrada e saída	77
Figura 14 - Esquema dos principais conceitos relativos à aprendizagem de acordo com a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel	82
Figura 15 - Comparação entre aprendizagem mecânica e significativa de acordo com a Teoria de Ausubel	83
Figura 16 - A interação entre a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora	85
Figura 17 - Aprendizagem Subordinada.....	87
Figura 18 - Aprendizagem Superordenada	88
Figura 19 - Aprendizagem Combinatória.....	88
Figura 20 - Exemplos de estruturas para assimilação de conceitos.....	89
Figura 21 - Fase da Pesquisa Operacional em forma de um diagrama	98
Figura 22 - Fase da Pesquisa Operacional	99
Figura 23 - Restrições do Solver	116
Figura 24 - Especificação do modelo no Solver	117
Figura 25 - A Aprendizagem Significativa na visão interacionista social de Gowin (1981).....	119

Figura 26 - A Aprendizagem Significativa (captação de significados) na visão computacional	120
Figura 27 - Ciclo de Modelagem segundo Blum e Leiß (2006) com adição do modelo computacional	122
Figura 28 - Ciclo de Modelagem com a influência de ferramentas digitais segundo Blum e Leiß (2006).....	123
Figura 29 - Etapas da Modelagem Matemática.....	132
Figura 30 - Esquema de Modelagem	134
Figura 31 - Fases da Modelagem Matemática e as ações cognitivas dos alunos...	136
Figura 32 - Descrição do processo de Modelagem	144
Figura 33 - Ciclo de Modelagem segundo Blum e Leiß.....	144
Figura 34 - Modelagem Matemática como conexão entre situações reais e a Matemática.....	148
Figura 35 - Processo em busca do desenvolvimento da competência de Resolução de problemas.....	152
Figura 36 - Escolhas metodológicas para o desenvolvimento dos experimentos ...	155
Figura 37 - Modelagem Matemática: contribuições da Aprendizagem Significativa por meio de situações-problema empresariais no Ensino Superior.....	158
Figura 38 - Tela de entrada do ambiente	159
Figura 39 - Produção do Aluno 2.....	167
Figura 40 - Representação da inequação	168
Figura 41 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 17	183
Figura 42 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 21	183
Figura 43 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 2	184
Figura 44 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 15.....	185
Figura 45 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 1	186
Figura 46 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 8	187
Figura 47 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 3.....	187
Figura 48 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 20.....	188
Figura 49 - Mapa Conceitual Final do Aluno 17	190
Figura 50 - Mapa Conceitual Final do Aluno 20	191
Figura 51 - Mapa Conceitual Final do Aluno 15	192
Figura 52 - Mapa Conceitual Final do Aluno 8	194
Figura 53 - Mapas Conceituais Iniciais dos Alunos 22 e 18	195

Figura 54 - Mapas Conceituais Finais dos Alunos 22 e 18	195
Figura 55 - Tipo de Serviço	199
Figura 56 - Consumo dos Veículos	200
Figura 57 - Consumo Médio	200
Figura 58 - Ferramenta Solver	201
Figura 59 - Comparação entre a situação-problema inicial e final do Aluno 2	203
Figura 60 - Dados no Solver.....	205
Figura 61 - Cálculo do Solver	205
Figura 62 - Comparação entre o modelo matemático inicial e final do Aluno.....	207
Figura 63 - Tipos de Perfil	207
Figura 64 - Quantidades produzidas de cada Perfil	208
Figura 65 - Parâmetros do Solver	209
Figura 66 - Resultado do Solver	209

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Objetivos das questões 1 a 7	164
Tabela 2 - Respostas da Sondagem Diagnóstica 2019 e 2020.....	165
Tabela 3 - Resumo percentual da Sondagem Diagnóstica	170
Tabela 4 - Objetivos das questões 1 a 9	171
Tabela 5 - Respostas dos problemas Organizadores Avançados.....	171
Tabela 6 - Resumo percentual de Organizadores Avançados	174
Tabela 7 - Respostas dos problemas do Instrumento Avaliativo.....	175
Tabela 8 - Percentuais de aumento nas variáveis e restrições, por categoria	202
Tabela 9 - Resultados da questão número 1 da Sondagem Diagnóstica, 2019.....	244
Tabela 10 - Resultados da questão número 2 da Sondagem Diagnóstica, 2019....	245
Tabela 11 - Resultados da questão número 3 da Sondagem Diagnóstica, 2019....	245
Tabela 12 - Resultados da questão número 4 da Sondagem Diagnóstica, 2019....	246
Tabela 13 - Resultados da questão número 5 da Sondagem Diagnóstica, 2019....	246
Tabela 14 - Resultados da questão número 6 da Sondagem Diagnóstica, 2019....	246
Tabela 15 - Resultados da questão número 7 da Sondagem Diagnóstica, 2019....	247
Tabela 16 - Resultados da questão número 1 da Sondagem Diagnóstica, 2020....	247
Tabela 17 - Resultados da questão número 2 da Sondagem Diagnóstica, 2020....	247
Tabela 18 - Resultados da questão número 3 da Sondagem Diagnóstica, 2020....	248
Tabela 19 - Resultados da questão número 4 da Sondagem Diagnóstica, 2020....	248
Tabela 20 - Resultados da questão número 5 da Sondagem Diagnóstica, 2020....	248
Tabela 21 - Resultados da questão número 6 da Sondagem Diagnóstica, 2020....	248
Tabela 22 - Resultados da questão número 7 da Sondagem Diagnóstica, 2020....	249
Tabela 23 - Resultados da questão número 1 dos Organizadores Avançados, 2019	251
Tabela 24 - Resultados da questão número 2 dos Organizadores Avançados, 2019	251
Tabela 25 - Resultados da questão número 3 dos Organizadores Avançados, 2019	252
Tabela 26 - Resultados da questão número 4 dos Organizadores Avançados, 2019	252
Tabela 27 - Resultados da questão número 5 dos Organizadores Avançados, 2019	253

Tabela 28 - Resultados da questão número 6 dos Organizadores Avançados, 2019	254
Tabela 29 - Resultados da questão número 7 dos Organizadores Avançados, 2019	254
Tabela 30 - Resultados da questão número 8 dos Organizadores Avançados, 2019	255
Tabela 31 - Resultados da questão número 9 dos Organizadores Avançados, 2019	255
Tabela 32 - Resultados da questão número 1 dos Organizadores Avançados, 2020	255
Tabela 33 - Resultados da questão número 2 dos Organizadores Avançados, 2020	256
Tabela 34 - Resultados da questão número 3 dos Organizadores Avançados, 2020	256
Tabela 35 - Resultados da questão número 4 dos Organizadores Avançados, 2020	256
Tabela 36 - Resultados da questão número 5 dos Organizadores Avançados, 2020	256
Tabela 37 - Resultados da questão número 6 dos Organizadores Avançados, 2020	257
Tabela 38 - Resultados da questão número 7 dos Organizadores Avançados, 2020	257
Tabela 39 - Resultados da questão número 8 dos Organizadores Avançados, 2020	257
Tabela 40 - Resultados da questão número 9 dos Organizadores Avançados, 2020	257
Tabela 41 - Resultados da questão número 1 do Instrumento Avaliativo, 2019	262
Tabela 42 - Resultados da questão número 2 do Instrumento Avaliativo, 2019	262
Tabela 43 - Resultados da questão número 3 do Instrumento Avaliativo, 2019	263
Tabela 44 - Resultados da questão número 4 do Instrumento Avaliativo, 2019	263
Tabela 45 - Resultados da questão número 5 do Instrumento Avaliativo, 2019	264
Tabela 46 - Resultados da questão número 6 do Instrumento Avaliativo, 2019	264
Tabela 47 - Resultados da questão número 7 do Instrumento Avaliativo, 2019	265
Tabela 48 - Resultados da questão número 8 do Instrumento Avaliativo, 2019	266

Tabela 49 - Resultados da questão número 9 do Instrumento Avaliativo, 2019	266
Tabela 50 - Resultados da questão número 10 do Instrumento Avaliativo, 2019....	267
Tabela 51 - Resultados da questão número 1 do Instrumento Avaliativo, 2020	267
Tabela 52 - Resultados da questão número 2 do Instrumento Avaliativo, 2020	268
Tabela 53 - Resultados da questão número 3 do Instrumento Avaliativo, 2020	268
Tabela 54 - Resultados da questão número 4 do Instrumento Avaliativo, 2020	268
Tabela 55 - Resultados da questão número 5 do Instrumento Avaliativo, 2020	269
Tabela 56 - Resultados da questão número 6 do Instrumento Avaliativo, 2020	269
Tabela 57 - Resultados da questão número 7 do Instrumento Avaliativo, 2020	269
Tabela 58 - Resultados da questão número 8 do Instrumento Avaliativo, 2020	270
Tabela 59 - Resultados da questão número 9 do Instrumento Avaliativo, 2020	270
Tabela 60 - Resultados da questão número 10 do Instrumento Avaliativo, 2020....	270
Tabela 61 - Número de variáveis iniciais/finais e número de restrições iniciais/finais dos modelos matemáticos	271

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA.....	20
1.2 INTRODUZINDO A PESQUISA.....	23
1.3 A TESE.....	26
2 A PESQUISA	28
2.1 TEMA DE PESQUISA.....	28
2.1.1 Delimitação do Tema.....	28
2.1.2 Justificativa da temática da pesquisa.....	28
2.2 REVISÃO DE LITERATURA.....	35
2.3 PROBLEMA DE PESQUISA.....	46
2.4 OBJETIVOS.....	47
2.4.1 Objetivo Geral.....	47
2.4.2 Objetivos Específicos.....	48
3 REFERENCIAL TEÓRICO	49
3.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	49
3.1.1 O Recurso dos Mapas Conceituais.....	68
3.1.2 Aprendizagem Mecânica x Aprendizagem Significativa.....	78
3.2 PESQUISA OPERACIONAL: CONCEITOS, OBJETIVOS E TECNOLOGIAS.....	92
3.2.1 O Método Simplex.....	113
3.2.2 O Recurso <i>Solver</i>	115
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	117
3.3.1 Concepções de Modelagem Matemática.....	127
4 PERCURSO METODOLÓGICO	150
4.1 PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	154
4.2 O EXPERIMENTO REALIZADO.....	156
4.3 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS.....	159
5 ANÁLISES DOS RESULTADOS	162
5.1 RESULTADOS DA SONDAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	163

5.2 RESULTADOS DO INSTRUMENTO ORGANIZADORES AVANÇADOS.....	170
5.3 RESULTADOS DO INSTRUMENTO AVALIATIVO.....	175
5.4 ETAPA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS INVESTIGADOS PELOS ESTUDANTES	181
5.4.1 Mapas Conceituais Iniciais e Finais – Etapas 1 e 3	182
5.4.2 A elaboração dos Modelos Matemáticos – Etapas 2 e 4.....	197
5.5 RESULTADOS DA ATIVIDADE DE FECHAMENTO – 2019 e 2020	210
6. CONCLUSÃO	222
REFERÊNCIAS.....	227
SITES CONSULTADOS.....	243
APÊNDICES.....	244
APÊNDICE I – SONDAÇÃO DIAGNÓSTICA – SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020	244
APÊNDICE II – ORGANIZADORES AVANÇADOS – SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020	250
APÊNDICE III – INSTRUMENTO AVALIATIVO – SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020	259
APÊNDICE IV – ATIVIDADE DE FECHAMENTO – SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020	272
APÊNDICE V – QUESTIONÁRIO - SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020.....	273
ANEXOS	274
ANEXO I.....	274
ANEXO II.....	286

1 INTRODUÇÃO

O ensino é, fundamentalmente, um processo de comunicação pelo qual o conhecimento disciplinarmente instituído em diversas áreas científicas, humanísticas, artísticas é transmitido de geração para geração ao longo das épocas. A Matemática é um desses corpos de conhecimentos que vem sendo desenvolvido pelo homem em função das suas necessidades de sobrevivência no meio social e, em especial, para a resolução de situações-problema pessoais, sociais e profissionais.

Conseqüentemente, a tarefa básica e fundamental da escola e do professor é o desenvolvimento das competências de raciocínio lógico, do pensamento crítico e da criatividade, apoiados não só na reflexão sobre os conhecimentos adquiridos pela Ciência em questão, mas também, sobre suas aplicações à tecnologia e ao progresso social (SANTOS; FRANÇA e SANTOS, 2013).

Neste trabalho, a Modelagem Matemática visa contribuir para modelar situações problema do cotidiano profissional dos estudantes do curso de Administração da Faculdade Fisul, onde foram investigadas situações problemas com o objetivo de elaborar, construir e analisar modelos matemáticos que descrevam e/ou expliquem essas situações vivenciadas no dia a dia profissional desses estudantes.

Entende-se que o papel da escola ou ambiente escolar constitui um espaço para preparar os alunos para as diversas situações do dia a dia da vida, nesse sentido, buscam-se alternativas que sejam adequadas a fim de tornar os métodos didáticos em uma aprendizagem, seguindo os pressupostos da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003), despertando o interesse dos acadêmicos em aprender e, conseqüentemente, transmitir os conhecimentos adquiridos no decorrer do processo para a resolução de situações problema, realizando a relação teoria e prática.

Para a atividade do processo de ensino aprendizagem, faz-se necessária a utilização de diferentes métodos e estratégias, entrelaçando os conteúdos abordados juntamente em sala de aula, com os conhecimentos adquiridos, com experiências vividas e com os avanços da tecnologia.

Opta-se em realizar, nessa pesquisa, no desenvolvimento dos conceitos da Pesquisa Operacional (PO) do curso de Administração da Faculdade Fisul, entrelaçados com a metodologia da Modelagem Matemática e a Aprendizagem Significativa, buscando realizar um experimento que permitisse a discussão, análise e resolução de situações problema da vida profissional desses estudantes.

A Pesquisa Operacional é uma área da Engenharia de Produção que proporciona aos profissionais, que têm acesso ao seu escopo, o acesso a um procedimento organizado e consistente que o auxiliará na difícil tarefa de gestão de recursos humanos, materiais e financeiros de uma organização. De fato, a Pesquisa Operacional oferece um elenco interessante de áreas, modelos e algoritmos que permitem ao gestor tomar decisão em problemas complexos, nos quais deve ser aplicada sob a ótica científica (MARINS, 2011). No ambiente empresarial, salienta-se que a busca é pela redução dos gastos nas pequenas e microempresas, considera-se que a Matemática junto com a Pesquisa Operacional, reduzem gastos. Entende-se que a estruturação da Matemática, ou melhor, o entendimento dessa nas séries iniciais e a continuidade da aprendizagem no ensino superior, farão com que a aplicação dentro da empresa seja simplificada.

Em vista disso, busca-se demonstrar que a Aprendizagem Significativa, juntamente com a Modelagem Matemática e a Pesquisa Operacional, podem trazer resultados satisfatórios, ampliando a compreensão da resolução de problemas. Sendo a Aprendizagem Significativa usada para estruturar a aprendizagem na escola, a Modelagem Matemática é um modelo facilitador para o aluno e o professor, fazendo com que a comunicação na hora da aprendizagem seja clara e a Pesquisa Operacional usada para solucionar problemas em ambientes empresariais. Então, mostra-se que a estruturação da aprendizagem escolar auxiliará na resolução de situações-problemas nos quais o professor não estará presente.

1.1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA

Ao iniciar este texto, de forma reflexiva e verdadeira, analisando o percurso de toda minha trajetória, passando por experiências escolares fabulosas vivenciadas na Licenciatura¹, nas Especializações², no Mestrado³ e, também, no Programa de

¹ Licenciatura Plena em Ciências – Matemática, pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS, São Leopoldo, Rio Grande do Sul, Brasil.

² Especialização em Especialização em Matemática, pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS, São Leopoldo / RS. Especialização em Pós-Graduação “Latu Sensu” em Matemática e Estatística, pela Universidade Federal de Lavras – UFMG, Minas Gerais, Brasil.

³ Mestrado Profissional em Engenharia: Energia, Ambiente e Materiais, pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil.

Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática⁴, percebo que evoluí muito e que cada etapa teve um significado muito especial na minha vida docente.

Desenvolvi, desde muito cedo, o interesse e o gosto por todo e qualquer assunto relacionado à Matemática. E, pouco a pouco, fui sendo dominado e me apaixonando por ela. A partir da constatação desse amor à Matemática iniciei minha formação. Segundo Brasil (1997) a importância da Matemática está vinculada ao papel decisivo que ela desempenha enquanto área do conhecimento, permitindo resolver problemas da vida cotidiana e funcionando como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas. A Matemática interfere na formação de capacidades intelectuais e auxilia a estruturar o pensamento, contribuindo com a agilidade do raciocínio dedutivo do aluno.

Na Unisinos, em 1986, conclui a Licenciatura em Ciências e, em 1987 a Licenciatura Plena em Ciências – Matemática.

Com o conhecimento adquirido na Universidade surgiu a necessidade de trocar experiências, compartilhar tudo o que aprendi, quando em 1990, fui aprovado em um concurso público e, nesse instante, comecei a lecionar a disciplina de Matemática para as 4^a e 5^a séries. Nesse período também voltei a estudar, fazendo Especialização em Matemática na Unisinos. Em 1992 iniciei o meu grande e verdadeiro aprendizado no mundo da Matemática, passei a ministrar aulas de Matemática em várias escolas de 1^o e 2^o graus até o final de 2012.

Foram vinte e dois anos de dedicação exclusiva, de muita garra, de muito estudo, de grande inquietação em busca de atualização, aperfeiçoamento e de mudanças pessoais e profissionais.

Como professor da rede pública municipal e estadual fui me envolvendo cada vez mais com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula, buscando aplicar novas teorias e recursos, para conseguir mostrar aos alunos o uso da Matemática na vida deles, no dia a dia. Muitas vezes, os estudantes questionavam para que estudar os conceitos e onde iriam usar a Matemática na vida. A Matemática, para muitos alunos, é uma incógnita e grande parte apresenta dificuldades no raciocínio lógico e na interpretação das questões de vida, dificultando, ainda mais, o aprendizado desses conceitos.

⁴ Acadêmico do curso de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil.

No ano de 2004, além de trabalhar com Ensino Fundamental e Ensino Médio, iniciei minha caminhada como professor em cursos de graduação no Ensino Superior. Atuei em diversas instituições, sempre ministrando aulas relacionadas às áreas da Matemática, como: Matemática Financeira, Pesquisa Operacional, Estatística, Matemática Aplicada, entre outras. Em 17 anos de docência no Ensino Superior, muitos foram os desafios encontrados pelo caminho, mas fui superando um a um, sempre aperfeiçoando os meus conhecimentos e procurando desenvolver um bom trabalho com os estudantes, instigando-os a também encontrarem novos caminhos para superarem seus desafios.

Essa caminhada, nos diferentes níveis de ensino, me mostrou que as dificuldades dos alunos, desde o Ensino Fundamental até a graduação, eram semelhantes. Com isso, fui buscando alternativas, pesquisando e aperfeiçoando o processo de ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula. Nesse contexto pode-se estruturar uma proposta pedagógica para a Matemática na disciplina de Pesquisa Operacional no Ensino Superior como destaca Jacobini (2004, p. 22):

Quando o professor aplica a modelagem como estratégia pedagógica na sala de aula, ele tem a intenção de ensinar Matemática. Ao explorar as aplicações Matemáticas no dia a dia, a construção de modelos e o relacionamento entre a Matemática utilizada na modelagem e o conteúdo programático, o professor oferece ao aluno a oportunidade de conviver com um conteúdo vivo, prático, útil e com bastante significado.

Aliada à prática do contato direto com o aluno, no dia a dia da sala de aula, sempre quis rever minhas convicções, pensar diferente, antever possibilidades, realizar a prospecção para o futuro, exercitar novos paradigmas. E, nessa preocupação constante com as mudanças, não perdi nenhuma oportunidade de enriquecimento cultural, tanto pessoal, quanto profissional. Foram participações em muitos cursos, jornadas, encontros, simpósios, congressos e projetos. Sempre com a expectativa de usufruir da paixão pela missão que é ser professor. Porque motivar e estimular a participação do aluno em sala de aula por meio de um ensino mais significativo, criativo, cheio de oportunidades, de novas descobertas e adaptação ao mundo real, sempre foi e será a meta em meu planejamento curricular. Dentro desse contexto, comecei a me interessar pela Modelagem Matemática, o que acabou me levando a pesquisar o assunto com enfoque na sala de aula de Matemática.

Segundo Franchi (2007, p. 181), a utilização da Modelagem nas aulas pode contribuir, significativamente, para a aprendizagem da Matemática: “além da

motivação que os assuntos abordados podem gerar, o aluno pode ver as diferentes facetas da Matemática de forma contextualizada, percebendo sua importância”. Outros pesquisadores, também defendem a proposta, como é o caso de Brito e Almeida (2005). Segundo eles, diversos estudos têm apontado a possibilidade de se utilizar a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática, visando relacionar conteúdos escolares com a realidade.

Trabalhando com a Matemática aplicada aos alunos, estou intimamente ligado à Economia, em seu desenvolvimento econômico, com as condições e qualidade de vida da população da região e as diferentes culturas inseridas nesse contexto, pois a possibilidade de proporcionar aos estudantes a atuação crítica na sociedade por meio das aplicações de problemas, podendo trazer contribuições para a construção do conhecimento.

1.2 INTRODUZINDO A PESQUISA

O tema desta investigação está fundamentado nos pressupostos da Aprendizagem Significativa, da Pesquisa Operacional e da Modelagem Matemática, tendo como subsídio o uso da tecnologia (*ferramenta Solver*) de forma crítica, reflexiva, significativa e ética, a fim de expandir informações e adquirir conhecimentos.

Para o aluno adquirir a habilidade de modelar matematicamente uma situação-problema, deverá saber adaptá-la toda vez que uma nova situação demandar. No entanto, ele vai modificando seus modelos, bem como as soluções que deles originam. Pode ocorrer essa modificação toda vez que o profissional da administração (aluno) se deparar com novas informações pertinentes à situação-problema, ou quando ele as desconsiderar como parte do problema.

O administrador precisa efetuar no seu ambiente de trabalho a necessidade de estabelecer combinações entre as novas e as velhas informações, ou seja, moldar um novo problema a um já conhecido, identificando a existência de novas restrições ou adicionando novas variáveis, sendo essa uma tarefa rotineira do empreendimento profissional.

A utilização de recursos digitais como ferramentas cognitivas possibilita contribuir para a ampliação dos conhecimentos que os estudantes já possuem e para o desenvolvimento da capacidade crítica sobre o conteúdo ensinado para que eles

saibam fazer relações no processo de Modelagem Matemática (MM) em situações-problema.

O uso de tecnologias no ensino de Pesquisa Operacional, através dos recursos que os alunos do Ensino Superior dispõem no âmbito do ambiente educacional informatizado, faz-se importante, pois é fator determinante quanto às possíveis contribuições contextuais para o aprendizado desse conhecimento. Nesse contexto, também é possível estabelecer relações dessas tecnologias com outras que apareceram historicamente no desenvolvimento da Pesquisa Operacional.

Ao elaborar estratégias/metodologias é necessário verificar se realmente ocorre a aprendizagem. Uma aula diferenciada em nada acrescentaria ao aluno, se ele não conseguisse associar ou relacionar os conceitos envolvidos. Para que tais situações não ocorram sugere-se a investigação e a implementação das potencialidades do recurso *Solver* para o ensino/aprendizagem de Pesquisa Operacional aos acadêmicos do curso de Administração, visando uma Aprendizagem Significativa do conteúdo a ser estudado. Cabe ao professor, também, direcionar o estudo, contextualizando e conduzindo o aluno à apropriação do conhecimento e da aprendizagem.

A concepção de que as tecnologias educacionais precisam ser vistas com um olhar mais abrangente, envolvendo novas formas de ensinar, de aprender e de desenvolver um currículo condizente com a sociedade tecnológica, compreendendo as potencialidades inerentes a cada tecnologia e suas contribuições para o processo de ensino e de aprendizagem que extrapolam o domínio da tecnologia e trazem uma nova visão de mundo, de sociedade, de ciência e de educação (TORNAGHI, PRADO e ALMEIDA, 2010).

As constatações apresentadas estimularam a investigação que se pretende realizar, objetivando verificar o potencial do uso do *Solver* como recurso metodológico para a Aprendizagem Significativa de conceitos na disciplina de Pesquisa Operacional do Ensino Superior.

A Aprendizagem Significativa, Pesquisa Operacional e a Modelagem Matemática, segundo concepção voltada para o Ensino de Aprendizagem Matemática Crítica e suas probabilidades como ambiente de aprendizagem da Matemática, é a união desse trabalho, que também aborda as relações entre tecnologia, modelagem e trabalho com conteúdo matemático, mais especificamente, como possibilidade de construção e análise de modelos que possibilitem a abordagem do tema específico de cada acadêmico, em ambiente informatizado, no Ensino Superior. Acredita-se que essa abordagem se constitui numa ferramenta que auxilia alunos a resolver, entender

melhor e se posicionar criticamente diante de situações-problema e obstáculos advindos da vivência, na vida acadêmica e fora dela.

Apoia-se a pesquisa em pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003), especialmente na premissa de que, para a ocorrência desse tipo de aprendizagem, os materiais disponibilizados pelo professor necessitam ser potencialmente significativos, ou seja, que tenham significado lógico. Isso quer dizer que o material deve fazer sentido para o estudante, “seja para ‘ancorar’, para causar interesse ou para desencadear a intenção de aprender” (SANTOS, 2011, p. 62), de modo que o novo conhecimento seja incorporado à estrutura cognitiva do estudante.

Para Ausubel (2003), crianças mais velhas e adultos, como é o caso de alunos de graduação em administração, adquirem novos conhecimentos por meio da assimilação de conceitos, pois,

se podem descobrir os atributos de critérios dos novos conceitos através da utilização, em novas combinações, de referentes existentes (palavras, bem como imagens), disponíveis na estrutura cognitiva da criança. Embora se devam utilizar auxiliares empíricos concretos para se facilitar a assimilação de conceitos nas crianças do ensino primário, também é possível, com crianças mais velhas, utilizar outros conceitos relevantes existentes nas estruturas cognitivas das mesmas, para se acelerar o processo de definição dos atributos de critérios dos novos conceitos (AUSUBEL, 2003, p. 92).

Conforme descrito anteriormente, essa lacuna pode ser trabalhada/preenchida com a utilização da *ferramenta Solver* na disciplina, por meio de atividades investigativas, algumas de caráter exploratório e outras descritivas. Tais atividades se apresentam como um suporte para melhor desenvolvimento do raciocínio lógico, conseqüentemente, maior apropriação desse campo aplicativo da Matemática, pois no mundo dos negócios, o gerenciamento é algo dinâmico, e busca-se solucionar os problemas o mais breve possível, buscando constituir o conhecimento do aluno, unindo conhecimento científico em aula, conhecimentos sociais, envolvendo fatores sociais, culturais e econômicos. Busca-se responder à questão: *Quais as relações possíveis entre a metodologia de Modelagem Matemática e a teoria da Aprendizagem Significativa para que haja contribuições no processo de ensino e aprendizagem da temática Pesquisa Operacional em cursos de Administração no Ensino Superior?*

1.3 A TESE

O texto que desenvolve a tese está organizado em seis capítulos, apresentados da forma descrita a seguir.

O capítulo 1 contempla o ensino da Matemática como necessidade para os alunos do curso de Administração da Faculdade Fisul de Garibaldi-RS.

No capítulo 2, se aborda o tema de pesquisa, a delimitação do tema, a justificativa da temática da pesquisa, juntamente com a legislação (resolução nº 4 de 13/07/2005) dos profissionais de Administração, nos quais estão descritos, o perfil do formando, as competências, habilidades e os conteúdos fundamentais para graduar o acadêmico em Administração, incluindo trabalhos já desenvolvidos sobre os assuntos relacionados na pesquisa. Também prescreve-se o objetivo geral e os objetivos específicos da pesquisa, salientando-se a questão de investigação.

O referencial teórico, no terceiro capítulo, está organizado nas seguintes seções: a primeira retrata nos pressupostos da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1963, 1966, 1968, 1973, 1976, 1978, 1980, 1982, 2000, 2003), onde apresenta o conceito, explicando o processo de assimilação cognitiva específica a esse tipo de aprendizagem e a troca de ideia referente aos organizadores prévios e aos Mapas Conceituais, que são os dois tipos de recursos didáticos específicos que favorecem a efetivação da Aprendizagem Significativa.

A segunda seção do referencial teórico versa sobre Pesquisa Operacional que é aplicada em diversas áreas, tendo como respaldo em Moreira (2007, 2010), que trata com problemas de como conduzir e coordenar certas operações em uma organização utilizando-se de modelos matemáticos para tomar decisões.

Na terceira seção, como apoio nos seguintes autores: Barbosa (2001, 2003, 2007), Bassanezi (2002, 2004, 2010, 2011, 2013) e Biembengut (1997, 1999, 2004, 2009, 2013), aborda-se a Modelagem Matemática, que tem sua essência principal na resolução de problemas decorridos no seu dia a dia e tem como objetivo a construção do conhecimento promovendo a Aprendizagem Significativa.

No capítulo 4 é apresentado o percurso metodológico, onde são descritas as atividades desenvolvidas nos experimentos realizados com estudantes da disciplina de Pesquisa Operacional do curso de Administração da Faculdade Fisul, sendo elas: Sondagem Diagnóstica, Organizadores Avançados, Instrumento Avaliativo, Modelagem de Problemas de Pesquisa Operacional e a Atividade de Fechamento.

No capítulo 5, serão apresentadas as análises dos resultados da pesquisa, expondo as atividades desenvolvidas com os estudantes matriculados na disciplina de Pesquisa Operacional da Faculdade Fisul no segundo semestre de 2019 e 2020.

Por fim, no capítulo 6, apresenta-se a conclusão, com os resultados e reflexões sobre as evidências dessa pesquisa.

2 A PESQUISA

Neste capítulo apresenta-se os delineamentos da pesquisa realizada, com o tema, a justificativa da temática, os trabalhos existentes, o problema e objetivos dessa investigação.

2.1 TEMA DE PESQUISA

O tema de pesquisa dessa investigação está fundamentado nos pressupostos da Aprendizagem Significativa, da Pesquisa Operacional e da Modelagem Matemática.

2.1.1 Delimitação do Tema

Nessa pesquisa busca-se os pontos convergentes entre os pressupostos teóricos da Modelagem Matemática e da Aprendizagem Significativa que qualifiquem o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos da disciplina de Pesquisa Operacional, por meio da resolução de problemas, no curso de graduação em Administração da Faculdade Fisul, localizada na Cidade de Garibaldi, Serra Gaúcha.

2.1.2 Justificativa da temática da pesquisa

Uma competência exigida para a vida contemporânea é saber interpretar e manipular uma grande quantidade de informações, representadas por meio de procedimentos para a resolução de problemas, com o uso de cálculos, gráficos, tabelas, ou seja, o uso de procedimentos e conhecimentos matemáticos.

Nesse trabalho busca-se refletir e encontrar resultados envolvendo os processos de ensino e aprendizagem da Matemática apontando a perspectiva da Modelagem Matemática como metodologia, com a intenção de contribuir para esta construção, dando significado aos conhecimentos matemáticos trabalhados e, conseqüentemente, a utilização do recurso *Solver* na disciplina de Pesquisa Operacional. Uma das principais preocupações dos acadêmicos ao iniciarem seus estudos na disciplina Pesquisa Operacional é falta de base curricular matemática. Esse público é bastante diverso, e, na maioria das vezes, leigo, pois não domina os

conhecimentos necessários quanto ao uso dessa disciplina e interpretação de suas técnicas. Uma boa parte dessas técnicas exige o domínio de uma linguagem própria e de fórmulas de cálculo que podem dificultar o seu uso e interpretação. Tendo em vista essas dificuldades, pesquisas como a de Castro (2012) e Castro-Filho (2012, 2015) têm sido realizadas com a finalidade de contribuir com o processo de aprendizagem por meio da exploração do potencial das tecnologias. No entanto, segundo Castro (2012), os recursos tecnológicos podem diminuir os esforços na construção de gráficos, priorizando as habilidades mais relevantes de interpretação e análise de gráficos em situações do dia a dia. Nesse cenário, conforme Castro (2012); Cazorla e Utsumi (2010), a tecnologia tem o potencial de favorecer a representação de informações com mais rapidez, simulando diferentes contextos, podendo assim, trabalhar com situações que realmente urgem um processo significativo e, ainda, ajudar a tratar a informação de todo um processo investigativo.

Para o bom desempenho e competência no trabalho escolar é necessária a percepção do professor quanto à eficácia da aplicação dos recursos tecnológicos, visando possibilitar o desenvolvimento integral do aluno e proporcionar estímulos ao seu ser emocional e social. Recriar o processo de ensino e aprendizagem, possibilitando o surgimento de novos caminhos, deve ser uma meta constante.

A disciplina de Pesquisa Operacional, na perspectiva da Educação Matemática, pode se apresentar como elo, permitindo aos futuros professores o estabelecimento de relações entre o saber curricular, a experiência social (vivenciada por eles e por seus alunos como cidadãos) e as constantes e velozes transformações do mundo em que se vive.

As Tecnologias de Informações e Comunicação (TIC) estão sendo utilizados praticamente por todos os ramos do conhecimento. As descobertas são extremamente rápidas e estão a nossa disposição com uma velocidade nunca antes imaginada. Os recursos estão presentes e disponíveis na sociedade fazendo com que as pessoas, e, conseqüentemente, os alunos, estejam cada vez mais informadas, atualizadas e participantes deste mundo globalizado.

Conforme Moreira (2011) “na sociedade contemporânea, não tem sentido adquirir conhecimentos, ainda que significativamente, sem questionar esses conhecimentos”, pois o conhecimento humano é construído em grande escala e muda rapidamente. Desse modo, “Aprender de maneira significativa e crítica permitirá ao aprendiz lidar não só com a quantidade e com as incertezas do conhecimento, mas

também com as incertezas e mudanças da vida contemporânea” (MOREIRA, 2011, p. 177).

Em consonância ao autor citado anteriormente, o objetivo principal dessa pesquisa será a de induzir e possibilitar a pesquisa ativa e contínua do aluno, através das relações paralelas entre teoria, prática e resultados. A interação disso poderá evidenciar e fundamentar elos das práxis, dando origem a construção de novos saberes.

A pesquisa em estudo elenca, por si própria, a reelaboração e construção de síntese de conceitos. Tal afirmação se deve às constantes relações entre estudos e resultados, que firmam suportes capazes de elencar sólidos argumentos. A didática da pedagogia histórica crítica é o subsídio que se firma na fundamentação de que a práxis têm seus pilares na constante interação entre professor e aluno, que se transmitem entre o aprender e o ensinar nas diversas fases do processo ensino aprendizagem.

Nessa tese foram realizados dois experimentos com estudantes matriculados na disciplina de Pesquisa Operacional, do curso de Administração da Faculdade Fisul da Cidade de Garibaldi do Estado do Rio Grande do Sul, o primeiro no ano de 2019 e o segundo no ano de 2020.

A resolução nº 4, de 13 de julho de 2005 do Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Superior (CNE/CES), publicada no Diário Oficial da União regulamenta as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Administração, nas quais estão descritos, o perfil do formando, as competências, as habilidades e os conteúdos fundamentais para graduar o acadêmico em Administração. A legislação normativa do curso de Administração sanciona e fundamenta a necessidade de estudar modelos matemáticos.

A Fisul, com base no documento referenciado, formalizou o projeto pedagógico do curso de Administração, quanto ao perfil do formando. A instituição propõe formar um profissional que porte capacidade e destreza de aplicabilidade dos conteúdos aprendidos, de acordo com as necessidades vigentes do local de trabalho que está inserido. Seguem as competências do perfil do egresso:

- proporcionar a humanização e a valorização profissional dos egressos, de forma a estreitar seus laços profissionais com as organizações;

- formar profissionais cientes da responsabilidade da cidadania, de forma a refletirem sobre o contexto social, o ambiente, a natureza do ser humano, as questões organizacionais;
- desenvolver aptidões para trabalhar com as mais diversas ferramentas de gestão disponíveis;
- serem capazes de atuar nas mais diversas áreas do conhecimento da Administração, por exemplo: Marketing, Produção, Recursos Humanos, Finanças, Negócios Internacionais, Logística, Informações, Informática, Áreas Sociais, Econômicas, Políticas e Culturais;
- proporcionar a capacitação para os egressos, no que se refere à habilidade de trabalhar com a interdisciplinaridade, no contexto das organizações comerciais, industriais e de serviços;
- propiciar a compreensão da diversidade e complexidade existente nas relações entre o ser humano, as empresas e a sociedade, com o objetivo de proporcionar um melhor conhecimento sobre sustentabilidade e melhoria de vida;
- proporcionar aos alunos do curso um conhecimento sistêmico de forma a contribuir para a tomada de decisão acertada dentro dos mais diversos cenários existentes.

Sobre a noção de competência na área de Educação, Godoy e Antonello (2009, p. 162) contemplam que, “No campo da Educação a preocupação com a formação profissional, que ocorre tanto em nível médio como superior, ganhou novo impulso com a adoção do conceito de competências como orientador de decisões curriculares”.

Ferreira *et al.* (2009, p. 3) complementam no contexto de decisões curriculares no ensino de Administração que:

As Diretrizes Curriculares para os Cursos de Graduação em Administração, instituídas pelo MEC incorporaram o conceito de competências profissionais, relacionando um conjunto de competências que devem ser desenvolvidas nos estudantes. As instituições de ensino têm calcado seus projetos pedagógicos em tais competências, supondo serem elas necessárias ao bom desempenho das organizações de trabalho que receberão os futuros administradores.

Em consonância com a citação, as exigências do mercado de trabalho, apontam para um ensino que priorize a formação de habilidades e competências. Nesse sentido, partindo-se da ideia que o conhecimento deve ser construído a partir da experiência do aluno, para que se desenvolva um ensino focado em competências

e habilidades, os conteúdos de aprendizagem devem ser articulados nesse aspecto, conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais (Brasil, 2005), e, a partir disso, fazer acontecer o processo da Aprendizagem Significativa.

As competências mínimas obrigatórias, definidas nas Diretrizes Curriculares do Curso de Graduação, bacharelado, instituídas pela Resolução CNE/CES 4/2005 exigidas para a formação do futuro administrador e, portanto, integrantes do perfil do egresso, são as seguintes:

I - reconhecer e definir problemas, equacionar soluções, pensar estrategicamente, introduzir modificações no processo produtivo, atuar preventivamente, transferir e generalizar conhecimentos e exercer, em diferentes graus de complexidade, o processo da tomada de decisão; II - desenvolver expressão e comunicação compatíveis com o exercício profissional, inclusive nos processos de negociação e nas comunicações interpessoais ou intergrupais; III - refletir e atuar criticamente sobre a esfera da produção, compreendendo sua posição e função na estrutura produtiva sob seu controle e gerenciamento; IV - desenvolver raciocínio lógico, crítico e analítico para operar com valores e formulações Matemáticas presentes nas relações formais e causais entre fenômenos produtivos, administrativos e de controle, bem assim expressando-se de modo crítico e criativo diante dos diferentes contextos organizacionais e sociais; V - ter iniciativa, criatividade, determinação, vontade política e administrativa, vontade de aprender, abertura às mudanças e consciência da qualidade e das implicações éticas do seu exercício profissional; VI - desenvolver capacidade de transferir conhecimentos da vida e da experiência cotidianas para o ambiente de trabalho e do seu campo de atuação profissional, em diferentes modelos organizacionais, revelando-se profissional adaptável; VII - desenvolver capacidade para elaborar, implementar e consolidar projetos em organizações; e VIII - desenvolver capacidade para realizar consultoria em gestão e administração, pareceres e perícias administrativas, gerenciais, organizacionais, estratégicos e operacionais (BRASIL, CNE/CES, 2005, p. 2).

A formação baseada em competências buscada pelo Curso exige dos envolvidos no processo diferentes capacidades que devem ser explicitadas e conceituadas. Cada unidade curricular enseja algumas capacidades. Os conteúdos, as práticas pedagógicas e o sistema de avaliação pretendido contribuem para canalizar o desenvolvimento das capacidades previstas para as disciplinas, para os semestres e para a evolução do acadêmico ao longo do curso.

A matriz curricular do Curso Bacharelado em Administração foi concebida a partir das Diretrizes Curriculares Nacionais, sem perder de vista as especificidades regionais, o que fica claro nas ementas das disciplinas e retrata a preocupação com a coerência presente na Proposta Pedagógica Curricular (PPC). Apresenta, como organização curricular, o regime de créditos distribuídos em unidades que contêm: Conteúdos de Formação Básica, Conteúdo de Formação Profissional, Conteúdos de Estudos Quantitativos e suas Tecnologias e Conteúdos de Formação Complementar,

conforme definidos pelas Diretrizes Curriculares para o Curso de Graduação em Administração, aprovados pela Resolução n. 4/2005, do CNE. O atual currículo é integralizado em 3.348 horas⁵, nelas incluídas 3.132 horas de unidades curriculares (já contemplando estágios obrigatórios, projeto de trabalho de conclusão de curso e trabalho de conclusão de curso) e 216 horas de atividades complementares.

A Proposta Pedagógica Curricular do Perfil de Formação coloca em destaque a relação das unidades curriculares com os conteúdos exigidos nas Diretrizes Nacionais, bem como a carga horária reservada para cada eixo, definindo, ao final, a articulação entre os conteúdos formadores, o trabalho de conclusão de curso, as atividades complementares e o estágio sendo representado na Figura 1.

Figura 1 - Proposta Pedagógica Curricular

CONTEÚDOS DE FORMAÇÃO BÁSICA		
Conteúdos	Unidades Curriculares	Carga horária
Conteúdos antropológicos, sociológicos, filosóficos, psicológicos, ético-profissionais, políticos, comportamentais, econômicos e contábeis, tecnologias da comunicação e da informação e da ciência jurídica	Matemática, Português Instrumental, Metodologia Científica, Análise Microeconômica, Fundamentos de Economia, Introdução à Sociologia, Antropologia Cultural, Introdução à Psicologia, Filosofia e Ética, Direito Empresarial, Ciência Política, Introdução à Contabilidade, Análise Financeira e Patrimonial.	936 h/a
CONTEÚDOS DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL		
Conteúdos	Unidades Curriculares	Carga horária
Teorias da administração e das organizações, administração de recursos humanos, marketing, materiais, produção e logística, financeira e orçamentária, sistemas de informações, planejamento estratégico e serviços.	Teorias Organizacionais, Teorias Organizacionais Contemporâneas, Organização Sistemas e Métodos, Fundamentos de Marketing, Marketing Estratégico, Logística Empresarial, Matemática Financeira, Administração Financeira, Gestão de Operações, Gestão da Qualidade, Fundamentos de Recursos Humanos, Gestão de Recursos Humanos, Gestão de Custos, Orçamento Empresarial e Planejamento Estratégico.	1080 h/a
CONTEÚDOS DE ESTUDOS QUANTITATIVOS E SUAS TECNOLOGIAS		
Conteúdos	Unidades Curriculares	Carga horária
Pesquisa Operacional, teoria dos jogos, modelos matemáticos e estatísticos e aplicação de tecnologias inerentes à administração.	Estatística, Pesquisa Operacional, Gestão de Projetos, Tecnologias da Informação e Comunicação.	288 h/a
CONTEÚDOS DE FORMAÇÃO COMPLEMENTAR		

⁵ Superando o mínimo exigido pela Resolução nº 2, de 18 de junho de 2007, do Conselho Nacional de Educação, que exige 3.000 horas para os cursos de administração, a serem integralizadas em, no mínimo, 4 anos.

Conteúdos	Unidades Curriculares	Carga horária
Estudos opcionais, de caráter transversal e interdisciplinar, para o enriquecimento do perfil do formando.	Gestão da Inovação, Pesquisa de Marketing, Responsabilidade Socioambiental, Negócios Internacionais, Eletiva I e Eletiva II.	432 h/a
<pre> graph TD A[Conteúdos Formadores] --> B[Trabalho de conclusão] B --> C[Estágio Supervisionado] C --> D[Atividades Complementares] D --> A </pre>		
Disciplinas Curriculares - Conteúdos Formadores		2.736 h/a
Estágios Obrigatórios I e II		216 h/a
Atividades Complementares		216 h/a
Projeto e Trabalho de Conclusão de Curso		180 h/a
TOTAL		3.348 h/a

Fonte: Faculdade Fisul, 2015.

Para que a Aprendizagem Significativa ocorra é preciso entender um processo de modificação do conhecimento, ao invés de comportamento em um sentido externo e observável, e reconhecer a importância que os processos mentais têm nesse desenvolvimento.

A escolha do tema para a elaboração de situações problemas pode ser feita pelos alunos e o professor assume o papel de mediador do conhecimento, com vistas a auxiliar no processo de aprendizagem. E se tratando das etapas, como descreve Biembengut (2009), durante o processo, deve-se escolher, primeiramente, o tema central, recolher os dados gerais e depois selecionar as variáveis para formular hipóteses e sistematizar o problema.

Conforme as considerações e os argumentos descritos anteriormente propõe-se como tema de pesquisa a relação entre a Modelagem Matemática e a Aprendizagem Significativa contribuindo no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Pesquisa Operacional. Considerando a abrangência do tema proposto, delimita-se o foco da pesquisa no ensino e na aprendizagem de conceitos de Modelagem no Ensino Superior em cursos de Administração integrando com a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003).

2.2 REVISÃO DE LITERATURA

A revisão de literatura é um capítulo essencial de uma pesquisa, pois possibilita a conversa com os pesquisadores que já investigaram o assunto e que podem contribuir para o aprofundamento da investigação. Entende-se que um olhar de estudos já realizados sobre a temática a ser investigada contribui com o avanço científico.

Segundo Bento (2012), circunda localizar, analisar, sintetizar e interpretar a investigação prévia relacionada com a área de estudo, constituindo-se uma análise bibliográfica, especificando o essencial referente aos trabalhos já publicados em anos anteriores, para averiguar o que realmente é importante de dar sequência em um tema.

Primeiramente foi realizada uma revisão bibliográfica de estudos produzidos sobre os temas envolvidos na tese, no enfoque da Aprendizagem Significativa, Pesquisa Operacional e Modelagem Matemática, a partir das pesquisas realizadas nas Teses de Doutorado, no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Considerando o exposto e definido, que a revisão tomaria como base o Banco de Dissertações e Teses da CAPES, devido ao grande número de pesquisas reunidas, o primeiro procedimento foi no sentido de realizar as buscas, a partir dos descritores selecionados envolvendo Teses de Doutorado nos anos de 2016-2020, tendo como área do conhecimento o Ensino de Ciências e Matemática, caso não houvesse resultados positivos, selecionaria Dissertações de Mestrado no mesmo período.

A primeira busca empregou os três descritores "Pesquisa Operacional, Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa", obtendo 3 (três) resultados no levantamento de Teses de Doutorado no Ensino de Ciências e Matemática.

A segunda busca "Pesquisa Operacional e Modelagem Matemática", não obteve nenhum resultado envolvendo o processo em Ensino de Ciências e Matemática, mas no Ensino de Ciências e Educação Matemática em Tese de Doutorado no período de 2017-2019, obteve-se 14 (quatorze) resultados.

Na sequência a busca foi "Pesquisa Operacional e Aprendizagem Significativa" no Ensino de Ciências e Matemática, onde não foram obtidos resultados em Tese de Doutorado.

Então buscou-se a pesquisa em Dissertações de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática no período de 2017-2018, totalizando 11 (onze) resultados.

E por fim, fez-se a busca em “Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa” no Ensino de Ciências e Matemática em Tese de Doutorado no período de 2017-2018 com 12 (doze) resultados.

Foi optado pelo mapeamento (estado da arte) dos principais focos de ensino em Pesquisa Operacional, Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa nos períodos de 2016 até 2020, no que diz respeito à produção de Dissertações e Teses, já referidas. A seguir apresentam-se os trabalhos selecionados.

Na Figura 2 apresentam-se o levantamento de Teses sobre Modelagem Matemática x Aprendizagem Significativa.

Figura 2 - Levantamento de Teses sobre Modelagem Matemática x Aprendizagem Significativa

Ano/Instituição/Autor	2016 - Londrina - Marcela Teixeira Godoy
Orientador	Dr. Carlos Eduardo Iaburú
Título	Indicações circunstanciais como signos potencializadores da Aprendizagem Significativa de conceitos na experimentação animal.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O objetivo da pesquisa foi identificar o papel das indicações circunstanciais na construção dos conceitos relacionados à experimentação animal de especismo, especismo eletivo, especismo elitista, utilitarismo e modelo preditivo pelos alunos. - A intervenção didática utilizada para a realização do trabalho foi baseada em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa no contexto da Aprendizagem Significativa. - Os resultados obtidos evidenciam principalmente que o planejamento consciente das indicações circunstanciais emitidas pelo professor mediadas por um discurso interativo sob a perspectiva da Aprendizagem Significativa subversiva serviu como provocação didática para potencializar a aprendizagem dos conceitos.
Ano/Instituição/Autor	2017 – Londrina - Katia Socorro Bertolazi
Orientador	Dra. Irinéa de Lourdes Batista
Título	Proposta didático-pedagógica para a Formação Docente em Matemática: Investigações de Noções Conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com adoção do vê epistemológico de Gowin.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O objetivo geral desta pesquisa consiste em investigar e explicitar, por meio da elaboração teórico-metodológica de uma Abordagem Didática (AD), com base em momentos interdisciplinares e pedagógicos, relações e contribuições de ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática. - Observou-se indícios de alteração no status epistemológico-cognitivo desse grupo de participantes, uma vez que foram evidenciadas novas interpretações e ampliação de significados para noções de Integral e Derivada.
Ano/Instituição/Autor	2017 – Londrina - Walter Anibal Rammazzina Filho
Orientador	Dra. Irinéa de Lourdes Batista
Título	Uma abordagem histórico-epistemológica para a Aprendizagem Potencialmente Significativa de Termodinâmica Química no Ensino Superior.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O objetivo foi de investigar, por meio de uma abordagem de ensino com base na História e na Epistemologia da Ciência e nas Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade (IIR), as noções de Natureza da Ciência e a construção de conceitos e de Leis da Termodinâmica Química de futuros engenheiros

	<p>mecânicos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Cornélio Procópio.</p> <p>- Com base nos resultados obtidos, é possível concluir que a abordagem interdisciplinar construída, com elementos da História e Filosofia da Ciência e da Natureza da Ciência, é potencial para promover a aprendizagem significativa de conceitos e de Leis da Termodinâmica.</p>
--	--

Fonte: O autor (2021).

Analisando os trabalhos apresentados, observa-se que retratam sobre a construção de conceitos e a perspectiva da Aprendizagem Significativa, como fator incrementador e empreendedor no processo ensino e aprendizagem efetivo e de acordo com sua realidade concreta e familiar.

Na Figura 3 apresentam-se os resultados das Teses sobre Modelagem Matemática.

Figura 3 - Levantamento de Teses sobre Modelagem Matemática.

Ano/Instituição/Autor	2017 - PUC/RS - Morgana Scheller
Orientador	Dr. Lori Viali
Título	Modelagem e Linguagem Científica no Ensino Médio.
Articulação	<p>- Esta pesquisa objetiva analisar a Linguagem Científica de estudantes do Ensino Médio Integrado expressa nas produções escritas a fim de especificar em que medida a Modelagem Matemática contribui para o desenvolvimento da Linguagem Científica.</p> <p>- Defende-se a tese de que a Modelagem Matemática contribui para o desenvolvimento da Linguagem Científica de estudantes do Ensino Médio uma vez que evidenciou-se a implantação competente do significado matemático no contexto, quando expressão verbal e representações visuais foram utilizados de modo interdependente.</p>
Ano/Instituição/Autor	2017 - PUC/SP - Maria Rosana Soares
Orientador	Dra. Sonia Barbosa Camargo Iglioni.
Título	Um estado da arte das pesquisas acadêmicas sobre Modelagem em Educação Matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes: as dimensões fundamentadas e as direções históricas.
Articulação	<p>- A presente tese teve como objetivo desenvolver, analisar e evidenciar as dimensões fundamentadas e as direções históricas das pesquisas acadêmicas sobre Modelagem Matemática em Educação Matemática (1979 a 2015) nas Áreas de Educação e Ensino da Capes, a partir da elaboração, descoberta e revelação de um processo criativo de investigação científica para a efetivação de um Estado da Arte da pesquisa.</p> <p>- Os principais precursores da Modelagem, D'Ambrosio, Barreto e Bassanezi, e seus sucessores, Almeida, Santo e Biembengut, contribuíram para a maturidade dessa estratégia de ensino para a Aprendizagem Matemática nas pesquisas da Capes investigadas.</p>
Ano/Instituição/Autor	2017 - Londrina - Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Orientador	Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida.
Título	A Matemática em atividades de Modelagem Matemática: uma perspectiva Wittgensteiniana.
Articulação	Buscou-se investigar, sob uma perspectiva Wittgensteiniana, o uso da linguagem e de procedimentos matemáticos em atividades de Modelagem Matemática.
Ano/Instituição/Autor	2018 - Ponta Grossa - Gabriele Granada Veleda
Orientador	Dr. Dionísio Burak.
Título	Avaliação para a Aprendizagem em Modelagem Matemática na educação Matemática: elementos para uma teorização.

Articulação	Neste trabalho apresentamos a Modelagem Matemática na Educação Matemática como uma metodologia de ensino que visa a formação do estudante como um cidadão ativo na sociedade, capaz de usar a Matemática como uma ferramenta para compreender as situações sociais que o cercam.
Ano/Instituição/Autor	2017 – Belém - Ricardo José Fernandes Anchieta
Orientador	Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo
Título	Avaliação Formativa de Aprendizagem em Modelagem Matemática.
Articulação	Este estudo se refere a uma pesquisa qualitativa na área da Modelagem Matemática, que teve como objetivo analisar uma metodologia para a avaliação da aprendizagem em atividades dessa estratégia de ensino. embasamento teórico da pesquisa partiu dos pressupostos da Modelagem Matemática e da Avaliação da aprendizagem, com foco na avaliação formativa, representados por diversos pesquisadores dessas áreas e como fundamentação epistemológica, a Teoria Construtivista como forma de subsidiar a avaliação da aprendizagem inserida no processo de ensino e aprendizagem.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Maringá - Michele Carvalho de Barros
Orientador	Dra. Lilian Akemi Kato
Título	Equações Diferenciais Ordinárias no Contexto dos Registros de Representação Semiótica e da Modelagem Matemática.
Articulação	- Desenvolveu-se um estudo de cunho qualitativo, objetivando investigar o potencial de uma sequência de situações, envolvendo problemas no contexto da Modelagem Matemática, na perspectiva dos registros de representação semiótica e das mudanças de domínio, na condução do processo de aprendizagem das EDOs para estudantes dos cursos de Engenharias. - Como procedimentos metodológicos, propusemos o desenvolvimento de uma sequência de situações baseada nos pressupostos da engenharia didática.
Ano/Instituição/Autor	2017 – Belém - Edilene Farias Rozal
Orientador	Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo
Título	Modelagem Matemática na Educação Básica: um olhar sobre os conhecimentos que emergem em experiências vivenciadas pelos estudantes.
Articulação	- A presente tese tem como objetivo investigar, a partir das análises nas Dissertações e Teses, a construção de conhecimentos por estudantes que vivenciaram experiências com a Modelagem Matemática, para identificar a natureza de conhecimentos adquiridos e/ou construídos no processo com a Modelagem. - As Dissertações e Teses foram coletadas no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, no período de 2010-2012. - Os resultados ainda mostram que os estudantes estabeleciam relações com outras áreas no contexto da Modelagem e percebeu-se a aquisição de novos conhecimentos, ao mesmo tempo em que também formavam outros conceitos. - A pesquisa mostrou que o conhecimento pode ser construído e o foi nas experiências analisadas por meio pelo menos de três formas, que são elas: pelas atividades não formais, pelos conhecimentos escolares e pelos conhecimentos dos especialistas.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Maringá - Bárbara Cândido Braz
Orientador	Dra. Lilian Akemi
Título	Aprendizagens sobre Modelagem Matemática em uma comunidade de prática de futuros professores de Matemática.
Articulação	- De acordo com a Teoria Social da Aprendizagem o processo de aprendizagem é compreendido como uma dimensão da prática social e decorrente da participação das pessoas em comunidades sociais, denominadas de Comunidades de Prática (CoP), nas quais seus membros negociam significados sobre o que fazem e sobre o que isso significa para eles. - Os resultados da investigação apontam a necessidade de experiências com Modelagem, na formação inicial, em contextos que envolvam os futuros

	professores, professores em serviço e os professores formadores, de modo que uma prática compartilhada entre esses membros sustente suas ações.
Ano/Instituição/Autor	2018 – Londrina - Henrique Cristiano Thomas de Souza
Orientador	Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida
Título	Um olhar sobre o fazer Modelagem Matemática à luz da Filosofia de Wittgenstein.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - Nessa pesquisa investigamos como se dá o seguir regras no fazer Modelagem Matemática no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática que utilizam recursos das tecnologias digitais. - Para realizar essa investigação nos embasamos na filosofia madura de Ludwig Wittgenstein, principalmente no que se refere à ideia de seguir regras. - Como uma reflexão final identificamos que o seguir regras se dá numa dinâmica em torno da regra: treinamento da regra-hábito de seguir regras-seguir a regra.
Ano/Instituição/Autor	2018 - Belém - Ednilson Sergio Ramalho de Souza
Orientador	Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo.
Título	Modelagem Matemática gerando ambiente de alfabetização científica: discussões no Ensino de Física.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O objetivo principal da presente pesquisa é caracterizar competências essenciais para alfabetização científica e analisar fatores que possam potencializar ou limitar seus desenvolvimentos em Modelagem Matemática no contexto do ensino de física. - Evidências que a Modelagem Matemática possui aplicabilidade positiva ao ensino de física. - Possibilidades para a construção de competências para diferenciar questões possíveis de serem investigadas cientificamente, para avaliar formas de explorar cientificamente dada questão e para produzir textos científicos. - No estudo analisou a fala de dois professores e sugere que a alfabetização científica pode ser potencializada pela sofisticação dos argumentos quando os sujeitos apoiam cognitivamente seus discursos em modelos matemáticos constituídos por múltiplas ferramentas de representação.
Ano/Instituição/Autor	2018 - SP - Ricardo Antônio de Souza
Orientador	Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo
Título	Educação financeira: uma abordagem centrada na Modelagem Matemática.
Articulação	Buscou-se verificar se a Matemática Financeira, quando desenvolvida por Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem, pode contribuir para o desenvolvimento do comportamento financeiro dos alunos de um curso superior de tecnologia e logística e informática.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Porto Alegre/RS - Danusa de Iara Bonotto
Orientador	Dra. Valdevez Marina do Rosário Lima
Título	(Re)configurações do agir Modelagem na Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - A presente pesquisa trata da Modelagem Matemática na Educação Matemática e da formação continuada de professores. - Tem como objetivo compreender como o agir modelagem – trabalho do professor de Matemática com Modelagem, é (re)configurado nos textos produzidos pelo professor de Matemática durante as vivências e experiências com Modelagem Matemática e Modelagem na Educação.
Ano/Instituição/Autor	2019 - Bauru - Pedro Sérgio Rosa
Orientador	Dr. Aguinaldo Robinson de Souza
Título	Fundamentação termodinâmica da teoria quântica: Subsídios históricos, de Boltzmann a Poincaré, e computacionais para o Ensino de Ciências.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O estudo procura contribuir, primeiramente com a historiografia da ciência, mostrando quais foram os fundamentos teóricos que proporcionaram à física construir um novo modelo matemático para explicar os fenômenos microfísicos. - A pesquisa pode contribuir também como suporte e auxílio no ensino da termodinâmica e seus fundamentos no nível superior, permitindo a

	estudantes e professores obterem uma visão mais clara sobre a origem da Mecânica Quântica.
Ano/Instituição/Autor	2017 - PUC/SP - Marcelo Navarro da Silva
Orientador	Dr. Saddo Ag Almouloud
Título	A Educação Matemática na América Latina: um estudo comparativo dos Currículos de Matemática do Brasil e México.
Articulação	- A presente tese tem como objetivo sinalizar as influências da Educação Matemática nos Currículos de Matemática prescritos da Educação Básica do Brasil e da Educação Básica e Média Superior do México por meio de estudos comparativos. - Portanto, encontramos diferença na estruturação do ensino de Brasil e México, e notamos que há influências da Educação Matemática nos Currículos de Matemática prescritos, tais como, o uso da Resolução de Problemas, da Interdisciplinaridade, da Contextualização, da Modelagem Matemática, da Didática da Matemática francesa, das Tecnologias e da História da Matemática.

Fonte: O autor (2021).

Analisando os 14 (quatorze) trabalhos, sendo 2017 o ano de maior produção com 9 (nove) teses, a Modelagem Matemática é eleita como uma estratégia de ensino, metodologia para avaliação da aprendizagem, ferramenta para compreender as situações sociais, construção de competências, formação de conceitos e/ou alternativas para o ensino da Matemática.

Na Figura 4 são apresentadas as Dissertações sobre Aprendizagem Significativa.

Figura 4 - Levantamento de Dissertações sobre Aprendizagem Significativa.

Ano/Instituição/Autor	2017 - Manaus/AM - Anézio Ferreira Mar neto
Orientador	Dr. Alberto Nogueira de Castro Junior
Título	Tangram tangível e a exploração de conceitos em geometria no Ensino Fundamental.
Articulação	- Apresenta-se neste trabalho o uso de um objeto de aprendizagem tangível para apreensão de conceitos em geometria e a análise de suas contribuições para o desenvolvimento/construção de conceitos relacionados à classificação de polígonos e a área de figuras planas pautados no conjunto de habilidades e competências pré-definidas nos PCN e BNCC aos estudantes do 7º ano do ensino fundamental. - Os dados obtidos foram analisados a partir da categorização das unidades de análise, tendo como base a análise de conteúdo de Bardin, utilizada para apresentação e discussão dos resultados.
Ano/Instituição/Autor	2018 - São Luís/Maranhão - Luizelio Veloso Pinto
Orientador	Dra. Clara Virgínia Vieira Carvalho Oliveira Marques
Título	Concepções de professores de química sobre proposições de atividades experimentais na direção da alfabetização científica.
Articulação	A presente pesquisa visou analisar os discursos dos professores de química, sobre suas concepções de planejamento e práticas experimentais nas aulas de química do Ensino Médio, tendo como alicerce de interesse à vista sobre o processo de construção de conhecimentos e do alcance da Aprendizagem Significativa no processo de ensino-aprendizagem.
Ano/Instituição/Autor	2018 - Manaus/AM - Mário Cabral dos Santos
Orientador	Dsc. José Francisco de Magalhães Netto

Título	Promoção da Aprendizagem Significativa de conceitos químicos para alunos em progressão parcial utilizando um AVA como ferramenta de apoio pedagógico.
Articulação	Apresentando-se como ferramentas pedagógicas auxiliares, os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) somam-se às salas de aulas físicas, sendo utilizadas como suporte ao ensino, como troca de informações e experiências, bem como, sendo subsídio à construção do conhecimento formal.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Maringá/PR - Ederson Carlos Gomes
Orientador	Dr. Michel Corci Batista
Título	Ondas eletromagnéticas: possibilidades da aplicação no ensino médio a partir das relações cts.
Articulação	- A pesquisa teve como objetivo verificar em que medida a inserção do conteúdo físico: ondas eletromagnéticas, por meio de uma sequência didática elaborada numa perspectiva CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade) pode proporcionar uma Aprendizagem Significativa. - Acredita-se que, esta flexibilidade de trabalho, pode enriquecer a prática pedagógica do professor, que busca apresentar aulas diferenciadas e mais atrativas para os seus alunos, propiciando o interesse e participação dos mesmos, superando a aprendizagem mecânica.
Ano/Instituição/Autor	2017 - São Cristóvão/ Sergipe - Graziane Gomes dos Santos
Orientador	Dra. Divanázia do Nascimento Souza
Título	Aprendizagem Significativa no ensino de química: experimentação e problematização na abordagem do conteúdo polímeros.
Articulação	- Neste trabalho de pesquisa buscou-se identificar, por meio de uma sequência didática, como ocorre a aprendizagem dos alunos da terceira série do Ensino Médio sobre conceitos referentes ao conteúdo Polímeros. Utilizou-se como referencial teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel, além de considerações sobre o multiculturalismo no ensino de ciências e o pluralismo metodológico em relação aos sete saberes que são necessários para a educação do futuro. - Das análises, pôde-se verificar que a SD contribuiu para uma assimilação efetiva do conteúdo Polímeros e, por conseguinte, para o processo de aprendizagem dos alunos e formação de cidadãos mais críticos.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Santa Maria/RS - Denise Ritter
Orientador	Dra. Ana Marli Bulegon
Título	O ensino de probabilidade geométrica: desafios e possibilidades.
Articulação	- A pesquisa buscou investigar quais são as contribuições do ensino de Probabilidade Geométrica na aprendizagem do conceito de Probabilidade. - Percebeu-se que as atividades desenvolvidas estimularam a autonomia dos estudantes, sua criatividade e engajamento no trabalho em grupo, características essas fundamentais para aprender a lidar e a superar os desafios que se apresentam cotidianamente.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Manaus - Jerson Sandro Santos de Souza
Orientador	Dr. Leandro de Oliveira Souza
Título	O conceito de função: da operacionalização da definição à Aprendizagem Significativa.
Articulação	- O objetivo foi compreender se um ambiente de aprendizagem pautado na busca pela operacionalização da definição de função poderia favorecer a Aprendizagem Significativa desse conceito. - Fez-se o levantamento de um quadro teórico geral acerca da tradição de ensino do conceito de função. - Houve indícios que uma definição operacional pode ser considerada o elemento desencadeador do processo de Aprendizagem Significativa do conceito de função.
Ano/Instituição/Autor	2018 - São Cristóvão/SE - Cristiano Marinho da Silva
Orientador	Dra. Veleida Anahí da Silva
Título	A Plataforma Khan Academy no Ensino Superior: cenários de aprendizagem e ressignificações dos Licenciando em Matemática.

Articulação	O objetivo geral deste trabalho é investigar como os saberes matemáticos são evidenciados através da utilização da plataforma Khan Academy nos cenários de aprendizagem e ressignificações dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UFAL – Campus Arapiraca.
Ano/Instituição/Autor	2018 - Santa Maria/RS - Mateus Antônio Vargas Ferro
Orientador	Dra. Eleni Bisognin
Título	Estudo de conceitos de álgebra com o auxílio de materiais manipuláveis.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - A pesquisa tem como objetivo principal investigar em que medida a utilização do material manipulável pode contribuir para a Aprendizagem Significativa de conceitos de Álgebra para estudantes do nono ano do Ensino Fundamental. - Pode-se concluir que a construção dos conceitos ligados a Álgebra pode ser favorecida pelo uso de materiais manipuláveis, no entanto, salienta-se que o tempo de desenvolvimento das atividades foi um fator limitador, pois a temática requer um maior número de atividades e de tempo de estudo para que os alunos possam (re) construir os conceitos ligados a esta área da Matemática.
Ano/Instituição/Autor	2017 – Ulbra/RS - Nemora Francine Backes
Orientador	Dra. Tânia Prochnow
Título	Contextualizando a Química da rede produtiva de tabaco no cotidiano de estudantes, agricultores e familiares: importância, riscos e precauções.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O presente trabalho busca priorizar o contexto de estudantes do ensino médio, para atividades voltadas ao Ensino de Química, buscando uma Aprendizagem Significativa e relevante. - As relações realizadas pelos estudantes com aulas contextualizadas evidenciam a importância do recurso, pois as assimilações envolveram exemplos do seu cotidiano. - Para o Ensino de Química, a abordagem tabaco é pertinente e possível de englobar diversos conteúdo específicos de Química, facilitando o processo de ensino e aprendizagem. - Conclui-se que o tema é pertinente para ser gerador de conhecimento.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Manaus/AM - Carlos Eduardo Pereira Aguiar
Orientador	Dr. Roberto Barbosa de Castilho
Título	Contribuições da contextualização e Modelagem sob o enfoque simbólico-Matemático no processo de ensino-aprendizagem da estequiometria.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O trabalho de pesquisa centralizou-se na investigação de como a contextualização e a modelagem poderiam contribuir para minimizar as dificuldades de aprendizagem, no ensino do conteúdo estequiometria, na disciplina Química Geral I, sob o enfoque simbólico-matemático da estrutura da matéria e suas transformações, manifestadas por discentes recém-formados no ensino médio, matriculados nos cursos de Engenharia e Geologia na Universidade Federal do Amazonas-UFAM, oriundos de escolas públicas e privadas, da cidade de Manaus. - Como resultado da pesquisa verificou-se que a contextualização e a modelagem são estratégias alternativas de ensino que podem se constituir num recurso metodológico que estabeleça uma conexão entre conhecimentos prévios e os científicos, permitindo, aos discentes, articular eficazmente os níveis de representação (macroscópico, submicroscópico e simbólico) que envolvem os conceitos químicos estruturais da matéria e suas transformações e, conseqüentemente, uma Aprendizagem Significativa do conteúdo estequiometria.

Fonte: O autor (2021).

Os 11 (onze) trabalhos apresentados anteriormente mostram a relevância do estudo sobre a formação e operacionalização de conceitos, diferenciação progressiva

e reconciliação integrativa, proporcionando o indício de uma Aprendizagem Significativa. O ano de maior produção foi em 2017 com 7 (sete) dissertações.

Na Figura 5 se apresenta o Levantamento de Dissertações/Teses sobre Modelagem Matemática x Aprendizagem Significativa.

Figura 5 - Levantamento de Dissertações/Teses sobre Modelagem Matemática x Aprendizagem Significativa.

Ano/Instituição/Autor	2017 - Rio de Janeiro/RJ - Juliana Macedo Lacerda Nascimento
Orientador	Dra. Rosane Moreira Silva de Meirelles
Título	Ensino do genoma mediado por filmes de ficção científica em escolas públicas do estado do Rio de Janeiro.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O objetivo desta pesquisa foi investigar possibilidades de uso de filmes de Ficção Científica como recurso didático no ensino do Genoma e temas afins. - Os resultados obtidos após as oficinas indicam melhor compreensão e correlação dos estudantes quanto ao conceito de Genoma e temas do currículo obrigatório, como saúde, evolução e biotecnologia, ao passo que os resultados obtidos com estudantes que não participaram das oficinas indicam fragilidades na relação ensino-aprendizagem do tema.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Maringá/PR - Samantha Suyanni dos Santos
Orientador	Dr. Alvaro Lorencini
Título	Representações sociais sobre dengue no processo de Aprendizagem Significativa de alunos do Ensino Fundamental.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O trabalho teve como objetivo a análise da relação entre as representações sociais de dengue com o processo de Aprendizagem Significativa de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, de um colégio particular da cidade de Maringá, Paraná. - Como não houve mudanças significativas nessas representações, pudemos concluir que também não ocorreu Aprendizagem Significativa. Entretanto, as sutis mudanças de conceitos e nas representações sociais apontam que a aprendizagem é um processo gradativo e que depende de estímulos frequentes. - Assim, sugere-se que, para ocorrer Aprendizagem Significativa a respeito de conceitos relativos à dengue, é necessário que esse assunto seja abordado em todas as séries.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Campinas/SP - Ricardo Alexandre Alves Pereira
Orientador	Dr. Samuel Rocha de Oliveira
Título	Aprendizagem do conceito de espaço vetorial.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - O objetivo foi analisar o processo de aprendizagem desenvolvido a luz dos referenciais teóricos da pesquisa, buscando identificar contribuições e limitações do método adotado. - Segundo os resultados obtidos, pode-se dizer que, de forma geral, ocorreu Aprendizagem Significativa, mas se verificou a necessidade de maior variedade de atividades de forma a proporcionar ao aluno a possibilidade da utilização de diversas condutas e esquemas a fim de se constituir, de maneira mais clara e estável, o conceito em sua estrutura cognitiva.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Florianópolis/SC - Felipe Damasio
Orientador	Dr. Luiz O. Q. Peduzzi
Título	História da ciência na educação científica: uma abordagem epistemológica de Paul Feyerabend procurando promover a Aprendizagem Significativa Crítica.
Articulação	<ul style="list-style-type: none"> - Pesquisadores tem defendido que a educação científica deve contemplar conteúdos <i>sobre</i> ciência de modo a contribuir para o desenvolvimento de competências necessárias à formação do cidadão do século XXI. - Desta forma, uma abordagem explícita de história e filosofia da ciência pode favorecer uma Aprendizagem Significativa Crítica quando sustentada por uma visão relativística de ciência.

Ano/Instituição/Autor	2017 - Belém/Pará - Edilene Farias Rozal
Orientador	Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo
Título	Modelagem Matemática na educação básica: um olhar sobre os conhecimentos que emergem em experiências vivenciadas pelos estudantes.
Articulação	<p>- A presente tese tem como objetivo investigar, a partir das análises nas Dissertações e Teses, a construção de conhecimentos por estudantes que vivenciaram experiências com a Modelagem Matemática, para identificar a natureza de conhecimentos adquiridos e/ou construídos no processo com a Modelagem.</p> <p>- As Dissertações e Teses foram coletadas no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, no período de 2010-2012.</p> <p>- Os resultados ainda mostram que os estudantes estabeleciam relações com outras áreas no contexto da Modelagem e percebeu-se a aquisição de novos conhecimentos, ao mesmo tempo em que também formavam outros conceitos. A pesquisa mostrou que o conhecimento pode ser construído e o foi nas experiências analisadas por meio pelo menos de três formas, que são elas: pelas atividades não formais, pelos conhecimentos escolares e pelos conhecimentos dos especialistas.</p>
Ano/Instituição/Autor	2018 - Porto Alegre/RS - Rosana Maria Luvezute Kripka
Orientador	Dr. Regis Alexandre Lahm
Título	Uso de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de álgebra linear na perspectiva das teorias da Aprendizagem Significativa e dos registros de representação semiótica.
Articulação	<p>- A tese trata da identificação e da análise de influências do uso de recursos tecnológicos no ensino e na Aprendizagem Significativa de Álgebra Linear, avaliadas no contexto presencial.</p> <p>- Concluiu-se que, apesar de não haver diferença estatística significativa entre as notas médias dos grupos analisados, as percepções sobre o uso continuado de recursos tecnológicos, na proposta didática elaborada, indicaram que: houve aumentos nas frequências de identificação de compreensão de conceitos e de Aprendizagens Significativas ocorridas na disciplina; o uso das tecnologias digitais favoreceu os processos de ensino e de aprendizagem em Álgebra Linear, facilitando a mediação pedagógica, a compreensão e a construção de conceitos matemáticos; e o uso continuado das tecnologias é mais favorável do que o uso pontual, tendo em vista que a familiarização com uso de recursos tecnológicos, com a finalidade de construção do conhecimento, é necessária e precisa de um tempo maior para sua adequação.</p>
Ano/Instituição/Autor	2017 - Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz) - Viviane Abreu de Andrade
Orientador	Dr. Robson Coutinho Silva
Título	Um panorama dos lugares comuns do ensino de imunologia na Educação Básica.
Articulação	O objetivo foi analisar as relações entre o ensino e a aprendizagem de imunologia com base nos seguintes elementos: a estrutura do conhecimento imunológico que constitui o currículo; o modo como este último se produz; as concepções de alunos e de professores sobre o tema; a maneira, declarada pelos professores, de ensinar o tópico SIH, nos níveis fundamental e médio da educação formal brasileira.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Londrina/PR - Katia Socorro Bertolazi
Orientador	Dra. Irinea de Lourdes Batista
Título	Proposta didático-pedagógica para a formação docente em Matemática: investigações de noções conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com adoção do Vê Epistemológico de Gowin.
Articulação	- O objetivo geral desta pesquisa consiste em investigar e explicitar, por meio da elaboração teórico-metodológica de uma Abordagem Didática (AD), com base em momentos interdisciplinares e pedagógicos, relações e contribuições de ideias fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral para Formação Docente em Matemática.

	- Com base nos resultados obtidos nesta investigação, inferimos que a AD elaborada se mostrou como uma proposta pedagógica potencialmente significativa. - Essa abordagem de ensino, com síntese interdisciplinar, nos possibilitou identificar e explicitar contribuições de natureza epistemológica, didática e pedagógica baseadas em noções conceituais do Cálculo Diferencial e Integral, para a Formação Docente em Matemática.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Londrina/PR - Walter Anibal Rammazzina Filho
Orientador	Dra. Irinea de Lourdes Batista
Título	Uma Abordagem Histórico-Epistemológica para a Aprendizagem Potencialmente Significativa de Termodinâmica Química no Ensino Superior.
Articulação	- O objetivo foi de investigar, por meio de uma abordagem de ensino com base na História e na Epistemologia da Ciência e nas Ilhas Interdisciplinares de racionalidade (IIR), as noções de natureza da ciência e a construção de conceitos e de Leis da Termodinâmica Química de futuros engenheiros mecânicos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Cornélio Procópio. - Com base nos resultados obtidos, é possível concluir que a abordagem interdisciplinar construída, com elementos da História e Filosofia da Ciência e da Natureza da Ciência, é potencial para promover a Aprendizagem Significativa de conceitos e de Leis da Termodinâmica.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Salvador/BA - Núbia Costa Nascimento
Orientador	Dra Rosiléia O. de Almeida
Título	A aprendizagem de um tema que gera conflito entre ciência e crença: uma investigação com estudantes do Ensino Médio Técnico.
Articulação	- O objetivo geral do presente trabalho foi analisar como se relaciona a postura com o desempenho escolar de estudantes de diferentes crenças no processo de aprendizagem em um tema que gera conflito entre ciência e religião, a origem da vida. - O resultado sugere que deve existir um respeito à diversidade cultural e um cuidado ao desenvolver temas que geram conflito entre ciência e crença. Tanto professores quanto alunos devem compreender que o objetivo das aulas de ciência é oportunizar conhecimentos e que este pode existir sem que haja a obrigatoriedade em crer, ou seja, conhecer/saber não implica em acreditar, que como tal é uma escolha pessoal e inalienável.
Ano/Instituição/Autor	2017 - UFRGS/RS - Camila Riegel Debom
Orientador	Dr. Marco Antonio Moreira
Título	Representações da Astronomia.
Articulação	- No trabalho foi investigado como o conhecimento sobre Astronomia se estabelece dentro da sociedade, supondo que diferentes grupos sociais apresentariam diferentes representações de conhecimentos relacionados tanto com Astronomia quanto com qualquer outro assunto científico. - Assim, a identificação de representações sociais constitui uma temática promissora na pesquisa em ensino de Ciências pela sua relação direta com obstáculos representacionais que possam prejudicar a aprendizagem científica de conceitos e, especialmente, pela escassez de trabalhos na área.
Ano/Instituição/Autor	2017 - Pará - Vladimir Nassone Pedro Raiva
Orientador	Dr. Tadeu Oliver Gonçalves
Título	A criação de problemas matemáticos na formação inicial do professor que ensina Matemática: a construção coletiva de uma prática de formação.
Articulação	- O foco de interesse desta pesquisa é a formação inicial do professor de Matemática e seu objetivo é investigar em que termos a experiência de criação de problemas matemáticos, com futuros professores de Matemática, a partir de sua experiência escolar e de seu contexto sociocultural, com olhar para sua carreira, poderá gerar neles autonomia, possibilidade de se constituírem profissionais reflexivos sobre sua própria prática e continuidade de seu desenvolvimento profissional. - Eles compreenderam que é possível enxergar a Matemática de forma diferente; as aplicações da Matemática, que esta não é restrita a números; que eles podem construir suas próprias tarefas, mobilizando o saber

	vivenciado para suas práticas e possibilitar a aprendizagem do conteúdo matemático.
--	---

Fonte: O autor (2021).

A partir dos 12 (doze) trabalhos apresentados na Figura 5, se percebe que há diversas possibilidades de articulações entre Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa, assim como, o desenvolvimento da autonomia, formação de conceitos/investigação e construção de conhecimentos, competências para a preparação do cidadão. O ano de maior produção foi em 2017 com 11 (onze) teses. Segundo Silva, Almeida e Gerôlomo (2011, p. 30), as atividades de Modelagem Matemática “colocam os alunos em contato com práticas que, de forma geral, não lhes parecem corriqueiras na sala de aula”.

Foram identificados, também, nesses trabalhos, diferentes possibilidades de se repensar a prática de situações em sala de aula, por partes dos professores, e de alternativas pedagógicas que tornam ativa a participação de alunos e a interatividade nos processos de ensino e aprendizagem. No entanto, busca-se aprimorar a relação entre a tríade Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Pesquisa Operacional no processo de construção do conhecimento.

2.3 PROBLEMA DE PESQUISA

A Modelagem Matemática serve como estratégia no processo de ensino de Matemática, implementando o conteúdo para que se torne significativo para o aluno e que ele consiga resolver situações-problema favorecendo a contextualização.

Biembengut & Hein (2005, p. 12) definem que a Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo e que, para elaborá-lo, além de conhecimento de Matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir qual conteúdo Matemático que melhor se adapta e, também, ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

A questão de pesquisa surgiu com o estudo de uma abordagem que fosse mais significativa para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina de Pesquisa Operacional.

Por esse motivo é extremamente importante que o conhecimento Matemático cotidiano dos alunos seja aproveitado na escola e, para tanto, procura-se

compreender se a utilização da metodologia da Modelagem Matemática é uma alternativa possível para tornar a Matemática mais significativa para o aluno do curso de Administração.

Nesse sentido, a pergunta norteadora dessa investigação é: *Quais as relações possíveis entre a metodologia de Modelagem Matemática e a teoria da Aprendizagem Significativa para que haja contribuições no processo de ensino e aprendizagem da temática Pesquisa Operacional em cursos de Administração no Ensino Superior?*

Em relação a pergunta da tese se busca responder aos seguintes questionamentos:

- *É possível observar aspectos da Aprendizagem Significativa ao modelar situações-problema a partir do uso de Modelos Matemáticos quando alunos do curso de Administração equacionam situações-problema envolvendo situações empresariais?*
- *Quais relações são possíveis de serem identificadas quando se utilizam Mapas Conceituais na busca de evidências de Aprendizagem Significativa de alunos do curso de Administração?*
- *É possível identificar relações metodológicas que auxiliam a aprendizagem dos estudantes entre os Mapas Conceituais construídos pelos mesmos e os Modelos Matemáticos encontrados, quando alunos equacionam situações-problema empresariais?*

2.4 OBJETIVOS

Com a finalidade de responder ao problema de pesquisa proposto, foram estabelecidos os objetivos, geral e específicos apresentados a seguir.

2.4.1 Objetivo Geral

Buscando responder ao problema de pesquisa foi delineado o seguinte objetivo geral: **Investigar as contribuições ao processo de ensino e aprendizagem de uma articulação entre a teoria de Aprendizagem Significativa e a Modelagem Matemática em um contexto de desenvolvimento de modelos matemáticos por alunos de um curso de Administração, na disciplina de Pesquisa Operacional.**

2.4.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral foram traçados os seguintes objetivos específicos.

- Investigar como a identificação dos subsunçores, seguindo os pressupostos da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), pode auxiliar para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem com estudantes do curso de Administração, na disciplina de Pesquisa Operacional;
- Identificar as relações prováveis entre o processo de Modelagem Matemática e a Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel para a aprendizagem, quando são utilizados Mapas Conceituais e a construção de modelos na resolução de problemas por alunos matriculados na disciplina de Pesquisa Operacional, do curso de Administração da Faculdade Fisul da Cidade de Garibaldi, Estado do Rio Grande do Sul;
- Investigar as contribuições para a aprendizagem do uso da *ferramenta Solver* pelos estudantes ao modelarem situações-problema empresariais na disciplina de Pesquisa Operacional do curso de Administração da Faculdade Fisul.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico está estruturado em três seções. A primeira, fundamentada nos pressupostos da Aprendizagem Significativa de Ausubel, na qual apresenta o conceito e a caracterização, explicando o processo de assimilação cognitiva inerente a esse tipo de aprendizagem e a discussão sobre os dois tipos de recursos didáticos específicos que favorecem a efetivação da Aprendizagem Significativa: os organizadores prévios e os Mapas Conceituais. A segunda seção tem respaldo no autor Moreira (2007, 2010) sobre a Pesquisa Operacional sendo tal como ferramenta utilizada na tomada de decisões, utilizando-se de modelos matemáticos. A terceira seção refere-se à Modelagem Matemática, tem seu foco principal na resolução de problemas contextualizados, fundamentado nos autores: Barbosa (2001, 2003, 2007), Bassanezi (2002, 2004, 2010, 2011, 2013), Biembengut (1997, 1999, 2004, 2009, 2013), Burak (1992, 2004, 2012), Malheiros (2012), Borba (2001), Borges (2008), Almeida e Vertuan (2016).

3.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

O conhecimento é significativo por definição. É o produto significativo de um processo psicológico cognitivo (“saber”) que envolve a interação entre ideias “logicamente” (culturalmente) significativas, ideias anteriores (“ancoradas”) relevantes da estrutura cognitiva particular do aprendiz (ou estrutura dos conhecimentos deste) e o “mecanismo” mental do mesmo para aprender de forma significativa ou para adquirir e reter conhecimentos (AUSUBEL, 2003, folha de rosto).

Busca-se destacar a importância da Aprendizagem Significativa. Entende-se que a tomada de consciência sobre os méritos dessa aprendizagem oportuniza e facilita a compreensão dos professores em diversos aspectos da prática pedagógica.

De acordo com Ausubel (1976), a aprendizagem ocorre quando uma nova informação se ancora em conceitos já presentes nas experiências de aprendizado anteriores e, por isso, o fator mais importante que influencia na aprendizagem consiste no que o aluno já sabe. A teoria de Ausubel tem como foco principal a Aprendizagem Significativa, sendo essa um processo que envolve interação da nova informação com uma estrutura de conhecimento específica, a qual define como subsunção, existente na estrutura cognitiva do indivíduo. (MOREIRA, 2011a). É a partir desse ponto de apoio, que deve decorrer a aprendizagem dos novos conceitos ou, como resume Moreira (2006, p. 38): “a Aprendizagem Significativa é o processo por meio do qual

novas informações adquirem significado por interação (não associação) com aspectos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva”. Duas condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa são propostas por Ausubel (1980). A primeira condição refere-se ao material a ser aprendido, pois esse deve estar relacionado à estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitrária e não literal. É importante ressaltar que o novo conteúdo deve ser significativo e que o aluno manifeste disposição para aprender.

Ausubel (1963, p. 58) entende Aprendizagem Significativa como “o mecanismo humano, por excelência, para adquirir e armazenar a vasta quantidade de ideias e informações representadas em qualquer campo de conhecimento”. Moreira (2011b, p. 36) afirma que “um indivíduo aprende significativamente quando consegue relacionar, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a nova informação com uma estrutura de conhecimento específica que faz parte integrante da sua estrutura cognitiva prévia”. Essa estrutura cognitiva é definida por Ausubel (1963, 1966, 1968) como subsunçor, que, segundo Moreira (2011b), derivou dos escritos da obra *Crítica da Razão Pura*, de Immanuel Kant. O filósofo postula que:

Não se pode duvidar de que todos os nossos conhecimentos começam com a experiência, porque, com efeito, como haveria de exercitar-se a faculdade de se conhecer, se não fosse pelos objetos que, excitando os nossos sentidos, de uma parte, produzem por si mesmos representações, e de outra parte, impulsionam a nossa inteligência a compará-los entre si, a reuni-los ou separá-los, e deste modo à elaboração da matéria informe das impressões sensíveis para esse conhecimento das coisas que se denomina experiência? (KANT, 1994, p. 3).

Para que a Aprendizagem Significativa ocorra, é importante que o estudante tenha os subsunçores disponíveis em sua estrutura cognitiva. Pode-se dizer então, que um material é potencialmente significativo quando leva em consideração os conhecimentos prévios dos alunos e as condições do meio no qual os estudantes estão inseridos. Moreira (2011a) considera que há uma segunda condição a ser satisfeita: “que o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar de maneira substantiva e não arbitrária o novo material, potencialmente significativo, à sua estrutura cognitiva”.

Valadares (2011, p. 37) afirma que Ausubel pode ter alicerçado o conceito de subsunçor na “filosofia de Kant, onde o verbo subsumir significa a incorporação de um indivíduo numa espécie, a inferência de uma ideia a partir de uma lei, etc.”. Ainda para o autor:

[...] a Aprendizagem Significativa é substantiva porque é a «substância», o «recheio» do conceito que é apreendido e não apenas um nome e (ou) um enunciado sem qualquer significado para quem aprende. Para tal, a nova informação tem de interagir com as ideias que aprendente já domina que incluem os conceitos, as proposições e símbolos previamente assimilados. Tais ideias mais ou menos familiares a quem aprende são os subsunçores e assumem uma enorme importância na Aprendizagem Significativa (VALADARES, 2011, p. 37).

Para Moreira (2011, p. 40), os subsunçores são “conceitos ou proposições claras, estáveis, diferenciadas, especificamente relevantes - na estrutura cognitiva”, e também são chamados de conhecimentos prévios ou ideias âncora. Esses subsunçores servem para ancorar novos conhecimentos. Moreira (2011b, p. 26) reconhece que:

O conhecimento prévio serve de matriz ideacional e organizacional para a incorporação, compreensão e fixação de novos conhecimentos quando estes “se ancoram” em conhecimentos especificamente relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva. Novas ideias, conceitos, proposições, podem ser aprendidos significativamente (e retidos) na medida em que outras ideias, conceitos, proposições, especificamente relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do sujeito e funcionem como pontos de “ancoragem” aos primeiros (MOREIRA, 2011b, p. 26).

Quando a Aprendizagem Significativa não se efetiva, o aluno utiliza a aprendizagem mecânica, isto é, “decora” o conteúdo, que não sendo significativo para ele é armazenado de maneira isolada, podendo inclusive ser esquecido em seguida, segundo a teoria de Ausubel (1976). É o caso de estudantes que, após completarem a prova, esquecem tudo, inclusive o que lhes foi ensinado. Aqui pode ser observado que alguns não se dispõem a aprender de maneira “mecânica”, portanto, acabam não aprendendo de maneira alguma. Esses são aqueles alunos que reprovam até mais de uma vez num mesmo ano letivo escolar. É indispensável, ainda mais nesses casos, utilizar estratégias que contemplem oportunidades de Aprendizagem Significativa. A aprendizagem mecânica leva muitos alunos, e até professores, a acreditarem que o ensino se efetivou. Quando o estudante consegue reproduzir nas avaliações o conteúdo, tal qual foi transmitido pelo professor, ocorre essa crença de que houve aprendizagem. Nesse contexto, muitas aprovações para a série seguinte acontecem não havendo aprendizagem de fato.

Como já vem sendo apresentado em alguns estudos, a prática do ensino da aprendizagem está ligada a compreensão, raciocínio lógico e reflexão. A reflexão deve ocorrer onde há participação mútua do processo, colocando-se como ferramenta em

situação de cooperação e de entendimento, dessa forma, desenvolvendo atividades para instigar as sustentações cognitivas do aluno. Para o processo de elaboração do conhecimento, o aluno tem um papel muito importante, pois o professor deve ser um agente desafiador para que o processo ocorra.

O desafio que se estabelece para os educadores é descobrir e fazer despertar motivos para a aprendizagem, tornando as aulas atraentes para os adolescentes, trabalhando conteúdos relevantes que permitam compartilhamento com outras experiências (além da escola) e tornando a sala de aula um ambiente altamente estimulante para a aprendizagem, construindo real confluência com a aprendizagem de fato.

Essa linha de estudos é acentuada, segundo Rios (2010), que por intermédio do gesto de ensinar, o professor, proporciona aos discentes, a importância da compreensão do aluno. Num exercício de mediação, cria o encontro com a realidade, considerando o saber que já possuem e procurando articulá-lo a novos saberes e práticas.

No contexto referido, o professor deverá provocar a aprendizagem escolhendo atividades de acordo com o que o aluno possui de conhecimentos prévios. O planejamento da aula deverá focar e valorizar a elaboração de perguntas que instiguem o aluno a vivenciar a busca, exercitando as várias possibilidades de resposta. Afinal, esse exercício induz e conduz à Aprendizagem Significativa. É necessário, como recomenda Santos (2008, p. 65) “provocar a sede” de aprender, problematizando o conteúdo, tornando-o interessante e não tirar o sabor da descoberta dando respostas prontas. Uma das primeiras condições para ser professor é dominar com segurança o conteúdo a ser trabalhado, pois somente assim será possível planejar aulas realmente interessantes, instigantes, que provoquem a turma a buscar respostas. Quando o professor apresenta o conteúdo bem esmiuçado, os alunos copiam o texto seguido das respostas e pronto, não têm mais nada para fazer. E, em muitas dessas ocasiões, a indisciplina aparece. Portanto, é imprescindível estudar bem o conteúdo, utilizar textos curtos e fazer questionamentos que conduzam à reflexão. De acordo com Santos (2008), o desafio aos alunos pode ser feito com uma pergunta bem elaborada, um recorte de jornal, uma fotografia, uma cena de um filme, um vídeo ou uma pequena história. Para isso, basta observar a realidade social repleta de situações que podem servir como ponto de partida para a introdução dos diversos conteúdos.

Skovsmose (2008) faz uma distinção entre duas práticas de sala de aula: o paradigma do exercício e o cenário para investigação, sendo que o primeiro se contrapõe ao segundo. Enquanto o paradigma do exercício parte do pressuposto que todas as informações para resolver uma situação problema já estão contempladas em seu enunciado, admitindo-se uma, e somente uma resposta correta, as propostas investigativas partem do indício que “Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações” (SKOVSMOSE, 2008, p. 21).

Alro e Skovsmose (2010) enfatizam que, embora a aprendizagem seja uma experiência individual, ela acontece em contextos sociais encharcados por relações interpessoais e advertem que a qualidade da comunicação no contexto escolar interfere diretamente na aprendizagem. Para eles não existe relação de dominação em um diálogo, pois ele é imprevisível. Professor e alunos agem conjuntamente, analisando suas próprias perspectivas, bem como as perspectivas dos outros participantes do diálogo.

Os autores enfatizam que o diálogo é caracterizado por oito atos de comunicação:

- Estabelecer contato - criar uma sintonia entre os participantes prestando atenção nas perspectivas um do outro num clima de confiança;
- Perceber perspectivas – processo de examinar possibilidades, criar hipótese. Algumas falas: O que mais você sabe disso? O que é isso? Explique melhor...;
- Reconhecer – reconhecer uma perspectiva para explicar o que estão fazendo;
- Posicionar-se – dizer o que pensa com receptividade às críticas referentes ao seu posicionamento. Rejeitar suas ideias sem argumentação denota insegurança;
- Pensar alto – tornar o pensamento público. Questões hipotéticas podem surgir;
- Reformular – parafrasear, elucidando o processo argumentativo;
- Desafiar – o desafio é bem-sucedido quando os participantes o compreendem;
- Avaliar - feedback construtivo.

Essas qualidades na comunicação constituem fontes de aprendizagem que estão em harmonia com os propósitos da Educação Matemática Crítica. “Entendemos o diálogo como uma conversação que visa à aprendizagem. [...]. No diálogo é importante explorar as perspectivas dos participantes como fontes de investigação” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 119-125).

Conforme Rihs e Almeida (2017), no atual contexto do mundo em constante transformação da tecnologia da informação, o professor deverá ter o seu planejamento da aula para que a aprendizagem seja provocada, levando em consideração que o importante é elaborar perguntas que instiguem o indivíduo a vivenciar a busca e verificar as várias possibilidades de respostas.

Santos (2008, p. 73), apresenta as sete atitudes recomendadas nos ambientes de aula:

1. Dar sentido ao conteúdo: toda aprendizagem parte de um significado contextual e emocional.
2. Especificar: após contextualizar o educando precisa ser levado a perceber as características específicas do que está sendo estudado.
3. Compreender: é quando se dá a construção do conceito, que garante a possibilidade de utilização do conhecimento em diversos contextos.
4. Definir: significa esclarecer um conceito. O aluno deve definir com suas palavras, de forma que o conceito lhe seja claro.
5. Argumentar: após definir, o aluno precisa relacionar logicamente vários conceitos e isso ocorre por meio do texto falado, escrito, verbal e não verbal.
6. Discutir: nesse passo, o aluno deve formular uma cadeia de raciocínio pela argumentação.
7. Levar para a vida: o sétimo e último passo da (re) construção do conhecimento é a transformação. O fim último da Aprendizagem Significativa é a intervenção na realidade. Sem esse propósito, qualquer aprendizagem é inócua (SANTOS, 2008, p. 73-74).

Na visão de Ausubel (1982) o aprendizado em sala de aula:

É importante ressaltar que a teoria de Ausubel é uma teoria de aprendizagem em sala de aula. Portanto, sua teoria fornece subsídios e favorece a compreensão das estratégias que o professor pode selecionar ou construir para efetivamente ensinar. No entanto, a responsabilidade pela aquisição de conhecimentos não depende apenas do professor. Ao contrário, depende muito do aluno. Enquanto o papel do professor é ser o facilitador do processo, o do aluno é decidir se quer aprender significativamente ou não (apud PORTAL DA EDUCAÇÃO, 2013).

Rihs e Almeida (2017), salientam que só haverá Aprendizagem Significativa se os conhecimentos escolares se relacionarem com os conhecimentos previamente construídos pelos discentes. Recomendações também compartilhadas por Anastasiou (2006, p. 14) que afirma que ao refletir sobre pressupostos para as estratégias de trabalho em aula, sugere que a atuação do professor seja transformada de dar aulas pela ação conjunta de fazer aulas. Significa que alunos devem deixar de assistir aulas e, junto com o professor, fazer aulas, pois é preciso superar a aula tradicional com exposição de tópicos que não tem sido satisfatória para a apreensão do conteúdo.

A aula expositiva é importante, entretanto não é suficiente, porque cumpre apenas a primeira etapa do ensino, a apresentação do conhecimento. Para dar sentido ao que está sendo ensinado é necessário organizar “atividades com as quais

o aluno possa generalizar, diferenciar, abstrair e simbolizar os conceitos trabalhados” (ANASTASIOU, 2006, p. 22).

A Teoria da Aprendizagem Significativa proposta por Ausubel (1980) propõe explicar o processo de aprendizagem que ocorre na mente humana, por meio da organização e integração do material na estrutura cognitiva⁶.

Segundo Moreira e Masini (1982), a aprendizagem na perspectiva cognitivista é entendida como um método de acúmulo de informação de solidificação em classes mais abrangentes de conhecimentos, que são inseridos a uma estrutura no cérebro do ser humano, a fim de que ela possa ser operada e, posteriormente, utilizada. Também, mais restrito, Novak (1981) afirma que a informação é acumulada em diversos locais do cérebro e, automaticamente, muitas células são envolvidas no acúmulo de unidades de conhecimentos. Portanto Novak (1981, p. 56-57) diz que: “uma nova aprendizagem resulta em mudanças nas células do cérebro, mas algumas células afetadas durante a aprendizagem são as mesmas que já armazenaram informação similar à nova que está sendo adquirida”. É neste sentido que Ausubel recomenda a Aprendizagem Significativa.

Para Ausubel: “a Aprendizagem Significativa envolve uma interação seletiva entre o novo material de aprendizagem e as ideias preexistentes na estrutura cognitiva”, (Ausubel, 2003, p. 3) permitindo uma ancoragem – termo que sugere a ligação de ideias preexistentes com as novas ao longo do tempo. Entende-se então que, “no processo de subsunção, as ideias subordinantes preexistentes fornecem ancoragem à Aprendizagem Significativa de novas informações”. Os autores Moreira e Masini (1982) declaram que na operação da Aprendizagem Significativa, a nova sapiência interage com uma estrutura de conhecimento específica que Ausubel define como subsunçores existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Portanto, as ligações que necessitam ser estabelecidas entre as informações não devem ser comuns para que uma aprendizagem seja significativa. Ausubel (2003) declara que é algo complexo e que depende dos elementos pré-existentes na estrutura cognitiva.

Ainda de acordo com Ausubel (1973, p. 25), subsunçor é uma estrutura específica na qual uma nova informação pode se agregar ao cérebro humano, que é altamente organizado e detentor de uma hierarquia conceitual, que armazena

⁶ A estrutura cognitiva é o resultado dos processos por meios dos quais se adquire e utiliza o conhecimento.

experiências prévias do sujeito. Em Física, por exemplo, se os conceitos de unidades de medida já existirem na estrutura cognitiva do estudante, esses servirão de subsunçores para novas informações referentes aos conceitos de velocidade e aceleração.

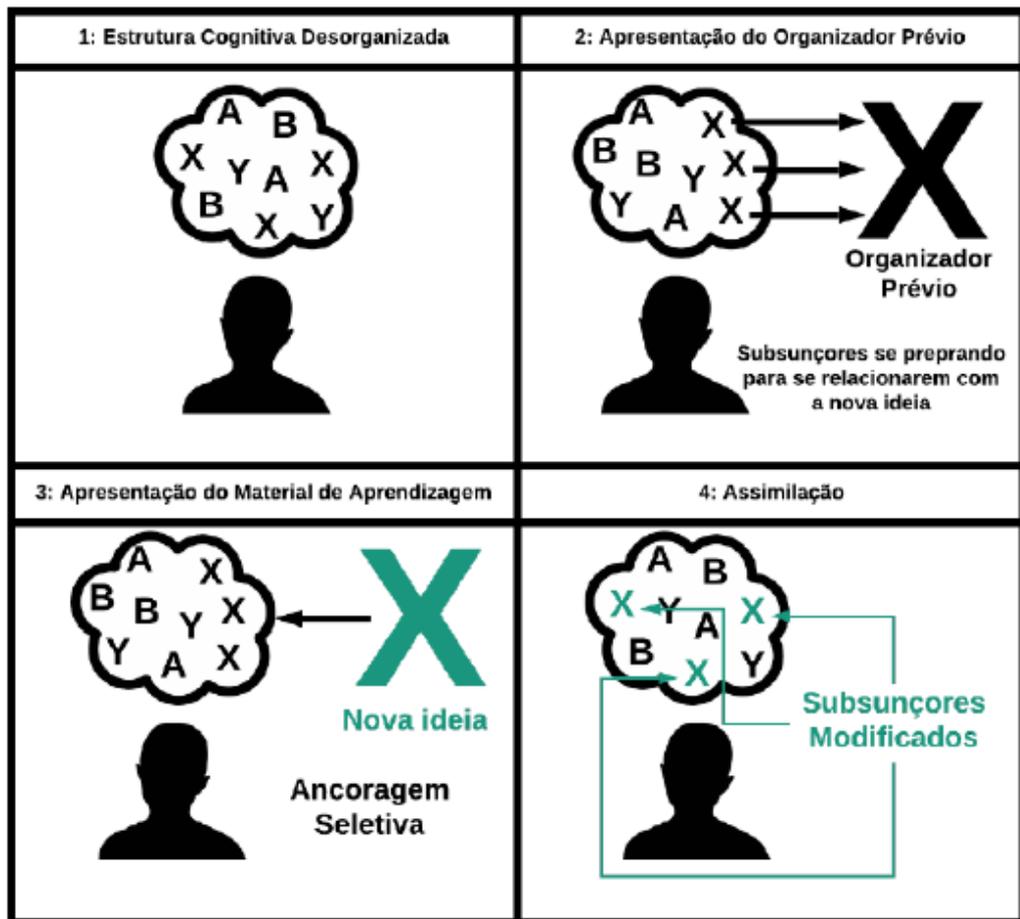
Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 34) explicam que “a Aprendizagem Significativa envolve a aquisição de novos significados e estes, por sua vez, são produtos da Aprendizagem Significativa”. Ou seja, a manifestação de novos significados no educando ajuíza o complemento de um processo de Aprendizagem Significativa. Assim, os resultados das experiências de aprendizagem de uma pessoa estão organizados em blocos hierarquizados de conhecimentos.

Nessa linha de raciocínio, Ausubel (1973) entende que a aprendizagem é uma organização e uma integração do material na estrutura cognitiva, por meio de uma estrutura hierárquica de conceitos. Está dividida em três fases. Na primeira fase, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) sugerem o uso dos organizadores prévios como estratégia para manipular a estrutura cognitiva. Tal uso é direcionado quando o aluno não dispõe de subsunçores para ancorar as novas aprendizagens. A constatação de subsunçores existentes em sua estrutura cognitiva não assim satisfatórios e/ou estáveis para desempenhar as funções de ancoragem do novo conhecimento é outra situação que solicita o uso dos direcionadores prévios.

Na ausência de subsunçores, sugere-se o uso de organizadores prévios, mecanismos pedagógicos auxiliares na ligação entre aquilo que o aprendiz já sabe e aquilo que irá adquirir de acordo com Ribeiro (2011). Nesse caso, o organizador prévio faz papel de mediador alterando as ideias preexistentes, preparando-as para o estudo do material posterior: “apresentam-se os organizadores a um nível mais elevado de abstração, generalidade e inclusão do que os novos materiais a serem aprendidos” (AUSUBEL, 2003, p. 11).

A utilização de organizadores prévios justifica-se pelo caso dos conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do aprendiz não serem suficientes para que seja estabelecida relação com os novos conhecimentos propostos pelo material de instrução. Dessa forma, o organizador prévio modifica os conhecimentos prévios, capacitando-os para receber os novos conhecimentos. A Figura 6 apresenta uma ilustração, a qual representa o funcionamento básico de um organizador prévio.

Figura 6 - Representação do funcionamento de organizador prévio



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2011).

Os referidos organizadores no contexto mencionado também podem servir como ativadores de subsunçores, os quais não estavam sendo usados pelo estudante. Todavia estão presentes na sua estrutura cognitiva. Segundo Moreira e Masini (2006), os organizadores prévios podem se apresentar sob a forma de textos, filmes, esquemas, desenhos, fotos, perguntas, Mapas Conceituais, entre outros. São apresentados ao estudante, primeiramente, em nível de maior abrangência, permitindo a integração dos novos conceitos aprendidos. Torna-se assim mais fácil o relacionamento da nova informação com a estrutura cognitiva já existente.

Salienta-se que o organizador prévio não é um resumo do que vai ser apresentado ao educando. Segundo Ausubel (1973), ele deve estar em um grau de abstração ou de generalidade capaz de facilitar a integração da nova ideia, atuando como elo entre a estrutura hierárquica de conhecimento e o conhecimento que já existe.

Cabe um destaque de acordo com Moreira (2006) ao introduzir um novo conceito de Física e explicar sobre velocidade, por exemplo, deve-se valer dos

subsunçores que ancoram esse tema, com o uso dos conceitos de medida, unidades de medida e, até mesmo, proposições sobre esses temas.

Segundo Moreira (1999), há possibilidade do estudante possuir os subsunçores, e esses não se apresentarem ativos em sua estrutura cognitiva. Nesse contexto, o professor deve desenvolver um trabalho com organizadores prévios, para preparar e/ou ativar os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do estudante. Voltando ao exemplo do conteúdo de Física, o professor poderia trabalhar com os estudantes os conceitos de medida e unidades de medida, deixando o conteúdo velocidade para uma segunda etapa.

Na segunda fase da Teoria da Aprendizagem Significativa, Ausubel (1973) sugere que o material seja potencialmente significativo para o estudante e que ele manifeste uma disposição de relacionar o novo material, de maneira substantiva e não arbitrária à sua estrutura cognitiva. Dessa forma, quando o estudante recebe uma informação nova, automaticamente, tentará incluí-la em um dos subsunçores já existentes. Relacionar a informação nova com as já existentes em sua estrutura cognitiva acontecerá de maneira intuitiva.

Os recursos de ensino usados pelo professor devem objetivar a associação do material novo com o apresentado anteriormente, por meio de referências de comparações presentes em atividades que demandam o uso do conhecimento de maneira nova. Essa é uma forma de agilizar o processo de subsunção segundo Moreira e Masini (2006).

Ausubel, Novak e Haniensem (1980, p. 42) alertam que a Aprendizagem Significativa “não deve ser interpretada simplesmente como a aprendizagem de material significativo” na Aprendizagem Significativa; os materiais são potencialmente significativos se apresentarem significados. Ou seja, a aquisição de novos significados se completa por definição, antes mesmo de qualquer tentativa de aprendizagem.

Sob essa visão, o professor deve conduzir o estudante a identificar o conteúdo relevante na estrutura cognitiva, explicando-lhe a importância desse conteúdo para a aprendizagem do novo material. Ausubel, Novak e Haniensem (1980, p. 42) complementam o exposto, salientando que o conteúdo precisa conter relações importantes para oferecer uma visão geral do material em um nível mais elevado de abstração, bem como, fornecem elementos organizacionais inclusivos, que destaquem o conteúdo específico do novo material.

O conhecimento prévio é de fundamental importância na construção do conhecimento e no processo de elaboração das relações entre os conceitos, pois quando se apresenta um conteúdo novo ao aluno, esse utiliza dos seus conceitos, concepções, representações adquiridas durante experiências anteriores, como instrumento de leitura e interpretação do novo material. Dessa forma, ao professor que busca um ensino que proporcione uma Aprendizagem Significativa é notavelmente importante que faça uma representação da estrutura conceitual e proposicional do que pretende ensinar e firmar os conhecimentos prévios dos alunos. É desse ponto em diante que se inicia o processo de ensino (MOREIRA, 2006).

Finalmente, na terceira fase da Teoria da Aprendizagem Significativa, Moreira (1999, p. 22) salienta que mediante a relação entre os conhecimentos novos e os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do educando, os saberes serão remodelados ou ressignificados e tornar-se-ão mais importantes, atuando como subsunçores ou conhecimentos prévios, oferecendo significado ao estudo de novos conceitos.

Moreira (1999, p. 22) explica que uma vez os significados iniciais estabelecidos por símbolos de conceitos, novas aprendizagens significativas ressignificarão esses símbolos, formando novas relações entre os conceitos anteriormente adquiridos.

No entendimento de Moreira (2006), foco da teoria está na interação não-arbitrária e substantiva entre o novo conhecimento, potencialmente significativo, e algum conhecimento prévio, especificamente relevante, existente na estrutura cognitiva do aprendiz, chamado subsunçor.

Nesse contexto, Assunção et al. (2020, p. 203-204) ressalta a importância de averiguar o conhecimento prévio do estudante para que possa haver uma interação entre o que já existe de conhecimento específico mais relevante, disposto na sua estrutura cognitiva e o novo conhecimento a ser-lhe apresentado. Ao último, Ausubel chama de subsunçor existente na estrutura cognitiva. Esses subsunçores são os conhecimentos prévios especificamente articuladores. “Essa interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio é que permite ao estudante atribuir significado ao novo conhecimento” (MOREIRA, 2006, p. 9).

A resolução de problemas é uma forma na qual o professor pode explorar os conhecimentos prévios dos estudantes a partir de situações-problema. Ausubel *et al.* (1980), retrata que a resolução de problemas representa uma forma de atividade ou pensamento dirigido, na qual tanto a representação cognitiva da experiência prévia

como os componentes da situação-problema são reorganizados para assegurar um determinado objetivo num processo de ensino e aprendizagem. Resolver uma situação-problema pode ser apontado como um meio para promover tal aprendizagem. O aparecimento do *insight* (luz), segundo concepção de Ausubel (2003), provém de um processo de clarificação progressiva sobre relações de meio-e-fim fundamentadas na formulação, verificação e rejeição de hipóteses alternativas.

A substantividade, segundo Moreira e Masini (1982, p. 105), é a “propriedade da tarefa de aprendizagem que permite a substituição de termos sinônimos sem mudança no significado ou alteração significativa no conteúdo da tarefa em si”. De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 37-38):

a Aprendizagem Significativa não está condicionada ao uso ‘exclusivo’ de signos ‘particulares’ ou quaisquer outras representações particulares; o mesmo conceito ou proposição pode ser expresso através de uma linguagem sinônima, que vai remeter exatamente ao mesmo significado.

Exemplo de como os autores citados expressam “cachorro”, “*dog*” e “*Hund*” induzem ao significado para uma pessoa que tem domínio da língua portuguesa, inglesa e alemã, para uma pessoa que conhece Matemática Elementar, os símbolos $1/2$ e $0,5$ também se equivalem (AUSUBEL, 2003; AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN, 1980). A possibilidade de estabelecer uma equivalência representacional de conceitos na estrutura cognitiva, na qual o indivíduo compreende conceitos e estabelece relações entre esses sinônimos transmuta a arbitrariedade do aprender em uma aprendizagem não arbitrária, substantiva e de alto interesse individual. Nesses pilares acima citados se fundamenta o conceito e estudo da Aprendizagem Significativa.

Entende-se por Aprendizagem Significativa, a estruturação de novos conhecimentos, tendo como alicerces os conhecimentos já assimilados por meio da reestruturação das estruturas cognitivas presentes, e, conseqüentemente, que tenha algum significado que leve a essa reestruturação.

Elemento básico e determinante na organização do ensino⁷ é a colocação do conhecimento prévio do sujeito como referência e se traduz no foco explícito da teoria da Aprendizagem Significativa. Segundo Ausubel, “Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator singular que mais

7 Além da consideração do conhecimento prévio do estudante são condições básicas para uma Aprendizagem Significativa, a organização do conteúdo e a predisposição do aluno para aprender.

influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra isso e ensine-o de acordo” (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1980, p. 137).

Quando Ausubel refere-se ao conhecimento prévio, não o aponta por ele mesmo (o conhecimento previamente adquirido). Tem como horizonte o processo de ensino e aprendizagem escolar. Em função desse processo é que se considera necessária a identificação e o estudo dos conceitos iniciais relevantes – conceitos âncoras, subsunçores, articuladores, integradores – presentes na estrutura cognitiva do estudante como elementos de ligação a estruturas integradoras de novos conteúdos ensinados na escola. Estruturas cognitivas inclusivas já existentes em relação a um novo conhecimento, como o novo, são incorporadas e modificadas, pois influenciam-se mutuamente durante a experiência de aprender significativamente (AUSUBEL, 2003; TAVARES, 2004).

Nessa perspectiva, quando trata do conhecimento prévio, Ausubel está referindo-se à situação de ancoragem, ou seja, ao processo de integração de novos conteúdos (conceitos, proposições) à estrutura cognitiva do sujeito. Apresenta, então, uma concepção mais valorosa do conhecimento prévio – denota-o como construção interna, embora de caráter provisório constituinte de uma condição própria e necessária do processo de construção de conceitos científicos (SANTOS, 1998).

De acordo com Sobral e Teixeira (2007), o fato de reconhecer a importância do conhecimento prévio dos estudantes ao iniciar um novo conteúdo não significa contemplá-lo sempre na estratégia de ensino do docente. Reconhecer o que os estudantes já sabem, não acrescenta em nada se não acontecer a ligação entre esses conhecimentos e os novos a serem abordados.

Conforme Ramos (2010) conhecimentos prévios que os alunos possuem e que foram adquirindo em toda a sua vida, são pessoais e individuais, podendo ser ou não cientificamente corretos, ou ainda estar organizados de acordo como seu cognitivo.

Teixeira e Sobral (2010) defendem estudos que ainda destacam a origem do conhecimento prévio dos estudantes como passível de ser classificada em três grandes grupos, que apesar de serem discutidos de forma separada, encontram-se articulados: a origem sensorial baseia-se em informações obtidas por meio das interações com o mundo natural; a origem social relaciona-se a um conjunto de saberes compartilhados pelo grupo social ao qual o aprendente pertence, e a origem analógica, relaciona-se à comparação entre domínios distintos do saber.

Para isso, se faz necessário transformar o conhecimento prévio em ações e expressá-lo em forma de linguagens falada, escrita ou por meio de símbolos. Segundo Ausubel (2003, p. 155):

Por conseguinte, parece aparente que não só a presença de ideias ancoradas claras, estáveis, discrimináveis e relevantes na estrutura cognitiva é o principal fator de facilitação da Aprendizagem Significativa, como também a ausência de tais ideias constitui a principal influência limitadora ou negativa sobre a nova Aprendizagem Significativa. Um destes fatores limitadores é a existência de ideias preconcebidas erradas, mas tenazes. Contudo e infelizmente, tem-se feito muito pouca investigação sobre este problema crucial, apesar do fato de que a não aprendizagem de ideias preconcebidas, em alguns casos de aprendizagem e retenção significativas, pode muito bem provar ser o único e mais determinante e manipulável fator na aquisição e retenção de conhecimentos de matérias (AUSUBEL, 2003, p. 155).

Os conhecimentos prévios se relacionam em função de uma mudança, na qual certa estrutura cognitiva já existente é conectada a um novo conhecimento. Nesse sentido, quando trata do conhecimento prévio, Ausubel está referindo-se à situação de ancoragem, ou seja, ao processo de integração de novos conteúdos à estrutura cognitiva do sujeito.

Para estabelecer ligações benéficas entre o conhecimento prévio e aquele que será oferecido, urge que o profissional direcione um atento olhar sobre a avaliação diagnóstica que possibilite uso deles como pilares no planejamento docente.

Por conseguinte, no âmago da teoria da assimilação está a ideia da apropriação de novos significados por meio da interação de novas ideias (conhecimentos) potencialmente significativas ligadas proposições e conceitos anteriormente apreendidos. Esse processo interativo resulta numa alteração do potencial significado das novas informações, do significado dos conceitos ou proposições aos quais estão ancoradas e cria, também, um novo produto ideário que constitui o novo significado para o aprendiz (AUSUBEL, 2003, p. 106).

Conforme referido, esse entendimento é construído a partir dos textos de Ausubel (1980) que trata dessa aprendizagem como uma reorganização clara das estruturas cognitivas, ou seja, processo pelo qual novas informações são atribuídas às estruturas do conhecimento dando sentido a informação assimilada. Segundo (Ausubel, 2003, p. 43) “os novos significados são produto de uma interação ativa e integradora entre novos materiais de instrução e ideias relevantes da estrutura de conhecimentos existentes do aprendiz”. As condições de aprendizagem pressupõem, além disso, a existência de uma situação de Aprendizagem Significativa no aprendiz

e de materiais de aprendizagem potencialmente significativos. Por sua vez, a última condição exige que (1) tarefas de aprendizagem suficientemente não aleatórias, sensíveis e plausíveis para se relacionarem, de forma não arbitrária e substancial, a algumas componentes relevantes de um conjunto de conhecimentos existente em, pelo menos, alguns aprendizes e (2) a existência dessa última componente na estrutura cognitiva de determinado aprendiz.

Segundo Moreira:

é importante reiterar que a Aprendizagem Significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não literal e não arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva (MOREIRA, 2010, p. 2).

Para Ausubel, quando alguém atribui significados a um conhecimento a partir da interação com seus conhecimentos prévios, estabelece a Aprendizagem Significativa, independentemente desses significados serem aceitos no contexto do sujeito em questão. Portanto, é importante ressaltar que Aprendizagem Significativa não atesta aprendizagem condizente com o conhecimento formal, validado.

Numa perspectiva construtivista, aprender significativamente “é um processo em que integra, modifica e estabelece relações de saberes que já possuímos a cada aprendizagem que realizamos” (SOLÉ; COLL, 1998, p. 20). Tornar cada estudante um ser único, criativo, crítico, com ideias próprias e cognitivamente capaz é uma das responsabilidades do estabelecimento de ensino enquanto ambiente de desenvolvimento social e interpessoal. Portanto, é atribuição desse desenvolver, no estudante, a capacidade de reconstruir significados, em relação a conhecimentos que compõem o currículo escolar (SOLÉ; COLL, 1998).

A escola, como meio social que propõe o ressignificar da aprendizagem, tem nos docentes, a função de identificar o que os estudantes apresentam de conhecimentos e proporem diversas formas de potencializá-los.

Motivação, autocontrole, afetividade e exploração dos conhecimentos prévios destacam-se, dentre outros, como significativos elementos influentes da aprendizagem. Para aprender, significativamente, é indispensável que o aluno visualize-se como órgão do processo e se proponha a aprofundar-se no conteúdo que pretende aprender, estabelecendo relações entre esse e o saber que já possui.

No pensamento de González (2008, p. 33), a aprendizagem tem uma dimensão subjetiva que se envolve particularmente na ação do sujeito que aprende. A aprendizagem não é mais momento de reprodução de um saber que foi apresentado ou de um conhecimento recebido passivamente pelo aprendiz. Passa a ser um processo permanente de construção do saber por meio de reflexões e produção de ideias. Por isso é importante recuperar o sujeito que aprende. Implica em “integrar a subjetividade como aspecto importante desse processo, pois o sujeito aprende como sistema e não só como intelecto”.

Corroborando com Tacca e González Rey (2008, p. 146), os sujeitos que aprendem têm sido vistos de forma padronizada, desconsiderando-se o caráter diferenciado de cada um no processo de ensino e aprendizagem. É necessário ultrapassar os limites da didática de ensino para alcançar o sujeito nas suas emoções, processos simbólicos, experiências, motivação, vivências, dentre outros aspectos. Tal feito ocasionará um trabalho pedagógico significativo para ele. Há que se considerar o sujeito que aprende com suas singularidades e processos específicos de aprendizagem, abrangendo as diferentes relações do sujeito nos contextos da vida cotidiana, ao integrar “elementos individualizados no trânsito de contínuas e mutáveis condições sociais, culturais e históricas” (TACCA e GONZÁLES REY, 2008, p. 146).

Para os autores supracitados, o envolvimento do aluno realmente acontece se houver interesse, pois é fundamental para o aluno entender a finalidade das tarefas propostas e as condições de realização para que possa lhe atribuir sentido.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular:

É assim que a Matemática escolar se constitui, acompanhando o desenvolvimento dos estudantes, por meio de suas sucessivas descobertas de possibilidades e conceitos que passam a fazer sentido para a resolução de novos problemas. [...] que contribui não apenas para aumentar o raciocínio lógico, mas, principalmente, o poder de resolver problemas que dependem de um novo tipo de compreensão das informações disponíveis para gerar modelos de resolução (BRASIL, 2018, p. 400).

Converter a forma de aprender e ensinar numa experiência significativa, tornando-a produtiva e alegre com inserção de estratégias que instiguem a formação de um sujeito pensante na sua prática diária é a mudança de estratégia de ensino que está sendo oferecida ao docente através dos estudos inerentes a Aprendizagem Significativa. Além disso, ainda lhe é ofertado um vértice que alumie a reconstrução de modo qualificado das suas ações ao longo do processo acadêmico e, posteriormente, sua formação como administrador. Entende-se que essa perspectiva

acontece para todos os níveis educacionais, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1982 apud MIRAS, 1999, p. 66), “o fator mais importante que influi na aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Isto deve ser averiguado e o ensino deve depender destes dados”. Para Coll:

Quando o aluno enfrenta um novo conteúdo a ser aprendido, sempre o faz armado com uma série de conceitos, concepções, representações e conhecimentos adquiridos no decorrer de suas experiências anteriores, que utiliza como instrumentos de leitura e interpretação e que determina em boa parte as informações que selecionará, como as organizará e que tipo de relações estabelecerá entre elas (1998 apud MIRAS, 1999, p. 61).

Essa colocação está em acordo com Ausubel (2003, p. 157), quando trata da “Influência do Grau de Conhecimentos Existente no Desempenho Acadêmico”. Os conhecimentos de determinado nível escolar relacionam-se com o desempenho acadêmico em níveis educacionais subsequentes que o autor chama de “transferência em longo prazo”. A constância da aptidão, da motivação, o controle das pressões externas e os efeitos cumulativos das variáveis da estrutura cognitiva são ferramentas e aportes que tornam possível a relação dos primeiros e últimos níveis educacionais, no que tange ao desempenho positivo.

Esse conhecimento anterior do aluno, que irá auxiliá-lo na compreensão do novo conteúdo, não precisa ser, necessariamente, algo que tenha aprendido na escola, mas vem, também, da vivência diária que esse aluno traz de fora da escola, do conhecimento cultural, que é passado de uma geração para outra. O papel do professor é instigar o aluno para que ele compreenda a relação entre o conhecimento prévio com o conteúdo a ser aprendido.

Dessa forma, pretende-se que, ao aprender novos conteúdos, agregando novos conhecimentos aos já pré-existentes, os alunos não limitem seu aprendizado a um único conteúdo, e sim, conjuntamente, aos outros conteúdos de diferentes saberes, aprendendo a resolver problemas relacionados à “Matemática Escolar” com a Matemática “real”, pois um se interliga ao outro (BASSANEZI, 2002, p. 16).

Cabe ressaltar que mesmo o material sendo potencialmente significativo, não significa que o aluno vai aprender de forma significativa, pois se a intenção do aprendiz for apenas memorizar, arbitrariamente e literalmente, os tópicos desenvolvidos, o resultado final da aprendizagem será mecânico. Da mesma forma, se o aluno estiver

disposto para aprender, porém, o material e o processo não forem potencialmente significativos, o produto, a aprendizagem, não será significativa.

Para que a aprendizagem ocorra de forma significativa é necessário a disposição do indivíduo para relacionar o conhecimento como existência de um conteúdo mínimo em sua estrutura cognitiva, cercado com subsunçores suficientes para suprir as necessidades relacionadas e materiais a serem assimilados com potencial significativo.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 48) na Aprendizagem Significativa “o processo de obtenção de informações produz uma modificação tanto na nova informação como no aspecto especificamente relevante na estrutura cognitiva com a qual a nova informação estabelece relação”.

Ausubel, Novak, e Hanesian destacam que:

[...] a aquisição de novas informações depende amplamente das ideias relevantes que já fazem parte da estrutura cognitiva, e que a Aprendizagem Significativa nos seres humanos ocorre por meio de uma interação entre o novo conteúdo e aquele já adquirido. O resultado da interação, que ocorre entre o novo material e a estrutura cognitiva existente, é a assimilação dos significados velhos e novos, dando origem a uma estrutura mais altamente diferenciada (1980, p. 58).

Moreira (2011b) ressalta que “o significado está nas pessoas, não nas coisas”. Desse modo, não existe livro significativo ou aula significativa, mas, livros, aulas, materiais instrucionais de um modo geral, que podem ser potencialmente significativos. Para isso, devem ter significado lógico (ter estrutura, organização, exemplos, linguagem adequada, enfim, serem aprendíveis) e os sujeitos devem ter conhecimentos prévios para dar significado aos conhecimentos veiculados por esses materiais (MOREIRA, 2011b).

Os conhecimentos prévios englobam não só os conhecimentos sobre o próprio conceito. Abrangem as relações diretas ou indiretas que o aluno seja capaz de estabelecer com o novo conteúdo. Segundo essa concepção, uma aprendizagem é realmente significativa quando o aluno for capaz de estabelecer relações coerentes entre o conhecimento que já possui com aquele que está sendo apresentado.

Em resumo, direcionando essa teoria para a pesquisa que irá se desenvolver sobre capacidades e habilidades, baseados nos conceitos da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, em nível de Ensino Superior, é possível que o acadêmico de Administração já tenha desenvolvido experiências profissionais relacionadas à tomada de decisões. Já pode ter se utilizada, também, da capacidade de observar,

compreender e analisar a complexidade da organização em que atua, de entender as inter-relações entre os diferentes setores da empresa e de transferir conhecimentos da vida cotidiana para o ambiente de trabalho.

Pensar que a Educação promova uma Aprendizagem Significativa requer levar em conta o processo de construção de significados como elemento central do processo de ensino e aprendizagem.

Novak (1988) afirma que a compreensão e a integração cognitiva entre pensamento, sentimento e ação conduzem ao engrandecimento humano, ou seja, a uma Aprendizagem Significativa. Levando em consideração todo o intermundo humano, esse propõe que se deve entender que os aspectos humanos e todo evento educativo devem implicar na troca entre aluno e professor, aluno e aluno.

Nessa pesquisa, pretende-se relacionar a Aprendizagem Significativa de Ausubel com a Modelagem Matemática, analisando a Modelagem Matemática na forma de aprendizagem do aluno, afim de que se possa observar que ela seja absorvida, não de forma arbitrária e sim, por compreensão.

Entende-se que, com a participação mais efetiva do professor, o aluno sente-se envolvido em sala de aula com situações-problema. Dessa forma, converte conceitos em exemplos construídos nas atividades no cotidiano por meio da interação em grupos e tendo como contexto social a construção do conhecimento, no qual o trabalho em grupo possibilita o desenvolvimento cognitivo. Tal procedimento também oportuniza todos os acadêmicos a colocarem suas vivências/experiências de forma a compreender a atual situação e para que ocorra a construção do conhecimento decorrente das estruturas cognitivas de cada estudante.

Para Ausubel (1982), resolver um problema pode ser encarado como um meio de promover a Aprendizagem Significativa. Segundo Bassanezi (2013, p. 24) “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências”.

A Modelagem Matemática em sala de aula pode ser percebida com o uso de conceitos matemáticos já conhecidos, assim, podem ser inseridos novos conceitos e procedimentos para resolver a situação-problema. Autores como Echeverría e Pozo (1998, p. 15) entendem o problema como sendo “uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”. Análogo a isso, autores como Onuchic e Allevato (2005, p. 221),

entendem problema como “[...] tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer”.

Um dos instrumentos que pode ser utilizado pelos alunos para organizar os processos de ensino e aprendizagem é a construção de Mapas Conceituais. Os Mapas Conceituais ajudam os alunos a estabelecerem relações significativas entre o que já sabem e o que precisam compreender, funcionando como um método de aprendizagem. O Mapa Conceitual assemelha-se ao fluxograma, funcionando como uma representação gráfica, que pode ser utilizada como um recurso de autoaprendizagem. Com os Mapas Conceituais, os alunos conseguem estabelecer relações, aprimorar o aprendizado e organizar o conhecimento. Por meio deles, os estudantes conseguem representar os conhecimentos que possuem de forma individualizada. Considerando que a aprendizagem é individual, mesmo que seja realizado um trabalho em grupo, a aprendizagem é pessoal. Os Mapas Conceituais podem ser utilizados, também, como forma de rever um conteúdo, funcionando como uma estratégia de autoaprendizagem ou, até mesmo, de autoavaliação. Assim, torna-se importante discutir sobre a utilização dos Mapas Conceituais como uma proposta de avaliação do processo de compreensão dos conceitos e estratégias desenvolvidas em determinada situação educacional. Assim, justifica-se a inserção do item a seguir onde será discorrido sobre Mapas Conceituais e sua utilização no Ensino Superior.

3.1.1 O Recurso dos Mapas Conceituais

O Mapa Conceitual (MC) é uma ferramenta que vem favorecendo estratégias para o avanço nas resoluções de problemas por meio de relações entre os conceitos a serem trabalhados propondo novos atributos para indícios de uma Aprendizagem Significativa.

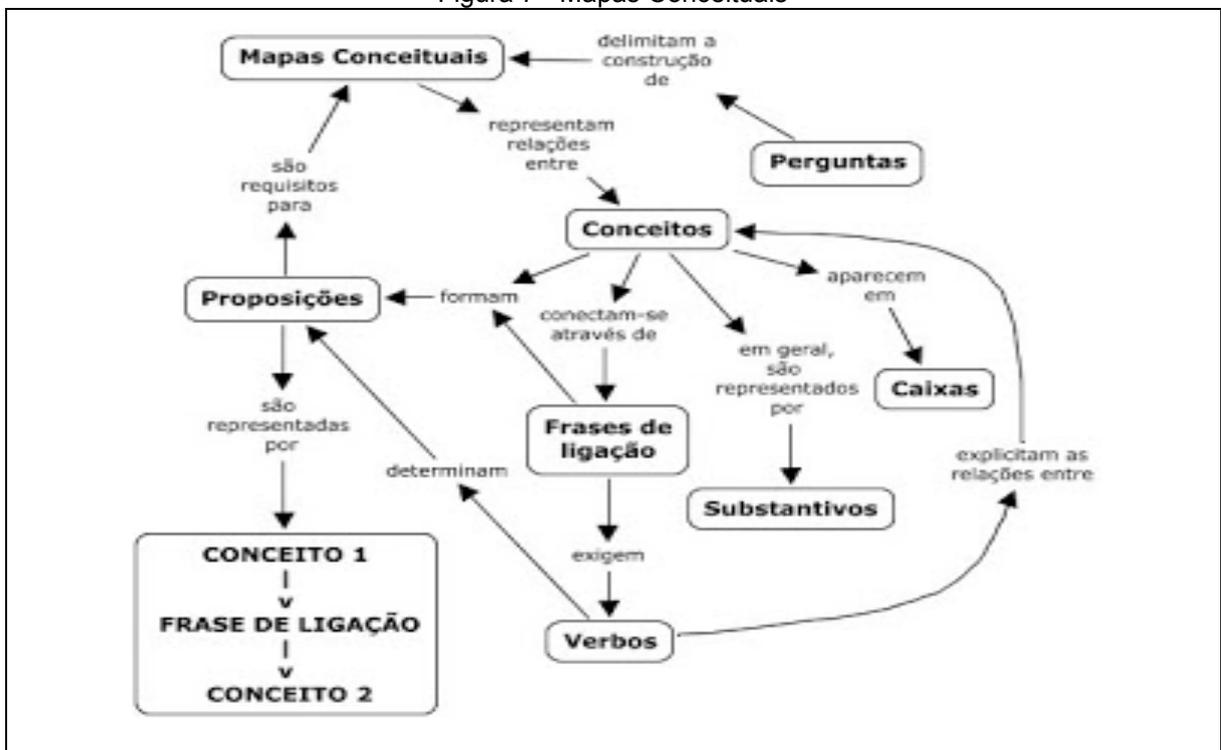
Os Mapas Conceituais foram desenvolvidos originalmente por Joseph D. Novak e pelos membros de seu grupo de pesquisa, como projeção prática da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (NOVAK, 2000, p. 3). Surgem na década de 1970 no interior do processo de deslocamento do foco no comportamento observável para os processos cognitivos como objeto de estudo da psicologia da aprendizagem.

Para Novak & Gowin (1996, p. 58), “o valor educativo [dos Mapas Conceituais] está no reconhecer e valorizar a mudança no significado da experiência humana”.

Novak considera o Mapa Conceitual como uma ferramenta de representação do conhecimento, ou seja, um suporte para o trabalho em diferentes campos conceituais, que tem como principal objetivo facilitar a aprendizagem, criação e utilização desse conhecimento. Basicamente, porque são diagramas que explicitam conceitos de uma fonte de conhecimentos hierarquicamente organizados e as relações entre esses conceitos, cuja estrutura deve estar de acordo com a própria estrutura da fonte (NOVAK, 2000, p. 3; 32).

O modelo representado na Figura 7, corresponde às principais ideias relacionadas ao tema sobre Mapas Conceituais de acordo com Dutra *et al.* (2006):

Figura 7 - Mapas Conceituais



Fonte: Dutra *et al.* (2006).

Os elementos básicos de um Mapa Conceitual consistem nas palavras que expressam o conceito, conectadas umas às outras por meio de palavras ou frases de ligação – conectivos – formando frases – proposições – que traduzem a estrutura cognitiva do sujeito.

Os Mapas Conceituais têm por objetivo representar relações significativas entre conceitos na forma de proposições. Uma proposição consiste em dois ou mais termos conceituais ligados por palavras de modo a formar uma unidade semântica expressando os conceitos dos significados que a compõem (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 31).

Dutra *et al.* (2006, p. 1), com base em Novak (NOVAK e GOWIN, 1984), afirmam que “o Mapa Conceitual é uma representação gráfica em duas dimensões de um conjunto de conceitos construídos de tal forma que as relações entre eles sejam evidentes”, conforme figura anterior. “Os conceitos centrais aparecem dentro de caixas, nos nós do grafo, enquanto as relações entre os conceitos são especificadas através de frases de ligação nos arcos que unem os conceitos”. Quando dois ou mais conceitos são conectados por frase de ligação criando uma unidade semântica, forma-se uma proposição.

Moreira (1980, p. 9; 2003, p. 34) afirma que o Mapa Conceitual é “(...) uma ilustração da estrutura conceitual de uma fonte de conhecimentos, um mapeamento conceitual que reflete a organização conceitual de uma disciplina ou de outra fonte ou área de conhecimento”, a sua estrutura lógica.

Ao discutir a fundamentação teórica para a Aprendizagem Significativa e correspondentes estratégias facilitadoras, Moreira (2003, p. 34) também enfatiza que são vários os modos de estabelecer-se a hierarquia conceitual em um diagrama, pois ela expressa determinada compreensão e a interpretação das relações entre os conceitos de certa área. Nesse sentido, é “[...] apenas uma das possíveis representações de uma certa estrutura conceitual”.

Ontoria (1994, p. 27) destaca o Mapa Conceitual como uma técnica criada por Novak, que o apresenta como estratégia, método, recurso de ensino e aprendizagem:

Estratégia: ‘Procuraremos colocar exemplos de estratégias simples, embora poderosas, para ajudar os estudantes a aprender e para ajudar os educadores a organizar os materiais que serão objeto desse estudo’ (NOVAK & GOWIN, 1988, p. 19). Método: ‘A construção dos Mapas Conceptuais [...], que é um método para ajudar os estudantes e educadores a captar o significado dos materiais que se vão aprender’ (NOVAK & GOWIN, 1988, p. 19). Recurso: ‘Um Mapa Conceptual é um recurso esquemático para representar um conjunto de significados conceptuais incluídos numa estrutura de proposições’ (NOVAK & GOWIN, 1988, p. 33).

Para Ontoria (1994, p. 27), pensar o Mapa Conceitual como técnica não autoriza a pensá-lo como uma “fórmula de imediata aplicação”. Contudo, os autores insistem que seja considerado como um “instrumento ou meio”, portanto, deve ser associado aos fins a que se destina, pois seu valor define-se relativamente à meta que se pretende alcançar e à sua capacidade para produção do efeito desejado.

Segundo Novak (2000, p. 14) e Novak & Gowin (1996, p. 36), o Mapa Conceitual é adequado para a avaliação do conhecimento prévio e para diagnóstico

de concepções alternativas ao conhecimento, científica e/ou socialmente aceito. É um organizador para ilustração da hierarquia conceitual e proposicional da natureza do conhecimento e promoção da Aprendizagem Significativa, ao evocar o conhecimento prévio e a sua diferenciação progressiva.

A abordagem de Mapa Conceitual fundamenta-se no Construtivismo, no qual os conceitos são apresentados como instrumentos de facilitação da aprendizagem, de modo sistematizado e significativo para o aluno. Para a área das Ciências da Natureza, a utilização dos Mapas Conceituais faz com que o processo de ensino e aprendizagem seja mais dinâmico, aplicado aos programas curriculares e na formação do conhecimento científico.

A teoria de Ausubel para o desenvolvimento dos Mapas Conceituais cita três ideias básicas. A primeira concebe o acréscimo de novas aprendizagens como construções a partir de conceitos relevantes e proposições já presentes numa estrutura de conhecimentos do sujeito. A segunda vê a estrutura cognitiva como organização hierárquica, com os conceitos mais abrangentes, mais inclusivos, ocupando os níveis mais altos na hierarquia e os conceitos mais específicos, mais ou menos inclusivos, incorporados pelos conceitos mais gerais. E no terceiro momento, quando a Aprendizagem Significativa ocorre, os relacionamentos entre conceitos tornam-se mais explícitos, mais precisos e melhor integrados com outros conceitos e proposições (NOVAK; CAÑAS, 2006).

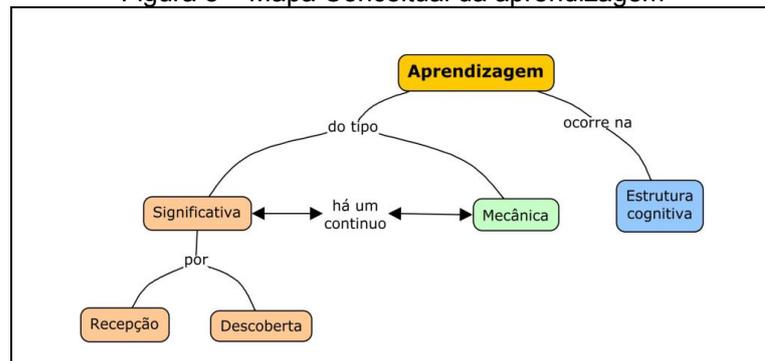
Mapas Conceituais são uma representação gráfica que tem como função organizar e representar conhecimento, estruturando-se através de um conjunto de conceitos construídos de tal maneira que as relações entre eles sejam evidentes.

Na concepção de Moreira (1987), Mapas Conceituais são:

diagramas de significados, de relações significativas, de hierarquias conceituais, se for o caso. Isso também os diferencia das redes semânticas que não necessariamente se organizam por níveis hierárquicos e não obrigatoriamente incluem apenas conceitos. Mapas Conceituais também não devem ser confundidos com mapas mentais que são associacionistas, não se ocupam de relações entre conceitos, incluem coisas que não são conceitos e não estão organizados hierarquicamente. Não devem, igualmente, ser confundidos com quadros sinópticos que são diagramas classificatórios. Mapas Conceituais não buscam classificar conceitos, mas sim relacioná-los e hierarquiza-los (MOREIRA, 1987, p. 1).

Segundo Ausubel (2003), os principais conceitos relativos à aprendizagem se articulam esquematicamente da seguinte forma, conforme Figura 8:

Figura 8 – Mapa Conceitual da aprendizagem



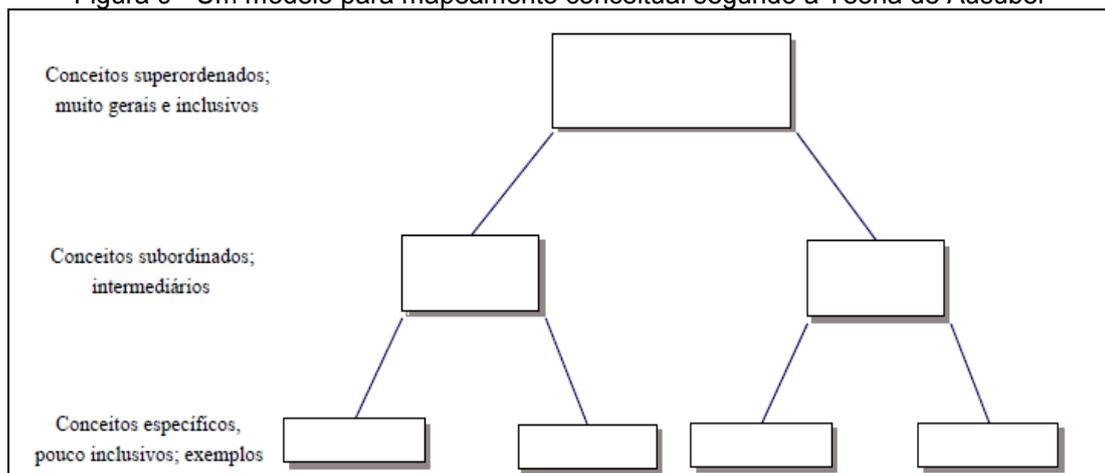
Fonte: Adaptado de Ausubel, 2003.

A teoria de Ausubel oferece, portanto, diretrizes, princípios e uma estratégia de facilitadores da aprendizagem e como colocá-las em prática, desenvolvida, principalmente, por Novak.

Os Mapas Conceituais enfatizam conceitos e relações entre conceitos à luz dos princípios da diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Podem ser usados como recurso didático, de avaliação e de análise de currículo, bem como instrumento de metacognição, para aprender e aprender (MOREIRA, 1993a; MOREIRA E BUCHWEITZ, 1993).

A Figura 9 ilustra como é possível construir um Mapa Conceitual, segundo a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Figura 9 - Um modelo para mapeamento conceitual segundo a Teoria de Ausubel



Fonte: Moreira, 1987.

Não há regras fixas para o traçado de Mapas Conceituais, mas o instrumento deve ser capaz de evidenciar significados atribuídos a conceitos e relações entre eles

num contexto relacionado a disciplina. No entanto, o aluno deve ser capaz de explicar o significado da relação que ele estabeleceu entre dois conceitos.

Conforme Ausubel (2003, p. 62):

A estrutura cognitiva existente – a organização, estabilidade e clareza de conhecimentos de um indivíduo numa determinada área de matérias, em determinada altura – considera-se o principal fator a influenciar a aprendizagem e a retenção de novos materiais de instrução potencialmente significativos na mesma área de conhecimentos.

No entendimento de Novak e Gowin (1984), as discussões sobre Mapas Conceituais e sua relação com a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel estão presentes em diversas pesquisas, que tem como foco o processo de ensino e aprendizagem nos diversos níveis de ensino. No entanto busca representar como o conhecimento é condicionado na estrutura cognitiva do aluno, contribuindo, assim, na sua formação social e profissional.

Nas palavras de Novak e Cañas (2010, p. 10) “Mapas Conceituais são ferramentas gráficas para a organização e representação do conhecimento”.

Existem diversos tipos de Mapas Conceituais utilizados em uma variedade de situações e com diferentes objetivos, onde eles possuem suas características específicas e, também, suas vantagens e desvantagens, conforme descritas:

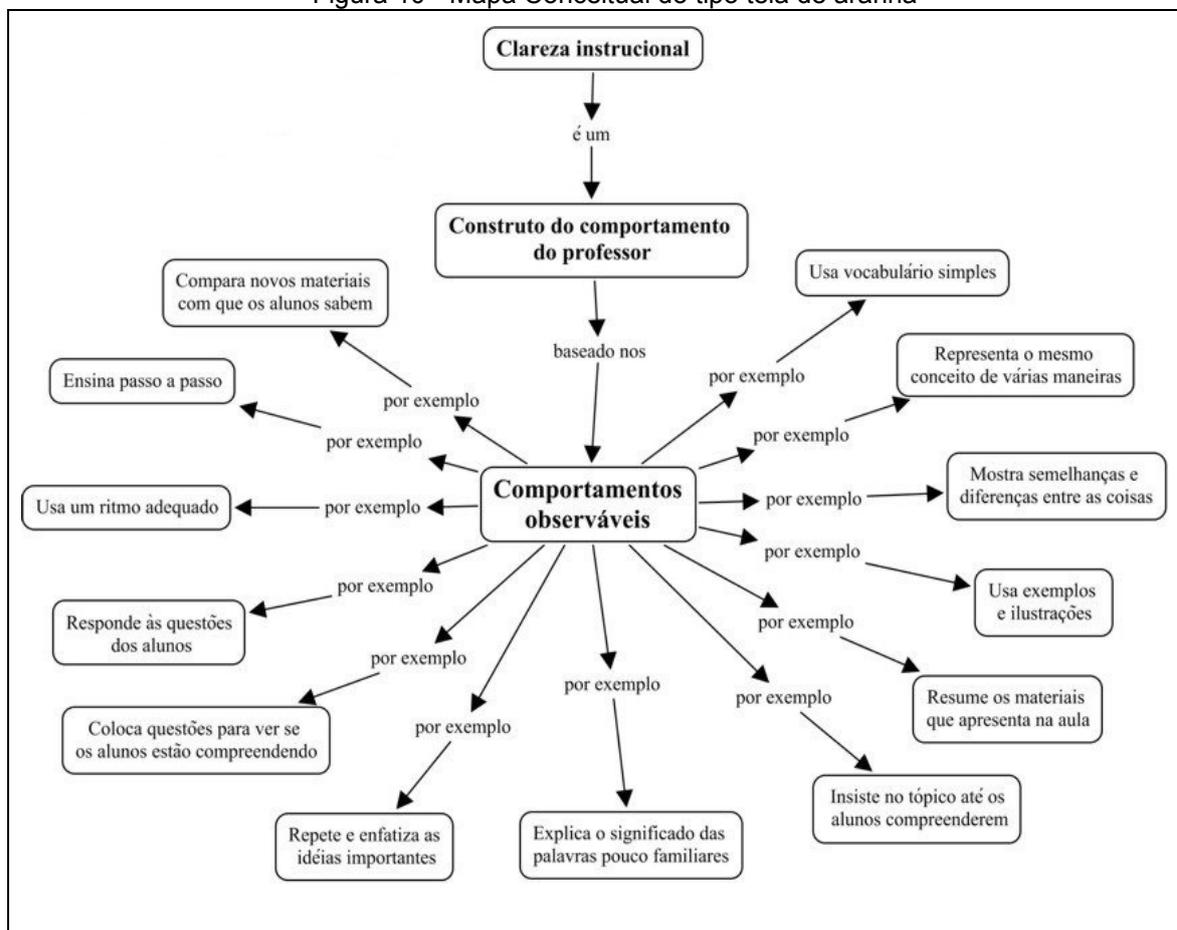
- Teia de Aranha - coloca-se o conceito no meio do mapa e os demais conceitos vão se irradiando. O foco principal é a irradiação das relações conceituais, sem se preocupar com as relações transversais. Dificuldade em mostrar as relações entre os conceitos, e, desse modo, permitir a percepção de uma integração entre as informações;
- Fluxograma - as informações são organizadas de uma maneira linear. É de fácil compreensão e as informações estão organizadas de uma maneira lógica e sequencial. No entanto, há a ausência de pensamento crítico, sem a preocupação de explicar e conceituar o processo;
- Hierárquico – a informação mais importante é colocada na parte superior. Nesse tipo se estrutura o conhecimento de maneira mais adequada à compreensão humana. A desvantagem é que sua construção sempre representa um desafio;
- Sistema de Entrada e Saída – organiza a informação num formato que é semelhante ao fluxograma, mas com o acréscimo da imposição das possibilidades de entrada e saída. Esse tipo mostra diversas relações entre os conceitos, mas algumas

vezes fica difícil de se ler, devido ao grande número de relações entre os conceitos (NOVAK, 2000).

A seguir, contempla a representação dos quatro tipos de Mapas Conceituais mencionados anteriormente, conforme Figuras 10 (Teia de Aranha), 11 (Fluxograma), 12 (Hierárquico) e 13 (Sistema de Entrada e Saída).

O Mapa Conceitual do tipo Teia de Aranha segundo Tavares (2007) parte de um tema gerador e os demais conceitos irradiam à medida que se afastam do centro, obtendo assim as ideias secundárias, como no exemplo da Figura 10.

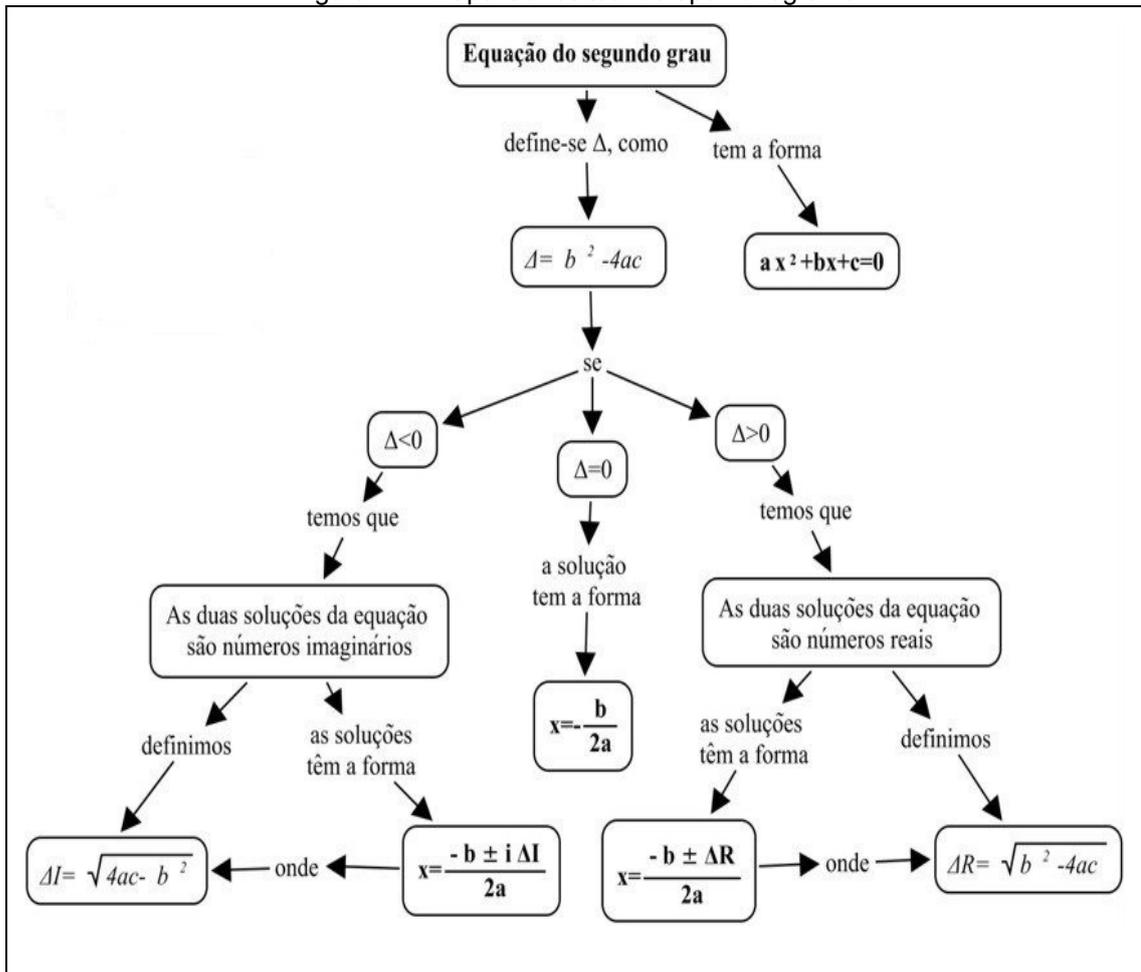
Figura 10 - Mapa Conceitual do tipo teia de aranha



Fonte: <http://www.cienciasecognicao.org>, 2007.

O Mapa Conceitual tipo Fluxograma, conforme Figura 11, organiza as ideias linearmente. É utilizado para mostrar passo a passo determinado procedimento e o seu desempenho, e, normalmente, inclui um ponto inicial e outro ponto final. Segundo Tavares (2007, p. 80), "construindo um mapa e buscando novos conhecimentos, o estudante está elaborando as suas habilidades em construir seu próprio conhecimento, está aumentando a sua destreza na meta-aprendizagem".

Figura 11 - Mapa Conceitual do tipo fluxograma



Fonte: <http://www.cienciasecognicao.org>, 2007.

Os Mapas Conceituais do tipo hierárquico apresentam uma característica importante. Neles “conceitos mais amplos estão no topo da hierarquia (parte superior do mapa) e conceitos específicos, estão na base (parte inferior do mapa)”, conforme Figura 12.

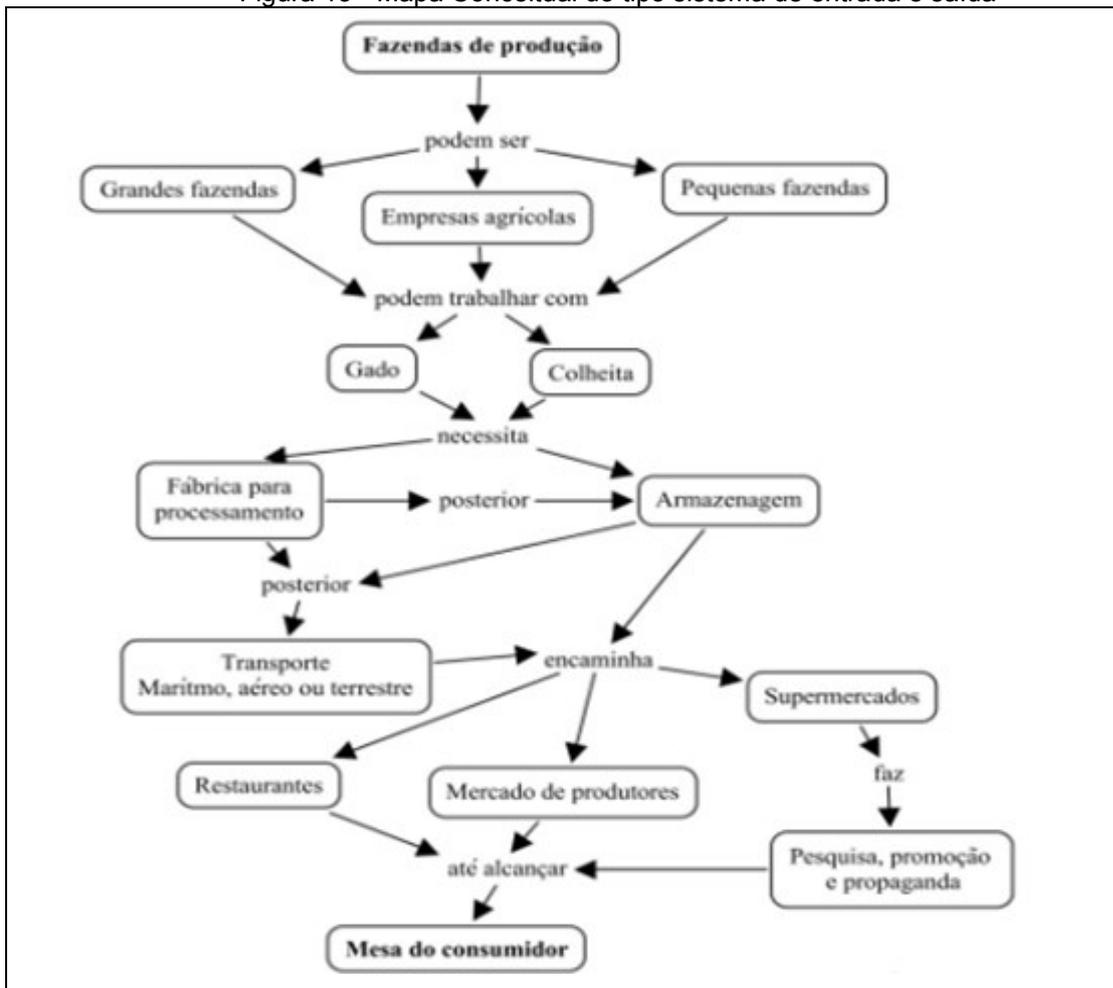
Figura 12 - Mapa Conceitual do tipo hierárquico



Fonte: <http://www.cienciasecognicao.org>, 2007.

O Mapa Conceitual do tipo Sistema de Entrada e Saída na Figura 13, deve ter um começo e um fim na forma linear, mas com a diferença de ter uma propriedade, onde é possível incluir outras informações complementares.

Figura 13 - Mapa Conceitual do tipo sistema de entrada e saída



Fonte: <http://www.cienciasecognicao.org>, 2007.

A ideia de usar Mapas Conceituais é considerada simples, supõem que se analisem temáticas com diferentes perspectivas de análise. Numa visão holística, quando se for aprender um novo conteúdo, pode-se usar os conhecimentos pré-existentes, para que os alunos não limitem seu aprendizado somente em um único tema, mas que, em concomitância, aprendam conteúdos de diferentes âmbitos.

As vantagens da aplicação de Mapas Conceituais denotados por Souza (2005) demonstram uma aprendizagem de forma individual. No entanto, Gava e Cristovão (2011), afirmam que a utilização de Mapas Conceituais, além de ser um recurso de verificação da aprendizagem de alunos, possibilita comparação entre os vários mapas que são construídos pelos alunos. Essa verificação possibilita identificar, de forma coletiva, a formação dos conceitos (corretos ou malformados) e suas relações.

Segundo Moreira (2005), a ideia central da avaliação por meio de Mapas Conceituais é identificar o conhecimento que o aluno tem sobre termos conceituais,

ou seja, verificar a forma como o aluno estrutura, diferencia, relaciona, hierarquiza, discrimina e integra os conceitos de um determinado tema ou disciplina. Através dos Mapas Conceituais o aluno consegue exteriorizar, por meio de conceitos e relações hierárquicas, seu conhecimento sobre determinado assunto.

No presente estudo, para analisar o conceito de modelo matemático, foram utilizados Mapas Conceituais iniciais e finais como forma de avaliação da compreensão do estudante em relação ao processo desenvolvido. Buscou-se realizar uma comparação entre o Mapa Conceitual inicial, desenvolvido quando se iniciou o processo de resolução de uma situação problema, com o Mapa Conceitual final quando os estudantes tinham terminado o processo de resolução. Buscando identificar evidências que o caminho percorrido permitiu ampliar a compreensão das formas de resolução do problema.

A seguir, apresentam-se os conceitos e as características da Aprendizagem Mecânica e da Aprendizagem Significativa, procurando identificar pontos favoráveis para a Aprendizagem Significativa que está sendo defendida nessa tese.

3.1.2 Aprendizagem Mecânica x Aprendizagem Significativa

É pertinente explicar que a estrutura cognitiva pode ser fortalecida por meio de estratégias de ensino, do emprego de sequências na apresentação dos conteúdos, da realização de *feedback* dos conteúdos, entre outros. Contudo, se apesar do uso dessa diversidade de artefatos, não houver âncoras de suporte em conhecimento já internalizados, ocorrerá uma aprendizagem mecânica (AUSUBEL, 1982).

Ausubel (1973, p. 23) define aprendizagem mecânica como aquela que encontra pouca ou nenhuma informação prévia na estrutura cognitiva dos estudantes, com a qual se possa relacionar, não promovendo a interação entre o que já está armazenado e as novas informações. Assim, quando as novas informações são aprendidas, sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, o estudante decora fórmulas e leis, mas as esquece tão logo realiza a avaliação.

Na Física, conforme Moreira (2006), a simples memorização das fórmulas para calcular a velocidade média é um exemplo de aprendizagem mecânica, assim como em Matemática, saber aplicar um algoritmo não significa que o estudante saiba aplicar em situações-problema contextualizados.

Moreira (1999, p. 154) explica que a aprendizagem se torna mecânica quando produz uma menor aquisição e atribuição de significado, passando a nova informação a ser armazenada isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva do estudante.

Na apresentação de conceitos novos, a aprendizagem mecânica é necessária para os estudantes, transformando-os, posteriormente, em Aprendizagem Significativa. Segundo Ausubel (1973), a aprendizagem torna-se mais significativa à medida que a nova informação é agrupada às estruturas de conhecimento do educando, passando a ganhar sentido mediante a relação com seu conhecimento prévio. Na aprendizagem mecânica pode ocorrer algum tipo de associação entre o novo conceito e a estrutura cognitiva do indivíduo, porém essa associação não se dá como na Aprendizagem Significativa, em que há uma interação com a estrutura cognitiva.

De modo geral, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) apontam que ambas aprendizagens, significativa e mecânica, podem apresentar dois tipos básicos de aprendizagem: por recepção e por descoberta.

Esclarecem, ainda, que a aprendizagem por recepção ocorre sob a forma de aprendizagem mecânica ou de Aprendizagem Significativa quando todo conteúdo a ser aprendido é apresentado ao estudante sob a forma final. Logo, a tarefa de aprendizagem não envolve qualquer descoberta independente por parte do estudante. Dele exige-se somente a internalização ou incorporação do material que lhe é apresentado de forma a tornar-se acessível ou reproduzível em alguma ocasião futura (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Conforme Moreira (2006), explicar a velocidade média, apresentando, de imediato, aos estudantes, a lei de formação para realizar o cálculo numérico e, assim, obter o valor da velocidade média, exemplifica um caso, onde o professor estará exigindo apenas a internalização da lei de formação, para que o estudante possa aplicá-la como algoritmo na resolução de atividades. Assim, acontece a aprendizagem por recepção no estudo da velocidade.

O exemplo citado será aprendizagem por recepção mecânica, quando for exigido do educando apenas a internalização da lei de formação, sem nenhum significado. Quando a lei de formação for entendida durante o processo de internalização do conteúdo, torna-se significativa.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) também explicam que na aprendizagem por descoberta, seja ela mecânica ou significativa, o estudante deve reagrupar informações, integrá-las à estrutura cognitiva existente, reorganizar e transformar a combinação integrada, de tal forma que dê origem ao produto final desejado ou à descoberta de uma relação perdida entre meios e fins. Concluída a aprendizagem por descoberta, o conteúdo desvendado torna-se significativo, da mesma forma que o conteúdo apresentado se torna significativo na aprendizagem por recepção.

Então, para que ocorra a aprendizagem por descoberta é necessário, por exemplo, que o estudante, pelas medições do espaço percorrido e do tempo gasto para percorrê-lo, chegue, por meio de processos metodológicos, ao resultado da velocidade média que o objeto percorreu.

Ressalta-se que a aprendizagem será mecânica, quando for solicitado do educando apenas os cálculos da velocidade média, sem nenhum significado. Será significativa quando a construção for compreendida durante o processo de internalização.

De acordo com Moreira e Masini (2006), à medida que ocorre a Aprendizagem Significativa, conceitos são desenvolvidos, elaborados e diferenciados em decorrência de sucessivas interações. Tal postura leva à diferenciação progressiva e à reconciliação integrativa.

A Aprendizagem Significativa pode ser definida como um processo contínuo e que ocorre ao longo da vida escolar. Alunos adquirem conhecimentos significativos à medida que são estabelecidas novas relações entre os conceitos apresentados. Encontra-se aqui a diferenciação progressiva, na qual, segundo Moreira e Masini (2006), o conteúdo deve ser programado de forma que os conceitos gerais e inclusivos da disciplina sejam apresentados primeiro e, progressivamente, distinguidos por meio de conceitos específicos.

A relação entre o novo conhecimento e o conhecimento já existente na estrutura cognitiva do aprendiz, ou conhecimento prévio, é a diferença entre a Aprendizagem Significativa e a aprendizagem mecânica ou memorística⁸.

Esmiuçando o que foi descrito, segue a afirmativa seguinte na ideia de Moreira (2006): velocidades média e instantânea devem ser inicialmente ensinadas num nível geral para, em um segundo momento, detalhá-las, destacando suas semelhanças e

⁸ A aprendizagem mecânica também é chamada de memorística (NOVAK, 1996), ou por memorização (AUSUBEL, 2003), ou ainda, vulgarmente conhecida como “decoreba”.

diferenças. Também, em um exemplo de Matemática, se pode citar a ideia geral de função, dando alguns exemplos e em segundo plano socializar os tipos de funções. Além disso, acredita-se que as contextualizações dos conteúdos corroboram para a Aprendizagem Significativa da Matemática.

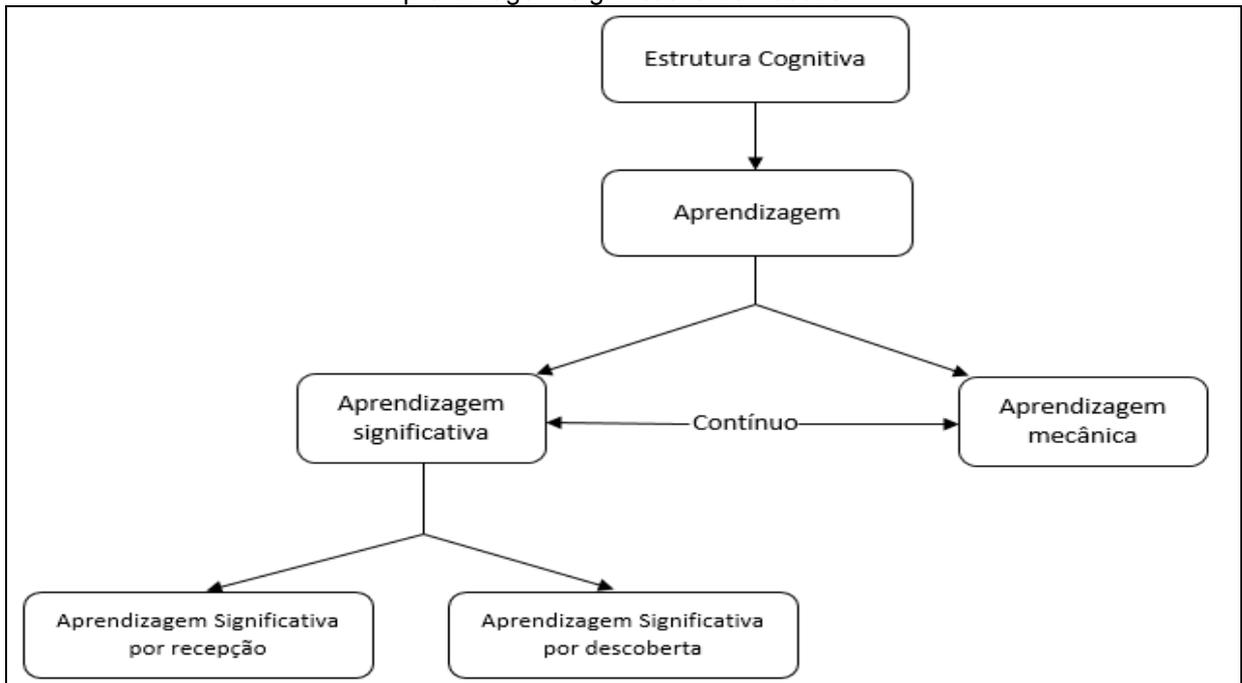
Já na reconciliação integradora, Moreira e Masini (2006) apontam que a apresentação do material deve ser através da exploração das relações entre as ideias, demonstrando as semelhanças e as diferenças significativas encontradas nos conteúdos estudados. Logo, a reconciliação integradora é o processo pelo qual o estudante reconhece novas relações entre conceitos, até então vistos de forma isolada.

Solicitar o cálculo da velocidade média e, posteriormente, elaborar atividades que forneçam o valor dela, devem preceder a solicitação para que o estudante encontre o espaço percorrido. Esse é o momento em que o professor deve elaborar questões diferentes daquelas que os estudantes estão acostumados a resolver. Na Matemática, sabe-se que o conhecimento matemático é necessário para a compreensão de uma grande diversidade de situações da vida cotidiana, servindo, também, como instrumento de investigação e apoio a outras áreas do conhecimento.

Concluimos que, para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), tanto a aprendizagem por recepção quanto a aprendizagem por descoberta pode ser significativa ou mecânica. Isso depende da maneira como a nova informação é armazenada na estrutura cognitiva. Ainda segundo esses autores, a aprendizagem por recepção e a aprendizagem por descoberta podem ocorrer simultaneamente na mesma atividade de aprendizagem, situando-se ao longo de um “*continuum*”.

Sintetizando, na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1973), os principais conceitos relativos à aprendizagem se articulam esquematicamente, conforme exposto na Figura 14.

Figura 14 - Esquema dos principais conceitos relativos à aprendizagem de acordo com a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel

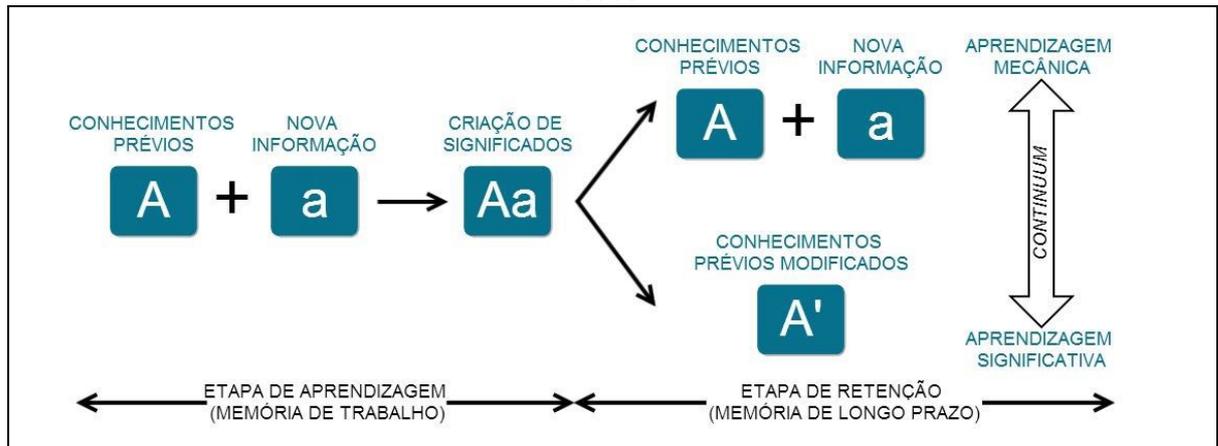


Fonte: Faria (1989, p. 07).

O mecanismo cognitivo preferencial de construção de conhecimento é via diferenciação progressiva, ou seja, quando as ideias e conceitos mais gerais e abrangentes são desdobrados em outros conceitos, pela introdução de detalhes e/ou exemplos em níveis hierárquicos mais específicos (AUSUBEL, 2000, p. 89-90, NOVAK, 2010, p. 70-71).

O Mapa Conceitual da Figura 15 mostra, por exemplo, a diferenciação progressiva do conceito “Teoria Educacional de Novak” em outros conceitos mais específicos (“motora”, “afetiva” e “cognitiva”), a fim de representar como Novak descreve o processo da aprendizagem humana. O indivíduo perceberá similaridades entre esses conceitos que, a princípio, parecem díspares quando eles estiverem suficientemente diferenciados, claros e estáveis na estrutura cognitiva. Esse processo é denominado reconciliação integrativa (AUSUBEL, 2000, p. 91, NOVAK, 2010, p. 71-75), que pode ser identificado na união dos conceitos “motora”, “afetiva” e “cognitiva” com o conceito “significado da experiência”.

Figura 15 - Comparação entre aprendizagem mecânica e significativa de acordo com a Teoria de Ausubel



Fonte: Ausubel (2000, p. 91) e Novak (2010, p. 71-75).

Para tanto, Ausubel (1973) aponta que o professor deve identificar um conteúdo relevante na estrutura cognitiva do estudante e valer-se desse conteúdo para o desenvolvimento da aprendizagem do novo material. Ressaltar relações entre os conteúdos novos e os conteúdos velhos, oferecer uma visão geral do material em um nível mais elevado de abstração. São essas atitudes coniventes a esse campo de estudos.

Urge que o material seja importante, vantajoso e potencialmente significativo para que o estudante seja capaz de manifestar uma disposição de relacionar o novo material, de maneira substantiva e não arbitrária, à sua estrutura cognitiva, proporcionando uma Aprendizagem Significativa.

A Aprendizagem Significativa caracteriza-se pela interação entre o conhecimento prévio e os novos conhecimentos, através da diferenciação progressiva e a reconciliação integradora (ou reconciliação integrativa), que são processos cognitivos que ocorrem de forma simultânea e dinâmica.

Na diferenciação progressiva, os novos conhecimentos serão construídos a partir de conceitos abrangentes, permitindo, dessa forma, mudança na significação dos subsunçores, de acordo com a construção do aprendizado. Conforme Moreira (2011a):

[...] a Aprendizagem Significativa decorre da interação não-arbitrária e não-literal de novos conhecimentos com conhecimentos prévios (subsunçores) especificamente relevantes. Através de sucessivas interações, um dado subsunçor vai, de forma progressiva, adquirindo novos significados, vai ficando mais rico, mais refinado, mais diferenciado, e mais capaz de servir de ancoradouro para novas aprendizagens significativas (MOREIRA, 2011a, p. 20).

Pode-se exemplificar a diferenciação progressiva da seguinte forma, conforme Moreira (1987): um aprendiz que conhece o significado de litro e passa a compreender sobre volume de água em uma piscina. Nesse caso, o subsunçor conhecido, litro, passa a ter novos significados, estabelecendo novas relações e sistematizando os pensamentos do aprendiz.

A diferenciação progressiva se dá quando um novo conceito ou proposição é aprendido pelo processo de subordinação, ou seja, há uma interação e ancoragem dos conceitos novos com os subsunçores (MOREIRA, 1999).

Na reconciliação integradora, o aprendiz produz novos significados através da recombinação na estrutura cognitiva de dados, com a integração de novos significados, a eliminação das diferenças e a superordenação das informações. Dessa forma, os novos conhecimentos passam a subordinar os prévios. No momento em que o aprendiz consegue compreender as diferenças e semelhanças existentes, ele efetiva a Reconciliação Integradora. De acordo com o exemplo anteriormente citado, no momento em que o aprendiz compreende as diferenças entre o litro e o volume de água de uma piscina, ele passa usar a reconciliação integradora. Dessa maneira, o aluno deve criar e recriar relações conceituais como forma de integrar os significados emergente de modo harmonioso com os demais (MOREIRA, 1987).

Segundo Moreira (2011a, p. 22):

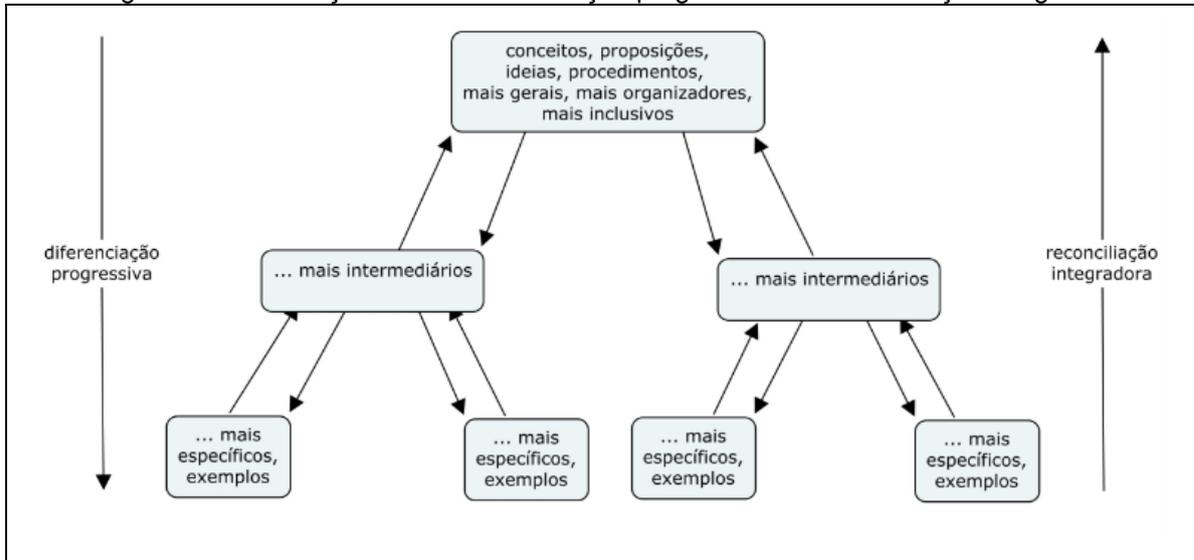
Quando aprendemos de maneira significativa temos que progressivamente diferenciar significados dos novos conhecimentos adquiridos a fim de perceber diferenças entre eles, mas é preciso também proceder a reconciliação integradora. Se apenas diferenciarmos cada vez mais os significados, acabaremos por perceber tudo diferente. Se somente integrarmos os significados indefinidamente, terminaremos percebendo tudo igual. Os dois processos são simultâneos e necessários à construção cognitiva, mas parecem ocorrer com intensidades distintas.

Nas considerações de Ausubel (2003), os novos conhecimentos passam a ter significado para o aprendiz e ocorre uma ressignificação dos conhecimentos prévios, que passam a fazer parte de uma estrutura cognitiva. Para ele, o ensino deve ser trabalhado sob a perspectiva da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, partindo da apresentação dos conteúdos mais gerais seguindo para os mais inclusivos. Dessa forma, possibilita-se que os conteúdos sejam mais específicos, sistematizados e com mais exemplos.

Na Figura 16, vê-se a relação existente entre a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora na apresentação do conteúdo, começando pela significação

geral para o significado mais específico. A aprendizagem do conteúdo vai sendo estruturada de acordo com a construção cognitiva do aprendiz. Através da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, o conteúdo apresentado de forma geral vai se estabelecendo numa estrutura cognitiva mais específica.

Figura 16 - A interação entre a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora



Fonte: Moreira (2011a, p. 44).

Quando o aprendiz não dispõe de subsunçores que lhe permitam consolidar o processo de aprendizagem através da diferenciação progressiva e a reconciliação integradora, se poderia fazer uso de organizadores prévios, que funcionam como pontes cognitivas, na introdução do novo conteúdo. Para Moreira (2013, p. 16):

Os organizadores prévios podem ajudar a diferenciação progressiva na medida em que são usados no início de cada novo tópico, ou cada nova unidade didática mostrando como este tópico ou essa unidade se diferencia de tópicos e unidades anteriores. Podem também facilitar a reconciliação integrativa quando delineiam, explicitamente, as principais similaridades e diferenças entre novos conhecimentos e aqueles já existentes na estrutura cognitiva de quem aprende.

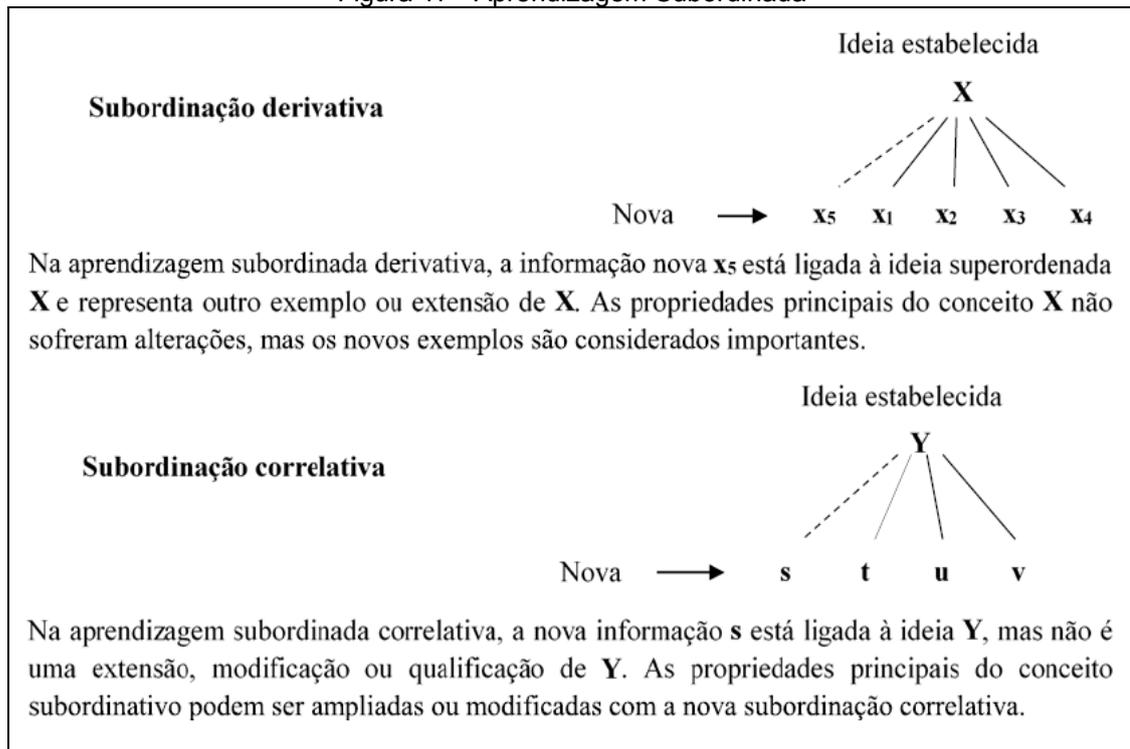
Uma vez que os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora desencadeiam a Aprendizagem Significativa, essa se subdivide em outras três formas: Aprendizagem por Subordinação, Aprendizagem por Superordenação e Aprendizagem por Combinação.

Na Aprendizagem por Subordinação, os novos conhecimentos, com significativo enfático, são associados a subsunçores mais gerais e passam a ter significados através do processo da estrutura cognitiva, que ocorre por meio da

Aprendizagem Conceitual e da Aprendizagem Proposicional, em que essas novas informações se ligam ou se apoiam, em aspectos relevantes da estrutura cognitiva do aprendiz. Nessa aprendizagem, os conceitos inclusores são hierarquicamente superiores na estrutura cognitiva ao do material que precisa ser aprendido e que estabelece uma diferenciação progressiva dos conceitos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; SALA; GONI, 2000).

Na Aprendizagem Subordinada, os conceitos inclusores estão hierarquicamente superiores ao material a ser aprendido, podendo ser de dois tipos: (1) subordinação derivativa - as novas ideias na tarefa de aprendizagem são ilustrativas de um conceito ou proposição existente na estrutura cognitiva. Nesse processo, o material de aprendizagem é compreendido e produzido quando novos conceitos têm um caráter de exemplos ou de ilustração dos conceitos existentes ou inclusores e (2) subordinação correlativa - as novas ideias na tarefa de aprendizagem são extensões, elaborações, modificações ou qualificações dos conceitos ou proposições relevantes existentes na estrutura cognitiva, quando precisa de novos conhecimentos e não podem ser derivados dos conhecimentos superordenados já existentes ou inclusores. Isso porque o novo conteúdo é uma extensão, modificação, elaboração ou qualificação dos conceitos ou proposições previamente adquiridas (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2003), conforme exemplo ilustrativo na Figura 17.

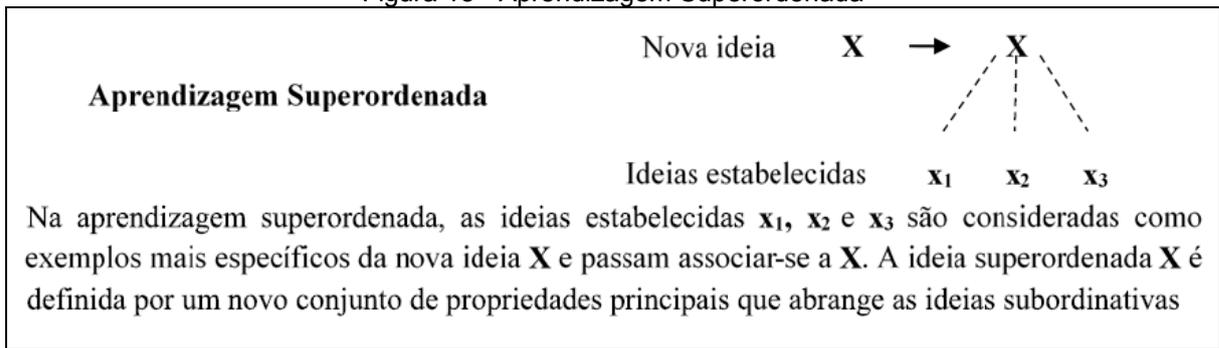
Figura 17 - Aprendizagem Subordinada



Fonte: Ausubel; Novak e Hanesian, (1980, p. 57).

Já na Aprendizagem por Superordenação, envolvem-se processos de indução, abstração e síntese, através dos quais os novos conhecimentos e os subsunçores existentes passam a subordinar os conhecimentos que lhes deram origem, sendo fundamentais na aquisição de conceitos. Nesse processo, um conceito ou proposição potencialmente significativo **X**, mais geral ou inclusivo do que ideias ou conceitos existentes na estrutura cognitiva **x₁**, **x₂** e **x₃**, é obtido a partir deles e passa a assimilá-los, ou seja, no momento em que se processa a Aprendizagem Significativa. Além de formar conceitos subsunçores é possível, também, acontecer interação entre esses conceitos. A título de exemplo, quando o aluno desenvolve os conceitos de números, proporcionalidade, equações, inequações, gráficos, entre outros, ele pode aprender, posteriormente, que esses conceitos são subordinados ao conceito de sistema de equações/inequações. No entanto, quando o conceito de sistema de equações/inequações for desenvolvido, os conceitos antecipadamente aprendidos apropriam a condição de subordinados ao conceito de sistema que caracteriza uma Aprendizagem Superordenada, conforme Figura 18.

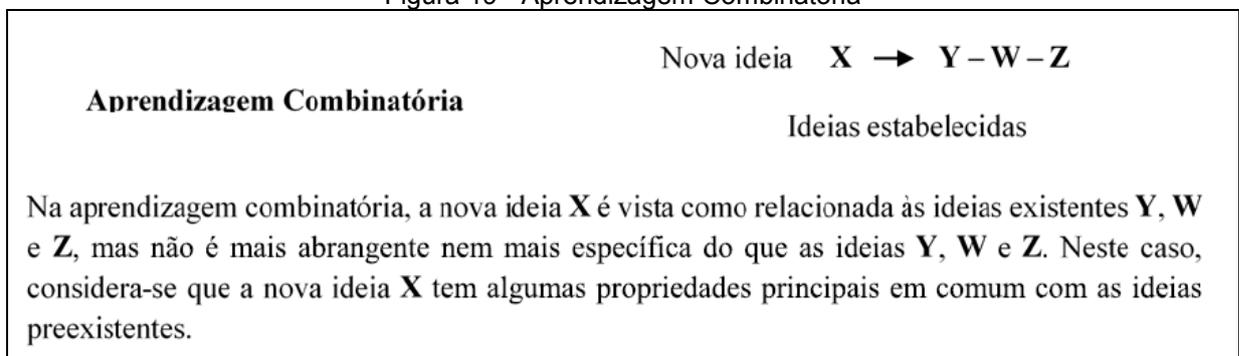
Figura 18 - Aprendizagem Superordenada



Fonte: Ausubel; Novak e Hanesian, (1980, p. 57).

Já na Aprendizagem por Combinação, o aprendiz fará relações entre diversos subsunçores já existentes na estrutura cognitiva, mas sem ser, nem mais inclusiva e nem mais específica que os já existentes. Caracteriza-se pelo fato de que os novos conceitos e proposições não podem ser associados de forma Subordinada ou Superordenada com ideias relevantes específicas na estrutura cognitiva do aprendiz, uma vez que não há relação hierárquica entre os conhecimentos prévios e o novo material, mas que eles estão em um mesmo nível conceitual na estrutura cognitiva já existente inicialmente, tornando-se mais difícil de aprender e recordar do que no caso da Aprendizagem Subordinada ou Superordenada. São exemplos de Aprendizagem Combinatória, quando as novas generalizações incorporadas e esclarecidas que os estudantes apreendem em Matemática e em outras matérias condizente a Figura 19 (MADRUGA, 1996; SALA; GONI, 2000; AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2003).

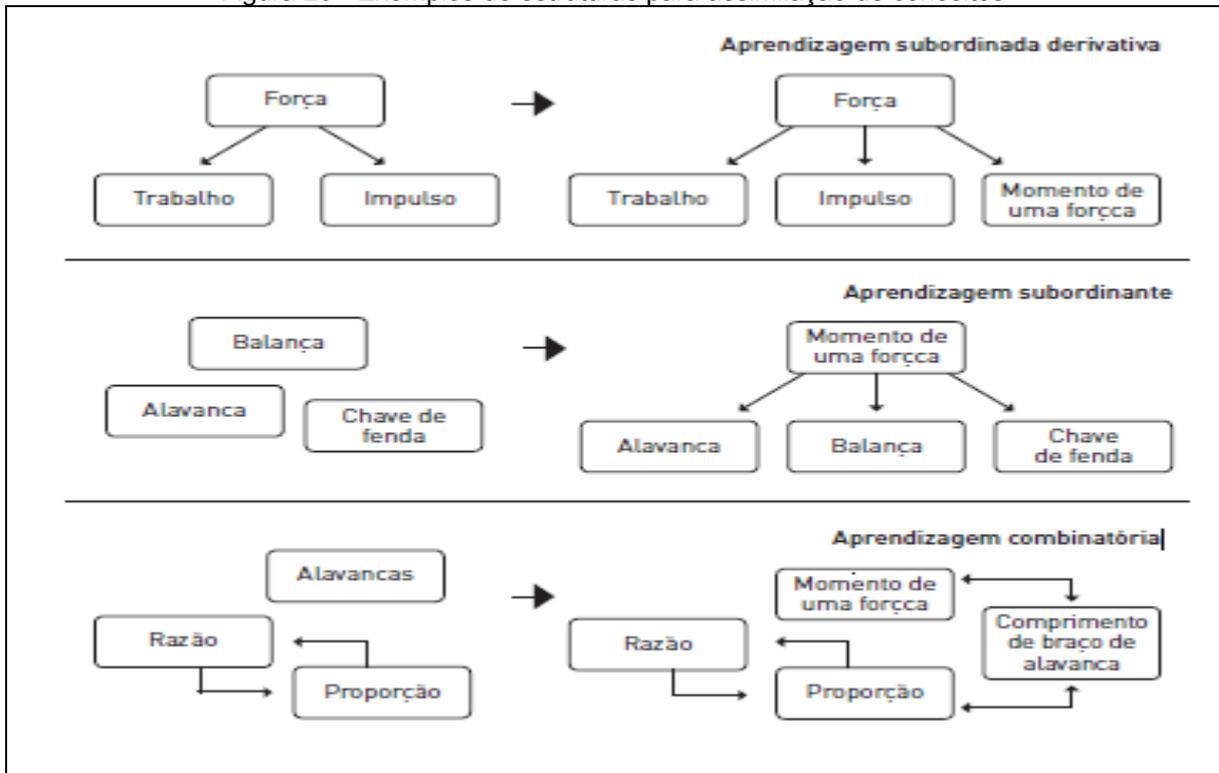
Figura 19 - Aprendizagem Combinatória



Fonte: Ausubel; Novak e Hanesian, (1980, p. 57).

Segue exemplo de Aprendizagem Significativa, referente às três formas de aprendizagem relacionada ao conteúdo de Física, demonstrado na Figura 20.

Figura 20 - Exemplos de estruturas para assimilação de conceitos



Fonte: Ribeiro, Revista Ensaio (2012).

A Aprendizagem Subordinada Derivativa: a ideia nova (momento de uma força) é ligada a uma ideia subordinante já existente (força) e representa um exemplo ou extensão dela. A ideia estabelecida não é modificada.

Aprendizagem Subordinante: as ideias já estabelecidas, como exemplos de alavancas, são reconhecidas como casos mais específicos da nova ideia de momento de uma força. Essas ideias antigas transformam-se em ramificações hierarquicamente inferiores da ideia nova.

Aprendizagem Combinatória: a ideia nova é relacionada com uma ou mais ideias estabelecidas por analogia, devendo existir alguns atributos em comum entre ambas. Por exemplo, a ideia já existente de “razão e proporção” pode auxiliar a compreensão da relação entre força e distância na construção da grandeza de momento de uma força.

A Aprendizagem Subordinada, Superordenada e a Combinatória são processos cognitivos internos e a posse de novos conhecimentos depende das ideias relevantes que fazem parte da estrutura cognitiva e a Aprendizagem Significativa ocorre por meio da interação entre o novo material e a estrutura cognitiva existente,

que é a assimilação dos antigos e novos significados, produzindo uma estrutura altamente diferenciada (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Os tipos de Aprendizagens Subordinada, Superordenada e Combinatória, segundo Moreira (1982), são compatíveis e adaptáveis com a Aprendizagem Representacional, de Conceitos e Proposicional, já que a Aprendizagem de Conceitos pode ser Subordinada, Superordenada, ou em menor intensidade, Combinatória e a Aprendizagem Proporcional, também pode ser Subordinada, Superordenada ou Combinatória.

Além das três formas de aprendizagem há, também, três tipos de aprendizagem: a Representacional, a Conceitual e a Proposicional. A Aprendizagem Representacional acontece quando um símbolo vem a representar, em significado, um determinado objeto ou evento, o que passa a ser significativo para o aprendiz. Nas palavras de Ausubel (2003, p. 1):

A Aprendizagem Representacional (tal como a atribuição de um nome) aproxima-se da aprendizagem por memorização. Ocorre sempre que o significado dos símbolos arbitrários se equipara aos referentes (objetos, acontecimentos, conceitos) e tem para o aprendiz o significado, seja ele qual for, que os referentes possuem. A Aprendizagem Representacional é significativa, porque tais proposições de equivalência representacional podem relacionar-se de forma não arbitrária, como exemplares, a uma generalização existente na estrutura cognitiva de quase todas as pessoas, quase desde o primeiro ano de vida – de que tudo tem um nome e que este significa aquilo que o próprio referente significa para determinado aprendiz.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), por volta do final do primeiro ano de vida, a criança já adquire a capacidade de compreender que é possível usar símbolos para representar qualquer significado e essa compreensão ocorre através da linguagem verbal. Como exemplo, quando se fala o nome gato, todos compreendem seu significado, que é único, próprio.

A Aprendizagem Conceitual acontece quando o aprendiz passa a perceber regularidades em objetos ou eventos, passando a representá-los através de um símbolo sem depender de um referencial concreto. No entendimento de Ausubel (2003, p. 2), conceitos são “objetos, acontecimentos, situações ou propriedades, com atributos específicos comuns, designados pelo mesmo signo ou símbolo”. Os autores, Ausubel (2003) e Moreira e Masini (1982) apresentam dois métodos gerais de Aprendizagem Conceitual:

- Formação de conceitos - consiste em um processo de abstração dos aspectos comuns característicos de uma classe de objetos ou eventos que variam

contextualmente. Ocorre, principalmente, nas crianças jovens e pode-se dizer que é uma aprendizagem por descoberta;

- Assimilação de conceitos - consiste na forma dominante de aprendizagem conceptual nas crianças em idade escolar e nos adultos. É a forma como os adultos adquirem novos conceitos pela recepção de seus atributos criteriosais e pela ligação desses atributos com ideias relevantes já estabelecidas na sua estrutura cognitiva.

Para Ausubel (2003), os conceitos, quando tem nomes, como no caso dos objetos ou acontecimentos particulares, são mais rápidos para operar, compreender e transferir do que os que não possuem. Dessa forma, os nomes dos conceitos são colhidos pela Aprendizagem Representacional Significativa depois de terem adquirido os significados dos próprios conceitos.

Por fim, na Aprendizagem Proposicional caracteriza-se pela aprendizagem do significado das proposições, ou seja, de ideias expressas por grupo de palavras combinadas que passam a ter significado para o aprendiz. Segundo Ausubel (2003, p. 2), ela ocorre na medida em que surgem novos significados depois de uma tarefa de aprendizagem potencialmente significativa se relacionar e interagir com ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva.

Sendo assim, a presunção da teoria da Aprendizagem Significativa é de que o aprendiz fará as relações necessárias entre os novos conhecimentos e os subsunçores presentes em sua estrutura cognitiva. Ausubel (2003, p. 56) considera que:

[...] que os aprendizes empreguem quer um mecanismo de Aprendizagem Significativa, quer que o material que apreendem seja potencialmente significativo para os mesmos, ou seja, passível de se relacionar com as ideias relevantes ancoradas nas estruturas cognitivas dos mesmos.

Nessa investigação, busca-se compreender como o conceito de Aprendizagem Significativa pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem, envolvendo os alunos do curso de Administração, na disciplina de Pesquisa Operacional. Conceitualmente, Pesquisa Operacional pode ser compreendida como uma Ciência que faz uso de modelos matemáticos para tomada de decisões.

Dessa forma, justifica-se a inserção e a descrição dos itens sobre Pesquisa Operacional e Modelagem Matemática.

3.2 PESQUISA OPERACIONAL: CONCEITOS, OBJETIVOS E TECNOLOGIAS

Nessa investigação foi aplicado um experimento com alunos da disciplina de Pesquisa Operacional, o que nos levou a desenvolver esse conceito.

O termo Pesquisa Operacional (PO) tem origem no idioma inglês, com tradução direta como *Operational Research* e seu surgimento está relacionado à invenção do radar na Inglaterra no ano de 1934. No decorrer da Segunda Guerra Mundial as técnicas de Pesquisa Operacional começaram a serem desenvolvidas e utilizadas por equipes responsáveis pela resolução de problemas de operações de guerras, como manutenção e inspeções de aviões, escolha do tipo de avião apropriado para a missão, crescimento da probabilidade de destruição de submarinos inimigos, controle de artilharia antiaérea e dimensionamento das frotas (ARENALES *et al.*, 2007, p. 1).

De acordo com Andrade (2011), a Pesquisa Operacional iniciou durante a Segunda Guerra Mundial, por meio de equipes multidisciplinares que estudaram métodos para resolver problemas de operações militares. Pelo ótimo desempenho dessa técnica, passou a ser utilizada por acadêmicos e empresários na resolução de problemas de administração.

Conforme Arenales *et al* (2011), o termo Pesquisa Operacional é atribuído ao superintendente da estação A. P. Rowe,⁹ que, em 1938, coordenava equipes para examinar e eficiência de técnicas de operações advindas de experimentos com interceptação de radar. Segundo os autores (2011, p. 1), em 1941,

foi inaugurada a Seção de Pesquisa Operacional do Comando da Força Aérea de Combate, com equipes envolvidas em problemas de operações de guerra, como manutenção e inspeção de aviões, escolha do tipo de avião para uma missão e melhoria na probabilidade de destruição de submarinos. Outros problemas incluíam controle de artilharia antiaérea e dimensionamento de comboios de frota. A análise científica do uso operacional de recursos militares de maneira sistemática foi iniciada na Segunda Guerra Mundial (ARENALES *et al*, 2011, p. 1).

Após o final da guerra, de acordo com Arenales *et al.* (2011, p. 1), a

⁹ Ver, por exemplo, Kirby (2006).

Pesquisa Operacional evoluiu rapidamente na Inglaterra e nos Estados Unidos. Em 1947, foi implantado o projeto SCOP (Scientific Computation of Optional Programs) no Pentágono, com o objetivo de apoiar decisões de operações na força aérea americana. O projeto continha um grupo de pesquisa coordenado pelo economista Marshall Wood e pelo matemático George Dantzig. Durante esse projeto, Dantzig desenvolveu, formalizou e testou o método simplex para resolver problemas de programação linear (otimização linear). Esses desenvolvimentos se basearam em trabalhos precursores, notadamente do matemático russo Leonid Kantorovich¹⁰, o termo Programação Linear foi sugerido a Dantzig pelo economista T. C. Koopmans (tanto Koopmans quanto Kantorovich ganharam posteriormente o prêmio Nobel de economista de 1975, pelas contribuições à teoria de alocação ótima de recursos).

Segundo Arenales *et al* (2007), a sociedade científica americana de Pesquisa Operacional (ORSA - Operations Research Society of America) em 1952, foi fundada em 1953, e a sociedade inglesa de Pesquisa Operacional (ORS - Operational Research Society) e a americana de ciências de administração (TIMS - The Institute of Management Sciences).

No ano de 1957, segundo Arenales *et al*:

foi realizada a primeira conferência internacional de Pesquisa Operacional em Oxford, na Inglaterra. Nessa conferência, foi possível constatar claramente os focos diferentes nos trabalhos apresentados pelos cientistas ingleses e americanos. Os trabalhos dos ingleses enfatizaram estudos de caso ou problemas específicos, enquanto os trabalhos dos americanos abordavam modelos e métodos matemáticos (metodologias) em diversos temas, tais como teoria de estoques, substituição de equipamentos, teoria de filas, programação (scheduling – troca de processo) de tarefas em máquinas, teoria de jogos, fluxos em redes e otimização linear (ARENALES *et al*, 2007, p. 2).

A partir do início da década de 1950 até 1960, a Pesquisa Operacional foi aplicada em uma variedade de problemas oriundos dos setores público e privado.

Conforme Arenales *et al*:

alguns exemplos de aplicações envolviam diversos setores industriais e financeiros, como: mineração, metalúrgico, construção civil e militar, têxtil, farmacêutico, bancário e transportes. Também exemplos de aplicações no setor público envolviam coleta de lixo, transporte e polícia, entre outros. Desde então, a Pesquisa Operacional tem sido aplicada às mais diversas áreas de produção e logística, incluindo indústrias de alimentação, automóveis, aviação, computadores, eletrônica, metalurgia, mineração, mísseis, móveis, papel, petróleo, telecomunicações, transportes, além de organizações de serviço (públicas e privadas), como: bancos e seguradoras,

10 O trabalho de 1939 de Kantorovich (intitulado “Métodos Matemáticos na organização e no planejamento de produção”) é considerado um dos precursores da Pesquisa Operacional, ao apontar que uma das maneiras de se aumentar a eficiência em uma empresa seria por meio de melhorias na organização e no planejamento da produção.

hospitais, bibliotecas, sistemas judiciais, agências de viagens e turismo, energia, esportes, trânsito, agências de governo (federais, estaduais e municipais), etc (ARENALES *et al*, 2011, p. 2).

A Pesquisa Operacional, do ponto de vista educacional, era estudada apenas em cursos de pós-graduação, mas, a partir da década de 1970, passou a ser objeto, também, de cursos de graduação. Os primeiros livros influentes na área de otimização foram: *Linear Programming: Methods and Applications* (GASS, 1958), *Applied Dynamic Programming* (Bellman e Dreyfus, 1962), *Flows in Networks* (FORD E FULKERSON, 1962) e *Linear Programming and Extensions* (DANTZIG, 1963).

De acordo com Arenales *et al*:

atualmente, existem várias sociedades científicas em diversos países que agregam pessoas e entidades interessadas na teoria e prática da Pesquisa Operacional. Por exemplo, na Inglaterra existe a anteriormente citada ORS; nos Estados Unidos, o INFORMS (*Institute for Operations Research and the Management Sciences*), criado em 1995 agregando as sociedades anteriores ORSA e TIMS; na Alemanha, a GOR (*German Operations Research Society*); no Canadá, a CORS (*Canadian Operations Research Society*); e, em Portugal, a APDIO (Associação Portuguesa de Investigação Operacional). Existem também grupos regionais de associações de sociedades científicas de Pesquisa Operacional, como a ALIO (*Asociación Latino-Ibero-Americano de Investigación operativa*), que reúne doze sociedades científicas, a EURO (Associação das Sociedades de Pesquisa Operacional as Europa), que reúne 29 sociedades científicas, a APORS (Associação das Sociedades de Pesquisa Operacional da Ásia do Pacífico), que reúne dez sociedades científicas, e a NORAM (Associação das Sociedades de Pesquisa Operacional da América do Norte). Há também a Federação Internacional das Sociedades de Pesquisa Operacional (IFORS – *International Federation of Operational Research Societies*), com 52 membros de sociedades nacionais e mais os grupos regionais (ARENALES *et al*, 2007, p. 2).

No Brasil, a Pesquisa Operacional iniciou-se, basicamente, na década de 1960. Segundo Arenales *et al* (2007, p. 3),

o primeiro simpósio brasileiro de Pesquisa Operacional foi realizado em 1968 no ITA, em São José dos Campos, São Paulo. Em seguida, foi fundada a SOBRAPO (Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional), que publica o primeiro periódico científico Pesquisa Operacional há mais de 25 anos. O livro *25 Anos de Pesquisa Operacional no Brasil*, edição comemorativa do Jubileu de Prata da SOBRAPO, lançado em 1993, contém relatos da história da Pesquisa Operacional no Brasil e de pesquisadores pioneiros no país.¹¹

¹¹ Em Campello *et al*. (2003) e Bornstein *et. al*. (2004), estão descritos os feitos de outros dois pesquisadores que deram uma contribuição significativa para o crescimento e a consolidação da Pesquisa Operacional no país.

Para os autores Bilinski e Fernandes (2016), a Pesquisa Operacional é dita como estudo que desencadeia processos, sugerindo um conjunto de possibilidades e ações mediante o processo organizacional. Arenales *et al.* (2007), certificam que Pesquisa Operacional se constitui no desenvolvimento de metodologias científicas de sistemas complexos, simulando estratégias e decisões nos modelos. Objetivam aperfeiçoar a forma de operar, planejar os diversos sistemas e apoiando definição de políticas e tomada de ações com base científica. Essa definição foi proposta na primeira página do periódico inglês *Operational Research Quarterly*, em 1967. Em conceitos mais recentes, Pesquisa Operacional possui foco no processo de tomada de decisão, utilizando métodos matemáticos e ferramentas de *software* e *hardware* juntamente com várias áreas científicas interligadas para articular e modelar problemas, identificando os objetivos e restrições em que o sistema irá operar objetivando otimizar resultados e, conseqüentemente, o aumento do desempenho corporativo.

Os autores Silva, D. Maria *et al.* (2019) definem a Pesquisa Operacional como o método aplicado para conduzir e coordenar as operações nas organizações, mediante simulações, para encontrar o melhor cenário para determinado acontecimento no processo específico. De acordo com Hillier e Lieberman, 2013, pode-se asseverar que a Pesquisa Operacional busca determinar a solução com maior efetividade para a situação, chamada de solução ótima. Nessa ótica, a Pesquisa Operacional é uma ferramenta muito utilizada nos mais diversos setores, para otimizar os processos, buscando resultados cada vez melhores.

Muitos autores definem a Pesquisa Operacional, de modo geral, como um método para a tomada de decisões. Para Andrade (2011), Pesquisa Operacional é um método científico de tomada de decisão que tem uma ampla aplicação e tornou-se uma das mais eficazes ferramentas para os estudos de gestão, como organização de transportes, determinação de políticas de estoque, problemas de produção e misturas de componentes, entre outros casos.

Para Tanenbaum *et al.* (2017) é um ramo interdisciplinar da Matemática Aplicada que propõe técnicas para modelagem e solução de problemas de otimização de recursos que, por sua vez, influenciam as tomadas de decisão apoiados por Montevechi, onde diz que:

Pesquisa Operacional é a aplicação do método científico, por equipes interdisciplinares, a problemas que dizem respeito ao controle de sistemas organizados (homem-máquina) com a finalidade de obter as soluções que melhor satisfazem aos objetivos da organização, como um todo (MONTEVECHI, 2006, p.3).

Sá, Arpini e Santos (2019) institui Pesquisa Operacional como a ciência de conhecimento que estuda, desenvolve e usa métodos matemáticos para resolver problemas objetivando à otimização de recursos e também para auxiliar na tomada de decisões mais efetivas e de gerar sistemas mais lucrativos.

Para Loesch e Hein (2009. p. 1), a Pesquisa Operacional se classifica como uma ciência do conhecimento. Eles afirmam que ela “como ciência estrutura processos, propondo um conjunto de alternativas e ações, fazendo a previsão e a comparação de valores, de eficiência e custos”.

Muitos problemas, até pouco tempo, não podiam ser resolvidos pela utilização de modelos, “não existiam nem dados e informações sobre os problemas, ou mesmo poder computacional para resolvê-los” (LATCHTERMACHER, 2007, p. 2). Portanto,

a única opção que se tinha como alternativa viável era o uso da intuição dos gestores, porém com o surgimento e difusão dos microcomputadores e com aprimoramento tecnológico dos bancos de dados foi cada vez maior a elaboração de modelos para auxílio do processo de tomada de decisão (LATCHTERMACHER, 2007, p. 2).

Segundo Colin:

A qualidade de um modelo está relacionada com a significância das respostas oferecidas por ele e pouco relacionada com sua adesão à realidade. É muito comum que pessoas menos instruídas no assunto acreditem que um bom modelo é aquele que espelha com fidelidade a realidade. Nós, por outro lado, acreditamos que um bom modelo é aquele que consegue capturar as principais características do sistema a ser otimizado e que, com a maior simplicidade possível, gera uma solução que facilita em muito a tomada de decisões (COLIN, 2007, p. 5).

Nos últimos anos, como ressalta Latchermacher (2007), a quantidade de informações cresceu significativamente, em grande parte, pelo avanço das Tecnologias Digitais. Sendo assim, se torna impossível montar modelos que englobem todas essas informações. Segundo o autor, deve-se analisar somente as informações relevantes, descartando as irrelevantes, de forma a modelar a situação, para que, posteriormente, essa possa ser analisada e aprimorada. A percepção do

tomador de decisão é fundamental na escolha das variáveis relevantes da situação-problema, que comporão o modelo para melhorar o processo de tomada de decisão.

Atualmente, a Pesquisa Operacional é considerada uma ferramenta quantitativa utilizada pelas empresas essencialmente para a resolução de problemas nos mais distintos segmentos de atuação, conforme Moreira:

A Pesquisa Operacional lida com problemas de como conduzir e coordenar certas operações em uma organização, e tem sido aplicada a diversas áreas, tais como indústria, transportes, telecomunicações, finanças, saúde, serviços públicos, operações militares etc. (MOREIRA, 2010, p. 3).

Corroborando com as ideias dos autores acima, a Pesquisa Operacional é uma ferramenta Matemática que contribui na atuação das tomadas de decisão em circunstâncias reais. Também pode ser definida como recurso indispensável, uma vez que se apresenta como estratégia para tomada racional de decisões gerenciais, substituindo as decisões empíricas, geralmente utilizadas nos mais diversos cenários. Tais ações demonstram a flexibilidade da técnica, adaptável a quaisquer tipos de situações, desde que hajam dados numéricos sobre o determinado processo.

Em particular, pode-se dizer, que a Pesquisa Operacional nos auxilia em resoluções de problemas que se apresentam em diferentes segmentos, através de técnicas e modelos matemáticos. É possível otimizar processos, obter menores custos, melhoras no nível de serviços e planejamento estratégico.

Portanto, pode-se dizer que a Pesquisa Operacional é uma Ciência aplicada. Hillier e Lieberman (2010, p. 4) citam exemplos de aplicações da Pesquisa Operacional como forma de resolução de problemas de otimização. Alguns exemplos citados são:

- maximizar as operações de produção nas fábricas químicas para atingir os objetivos de produção (elevar quantidade e qualidade, por exemplo) a um custo mínimo;
- otimizar o desenho de uma rede de transporte rodoviário e suas rotas, isto é, entregar mais em menos tempo;
- maximizar o lucro na alocação de tipos de aeronaves em voos domésticos. Em outras palavras, decidir quantos e quais tipos tamanhos de aviões fariam tais voos minimizando o desperdício de recursos (lugares disponíveis, pessoas, combustível, etc.);

- programar a escala de funcionários para fornecer um nível de atendimento ao cliente adequado a um custo mínimo.

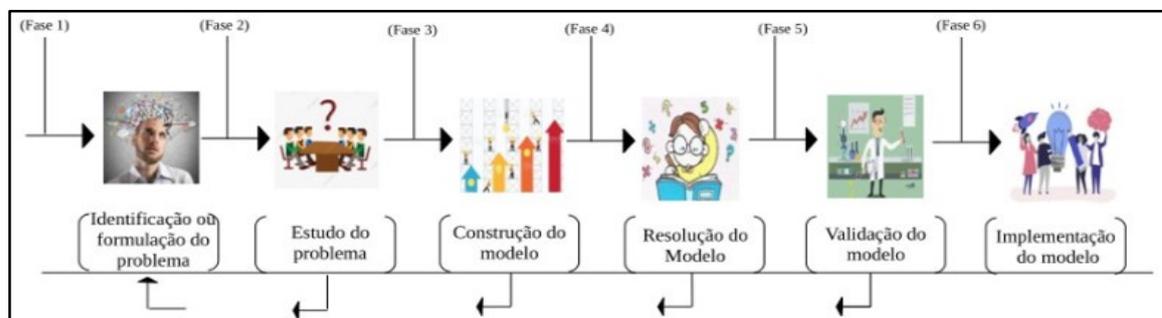
Segundo Lachtermacher (2009, p. 2) relaciona uma série de situações na qual a Pesquisa Operacional pode ajudar no processo de decisão, sendo elas:

- problemas de otimização de recursos;
- problemas de localização;
- problemas de roteirização;
- problemas de carteiras de investimentos;
- problemas de alocação de pessoas;
- problemas de previsão de planejamento;
- problemas de alocação de verbas de mídia.

Evidentemente é uma condição da vida humana a tomada de decisão nos processos nas organizações por intermédio do uso dos modelos matemáticos para o desenvolvimento de simulações, as quais consistem em diversos métodos de resolução, em específico o Método Simplex, na busca da solução ótima com o auxílio da *ferramenta Solver*.

Na perspectiva dos autores Botacim, Fontana, Xavier e Souza (2019), comenta-se sobre as fases da Pesquisa Operacional que segundo Andrade (2014) não existe um número definido ou pré-estabelecido de fases para o processo de Modelagem, pois depende da complexidade mediante o problema a ser resolvido, conforme Figura 21.

Figura 21 - Fase da Pesquisa Operacional em forma de um diagrama



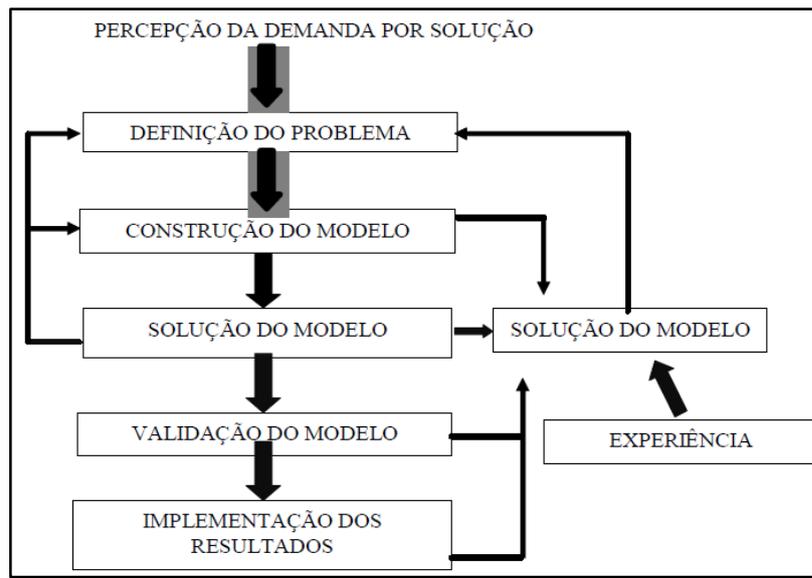
Fonte: Adaptado de Andrade (2014).

De acordo com Andrade (2000, p. 10-12) como a Pesquisa Operacional é uma ferramenta Matemática, ela é dividida em seis fases de um estudo em Pesquisa Operacional, expostas na Figura 22: definição do problema, construção do modelo,

solução do modelo, validação do modelo, implementação dos resultados e avaliação final.

Os procedimentos utilizados nessas fases dependem do tipo do problema em análise e do contexto que o envolve.

Figura 22 - Fase da Pesquisa Operacional



Fonte: Andrade (2000).

A seguir será explicada cada fase apresentada no esquema da Figura 22, conforme Andrade (2000).

A definição do problema: a definição do problema baseia-se em três aspectos: identificação das variáveis de decisão; descrição e definição dos objetivos; e reconhecimentos das limitações, restrições e exigências do sistema.

O problema começa a ser resolvido a partir da definição dos objetivos, os quais podem ser de maximização ou minimização de algo. O segundo ponto é determinar as variáveis de decisão, que devem estar relacionadas aos objetivos. Já o terceiro elemento é composto pelas restrições, limitações ou exigências existentes. É o período adequado para fazermos as proposições possíveis, verificando os registros e coletando novas informações, com máxima precisão e veracidade das informações. Na visão de Andrade (2009, p. 2) “o objetivo principal da Pesquisa Operacional é determinar a melhor utilização de recursos limitados procurando determinar a programação otimizada de atividades ou recursos”. Também Taha (2008, p. 4), contribui dizendo que a definição do problema envolve definir o escopo do problema sob investigação. Essa função deve ser executada por toda a equipe de Pesquisa

Operacional. A meta é identificar os três elementos principais de um problema de decisão: (1) descrição das alternativas de decisão, (2) determinação do objetivo do estudo e (3) especificação das limitações sob as quais o sistema modelado funciona.

A construção do modelo: o modelo a ser construído deve estar baseado na definição do problema. Essa é a fase que exige maior criatividade do analista, uma vez que a qualidade de todo o processo depende dessa etapa. Modelos matemáticos são muito utilizados pelas empresas em seus processos decisórios. Na visão de Goldbarg e Luna (2016) os modelos de Pesquisa Operacional são estruturados de forma lógica e formal, objetivando a otimização dos sistemas apresentados. Reforçando como diz Taha (2008, p. 4), construção do modelo implica uma tentativa de traduzir a definição do problema em relações Matemáticas. Se o modelo resultante se ajustar a um dos métodos matemáticos padrão, tal como, utilizando algoritmos disponíveis.

A solução do modelo: tem por objetivo encontrar uma solução para o modelo construído. Em Pesquisa Operacional algumas técnicas conhecidas como o Método Simplex, Análise de Sensibilidade, Dualidade, Simulação, entre outras, são empregadas na solução de modelos. O Método Simplex é uma das técnicas a se utilizar quando se trata de problemas com mais de duas variáveis controladas. Relativamente para Hillier e Lieberman (2010, p. 21) a “Pesquisa Operacional tenta solucionar conflitos de interesses entre as partes de uma organização, procurando uma melhor solução para a organização como um todo”. Existem também muitos recursos computacionais que permitem fazer o cálculo com extremo rigor, confiabilidade e rapidez. Pode-se destacar alguns como: *Solver* (Microsoft Office Excel), *Lindo*, *Lingo*, *OMP*, *Maple*, *PLM* e *WinQSB*. Nas palavras de Taha (2008, p. 4) é a fase mais simples de todas as fases da Pesquisa Operacional, porque se baseia na utilização de algoritmos de otimização bem definidos. Um aspecto importante da fase de solução do modelo é a análise de sensibilidade, que trata de obter informações adicionais sobre o comportamento da solução ótima quando o modelo passa por algumas mudanças de parâmetros. A análise de sensibilidade é particularmente necessária quando os parâmetros do modelo não podem ser estimados com precisão. Nesses casos é importante estudar o comportamento da solução ótima na vizinhança dos parâmetros estimados.

A validação do modelo: um modelo é válido quando for capaz de fornecer uma previsão aceitável do comportamento do sistema e uma resposta para a qualidade da

decisão a ser tomada, ou ainda, se ele permite verificar se serão necessárias novas soluções para melhorar ainda mais.

Um sistema pode ser validado por meio da análise de dados passados do próprio sistema e da utilização desses dados para verificar se o sistema reproduziu o mesmo comportamento ou comportamento parecido.

A implementação da solução: avaliadas as vantagens e a validade da solução obtida, essa deve ser convertida em regras operacionais. A implementação é uma etapa crítica do estudo. É importante que seja controlada por uma equipe responsável e com poder de decisão, pois a nova solução, quando colocada em prática, pode exigir mudanças na empresa, afetando os vários setores. Corroborando, segundo Taha (2008, p. 4), a implementação da solução de um modelo validado envolve a tradução dos resultados em instruções operacionais inteligíveis, que serão emitidas para as pessoas que administrarão o sistema recomendado.

A avaliação final: a avaliação dos resultados é fundamental em qualquer etapa do processo. A avaliação final possibilita identificar pontos fracos e possíveis gargalos que devem ser corrigidos em ações posteriores. Um fator importante na avaliação final é a experiência do pessoal envolvido no estudo.

Segundo Moreira (2010, p. 3), a Pesquisa Operacional auxilia em situações críticas de análise e estudo, como em resoluções de problemas de diferentes áreas, através de técnicas e Modelos Matemáticos, para otimizar processos, maximizando ou minimizando custos, desempenhando um planejamento estratégico competitivo. E para Barbosa (2014, p. 21-22), a Pesquisa Operacional atua em vários níveis do conhecimento, que podem ser formulados matematicamente, adotando-se uma técnica específica para cada situação, como nos seguintes casos:

- em setores cujo objetivo é otimizar a quantidade produzida para alcançar o menor custo ou a maior receita (aumentar ou diminuir), entre os quais se pode citar a agricultura, a indústria química ou a produção industrial;
- nas indústrias moveleira e metalúrgica, que procuram minimizar o desperdício com problemas de cortes de chapas ou madeiras, tendo, assim, um melhor aproveitamento;
- em carteiras de investimentos que possam trazer uma opção melhor para um determinado investimento, em função de se obter uma melhor rentabilidade;
- em situações de transporte, para otimizar o tempo e o custo, no que se refere tanto ao fluxo de transporte como o fluxo para obtenção do caminho mínimo.

A Pesquisa Operacional tem o objetivo fundamental de buscar o melhor aproveitamento de recursos, podendo ser, entre outros, a otimização de uso de máquinas, matérias-primas, mão-de-obra, etc.

Uma das condições de se aplicar a Pesquisa Operacional é por meio da Programação Linear (PL).

A programação linear é um dos mais importantes instrumentos do campo de Pesquisa Operacional. É a área de conhecimento que fornece um conjunto de procedimentos voltados para tratar problemas que envolvem a escassez de recursos. São passíveis de solução, com o emprego de Programação Linear, os problemas nos quais se busca a melhor alocação de recursos, atendendo as restrições determinadas e atingindo de otimização. Essas limitações podem referir-se ao valor ou a forma de distribuição dos recursos (CORRAR; THEÓPHILO; BERGMANN *et al.*, 2007).

A Pesquisa Operacional "[...] procura obter a melhor solução - ou solução ótima - para um problema" (MOREIRA, 2010, p. 3). Um dos recursos com maior potencialidade na busca por essa otimização é a Programação Linear. Esse Modelo Matemático é estruturado para resolver "[...] problemas que apresentem variáveis que possam ser medidas e cujos relacionamentos possam ser expressos por meio de equações e/ou inequações lineares" (MOREIRA, 2010, p. 10), também chamadas de função objetivo. De acordo com o objetivo da otimização, o modelo linear, respeitando as restrições impostas pela situação, poderá minimizar ou maximizar o resultado dessa função (MOREIRA, 2010).

Segundo Caixeta-Filho (2014), Programação Linear é um aprimoramento da técnica de resolução de sistema de equações lineares via inversões sucessivas de matrizes. Tem por vantagem incorporar uma equação linear adicional representativa relacionada ao um comportamento que deve ser otimizado.

Segundo os autores Silva, D. Maria *et al.* (2019) a Programação Linear é uma importante área da otimização, pois consegue solucionar vários problemas práticos, auxiliando as empresas nas buscas de recursos e tempo, com uma redução de custos e melhores resultados, considerando restrições compreendidas no processo estudado. No geral, a Programação Linear é utilizada para otimizar uma função linear de variáveis, que é chamada de função objetivo, e está sujeita a uma série de restrições. Na visão de Marins (2011), o objetivo da Programação Linear é encontrar a melhor solução para problemas que são representados através de expressões lineares, pois essas têm grande aplicabilidade e simplicidade. A maximização ou

minimização de uma função linear é tarefa da Programação Linear. Essa função é denominada de função objetivo, que respeita um sistema linear de igualdades ou desigualdades, as quais são nominadas de Restrições do Modelo.

Denomina-se Programação Linear ao planejamento das atividades para a obtenção de um ótimo resultado, de forma que consiga alcançar o melhor objetivo entre todas as alternativas viáveis. A palavra programação não se refere a um *software* ou computador, e sim, está mais relacionada com planejamento. Planejar é diagnosticar e perceber o que acontece, avaliar caminhos e decidir um referencial futuro, tendo em mente melhorias e objetivos atingidos.

A Programação Linear é uma programação Matemática em que a função-objetivo e as restrições assumem características lineares. Permite diversas aplicações no controle gerencial, incluindo problemas de produção, de mistura, de transportes, determinação de política de estoques. Seguem, ainda, estudos de fluxos de caixa, estudo de sistema de informações, dentre outros. Viabiliza, também, problematizar o uso otimizado dos recursos disponíveis, observando-se, claro, as limitações impostas pelo processo produtivo ou pelo mercado. Segundo Rodrigues *et al.* (2013) a Programação Linear é utilizada quando se almeja solucionar problemas que focam a destinação ótima de recursos escassos em toda a produção ou na realização de atividades.

De acordo com Loesch e Hein (2011), a Programação Linear se mostra como a resolução de problemas de maximização (lucros) ou minimização (custos) de algum objetivo, sujeitos a um conjunto de restrições. O método utilizado para essa resolução recebe o nome de Modelagem, na qual é construído um modelo matemático que sintetize a essência do problema. Ainda, de acordo com esses autores, na Modelagem de Programação Linear, devem ser estabelecidas: a) as variáveis do problema, ou seja, aquilo que se pode controlar e que se deseja saber exatamente o valor; b) a função objetivo, sempre que se deseja maximizar ou minimizar determinado objetivo, expresso em função das variáveis do problema; c) as restrições, também são expressas em função das variáveis do problema e limitantes das combinações dessas a determinados limites.

Hillier e Lieberman (2013) afirmam que todo problema em que a Modelagem Matemática se encaixe no formato para o modelo de Programação Linear é um problema de Programação Linear. Sendo assim, com o Método Simplex, que será

abordado na próxima seção, é possível resolver problemas de Programação Linear de grandes dimensões.

Partindo da ideia de Santos *et al.* (2016) a Pesquisa Operacional, devido ao seu caráter multidisciplinar e científico, pode produzir contribuições significativas, podendo ser estendida por, praticamente, todos os ramos do conhecimento, desde a Engenharia à Medicina, em especial na Gestão Empresarial. Segundo Marins (2011), para a resolução de um problema de Programação Linear é preciso modelá-lo, identificando as variáveis de decisão, pois é um passo muito importante nessa Modelagem, assim recomenda-se algumas regras para que ela seja feita de forma correta. Segundo o autor:

- é fundamental avaliar a quantidade de itens que vão ser considerados no estudo. Isto é uma variável de decisão;
- é preciso ter cuidado com as unidades de cada variável de decisão, como a moeda, o tempo, entre outros;
- ter cuidado para não confundir as variáveis de decisão com as restrições do problema.

As restrições são tipicamente limitantes, pois envolvem quantidade de recursos disponíveis, requisitos contratuais para a produção e atendimento de demandas. Essas restrições também podem ser de ordem natural, como, por exemplo, os estoques, que ao final do mês é o resultado do estoque inicial mais o que foi produzido, menos o que foi vendido no mesmo mês (MARINS, 2011).

Já Barbosa e Zanardini (2014, p. 26-30) falam em problemas de otimização, referem-se àqueles em que se quer maximizar (aumentar) ou minimizar (diminuir) uma função (podendo ser uma função de receita, custo, demanda, produção, entre outras). Nessas situações é preciso levantar a função objetivo e, também, as restrições que o sistema analisado apresenta.

A função objetivo em Programação Linear remete no sentido de maximizar o lucro ou minimizar o custo. É importante ressaltar que, nos problemas de Programação Linear, a função objetivo e as restrições são sempre equações ou inequações lineares. Nesse contexto matemático, os problemas ficam com sua linguagem modificada, ou seja, passam para a linguagem Matemática.

Desse modo, a função objetivo pode ser escrita nas duas formas apresentadas a seguir:

1) Se o problema for maximizar z:

$$\max Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

2) Se o problema for minimizar z:

$$\min Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Como foi posto acima no item “1” e “2”, esse aspecto matemático em Programação Linear, que pode causar estranheza aos não matemáticos, pois a minimização de uma função z é equivalente à maximização dessa função em sua versão negativa – z.

Em ambos os casos, c_1, c_2, \dots, c_n são números reais, e x_1, x_2, \dots, x_n são as variáveis do problema. Nos problemas de Programação Linear, além da função objetivo, que consiste em uma expressão Matemática que representa a meta a ser alcançada, também as restrições estão nesse formato.

Para o melhor entendimento do conceito de restrições, toma-se como exemplo uma indústria de laticínios que deseja otimizar a sua produção, maximizando o lucro. Nesse caso, as limitações de ordem prática encontradas para fazer a otimização da produção (função objetivo) constituem as restrições do problema em Programação Linear, que são:

- quantidade disponível de matéria-prima;
- capacidade do setor produtivo;
- mão de obra;
- limitações no preço.

Entretanto, em outros problemas de Programação Linear, podem existir diferentes limitações, tais como limitações de localidade ou de espaço físico e distância entre localizações. Nesse contexto, encontram-se as seguintes situações:

- um agricultor que deseja plantar diversas culturas, mas que tem um limite de espaço a ser cultivado, ou seja, uma restrição;
- um investidor que deseja diversificar suas aplicações, mas que possui apenas certa quantia a ser aplicada, isto é, tem uma restrição de capital;
- uma transportadora que tem como objetivo otimizar as entregas, mas que pode contar apenas com determinado número de veículos, o que significa uma restrição de quantidade disponível (de veículos).

No cenário das restrições, encontram-se as restrições de igualdade ou as de desigualdade, nas quais são representadas nas equações e inequações a seguir.

1) Restrição de igualdade (equação):

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

2) Restrições de desigualdade (inequações):

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

ou

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

A forma geral ou padrão de um problema de Programação Linear é caracterizada pela padronização com o objetivo de facilitar o entendimento conforme abaixo:

$$\max Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$\text{s.a.} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

Em que:

- os termos a_{ij} , b_i , c_j são os coeficientes das equações e inequações que descrevem no problema os números de quantidade, valor e custos (considere $i = 1, 2, 3, \dots, m$ e $j = 1, 2, 3, \dots, n$);
- as variáveis x_1, x_2, \dots, x_n são escolhidas de forma que as restrições sejam satisfeitas e a função objetivo otimizada;
- o termo “s.a.”¹²;
- já os termos b_1, b_2, \dots, b_m são chamados parâmetros da função, nos quais se representam as limitações das restrições;

¹² Significa “sujeito a”.

- as restrições $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, ..., $x_n \geq 0$ são chamadas de restrições de não negatividade. Elas ocorrem, porque não se pode ter quantidades negativas de produtos ou de recursos.

Com o intuito de ilustrar melhor as ideias apresentadas, será detalhado um exemplo de Programação Linear usando os conteúdos de Pesquisa Operacional em uma indústria (imaginária) de brinquedos.

Supondo que essa indústria fabrica dois modelos de veículos em miniatura: caminhonetes e esportivos. Para a fabricação dos brinquedos, as principais matérias-primas empregadas são o plástico e o alumínio. Nesse processo de fabricação ocorre o seguinte:

- o modelo esportivo consome 400 g de plástico e 300 g de alumínio;
- a caminhonete requer 700 g de plástico e 150 g de alumínio;
- a disponibilidade mensal de plástico é de 1 tonelada (t) e a disponibilidade mensal de alumínio é de 600 kg;
- o lucro unitário referente à caminhonete é de R\$ 12,00 e o lucro unitário referente ao modelo esportivo é de R\$ 15,00.

Suponha que toda a produção de miniaturas esportivas seja vendida e que a empresa consiga vender, por mês, no máximo 700 caminhonetes. Diante dessa situação, determine a quantidade de cada modelo que deve ser produzida de maneira que o lucro seja máximo.

Lembrando de que, para formular o problema, é preciso identificar quais são as variáveis, a função objetivo e as restrições.

Nesse problema, as variáveis são as quantidades de cada modelo a serem produzidas. Diz-se, então, que:

- x_1 é a quantidade de caminhonetes;
- x_2 é a quantidade de modelos esportivos.

Com as informações transpostas para a linguagem Matemática, pode-se facilmente obter a função objetivo. Veja: como o lucro unitário referente à caminhonete é de R\$ 12,00 e o lucro unitário referente ao modelo esportivo é de R\$ 15,00, para obtermos o lucro total, denotado por z , basta multiplicarmos os lucros unitários pelas respectivas quantidades que serão produzidas, ou seja:

$$z = 12x_1 + 15x_2$$

Como o objetivo é obter o lucro máximo, a função objetivo é dada por:

$$\max z = 12x_1 + 15x_2$$

Com isso, é importante ressaltar que o lucro unitário é a diferença entre o preço de venda praticado pela empresa e o custo de produção de cada item.

Para determinar quais são as restrições do problema, primeiro você precisa verificar quais são os fatores que limitam a produção. No caso dessa fábrica de brinquedos, as restrições se referem às quantidades disponíveis de plástico e de alumínio. Há também uma restrição em relação à quantidade máxima de caminhonetes que poderá ser comercializada. O número de restrições para esse problema é, portanto, igual a três.

Na formulação Matemática, pode-se escrever a primeira restrição, a referente à quantidade de plástico que será consumida, como:

$$0,7x_1 + 0,4x_2 \leq 1.000$$

Nesse cômputo, se tem a quantidade consumida de plástico na fabricação de caminhonetes, pois sabe-se que a produção de uma caminhonete de brinquedo requer 700 g de plástico (0,7 kg), enquanto cada modelo esportivo requer 400 g de plástico (0,4 kg). Para saber o total de plástico que será utilizado na produção, basta multiplicar 0,7 por x_1 e 0,4 por x_2 e, em seguida, somar essas quantias, obtendo a expressão:

$$0,7x_1 + 0,4x_2$$

Como a quantidade máxima de plástico que a indústria tem disponível é 1 tonelada (1.000 kg), a soma $0,7x_1 + 0,4x_2$ não pode ultrapassar essa quantidade. Por esse motivo, escreve-se que $0,7x_1 + 0,4x_2$ tem de ser menor ou igual a 1.000, ou seja:

$$0,7x_1 + 0,4x_2 \leq 1.000$$

Da mesma maneira, se pode obter a segunda restrição, a referente ao consumo de alumínio. Como a caminhonete requer 150 g de alumínio (0,15 kg) e o modelo esportivo requer 300 g (0,3 kg) de alumínio, tem-se que o total de alumínio que será consumido na produção dos modelos é:

$$0,15x_1 + 0,3x_2$$

Sabendo que a disponibilidade mensal de alumínio é 600 kg, a segunda restrição fica assim:

$$0,15x_1 + 0,3x_2 \leq 600$$

Finalmente, a terceira restrição, relacionada à produção máxima de caminhonetes, é dada por:

$$x_1 \leq 700$$

Portanto, a formulação do problema de PL proposto a que se chega é dada como:

$$\max z = 12x_1 + 15x_2$$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 0,7x_1 + 0,4x_2 \leq 1.000 \\ 0,15x_1 + 0,3x_2 \leq 600 \\ x_1 \leq 700 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

O *software* utilizado para a elaboração e solução da situação-problema foi a *ferramenta Solver* do Excel.

Para que haja um aprendizado de qualidade, a escola ou as instituições de Ensino Superior devem ter ferramentas adequadas, professores capacitados para utilizá-las e oferecer cursos de aperfeiçoamento, para que, dessa forma, possam explorar da melhor maneira os recursos oferecidos pelos aplicativos e softwares disponíveis, sendo condição indispensável para permanecer na condição de mediador

Nesse contexto, Vieira (2011) destaca duas possibilidades para se fazer uso das TIC: primeira é de que o professor deve fazer uso delas para instruir os alunos e a segunda possibilidade é que o professor deve criar condições para que os alunos descrevam seus pensamentos, reconstrua-os e materialize-os por meio de novas linguagens, nesse processo o educando é desafiado a transformar as informações em conhecimentos práticos para a vida. Pois como diz Vieira:

[...] a implantação da informática como auxiliar do processo de construção do conhecimento implica mudanças na escola que vão além da formação do professor. É necessário que todos os segmentos da escola – alunos, professores, administradores e comunidades de pais – estejam preparados e suportem as mudanças educacionais necessárias para a formação de um novo profissional. Nesse sentido, a informática é um dos elementos que deverão fazer parte da mudança, porém essa mudança é mais profunda do que simplesmente montar laboratórios de computadores na escola e formar professores para utilização dos mesmos (VIEIRA, 2011, p. 4).

O uso das tecnologias deve estar inserido nos currículos educacionais, para auxiliar no processo de construção do conhecimento, na elaboração de pesquisas e projetos interdisciplinares, estimulando a integração e motivação dos professores e alunos dentro da sala de aula principalmente no Ensino Superior.

A expressão “inclusão digital” implica na apropriação da tecnologia e na geração de conhecimentos pelos indivíduos. Moran (2006, p. 32) destaca que “é importante diversificar as formas de dar aula, de realizar atividades e de avaliar”. Na ideia de Santos e Santos (2017), corroboram nessa mesma perspectiva quando afirmam que mesmo o aluno sendo autônomo diante do processo de ensino e aprendizagem, a mediação é feita pelo professor.

Como forma de contextualizar, segundo Ferrete e Santos (2020), “a constante evolução tecnológica interfere diretamente na relação do homem com o mundo, principalmente no âmbito social e educativo”. Segundo Sampaio e Leite (1999, p. 74) “[...] o professor deve ter clareza do papel delas enquanto instrumentos que ajudam a construir a forma de o aluno pensar, encarar o mundo e aprender a lidar com elas como ferramentas de trabalho”. E os docentes precisam estar atentos para lidar diretamente com essa evolução tecnológica, partindo das necessidades cotidianas dos nativos digitais que se encontram cada vez mais imersos no mundo digital.

Com o objetivo de refletir sobre a inserção e a apropriação das TIC na visão de Ferrete e Santos (2020), essas transformam e configuram as maneiras de se comunicar, de trabalhar, decidir, pensar e possibilitar ao estudante a aquisição de

novas competências e habilidades, no entanto, o professor, como mediador do processo ensino aprendizagem, precisa lançar mão desse recurso, a fim de alcançar os objetivos e finalidades educacionais. Assim, Bairral (2009) destaca 5 dimensões que considera relevantes no processo de mediação das TIC: (i) a dimensão técnica (ferramentas e domínio de procedimentos); (ii) a cognitivo-discursiva (conceitos e significados); (iii) a sócio-contextual (artefatos); (iv) a afetivo-motivacional (sentimentos e emoções); e (v) comunicativa-colaborativa (formas de participação e de compartilhamento em grupo).

Segundo o autor,

o professor é um profissional que deve constantemente aprender a aprender e refletir criticamente sobre sua prática. Assim, o desenvolvimento profissional deve, dentre outros, ser fruto da reflexão sobre a ação da capacidade de explicitar os valores das escolhas pedagógicas, do enriquecimento das ações coletivas, da consciência das múltiplas dimensões socioculturais que se cruzam na prática educativa escolar de modo a tornar os docentes cada vez mais aptos a conduzir um ensino adaptado às necessidades e interesses de cada aluno e a contribuir para a melhoria das instituições educativas (BAIRRAL, 2009, p. 21).

Ainda, conforme Bairral (2009), a tecnologia tem papel fundamental e serve de mediadora para toda atividade humana, mas vale lembrar, que ela sozinha não irá alterar a formação profissional e nem mesmo modificar a escola. A tecnologia somente desempenhará o seu papel se o professor for em busca do conhecimento, da formação e do desenvolvimento do olhar crítico sobre essa ferramenta, que cada vez mais está disseminada no processo de ensino-aprendizagem. Através do aprimoramento do professor na área da tecnologia, ele poderá usar o conhecimento adquirido para propor novas metodologias de trabalho, auxiliando os alunos na construção de novos conceitos.

As TIC podem e devem ser utilizadas como ferramentas educativas nas aulas de Pesquisa Operacional, como uma nova forma de reorganizar o pensamento e a metodologia de ensino. Dessa forma, pretende-se, nessa tese, elaborar e/ou aplicar Modelos Matemáticos em situações problema empresariais de cada aluno e investigar o uso da ferramenta solver na disciplina do Ensino Superior.

Para a eficácia e bom desempenho escolar é necessário que o professor perceba e entenda a importância dos recursos computacionais. O uso deles permite a exploração de novas possibilidades pedagógicas e contribui para o aprimoramento

do trabalho docente em sala de aula. Além de proporcionar o desenvolvimento integral do aluno, valorizando seu lado social, emocional e crítico, renova o processo ensino-aprendizagem e posiciona o aluno como sujeito do processo educativo.

Na sociedade em constante transformação, vivencia-se a transição para a era da informação e do conhecimento, na qual as inovações tecnológicas, cada vez mais, se encontram inseridas no cotidiano dos indivíduos. A escola, por ter um papel social, necessita integrar-se com as novas tecnologias para dar aos seus alunos oportunidades de acesso aos recursos tecnológicos, desenvolvendo o conhecimento oral, escrito e digital. Entretanto, um aspecto a ser considerado em realização à utilização de Tecnologias Digitais de Informação e de Comunicação (TDIC) na Educação é o fato de que seu uso é, muitas vezes, pontual e não contribui para o efetivo desenvolvimento de uma nova visão dos processos educacionais (ALMEIDA; VALENTE, 2011).

Em consonância com Almeida e Valente (2011), Costa (2013, p. 30) também ressalta que “[...] a informática aplicada aos processos educacionais pode oferecer um caminho de mudanças para a velha escola. É claro que nunca como “salvadora da pátria”, porém como mais uma ferramenta a serviço dos professores”. Conforme Couto (2017, p. 175), o avanço tecnológico da informática e da telecomunicação, além de impactar a economia, também provoca mudanças nas práticas culturais. Dessa forma, torna-se essencial que a escola e seus profissionais utilizem as TIC integrando-as, continuamente, nos processos de ensino e aprendizagem, de maneira a aproveitar as vantagens que elas podem proporcionar no trabalho pedagógico e contribuir na construção do conhecimento.

Dessa forma, acredita-se que essas ferramentas tecnológicas podem servir como facilitadoras, para uma Aprendizagem Significativa do conteúdo da disciplina de Pesquisa Operacional.

A seguir será apresentado o Método Simplex que foi utilizado na investigação.

3.2.1 O Método Simplex

O Método Simplex é de uma linguagem fácil de ser entendida, tem foco exclusivo na resolução de problemas externos que venham a existir, formado por uma série de critérios para a escolha de soluções que otimizem a função objetivo (DANTZIG & THAPA, 2006; BAZARAA, 2011; CARVALHO, 2014).

Segundo Moreira (2007, p. 61), “o Método Simplex é uma metodologia que envolve uma sequência de cálculos repetitivos por meio dos quais é possível chegar à solução de um problema de Programação Linear”. Para Goldbarg (2000, p. 82), “o Método Simplex é um algoritmo¹³ que utiliza um ferramental baseado na álgebra linear para determinar, por um método iterativo, a solução ótima de um problema de Programação Linear”. O algoritmo inicia de uma solução favorável do sistema de equações que constituem as restrições do problema de Programação Linear, usualmente extrema (vértice)¹⁴. Tomando como base a solução anterior, vai identificando novas soluções viáveis em relação à anterior, de forma iterativa. De forma similar, Silva (1998) descreve o método como sendo formado por diversos parâmetros, a escolha de soluções essenciais para que o desempenho do modelo seja satisfatório.

Para Taha (2015), o Método Simplex está intimamente relacionado com os problemas de Programação Linear, sendo uma ferramenta importante, destinada a resolver problemas de Programação Linear. Assim, para Marins (2011), o Simplex é um método iterativo que nos traz a solução de qualquer modelo de Programação Linear em um número finito de iterações. Demonstra, também, se o modelo tem infinitas soluções ou não tem solução.

Segundo Fávero e Belfiore (2013) “o Método Simplex é um procedimento algébrico iterativo que parte de uma solução básica factível inicial. Busca, a cada iteração, uma nova solução básica factível, com melhor valor na função objetivo, até que o valor ótimo seja atingido”.

Esse procedimento é empregado para identificar uma solução ótima do problema abordado. Seleciona a melhor das soluções para o objetivo que é pré-

¹³ Segundo Goldbarg (2000, p. 82) um “algoritmo é um procedimento que termina em um número finito de operações (passos) ”.

¹⁴ Vértice é ponto de interseção dos lados de uma figura geométrica.

determinado. Marins (2011) confirma essa ideia trazendo duas etapas na aplicação do Método Simplex. São elas:

- teste de otimizabilidade da solução, identificar uma solução ótima;
- melhoria da solução, solução viável, melhor que a atual.

O Método Simplex é usado, rotineiramente, para resolver problemas de grande porte. Foi desenvolvido por George Dantzig em 1947 e provou ser um método muito eficiente. Sempre é executado em um computador e em softwares altamente sofisticados, disponíveis em larga escala nos dias atuais. As extensões do método Simplex são utilizadas para análise de pós-otimizabilidade, análise de sensibilidade, do modelo (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Segundo Hillier e Lieberman (2013), a análise pós-otimizabilidade é feita após encontrar uma solução ótima para a versão inicial do modelo, e é muito importante nos estudos de Pesquisa Operacional. Essa análise é dividida em três passos:

- tarefa (depuração do modelo, validação do modelo, decisões sobre alocação de recursos, etc.);
- propósito (encontra erros no modelo, demonstra a validade do modelo final, faz a divisão dos recursos, determina estimativas que podem afetar a solução ótima, determina o melhor equilíbrio);
- técnica (reotimização, análise de sensibilidade).

A análise de sensibilidade tem como objetivo identificar os parâmetros que não podem ser alterados sem alterar a solução ótima. Os parâmetros precisam ser estimados meticulosamente para que não se tenha uma solução ótima errada. Eles também precisam ser monitorados de perto quando o estudo é implementado. Caso o verdadeiro valor de algum parâmetro diferir do valor estimado no modelo é necessário modificar a solução (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Conforme Goldberg,

o algoritmo simplex descreve uma sequência de passos para a solução de sistemas de equações lineares sujeitos a uma função objetivo. Ele dispõe sobre três situações: (1) O método de inversão da matriz básica $m \times m$ deduzida a partir de A , uma matriz de restrições $m \times n$; (2) as condições de troca de variáveis dentro da matriz básica, para que exista garantia de uma melhoria da solução ao longo do desenvolvimento dos passos do algoritmo e (3) as regras de parada do algoritmo e a interpretação dessa situação final (GOLDBARG, 2000, p. 8).

Em relação ao método de inversão da matriz básica, citado por Goldberg (2000), que permite que cada passo do algoritmo e suas iterações sejam totalmente aproveitados, não, necessariamente, a matriz tenha que ser invertida por um método de pivoteamento. Na segunda condição, envolve o cálculo da possível contribuição para o acréscimo ou decréscimo da função objetivo, ou seja, minimização ou maximização. E, com relação ao terceiro item, inclui a identificação das condições em que não existe mais a possibilidade de uma alteração de variáveis.

O recurso *Solver*, descrito a seguir, utiliza-se do algoritmo Simplex para resolver situações-problema de Programação Linear.

3.2.2 O Recurso *Solver*

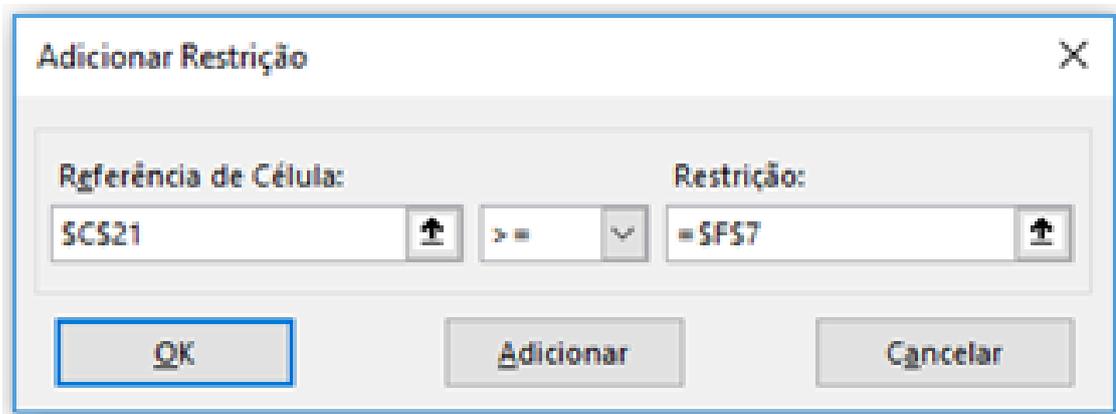
No entendimento de Fontana, Nunes e Silva (2018), as metodologias de ensino são inúmeras, principalmente, com a vinda da internet e a dissipação das tecnologias da informação e comunicação, portanto cabe ao professor buscar conhecer a realidade de seus alunos, ampliando o conceito em sala de aula, possibilitando, assim, um processo de ensino e aprendizagem de forma a contribuir significativamente no sistema de ensino, para que os estudantes possam ter uma Aprendizagem Significativa. Nesse contexto, o uso de softwares para resolução de problemas contextualizados ou envolvendo situações empresariais é frequente a utilização de Programação Linear. Segundo Rodrigues e Santos (2013) o *Solver* é uma ferramenta que dispõe de grandes recursos dentro do Excel e permite realizar vários tipos de simulações em uma planilha. Apresenta maior facilidade de manuseio e melhor disposição dos relatórios gerados pela operação. Faz parte de um conjunto de programas, por vezes chamado de ferramentas de análise hipotética. O Excel (programa de confecção e controle de planilhas) auxilia de forma significativa na obtenção de solução viável otimizada para modelos de pequena e grande complexidade. É com essa ferramenta que se pode gerenciar os dados colocados em uma planilha, previamente manipulados por fórmulas do próprio *software*. Segundo Andrade (2002), a *ferramenta Solver* calcula a solução ótima, após a inserção de todos os dados referentes à realidade da produção, às restrições e à função objetivo. Sendo o modelo corretamente inserido, a ferramenta calcula a solução ótima do problema e faz a análise de sensibilidade. Ragsdale (2009), descreve o software da seguinte maneira:

[...] O *Solver* converte temporariamente todas as restrições de desigualdade em restrições de igualdade, somando uma nova variável a cada restrição 'menor ou igual a' e subtraindo uma nova variável de cada restrição 'maior ou igual a'. As novas variáveis usadas para criar restrições de igualdade são chamadas variáveis de folga (RAGSDALE, 2009, p. 164).

O recurso *Solver* permite resolver situações-problema de Modelagem Matemática, visando chegar a uma otimização no resultado. Em resumo, você pode usar o *Solver* para determinar o valor máximo ou o valor mínimo de uma célula, com base em alguns parâmetros. Dessa forma, o *Solver* é composto de três elementos principais: variáveis de decisão, que são as incógnitas a serem determinadas pela solução do problema; as restrições, que limitam as variáveis de decisão a certos valores possíveis e a função objetivo, que é a função a ser maximizada ou minimizada, a qual está atrelada aos valores das variáveis de decisão.

O *Solver* é executado a partir do Excel, onde foram incluídas as restrições do respectivo modelo, conforme Figura 23.

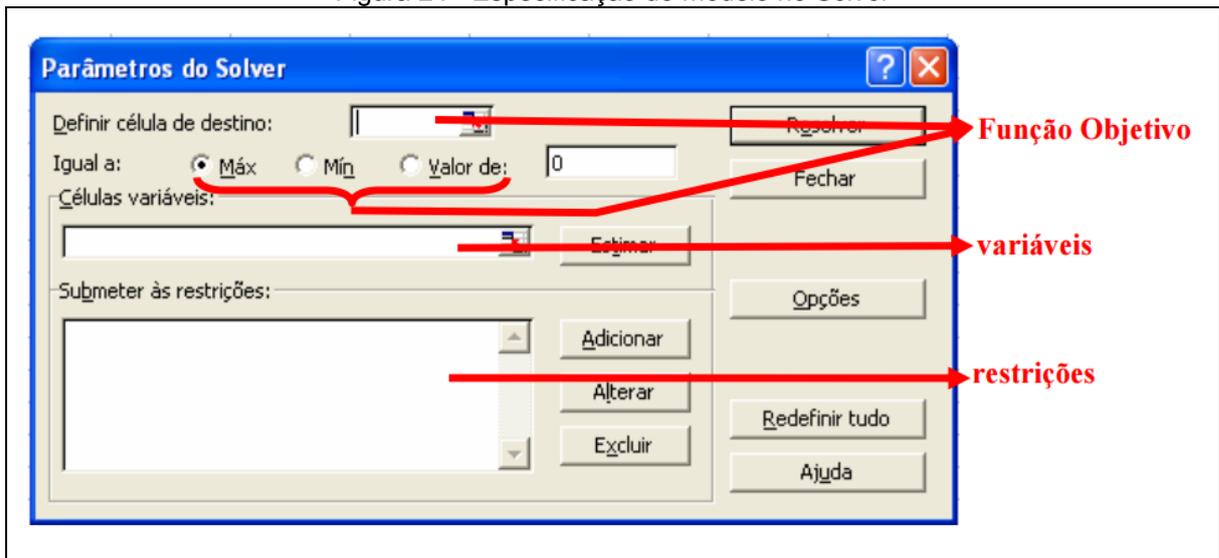
Figura 23 - Restrições do *Solver*



Fonte: Goldberg, 2000.

A Figura 24, representa as inclusões da função objetiva e, juntamente, as variáveis utilizadas no processo.

Figura 24 - Especificação do modelo no Solver



Fonte: Goldberg, 2000.

Em resumo, para cada situação utiliza-se uma ferramenta (procedimento) ou técnica, conforme as particularidades discernidas no contexto, onde em específico.

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesse item será tratado sobre a Modelagem Matemática, que busca investigar situações-problema do cotidiano e que tem por objetivo a construção ou o conhecimento de um modelo matemático que descreve a situação real para a tomada de decisão. Também busca saber quais são os conceitos básicos envolvidos no processo da Modelagem Matemática, no contexto que estão inseridos.

A Modelagem Matemática é associada, em geral, a dois componentes, a problemática, proveniente de um fenômeno do mundo real, e o modelo matemático, estrutura Matemática utilizada para representar esse fenômeno. A atividade de Modelagem ocorre quando uma abordagem Matemática é empregada de modo que o modelo matemático forneça uma resposta para a problemática em questão.

Compreende-se modelo, também, como uma imagem, uma concepção da realidade, que tem seu isomorfismo com o mundo real. Representa um objeto ou uma situação e pode ser usado para tomada de decisões gerenciais ou pessoais.

Biembengut e Schimitt (2007) afirmam que o modelo depende, antes de tudo, de como a pessoa percebe o meio, compreende, representa e procura comunicá-lo. Complementando as ideias, as autoras Arenales *et al.* (2007) afirmam que o modelo

deve ser suficientemente tratável por métodos de resolução. A elaboração de um modelo matemático também está relacionada com o conhecimento matemático que se tem (BIEMBENGUT, 2003). Segundo Dalla Vecchia (2012, p. 123), a Modelagem Matemática é “[...] um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos, sustentados por ideias Matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade”. Também pode ser considerada como uma atividade educacional envolvendo a relação aluno, professor e a interligação do conteúdo, tendo como foco a contextualização com atividades relacionadas no dia a dia, obtendo disseminação do conhecimento.

Os modelos matemáticos são de grande importância para as Ciências e as Engenharias em geral, especialmente, a partir do instante em que o computador digital veio simplificar, significativamente, a tarefa do cálculo. Nesse sentido, os recursos tecnológicos (computador, tablets, celular, etc.) estão ou deverão ser incluídos no processo de ensino e aprendizagem, discutindo quais recursos são importantes para o desenvolvimento da Educação.

Segundo Moreira:

a ideia é a mesma proposta por Ausubel há mais de quarenta anos, porém ao invés de falar-se em subsunçores, que muitas vezes são interpretados como conhecimentos pontuais, fala-se em representações mentais que decorrem de computações mentais não consistentes (MOREIRA, 2011a, p. 171).

Para Borssoi (2017, p. 143) “inúmeras pesquisas apontam que ambientes de ensino e de aprendizagem não devem ser dissociados das tecnologias de informação e comunicação, pois estas podem promover experiências positivas de aprendizagem”.

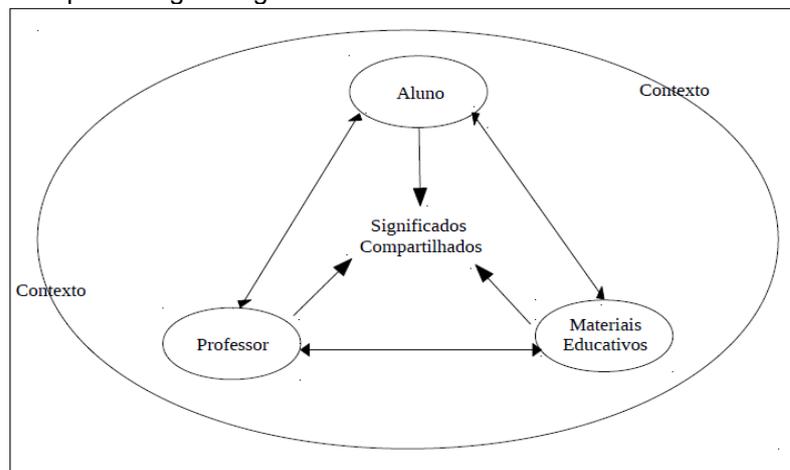
Essa nova visão sobre o uso da tecnologia durante o processo de ensino e aprendizagem considera a mente humana semelhante a um sistema computacional, e capaz de receber informações do sistema sensorial e processá-las, representando internamente o mundo externo.

Nesse contexto, considera-se que a Modelagem Matemática pode ser uma estratégia para auxiliar na Aprendizagem Significativa, pois, de forma geral, aborda problemas reais, levando o aluno a investigar, transformando-os em problema matemático, participando da própria aprendizagem, o que segundo “a modelagem, consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e

resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p. 16).

Conforme Moreira (2011a), a relação triádica, proposta por D. Bob Gowin na década de 1980, onde o conhecimento é construído a partir da interação entre professor, aluno e materiais educativos, deve passar a ser quádrica, onde haveria, não apenas a interação entre os três elementos citados anteriormente, mas também existiria a interação com o computador, atualmente, com a tecnologia, conforme Figura 25.

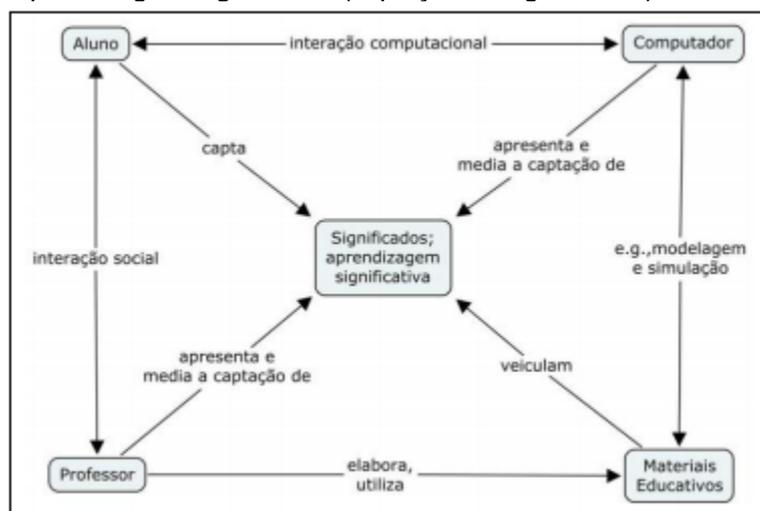
Figura 25 - A Aprendizagem Significativa na visão interacionista social de Gowin (1981)



Fonte: Moreira (2011a, p. 163).

Conforme a Figura 26, há um novo cenário, o qual representa o modelo de inter-relação entre o material educativo, professor e aluno, expõe e media os significados para que se possibilite a Aprendizagem Significativa, complementado pelo uso da tecnologia, configurada pelo computador.

Figura 26 - A Aprendizagem Significativa (captação de significados) na visão computacional



Fonte: Moreira (2011a, p. 172).

Oferecer recursos auxiliares, como a tecnologia, é uma das maneiras de orientar os alunos para um processo de ensino e aprendizagem, no qual sintam-se corresponsáveis pela construção de conhecimentos. Permitir diferentes representações para um objeto matemático, dentre outras potencialidades, é o que esse processo tem a oferecer.

Borssoi argumenta que:

As novas tecnologias oferecem oportunidades para a criação de ambientes de aprendizagem que ampliam as possibilidades das tecnologias mais clássicas como: a lousa, o giz e o livro, disponíveis desde muito tempo em espaços formais de ensino. O rápido desenvolvimento tecnológico das últimas décadas nos apresenta diversos recursos provenientes das novas tecnologias, como é o caso das tecnologias digitais, de modo que o desafio tem sido a implementação do ensino visando proporcionar condições mais favoráveis à aprendizagem dos estudantes (BORSSOI, 2017, p.147).

A mesma autora ainda complementa que “as tecnologias podem e devem se tornar ferramentas de Aprendizagem Significativa” (BORSSOI, 2017, p. 149). Sendo assim, é um fator de considerável importância no ensino e aprendizagem no atual contexto educacional. E é nesse cenário que as informações tecnológicas serão inseridas na disciplina de Pesquisa Operacional, fortalecendo as possibilidades para a tomada de decisão e, assim, contribuindo com a resolução de problemas.

Segundo Diniz e Borba (2012), para representar melhor uma situação-problema, pode-se utilizar a simulação e a previsão para que possam encontrar novos valores que sejam inseridos no contexto. Assim, para Lévy (2000, p. 166), a simulação possibilita a capacidade de variar com facilidade parâmetros de um modelo e observar

imediate e visualmente as consequências dessa variação constitui uma verdadeira ampliação da imaginação.

Autores como Blum e Leiß (2006), Borssoi (2015), Almeida, Silva e Vertuan (2016), consideram que o uso de tecnologias em atividades de Modelagem Matemática vem ancorado em algumas justificativas importantes:

I) Possibilita lidar com situações-problema mais complexas e fazer uso de dados reais, ainda que estes sejam em grande quantidade ou assumam valores muito grandes; II) Permite que a maior parte dos esforços se concentre nas ações cognitivas associadas ao desenvolvimento da atividade de modelagem, considerando que a realização de cálculos, aproximações e representações gráficas é mediada pelo uso do computador; III) Possibilita lidar com as situações-problema por meio de simulações numéricas ou gráficas, variando a parâmetros nas representações gráficas e (ou) algébricas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 32).

Para Zanato, Strieder e Campos (2020), nessa perspectiva, o uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem significa enriquecer, interagir e construir o conhecimento. Encontra-se na literatura, resultados de pesquisas que apontam com apreço a aproximação entre a Modelagem Matemática e o uso de tecnologias. A esse respeito, a citação de Malheiros e Franchi (2013), para as quais a Modelagem Matemática:

pode ser considerada um enfoque pedagógico em sinergia com as TIC, já que, ao fazer Modelagem, a partir da escolha de um tema de interesse deles, os estudantes, com computadores e outras mídias, procuram soluções para determinados problemas por eles propostos, num processo de investigação no qual o professor se configura como orientador ao longo de todo o processo (MALHEIROS; FRANCHI, 2013, p. 178).

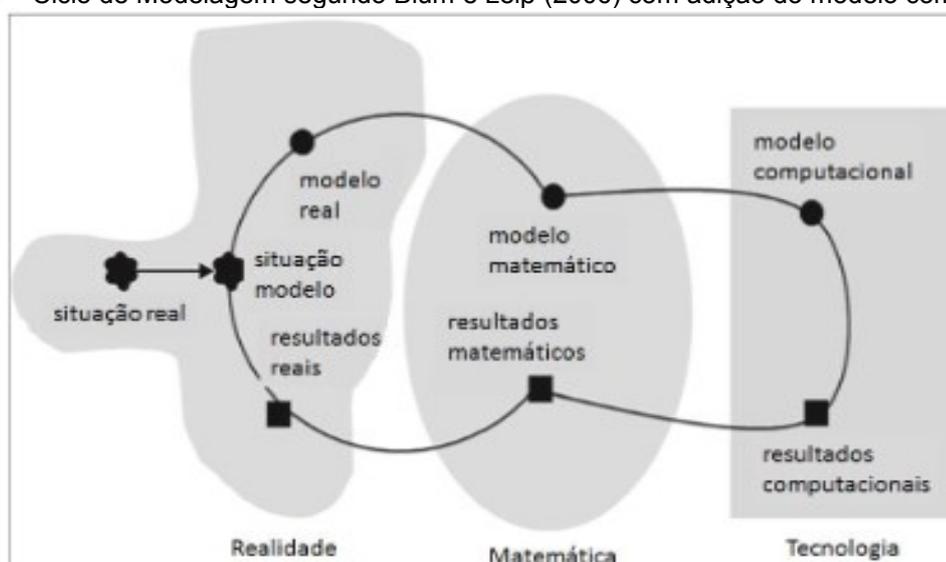
Borssoi e Almeida indicam que:

a modelagem de situações-problema associada a disponibilidade de recursos tecnológicos pode ser facilitadora da Aprendizagem Significativa e é adequada para compor ambientes favoráveis ao despertar da intencionalidade para aprender (BORSSOI e ALMEIDA, 2015, p. 44).

Diante do uso das tecnologias pelos alunos é preciso que haja o acompanhamento do professor, pois os alunos têm acesso a diversas informações quando acessam a rede, informações que podem ser falsas ou até mesmo boatos e, com isso, prejudicar o processo de construção do pensamento deles. Portanto, “a orientação e a mediação do professor se fazem imprescindíveis na seleção das informações confiáveis ou não” (CONTIN, 2016, p. 70). Para Greefrath *et al.* (2011, p.

302), “... o uso das ferramentas digitais não somente cria um apêndice para o ciclo de Modelagem, mas também influencia cada parte do ciclo”. O mesmo autor considera que o uso de ferramentas tecnológicas pode ser feito em etapas diferentes, durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem. Uma das ideias, como mostra a Figura 27, é utilizar as ferramentas tecnológicas apenas após o entendimento e tradução do problema matemático e expressões Matemáticas, como uma possibilidade de solução de um modelo que não poderia ser solucionado se a ferramenta não estivesse disponível.

Figura 27 - Ciclo de Modelagem segundo Blum e Leiß (2006) com adição do modelo computacional

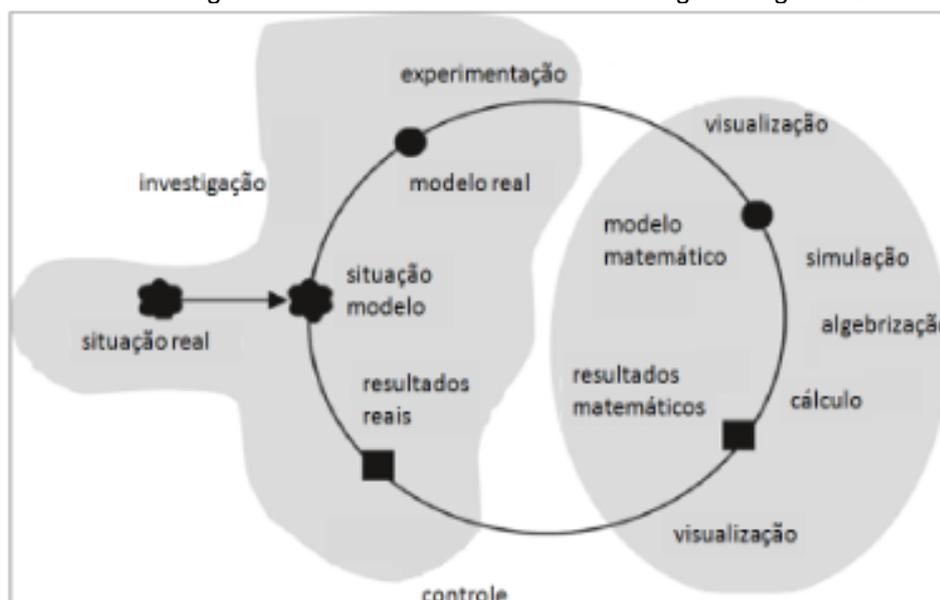


Fonte: Greefrath et. al. (2011, p. 302).

A segunda ideia está representada na Figura 28. Utiliza as ferramentas tecnológicas em várias fases da Modelagem Matemática e pode auxiliar na investigação de informações e na conexão com o problema real. Portanto, segundo Greefrath *et al.* (2011, p. 302), “As diferentes funções das ferramentas digitais nas aulas de Matemática são importantes para problemas de Modelagem em diferentes fases do ciclo de Modelagem¹⁵”.

¹⁵ The different functions of the digital tools in mathematics lessons are important for modelling problems in different phases in the modelling cycle.

Figura 28 - Ciclo de Modelagem com a influência de ferramentas digitais segundo Blum e Leiß (2006)



Fonte: Greefrath et. al. (2011, p. 303).

Entretanto, pesquisadores como Blomhøj e Kjeldsen (2006 apud SOARES; JAVARONI, 2013, p. 210) consideram que o processo de Modelagem não tem uma sequência rígida de passagens, apresentam ciclos que não, necessariamente, se iniciam com a compreensão da situação e do problema, de modo que poderiam ter início em qualquer etapa, inclusive pelo modelo matemático.

Estudiosos da Matemática trazem definições sobre o conceito de modelo matemático, para que se possa ter uma melhor compreensão sobre o assunto. Para Biembengut (1999, p. 19) é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real. Assim, Bassanezi (2002, p. 20), chama, simplesmente, de modelo matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. Para Biembengut e Hein apud Abreu (2005, 2011, p. 19), um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais, etc.

Almeida, Silva e Vertuan, (2012, p. 13), afirmam que o modelo matemático consiste no sistema conceitual, descritivo ou explicativo, por meio de uma linguagem ou estrutura Matemática com finalidade de descrever ou explicar o comportamento do outro sistema, permitindo a realização de previsões sobre esse outro sistema. O modelo matemático representa a realidade simplificada na visão daqueles que a investigam. Sua formulação visa fomentar a solução de algum problema.

Nesse ponto de vista, os autores entendem que o “modelo matemático” consiste no conjunto de símbolos e relações Matemáticas com finalidade de traduzir um fenômeno ou situação da vida real. O modelo pode ser representado por expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, software, etc. Importa ressaltar que o objetivo principal de um modelo é entender o próprio modelo de uma forma simples ou então descrevê-lo de maneira mais completa, para que o modelo possa ser tão preciso quanto o mundo real. As características fundamentais do mundo real devem aparecer no modelo, objetivando que o seu comportamento seja igual ou semelhante aquele do sistema modelado.

A importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas.

Também, o autor destaca que, os modelos matemáticos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas e classificadas conforme o tipo de Matemática utilizada em:

- linear ou não-linear – as equações que constituem o modelo matemático podem ser lineares ou não-lineares. Os modelos matemáticos deste estudo contemplam apenas equações e inequações lineares;
- estático – quando representa a forma de um objeto (forma de um alvéolo); ou dinâmico – quando simula variações de estágios do fenômeno (crescimento populacional de uma colmeia);
- educacional – quando é baseado em um número pequeno de suposições tendo, quase sempre, soluções analíticas. Esses modelos, geralmente, não representam a realidade com o grau de fidelidade adequada para se fazer previsões, mas são interessantes na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada; ou aplicativo – é aquele baseado em hipóteses realísticas e, geralmente, envolve inter-relações de um grande número de variáveis, fornecendo, em geral, sistemas de equações com numerosos parâmetros. Nesse caso, um tratamento analítico pode ser impossível, sendo, portanto, necessárias soluções computacionais;
- estocástico ou determinístico – de acordo com o uso de fatores aleatórios nas equações.

Quanto à natureza, os modelos podem ser classificados, de acordo com Lachtermacher (2009, p. 5) em três tipos: físicos, são geralmente utilizados por engenheiros para ilustrar aeronaves ou casas; análogos, representam “relações usando diferentes meios” (um exemplo constitui-se no marcador de tanque combustível que mostra a quantidade de gasolina existente no tanque) e matemáticos ou análogos, necessitam de informações quantificáveis e expressam relações entre variáveis de decisão. “Um modelo simbólico precisa conter um conjunto suficiente de detalhes, de tal maneira que os resultados atinjam suas necessidades, que o modelo seja consistente com os dados e que possa ser analisado no tempo disponível à sua concepção” (LACHTERMACHER, 2007, apud REHELFEEDT, 2009).

De acordo com Ausubel, um dos fatores de grande importância para a consolidação da Aprendizagem Significativa é a predisposição positiva do aluno para aprender. Para Almeida, Silva e Vertuan (2016),

Uma hipótese subjacente à proposta de Modelagem na Educação Matemática é que a abordagem de questões reais, oriundas do âmbito de interesses dos alunos, pode motivar e apoiar a compreensão de métodos e conteúdo da Matemática escolar, contribuindo para a construção de conhecimentos bem como pode servir para mostrar aplicações da Matemática em outras áreas do conhecimento. Uma justificativa importante para a visualização da aplicação dos conceitos diz respeito aos aspectos motivacionais. Esse é, provavelmente, um dos aspectos mais evocados na literatura para justificar a inclusão de atividades de Modelagem Matemática na prática escolar, ancorando-se em argumentos que defendem que situações de ensino que proporcionam ao aluno contato com o contexto real podem motivá-lo para o envolvimento nas atividades e para a construção de conhecimento (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 30).

A ideia da metacognição, vem ao encontro do que expressa Anastácio (1990) quando afirma que:

[...] não é suficiente conhecer os passos na construção, análise e interpretação de um modelo matemático e suas diferentes aplicações. Faz-se necessário desenvolver nos alunos a capacidade de avaliar o processo de construção do modelo e os diferentes contextos de aplicação dos mesmos (ANASTÁCIO, 1990, p. 97).

Na concepção de Almeida e Vertuan (2016, p. 1074,) quando um aluno toma consciência dos conceitos matemáticos que conhece, das estratégias que pode utilizar frente a um problema específico e dos modos como se dá sua aprendizagem, pode otimizar suas ações de modo a potencializar a apreensão de conhecimentos e

o desenvolvimento cognitivo. Ao conhecimento relativo à cognição e às práticas de monitoramento cognitivo, dá-se o nome de metacognição.

Pesquisas como a de Borssoi e Almeida (2015) mostram que uma atividade de Modelagem pode ser capaz de agir sobre a predisposição do aluno em aprender. Impulsiona mesmo a se envolver de modo mais real e participativo com a atividade para a construção do seu próprio conhecimento. Evidenciar aspectos externos à Matemática presentes no cotidiano do aluno, apresentam-se como características de atividade da Modelagem Matemática. A Matemática presente em contextos não matemáticos, nos quais são os alunos quem definem as estratégias de ação sobre o problema que será enfrentado por si só ressaltam a eficácia da Modelagem em questão.

Os autores, Soares e Javaroni (2013), a partir do estudo de um modelo, denominado Análise de Modelos, apresentam uma alternativa para iniciar um trabalho com Modelagem Matemática, que

[...] se configura como uma possibilidade de encaminhar o trabalho com modelos matemáticos em sala de aula, cuja ideia central é propor a análise de um modelo para um fenômeno de uma área científica ou do dia a dia como pano de fundo para a introdução de conceitos matemáticos novos para os alunos. O modelo proposto pode ser um modelo clássico da literatura, ou então um modelo derivado de pesquisas e que ainda não é tão conhecido (SOARES; JAVARONI, 2013, p. 197).

A “Análise de Modelos” mencionada acima, da utilização do ciclo de Modelagem, aliada a tecnologia, é um fator de alto potencial, quando é apresentado aos alunos um modelo sobre um assunto ainda não estudado. A visualização do que ocorre com esse modelo é de grande importância para o processo de ensino e aprendizagem.

É necessário ter em mente, numa perspectiva cognitivista, baseada na teoria de Ausubel (1968, 2003), que a Modelagem é um processo de construção da aprendizagem e o crescimento da inteligência não se dá pelo acúmulo de informações, mas pela organização delas. As novas ideias precisam ser incorporadas às já existentes por meio de relações que devem ser estabelecidas.

3.3.1 Concepções de Modelagem Matemática

Na década de 80 surge o movimento da Educação Matemática, tendo como um de seus pilares Ole Skovsmose, que inspirado nos pressupostos da literacia, caracterizada por Freire, amplia o sentido de alfabetização Matemática propondo a Materacia (reflexão crítica sobre a humanidade e a sociedade).

Materacia não se refere apenas a habilidades Matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática. A Educação Matemática Crítica inclui o interesse pelo desenvolvimento da Educação Matemática como suporte da democracia, implicando que as microssociedades de salas de aulas de Matemática devem também mostrar aspectos de democracia (SKOVSMOSE, 2008. p. 16).

Para Skovsmose (2001), o poder formatador da Matemática, a força que ela exerce na sociedade tecnológica, não só como um construto social, mas, também, como um elemento constitutivo da sociedade. “[...] A Matemática faz uma intervenção real na realidade, não apenas no sentido de que um novo insight (luz) pode mudar as interpretações, mas também no sentido de que a Matemática coloniza parte da realidade e a rearruma” (SKOVSMOSE, 2001, p. 80). Os modelos matemáticos são usados como parâmetros na tomada de decisões econômicas, políticas e sociais, interferindo no cotidiano dos indivíduos.

Outro aspecto que Skovsmose (2001) pontua é que o conhecimento matemático possui diferentes epistemologias, distinguindo três formas de conhecimento. Todavia, um não é mais importante que o outro, mas se completam e acontecem de forma simultânea:

1) Conhecer matemático, que se refere à competência normalmente entendida como habilidades Matemáticas, incluindo as competências na reprodução de teoremas e provas, bem como ao domínio de uma variedade de algoritmos [...] 2) Conhecer tecnológico, que se refere às habilidades em aplicar a Matemática e às competências na construção dos modelos [...]. De forma geral, é o entendimento necessário para usar uma ferramenta tecnológica para alcançar alguns objetivos tecnológicos. 3) Conhecer reflexivo, que se refere à competência de refletir sobre o uso da Matemática e avaliá-lo. Reflexões têm a ver com avaliações das consequências do empreendimento tecnológico (SKOVSMOSE, 2001 p. 115-116).

A Materacia estabelece a capacidade de desenvolver raciocínios matemáticos bem processados e usufruí-los em diferentes cenários. Os conhecimentos admitidos

no decorrer do processo não se limitam apenas aos procedimentos matemáticos e noções de geometria, mas sim, nas habilidades de tabular tabelas, gráficos e mapas.

Assim percebe-se que o conceito de Materacia não é acessível, pois envolve um número bastante expressivo de habilidades e competências. Acredita-se que o ensino de Matemática, que seja repleto por essa ideia de Materacia, pode contribuir para um ensino de aprendizagem, desenvolvendo assim uma consciência cidadã por parte dos educandos e, com isso, a Educação Matemática Crítica ganha um papel relevante, abordando questões relacionadas a tendência da Educação Matemática.

Na sequência, Passos afirma que “o desenvolvimento de novas posturas com relação aos papéis desempenhados pelos conhecimentos matemáticos na sociedade é um dos principais objetivos da Educação Matemática Crítica” (PASSOS, 2008, p. 42).

O objetivo da Educação Matemática Crítica (EMC) é desenvolver essa Materacia/Matemática, que vem conseguindo resultados satisfatórios mediante trabalhos relacionados com projetos (Modelagem educacional) envolvendo atividades investigativas.

Trabalhos com projetos e abordagens temáticas têm sido considerados uma resposta emblemática aos desafios educacionais lançados pela Educação Crítica para Skovsmose, “[...] considero que uma nova Educação Matemática Crítica deve buscar possibilidades educacionais” (SKOVSMOSE, 2008, p. 13).

Ao ambiente, que dá base ao trabalho investigativo, Skovsmose (2008) chama de Cenário para Investigação, espaço no qual os alunos são convidados a montar questões e encontrarem explicações. Constata três cenários: investigação em Matemática Pura, investigação com referência à semi-realidade e investigação com referência na realidade.

No momento que o professor se depara com cenários de investigação, está sujeito a concentrar-se em uma zona de risco¹⁶. Conforme identificaram Borba e Villareal (2005), as dúvidas deverão ser encaradas e, posteriormente, as tecnologias, em especial, os computadores, deverão ser utilizados como um processo de reorganização do pensamento. No entanto, o uso da tecnologia desafia a autoridade do professor e também sai da zona de conforto, possibilitando ao aluno, num espaço

¹⁶ Zona de risco é um conceito proposto por Penteadó (2004, apud Skovsmose, 2008, p. 35) que se refere ao fato de o professor não poder prever todos os acontecimentos em sala de aula, estando sujeito a questionamentos inesperados para os quais possivelmente não tenha respostas prontas.

de tempo relativamente curto, experimentações ricas, quando comparadas a atividades com lápis e papel. Todavia, viabiliza diferentes formas de representação, como a algébrica, a numérica e a gráfica, adequando-se às diversas particularidades de aprendizagem.

Os autores discutem o campo de validade dos modelos matemáticos e a Matemática, que dá suporte à sociedade tecnológica¹⁷, e identificam o poder formatador¹⁸ da Matemática. “Por meio de modelos matemáticos, também nos tornamos capazes de “projetar” uma parte do que se torna realidade. Tomamos decisões baseados em modelos matemáticos e, dessa forma, a Matemática molda a realidade” (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p. 135).

A Modelagem Matemática vem ganhando seu espaço com investigações e pesquisas em várias áreas de aplicações do conhecimento. No âmbito da Educação, em especial, no ensino da Matemática, é enfatizada no ambiente de sala de aula para buscar maneiras que facilitem a interação entre os alunos e as situações do seu dia a dia e, como método científico, nas diversificadas áreas de pesquisa, para investigação e experimentação de estudos e novas ideias.

A arte de buscar situações do cotidiano dos estudantes e adaptá-las nas aulas de Matemática é denominada Modelagem Matemática. Diversos autores apresentam definições de Modelagem, por exemplo, para Blum e Niss (1991, p. 40), “[...] o processo de Modelagem é a prática de obter situações problema do cotidiano e relacioná-lo com a Matemática”. Na mesma linha de pensamento, Bassanezi (2010, p. 16) afirma que “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Madruga e Biembengut (2016) apresentam uma definição de modelagem:

Modelagem é o processo envolvido na feitura de um modelo. Modelo que pode auxiliar as pessoas a compreender dados, informações, a estimular novas ideias e a prover de uma visão estruturada e global que inclui relações abstratas de algum fenômeno, ente, ou um processo. O modelo capacita a pessoa observar e refletir sobre fenômenos complexos, e ainda, a comunicar as ideias a outras pessoas (MADRUGA; BIEMBENGUT, 2016, p. 28).

¹⁷ Sociedades estruturadas segundo modelos gerenciais, modelos matemáticos que servem de base para tomada de decisões econômicas, políticas, sociais, etc.

¹⁸ A Matemática intervém na realidade ao criar uma “segunda natureza” ao nosso redor, oferecendo não apenas descrições de fenômenos, mas também modelos para a alteração de comportamentos. Não apenas “vemos” de acordo com a Matemática, nós também “agimos” de acordo com ela (SKOVSMOSE, 2001, p. 83).

A Modelagem Matemática idealizada por Bassanezi (2010); Blum e Niss (1991); Madruga e Biembengut (2016), são propostas metodológicas que segundo os próprios autores, pode ser utilizada em qualquer área de ensino, pois elas proporcionam a oportunidade de trabalhar com os conteúdos numa abordagem que utiliza situações do cotidiano dos estudantes (familiares ou não), além de retomar essas situações na sala de aula com a finalidade de ensinar.

Na visão de Almeida, Silva e Vertuan (2016), a Modelagem Matemática se apresenta como uma alternativa pedagógica para o professor de Matemática. Segundo esses autores,

[...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final. Nesse sentido, relações entre realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão ancorados), servem de subsídio para que os conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam adicionados e/ou produzidos e integrados. A essa situação inicial problemática chamamos situação-problema; à situação final desejada associamos uma representação Matemática, um modelo matemático (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 12).

Silva e Oliveira (2012, p. 13) apontam direcionamentos para o planejamento de uma atividade de Modelagem Matemática como “um processo de tomada de decisões na elaboração da atividade de modelagem e na organização das ações e estratégias do professor”.

Na visão de Moretto (2003), o aluno e o professor assumem responsabilidades e obrigações pela adição do conhecimento Matemático, a partir de situações-problema provenientes das realidades dos alunos, tendo como objetivo preparar gerentes da informação e transmissão do aprendizado e não meros acumuladores de dados.

Para Chaves (2005):

[...]Assim, Modelagem Matemática colocada em termos de um ambiente de ensino e de aprendizagem, onde o professor através do desenvolvimento e acompanhamento de atividades de ensino, oportuniza ao aluno a construção de conhecimento matemático, nos sugere o estabelecimento de uma prática, no mínimo diferenciada da que comumente vem sendo praticada, pois, acreditamos que, ao fornecer ao aluno o conhecimento matemático, pronto e acabado, através de conceitos e regras que devem ser memorizadas, reproduzidas e aplicadas quando necessário, estamos dando pouca ou

nenhuma oportunidade para que os alunos construam qualquer significado ou sentido mais útil ao conhecimento matemático escolar do que o simplesmente ser aprovado na escola (CHAVES, 2005, p. 44).

Nesse contexto, considera-se que o aluno se torna ator e condutor do próprio aprendizado. Precisa agir sobre a situação inicial (situação real), identificar quais serão suas ações e as conduções que deverá realizar para o desenvolvimento da atividade, projetando possíveis resultados da situação final (ou uma resposta para o seu problema).

Valendo-se da Modelagem Matemática como uma alternativa metodológica, o professor tem a oportunidade de transformar a prática docente. Motivação dos alunos, interesse, participação, vontade de aprender e crescer cada vez mais, serão naturais e inerentes ao aprendizado, sem a exigência do professor. Além disso, oferecer a possibilidade de criticar, avaliar e refletir acerca das atividades. Nessa perspectiva, deixa-se de lado o processo usual e formal e parte-se para um ambiente que favorece o estabelecimento de relações afetivas mais intrínsecas entre os alunos e, também, entre professores e alunos (Burak, 2004). A probabilidade das aulas se tornarem mais prazerosas aumentará e, inserido nesse ambiente, o aluno poderá até apresentar um resultado final que extrapola as expectativas do professor.

É de suma importância salientar que não há uma ordem rígida para a condução da atividade de Modelagem Matemática, no entanto, alguns autores sugerem um ciclo de Modelagem (BLOMHOJ; H. KJELDEN, 2006; BORROMEO, FERRI, 2006; KAISER; SCHWARTZ, 2006; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016).

Vários esquemas e modelos explicativos foram elaborados buscando compreender o processo da Modelagem Matemática, por exemplo, para Bassanezi (2002, p. 16), a Modelagem Matemática é a “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” ou ainda:

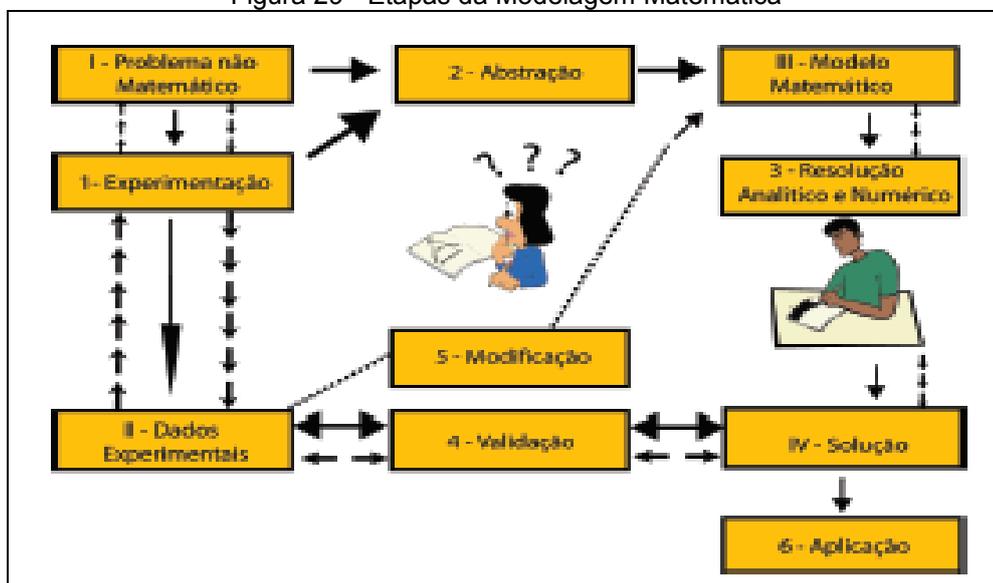
[...] a Modelagem Matemática é Matemática por excelência. As origens das ideias centrais da Matemática são o resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade. O desenvolvimento dessas ideias e sua organização intelectual dão-se a partir de elaborações sobre representações do real (BASSANEZI, 2002, p. 13).

Na concepção de Bassanezi (2013), segundo a qual a Modelagem Matemática pode ser entendida como:

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2013, p. 24).

Assim, para o autor, a Modelagem Matemática no ensino passa por uma série de etapas, as quais não constituem um processo rígido, mas, que dão base para o desenvolvimento da atividade proposta conforme observado na Figura 29.

Figura 29 - Etapas da Modelagem Matemática



Fonte: Bassanezi (2013, p. 27).

A etapa da Experimentação (1) é o momento em que ocorre a obtenção/coleta dos dados, aqui, o matemático pode (e deve) ser fundamental, pois dependendo de sua forma de abordar o problema, ele pode direcionar o problema para caminhos mais fáceis ou mais difíceis, conforme também sugere Biembengut (2003) ao afirmar que o processo de modelagem:

[...] sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de Matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT, 2003, p. 12)

Na etapa da Abstração (2), estabelecem-se as variáveis, faz-se a problematização numa linguagem Matemática, formulam-se as hipóteses e simplifica-se o problema, acrescentado algumas condições e/ou restrições que sejam necessárias e/ou omitindo outras.

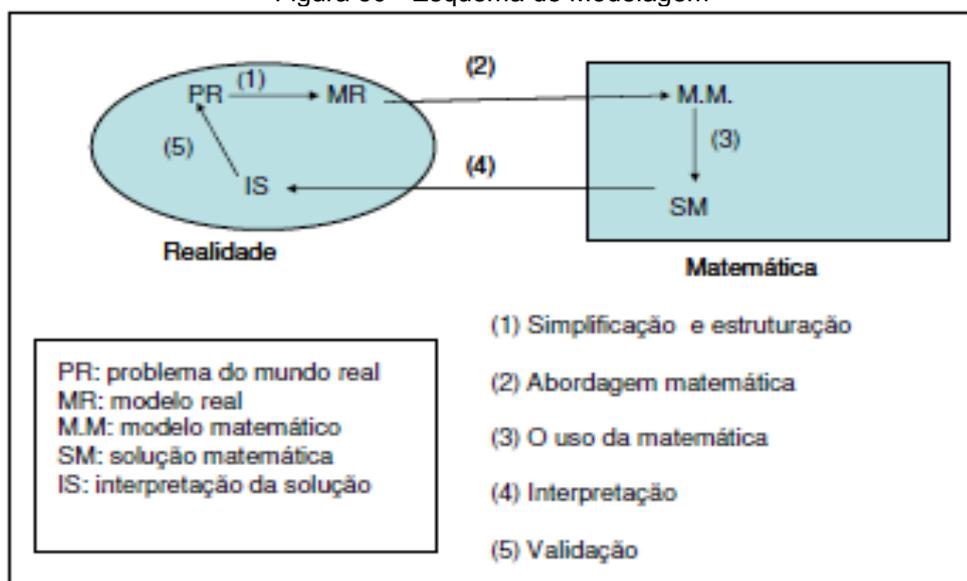
A etapa da Resolução (3), consiste em fazer a substituição da linguagem natural das hipóteses pela linguagem Matemática, enquanto na Validação, etapa (4), é feita a testagem do modelo, inferindo, se o modelo deve ser aceito ou refutado. Caso seja refutado, acontece a chamada Modificação (5), etapa em que, modifica-se um ou alguns fatores ligados a etapas anteriores que não permitiram elaborar/desenvolver um modelo que pudesse satisfazer o problema inicial, sendo necessário assim, um novo processo de idas e vindas, de forma a encontrar um modelo que atenda aos interesses e necessidades do modelador.

É importante ressaltar que o processo de reformulação/mudança de um modelo matemático é uma parte fundamental do processo de Modelagem, pois como afirma Bean:

[...] à medida que o mundo se transforma, também se transformam as atividades e os modelos, ou seja, a unidade se ajusta conforme as necessidades, os interesses e as aspirações dos membros da comunidade vão sendo atendidos ou não pelas transformações (BEAN, 2007, p. 47).

A resolução de um problema por meio da Modelagem envolve várias etapas, conforme o esquema da Figura 30, apresentado por Maass (2004):

Figura 30 - Esquema de Modelagem



Fonte: Maass (2004, p. 2).

De acordo com Maass (2004), o processo parte de um problema do mundo real¹⁹. No princípio do processo a situação em estudo é idealizada e simplificada, o que é feito por meio de hipóteses simplificadoras. Essa nova situação obtida a partir da situação real, por meio das simplificações, é um modelo real da situação original. Em seguida, esse modelo deve ser matematizado, o que implica em traduzir o problema e os dados por meio de objetos matemáticos²⁰. Trabalhando com esse modelo, uma solução matemática para o problema é obtida. Após isso, essa solução deve ser interpretada com referência à situação da vida real. Por fim, a validade da solução é investigada pela adequação dessa em relação aos valores reais.

De acordo com Maaß (2006), a competência para fazer Modelagem inclui habilidades e capacidades para definir encaminhamentos adequados para a resolução do problema, e ainda, a pré-disposição dos alunos em colocar essas habilidades e capacidades em ação. De acordo com a autora, as competências de Modelagem dizem respeito à:

¹⁹ Por mundo real entendemos aqui, como coloca o documento elaborado pelo IPC (International Programme Committee) do ICMI (International Commission for Mathematical Instruction "... tudo que é relacionado à natureza, sociedade ou cultura, incluindo a vida cotidiana bem como assuntos de escola e universidade ou disciplinas científicas e de estudo diversas da matemática" (IPC, 2003, p. 6).

²⁰ Entendemos aqui objetos matemáticos como os define Fonte *et al* "Objetos matemáticos são qualquer entidade ou coisa a qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que intervém de algum modo na atividade matemática" (Fonte *et al*, 2005, p. 5). Segundo estes autores são exemplos de objetos matemáticos: ponto, número, plano, operações, relações algoritmos, problemas, demonstrações, entre outros.

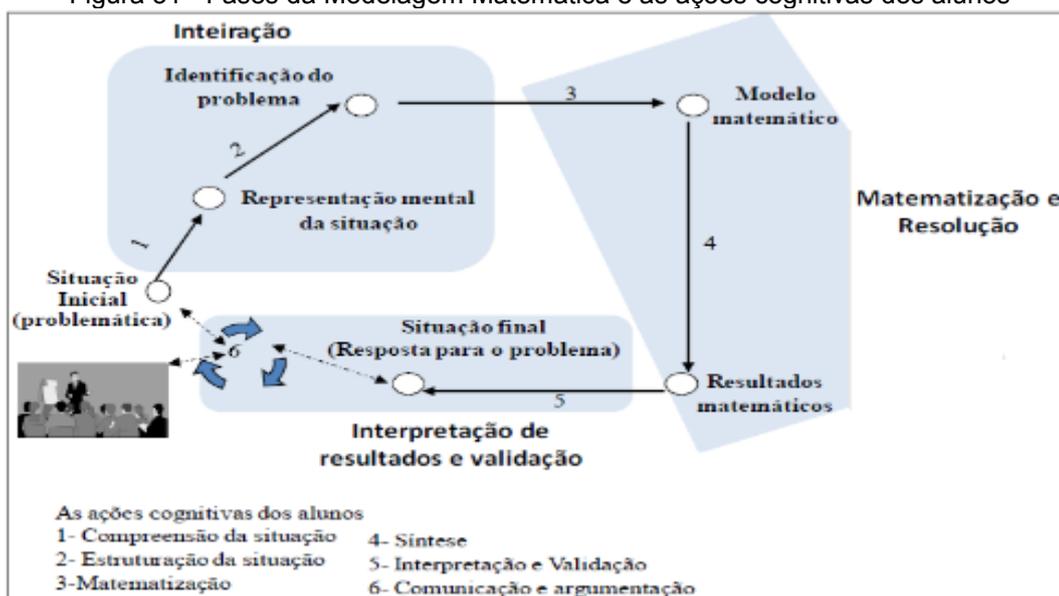
competências para realizar os passos individuais do processo de Modelagem; competências metacognitivas de Modelagem; competências para estruturar problemas do mundo real e definir encaminhamentos adequados para a resolução do problema; competências para argumentar em relação aos procedimentos e para escrever essa argumentação; competências para ver o que a Matemática oferece de possibilidades para a solução de problemas do mundo real e considerar essas possibilidades como positivo (MAA β , 2006, p. 139).

Conforme lembrado por Bassanezi (2002, p. 31) ao afirmar que nenhum “modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado”, justificando a isso, alguns fatos que levam a novas situações, como por exemplo, o fato de que qualquer teoria pode ter mudanças conceituais, que as observações acumuladas levam, compassadamente, a novos fatos e permitem, assim, novas suposições e, ainda, que a Matemática evolua internamente fornecendo novas ferramentas/linguagens para traduzir a realidade.

Embora a Modelagem Matemática possa ser percebida como um método de pesquisa, vem sendo utilizada por muitos educadores como uma alternativa que pode ser introduzida nas aulas de Matemática. Como salientam Almeida, Silva e Vertuan (2012), aspectos como motivação, uso das aplicações de fora da escola na sala de aula, a viabilização do uso do computador, a utilização de trabalhos cooperativos, o desenvolvimento da criticidade e da reflexão e o uso de diferentes signos são elementos argumentativos que justificam e incentivam seu uso.

Almeida, Silva e Vertuan (2016) propõem seis fases da Modelagem Matemática e as ações cognitivas dos alunos relacionadas a cada uma dessas fases conforme Figura 31.

Figura 31 - Fases da Modelagem Matemática e as ações cognitivas dos alunos



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 19).

Nesse processo de Modelagem Matemática, inicialmente, o aluno reconhece a situação-problema, observa as características e especificidades de cada situação, realiza a coleta de dados quantitativos e qualitativos. Efetiva a formulação do problema e metas que possam solucioná-lo. Inteiração denomina a fase acima, descrita de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Sucessivamente, ocorrem a formulação de hipóteses, a seleção de variáveis e as simplificações necessárias para que a solução do problema possa ser encontrada. Para essa segunda fase, denominada de Matematização, “a busca e elaboração de uma representação Matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 16).

A Resolução definida pela terceira fase, segundo Almeida, Silva e Vertuan:

consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 16).

Ainda assim, deve ocorrer uma análise para a resposta encontrada para o problema, a essa fase, os autores denominam Interpretação de Resultados e Validação,

a análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação Matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 16).

No que se diz respeito às ações cognitivas, na etapa de inteiração, ocorrem a compreensão e a estruturação da situação — representadas na Figura 31 pelas flechas 1 e 2. Ao se deparar com a situação-problema, o estudante precisa compreendê-lo por aproximações ou idealizações, para depois construir uma representação mental. Nessa transição, ocorre a ação cognitiva de compreensão da situação inicial, dos dados e do agrupamento de ideias. A partir disso, o estudante identifica o problema e define metas de resolução. Isso requer a ação cognitiva de estruturação da situação, ou seja, uma estruturação e/ou simplificação deliberada das informações sobre a situação. Na etapa e ação cognitiva de matematização (representada pela flecha 3), o estudante formula hipóteses, seleciona e simplifica variáveis, conforme o problema a ser resolvido. Essa etapa culmina com a construção de um modelo matemático. Na fase de resolução, há a ação cognitiva de síntese (representada pela flecha 4). Nessa fase, apresentam-se os resultados matemáticos e valida-se o modelo. Na etapa de validação, levando-se em consideração procedimentos e objetos matemáticos e sua adequação à situação, ocorre a ação cognitiva de interpretação e validação (representada pela flecha 5). Finalmente, ocorre a comunicação dos resultados. Para isso, é preciso argumentar e justificar os procedimentos adotados nas etapas anteriores, caracterizando a ação cognitiva de comunicação e argumentação (representada pela flecha 6).

Barbosa e Santos (2007, p. 1) salientam que o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem em sala de aula dependerá, entre outras coisas, de como serão abordados “os objetivos e os papéis que o professor e os alunos” irão assumir.

Burak (1992, p. 62) diz que Modelagem constitui-se de um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões”.

Conforme Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática é um processo dinâmico, utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. Consiste, essencialmente, na arte de transformar situações cotidianas em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas respostas numa linguagem usual.

Dessa forma, a Modelagem é um método de ensino e aprendizagem possível de ser utilizada nos diversos níveis escolares, e, conseqüentemente, no curso superior. Para Bassanezi (2011, p. 16), a Modelagem Matemática: “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Biembengut (1997) detalha Modelagem Matemática como o processo requerido para obtenção de um modelo matemático. Considera esse fazer como um processo artístico. Na perspectiva do autor, a elaboração de um modelo deve acoplar, além de conhecimento em Matemática, uma visão intuitiva e criativa para interpretar o contexto. E, ainda, discernir o conteúdo matemático que melhor se adapta para descrevê-lo, utilizando senso lúdico para “jogar” com as variáveis envolvidas. Biembengut (2013, p. 13) considera, ainda, que a Modelagem é como um meio de interação de dois conjuntos aparentemente disjuntos: Matemática e realidade, que permite representar uma situação real num modelo matemático. Para Biembengut e Hein (2014, p. 13), a Modelagem Matemática: “é uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

Para Bassanezi (2002), o processo de Modelagem consiste na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos. Ao resolvê-los, interpreta suas soluções na linguagem do mundo real. Além disso, esse processo se perfaz numa rota que transforma a Matemática em algo mais atraente, agradável e motivador em qualquer nível.

Nessa concepção, os autores entendem que a Modelagem Matemática é um método científico ou estratégia de ensino e aprendizagem, com finalidade de interpretar e compreender os acontecimentos do cotidiano. A Modelagem é eficiente a partir do momento que se clarifica, que sempre se está trabalhando com aproximações da realidade. Ou seja, elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2011, p. 24). Para aplicar um bom modelo é preciso um bom conhecimento matemático e equilíbrio entre intuição e criatividade. O conhecimento matemático, ligado à experiência e criatividade do modelador, colabora para que ele tenha uma visão mais ampla da tendência dos dados, e consiga visualizar, mesmo que superficialmente, possíveis soluções para o problema em estudo.

Segundo o pensamento de Burak (1992, p. 62), em sua tese, entende a Modelagem Matemática como um “conjunto de procedimentos, cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Dando continuidade, a fala de Burak (2004) sugere que o processo de Modelagem seja desenvolvido considerando cinco etapas distintas: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; análise crítica da(s) solução(es).

Conforme Barbosa (2001), “a Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações-problema com referência na realidade, ou seja, problemas vivenciados”. Quando o professor traz o aluno para sua realidade, a sistematização do conteúdo fica mais fácil de ser interpretada e compreendida, facilitando ao aluno encontrar a solução de um problema específico da sua realidade.

Os autores Barbosa (2001), Burak e Aragão (2012), também dizem que a Modelagem Matemática é um meio de romper com modelos prontos de ensinar Matemática e oportunizar aos alunos a participação ativa no seu processo de ensino e aprendizagem, fazendo relação do conhecimento matemático com o seu cotidiano e adquirindo uma Aprendizagem Significativa.

Para Burak e Aragão:

A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos dos quais o homem vive o seu cotidiano, ajudando a fazer previsões e a tomar decisões (BURAK e ARAGÃO, 2012, p. 88).

Na concepção de Biembengut:

Há um consenso no que diz respeito ao ensino de Matemática precisa voltar-se para a promoção do conhecimento matemático e da habilidade em utilizá-lo. O que significa ir além das simples resoluções de questões Matemáticas, muitas vezes sem significado para o aluno, e levá-lo a adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria Matemática quanto da natureza do problema a ser modelado (BIEMBENGUT, 2014, p. 18).

Com base nos autores, percebe-se que há uma ruptura dos modelos prontos através da Modelagem Matemática, trazendo o aluno mais próximo da realidade, proporcionando a compreensão do conteúdo e passando a dar significação ao

aprendizado. Através da Modelagem, o aluno consegue entender o significado em relação ao que está estudando, uma vez que passará a elaborar estratégias para resolução do problema, sem se ater em memorizar regras e fórmulas prontas da Matemática. Sendo assim, o aluno pode fazer uso dos passos a seguir elencados:

- a escolha do tema: é a etapa onde o professor incentiva e oferece condições para que os alunos possam escolher o tema sobre o qual farão a pesquisa. Esse tema deverá ser de interesse e fazer parte do seu dia a dia. Nessa fase, “é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada” (KLÜBER e BURAK, 2007);
- a pesquisa exploratória: será realizada após a escolha do tema. Os alunos serão orientados a procurar informações para embasarem a pesquisa (materiais e subsídios teóricos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que o acadêmico quer realmente investigar). A busca por informações ajuda a desenvolver, no aluno, os aspectos formativos e investigativos, e quanto maior a quantidade de informações, melhores serão os recursos necessários para o desenvolvimento da pesquisa;
- o levantamento dos problemas: os alunos apresentarão todas as informações colhidas na etapa anterior, para, em seguida, elaborarem, esquematizarem os problemas surgidos e fazerem conjecturas sobre tudo que pode ter relação com a Matemática. Assim, “essa fase da Modelagem é muito rica, pois desenvolve no aluno a capacidade de tomar decisões, de fórmulas hipóteses, de questionar as várias possibilidades de resolução de um mesmo problema” (KLÜBER e BURAK, 2007, p. 3);
- a resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo Matemático no contexto do tema se define como: o momento de despertar nos alunos as condições necessárias para resolver problemas levantados na etapa anterior, com o auxílio dos conteúdos matemáticos. Nessa etapa, os conteúdos matemáticos passam a ter significado e, mesmo não sendo a finalidade principal, podem ocorrer modelos matemáticos que tenham como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano;
- a análise crítica da(s) solução(ões): oferece ao aluno condições de refletir sobre os resultados obtidos no processo e sobre quais os benefícios que eles podem trazer para a melhoria da tomada de decisões e implementação de ações. Essa etapa “contribui para a formação de cidadãos participativos, mas autônomos que auxiliem

na transformação da comunidade em que participam” (KLÜBER e BURAK, 2007, p. 4).

Observa-se que essa perspectiva da Modelagem Matemática é uma excelente ferramenta capaz de fomentar nos alunos um maior interesse pela Matemática. Possibilita um trabalho distinto e diferente com os conteúdos matemáticos, transmutando em aulas aliciantes, cativantes e significativas, a mecanicidade do aprender. Facilita a aprendizagem e, até mesmo, conduz estudantes a ações/reações/atitudes positivas em relação à Matemática.

Trabalhar a Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak, é uma maneira que busca superar as práticas tradicionais onde a memória, as regras e o descarte do pensar matemático, juntamente ao cerne da Pesquisa Operacional, são valorizados em demasia.

Pressupondo que a Modelagem Matemática, enquanto metodologia de ensino, atenderá os anseios profissionais e ajudará a despertar em nossos alunos o prazer, a alegria e/ou até escolher se dedicar cada vez mais ao estudo da Matemática. Entende-se que tais conceitos também podem ser aplicados na Pesquisa Operacional. Apontam no horizonte aulas diferenciadas, fazendo com que os alunos fiquem mais motivados a participarem das aulas, alcançando, assim, uma aprendizagem mais efetiva e real.

Fundamentados nos estudos, teorias e propostas referidos, apresenta-se a Modelagem Matemática como uma metodologia alternativa que possibilitará aos alunos pesquisarem e buscarem os conceitos matemáticos em situações contextualizadas, tornando-os sujeitos participantes na construção do conhecimento, e que seja possível encontrarem soluções aos problemas, com os quais poderão se deparar no futuro profissional.

Malheiros (2012, p. 867) ressalta que, tanto a Resolução de Problemas quanto a Modelagem, podem convergir para o aprendizado significativo. Segundo a concepção de Machado, E. S. (2006, p. 39), a Modelagem pode ser considerada como “fator gerador de problemas”. E, também, conforme Machado E. S. (2006, p. 103), “a Modelagem Matemática favoreceu o desenvolvimento, nos alunos, de atitudes e habilidades em resolução de problemas”.

Segundo Almeida e Ferruzzi (2009), o conjunto de procedimentos a que se refere está relacionado com

[...] um conjunto de ações como a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação Matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 120-121).

Conforme Biembengut e Hein (2003, p. 16) “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. A Matemática e a realidade são conjuntos disjuntos que podem ser levadas à interação através da Modelagem. Segundo os mesmos autores, o processo de Modelagem pode ser dividido em três etapas principais, apresentadas a seguir:

- interação com o problema: nessa etapa é realizado o primeiro contato entre o aluno e a situação problema e, caso haja necessidade, a busca de mais informações para uma melhor compreensão e familiarização do tema em questão;
- matematização: identificar e formular o problema a partir da identificação de um modelo que pode ser, segundo Biembengut e Hein (2003), como “um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráfico, ou representação, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução” (p. 14);
- o Modelo Matemático: nessa etapa, verifica-se a validação do Modelo obtido na etapa anterior e se analisará a confiabilidade de sua utilização na situação modelo e, caso não seja confiável, alunos e professores deverão retornar à segunda etapa na busca de uma melhor adequação do modelo.

Contudo, é importante não esquecer que “o processo de Modelagem requer do modelador, além do talento para a pesquisa, conhecimento matemático e capacidade de fazer leitura do fenômeno sob ótica Matemática” (BIEMBENGUT, 2004, p. 17), e também, que o uso da Modelagem como instrumento de um processo de aprendizagem, permite ao aluno construir o significado do conceito que lhe é apresentado: cabe a ele reconhecer e selecionar as características do fenômeno que são pertinentes ao modelo. Com isso, o estudante estará apto a reconhecer essas características em outros fenômenos possíveis de serem representados por um mesmo modelo.

Kaiser e Sriraman (2006), citado por Dalla Vecchia (2012), a partir de uma revisão de literatura sobre os trabalhos de Modelagem no âmbito internacional,

apresentam cinco perspectivas. De maneira geral são diferentes aspectos no contexto educativo para a Modelagem Matemática, as quais foram denominadas de realística, focando sua atenção para o desenvolvimento de habilidades relacionadas com a resolução de situações-problema contextualizados; epistemológica, cujo objetivo está interligado com o desenvolvimento de teorias Matemáticas; educacional, que em termos gerais associa a realística e a epistemológica integrando situações-problema autênticas visando as teorias Matemáticas; a contextual, na qual as situações se destinam à construção de conceitos matemáticos, mas são sustentadas por estudos psicológicos; e a sócio crítica, que procura desenvolver situações, nas quais o papel dos modelos na sociedade possa ser discutido.

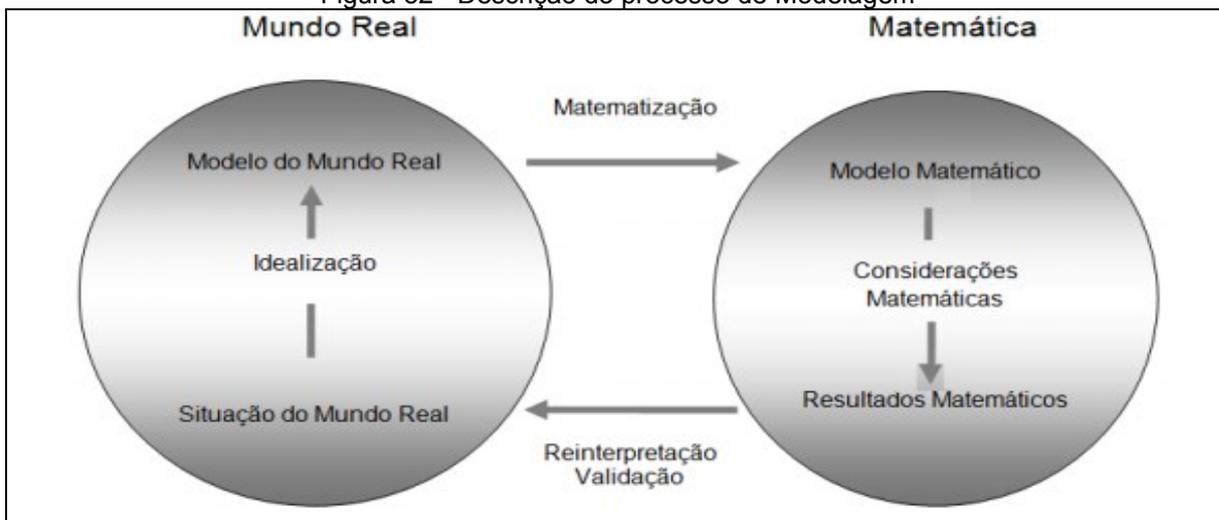
Mesmo havendo distinções, Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2010) apresentam uma perspectiva geral de como ocorre a Modelagem Matemática, inclusive, uma mesma atividade de Modelagem Matemática pode contemplar mais de uma delas, elas pressupõem diferentes condutas para professor e alunos diante das situações das atividades.

Para Barbosa e Santos (2007, p. 2):

[...] propósitos diferentes implicam em diferenças nas formas de organizar e conduzir as atividades de Modelagem. Isso nos força a refletirmos sobre as maneiras como as práticas de sala de aula representam ou constituem perspectivas mais amplas sobre Modelagem Matemática.

No artigo de Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2010), citado por Dalla Vecchia (2012), salientam que a Modelagem Matemática tem como ponto de partida situações-problema que privilegiam a compreensão crítica do mundo real, bem como o papel do indivíduo na sociedade. Essa situação é idealizada no sentido de que sua estrutura é simplificada, criando o que os autores designam modelo do mundo real. A partir disso, esse modelo do mundo real é matematizado, isto é, é transformado em uma situação Matemática, envolvendo símbolos, equações e inequações. As considerações Matemáticas produzem resultados matemáticos que são interpretados na situação real. A concordância desses resultados é aprovada (validada) e, no caso de uma solução pouco provável, inicia-se novamente todo o processo de etapas. Os autores apresentam uma descrição visual, para compreender melhor essas ideias, conforme Figura 32.

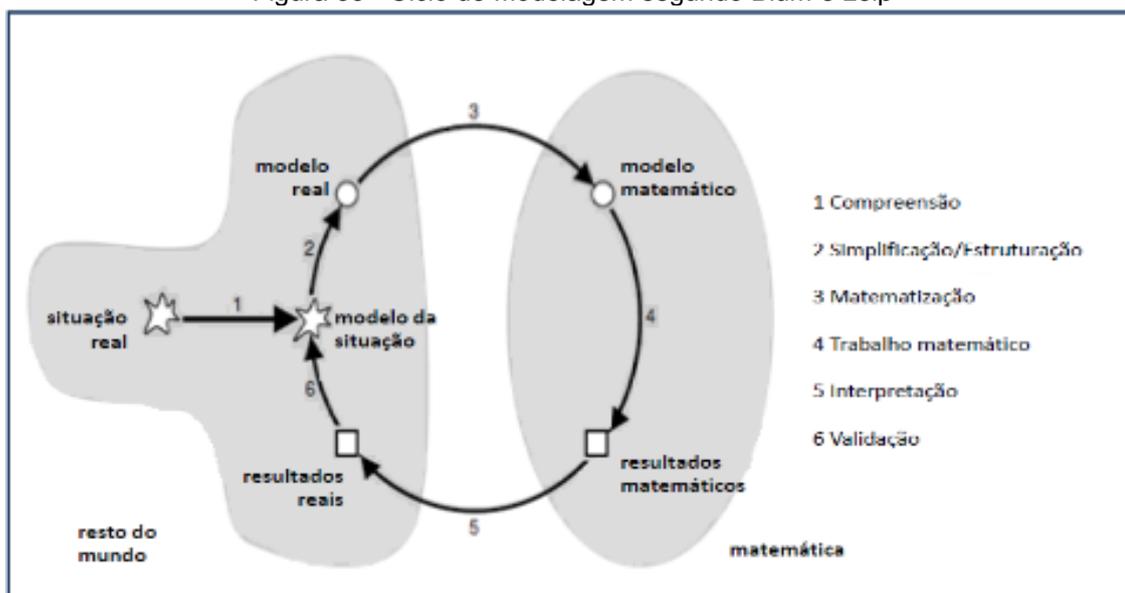
Figura 32 - Descrição do processo de Modelagem



Fonte – Kaiser, Schwarz, Tiedemann (2010, p. 436, tradução Dalla Vecchia, 2012).

Uma interpretação similar pode ser encontrada, segundo a visão de Blum e Leiß (2006), que consideram a situação real onde o problema se encontra. Essa situação, após passar por uma fase de interpretação, passa a ser entendida como uma situação modelo. Por sua vez, será transformada em um problema real pelas simplificações necessárias. Esse problema, ainda presente no mundo não matemático, é então “matematizado” e passa a integrar o mundo matemático, no qual terá um resultado, também matemático, conforme Figura 33.

Figura 33 - Ciclo de Modelagem segundo Blum e Leiß



Fonte: Blum e Leiß (2006, p. 1626).

Todavia, entende-se que, sendo o problema integrante ao mundo não matemático, sua(s) solução(ões) deve(m) pertencer ao mundo não matemático. Sendo assim, os resultados matemáticos precisam validar a situação em que estão contidos para responder a situação-problema. Caso os resultados matemáticos não sejam satisfatórios para o problema real, pode-se retomar o ciclo a qualquer instante e realizar as etapas que se fizerem necessárias.

Nesse panorama, ao resolver o problema matemático, supostamente, o aluno encontra um modelo para a situação estudada. Pode ser uma tabela, um gráfico, uma equação, uma maquete. Diferentes sistemas de representações para uma solução se mostram. Esse modelo seria capaz de expressar, matematicamente, possíveis soluções para os problemas que circundam os alunos, incentivando-os a pensar sobre a realidade que os cerca, de maneira a inseri-los em seu próprio mundo.

A Modelagem, na perspectiva sócio crítica, se destaca por trabalhar questões da realidade, aparentemente, problemas não-matemáticos, tendo como alicerce a Matemática. Considera que, sempre que possível, a escolha do tema seja feita pelos alunos, respeitando sua cultura e seus interesses. As discussões abrangem a Matemática e o contexto social. Na sala de aula predomina o trabalho em grupo, a criação de estratégias, o opinar e respeitar ideias diferentes de seus pares. O espaço democrático da sala de aula expande-se para a sociedade à medida que os alunos participam conscientes das discussões públicas pautada sem argumentos matemáticos. Barbosa (2003) enfatiza:

Se estamos interessados em construir uma sociedade democrática, onde as pessoas possam participar de sua condução e, assim, exercer cidadania, entendida aqui genericamente como inclusão nas discussões públicas, devemos reconhecer a necessidade de as pessoas se sentirem capazes de intervir em debates baseados em Matemática (BARBOSA, 2003, p. 6).

Na visão de Borges e Nehting (2008, p. 132), um modo da Matemática escolar estar engajada na formação do cidadão de modo geral (e não somente formar cientistas da área das ciências exatas) é relacionar seus conteúdos com problemas reais, além dos seus próprios, onde a Modelagem Matemática dá conta desse relacionamento.

Assim a Modelagem possibilita mergulhar em atividades que levem a investigação contemplando os atos dialógicos presentes na comunicação entre os participantes. Partindo de um problema da realidade sem procedimentos conhecidos de antemão, a Modelagem traz um caráter de imprevisibilidade. Os desafios de um

cenário de investigação são ricas oportunidades de novas aprendizagens e não devem repercutir a uma volta ao paradigma do exercício. A esses desafios Skovsmose (2008) chama de “zona de risco”.

Conforme Dalla Vecchia e Maltempi (2019), há necessidade de um aprofundamento no entendimento conceitual sobre problema, pelo fato dele ser fundamental no processo de Modelagem Matemática. Deleuze (1988), citado por Dalla Vecchia (2019), apresenta pontos de vista distintos, sendo possível: “consolidar um modo de compreender o problema que apresente aspectos consoantes com o processo de construção de modelos na Modelagem Matemática” (DALLA VECCHIA, DELEUZE, 2019).

Conforme Abbagnano (2007, p. 934), “[...] problemas são proposições demonstráveis que exigem provas ou expressam uma ação cujo modo de execução não é imediatamente certo”.

Para os autores Dalla Vecchia e Maltempi (2019) essa visão é criticada por Deleuze (1988), que entende que compreender o problema desse modo remete a uma subordinação dele ao contexto abrangido pela Matemática e, conseqüentemente, pelas ciências. Segundo esse autor, ao assumir essa visão, todo problema será considerado como tal somente se puder ser decalcado em “[...] proposições que se supõem preexistentes, opiniões lógicas, teoremas geométricos, equações algébricas, hipóteses físicas” (DELEUZE, 1988, p. 264). Por conseguinte, há automaticamente uma redução dos problemas somente às formas de proposição que são capazes de lhes servir como casos de solução, fazendo com que o problema seja avaliado, segundo sua possibilidade de receber uma resposta no contexto científico.

No contexto, de fato, autores como Echeverría e Pozo (1998, p. 15) entendem o problema como sendo “uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”. Similarmente estão autores como Onuchic e Allevato (2005, p. 221), que entendem problema como “[...] tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer”.

Sob a perspectiva defendida por Borba, Malheiros e Zullato (2007, p. 99-100), o entendimento é de que o problema pode ser visto como “[...] algo com uma parte subjetiva e outra objetiva, sendo a primeira relacionada a um interesse pessoal e a segunda ligada a um obstáculo que de fato se apresenta na existência da experiência de uma pessoa ou grupo”.

Dalla Vecchia e Maltempo (2019, p. 755), assumem a perspectiva de problema como:

inspirado nessa perspectiva, consideramos que é possível compreender problema como um conjunto de condições não atuais e indeterminadas que dizem respeito a uma dada situação e que gera um campo de conflitos que vai assumindo um caráter mais ou menos estável, à medida que vai sendo determinado.

Segundo os autores, o problema é um fluxo que se desenvolve e se mostra durante o caminho percorrido. Conforme Deleuze (1988), citado por Dalla Vecchia (2019), tal conceito acaba se determinando ao longo do processo que envolve a busca da sua solução. Problema é uma situação na qual se procura algo desconhecido e o aluno não tem nenhum método para encontrar a respectiva solução. No entanto, o aluno requer tempo e um bom planejamento, envolvendo situações ligadas à realidade dele e, principalmente, temas motivadores para que possa construir o próprio conhecimento mediante a compreensão do problema, a criação de estratégias de resolução, a execução e, por fim, a resolução da solução propriamente dita.

Os autores Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 17) comunicam a necessidade do professor estar atento às três características em que a Modelagem Matemática está fundamentada: “a) envolve um conjunto de ações cognitivas do indivíduo; b) envolve representação e manipulação de objetos matemáticos; c) é direcionada para objetivos e metas estabelecidas e/ou reconhecidas pelo aluno”.

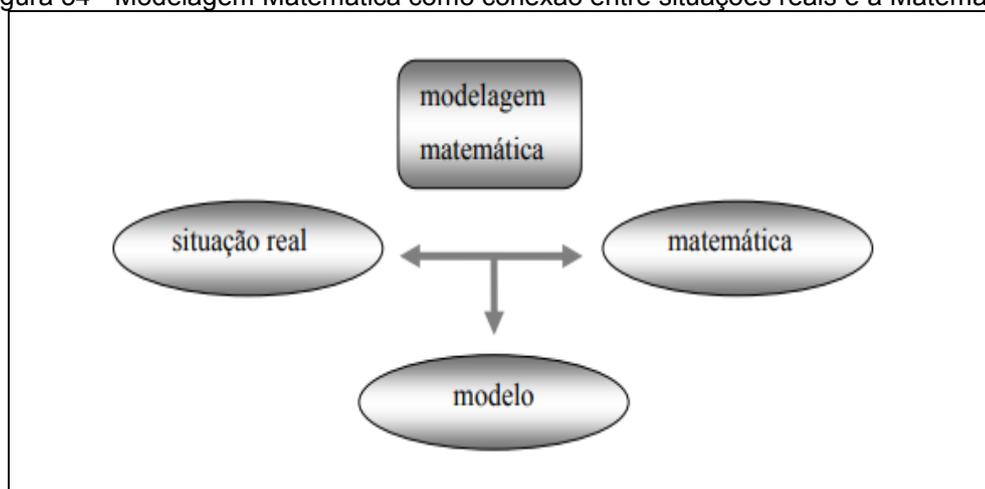
Os autores referidos apresentam visões que se assemelham a outros investigadores, inclusive no cenário nacional, como por exemplo, Bassanezi (2004), Biembengut e Hein (2007). Entretanto, existem outras visões que afirmam que a Modelagem Matemática pode se mostrar de modo distinto, contrariando, em alguns aspectos, as perspectivas apresentadas. São exemplos disso autores brasileiros como Barbosa (2001) e Borba, Malheiros e Zulatto (2007).

Para enfatizar essa visão de Modelagem Matemática apresentam-se as ideias de Bassanezi (2004), Biembengut e Hein (2007), que compartilham de perspectivas similares. Os autores fazem uma análise da Modelagem Matemática na Matemática Aplicada e propõem a utilização das potencialidades visualizadas nesse contexto nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. O enfoque educacional, dado por esses autores, é nomeado, por eles, de Modelação. A perspectiva dada por Bassanezi (2004, p. 24) defende que a Modelagem Matemática pode ser entendida

como: “[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão e tendências”.

Para exemplificar essa perspectiva Biembengut e Hein (2007) apresentam uma estrutura que envolve, de um lado a situação real e de outro a Matemática, sendo interligados por uma flecha de duplo sentido que representa a Modelagem Matemática e o Modelo conforme Figura 34.

Figura 34 - Modelagem Matemática como conexão entre situações reais e a Matemática



Fonte: Biembengut, Hein (2007, p. 13).

A interpretação desse esquema é dada pelos próprios autores, que afirmam que:

Genericamente, pode-se dizer que a Matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir. Essa interação [...] permite representar uma situação “real” com “ferramental” matemático (modelo matemático) (BIEMBENGUT, HEIN, 2007, p. 13).

Biembengut e Hein, compreendem que a Matemática é separada da realidade, que são conjuntos disjuntos, e que a ligação entre ambos ocorre através da Modelagem Matemática. Acreditam que a própria Matemática pode ser utilizada para representar um modelo que os relaciona, servindo como base para a interpretação da realidade. Segundo Bassanezi (2004),

A obtenção do modelo matemático pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta, sem ambiguidades, os símbolos e operações de uma teoria Matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa. Com isso, transpõe-se o problema de alguma realidade para a Matemática onde será tratado através das teorias e técnicas próprias desta ciência; pela mesma via de interpretação, no sentido

contrário, obtém-se o resultado dos estudos na linguagem original do problema (BASSANEZZI, 2004, p. 25).

Os autores Biembengut e Hein (2007), relacionam a Modelagem Matemática em um contexto geral e se inspiram na Matemática Aplicada. Porém, tanto Bassanezi (2004) quanto Biembengut e Hein (2007), ponderam que, ao trabalhar com Modelagem Matemática em uma perspectiva educacional (como estratégia de ensino e aprendizagem para a Matemática) há de se considerar aspectos distintos dos da lida profissional da Modelagem Matemática, tais como o conteúdo programático e a experiência dos envolvidos no processo. Isso implica um planejamento prévio, por parte do professor, que se inicia no levantamento socioeconômico e nos interesses e metas dos alunos (BIEMBENGUT, HEIN, 2007). Além disso, são também considerados o grau do conhecimento matemático, a ênfase Matemática dada, o número de exercícios que serão trabalhados, o horário da disciplina (diurno ou noturno), o número de alunos e a disponibilidade deles para trabalhos extraclasse, o que pode fazer com que haja uma delimitação dos objetivos de trabalho. Essa preocupação em procurar trazer as ideias básicas da Modelagem Matemática ao âmbito educacional foi denotada pelos autores de modelação. Sendo mais específico, a “[...] modelação Matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo de Modelagem” (BIEMBENGUT, HEIN, 2007, p. 18).

Nesse contexto é possível compreender que como objetivo para fins educativos, a Modelagem Matemática tem como foco o desenvolvimento de conteúdos matemáticos específicos no processo.

Com os apontamentos descritos encerra-se o item, que procurou apresentar os principais aspectos da Modelagem Matemática, bem como, as concepções e a inserção da tecnologia no ensino e aprendizagem da Matemática.

Essa tese busca integrar os princípios da Aprendizagem Significativa com uso do recurso avaliativo de Mapas Conceituais para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Pesquisa Operacional do curso de Administração, com a Modelagem de Matemática para resolver problemas de Pesquisa Operacional utilizando o recurso do *software Solver*.

No capítulo a seguir descreve-se o percurso metodológico utilizado nessa tese.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo são apresentados o método desenvolvido nessa pesquisa e as etapas que foram seguidas, interligando os conceitos e pressupostos das referidas vertentes teóricas apresentadas no referencial a respeito dos temas: Aprendizagem Significativa, Pesquisa Operacional e Modelagem Matemática.

Importante salientar que para Moreira (2011, p. 44) “Só há ensino quando há aprendizagem, e esta deve ser significativa; ensino é o meio, Aprendizagem Significativa é o fim; materiais de ensino que busquem essa aprendizagem devem ser potencialmente significativos”.

As diretrizes para execução do estudo foram estabelecidas de modo a corroborar com o objetivo principal proposto: *Investigar as contribuições ao processo de ensino e aprendizagem de uma articulação entre a teoria de Aprendizagem Significativa e a Modelagem Matemática em um contexto de desenvolvimento de modelos matemáticos por alunos de um curso de Administração, na disciplina de Pesquisa Operacional.*

A pesquisa entre a Modelagem Matemática e a Aprendizagem Significativa consiste na utilização para explicar os processos de resolução de problemas envolvendo os conceitos da Pesquisa Operacional, buscando desenvolver nos estudantes as competências/habilidades de Modelagem de um problema real e contextualizado, análise e resolução de problemas e comunicação dos processos e resultados desenvolvidos no processo de resolução da situação problema. Espera-se que esse processo cíclico, envolvendo a Modelagem (análise da situação problema, investigação e resolução) levem ao desenvolvimento da competência de resolver problemas, além de ampliar a aprendizagem, levando aos futuros profissionais, participantes do experimento, a aplicação desses conhecimentos em outras situações da vida profissional.

No trabalho de Cochran J.J. (2000) é apresentada essa metodologia de Estudo de Casos, considerando as seguintes características: (1) especificação dos casos; (2) cumprimento dos objetivos pedagógicos e; (3) motivação dos alunos.

Buscou-se seguir essas características na investigação realizada, pois foram identificados os casos, considerados importantes pelos estudantes em suas futuras profissões e que poderiam ser resolvidos com a utilização dos conceitos da Pesquisa Operacional, bem como, o processo de resolução dessas situações utilizando o

Método Simplex/*Ferramenta Solver*, o que motivou os estudantes a resolverem os problemas por eles propostos.

A opção metodológica é pelo método qualitativo, no qual foram estabelecidas diversas etapas a serem desenvolvidas no decorrer do processo de Modelagem Matemática das situações problemas, integrando com o desenvolvimento de Mapas Conceituais.

As etapas seguidas foram as seguintes:

1. Sondagem Diagnóstica - objetiva identificar os conhecimentos prévios ou subsunçores presentes nos alunos, permitindo o planejamento de atividades adequadas aos alunos que favorecessem uma aprendizagem individualizada e significativa, por meio de instrumentos de pesquisa com questões envolvendo situações problemas englobando os conteúdos matemáticos de: proporcionalidade, leitura e interpretação de problemas, operações aritméticas, sistemas lineares de equações/inequações do 1º grau e representação gráfica de uma equação/inequação do 1º grau, com carga horária de 3 horas (Apêndice I).

2. Organizadores Avançados - processo de resolução de situações relacionados às temáticas da Pesquisa Operacional, que apresentam conexão entre o conhecimento prévio do aluno e o que deveria ser desenvolvido no processo de resolução e Modelagem das situações reais e contextualizadas, apresentadas pelos estudantes no experimento realizado. Essa etapa foi planejada seguindo os pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), no processo de Modelagem Matemática e na Pesquisa Operacional. Os recursos utilizados no processo de aprendizagem e resolução dos problemas planejados, nessa etapa, envolveram a *ferramenta Solver* para avaliar o uso dos Organizadores Avançados, que serviram de base (âncora) para a nova aprendizagem, envolvendo um processo de mediação do professor/pesquisador. Os problemas dessa etapa estão no Apêndice II e o tempo estimado da atividade foi de 6 horas.

3. Instrumento Avaliativo - identificar se os estudantes ampliaram o conhecimento com o uso do diferencial da *ferramenta Solver*, avaliando, assim, o uso da atividade dos Organizadores Avançados, que serviram do foco para a nova aprendizagem. Os problemas dessa etapa estão no Apêndice III e com um tempo estimado da atividade de 6 horas.

4. Modelagem de Problemas de Pesquisa Operacional - etapa de resolução de problemas investigados pelos estudantes, com tempo estimado de 12 horas. Essa etapa foi subdividida em 4 fases:

4.1 Construção de Mapas Conceituais com os problemas propostos pelos estudantes;

4.2 Modelagem Matemática com problemas de Pesquisa Operacional propostos pelos estudantes;

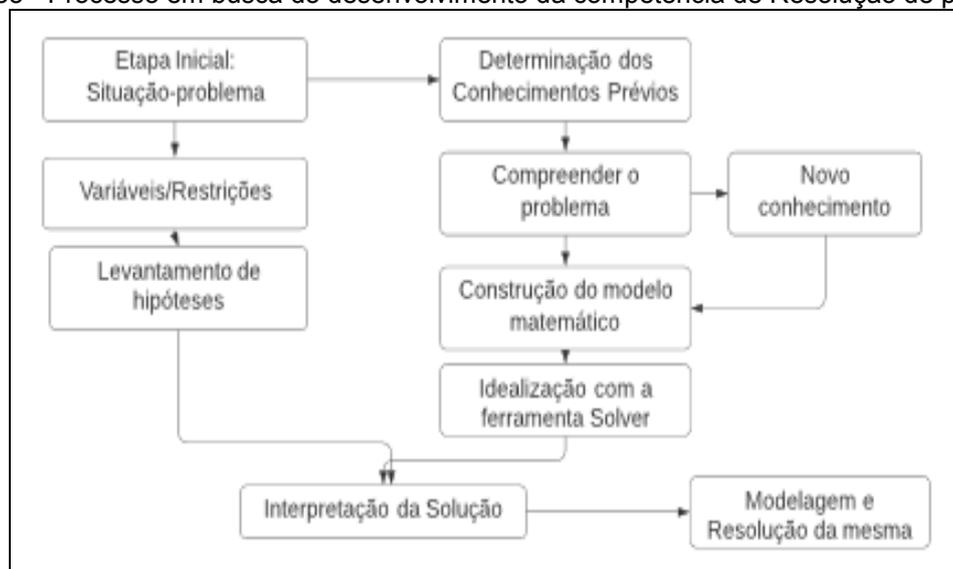
4.3 Reconstrução dos Mapas Conceituais com os problemas propostos pelos estudantes;

4.4 Reconstrução dos modelos matemáticos e resolução final dos problemas.

5. Atividade de Fechamento - levantamento dos dados oriundos das observações durante o experimento, da análise do processo de resolução de problemas e Modelagem Matemática, dos Mapas Conceituais iniciais e finais, bem como, da entrevista semiestruturada realizada num período de 3 horas (Apêndice IV).

Apresenta-se na Figura 35 a etapa do processo desenvolvido, buscando o desenvolvimento da competência de resolução das situações problemas.

Figura 35 - Processo em busca do desenvolvimento da competência de Resolução de problemas



Fonte: A pesquisa.

Seguindo essas etapas, apresentam-se as ações de pesquisa que foram realizadas:

- investigação sobre a teoria de Ausubel e Modelagem Matemática, bem como, as possibilidades de integrá-las buscando a aprendizagem dos estudantes envolvidos;

- investigação de recursos tecnológicos que podem ser utilizados como auxílio na resolução de situações-problema com a Pesquisa Operacional;
- investigação de situações-problema com a temática Pesquisa Operacional;
- experimento envolvendo alunos de Pesquisa Operacional;
- análise dos dados coletados no experimento realizado.

O Experimento realizado seguiu as seguintes ações:

- contato com os estudantes na Faculdade no segundo semestre de 2019 e 2020, na disciplina de Pesquisa Operacional do curso de Administração;
- aplicação de um questionário com questões abertas e fechadas, com o objetivo de buscar um relato dos alunos sobre as expectativas em relação a disciplina de Pesquisa Operacional;
- atividade de Sondagem Diagnóstica onde foram avaliados os subsunçores presentes nos alunos matriculados na disciplina de Pesquisa Operacional, do curso de Administração da Faculdade Fisul;
- atividade de resolução de problemas relativos ao conteúdo de Pesquisa Operacional que serviram de elo entre aquilo que deveriam já conhecer e o que já sabiam os estudantes conforme a teoria de Ausubel (2003), ou seja, aos organizadores avançados;
- instrumento de pesquisa envolvendo questões de situações-problema do dia a dia para avaliar se os Organizadores Avançados serviram de âncora para a nova aprendizagem;
- representação de Mapas Conceituais, no início do processo e no final do processo, depois que os estudantes desenvolveram as situações-problema contextualizadas;
- elaboração de um Modelo Matemático Inicial e de um Modelo Matemático Final das situações problemas;
- atividade de fechamento com outras situações problemas com o objetivo de avaliação da aprendizagem.

O processo de Modelagem Matemática, envolvendo o problema e o método de resolução, consistiu em trabalho de grupos, com colaboração entre os participantes (discussão, reflexão e planejamento do processo de Modelagem Matemática), com a mediação do professor/pesquisador, atento aos conflitos e divergência de ideias/resultados, fortalecendo assim a interatividade dos participantes e promovendo uma reflexão crítica dos resultados encontrados.

Os recursos utilizados foram o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) que, segundo Kenski (2008, p. 7), podem ser recursos pedagógicos interessantes para os professores utilizarem em suas práticas e que contribuem na promoção de uma Aprendizagem Significativa, substituindo recursos tradicionais existentes como, por exemplo, o quadro-negro. Contudo é preciso ir além, ou seja, que o professor propicie uma “educação mediada pela tecnologia” na qual a interatividade se estabeleça no processo de ensino e aprendizagem. Também foi utilizada a *ferramenta Solver* (suplemento do Microsoft Excel) tendo como função principal encontrar um valor ideal/ótimo (máximo ou mínimo) de uma situação-problema, inclusive investigação de outros problemas relacionados ao cotidiano, juntamente com profissionais experientes na área.

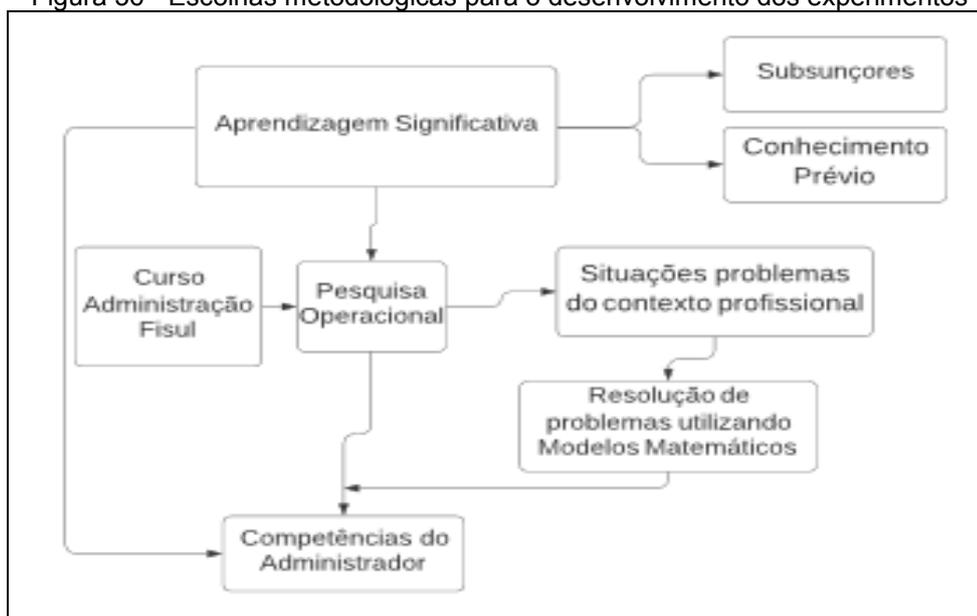
Essa pesquisa foi aprovada no comitê de ética com o número 3.677.895.

4.1 PARTICIPANTES DA PESQUISA

O grupo de participantes da pesquisa envolveu 24 (vinte e quatro) alunos do curso de graduação em Administração, da Faculdade Fisul, localizada na cidade de Garibaldi, Serra Gaúcha. Foram realizados dois experimentos com alunos/acadêmicos no curso de Administração, mais especificamente, com os alunos matriculados da disciplina de Pesquisa Operacional no segundo semestre de 2019 e no segundo semestre de 2020.

Na Figura 36 apresenta-se um esquema que visa explicitar as escolhas metodológicas para os dois experimentos realizados.

Figura 36 - Escolhas metodológicas para o desenvolvimento dos experimentos



Fonte: A pesquisa.

Na maioria dos discentes que participaram dos experimentos são alunos trabalhadores de empresas que atuam nas seguintes esferas: bancário, produção, metalúrgico, área administrativa e serviços gerais. A idade média foi de 20 anos²¹ e cursam 3²² disciplinas por semestre, necessitando de seis a sete anos para a sua formação.

A Faculdade de Integração do Ensino Superior do Cone Sul (Fisul)²³, situada na cidade de Garibaldi, Rio Grande do Sul – RS, oferece o curso de Administração, juntamente com Ciências Contábeis, Gestão Comercial, Gestão de Recursos Humanos e Direito no turno noturno. Na matriz curricular do curso de Administração, constam, entre outras disciplinas, Matemática, Matemática Financeira, Estatística Aplicada, Gestão de Custos, Administração Financeira, Orçamento Empresarial e Pesquisa Operacional, as quais se constituem em conhecimentos da área do cálculo (Matemática). Circunstanciadamente, a disciplina de Pesquisa Operacional é oferecida no quarto semestre, onde os alunos já cursaram em torno de 45%²⁴ dos créditos e, também, já tem um bom conhecimento de Matemática, em específico na resolução de problemas.

²¹ Apêndice V.

²² Informação proveniente da Fisul.

²³ Guia acadêmico - 2020.

²⁴ Apêndice V.

4.2 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Os instrumentos de coleta de dados utilizados referente as turmas de 2019 e 2020 foram: o caderno de anotações/classe ou notas de aula; questionário aplicado com os alunos; atividade de Sondagem Diagnóstica (Apêndice I); trabalhos entregues no decorrer das aulas e sua apresentação; a elaboração de uma situação-problema vivenciada no dia a dia; Mapas Conceituais no início do processo e no final do processo elaborados pelos estudantes e de um Instrumento Avaliativo (Apêndice III) com situações problemas.

Em relação ao caderno de classe, Zabala (2004) afirma que escrever o próprio diário de classe é uma interessante atividade para o autoconhecimento e a melhoria do trabalho do docente. Em virtude disso todos os apontamentos no decorrer das aulas foram registrados via portal da instituição.

Conforme Gil (2008) o questionário é uma técnica utilizada nas pesquisas para investigar e obter informações através de um conjunto de questões, através das quais fornecem dados oriundos do grupo em questão. O questionário aplicado aos alunos foi elaborado pelo professor pesquisador, composto por dez questões, sendo 6 questões abertas e 4 fechadas, com base no entendimento dos assuntos abordados (Apêndice V).

Para a obtenção dos dados aplicou-se a atividade de Sondagem Diagnóstica (Apêndice I) das duas turmas, com questões abrangendo situações problemas contendo conteúdos matemáticos específicos como: leitura e interpretação de problemas, operações aritméticas, proporcionalidade, sistema linear de equação de 1º grau, sistema linear de inequação de 1º grau e representação gráfica de uma equação/inequação do 1º grau, onde a devolução delas foi através da Plataforma Moodle.

Para uma contextualização das atividades desenvolvidas houve a participação de um profissional/palestrante externo, com o objetivo de socializar vivências e experiências relacionadas ao campo empresarial, utilizando a apresentação do aplicativo Teams. O palestrante trouxe contribuições no processo de ensino e aprendizagem envolvendo conteúdos da disciplina de Pesquisa Operacional, sendo que houve interação com os alunos, oferecendo subsídios básicos agregando conhecimentos.

Por meio da aplicação do referido instrumento, que serve para avaliar se os Organizadores Avançados (Apêndice II) serviram de âncora para a nova aprendizagem que apresentavam conexão entre o conhecimento prévio do aluno e aquilo que seria estudado, conforme a teoria de Ausubel, inclusive o seu envolvimento com a base atual de aprendizagem.

Para o processo da pesquisa foi elaborado, pelo professor, um Instrumento Avaliativo (Apêndice III), ou seja, uma relação de situações-problema para avaliar o uso dos Organizadores Avançados (Apêndice II), que serviram de base para a atual aprendizagem com o diferencial do conhecimento da *ferramenta Solver*.

Após a abordagem do Instrumento Avaliativo (Apêndice III), no intuito de que os alunos teriam os subsunçores necessários para a elaboração e resolução de modelos matemáticos de Programação Linear, os sujeitos descreveram uma situação-problema empresarial vivenciada, apresentando as variáveis e restrições do Modelo Matemático Inicial (MMI). Em torno dessa situação-problema também representaram o primeiro Mapa Conceitual Inicial (MCI) para compreender no entendimento do aluno acerca do conceito de modelo matemático, contribuindo para sua formação profissional. No decorrer do semestre, os alunos reformularam o modelo matemático relativo a situação-problema inicial, observando, assim, se houve alterações nas variáveis e restrições propriamente ditas, concluindo a elaboração do Modelo Matemático Final (MMF), concomitante, também representaram o Mapa Conceitual Final (MCF).

Foram realizadas as seguintes ações para coleta de dados: observações no decorrer de toda a pesquisa; análise dos Mapas Conceituais e dos modelos matemáticos desenvolvidos; nas respostas do questionário semiestruturado.

Salientando, também, que todos os trabalhos desenvolvidos durante as aulas, e/ou fora delas, nos dois experimentos, foram postados na Plataforma Moodle ou enviadas por e-mail.

A forma de socializar as tarefas ao grande grupo, ou seja, das situações problemas iniciais e finais, dos Modelos Matemáticos e dos Mapas Conceituais, foi através do aplicativo Teams e nas aulas presenciais.

A seguir apresenta-se um esquema do percurso metodológico desenvolvido na pesquisa realizada conforme Figura 37.

4.3 O EXPERIMENTO REALIZADO

Ocorreram dois experimentos com estudantes matriculados na disciplina de Pesquisa Operacional do curso de Administração da Faculdade Fisul: um no segundo semestre de 2019 e outro no segundo semestre de 2020.

A referida disciplina tem uma carga horária de 72 horas e é oferecida no quarto semestre do curso de Administração. Todas as atividades e o desenvolvimento do trabalho contemplaram o currículo desse curso do Ensino Superior, e os conteúdos dentro da matriz curricular.

As aulas ocorreram no laboratório de informática da Instituição, durante as aulas noturnas, num total de 16 encontros em cada experimento, nas aulas da disciplina de Pesquisa Operacional da Faculdade Fisul. Além desse espaço de encontro, os acadêmicos tiveram a possibilidade de interação em momentos de compartilhamento por meio do ambiente virtual (Plataforma Moodle: <https://ead.fisul.edu.br>), ilustrado na Figura 38. As atividades desenvolvidas e produzidas pelos alunos no decorrer do processo ficaram armazenadas no ambiente virtual.

Figura 38 - Tela de entrada do ambiente



Fonte: Ambiente Virtual de Aprendizagem da Instituição (2019).

Na primeira aula, os participantes da pesquisa responderam as questões sobre o questionário (Apêndice V) e a Sondagem Diagnóstica envolvendo um conjunto de situações-problema (Apêndice I), cujo objetivo de avaliar os conhecimentos prévios, ou seja, de acordo com Ausubel (2003), os subsunçores preexistentes. Ciente da fundamental importância das habilidades listadas a seguir para a resolução de

modelos matemáticos de Programação Linear, as respostas das questões objetivaram a observação das competências e habilidades e seu uso:

- resolução de problema utilizando Aritmética;
- relação de proporcionalidade (regra de três simples);
- relação de proporcionalidade (regra de três composta);
- resolução de sistemas de equações com duas incógnitas, tendo resultado favorável;
- representação gráfica de uma inequação;
- resolução de problemas de Pesquisa Operacional de Programação Linear com duas ou mais incógnitas com restrições;
- utilização e manipulação da *ferramenta Solver* na resolução de situações problema.

A aplicação da Sondagem Diagnóstica (Apêndice I), considerada a ponte para a construção de um novo conhecimento, permitiu perceber a presença ou ausência de subsunçores nos acadêmicos matriculados na disciplina de Pesquisa Operacional do curso de Administração, da Faculdade Fisul.

Na sequência, aplicou-se uma atividade chamada de Organizadores Avançados (Apêndice II), cujo objetivo foi de resolver problemas relacionados ao conteúdo da disciplina de Pesquisa Operacional, que apresentavam conexão entre o conhecimento prévio do aluno e os conceitos que seriam desenvolvidos, conforme a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003).

Para o acompanhamento da aprendizagem foi desenvolvido um Instrumento Avaliativo (Apêndice III), ou seja, uma relação de situações-problema para avaliar o uso dos Organizadores Avançados (Apêndice II), que serviram de base (âncora) para a nova aprendizagem com o diferencial do conhecimento da *ferramenta Solver*. Assim, os alunos receberam uma lista envolvendo várias situações-problema direcionadas ao ramo empresarial, no qual fizeram a modelação. O planejamento de sondagem de conteúdos concomitante às aulas de operacionalização do uso da *ferramenta Solver*, organizador avançado, no entender de Ausubel (2003) se constituem em práticas pedagógicas que contribuem na concretização de princípios. Nesse processo se estabelece a conexão entre conhecimentos prévios do aluno e conhecimentos necessários para futuras intervenções/aplicações na resolução de problemas.

Na sequência, com evidências que os alunos já estariam aptos e de posse dos subsunçores necessários para estruturar e resolver modelos matemáticos de

Programação Linear, foi solicitada a descrição de uma situação-problema. Tal descrição deveria focar uma vivência no trabalho e elencar as variáveis e restrições impostas do modelo matemático referente a situação-problema empresarial. Todo material desenvolvido foi anexado na Plataforma Moodle, sob a nomenclatura de Modelo Matemático Inicial (MMI) e ele, automaticamente, teve ou não algumas modificações no final do processo que foi chamado de Modelo Matemático Final (MMF). O Mapa Conceitual Inicial (MCI) foi solicitado como importante elemento a ser agregado na formação profissional ressaltando a compreensão do aluno em relação ao conceito de modelo matemático, ele também teve ou não alterações e foi chamado de Mapa Conceitual Final (MCF).

A interpretação dos modelos matemáticos, tanto inicial como final, em conjunto com o desenvolvimento de Mapas Conceituais, no início e ao final do processo de resolução dos problemas, admitiu identificar as hipóteses de resultados que obedeceram às categorias relacionadas em alguns pontos como:

- capacidade de reconhecimento e definição de problemas juntamente a capacidade de equacionar os resultados (quantidades de variáveis e restrições constatadas no problema), além disso o uso de parâmetros mais adequados a situação-problema comparados com o modelo matemático final em relação ao inicial;
- perguntas sobre a capacidade do aluno em lançar hipóteses sobre consequências de ações, responsabilizaram-se pela questão do pensamento estratégico, capacidade de pensar estrategicamente e capacidade de incluir mudanças no processo produtivo foram avaliadas por meio de uma Atividade de Fechamento (Apêndice IV) levantamento dos dados oriundos das observações, bem como da entrevista semiestruturada realizada.

5 ANÁLISES DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentam-se os resultados e as análises das atividades desenvolvidas nos experimentos realizados, com estudantes da disciplina de Pesquisa Operacional do curso de Administração da Faculdade Fisul, tendo como referência a fundamentação teórica utilizada. Foram realizados dois experimentos, com dois grupos de estudantes, o primeiro no ano de 2019 e o segundo no ano de 2020.

No estudo realizado no segundo semestre de 2019 foram analisadas as respostas de 16 acadêmicos, de ambos os sexos, sendo 50% do sexo feminino e 50% do sexo masculino. Os discentes estavam na faixa etária entre 21 a 40 anos e atuavam profissionalmente nos ramos financeiro, bancário, administrativo, produção ou serviços gerais. Em relação ao percentual de disciplinas concluídas, mais de 60% dos alunos estavam no último semestre do curso de Administração da Faculdade Fisul.

Os nomes dos participantes do grupo (acadêmicos), foram alterados a fim de preservar sua identidade. Foi escolhido o seguinte código para nominá-los: “Aluno”, seguido da numeração de 1 até 16. A ordem de escolha deles deu-se conforme suas manifestações e/ou entregas dos trabalhos. Ou seja, o primeiro a se manifestar foi chamado de Aluno 1, o segundo de Aluno 2 e, assim, sucessivamente.

Já no grupo de estudos, constituído no início do segundo semestre de 2020, composto por 8 alunos matriculados na disciplina de Pesquisa Operacional, no turno noturno, sendo 5 do sexo feminino e 3 do sexo masculino do curso de Administração na Faculdade Fisul.

Todos os sujeitos participantes da pesquisa eram alunos, trabalhadores que atuavam nos ramos financeiro, bancário, administrativo em geral e almoxarifado. Quanto ao percentual de disciplinas concluídas, a maioria dos alunos já havia completado mais de 55% do curso.

Os acadêmicos do segundo semestre de 2020, participantes do grupo de estudos, também tiveram seus nomes alterados a fim de preservar sua identidade. Da mesma forma, como em 2019, foi escolhido o seguinte código para nominá-los: “Aluno”, seguido da numeração 17 até 24. A ordem de escolha deles deu-se conforme suas manifestações e/ou entregas dos trabalhos. Ou seja, o primeiro a se manifestar foi chamado de Aluno 17, o segundo de Aluno 18 e, assim, sucessivamente.

As atividades desenvolvidas, na pesquisa nos dois experimentos realizados, foram:

1. Sondagem Diagnóstica (Apêndice I), com 7 (sete) problemas de Matemática Básica e Pesquisa Operacional
2. Proposta didática para desenvolver os Organizadores Avançados (Apêndice II) e atividades de uso da *ferramenta Solver* com 9 (nove) problemas de Matemática Básica e Pesquisa Operacional;
3. Instrumento Avaliativo (Apêndice III), com problemas propostos pelo professor/pesquisador com 10 (dez) problemas;
4. Etapa de resolução de problemas investigados pelos estudantes. Essa etapa foi subdividida em 4 fases:
 - a. Construção de Mapas Conceituais com os problemas propostos pelos estudantes;
 - b. Modelagem Matemática com problemas de Pesquisa Operacional propostos pelos estudantes;
 - c. Reconstrução dos Mapas Conceituais com os problemas propostos pelos estudantes;
 - d. Reconstrução dos modelos matemáticos e resolução final dos problemas.
5. Atividade de fechamento (Apêndice IV), com 5 (cinco) perguntas.

Importante salientar que esse processo de resolução de problemas, integrando a Mapas Conceituais e Modelagem Matemática, não é linear, são fases que ocorrem simultaneamente e em uma espiral de aprendizagem, que leva os estudantes a ampliarem sua compreensão sobre as situações problemas.

Busca-se identificar as contribuições desse processo na aprendizagem dos estudantes participantes do experimento.

5.1 RESULTADOS DA SONDAGEM DIAGNÓSTICA

Apresentam-se os resultados dos alunos da Sondagem Diagnóstica do segundo semestre de 2019 e, também, os resultados da Sondagem Diagnóstica realizada no segundo semestre de 2020. A Sondagem Diagnóstica foi organizada com 7 problemas (Apêndice I).

O objetivo foi avaliar os conhecimentos prévios, ou seja, de acordo com Ausubel (2003), os subsunçores preexistentes, relativos aos conhecimentos já adquiridos e processados em relação aos conceitos matemáticos e seu uso na resolução de situações problemas.

Considerando de fundamental importância as habilidades listadas a seguir, considerados como subsunçores, conforme Ausubel (2003), que estavam presentes na estrutura cognitiva dos acadêmicos da disciplina de Pesquisa Operacional para a resolução de modelos matemáticos de problemas de Programação Linear:

- resolução de problema utilizando Aritmética;
- relação de proporcionalidade (regra de três simples);
- relação de proporcionalidade (regra de três composta);
- resolução de sistemas de equações com duas incógnitas tendo resultado favorável;
- representação gráfica de uma inequação;
- resolução de problemas de Pesquisa Operacional de Programação Linear com duas ou mais incógnitas com restrições;
- utilização e manipulação da *ferramenta Solver* na resolução de situações problema.

A seguir são descritos os resultados de cada questão sobre a Sondagem Diagnóstica.

Importante salientar que identificar os conhecimentos prévios ou subsunçores presentes nos alunos, permitiu desenvolver um planejamento de atividades adequadas aos alunos que favoreçam uma aprendizagem individualizada e significativa, por meio de questões envolvendo situações problemas englobando os conteúdos matemáticos de: proporcionalidade, leitura e interpretação de problemas, operações aritméticas, sistemas lineares de equações/inequações do 1º grau e representação gráfica de uma equação/inequação do 1º grau.

Na Tabela 1 são apresentados os objetivos das questões 1 a 7.

Tabela 1 - Objetivos das questões 1 a 7

(continua)

Questão 1	Observar a existência dos subsunçores relacionados a proporcionalidade a partir de uma situação-problema vivenciada no seu dia a dia.
Questão 2	Buscar novas abordagens para fazer relações de proporcionalidade.
Questão 3	Reconhecer proporcionalidade diretamente e/ou inversamente proporcionais mediante uma situação-problema.

(conclusão)	
Questão 4	Representar algebricamente uma equação e/ou inequação e ser capaz de resolver um sistema de equações numa situação-problema.
Questão 5	Observar a existência do subsunçor relacionado a representação geométrica.
Questão 6	Perceber se os alunos saberiam resolver um problema de Pesquisa Operacional de Programação Linear com duas ou mais incógnitas com restrições.
Questão 7	Observar se os alunos apresentavam os subsunçores para executar o <i>software Solver</i> do Excel agregando conhecimento para auxiliar na resolução de problemas de Pesquisa Operacional de Programação Linear.

Fonte: A pesquisa.

Conforme a Tabela 2 apresentam-se as questões e seus respectivos acertos relacionados às respostas da Sondagem Diagnóstica (Apêndice I) dos alunos do segundo semestre de 2019 e 2020.

Tabela 2 - Respostas da Sondagem Diagnóstica 2019 e 2020

Questão	2019							Questão	2020						
	1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7
Aluno 1	X	X	-	X	-	-	-	Aluno 17	-	X	X	-	-	-	-
Aluno 2	X	-	-	X	-	X	-	Aluno 18	X	X	X	X	-	-	-
Aluno 3	X	X	X	X	X	X	-	Aluno 19	-	X	X	X	-	-	-
Aluno 4	X	X	X	X	X	X	-	Aluno 20	X	X	X	X	-	-	-
Aluno 5	X	X	-	X	-	-	-	Aluno 21	X	X	X	X	-	-	-
Aluno 6	X	-	-	X	-	X	-	Aluno 22	X	X	X	X	-	-	-
Aluno 7	X	X	-	-	-	-	-	Aluno 23	X	X	X	X	-	-	-
Aluno 8	X	X	-	X	-	-	-	Aluno 24	X	X	-	X	-	-	-
Aluno 9	X	X	X	X	X	X	-								
Aluno 10	X	X	X	X	X	X	-								
Aluno 11	X	X	-	X	-	-	-								
Aluno 12	X	X	X	-	-	-	-								
Aluno 13	X	X	X	X	-	-	-								
Aluno 14	X	X	X	X	X	X	-								
Aluno 15	X	X	X	X	-	-	-								
Aluno 16	X	X	X	-	-	-	-								

Fonte: A pesquisa.

Na questão um²⁵, houve 100% de aproveitamento, ou seja, todos os acadêmicos de 2019, encontraram o valor de 13 camisetas, também em 2020 houve 75% de acertos. A forma mais utilizada para a resolução foi a utilização das operações aritméticas, da qual resultou o custo unitário e multiplicaram pelo número de camisetas solicitadas. Em algumas falas, pôde-se notar a convicção na resolução, como a do Aluno 1: *“Dividir 234 reais por 18 camisetas igual a 13 reais cada. Maria comprou 54*

Q1 ²⁵ Paula comprou 18 camisetas iguais para revender e pagou R\$ 234,00 por elas. Maria comprou na mesma loja 54 camisetas iguais aquelas que Paula comprou. Maria revendeu as camisetas com o lucro de R\$ 3,00 em cada uma. Qual foi o lucro total nessas vendas? Descreva o processo usado para resolver a questão.

camisetas iguais às de Paula igual a 13 reais cada. Maria lucrou R\$ 3,00 por peça = $54 \times 3 = 162$ reais de lucro”.

Na questão dois²⁶, o percentual de acertos foi bastante significativo, ou seja, 14 alunos de 2019, resolveram perante a relação de proporcionalidade, no entanto, em 2 alunos foi diagnosticado que não houve estabelecimento de relações usando a proporcionalidade e a redução à unidade (mês para dia). No ano de 2020, o aproveitamento foi de 100%.

Na questão três²⁷, que apresenta um nível de resolução um pouco mais complexo, os resultados foram os seguintes em relação a 2019: sete alunos não conseguiram fazer relações com os dados propostos e 9 alunos souberam resolver o problema proposto usando a relação de proporcionalidade. Em 2020, 88% dos alunos resolveram por regra de três composta.

Na questão quatro²⁸, em 2019, treze alunos conseguiram resolver o problema proposto aplicando conhecimentos algébricos conhecidos como a resolução de sistema de equações com o uso do método da substituição e 3 alunos erraram totalmente a questão. E em 2020, sete dos oito alunos acertaram totalmente a questão. O aluno 4, também usou a representatividade do sistema e a resolução. No entanto, pode-se perceber que os alunos parecem apresentar os subsunçores relacionados à capacidade de representação e resolução mediante uma situação-problema. Percebeu-se que o Aluno 2, conforme Figura 39, obteve a resposta usando um sistema de equações com três equações e com três incógnitas, havendo assim o acentuado uso do procedimento algébrico.

Q2 ²⁶ Uma obra é construída por 12 operários em 3 meses de 30 dias. Em quantos dias essa obra seria construída por 36 operários? Descreva o processo para resolver a questão.

Q3 ²⁷ Dez funcionários de uma repartição pública trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas. Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será: Descreva o processo para resolver a questão.

Q4 ²⁸ Um negociante mandou seu empregado pesar três sacos de milho. O empregado voltou exausto e disse: O primeiro e o segundo sacos, juntos, têm 110 quilogramas. O primeiro e o terceiro, juntos, têm 120 quilogramas. E o segundo e o terceiro, juntos, têm 112 quilogramas. Mas o comerciante queria saber quantos quilogramas tinha cada saco. Para o empregado não se cansar mais, descubra isso para ele. Descreva o processo para resolver a questão.

Figura 39 - Produção do Aluno 2

Saco 1 = $x_1 \rightarrow (x_1 + x_2 = 110)$	$\rightarrow x_1 + x_2 - (x_1 + x_3) = 110 - 120$	$\rightarrow x_2 + x_3 + x_2 - x_3 = 112 - 10$
Saco 2 = $x_2 \rightarrow (x_1 + x_3 = 120)$	$x_1 + x_2 - x_1 - x_3 = -10$	$2x_2 = 102$
Saco 3 = $x_3 \rightarrow (x_2 + x_3 = 112)$	$x_2 - x_3 = -10$	$x_2 = 51 \text{ kg}$
	$51 - x_3 = -10$	
	$x_3 = 61 \text{ kg}$	
$x_1 + x_2 = 110$		
$x_1 + 51 = 110$		
$x_1 = 59 \text{ kg}$		
Portanto: $x_1 = 59 \text{ kg}$; $x_2 = 51 \text{ kg}$ e $x_3 = 61 \text{ kg}$		

Fonte: Aluno 2.

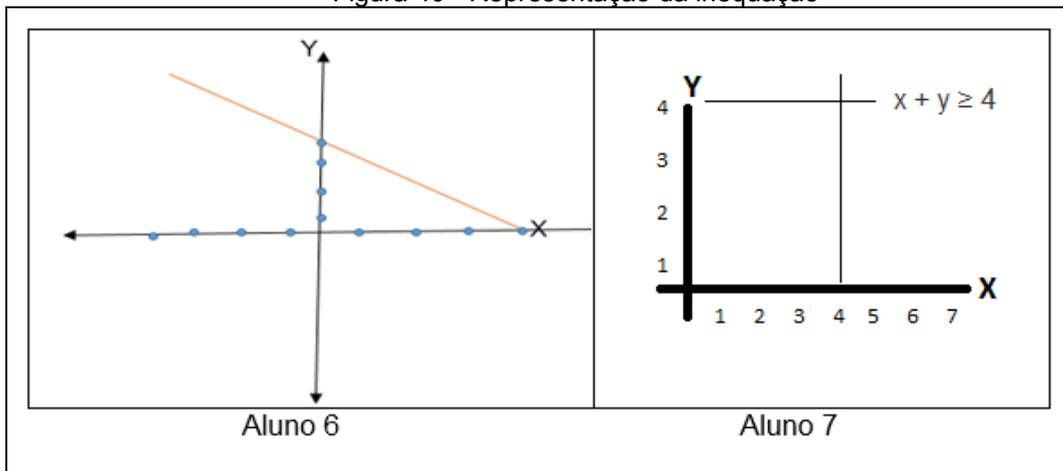
Na questão cinco²⁹ eram necessários conhecimentos algébricos e geométricos, no qual 5 alunos do ano de 2019 acertaram e souberam representar graficamente, além de ter a ideia da existência de infinitas soluções. Por outro lado, 11 alunos não resolveram a questão, alegando como motivo não lembrarem ou por apresentarem uma resolução inadequada. Perante esses resultados, infere-se que um percentual elevado não apresentou os subsunçores relacionados à capacidade de representação geométrica de uma inequação dos alunos participantes da intervenção em 2019, segundo semestre.

Conforme Groenwald (2010), o pensamento algébrico constitui em um aglomerado de habilidades cognitivas que idealizam a representação de situações, as operações e a resolução de problemas, tendo como foco a ideia de conceito algébrico.

Em 2020, a partir dos resultados expressos pelos alunos, pôde-se inferir que eles não apresentaram existência dos subsunçores relacionados a representação geométrica, afirmando não lembrarem. No entanto, se observa, na representação feita pelos alunos 6 e 7, que há compreensão que a representação se dá em um plano cartesiano, ou seja, em duas retas perpendiculares, conforme Figura 40. Porém, não representaram a região representada pela inequação.

Q5 ²⁹ Faça a representação através de um gráfico a inequação $x + y \geq 4$. Descreva o processo para resolver a questão.

Figura 40 - Representação da inequação



Fonte: Alunos 6 e 7.

Em relação ao exposto nenhum aluno representou, adequadamente, a inequação proposta na atividade desenvolvida na sala de aula, o que leva a perceber que os alunos da disciplina de Pesquisa Operacional do segundo semestre de 2020 não apresentaram a existência dos subsunçores relacionados à capacidade da representação geométrica.

Na questão seis³⁰, à medida que as questões foram resolvidas e a complexidade era maior, sendo necessária uma habilidade a mais em relação às questões anteriores, observam-se que as lacunas iam aparecendo. As dificuldades foram: não representar e não saber representar um sistema; fazer cálculos inadequados; não lembrar dos conhecimentos algébricos e geométricos; não terem condições de montar um gráfico.

Conforme se observa na Tabela 2, nove alunos não conseguiram resolver o problema e apenas 7 alunos conseguiram resolver o problema usando as operações aritméticas. O conhecimento exigido era um conjunto das habilidades já demonstradas, ou ainda não compreendidas, levando a induzir que os subsunçores relacionados à capacidade de escrever e resolver um problema de Pesquisa Operacional de Programação Linear não estavam presentes nos alunos do segundo semestre de 2019. Em 2020, mediante o problema exposto, nenhum do grupo conseguiu resolver, mesmo sendo por tentativa e erro, ou deixaram em branco ou

Q6 ³⁰ O proprietário de uma granja necessita misturar dois tipos de rações: I e II, de modo que elas tenham no mínimo 24 unidades do nutriente A, 36 do B e 70 do C. A ração tipo I custa R\$ 200,00 e fornece 3 unidades de A, 6 de B e 10 de C, enquanto que a ração tipo II custa R\$ 250,00 e fornece 4 unidades de A, 3 de B e 7 de C. Como devemos misturar as rações I e II, satisfazendo às necessidades mínimas e com menor custo? Descreva o processo para resolver a questão.

tentaram esboçar, mas de forma incorreta o que leva novamente a inferir que os subsunçores relacionados à capacidade de escrever e resolver um problema de Pesquisa Operacional de Programação Linear não estavam presentes na classe de alunos.

Na questão sete³¹ referente ao uso do *software Solver*, nenhum discente tinha conhecimento sobre a ferramenta e o seu uso, o que ficou identificado nas respostas dos estudantes participantes do experimento de 2019 e 2020.

A síntese dessa Sondagem Diagnóstica levou a perceber que alguns acadêmicos do curso de Administração do segundo semestre de 2019 e 2020 tinham conhecimentos prévios – subsunçores para reconhecer e resolver problemas que envolviam regra de três simples e composta, diretamente ou inversamente proporcionais. Quanto às utilizações da aritmética para a resolução das questões, encontraram dificuldades para a operação do cálculo. Pôde-se perceber essa intenção na fala de um dos alunos: “*Gosto da prática e não de fórmulas, pois frequentemente uso o método das tentativas, da lógica*”³². Em relação aos subsunçores algébricos, pode-se afirmar que estão presentes na minoria dos discentes. Em vários momentos não lembravam a forma de equacionar ou representar equações/inequações lineares, conseqüentemente, não sabiam representar o gráfico de inequações.

Sob o olhar da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), os resultados averiguados demonstraram evidências da presença de subsunçores relativos à capacidade de resolução e reconhecimento da relação de proporcionalidade diretamente ou inversamente proporcional.

Conforme a Resolução CNE/CES 4/2005 as habilidades exigidas para a formação do futuro administrador são as competências de reconhecer e definir problemas, equacionar soluções, pensar estrategicamente, introduzir modificações no processo produtivo, atuar preventivamente, transferir e generalizar conhecimentos. Além disso, é necessário exercer, em diferentes graus de complexidade, o processo da tomada de decisão e desenvolver capacidades de transferir conhecimentos da vida e da experiência cotidiana para o ambiente de trabalho e campo de atuação profissional, em diferentes modelos organizacionais. Revela-se assim um profissional adaptável/ presente em parte no grupo para a resolução de problemas, envolvendo

Q7 ³¹ Você como estudante já teve conhecimento da utilização do *software Solver* do Excel? Quais operações ele consegue calcular?

³² Aluno do segundo semestre de 2019.

sistema de equações com duas variáveis ou mais, representação gráfica de uma inequação e resolução de um problema de programação linear.

Nesse sentido, na Tabela 3, observa-se o resumo das habilidades das questões da Sondagem Diagnóstica com os resultados obtidos pelos alunos.

Tabela 3 - Resumo percentual da Sondagem Diagnóstica

Questões	Habilidade observada	Percentuais de acertos dos alunos		
		2019	2020	Subsuncor
1	Resolução de problema utilizando aritmética.	100%	75%	Presente
2	Relação de proporcionalidade (regra de três simples).	88%	100%	Presente
3	Relação de proporcionalidade (regra de três composta).	56%	88%	Presente
4	Resolução de sistemas de equações com duas incógnitas tendo resultado favorável.	81%	88%	Presente
5	Representação gráfica de uma inequação.	31%	0%	Ausente
6	Resolução de problemas de Pesquisa Operacional de Programação Linear com duas ou mais incógnitas com restrições.	44%	0%	Ausente
7	Utilização e manipulação da <i>ferramenta Solver</i> na resolução de situações problema.	0%	0%	Ausente

Fonte: Dados da Sondagem Diagnóstica dos experimentos realizados.

As habilidades elencadas e observadas como ausentes foram desenvolvidas mediante exercícios de revisão, relacionando problemas triviais, com situações do dia a dia. Outro ponto observado foi que os alunos necessitavam desenvolver a capacidade de operar com a *ferramenta Solver*.

A resolução de situações-problema simples, com duas variáveis e duas restrições, também serviu de subsídio para iniciar o processo de modelagem de situações-problema de Programação Linear na disciplina de Pesquisa Operacional.

Perante os resultados obtidos, tornou-se necessária a utilização do planejamento de um instrumento pedagógico, denominado de Organizadores Avançados, para auxiliar na aquisição dos conhecimentos aos estudantes que apresentaram dificuldades e, assim, estabelecer relações entre o que o aluno já sabia e o que deveria saber, visando superar tais dificuldades.

5.2 RESULTADOS DO INSTRUMENTO ORGANIZADORES AVANÇADOS

Após a identificação das dificuldades dos estudantes na Sondagem Diagnóstica, o professor/pesquisador propôs um instrumento com 9 situações problemas, com o objetivo de ampliar a compreensão necessária para resolução de

problemas, desenvolver habilidades para a modelagem de situações de Pesquisa Operacional e introduzir a *ferramenta Solver* como um recurso importante para os profissionais de Pesquisa Operacional.

Foram desenvolvidos 6 horas/aula para resolução, discussão e reflexão sobre os nove problemas.

A seguir, são descritos os resultados de cada questão relacionados aos Organizadores Avançados (Apêndice II), tendo como foco a resolução de problemas respectivos ao conteúdo da disciplina de Pesquisa Operacional, que apresentavam conexão entre o conhecimento prévio do aluno e aquilo que seria estudado, conforme a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Na Tabela 4, referente aos objetivos das questões 1 a 9. O primeiro objetivo compreende as questões 1, 2 e 3, o segundo objetivo as questões 4, 5 e 6 e finalizando o terceiro objetivo vincula as questões 7, 8 e 9.

Tabela 4 - Objetivos das questões 1 a 9

Questões 1, 2 e 3	Explorar a habilidade de representação gráfica de uma inequação.
Questões 4, 5 e 6	Verificar a existência dos subsunçores relacionados à serventia de resolver um sistema de equações de 1º grau com duas incógnitas, sendo possível de julgar.
Questões 7, 8 e 9	Reconhecer proporcionalidades diretamente proporcionais mediante situações-problemas compreensíveis, ou seja, montando o esqueleto do problema, substituindo a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem Matemática coerente e como num dicionário, a linguagem Matemática admite sinônimos que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural.

Fonte: A pesquisa.

Conforme a Tabela 5, foram organizadas as questões e seus respectivos acertos relacionados às respostas dos problemas Organizadores Avançados (Apêndices II) dos alunos participantes dos experimentos.

Tabela 5 - Respostas dos problemas Organizadores Avançados

Questão	2019									Questão	2020								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Aluno 1	X	X	X	X	-	X	X	X	X	Aluno 17	-	X	X	X	X	X	X	X	-
Aluno 2	X	-	-	X	X	X	X	X	X	Aluno 18	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Aluno 3	X	X	X	X	X	X	X	X	X	Aluno 19	X	X	X	X	X	X	X	X	-
Aluno 4	X	X	X	X	X	X	-	X	X	Aluno 20	-	X	X	X	X	X	X	-	X
Aluno 5	X	X	X	X	-	X	-	X	X	Aluno 21	-	X	X	X	X	X	X	-	X
Aluno 6	-	-	-	X	X	X	X	X	X	Aluno 22	X	X	X	X	X	X	X	-	X
Aluno 7	-	-	-	X	X	X	-	X	-	Aluno 23	X	X	-	X	X	X	X	X	X

										(conclusão)									
Aluno 8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	Aluno 24	-	-	-	X	X	X	X	-	X
Aluno 9	X	X	X	X	X	X	X	X	X										
Aluno 10	X	X	X	X	X	X	-	X	X										
Aluno 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X										
Aluno 12	-	X	X	X	X	X	-	X	-										
Aluno 13	X	-	X	X	X	X	X	-	-										
Aluno 14	X	X	X	X	X	X	X	X	X										
Aluno 15	-	X	X	X	X	X	X	-	-										
Aluno 16	X	-	-	X	X	X	-	X	-										

Fonte: A pesquisa.

Nas questões um³³, dois³⁴ e três³⁵, houve um pequeno acréscimo em relação a representatividade de uma inequação com um percentual em torno de 73% de acertos dos alunos do ano 2019 comparado na Sondagem Diagnóstica que foi em torno de 31%. E em relação aos discentes de 2020, com 71% de acertos das questões propostas, sendo assim, foi alcançado o objetivo. Quanto aos erros cometidos, a maioria tem relação com a desigualdade, podendo-se perceber que esses alunos demonstram dificuldade na compreensão do significado dos símbolos \geq (maior ou igual a) e \leq (menor ou igual a).

Nas questões quatro³⁶, cinco³⁷ e seis³⁸, foi possível observar que em torno de 96% dos acadêmicos no semestre de 2019 e 100% em 2020, souberam representar e solucionar o sistema de equações de 1º grau, utilizando o método da substituição, outros utilizaram o método da adição ou a proporcionalidade. Pôde-se, também, perceber que os alunos 3, 8 e 14 resolveram pelo método da tentativa, obtendo assim êxito nas respostas. Assim, utilizando seus conhecimentos matemáticos, os alunos conseguiram reconhecer e definir problemas, equacionar soluções, pensar estrategicamente, introduzir modificações no processo produtivo, atuar preventivamente, transferir e generalizar conhecimentos e exercer, em diferentes graus de complexidade, o processo da tomada de decisão.

Q1 ³³ Representar através de um gráfico a inequação $x + y \geq 2$.

Q2 ³⁴ Representar através de um gráfico a i equação $x + y \leq 2$.

Q3 ³⁵ Representar através de um gráfico a i equação $2x + y \leq 4$.

Q4 ³⁶ No término de um trabalho o caixa de um banco tem em seu poder R\$ 6.240,00 em 160 notas de R\$ 50,00 e de R\$ 10,00. Quantas notas há de cada espécie?

Q5 ³⁷ Numa certa escola há 70 professores, contando-se aí homens e mulheres. Se a metade do número de mulheres é igual ao triplo do de homens, quantos são os homens?

Q6 ³⁸ Num estacionamento de um supermercado há 45 veículos entre carros e motos. Feita uma contagem, foram contadas 162 rodas. Quantos veículos há de cada tipo?

Nas questões sete³⁹, oito⁴⁰ e nove⁴¹, constatou-se um percentual significativo em torno de 73% dos problemas propostos resolvidos pelos acadêmicos no ano de 2019 e 75% em 2020, tornando-os conscientes da corresponsabilidade pelo próprio aprendizado. É nesse instante em que o acadêmico desenvolve, também, aprendizagem de atitudes, valores e construção de conhecimentos ligados a Matemática ou áreas afins, onde há uma manifestação que a aprendizagem está sendo significativa. Pôde-se observar na fala dos alunos 1, 2, 3, 8, 9, 11 e 14, na medida da leitura dos problemas, ou seja, da sua interpretação, a dificuldade de entender o que realmente estava escrito, que era um pouco confuso, mas depois de ler diversas vezes clareavam as ideias, no entanto, foi possível montar o esboço do sistema, propriamente dito, envolvendo as equações/inequações, levando assim a inferir a presença dos subsunçores presentes nos alunos.

A utilização da Modelagem Matemática na disciplina de Pesquisa Operacional vem ao encontro de contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático, pessoal e social do futuro administrador, bem como, atitudes de investigação,

Q7 ³⁹ Uma doçaria fabrica dois tipos de bolo: chocolate e baunilha. Cada bolo de chocolate é vendido a R\$ 12,00 e cada um de baunilha a R\$ 9,00. Cada bolo de chocolate requer 45 minutos para bater, 20 minutos para assar e gasta 4 ovos. Cada bolo de baunilha leva 15 minutos para bater, 40 minutos para assar e gasta 1 ovo. O confeitiro dispõe de 8 horas para bater, 8 horas de forno e de 30 ovos. Represente a situação algebricamente através de inequações.

Q8 ⁴⁰ Uma empresa produz 2 produtos em uma de suas fábricas. Na fabricação dos 2 produtos, 3 insumos são críticos em termos de restringir o número de unidades dos 2 produtos que podem ser produzidas: as quantidades de matéria prima (tipos A e B) disponíveis e a mão de obra disponível para a produção dos 2 produtos. Assim, o Departamento de Produção já sabe que, para o próximo mês, a fábrica terá disponível, para a fabricação dos 2 produtos, 4.900 kg da matéria prima A e 4.500 kg da matéria prima B. Cada unidade do produto tipo I, para ser produzida consome 70 kg de matéria prima A e 90 kg da matéria prima B. Por sua vez, cada unidade do produto tipo II para ser produzida, utiliza 70 kg da matéria prima tipo A e 50 kg da matéria tipo B. Como a produção dos 2 produtos utiliza processos diferentes, a mão de obra é especializada e diferente para cada tipo de produto, ou seja, não se pode utilizar a mão de obra disponível para a fabricação de um dos produtos para produzir o outro. Assim, para a produção do produto tipo I a empresa terá disponível, no próximo mês, 80 homens-hora. Já para o produto tipo II terá 180 homens-hora. Cada unidade do produto tipo I, para ser produzida, utiliza 2 homens-hora enquanto que cada unidade do produto tipo II utiliza 3 homens-hora. Reduzindo do preço unitário de venda todos os custos, chega-se à conclusão de que cada unidade do produto tipo I dá um lucro de R\$ 20,00 e cada unidade do produto tipo II dá um lucro de R\$ 60,00. Dada a grande procura, estima-se que todas as unidades a serem produzidas, dos 2 produtos, poderão ser vendidas. O objetivo da empresa é obter o maior lucro possível com a produção e a venda das unidades dos produtos tipo I e II. Elabore o modelo algebricamente através de inequações.

Q9 ⁴¹ Para uma boa alimentação o corpo necessita de vitaminas e proteínas. A necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas é de 36 unidades por dia. Imagine que uma pessoa tenha disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitamina e 6 unidades de proteína. Cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteína. Qual a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível? Cada unidade de carne custa 3 unidades monetárias e cada unidade de ovo custa 2,5 unidades monetárias. Elabore o modelo algebricamente através de inequações.

resolução de problemas e desenvolvimento da capacidade de transferir conhecimentos da vida e da experiência cotidiana para o ambiente de trabalho e do seu campo de atuação profissional, em diferentes modelos organizacionais, revelando-se um profissional.

Na Tabela 6 encontram-se a síntese das habilidades observadas das questões do instrumento dos Organizadores Avançados, bem como, uma interpretação dos resultados obtidos pelos estudantes.

Tabela 6 - Resumo percentual de Organizadores Avançados

Questões	Habilidade observada	Percentuais de acertos dos alunos		
		2019	2020	Subsunçor
1, 2 e 3	Representar graficamente uma inequação.	73%	71%	Presente
4, 5 e 6	Resolver um sistema de equações de 1º grau com duas incógnitas, sendo possível de julgar.	96%	100%	Presente
7, 8 e 9	Reconhecer proporcionalidades diretamente proporcionais mediante situações-problemas compreensíveis, ou seja, montando o esqueleto do problema, substituindo a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem Matemática.	73%	75%	Presente

Fonte: Elaborado pelo autor.

Salientando que, inicialmente, um percentual significativo de alunos não tinha os subsunçores abrangentes específicos para representar graficamente uma inequação ou resolver um problema de Pesquisa Operacional de Programação Linear com duas ou mais incógnitas com restrições. Foi possível observar, pelos resultados obtidos por meio dos Organizadores Avançados, que a compreensão relativa às habilidades e aos conceitos se ampliou. A capacidade de manipular com a *ferramenta Solver* também foi desenvolvida por meio de demonstrações e exercícios no laboratório de informática da instituição.

Diante dos resultados, entende-se que o grupo de alunos do curso de Administração que cursou a disciplina de Pesquisa Operacional apresentou o conjunto de subsunçores necessários para iniciar a modelagem de situações-problema de Programação Linear.

5.3 RESULTADOS DO INSTRUMENTO AVALIATIVO

O Instrumento Avaliativo foi proposto pelo professor/pesquisador com 10 problemas de Pesquisa Operacional, visando identificar se os estudantes evoluíram no conhecimento discutido e refletido nas atividades dos Organizadores Avançados.

A seguir, são descritos os resultados de cada questão do Instrumento Avaliativo (Apêndice III), com o diferencial do conhecimento da *ferramenta Solver* para avaliar o uso dos Organizadores Avançados, que serviram de base (âncora) para a nova aprendizagem. Na sequência, segue uma relação de problemas desenvolvidos com os alunos da disciplina que têm como objetivo principal inserir o acadêmico no campo da Pesquisa Operacional, familiarizando o futuro administrador com modelos matemáticos, incluindo aplicação e resolução. Dentro dessa linha, possibilitando, também, obter conhecimentos de técnicas que irão ajudá-lo na tomada de decisão em processos produtivos e identificando de forma mais coerente os recursos e variáveis que estão diretamente ligados aos problemas da empresa/organização.

Conforme a Tabela 7 organizou-se as colunas das questões e seus respectivos acertos relacionados as respostas dos problemas do Instrumento Avaliativo (Apêndice III) dos alunos do segundo semestre de 2019 e 2020.

Tabela 7 - Respostas dos problemas do Instrumento Avaliativo

Questão	2019										Questão	2020									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Aluno 1	x	x	x	x	-	x	x	-	-	x	Aluno 17	x	x	-	x	x	x	-	x	x	-
Aluno 2	x	x	x	x	-	-	x	x	-	x	Aluno 18	x	x	x	x	x	x	x	x	x	-
Aluno 3	x	-	x	x	x	x	x	x	x	-	Aluno 19	x	x	-	x	x	x	x	x	x	-
Aluno 4	x	x	x	x	-	x	x	x	x	-	Aluno 20	x	-	-	x	x	x	x	x	-	-
Aluno 5	x	x	x	x	-	x	x	-	-	x	Aluno 21	x	-	-	x	x	x	x	x	-	-
Aluno 6	x	x	x	x	-	-	x	x	-	x	Aluno 22	x	-	-	x	x	x	x	x	-	-
Aluno 7	-	-	-	x	x	x	x	x	x	-	Aluno 23	x	x	x	x	x	x	x	x	x	-
Aluno 8	x	x	-	x	x	x	x	x	x	-	Aluno 24	x	x	-	x	x	x	-	x	x	-
Aluno 9	x	x	x	x	-	x	x	x	x	x											
Aluno 10	x	x	x	x	-	x	x	x	x	x											
Aluno 11	x	x	-	x	x	x	x	x	x	-											
Aluno 12	-	-	-	x	x	x	x	x	x	-											
Aluno 13	x	-	x	x	x	x	x	x	x	x											
Aluno 14	x	-	x	x	x	x	x	x	x	x											
Aluno 15	x	-	x	x	x	x	x	x	x	-											
Aluno 16	-	-	-	x	x	x	x	x	x	-											

Fonte: A pesquisa.

Analisando a resposta da questão um⁴² foi possível observar que cerca de 81% dos acadêmicos do semestre 2019 e 100% do segundo semestre de 2020, soube formar as equações e inequações, obtiveram a solução desejada mediante a ferramenta *Solver*, tendo um significado bastante expressivo. A questão dois⁴³, apresentou um percentual em torno de 56% para os alunos de 2019 e, em torno de 63%, para os alunos de 2020. No entanto, os equívocos observados foram, em sua maioria, que não apresentaram as inequações corretamente.

Na questão três⁴⁴ houve um percentual de acertos em torno de 69% para os alunos de 2019. Essa questão exigia conhecimentos algébricos e a forma de equacionar ou representar equações/inequações lineares, onde alguns alunos, no

Q1 ⁴² Escolha do Mix de Produção: Neste tipo de problema, o analista deseja determinar níveis para atividades de produção. Os problemas consideram um horizonte de programação finito. Os níveis (ou intensidade de produção) de cada atividade sofrem restrições de caráter tecnológico e prático. As restrições são expressas em termos matemáticos, a partir das variáveis de decisão selecionadas para o problema. Suponha uma empresa com quatro tipos distintos de processos e dois produtos, manufaturados a partir destes processos. Os insumos considerados para cada processo/produto são as horas disponíveis de produção e as quantidades disponíveis das matérias-primas. A empresa deseja uma programação da produção para a semana seguinte. Os dados do problema vêm resumidos na tabela abaixo. Formule um modelo de Programação Linear que maximize os lucros oriundos da produção (e conseqüente venda) de cada produto, calculando os respectivos valores.

	Uma unidade prod. A		Uma unidade prod. B		Total disponível
	Processo 1	Processo 2	Processo 1	Processo 2	
Recurso					
Homens-semana	1	1	1	1	15
Libras material Y	7	5	3	2	120
Caixas material Z	3	5	10	15	100
Lucro unitário (R\$)	4	5	9	11	
Variáveis de decisão	X_{A1}	X_{A2}	X_{B1}	X_{B2}	

Q2 ⁴³ A indústria de brinquedos apresenta a seguinte situação:

- A empresa fabrica dois modelos de veículos em miniatura: caminhonetes e esportivos.
- As principais matérias-primas empregadas para a fabricação dos brinquedos são: plástico e alumínio.
- O modelo esportivo consome 400 g de plástico e 300 g de alumínio.
- A caminhonete requer 700 g de plástico e 150 g de alumínio.

A disponibilidade mensal de plástico é de 1 tonelada e a disponibilidade mensal de alumínio é de 600 kg.

- O lucro unitário referente à caminhonete é de R\$ 12,00.
- O lucro unitário referente ao modelo esportivo é de R\$ 15,00.

Agora que recordamos as condições em que a fábrica opera, vamos supor que, por mês, toda a produção de miniaturas esportivas seja vendida, enquanto a venda de caminhonetes seja no máximo de 700 caminhonetes. Com esses dados, determine a quantidade de cada modelo que deve ser produzida de maneira que o lucro seja máximo. (Obs: Usar as variáveis de folga).

Q3 ⁴⁴ Uma marcenaria que produz dois tipos de produtos: armário e mesa. Para produzir um armário, você usa 3 m² de madeira, 2 litros de cola e 50 parafusos. O valor de venda lhe rende R\$ 300,00 por unidade. Para produzir uma mesa, você usa 2 m² de madeira, 1 litro de cola e 10 parafusos. O valor de venda lhe rende R\$ 200,00 por unidade. Você tem no estoque da empresa 15 m² de madeira, 10 litros de cola e 70 parafusos para trabalhar. Maximize seu lucro, encontrando suas respectivas quantidades. (Obs: Usar as variáveis de folga).

segundo semestre de 2019, não o fizeram corretamente. No entanto, na questão 3, os acadêmicos de 2020 obtiveram um percentual de 25% de acerto.

Na questão quatro⁴⁵ houve 100% de acertos dos acadêmicos de 2019 e 2020, ou seja, todos os alunos souberam encontrar a resposta mediante um sistema de equações/inequações, juntamente com o auxílio da ferramenta, o que leva a inferir que o grupo de alunos apresentou os subsunçores relacionados à capacidade de resolver um sistema de equações, possível e determinado, mediante o processo de apoio para a nova aprendizagem. No entanto, a questão cinco⁴⁶, para os alunos do segundo semestre de 2019, apresentou um percentual igual da questão dois (56%), portanto, não apresentou corretamente as inequações para que o processo torna-se viável. Para os acadêmicos de 2020, houve um percentual de 100% de aproveitamento.

Q4 ⁴⁵ Uma empresa do ramo de confecções está considerando quanto deve produzir de seus dois modelos de terno, denominados Executivo Master e Caibem, de forma a maximizar o lucro. É impossível produzir quanto se queira de cada um, pois existem limitações nas horas disponíveis para costura em máquina e acabamento manual. Para a costura, existe um máximo de 180 horas-máquina disponíveis e para o acabamento existe um máximo de 240 homens-hora. Em termos de lucro unitário e produção, os dois modelos de terno apresentam as seguintes características:

a) Executivo Master

- Lucro unitário: R\$ 120,00
- horas-máquina de costura por unidade: 2
- homens-hora de acabamento por unidade: 2

b) Caibem

- Lucro unitário: R\$ 70,00
- horas-máquina de costura por unidade: 1
- homens-hora de acabamento por unidade: 4

Formule o problema como um modelo de programação linear. E encontre a solução ótima.

Q5 ⁴⁶Um grupo empresarial montou fábricas destinadas a produção de aparelhos de ar condicionado para veículos. A fábrica instalada em Canoas produz mensalmente 2.100 aparelhos destinados à caminhões e 1.700 aparelhos destinados à automóveis. A fábrica de Gravataí produz 2.710 aparelhos destinados à caminhões e não produz aparelhos destinados à automóveis. A fábrica instalada em Cachoeirinha produz 2.310 aparelhos de ar condicionado para automóveis e não produz aparelhos destinados a caminhões. Os custos para as fábricas trabalharem e produzirem, alcançam mensalmente R\$ 2.140.000,00, R\$ 2.350.000,00 e R\$ 2.135.000,00 respectivamente. A empresa fechou um contrato de exportação e deverá produzir, no mínimo 39.560 aparelhos de ar condicionado para caminhões e 37.120 aparelhos de ar condicionado para automóveis. Formule um problema matemático buscando encontrar uma decisão do empresário.

Nas questões seis⁴⁷ e oito⁴⁸, em relação aos alunos do segundo semestre de 2019 e 2020, foi possível observar que houve um percentual significativo de acertos. Em torno de 88% e 100% dos alunos souberam formar as equações e inequações de forma correta, o que leva novamente a deduzir que os subsunçores relacionados à capacidade de escrever e resolver problemas de programação linear com auxílio da ferramenta, estavam presentes nos alunos do curso de Administração.

Quanto à questão sete⁴⁹, houve 100% de acertos para os acadêmicos de 2019 e 75% para 2020 (6 de 8 alunos acertaram), pois o grupo de alunos soube compreender, representar e solucionar o sistema de equações, utilizando os conhecimentos matemáticos e sabendo pensar estrategicamente e, assim, incrementar o processo produtivo, tendo subsídios em tomar decisões perante a organização.

Na questão nove⁵⁰ houve um percentual de acertos em torno de 69% dos alunos do segundo semestre de 2019 e, em torno de 63%, dos alunos de 2020. Essa

Q6 ⁴⁷ Um computador tem um limite de 4GB (considerado 1GB = 1000MB) de memória e seu usuário pode executar até 72 horas de processamento por semana. Todos os dados que serão processados nestas 72 horas da semana precisam ser carregados ao mesmo tempo. Isso significa que tudo tem que caber nos 4GB de memória. Um cliente lhe muitos pacotes de dados, de quatro tipos diferentes:

- a) 10 pacotes que exigem 150 MB, 1 hora de processamento cada um, pagando R\$ 100,00 por unidade processada.
- b) 25 pacotes que exigem 100 MB, 7 horas de processamento cada um, pagando R\$ 500,00 por unidade processada.
- c) 3 pacotes que exigem 500 MB, 4 horas de processamento cada um, pagando R\$ 350,00 por unidade processada.
- d) 7 pacotes que exigem 350 MB, 10 horas de processamento cada um, pagando R\$ 650,00 por unidade processada. Deseja-se o modelo de programação linear para definir quais pacotes serão processados para que o maior lucro seja obtido. E obter a solução ótima.

Q8 ⁴⁸ Um fabricante produz dois tipos de transformadores, tipos X e Y. O transformador X requer 8,75 horas na linha de produção ao passo que a produção do transformador Y requer 3,5 horas na linha de produção. O tempo para montagem de cada transformador é de 5,25 horas para X e 21 horas para o transformador Y. Completada a montagem, os produtos são embalados em containers especiais e o transformador X leva 7 horas para embalar e o transformador Y leva o dobro do tempo. Sabendo que a empresa dispõe de 70 horas quinzenais para produção, 105 horas quinzenais para montagem e 84 horas quinzenais para embalagem, qual a quantidade que a empresa deve produzir de cada transformador para maximizar o seu lucro se o transformador X é vendido no mercado por R\$ 12.250,00 e o transformador Y é vendido por R\$ 36.750,00?

Q7 ⁴⁹ Uma rede de televisão local tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa “A” com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 telespectadores, enquanto o programa “B”, com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10.000 telespectadores. No decorrer de uma semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo, 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores?

Q9 ⁵⁰ Um fazendeiro está estudando a divisão de sua propriedade nas seguintes atividades produtivas: A (Arrendamento) – Destinar certa quantidade de alqueires para a plantação de cana-de-açúcar, a uma usina local, que se encarrega da atividade e paga pelo aluguel da terra R\$ 300,00 por alqueire por ano. P (Pecuária) – Usar outra parte para a criação de gado de corte. A recuperação das pastagens requer adubação (100 kg/alq) e Irrigação (100.000 litros de água/alq) por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R\$ 400,00 por alqueire por ano.

questão exigia conhecimentos algébricos e a forma de equacionar ou representar equações/inequações lineares não foi aplicada corretamente por alguns alunos. Nessa questão evidenciou-se a falta de atenção em resolver o problema. E na questão dez⁵¹ foi possível observar que apenas 50% dos alunos do segundo semestre de 2019 conseguiram solucionar o problema proposto, ou seja, o restante do grupo não resolveu ou resolveu de forma incorreta, o que leva, repetidamente, a perceber que os subsunçores relacionados à capacidade de escrever e solucionar o problema de Programação Linear não estavam presentes no grupo de alunos. E no segundo semestre de 2020, nenhum aluno conseguiu resolver o problema proposto, como na fala do Aluno 22: “*Não consegui interpretar o problema propriamente dito*”.

Nesse contexto são muito diferentes as formas de perceber e viver o conteúdo que envolve a vida acadêmica e o mundo exterior. Entretanto, na atividade prática, os conhecimentos se salientam de maneira normal, independentemente do interesse dos discentes para serem aprendidos de maneira organizada e com antecedência.

Mediante os resultados da atividade do Instrumento Avaliativo foi possível observar que o grupo de alunos do curso de Administração, que cursou a disciplina de Pesquisa Operacional, apresentou em média 76% em 2019 e 73% em 2020, o conjunto de subsunçores necessários para dar início ao processo de modelagem referentes aos problemas de Programação Linear.

Sendo assim, fica notório que as condições para que a Aprendizagem Significativa se estabilize, instiga o professor a adotar a postura de mediador entre o

S (Plantio de Soja) – Usar uma terceira parte para o plantio de soja. Essa cultura requer 200 kg por alqueire de adubos e 200.000 litros de água/alq para irrigação por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R\$ 500,00 por alqueire por ano.

Disponibilidade de recursos por ano:

- 12.750.000 litros de água
- 14.000 kg de adubo
- 100 alqueire de terra.

Quantos alqueires deverá destinar a cada atividade para proporcionar o melhor retorno? Construa o modelo de decisão.

Q10 ⁵¹ Uma rede de depósitos de material de construção tem 4 lojas que devem ser abastecidas com 50 m³ (loja 1), 80 m³ (loja 2), 40 m³ (loja 3) e 100 m³ (loja 4) de areia grossa. Essa areia pode ser carregada em 3 portos P1, P2 e P3, cujas distâncias às lojas estão na tabela abaixo (em km):

	L1	L2	L3	L4
P1	30	20	24	18
P2	12	36	30	24
P3	8	15	25	20

O caminhão pode transportar 10 m³ por viagem. Os portos têm areia para suprir qualquer demanda. Estabelecer um plano de transporte que minimiza a distância total percorrida entre os portos e as lojas e supra as necessidades das lojas. Construa o modelo linear do problema.

aluno e o conhecimento. Por essa razão, a atuação do professor deve levar em conta que o aluno é o sujeito do conhecimento e não mero receptor de informações. Diante disso, é condizente todo o esforço no sentido de envolver os alunos num processo de ensino encarando o ambiente escolar como espaço de construção e reconstrução mútua de conhecimentos, tornando as aulas momentos de interação e aprendizagem.

Na resolução de problemas, segundo Dante (2000), podem ser verificados os seguintes objetivos: fazer o aluno pensar produtivamente – as situações-problemas devem ser apresentadas de modo que envolva o aluno, o desafiem e o motivem a querer resolvê-la; desenvolver o raciocínio do aluno – desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente dos recursos disponíveis; ensinar o aluno a enfrentar situações novas – preparar o aluno para lidar com situações novas, quaisquer que sejam elas; dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática – é preciso que o aluno saiba quando e como usar a Matemática convenientemente na resolução de situações-problema.

Conforme Dante (2005 p. 11) é necessário que o aluno desenvolva a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção do real, usando a Modelagem Matemática, aplicando métodos matemáticos em situações reais e em outras áreas do conhecimento, relacionando episódios da história da Matemática com a evolução da humanidade, utilizando adequadamente as tecnologias da informação, reconhecendo suas potencialidades e limitações, utilizando corretamente instrumentos de construção e medição.

O ensino da Matemática, através da resolução de problemas, vem ao encontro das necessidades de tornar a Matemática Aplicada envolvendo a Pesquisa Operacional, significativa ao contexto do processo de ensino e aprendizagem. Essas necessidades, ou problemas, configuram-se a partir de experiências vivenciadas que envolvam relações interpessoais ou profissionais.

Assim o acadêmico terá habilidades e competências de desenvolver raciocínio lógico, crítico e analítico para operar com valores e formulações Matemáticas presentes nas relações formais, capacitar o aluno na Modelagem Matemática de problemas de produção, desenvolver a capacidade de solucionar modelos matemáticos utilizando algoritmos específicos e ressaltar o potencial da Pesquisa Operacional para a resolução de problemas ligados no seu dia a dia, onde o principal intuito é o desenvolvimento e o conhecimento da Matemática.

Para o entendimento dos problemas que envolvem a Aprendizagem Significativa, cita-se à contribuição de Santos (2008, p. 33): “A aprendizagem somente ocorre se quatro condições básicas forem atendidas: a motivação, o interesse, a habilidade de compartilhar experiências e a habilidade de interagir com os diferentes contextos”.

A partir disso, o desafio que se designa para os educadores é: despertar motivos para a aprendizagem, tornar as aulas interessantes e desafiadoras para os adolescentes, trabalhar com conceitos relevantes/articuladores para que possam ser compartilhados em outras experiências, como por exemplo na vida acadêmica (em outras disciplinas), contemplando o espaço a ser conquistado pelo futuro administrador e tornar a sala de aula um ambiente altamente estimulante para a aprendizagem.

A etapa seguinte foi a resolução de problemas propostos pelos estudantes participantes da investigação.

5.4 ETAPA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS INVESTIGADOS PELOS ESTUDANTES

A próxima etapa do experimento, solicitada pelo professor/pesquisador, foi que os estudantes investigassem e propusessem problemas da vida profissional e que envolvessem as temáticas de estudo.

Após a definição dos problemas nos grupos de alunos, o professor/pesquisador apresentou a proposta didática para resolver as situações problemas propostas: construção de Mapas Conceituais com as temáticas que envolviam os problemas; modelagem das situações problemas; reconstrução dos Mapas Conceituais e reorganização da modelagem da situação problema, quando fosse necessário.

A seguir, são apresentadas as 4 fases da resolução dos problemas propostos pelos estudantes: construção de Mapas Conceituais com os problemas propostos pelos estudantes; Modelagem Matemática com problemas de Pesquisa Operacional propostos pelos estudantes; reconstrução dos Mapas Conceituais com os problemas propostos pelos estudantes; reconstrução dos modelos matemáticos e resolução final dos problemas, quando fosse necessário.

Para análise, as etapas foram agrupadas, sendo demonstradas, as etapas 1 e 3 juntas e as etapas 2 e 4, juntas.

5.4.1 Mapas Conceituais Iniciais e Finais – Etapas 1 e 3

Os Mapas Conceituais, em relação ao modelo matemático do grupo dos 24 acadêmicos, sendo 16 do segundo semestre de 2019 e 8 do segundo semestre de 2020 do curso de Administração, foram realizados no início do mês de outubro de cada ano, conforme cronograma predefinido.

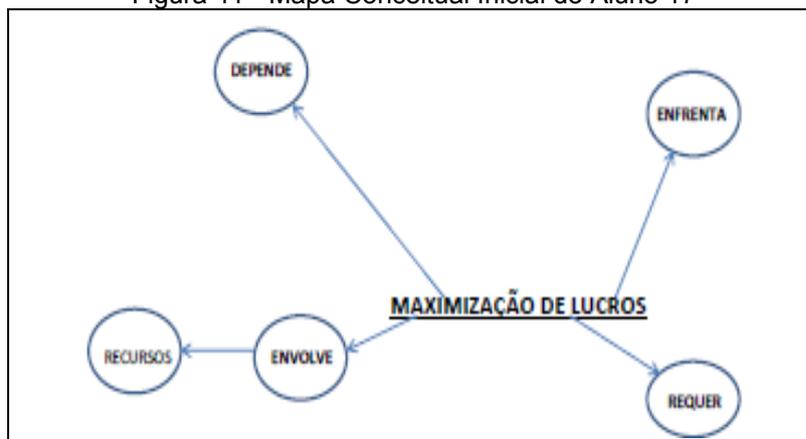
Os alunos não tinham conhecimento sobre a forma de representação de um Mapa Conceitual e sua finalidade, uma vez que nunca haviam trabalhado com essa ferramenta. Por essa razão, foram expostos alguns exemplos que foram apresentados e discutidos com os acadêmicos referentes a diversos assuntos e, posteriormente, foi solicitado aos alunos que elaborassem um Mapa Conceitual sobre o tema do problema relacionado.

Em torno dessa situação-problema representaram o primeiro Mapa Conceitual Inicial (MCI), para compreender o entendimento do aluno acerca do conceito de modelo matemático, contribuindo para sua formação profissional. A justificativa para esse estudo foi inserir os Mapas Conceituais como processo na organização e representação do conhecimento.

Os Mapas Conceituais foram analisados no contexto teórico de Novak e Gowin (1984), focado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, a qual evidencia, dentre outras, a estrutura cognitiva, que analisa o conteúdo e organiza as ideias de forma hierárquica.

O tipo de Mapa Conceitual utilizado pela maioria dos alunos foi o Teia de Aranha (a partir de um tema central, os demais conceitos vão se irradiando à medida que vão se afastando do centro), segundo Tavares (2007), e o Mapa Conceitual Hierárquico (o tema central está sempre no topo) se coloca como um instrumento facilitador para estruturar o conhecimento que está sendo desenvolvido pelo aprendiz. Exemplos de Mapas Conceituais já referidos, desenvolvidos pelos seguintes alunos: Aluno 17, Aluno 21, Aluno 2, Aluno 15, Aluno 1, Aluno 8, Aluno 3 e Aluno 20.

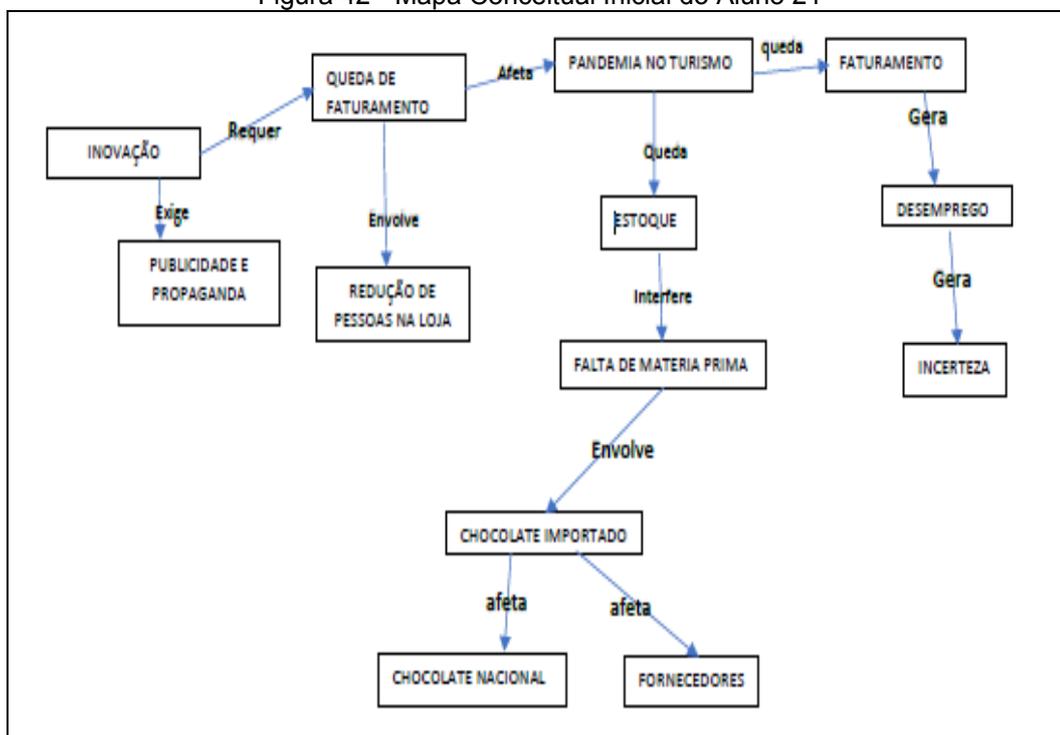
Figura 41 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 17



Fonte: Aluno 17.

Ao analisar o Mapa Conceitual do Aluno 17, na Figura 41, observa-se poucos conceitos e poucas relações integradas ao conceito central *Maximização de Lucros*, sendo assim, entende-se estar interligado com a organização da estrutura cognitiva do aluno, segundo a teoria de Ausubel (2003).

Figura 42 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 21



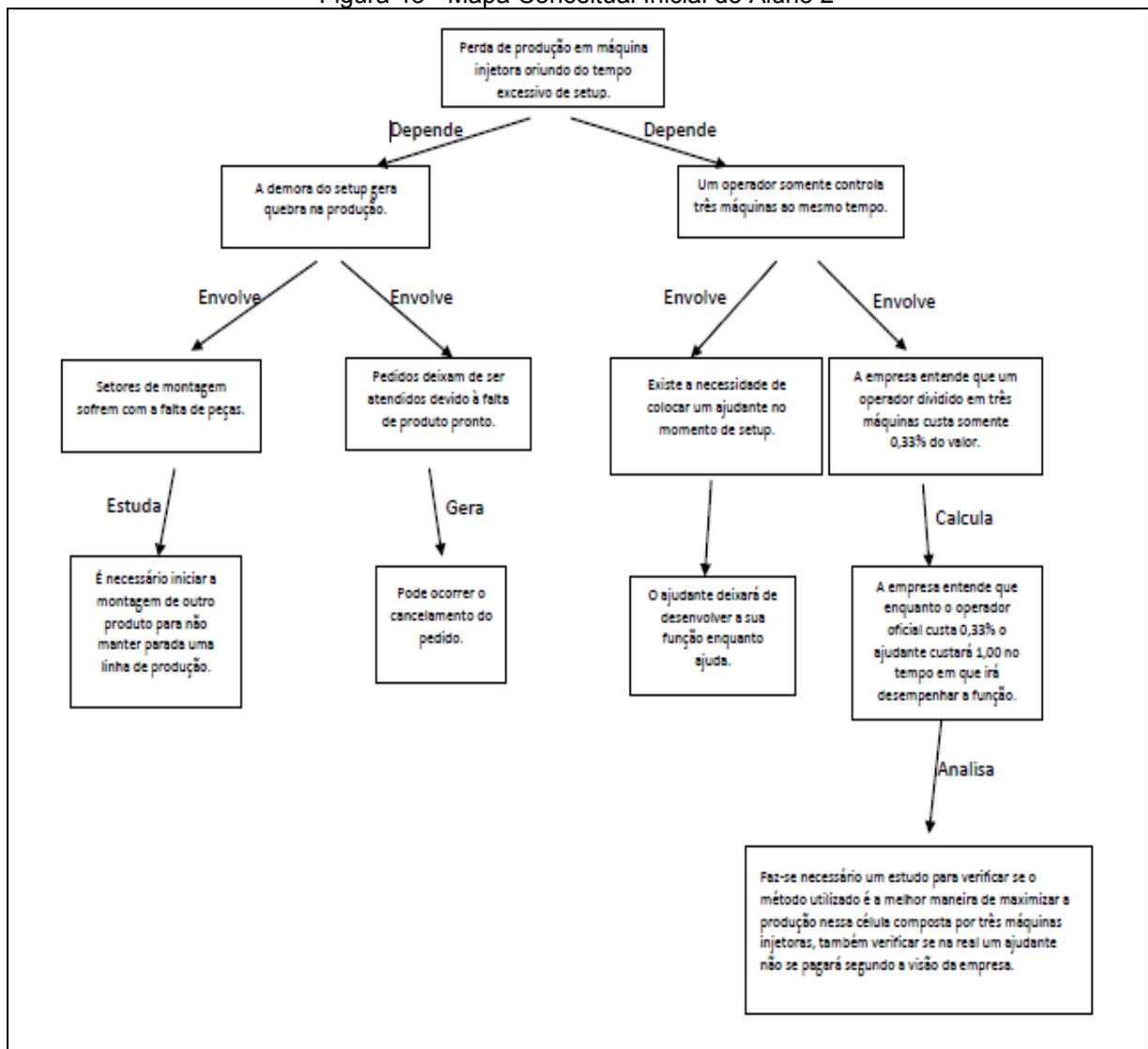
Fonte: Aluno 21.

No Mapa Conceitual do Aluno 21, Figura 42, evidenciou-se a elaboração de uma estratégia de aprendizagem construtivista compreensível e elencando os conceitos do conteúdo específico: *Pandemia no Turismo*, que favoreceu o aluno a

usar as suas habilidades e os novos conhecimentos, sob à luz da teoria de Ausubel (2003).

Na visão do Moreira (2010) não tem um modelo único para representação de um Mapa Conceitual, pois eles são dinâmicos e refletem a ideia do aluno que o construiu, podendo trazer outros conceitos, manifestados na construção do mapa, quando reformulado, e, assim, tornando-se mais farto, gerando o relacionamento dos conceitos existentes às novas concepções, segundo a proposta de Ausubel (2003).

Figura 43 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 2

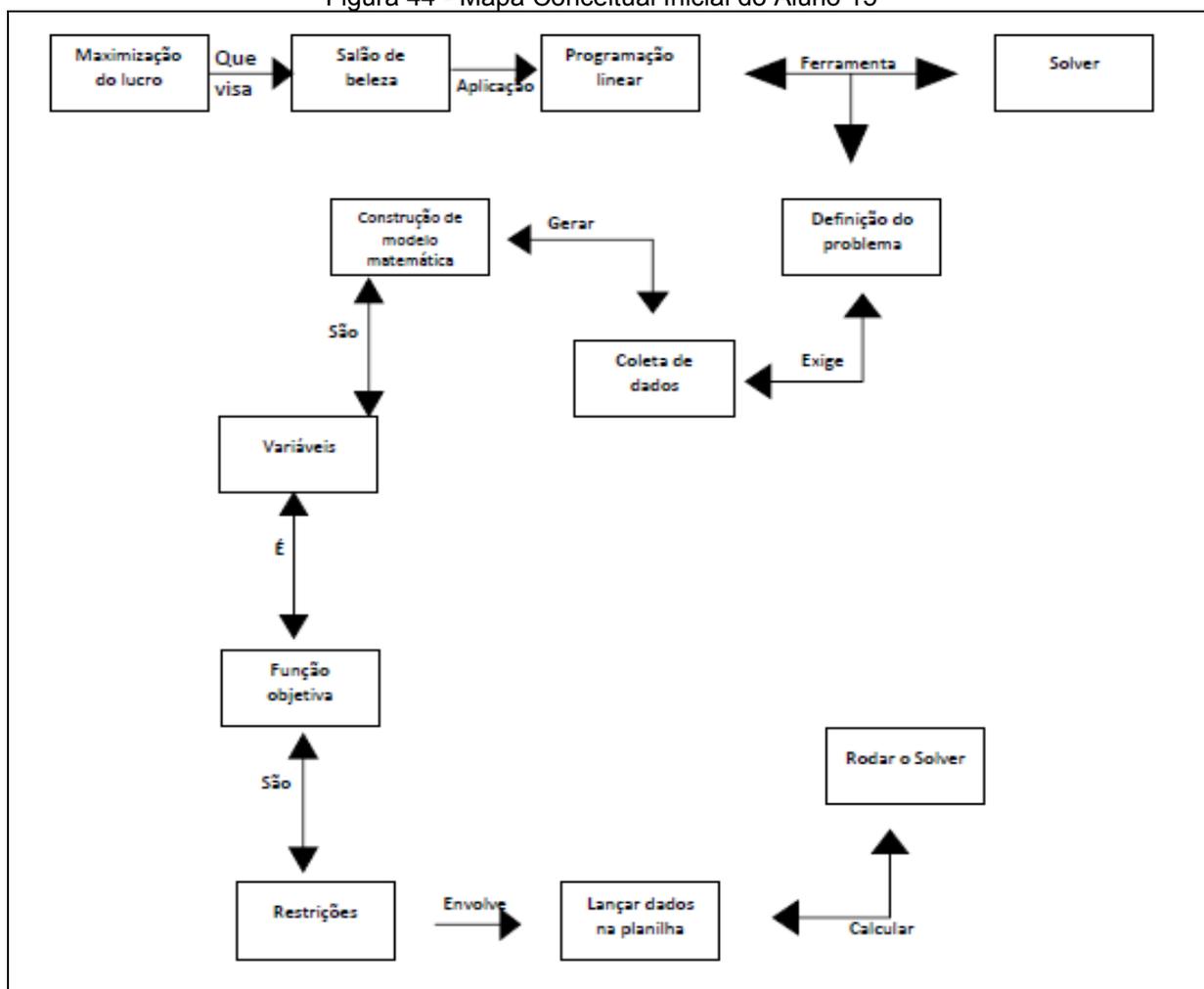


Fonte: Aluno 2.

No Mapa Conceitual do Aluno 2 se resume a aplicabilidade no setor específico de uma empresa, sendo o foco principal: *Perda de produção em máquina injetora oriundo do tempo excessivo de setup*. Na visão de Ausubel (1980), os conceitos que

se relacionam com o novo conhecimento assimilado, propiciando domínio de novos significados a essa fase proativa pertencente a estrutura cognitiva, chama-se de diferenciação progressiva. Portanto, na concepção do aluno, percebeu-se que houve articulação da relação entre conceito e os conhecimentos adquiridos.

Figura 44 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 15

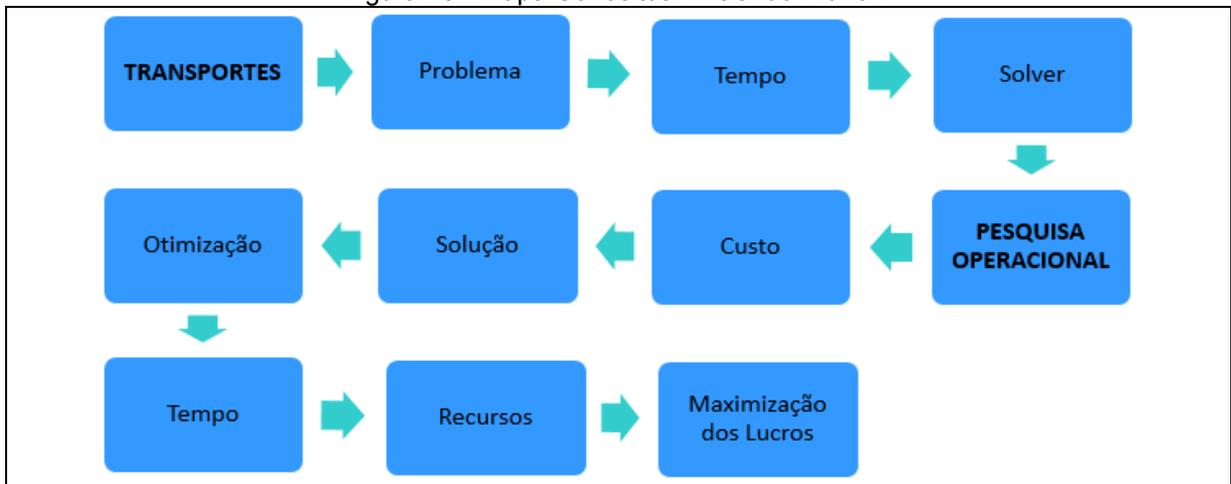


Fonte: Aluno 15.

O mapa da Figura 44, apresenta alguns conceitos abordados em aula, demonstrando um avanço nos elementos recordados. Conforme a fala do Aluno 15: *“Tive muitas dificuldades para tentar organizar a estrutura e a sequência do Mapa Conceitual, pois exigiu a capacidade de raciocínio, organização e articulações de conceitos, no entanto, surgiu a ideia do Salão de beleza”*. A partir dessa colocação, segundo a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), pode-se inferir a intervenção de relações explícitas entre gráficos, tabelas, evidenciando uma interação

substantiva entre o novo conhecimento e algum subsunçor já existente na estrutura cognitiva do sujeito.

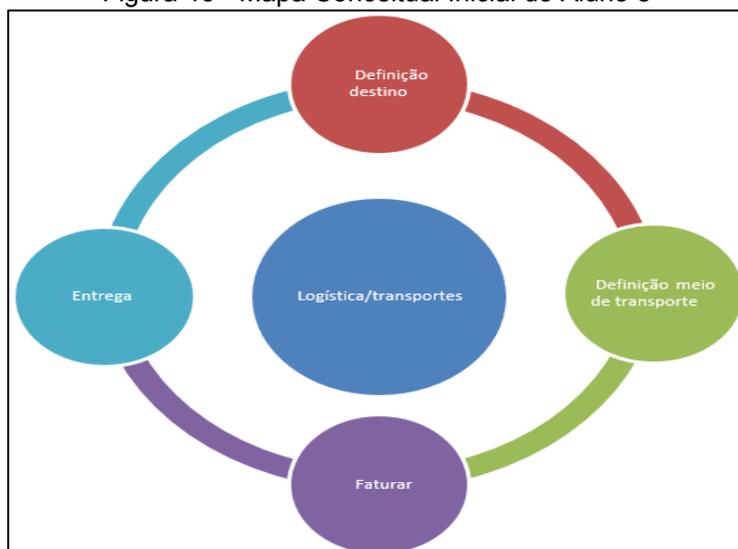
Figura 45 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 1



Fonte: Aluno 1.

Analisando o mapa do Aluno 1, ele apresenta alguns conceitos abordados em aula, como recursos, *ferramenta Solver* e a maximização dos lucros, demonstrando um avanço no processo. Porém, em nenhum momento, houve as conexões através de proposições para a busca de ideias chave que representassem um conjunto de significados numa estrutura de proposições, incluindo-se, assim, o conceito a ser adquirido. Portanto, o aluno, ao montar o mapa da forma explícita, de acordo com Moreira (1987), reflete sobre a estruturação de um conteúdo específico e a construção da aprendizagem propriamente dele, favorecendo, assim, processos de aquisição, retenção e organização do próprio conhecimento.

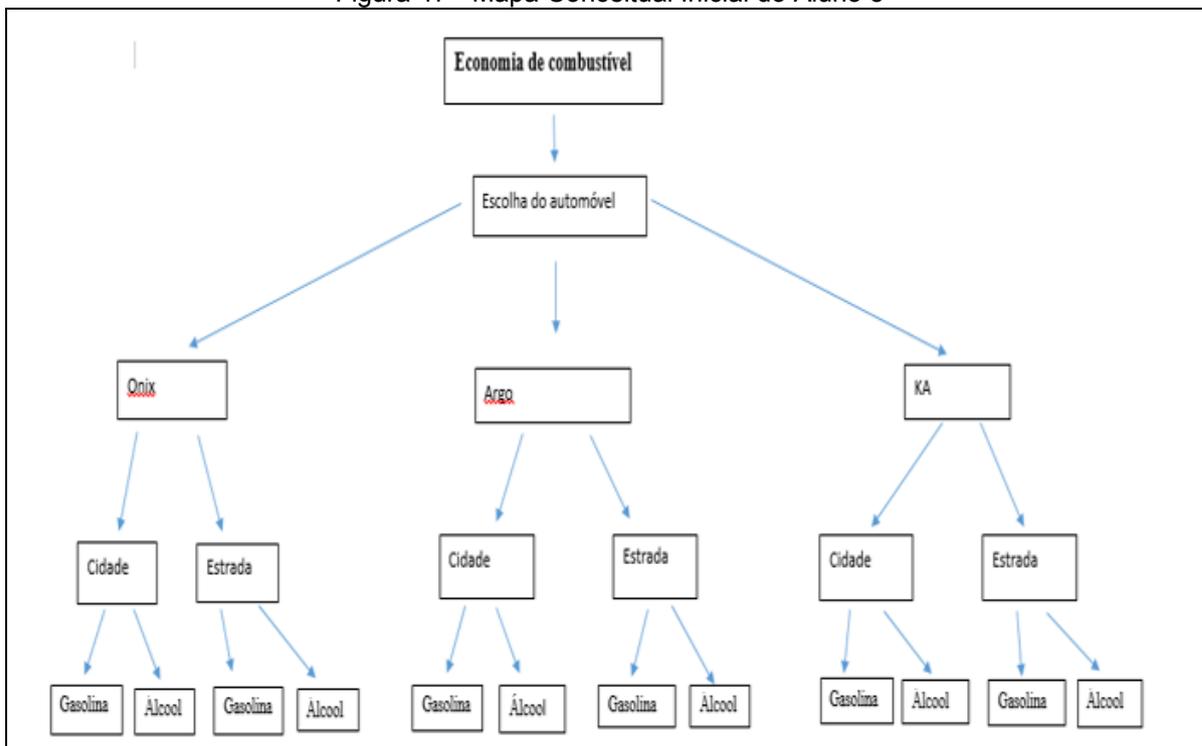
Figura 46 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 8



Fonte: Aluno 8.

Quanto à representação do Mapa Conceitual do Aluno 8, observa-se poucos conceitos interligados ao foco central: *Logística/transportes*, embora as relações associadas mostrem um bom entendimento dos conceitos perante o processo. O mapa desse aluno, conforme a teoria de Ausubel (2003), apresenta o que, possivelmente, seja uma organização memorística da estrutura cognitiva do sujeito.

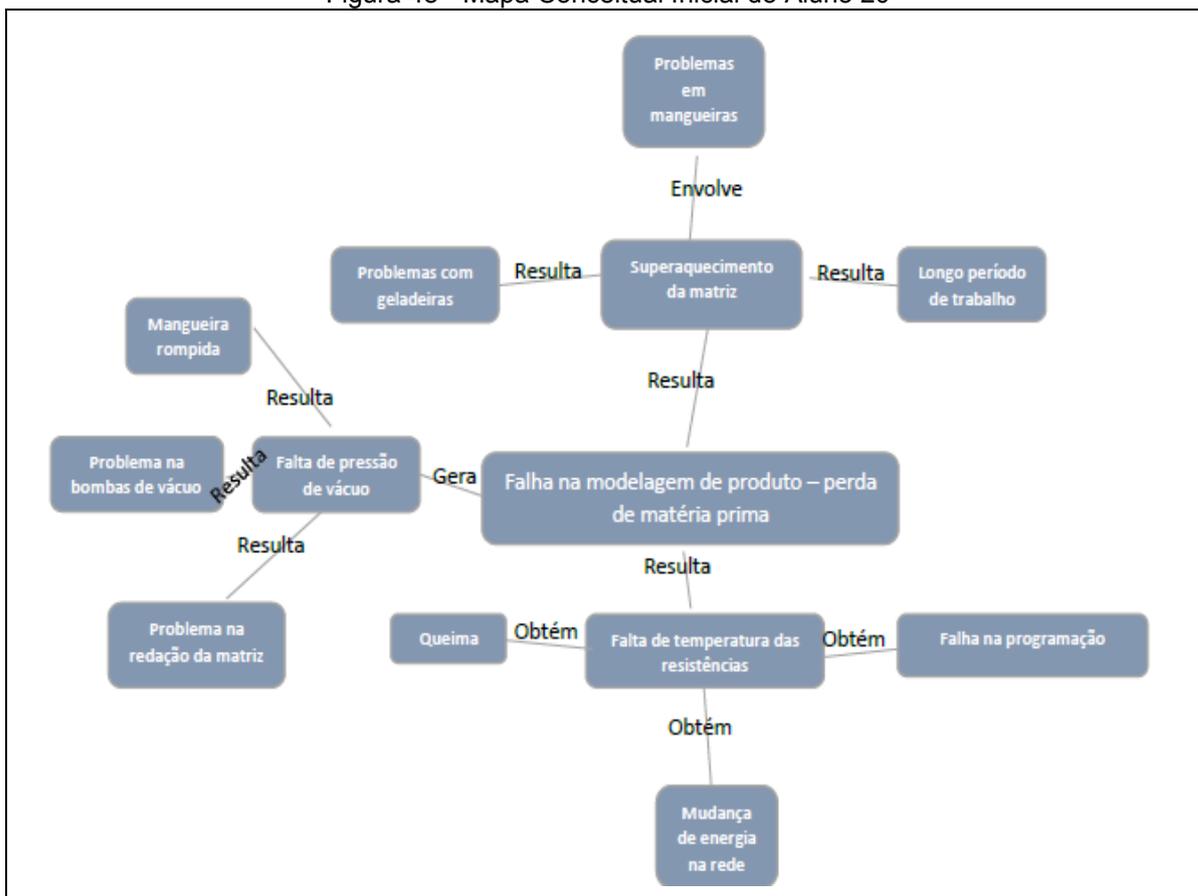
Figura 47 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 3



Fonte: Aluno 3.

O Mapa Conceitual da Figura 47, elaborado pelo Aluno 3, apresenta o estudo realizado sobre o consumo de combustíveis de três modelos de veículos de passageiros. Na análise, o Aluno 3 levou em consideração o tipo de trajeto (cidade e estrada) e os dois tipos de combustíveis mais utilizados por esses veículos (álcool e gasolina). Analisando o Mapa Conceitual do Aluno 3, percebe-se que houve relação de diferenciação progressiva na clareza da teoria de Ausubel (2003) entre o conceito centrado, *Economia de combustível*, e a organização hierárquica. Mediante Moreira (1987), isso facilitou sua leitura, evidenciando a compreensão da sua natureza cognitiva, fazendo com que o processo de construção do conhecimento adquirido seja relevante na sua estrutura. Dessa forma, o Aluno pode analisar as variáveis elencadas para chegar ao resultado desejado.

Figura 48 - Mapa Conceitual Inicial do Aluno 20



Fonte: Aluno 20.

Ao analisarmos o mapa do Aluno 20 foi possível notar a presença de boa parte dos conceitos nele. O sujeito conseguiu fazer associações entre os conceitos preestabelecidos, o que se evidencia com o auxílio dessa ferramenta, na perspectiva

de uma formação baseada na aprendizagem que promova significado no sujeito envolvido no processo formativo, associado à construção do conhecimento proposto por Novak (1978) como forma de implementar aspectos importantes da organização do próprio conhecimento.

Após a etapa de modelagem e de discussão no grande grupo o professor/pesquisador propõe que se reconstruam os Mapas Conceituais Iniciais, conforme proposto no item 5.4.1.

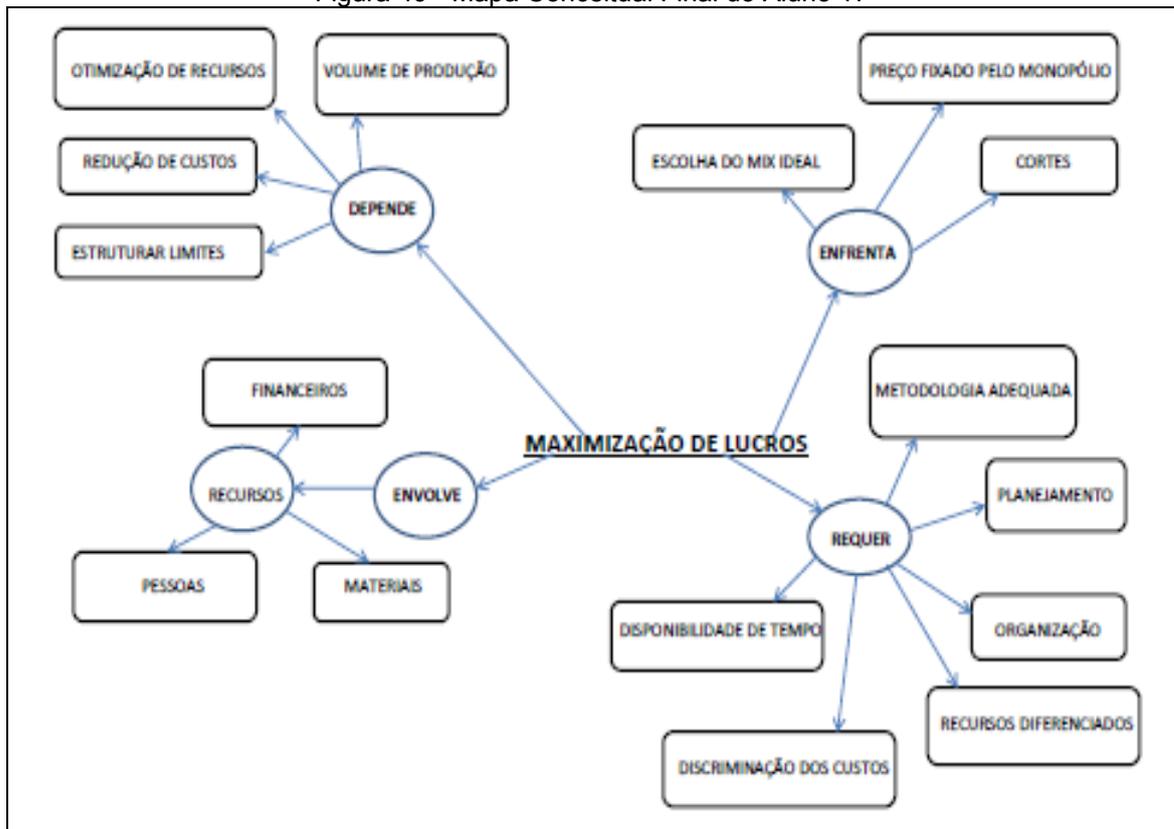
Moreira (2010) define que, de um modo global, Mapas Conceituais, ou mapas de conceitos, são apenas diagramas indicando relações entre conceitos, ou entre palavras que são usadas para representar princípios.

Como instrumento de avaliação do processo da aprendizagem, Mapas Conceituais podem ser usados para se obter uma visualização da organização conceitual que o aprendiz atribui a um dado conhecimento, ou seja, qualquer assunto relacionado com sua vida social/profissional. Trata-se, basicamente, de uma técnica não tradicional de avaliação, que busca informações sobre os significados e relações significativas entre conceitos-chave da matéria de ensino, segundo o ponto de vista do aluno. É mais apropriada para uma avaliação qualitativa, formativa, da aprendizagem (MOREIRA, 2010).

A partir das afirmações, segundo Moreira (2010), citado anteriormente, o Aluno 17 faz as seguintes observações:

Deste modo, buscou-se representar o Mapa Conceitual (Figura 49) da maximização de lucro da Empresa B, com a intenção de uma melhor visualização do problema e das variáveis encontradas, pois, para obter-se um bom resultado depende de algumas variáveis, como: o volume de produção, otimização dos recursos, redução de custos e estruturação de limites, bem como, enfrenta a escolha do mix ideal, cortes e preços fixados pelo monopólio (ALUNO 17).

Figura 49 - Mapa Conceitual Final do Aluno 17



Fonte: Aluno 17.

Conforme Moreira (2006, p. 55):

Os Mapas Conceituais constituem-se em uma visualização de conceitos e relações hierárquicas entre conceitos que pode ser muito útil, para o professor e para o aluno, como uma maneira de exteriorizar o que o aprendiz já sabe. Obviamente, não se trata de uma representação precisa e completa do conhecimento prévio do aluno, mas sim, provavelmente, de uma boa aproximação.

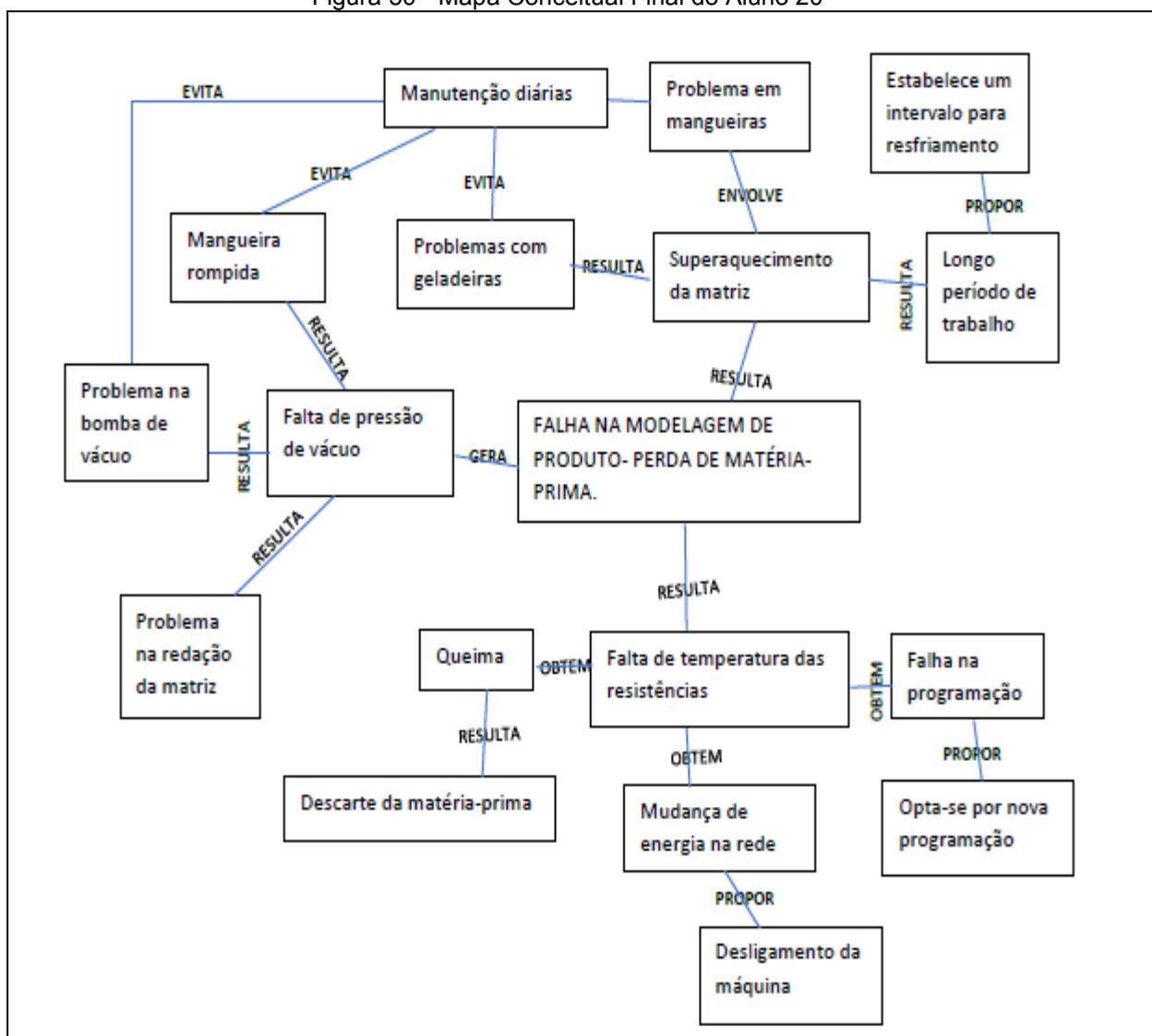
Fundamentado em Novak (1988), o objetivo dessa tarefa foi refletir como os conceitos em torno da expressão “*Maximização de Lucros*” se modificaram no decorrer do processo, bem como, buscar evidências com relação às exigências da formação profissional dos administradores. Assim, como Moreira (2005), o mapa pressupõe atribuição de significados idiossincráticos, o que corresponde sustentar que o aluno representou seu Mapa Conceitual, do seu ponto de vista, podendo estar certo ou errado.

Em relação ao Mapa Conceitual do Aluno 17, da Figura 41, observa-se que a interligação de conceitos e relações ao conceito central *Maximização de Lucros* não apresentou expressividade, já em comparação com a Figura 49, após a reconstrução

do mapa, foi possível averiguar mudanças, apresentando um número elevado de conceitos/proposições, e, conseqüentemente, reestruturar um setor específico da organização.

No Mapa Conceitual da Figura 50, retrata sobre à organização e estruturação de uma situação-problema, envolvendo quantidade expressiva de conceitos e proposições.

Figura 50 - Mapa Conceitual Final do Aluno 20



Fonte: Aluno 20.

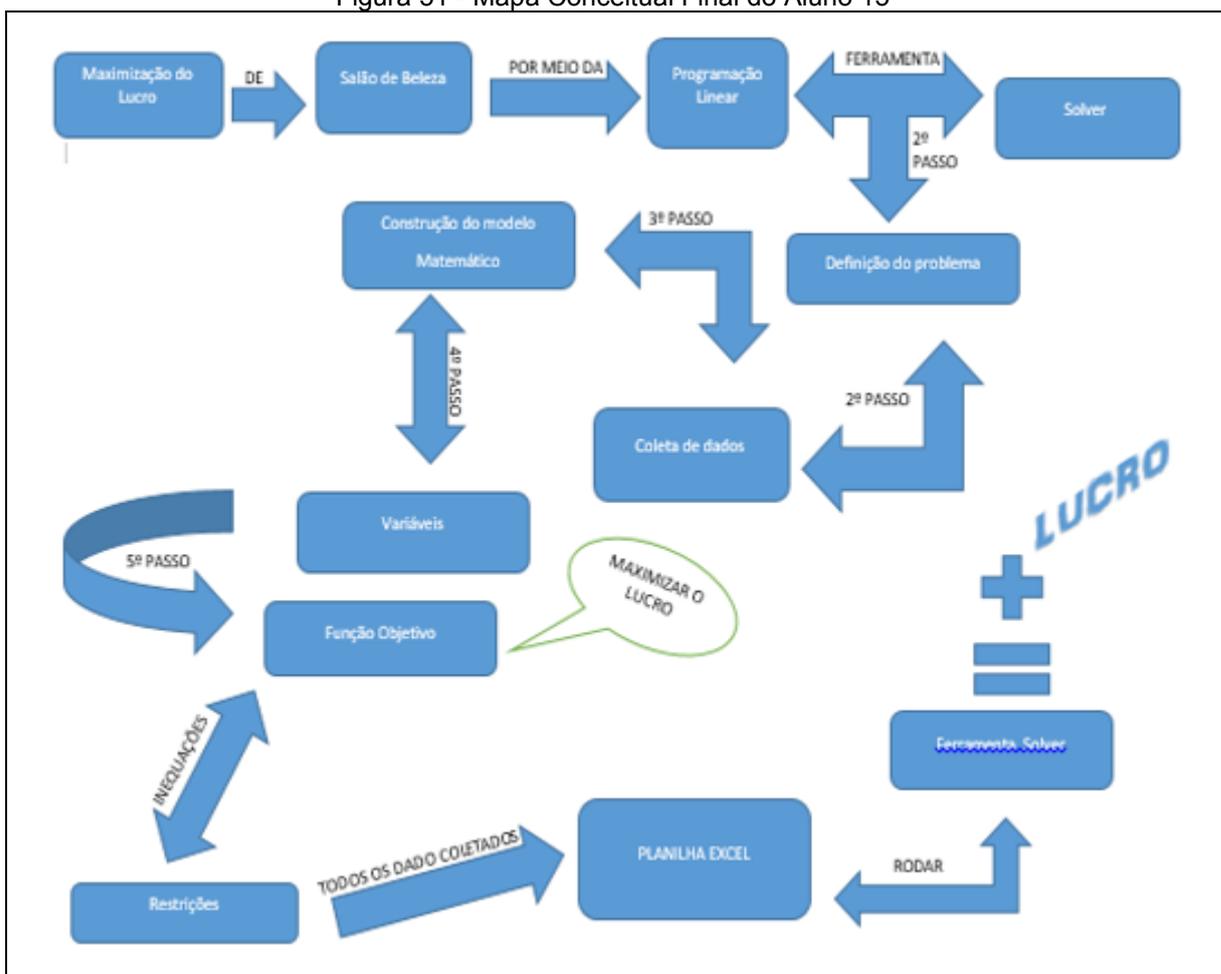
No mapa do Aluno 20 percebe-se que houve um número bastante expressivo de conceitos relacionados no início, assim como, percebe-se evidências em relação às imposições profissionais, com ênfase no julgamento da tomada de decisão perante a organização. Além disso, também as contribuições da Modelagem Matemática, em

específico 3 e 4, a construção de conhecimentos matemáticos no processo da pesquisa, corroborando com as afirmações de autores como Biembengut (1997), Bassanezi (2002), remetendo à fala do Aluno 8:

Inicialmente é equiparado um problema real e a partir dele calcula-se e/ou transforma-se num problema matemático. A partir disso pode-se achar soluções para esse problema. Compará-lo com determinado cálculo ou soluções que trará diversas alternativas de resolução. Acredito que a Pesquisa Operacional abre um leque de possíveis caminhos e direciona para a melhor solução possível. Eu diria que é uma aprendizagem contínua.

Na Figura 51, o aluno traz a ideia de Mapa Conceitual de acordo com sua imaginação/concepção de conceitos relacionados com seus conhecimentos, bem como o processo de desenvolvimento usando a tecnologia.

Figura 51 - Mapa Conceitual Final do Aluno 15



Fonte: Aluno 15.

Na visão do Aluno 15,

a pesquisa contribuiu para a criação de um conhecimento de aprendizagem, que nos permitiu aplicar uma metodologia focando no objetivo principal (maximizar ou minimizar). Também permitiu analisar o problema através de uma sequência de etapas que levou nas respostas para atingir o objetivo.

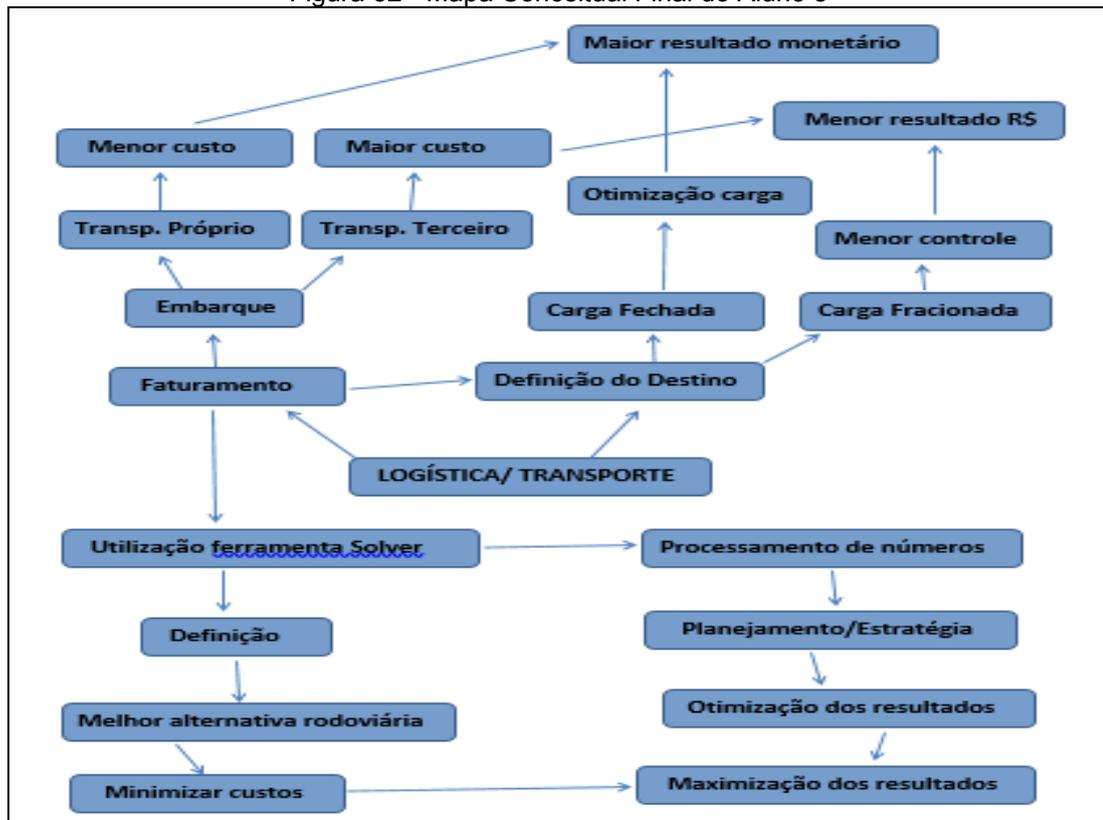
Para Biembengut (2003, p. 12), “a elaboração do modelo matemático depende do conhecimento matemático que se tem”. Portanto, em relação a fala do aluno, permite elaborar o modelo de acordo com o seu conhecimento, ou seja sua “imaginação”. Também percebe-se que o aluno retrata os subsunçores relacionados à recursos tecnológicos e cuidados na resolução da situação-problema em questão.

Segundo a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), a partir do descrito, nota-se que houve mediações de relações entre o processo da pesquisa, evidenciando uma interação substantiva entre o atual conhecimento, juntamente com os subsunçores presentes na estrutura cognitiva do aluno.

Com base em Moreira (2002, p. 2) é possível afirmar que os conceitos e proposições que os indivíduos carregam consigo – no processo de aprendizagem, caracterizados como conhecimento prévio – inicialmente são construídos por meio da aprendizagem por representação (AUSUBEL, 2003, p. 88)⁵², em grande parte permanecem como pessoais e implícitos, ou seja, apresentam coerência do ponto de vista do indivíduo, mas não necessariamente do ponto de vista científico.

⁵² Aprendizagem por representação refere-se à nomeação de objetos como símbolos unitários, mais comum no início do processo de formação da estrutura cognitiva pela criança. Os símbolos significam para o indivíduo aquilo que seus referentes significam. “A partir de então, a formação dos conceitos não é mais contínua e a maioria dos novos conceitos são adquiridos por intermédio dos processos de assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa” (Moreira; Masini, 1980, p. 10).

Figura 52 - Mapa Conceitual Final do Aluno 8

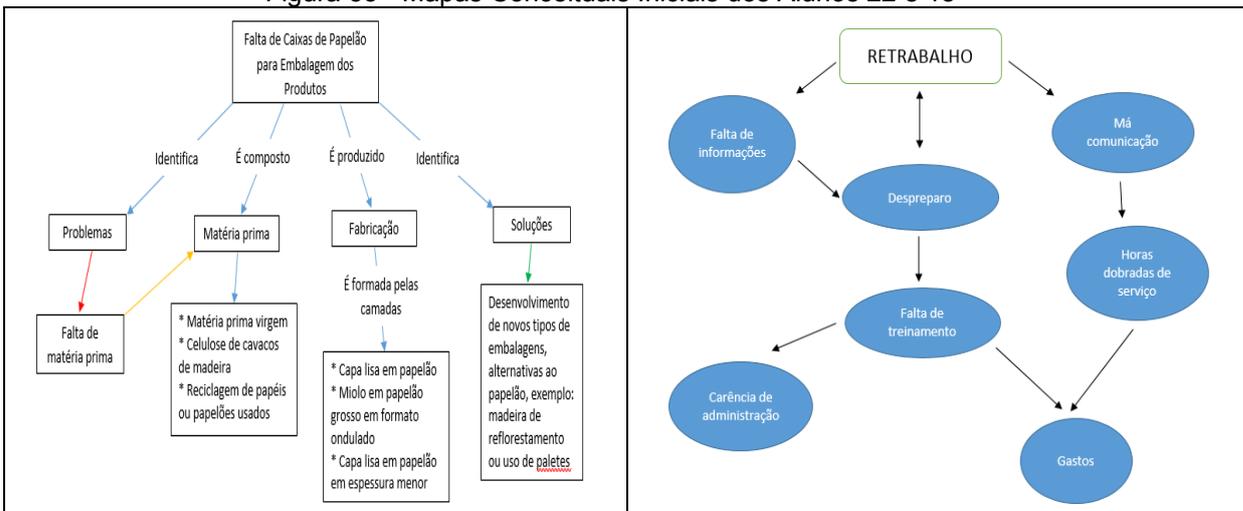


Fonte: Aluno 8.

O mapa do Aluno 8, da Figura 52, traz mais conceitos associados ao foco central (Logística/Transporte) do que a Figura 46, pois enfatiza a estrutura conceitual do modelo, viabilizando uma visão integrada do tema abordado, facilitando, assim, o entendimento do referido problema, capaz de evidenciar significados atribuídos no contexto de um corpo de conhecimento de qualquer disciplina, no caso, a de Pesquisa Operacional.

Os Alunos 22 e 8, na Figura 53, retratam os Mapas Conceituais Iniciais envolvendo situações-problema no contexto do ambiente de trabalho.

Figura 53 - Mapas Conceituais Iniciais dos Alunos 22 e 18

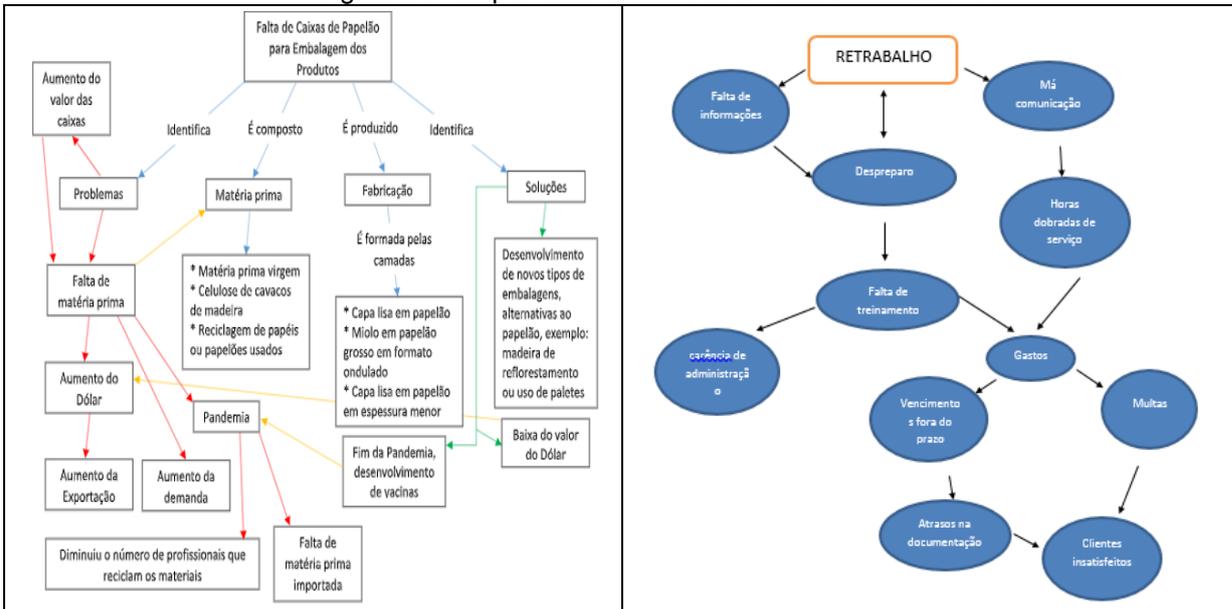


Fonte: Alunos 22 e 18.

Na Figura 53, analisando os mapas dos Alunos 22 e 18, nota-se que ambos elencaram aspectos visando a aprendizagem de conceitos e possibilitando a associação entre eles, favorecendo, dessa forma, a diferenciação progressiva dos conceitos gerais, transcorrendo aos intermediários e, por fim, chegando aos específicos, constituindo em um elemento estratégico com potencial eficácia (MOREIRA, 2003).

Os Mapas Conceituais Finais dos Alunos 22 e 8, relacionado a Figura 54, perfaz a reconstrução dos Mapas Conceituais Iniciais interligando conceitos aplicados a gestão.

Figura 54 - Mapas Conceituais Finais dos Alunos 22 e 18



Fonte: Alunos 22 e 18.

Os mapas da Figura 54 representam o conhecimento estabelecido por conceitos e a sua construção começa a partir do domínio de conhecimento de cada sujeito, ou seja, essa construção “[...] não é realizada de forma artificial, mas sim levando em consideração o conhecimento do mundo a que se pertence e como a ele se responde” (CERVANTES, 2006, p. 30). Também, segundo a autora, “para a organização de um domínio, desde a sua representação até a sua recuperação, estudam-se, primeiramente, os conceitos que compõem esse campo do conhecimento e as relações que se estabelecem entre eles” (CERVANTES, 2006, p. 26).

Conforme os mapas dos Alunos 22 e 18, percebe-se que os conceitos teóricos foram ampliados quando associados aos conhecimentos que se relacionam com suas vivências, visando assim um espaço que se preocupe com a aprendizagem, juntamente com os significados para a vida/empresa, que propicie a formação de sujeitos atuantes, críticos e conscientes. Segundo Rodrigues (2011, p. 60), “os Mapas Conceituais podem ser usados na organização e, também, na análise do conteúdo, [...] como um recurso didático diferenciado de representar a informação da forma textual”.

A construção do conhecimento se verifica com a observação dos acontecimentos e objetos que existem ao nosso redor. Esses, por sua vez, não são descobertos, e sim, construídos pela natureza ou pelo ser humano, como o conhecimento. Por isso, Novak (1984) define o conceito como uma regularidade nos acontecimentos ou nos objetos, que se designam por certos termos, utilizados como palavra-chave no Mapa Conceitual. Dessa forma, tem-se a aprendizagem conceitual, que se faculta à representação de símbolos particulares, que Ausubel chamou de conceitos, sendo definidos como objetos, acontecimentos, situações ou propriedades que possuem atributos de critérios comuns e se designam pelo mesmo signo ou símbolo (AUSUBEL, 2003, p. 94).

Ausubel, em sua teoria da Aprendizagem Significativa, defende que, ao iniciar a apresentação de um conteúdo com os aspectos mais gerais e diferenciando-os, progressivamente, o professor atua em uma das maneiras mais eficientes de ensinar, tornando mais simples a aquisição de conceitos: é menos difícil para os seres humanos aprenderem os aspectos diferenciados de um todo, anteriormente aprendido e mais inclusivo, do que formular o todo inclusivo a partir das partes diferenciadas anteriormente aprendidas (AUSUBEL, 2003, p. 166).

Corroborando com a ideia anterior, a construção de Mapas Conceituais realizada pelo estudante ou pelo professor, institui um ponto habilidoso com potencial eficiência, quando o professor expõe o conteúdo presente em sua estrutura cognitiva, por intermédio da sua exposição e quando construído pelo aluno, recai em uma perspectiva construtivista interacionista social, integrado nos pressupostos da Aprendizagem Significativa.

Face aos resultados observados com relação aos mapas iniciais e finais, se pode inferir que os alunos os representaram de formas distintas, com subsunçores diferentes, havendo assim, modificações que foram percebidas de forma diferente e, conseqüentemente, evoluíram, principalmente, inserindo conceitos relacionados a gestão, onde tem relação com o curso de Administração atrelado à disciplina de Pesquisa Operacional.

5.4.2 A elaboração dos Modelos Matemáticos – Etapas 2 e 4

Na etapa 2, o professor/pesquisador propôs que os estudantes resolvessem os problemas propostos, buscando modelar as situações, seguindo as ações elencadas: leitura e interpretação do problema com a montagem de um plano de ação para a resolução da situação problema buscando um modelo matemático que se ajustasse a situação problema e o replanejamento do plano de ação para a resolução do problema ajustando a modelagem.

No início do mês de outubro do segundo semestre de 2019 e 2020 foram construídos os modelos matemáticos iniciais, desenvolvidos pelos alunos do curso de Administração na disciplina de Pesquisa Operacional, conforme cronograma pré-definido.

Para esse objetivo ser concretizado, as ideias partiram da relação de 9 problemas propostos e, posteriormente, resolvidos em aula, relacionados à tarefa de Organizadores Avançados⁵³, bem como, das situações-problema decorridos em cada organização, onde cada aluno atuava profissionalmente.

Realizada a etapa 2 foi organizada a etapa 4, que era a parte do envolvimento da Modelagem Matemática com problemas de Pesquisa Operacional propostos pelos

⁵³ Apêndice II.

alunos, e, na sequência, o processo da reconstrução dos modelos matemáticos e a resolução final dos problemas desenvolvidos pelos sujeitos da pesquisa.

No primeiro instante, os alunos apresentaram dificuldades. Como se observa na afirmação do Aluno 5: *“Tenho que montar um problema na empresa em que trabalho. Não consigo achar uma situação para que eu possa aplicar o processo”*. Segundo concepções de Ausubel (2003), caracteriza-se como uma aprendizagem por descoberta, no momento em que os estudantes criaram proposições, e, a partir dessa situação, saber representar as soluções do seu respectivo problema proposto.

A percepção para a elaboração da situação-problema inicial, bem como, todo o processo, incluindo as variáveis e as restrições favoráveis, foram impasses encontrados pelos estudantes, em relação aos quais houve certa dificuldade de relacionar teoria/prática para dar sequência ao trabalho proposto, conforme a fala do Aluno 19: *“Não tinha ideia alguma de como iria estruturar o problema, mas conforme comentado em aula, apareceu uma luz, onde relatei algo bem simples, conforme descrito”*:

A empresa A em seu atual estoque possui disponibilidade dos seguintes materiais: 900 kg de aço inox com espessura 0,25 mm; 500 kg de plástico e 120 kg de corante cor azul. Em sua linha de produção possui 2 modelos diferentes de talheres de cabo plástico: Brisa e Leme. Para a produção de um faqueiro do modelo Brisa são necessários 2 kg de aço espessura 0,25 mm; 1,0 kg de plástico e 0,10 kg de corante azul. Para a fabricação de um faqueiro modelo Leme, são necessários 1,0 kg de aço espessura 0,25 mm; 1, 5 kg de plástico e 0,20 kg de corante azul. Sabendo que o faqueiro modelo Brisa é vendido por R\$ 40,00 e o modelo Leme é vendido por R\$ 32,00; quantos faqueiros de cada tipo a empresa A deve fabricar, almejando maximizar o lucro?

$$\text{Max } Z = 40x_1 + 32x_2$$

As restrições encontradas no problema foram:

$$2x_1 + 1x_2 \leq 900$$

$$1x_1 + 1,5x_2 \leq 500$$

$$0,10x_1 + 0,20x_2 \leq 120 \text{ (ALUNO 19).}$$

A partir dos dados observados do problema exposto, percebe-se clareza em relação à função objetivo, variáveis e restrições, porém, uma restrição não está relacionada e não descreve as variáveis de não negatividade, sendo assim, torna-se pouco viável em modelar essa situação-problema por meio de um modelo de Programação Linear.

Seguem algumas situações-problema simples, com poucas informações (Goldbarg, 2000), de alguns estudantes: Aluno 2, Aluno 15 e Aluno 9.

A máquina injetora de grande porte injeta vários tipos modelos de peças plásticas que são componentes de produtos produzidos na empresa. Inicialmente vamos somente trabalhar algumas peças componentes do produto cortador de grama e carrinho de mão. Para produzir uma unidade de P1 ou uma unidade de cortador de grama a empresa demora 3 horas, e para fabricar por completo uma unidade de carrinho de mão, P2, demora 2 horas. O período de tempo estudado é de um trimestre, consideramos 2100 horas devido à máquina trabalhar 24 horas por dia (ALUNO 2).

Na construção do primeiro modelo matemático, tinha levantado as seguintes informações: os tipos de serviços que são nossas variáveis, o preço e o tempo, conforme mostra o quadro a seguir (ALUNO 15).

Figura 55 - Tipo de Serviço

Informação dos produtos oferecidos			
Variáveis	Serviços	Preço	Tempo
X1	Corte	R\$ 30,00	0,65
X2	Progressiva	R\$ 50,00	3
X3	Escova	R\$ 25,00	0,45
X4	Química	R\$ 50,00	0,9
X5	Hidratação	R\$ 35,00	1
X6	Manicure	R\$ 15,00	0,4
X8	Pedicuri	R\$ 18,00	0,45

Fonte: Aluno 15.

A Q' Queijo produz dois tipos de queijo: queijo A e o queijo B. O preço unitário de venda do queijo A é de R\$ 20,00 e do queijo B, é de R\$ 15,00. A empresa tem disponível 160 litros de leite por dia para a produção dos queijos, sendo que dispõe 12 horas por dia para a produção. Para produzir o queijo A são necessários 13 litros de leite e 3 horas e para produzir o queijo B são necessários 10 litros de leite e 1,5 horas. Assim, quantos queijos de cada tipo devem ser produzidos de modo que o lucro desejado seja maximizado?

Função objetivo:

$$\text{Maximizar lucro} = 20X1 + 15X2$$

Restrições:

$$13X1 + 10X2 \leq 160$$

$$3X1 + 1,5X2 \leq 12 \text{ (ALUNO 9).}$$

Os exemplos citados mensuram as suas restrições, as variáveis, a função objetivo, enfim, os dados necessários para fazer a montagem do modelo propriamente dito, mas não especificando as variáveis de não negatividade. Nesse contexto, a Modelagem Matemática contribui, em específico, na construção de conhecimentos matemáticos na Pesquisa Operacional, segundo a fala do Aluno 15: *“Interesse pela busca e pelo melhor resultado; agregar conhecimento; interpretar as informações e análise crítica”*.

Também a fala do Aluno 3 faz as suas contribuições perante a modelagem: *“Acredito que contribuiu muito para o conhecimento, pois faz com que não ficamos só reproduzindo o que o professor passa e sim criar algo novo, portanto isso gera mais conhecimento”*. E o Aluno 2 diz o seguinte: *“A modelagem contribui para o*

conhecimento, na minha opinião principalmente na maneira de estudar um problema e tentar decifrá-lo. Aprendi bastante a interpretar os problemas e também a montar os sistemas para os cálculos”.

Outro aspecto a ser apresentado nos modelos matemáticos é quanto à sua resolução. De acordo com Bassanezi (2002) é na etapa da resolução que o aluno substitui a linguagem normal por uma linguagem matemática envolvendo símbolos matemáticos descritos a seguir:

Situação-problema descrita pelo Aluno 11:

Os modelos de carros escolhidos foram: Volkswagen Voyage 1.0 (X_1), Chevrolet Prisma 1.0 (X_2), e Ford Ka 1.0 (X_3), ambos se encaixam nas exigências descritas acima. Sabe-se que mensalmente são rodados 88 km na cidade e 88 km na estrada, visto que são feitas 2 viagens/dia para realizar os serviços. Esta quilometragem informada refere-se apenas ao deslocamento para bancos e correios (serviços realizados diariamente). A organização dispõe de 50 litros de gasolina para a cidade e 150 litros de gasolina para a estrada, o custo da gasolina no posto de combustível conveniado a organização é de R\$ 4,49 ao litro. Sabe-se que cada veículo tem consumo diferente em cada percurso, considerando estrada e cidade, pretende-se saber qual veículo é mais econômico, respeitando as restrições e otimizando o consumo mensal de combustível.

A seguir, verifica-se o consumo de cada veículo, conforme Figura 56:

Figura 56 - Consumo dos Veículos

Combustível	Voyage (X_1)	Prisma (X_2)	Ka (X_3)
Gasolina na cidade	12,9	12,9	13,4
Gasolina na estrada	15,4	15,6	15,5

Fonte: Aluno 11.

Na sequência, mostra o consumo por km na cidade, estrada e, também, uma média do consumo:

Figura 57 - Consumo Médio

Combustível		Voyage (X_1)	Prisma (X_2)	Ka (X_3)
Gasolina na cidade	Custo por km	0,34	0,34	0,33
Gasolina na estrada	Custo por km	0,29	0,28	0,28
Valor médio gasolina	Custo por km	0,31	0,31	0,30
Valor médio total	Custo por km	0,31	0,31	0,30

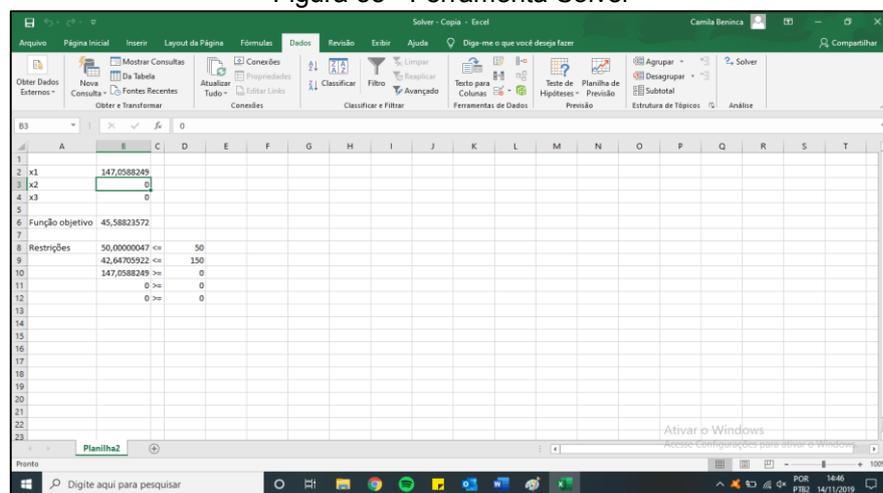
Fonte: Aluno 11.

Segue o modelo elaborado pelo aluno envolvendo a função objetivo e suas restrições:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } Z &= 0,31X_1 + 0,31X_2 + 0,30X_3 \\ 0,34X_1 + 0,34X_2 + 0,33X_3 &\leq 50 \text{ (restrição de combustível na cidade)} \\ 0,29X_1 + 0,28X_2 + 0,28X_3 &\leq 150 \text{ (restrição de combustível na estrada)} \\ X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Resolução do aluno na inserção dos valores da ferramenta Solver, conforme Figura 58:

Figura 58 - Ferramenta Solver



Fonte: Aluno 11.

Através dos dados obtidos do Aluno 11

[...] pode-se verificar que a utilização da ferramenta auxiliou e facilitou a tomada de decisão. Após montada as equações, preenchidos os campos da planilha e colocar o programa para resolver conclui-se que a melhor opção para a organização é X1, modelo Volkswagen Voyage. Visto que é a única célula que apresenta valores reais diferentes de zero, desta forma entende-se que é a melhor opção apresentada pelo Excel (Solver). O estudo objetivou realizar uma tomada de decisão de escolher um melhor veículo para empresa, considerando qual é o mais econômico. Para o cálculo limitou-se a escolha para veículos que utilizassem apenas gasolina para abastecimento e não se levou em consideração a qualidade da mesma. Em relação ao objetivo deste estudo foi atingido, através da revisão bibliográfica dos assuntos abordados. Ainda, nota-se uma contribuição acadêmica, pois aplicou-se uma ferramenta que atualmente faz parte do dia-a-dia de um gestor. Também se buscou na literatura alternativas e/ou soluções para a resolução de problemas ou propostas de melhorias enfrentados no cotidiano.

Face os exemplos citados, sob a luz da teoria de Ausubel (2003), pelo Aluno 11, percebe-se que a estrutura cognitiva está mais organizado/consolidado, que

permite reconhecer e definir problemas, bem como, equacionando as soluções (linguagem matemática) de situações-problema no âmbito empresarial ou profissional, se comparada com a estrutura dos problemas dos alunos anteriormente citados.

Em relação à comparação dos modelos matemáticos iniciais e finais, teve-se por objetivo comprovar as hipóteses de que o número de variáveis e restrições do modelo matemático final é maior que o inicial, havendo, também, alterações de parâmetros, nas limitações das restrições, bem como modificação nas variáveis função-objetivo e apresentação de um plano de trabalho relacionado a gestão. A seguir, a Tabela 8 se expõe os percentuais por categoria em relação as variáveis e restrições, e no Apêndice III, Tabela 61 encontram-se os dados.

Tabela 8 - Percentuais de aumento nas variáveis e restrições na situação-problema

	Indicador que manteve a mesma situação-problema		Indicador que alterou a situação-problema	
	Variáveis	Restrições	Variáveis	Restrições
Percentual de alunos que aumentou	14%	7%	70%	90%
Percentual de alunos que ficou igual	86%	93%	30%	10%
Total	100%	100%	100%	100%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em conformidade ao aumento do número de variáveis, pode-se verificar que entre os estudantes que conservaram a situação-problema, 14% aumentaram o número de variáveis no modelo matemático inicial e, 86% permaneceram com a mesma quantidade de variáveis no seu problema específico. Com base na Tabela 8, 70% aumentaram o número de variáveis da sua situação-problema e 30% não tiveram êxito em aumentar a quantidade de variáveis.

Com a hipótese de que os modelos matemáticos finais apresentassem maior número de restrições, comparando com os modelos matemáticos iniciais, se observa que houve muita disparidade entre os percentuais anteriores. No entanto, com a não alteração da situação-problema, 7% dos alunos aumentaram o número de restrições, e 93% permaneceram com a mesma quantidade. E 90% aumentaram o número de restrições e 10% reduziram com relação aos alunos que mudaram o problema propriamente dito.

Conforme os dados observados, constata-se que entre os que mudaram sua situação-problema inicial, o percentual de acréscimo nas variáveis foi muito elevado em comparação aos que permaneceram com o mesmo problema inicial. Outro ponto importante é que o número de restrições aumentou expressivamente da situação-problema relacionado ao modelo matemático final.

Para ilustrar as mudanças na concepção da situação-problema inicial em relação ao modelo matemático final conforme Figura 59, segue como exemplo o Aluno 2 e Aluno 17.

Figura 59 - Comparação entre a situação-problema inicial e final do Aluno 2

Situação-problema inicial	Situação-problema final
<p>A máquina injetora de grande porte injeta vários tipos modelos de peças plásticas que são componentes de produtos produzidos na empresa. Inicialmente vamos somente trabalhar algumas peças componentes do produto cortador de grama e carrinho de mão. Para produzir uma unidade de P1 ou uma unidade de cortador de grama a empresa demora 3 horas, e para fabricar por completo uma unidade de carrinho de mão, P2, demora 2 horas. O período de tempo estudado é de um trimestre, consideramos 2100 horas devido à máquina trabalhar 24 horas por dia.</p> <p>$X_1 = \text{carcaça}$ $X_2 = \text{caçamba}$ $3 X_1 + 2 X_2 \leq 2100$</p>	<p>A máquina injetora Romi 800 toneladas, injeta principalmente dois modelos de peças plásticas que são componentes de produtos produzidos na empresa. A carcaça P1 componente do produto cortador de grama e a caçamba P2, componente do produto carrinho de mão. O lucro obtido pela empresa na venda dos produtos é de R\$ 650,00 para o produto P1, cortador de grama e de R\$ 120,00 para o produto P2 que é o carrinho de mão. Para produzir uma unidade de P1 ou uma unidade de cortador de grama a empresa demora 3 horas, e para fabricar por completo uma unidade de carrinho de mão, P2, demora 2 horas. O período de tempo estudado é de um trimestre, sendo que nesse foram consideradas 2100 horas devido à máquina trabalhar 24 horas por dia. A demanda esperada para cortadores de grama P1 é de 620 unidades trimestrais e de carrinhos de mão P2, 1050 unidades trimestrais. O desafio foi desenvolver um plano de produção para que a empresa maximize os seus lucros considerando especificamente esses dois itens.</p>

Fonte: Aluno 2.

Na Figura 59, o Aluno 2 tem uma visão bastante simplificada em relação ao todo na situação-problema inicial, ou seja, não está traduzida corretamente da linguagem natural para a linguagem matemática, como no exemplo, não estava claro se o problema tratava de minimizar ou maximizar. A inclusão de novas restrições e as variáveis de não negatividade, perante a situação-problema inicial, fica mais nítida na situação do problema final, definindo, assim, a função objetivo do problema propriamente dito.

A seguir, apresenta-se a descrição do modelo matemático final:

$P_1 = \text{produto 01} = \text{carcaça (cortador de grama)}$
 $P_2 = \text{produto 02} = \text{caçamba (carrinho de mão)}$

Portanto:

Lucro de P₁: $650,00 * X_1$ (Lucro da unidade de P₁ x quantidade de produção de P₁)

Lucro de P₂: $120,00 * X_2$ (Lucro da unidade de P₂ x quantidade de produção de P₂)

Onde o Lucro total: $L = 650 X_1 + 120 X_2$

Portanto o objetivo é maximizar

$L = 650 X_1 + 120 X_2$

Restrições existentes no sistema do modelo matemático:

A disponibilidade de 2100 horas de produção referentes a um trimestre.

Horas ocupadas com P₁: $3 * X_1$ (uso por unidade x quantidade produzida).

Horas ocupadas com P₂: $2 * X_2$ (uso por unidade x quantidade produzida).

Total de horas ocupadas em produção: $3 X_1 + 2 X_2$

Disponibilidade total de horas 2100.

Restrição descritiva da situação: $3 X_1 + 2 X_2 \leq 2100$

Disponibilidade de mercado para os produtos:

Para P₁: 620 unidades

Quantidade a produzir de P₁: X_1

Restrição descritiva: $X_1 \leq 620$

Para P₂: 1050 unidades

Quantidade a produzir de P₂: X_2

Restrição descritiva: $X_2 \leq 1050$

Portanto a construção do modelo matemático:

Max $L = 650 X_1 + 120 X_2$

Restrições:

$3 X_1 + 2 X_2 \leq 2100$

$X_1 \leq 620$

$X_2 \leq 1050$

$X_1 \geq 0; X_2 \geq 0$

A Figura 60 mostra os dados aplicados no *software Solver*.

Figura 60 - Dados no Solver

x1	0		
x2	0		
Função Objetivo	$650 * X_1 + 120 * X_2$		
Função Restrição	$3 * X_1 + 2 * X_2$	\leq	2100
	X_1	\leq	620
	X_2	\leq	1050
	X_1	\geq	0
	X_2	\geq	0

Fonte: Aluno 2.

O quadro apresenta os resultados obtidos no cálculo do *Solver*.

Figura 61 - Cálculo do Solver

X_1	620		
X_2	120		
Função Objetivo	417400		
Função Restrição	2100	\leq	2100
	620	\leq	620
	120	\leq	1050
	620	\geq	0
	120	\geq	0

Fonte: Aluno 2.

Conforme a fala do Aluno 2:

o quadro anterior demonstrou que a maximização do lucro aconteceu à medida em que se produziu 620 peças de P_1 e 120 peças de P_2 . Considerando que havia 2100 horas no trimestre, utilizou-se 1860 horas para produzir o produto que nos forneceu mais lucratividade e por final o restante de tempo para produzir para não deixar a máquina parada.

O Aluno 2 ainda acrescenta que: “*considerando a importância dos dois produtos para a empresa, pode-se injetar o produto P_2 em uma máquina de menor porte não prejudicando assim a montagem de carrinhos de mão, item importante para o faturamento da empresa*”, nesse item, percebe-se a conscientização do aluno quanto à abstração do problema, a busca de dados e sua veracidade em transparecer a realidade. Diante disso, conforme Arenales *et al* (2007), modelo é um objeto que

procura simular as fundamentais características do objeto real, ou seja, a situação-problema em específico do aluno no qual foi desenvolvido o experimento.

De posse das respostas do modelo matemático inicial, houve a comparação da realidade do experimento, ocorrendo duas hipóteses, onde os resultados obtidos de acordo com a concepção do aluno foram aceitos em relação a situação-problema, sendo adequado ao processo em questão e outros vislumbram novos dados a serem observados, corroborando com a dinâmica do processo de modelagem, alterando seu modelo matemático, conforme Warwick (2007) sugere, que o processo de modelagem ocorre em etapas, em específico, a comparação com a realidade.

Na descrição do problema final, fica evidente que o objetivo da função é de maximizar os lucros dos dois produtos, gerando um valor de R\$ 417.400,00 e, conseqüentemente, houve alterações nas concepções do problema, aumentando, assim, o número de restrições, promovendo mudanças nas limitações das restrições e nos parâmetros da função objetivo. Portanto esse é um exemplo que ilustra a hipótese de que as mudanças nas concepções das situações-problema alteram os respectivos parâmetros dos modelos matemáticos, revertendo-os mais exatos e corretos. Assim, nesse contexto cabe frisar a fala do Aluno 2:

verificou-se que saber realizar a maximização do lucro pode ser um diferencial poderoso na saúde e sobrevivência de uma empresa, quando essa é obrigada a disputar com a concorrência a prestação de serviços muitas vezes para terceiros, onde esses procuram também o melhor preço, acabam por ter que arcar com enormes custos devido à fraqueza que o mercado muitas vezes tem por não saber calcular de maneira correta os seus custos, prejudicando a si próprio quanto ao cliente.

A ideia de introduzir modificações no processo produtivo do trabalho desenvolvido e a capacidade de pensar estrategicamente pela fala do Aluno 2, segue:

como sugestão para uma futura pesquisa na área, é de grande importância que se avalie o processo podendo reaplicar a metodologia para as demais máquinas do setor da mesma empresa ou mesmo implantar o estudo em outras empresas que trabalhem com esse ramo, e verificar assim as vantagens em lucratividade identificando a máquina ideal para cada produto.

Na Figura 62, segue o exemplo do Aluno 17 do modelo matemático inicial e modelo matemático final.

Figura 62 - Comparação entre o modelo matemático inicial e final do Aluno

Situação-problema inicial	Situação-problema final
<p>Inicialmente pensei em escolher o melhor <i>mix</i> de produção que seria trabalhar com perfil inteiro ou perfil cortado que deveria atender uma produção diária de 200 metros de forma que o lucro fosse maximizado.</p> $Z = 6X_1 + 5X_2$ <p><i>Restrição:</i> $X_1 + X_2 = 200$</p>	<p>Após aprofundar sobre o assunto e coletar mais informações com os colaboradores da empresa, notou-se que mais fatores estavam envolvidos no processo e que também deveriam ser considerados, tais como a restrição de produzir somente durante a jornada de trabalho normal, o lucro unitário de cada produto, os tamanhos pré-estabelecidos dos perfis. Desta forma foi possível chegar ao modelo matemático final fosse maximizado:</p> $\text{Max } Z = 6 X_1 + 2 X_2 + 3 X_3 + 1 X_4$ <p><i>Restrição:</i> $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = \text{número inteiro}$ $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 200$ (matéria prima) $X_1 \geq 6; X_2 \geq 2; X_3 \geq 3; X_4 \geq 1$ $10 X_1 + 11 X_2 + 11 X_3 + 11 X_4 = 424$ (tempo) $X_1 \geq 0; X_2 \geq 0; X_3 \geq 0; X_4 \geq 0$</p>

Fonte: Aluno 17.

O Aluno 17 propôs:

um problema da empresa onde trabalhava, o processo de resolução seguiu as etapas: busca do problema e apresentação a turma de Pesquisa Operacional; construção de um Mapa Conceitual Inicial e resolução da situação proposta individualmente; apresentação dos resultados e discussão do caminho encontrado com os outros estudantes da disciplina de Pesquisa Operacional, com a mediação do professor/pesquisador; reorganização do Mapa Conceitual e da Modelagem do problema proposto.

Dando sequência ao problema, segundo o Aluno 17:

por meio de informações (tipos de perfis) obtidas junto à empresa, podem-se relacionar as mesmas conforme o quadro a seguir, no qual, os produtos foram destacados na primeira coluna, o lucro e os tempos de produção de cada departamento produtivo foram elencados nas colunas seguintes. O tempo disponível pode ser identificado na última linha do quadro, o qual corresponde o tempo em minutos disponibilizados para cada departamento.

Figura 63 - Tipos de Perfil

Tipos de Perfil	Lucro Unitário - R\$	Corte minutos	Embalagem minutos	Alumínio (m) Utilizados em cada perfil
Perfil Inteiro 6m	R\$ 6,00	0	10	6
Perfil cortado de 2m	R\$ 2,00	5	6	2
Perfil cortado de 3m	R\$ 3,00	5	6	3
Perfil cortado de 1m	R\$ 1,00	5	6	1
Tempo disponível nos departamentos:				424
Matéria-Prima (diária) disponível:				200

Fonte: Aluno 17.

Prosseguindo o relato do aluno 17:

as quatro opções de produto (tipos de perfis) a serem produzidos utilizam os

mesmos departamentos e possuem o mesmo roteiro. Notou-se no quadro, que o perfil de 6 metros possui o lucro unitário de R\$ 6,00 e para produzi-lo é utilizado apenas um departamento produtivo, pois o perfil já vem de fábrica no tamanho exato e, o tempo de embalagem é de 10 minutos. Buscando a otimização, optou-se em utilizar o programa Solver contido no Microsoft Excel. Para isso, foi necessário criar um novo quadro onde foi possível multiplicar as informações de lucro e tempo, presentes no quadro anterior, estes foram multiplicados pelas quantidades produzidas de cada perfil conforme a segue.

Figura 64 - Quantidades produzidas de cada Perfil

Tipos de barras	Quantidade Produzida	Quant. Alumínio utilizado Por perfil	Lucro Unitário x Quantidade Produzida	Total min. Corte	Total min. Embalagem
Perfil Inteiro 6m	1	6	R\$ 6,00	0	10
Perfil cortado de 2m	1	2	R\$ 2,00	5	6
Perfil cortado de 3m	1	3	R\$ 3,00	5	6
Perfil cortado de 1m	1	1	R\$ 1,00	5	6
Totais:		12			43
Sobra de tempo:					381
Sobra de matéria-prima:		188			
Total Lucro:	R\$ 12,00				

Fonte: Aluno 17.

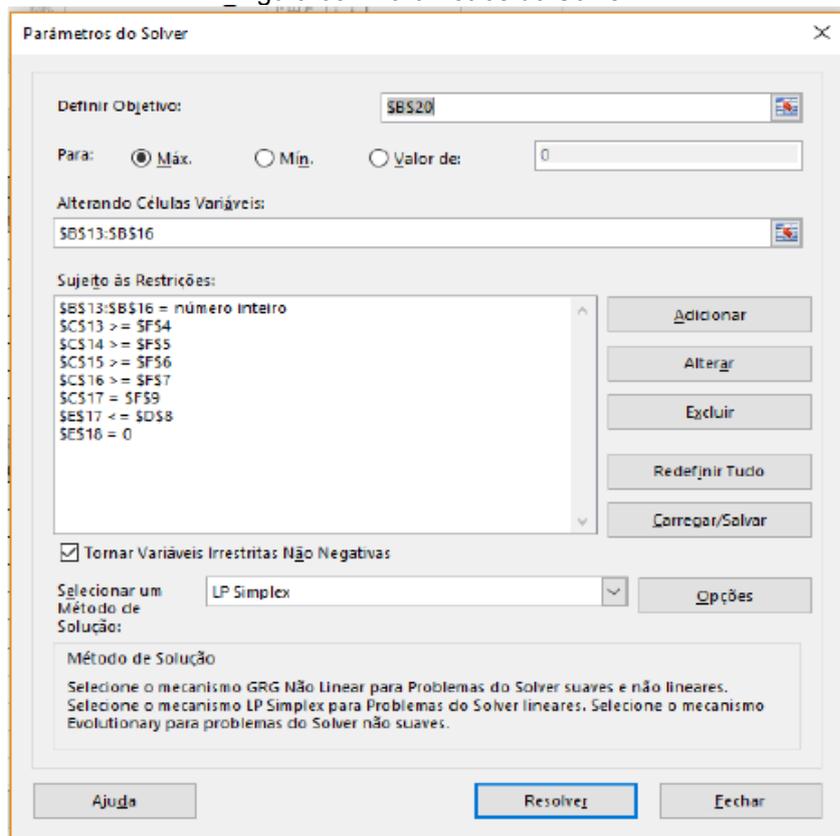
Observa-se, em relação ao quadro, segundo a fala do Aluno 17:

que é possível obter as informações iniciais para executar a programação utilizando a ferramenta Solver, inicialmente foi definido o objetivo (representado pela célula que apresenta o total de lucro que deseja que seja maximizado). As células variáveis são representadas pelas quantidades a serem produzidas e as restrições apontadas pela empresa que segue: a) Os perfis só poderão ser produzidos em metros, ou seja, não serão aceitos centímetros. Esta restrição foi apresentada no Solver como “ $B_{13}:B_{16}=\text{número inteiro}$ ”, onde o resultado da célula quantidade produzida terá que ser um número inteiro; b) A quantidade total de perfis produzidos deverá ser no máximo 200 metros diários. Esta restrição está representada por “ $C_{17}=F_{9}$ ”, onde a quantidade de alumínio utilizado deverá ser igual a 200 metros diários; c) A empresa não trabalha no regime de horas extras sendo que o tempo disponível é somente 424 minutos diários. Esta restrição foi representada através do “ $E_{18}=0$ ”, considerando que a diferença entre o tempo disponibilizado e o total utilizado para a programação apontada deverá ser igual a zero, ou seja, o tempo disponível deverá ser todo aproveitado, sem sobra de tempo; d) Cada perfil tem um tamanho pré-definido para venda que é de 6, 2, 3 e 1 metro. Para cada tamanho de perfil se estabeleceu uma restrição que foi representada por $C_{13} \geq F_{4}$, para perfil inteiro de 6 metros deverá ser utilizada quantidade igual a 6 metros por perfil; $C_{14} \geq F_{5}$, para perfil de 2 metros deverá ser utilizada a quantidade igual a 2 metros por perfil; $C_{15} \geq F_{6}$, para perfil de 3 metros deverá ser utilizada a quantidade igual a 3 metros por perfil; $C_{16} \geq F_{7}$, para perfil de 1 metro deverá ser utilizada a quantidade igual a 1 metro por perfil (ALUNO 17).

A solução do modelo encontrada, utilizando a ferramenta Solver (parâmetros do Solver), segundo a narrativa do aluno: “após inseridas todas as informações no

Solver, o último passo consistiu em clicar no botão resolver desta forma, se realizou a otimização alterando as variáveis, respeitando as restrições”, conforme Figura 65.

Figura 65 - Parâmetros do Solver



Fonte: Aluno 17.

O resultado obtido pelo aluno:

“Com o modelo de otimização desenvolvido pelo autor e executado no Microsoft Solver, obteve-se os resultados que são apresentados abaixo” (Aluno 17).

Figura 66 - Resultado do Solver

Tipos de barras	Quantidade Produzida	Quant. Alumínio utilizado Por perfil	Lucro Unitário x Quantidade Produzida	Total min. Corte	Total min. Embalagem
Perfil Inteiro 6m	27	162	R\$ 162,00	0	270
Perfil cortado de 2m	2	4	R\$ 4,00	10	12
Perfil cortado de 3m	11	33	R\$ 33,00	55	66
Perfil cortado de 1m	1	1	R\$ 1,00	5	6
Totais:		200			424
Sobra de tempo:					0
Sobra de matéria-prima:		0			
Total Lucro:	R\$ 200,00				

Fonte: Aluno 17.

Em análise ao modelo:

pode-se perceber que, a otimização revelou que o melhor mix de venda, seria composto primeiramente pelo perfil de 6 metros, ou seja, a barra inteira, com a capacidade de produção de 27 peças por dia e com um lucro de R\$ 162,00, seguido pela barra de 3 metros, com capacidade de fabricação de 11 peças por dia e com um lucro de R\$ 33,00 (ALUNO 17).

Verificando, sobre as restrições do modelo matemático em questão, a fala do Aluno 17:

entendeu-se que foi cumprida a primeira restrição, no qual era necessário que os perfis fossem produzidos somente em metros e não mais em centímetros. A segunda restrição também foi atingida, no qual a capacidade máxima a ser produzida diariamente, seriam 200 metros, alocados no tempo certo e na medida certa de cada perfil. E a terceira restrição era em relação ao tempo máximo de 424 minutos, sem sobra de tempo e também foi alcançada, pois, no modelo anterior, a fábrica ficava com muito tempo ocioso e agora não existe mais sobras de tempo. Por fim, a quarta e última restrição era em relação à fabricação de barras com o tamanho pré-determinado, com 6, 2, 3 e 1 metros utilizados para a fabricação de cada perfil.

Salientando o discurso do aluno:

também havia uma grande sobra de matéria prima diária e com a resolução do Solver, pode-se maximizar o melhor mix e, no modelo atual, não há mais sobras de tempo e de material. O perfil inteiro demora um pouco mais para ser embalado do que os restantes, mas, todavia, é o mais vantajoso em termos de quantidade e lucro. Constatou-se que com os valores encontrados como mix ideal proporcionam um lucro diário de R\$ 200,00, lembrando que a empresa também trabalha com outros itens (ALUNO 17).

Face ao exemplo observado, percebe-se que por meio do modelo matemático é possível sugerir mudanças e apresentar previsões e resultados podendo reestruturar a organização ou um setor em específico. A partir disso podem haver indícios de mudanças no processo de gestão, uma das condições previstas na legislação do Curso de Administração.

5.5 RESULTADOS DA ATIVIDADE DE FECHAMENTO – 2019 e 2020

Foi aplicada nos dois experimentos, a Atividade de Fechamento com 5 (cinco) perguntas (Apêndice IV), decorrentes da Resolução nº 4/2005, do Conselho Nacional de Educação para definir os seguintes conhecimentos, habilidades e atitudes, visando contribuir na capacidade do aluno de desenvolver expressão e comunicação

compatíveis com o exercício profissional, reconhecer e definir problemas, equacionar soluções, pensar estrategicamente, introduzir modificações no processo produtivo, atuar preventivamente, transferir e generalizar conhecimentos e exercer, em diferentes graus de complexidade, o processo da tomada de decisão, desenvolver raciocínio lógico, crítico e analítico para operar com valores e formulações Matemáticas presentes nas relações formais e causais entre fenômenos produtivos, administrativos e de controle, bem assim, expressando-se de modo crítico e criativo diante dos diferentes contextos organizacionais e sociais, desenvolver capacidade de transferir conhecimentos da vida e da experiência cotidianas para o ambiente de trabalho e do seu campo de atuação profissional, em diferentes modelos organizacionais, revelando-se profissional adaptável e desenvolver a capacidade para elaborar, implementar e consolidar projetos em organizações.

A pergunta inicial teve o propósito de avaliar a relação do estudante com a situação-problema, ou seja, a relação profissional ou pessoal do estudante com a empresa/organização na qual desenvolveu o modelo matemático. A seguir, estão transcritas as perguntas com suas respectivas análises.

A pergunta 1: *Que vínculo estabelece e justifica a escolha da organização na qual realizou o estudo do modelo matemático?*

Responderam à pergunta 24 estudantes e suas colocações foram classificadas em três categorias, a saber: relação de convívio com os sócios da empresa, relação profissional e a empresa ser propriedade da família.

Na primeira categoria – relação de convívio com os sócios da empresa, 17% dos estudantes estão inseridos. As respostas decorrentes serão descritas a seguir:

O estudo foi realizado em uma panificadora (empresa de um amigo), após algumas pesquisas em artigos e conversas de discussão em aula com o mestre da disciplina estudada, decidi pela escolha de uma panificadora por ser uma empresa em que diariamente as pessoas utilizam estes estabelecimentos, com isso encontrei bastante informações na internet para a elaboração do estudo (ALUNO 4).

O estudo do modelo matemático foi realizado com relação a uma empresa fabricante de embalagens plásticas (empresa por ser próxima de casa). A escolha por esta empresa se deu pelo fato de poder visualizar um novo ambiente, diferente do que estou acostumada a ver no dia a dia, além se possível compreender como ocorre o processo produtivo das embalagens plásticas (ALUNO 20).

Na segunda categoria, todos os alunos que responderam terem relação profissional com a empresa, totalizando 75% dos respondentes. O argumento da escolha da empresa deve-se pela afinidade de parceria, como apontam as informações descritas a seguir:

Trabalho no escritório a dois anos. Levando em conta que em nosso dia a dia temos obrigações de seguir vários protocolos e exigências dentro da lei. Nosso trabalho depende de prazos a serem cumpridos, por isso é muito importante fazer tudo correto para os serviços não se tornarem prejuízos (ALUNO 18).

A organização que escolhi para fazer o estudo foi a empresa que meu colega trabalha há uma década. Desta forma podemos ter maior proximidade da realidade da linha de produção da empresa. Meu colega sempre via a programação da linha de produtos baseada nos pedidos do setor de vendas, mas sempre teve a curiosidade de saber qual era a melhor rentabilidade para a empresa, considerando, que muitas vezes, os gestores apresentavam certa tendência em direcionar a produção para determinada linha de produtos e saber se tal tomada de decisão era a mais adequada. Através do estudo matemático consegui observar qual o melhor posicionamento estratégico que a empresa deve tomar visando a rentabilidade e assim, concentrar suas estratégias para os produtos mais rentáveis, desde o setor de marketing, vendas e produção (ALUNO 19).

Outro motivo está relacionado aos erros no processo produtivo, como pode ser visto na fala do (Aluno 24):

A empresa em questão para realização do estudo é a empresa na qual eu trabalho. O ponto crucial para a escolha dessa organização, foi porque diariamente encontramos pequenos problemas de fluxo produtivo, esses os quais geram pequenos inconvenientes de paradas de produção.

No ponto de vista, outro aspecto presente é o interesse que os estudantes têm junto as organizações para achar melhorias na gestão, como apontam as falas dos alunos a seguir:

O estudo do modelo matemático foi realizado, com relação a uma empresa de chocolate onde trabalho. Acabei escolhendo fazer o trabalho sobre a empresa pois com a pandemia ela acabou sendo bastante afetada. Escolhi falar sobre a falta de matéria prima para as trufas especiais que seria o chocolate importado (ALUNO 21).

Trabalho em uma instituição bancária onde devemos seguir diariamente vários protocolos e exigências. O cliente é o centro do negócio, por isso o banco quer saber a opinião dos seus clientes em relação aos serviços prestados. Por isso, é tão importante as pesquisas de satisfação. Com a NPS (Net Promoter Score – planejamento estratégico de empresas) é possível

fazer diversos cálculos operacionais para tentar identificar melhorias a serem desenvolvidas (ALUNO 23).

Primeiramente buscou-se um problema para aplicar e resolver o mesmo. O ponto delicado para o estudo foi na expedição de vidros, a empresa escolhida foi a MV e podemos extrair um pouco de como é organizado as cargas e definido as rotas. Expedição muitas vezes é o cartão de visita da empresa, sendo que os motoristas representam e entregam todo trabalho ou serviço prestado (ALUNO 16).

Escolhi a organização pois fiquei muito curiosa em saber como funciona o gerenciamento da empresa que possui vários tipos diferentes de materiais, e o vínculo foi com o colega da disciplina de Estágio I, cujo objetivo foi juntar e tentar solucionar o problema de setup que ocorre atualmente na empresa (ALUNO 14).

Ainda se pode perceber, nas explicações, a aplicação direta dos modelos no processo de tomada de decisão, dia após dia, relativo ao exercício profissional, condizente com a fala:

A escolha da organização foi baseada na empresa em que um dos integrantes da pesquisa já trabalha, e diariamente é observado o problema em questão e o mesmo é resolvido pelo proprietário que usa a experiência e o senso comum para a resolução e tomada de decisões, ao invés de cálculos que comprovem a efetividade. A partir da disciplina de Pesquisa Operacional foi mostrado que existem meios matemáticos que resolve, desse modo despertou o interesse em resolver o problema por meio de ferramentas aprendidas para descobrir de fato a resposta e também mostrar os resultados finais a organização, afim de despertar o interesse do mesmo e possivelmente futura implantação para tomada de decisão mais precisas (ALUNO 7).

E na terceira categoria, 8% dos estudantes (2 de 24 alunos) foram incorporados por ser empresa propriedade da família, fundamentando, assim, possibilitar algumas opções de tomada de decisão para um melhor gerenciamento, conforme descrito a seguir:

Visto que estamos passando por um período meio conturbado em relação ao Covid 19, percebi que as micro e pequenas empresas estavam sendo, as mais afetadas. Contudo voltei meu olhar para elas, auxiliam assim com o marketing digital, as empresas passarem por esse momento sem sofrer tanto (ALUNO 19).

Por ser da propriedade rural como também procurar uma forma de maximizar o lucro na produção de queijo dos pais da aluna, já que tiveram que procurar outra alternativa de produção, pois, sempre venderam o leite, e com as novas regras de estoque não tinham condições de investir no maquinário sugerido (ALUNO 9).

Já em relação a fala do Aluno 9 é possível perceber, como apresentam Lachtermacher (2002) e Goldbarg (2000), a necessidade de pesquisar dados e estabelecer relações entre as variáveis em se tratando de dados quantitativos, e nesta essência, os modelos matemáticos assessoram os gestores a classificá-las.

Em análise aos resultados apresentados pelos estudantes, percebe-se que um grande percentual (75%), opta em observar, analisar e, tentar resolver uma situação-problema no próprio local de trabalho. Um grupo menor de estudantes analisou problemas em empresas da sua cidade, nas quais tiveram acesso através de amigos ou familiares. Na análise geral, sem levar em consideração o ramo empresarial em que cada estudante estava inserido, todos conseguiram identificar uma situação-problema, o que vem de encontro com a ideia inicial apresentada, ou seja, através das situações-problema se consegue criar situações de aprendizagem oportunizando o desenvolvimento da Modelagem Matemática.

A pergunta 2: Relate sua situação-problema inicial e sua situação-problema final. Estabeleça comparações e as descreva detalhadamente.

A análise das respostas da pergunta 2 foram adicionadas no item 5.4.2 por considerar-se mais conveniente na análise do referido item específico.

A pergunta 3: Os resultados finais da modelagem provocaram mudanças na formulação inicial do seu problema? Disserte sobre a organização e construção da sua situação-problema.

O foco principal da pergunta foi perceber perante o estudante, a forma como ele descreveu o problema, organizou os subsunçores e elaborou seu próprio modelo matemático, mostrando que sempre há uma relação entre as ideias existentes e as novas ideias. Através da análise, percebe-se, claramente, uma relação com a teoria de Ausubel (2003), pois há indicação de diferenciação progressiva, já que a estruturação do modelo matemático inicia com uma ideia geral e, durante o desenvolvimento do processo, a situação-problema passa a ter o acréscimo de informações, especificando mais detalhadamente as questões relacionadas ao todo, como pode ser visto a seguir:

Houve alteração sim e foi satisfatório, pois procurei estabelecer um controle interno dos custos de insumos necessários para fabricação dos pães, como pode-se observar, até então, a empresa não tinha controle nenhum da matéria prima. Utilizavam da forma como aprenderam inicialmente e acreditavam que era a forma mais correta. Com o estudo, pode-se destacar que com um bom planejamento e controle de matéria prima utilizada,

somente os insumos necessários para cada produto, a empresa poderá lucrar até 44% e ainda aumentar sua produção com os mesmos recursos que ela possui (ALUNO 4).

Provocaram mudanças diretamente, pois, antes de realizar uma análise mais detalhada sobre as paradas que ocorriam na linha, tinha um conhecimento de que o problema produtivo era todo prejudicado pela parada inicial do nosso problema, ou seja, na estampagem e pintura. Ao tentar identificar melhor o que acontecia nesse processo e tentar entender o porquê do problema, consegui perceber que as paradas ocorrem por vezes até com mais frequência, em diferentes pontos do processo produtivo, esses por vezes até em mais quantidade do que no ponto inicial do problema, fazendo com que houvesse grandes alterações no problema final (ALUNO 24).

Em relação a fala do Aluno 4, o subsunçor mais geral está atrelado aos custos e as ideias preexistentes são os dados necessários para calcular o custo mínimo necessário para a produção dos pães. Assim, as ideias foram estabelecidas e um novo conceito foi formado: o modelo matemático que representa à situação-problema que minimiza o custo de insumos da fabricação de pães. E, também, na fala do Aluno 24, o subsunçor pode ser classificado como fluxo produtivo, enquanto as ideias preexistentes são as interrupções do processo envolvendo a estampagem e a pintura.

As falas a seguir demonstraram que não houve mudanças no processo da situação-problema (inicial e final), em virtude da posse dos dados preestabelecidos, bem como, sua lógica de encadeamento.

Não teve mudança na formulação do problema. Após a organização em estudo, negociar um de seus veículos mais antigo, iniciou a pesquisa por algum modelo que pudesse substituí-lo. Levantadas algumas exigências, a organização chegou em três modelos: Volkswagen Voyage, Chevrolet Prisma e Ford Ka. Foram considerados no estudo o consumo de cada modelo conforme o manual do usuário e custo por litro do combustível. Considerando estas variáveis formulou-se as equações, as quais foram inseridas na ferramenta Solver, colocando a ferramenta para resolver, chegou-se à conclusão que a melhor opção para a empresa é o Voyage (ALUNO 11).

Não provocaram mudanças pois o problema continuou o mesmo do início ao fim, apenas apresentou-se uma solução possível para ele. A organização nos disponibilizou os dados com facilidade, pois também demonstrou interesse em saber do resultado que teríamos com este trabalho (ALUNO 14).

Os resultados não provocaram alteração do problema inicial, afinal, coletou-se os dados de uma hora de produtividade da empresa analisada e realizou-se os cálculos. O objetivo era analisar o material consumido em uma hora de linha de produção, qual seria a produção ideal para maximizar os lucros em comparação dos dois modelos que a empresa fabrica atualmente. Não tinha por objetivo alterar a forma da empresa trabalhar, criticar a tomada de decisão da empresa ou apontar forças ou fraquezas, mas sim, ver qual a melhor forma de produção pensando na maximização dos lucros tendo como base o

material consumido. Sabe-se que existem outros fatores que também podem influenciar na tomada de decisão da empresa como o volume de venda de cada modelo de faqueiro, tempo necessário para a fabricação, o público alvo, ou ainda, o valor agregado no produto que se torna intangível. Mas com certeza, o resultado final, possibilita poder refletir qual seria a melhor alternativa para a empresa e começar a traçar uma estratégia que mais assertiva para a empresa alcançar o sucesso esperado (ALUNO 12).

Quanto a fala do Aluno 12, percebe-se a capacidade de estabelecer relações entre os problemas estabelecidos em sala de aula e a situação-problema no qual o aluno está mergulhado.

Sim mudaram e muito, pois antes era apenas algo genérico onde muitas coisas não se aplicariam nas micro e pequenas empresas pelo fato da condição financeira ser menor, não ter profissionais qualificados exclusivamente na área, no qual dificultam para elas se adaptar ao marketing digital, onde após foi pensado e focado mais em suas reais necessidades para assim uma melhoria mais contínua e assertiva (ALUNO 19).

Conforme a fala do Aluno 19, os conhecimentos existentes na estrutura cognitiva do estudante (os subsunçores), estão interligados na organização e construção da situação-problema, induzindo à ideia da existência da diferenciação progressiva. Também, parece haver indícios de reconciliação integradora de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), conforme a fala do Aluno 16:

A elaboração do meu problema perante a empresa, foi devido aos exemplos apreendidos em sala de aula na disciplina de Pesquisa Operacional, onde eu tinha muitos produtos e diversos fornecedores, sendo assim, verificar qual era o mais vantajoso dos produtos. Desse modo, o aluno constatou semelhanças entre os problemas resolvidos em aula e sua situação-problema empresarial.

A pergunta 4: *Os problemas de modelagem resolvidos em aula com o uso do software Solver, foram norteadores para a identificação e modelagem do seu problema? Em caso positivo, cite exemplos concretos desta aplicação.*

Analisando-se os resultados dos alunos perante os problemas de modelagem apresentados, de uma forma ou de outra, foram uniformes em afirmar que influenciaram e nortearam as preferências de seus respectivos problemas. Seguem alguns exemplos corroborando com essa afirmação:

Sim, pois foram realizados exemplos práticos em sala de aula similares ao problema em questão. Além disso foram vistos artigos científicos que tratavam do mesmo assunto, o que facilitou a montagem do problema (ALUNO 11).

Dando sequência à fala do Aluno 11 sobre as contribuições da Modelagem Matemática, em específico a construção de conhecimentos matemáticos, “*foi de extrema importância em saber de que forma é construído o modelo, para saber em detalhes todas as informações necessárias para o processo*”.

Sim foram norteadores, a ferramenta Solver, aprendida na disciplina de Pesquisa Operacional possibilitou a resolução de muitas formas de problemas enfrentados pelas organizações, dentre eles problemas de otimização de recursos, localização, roteirização, alocação de pessoas, previsão e planejamento. Foi apreendido a importância da utilização da mesma para um bom gerenciamento com precisão, da forma adversa que acontece hoje em empresas de pequeno porte, na qual o gestor toma as decisões com base nas experiências vividas e não sabe o real gasto ou ganhos que possui. Observando isso, utilizou-se da ferramenta para otimizar os recursos de uma escolha de frete, e mostrar ao gestor uma forma simples para tomar futuras decisões (ALUNO 7).

Na fala do Aluno 7, pode-se perceber a relevância da resolução da situação-problema com o auxílio da *ferramenta Solver*, visto que foi verificado a falta de subsunçores na sua operacionalidade, sendo comprovado na atividade de Sondagem Diagnóstica.

Com certeza foram norteadores e base para que pudéssemos identificar nosso problema e direcionar a busca das respostas almejadas. A cada exercício realizado, mesmo diante de grande dificuldade no início, de interpretação e conseguir resolver, conseguíamos entender melhor a funcionalidade da ferramenta e especialmente o quanto é valiosa se utilizada de forma correta, pois, seus resultados podem nos fazer melhorar a performance e atingir as metas estipuladas. Muitos exercícios propostos pelo professor em sala de aula, nos remeteu a comparações com situações que nos deparamos nas organizações e podemos através do uso do Solver, melhorar os processos e resultados. Os exercícios calculados para praticarmos a funcionalidade da ferramenta foi muito válido para que escolhêssemos um problema-objetivo e conseguíssemos calcular a função objetivo e obter o melhor resultado (ALUNO 12).

Com o uso do software Solver foi possível a identificação das principais restrições do problema para determinados produtos pão gaúcho e catarinense, nos auxiliando da melhor forma para apropriação mais adequada de cada item para cada produto. Com base nos dados que a ferramenta Solver nos proporcionou, conseguimos minimizar os custos da empresa para cada produto, e com base nisso impulsionamos as vendas no produto que nos trouxe maior resultado maximizando o lucro para a Panificadora. Exemplo de aplicação é a redução de sal de 4,5 kg dos dois pães para 4,3 kg, outra matéria prima que terá redução é o reforçador de 4 kg de pães para 2,99 kg, seguindo com a redução do fermento de 4 kg de pães para 2,3 kg (dosagem com a mesma qualidade), estas sobras poderão ser utilizadas em outros processos, obtendo assim redução nos custos com matéria prima (ALUNO 4).

Acredito que a ferramenta Solver influenciou diretamente para que fosse possível realizar a identificação do problema, pois, quando apresentamos as restrições do problema nessa ferramenta, ela permite que se faça uma leitura ou análise muito mais rigorosa sobre os números encontrados no problema e possibilita avaliar, se é possível realizar alguma melhoria que seja capaz de maximizar nossa produção e conseqüentemente o lucro da empresa, ou ainda minimizar os custos e prejuízos da produção (ALUNO 24).

Sim, foram por meio das atividades desenvolvidas em aula que aprendi a usar a ferramenta, inclusive para resolução matemática com o Solver, utilizou-se de um exemplo passado pelo professor, apenas adaptei a realidade da situação-problema. Essas atividades também serviram de norte para coletar os dados que precisava da empresa, que deram origem a Função Objetivo (ALUNO 15).

Foi muito, deu uma visão clara de quanto um problema afeta um todo do ambiente, envolve pessoas a mais, horas a mais e prejuízos. Me mostrou que temos um gasto de entorno a R\$ 1.200,00 mensais (ALUNO 18).

Os exemplos dos alunos citados anteriormente fizeram com que as contribuições da *ferramenta Solver* sejam o diferencial/solução para o encaminhamento do resultado final, conforme a fala do Aluno 12: *“praticidade em chegar ao resultado definitivo, informações mais assertivas, fazendo o processo de resolução se tornar mais interessante, já que lançado as informações corretas o programa traz o resultado”*. Assim como as falas dos Aluno 4 e 24:

ajudará não apenas nos problemas levantados em questão, mas também há problemas futuros que ainda estarão por vir. Com o software pode-se colocar um número alto de valores e fazer cruzamentos e/ou comparações buscando a solução ótima. Vejo que é uma excelente ferramenta, porém pouca utilizada (ALUNO 4).

através do software é possível operacionalizar a solução da Modelagem Matemática, de forma mais eficiente, gerando rapidez e informações. Auxilia assim, principalmente as empresas a ter o poder de tomada de decisão mais rapidamente (ALUNO 24).

A partir dos direcionamentos acima e analisando-se as falas dos alunos à luz da teoria de Ausubel (2003), pode-se perceber que os problemas básicos se transformaram em problemas de organizadores avançados, que serviram de foco para a nova aprendizagem durante todo o experimento realizado, estabelecendo-se relações e a concepção da situação-problema e a devida solução do respectivo Modelo Matemático Final.

A pergunta de número 5, teve seu objetivo direcionado a real situação da aplicabilidade dos resultados, ou seja, quais as ações que o estudante tomará perante as respostas obtidas a partir da situação-problema. A seguir, encontra-se a pergunta e as respectivas respostas.

A pergunta 5: *De que forma os resultados obtidos a partir do software Solver serão utilizados nas situações problema (organização/empresa) a que se aplicam?*

O objetivo dessa pergunta foi o de avaliar se a resolução de situações-problema empresariais ajudou os estudantes na aquisição das habilidades de pensar estrategicamente e introduzir modificações no processo produtivo.

Buscando-se os apontamentos da pergunta 1, a maioria dos alunos possui afinidades, ou seja, vínculo empregatício com a organização na qual realizou o experimento. No entanto, ficou compreensível o desejo dos estudantes em poder sugerir e implementar melhorias no processo organizacional. Isso só será possível se a direção oportunizar a construção coletiva do experimento efetuado, pois os cargos que os alunos ocupam não lhes dão autonomia para tomar decisão necessária, conforme os exemplos descritos a seguir:

Os resultados aplicados desta ferramenta foram obtidos em diversas situações- problema, pois fica evidente o número exato que a empresa precisa saber. Ela se aplica em diversas áreas de atuação, facilitando e dando direção em vários segmentos, como positivos e negativos (ALUNO 18).

O resultado obtido será apresentado para a organização que foi constatado que o melhor veículo para desenvolver essa tarefa é o caminhão maior, decisão qual está baseada pelos dados obtidos no software Solver, onde demonstra que mesmo o caminhão 2 consumindo em média 112% a mais que o caminhão 1 e ter o dobro de custo de pedágio, por conseguir atender a obra com apenas uma viagem se torna a melhor opção para a empresa na visão de diminuir custos. Mostrando por meios matemáticos a eficiência da ferramenta para tomada de decisões desse tipo. Além de instigar a empresa a fazer uma pesquisa com a média de obras atendidas, para ver a real importância de se ter dois caminhões ou se é possível ter apenas um, levando em consideração os custos fixos de cada caminhão (ALUNO 7).

De acordo com o Aluno 12:

conversando com seu superior imediato, que possui formação acadêmica em economia, para definir as futuras metas e planejamento estratégico ele utiliza a ferramenta Solver, comparando preço, lucratividade, tempo de produção, matéria prima utilizada, entre outras variáveis, para direcionar a tomada de decisão. Também comentou que conhecer esta ferramenta e utilizá-la na tomada de decisão foi fundamental para a ascensão dele na empresa em que

trabalha. Desta forma, consegui ter certeza de que a empresa usa esta ferramenta de gestão para nortear seus objetivos pelos seus gestores.

Os resultados obtidos com a ferramenta foram os seguintes, otimizando as quantidades dos insumos aplicados aos itens pão gaúcho e catarinense, pode-se analisar que antes da utilização da ferramenta Solver era utilizado uma quantidade maior de insumos como fermento, reforçador e sal. Após o uso da ferramenta consegui otimizar os mesmos usando a quantidade necessárias para a fabricação desses dois produtos usando somente o necessário trazendo para a empresa um lucro de R\$ 10,08 kg que antes era de R\$ 7,00 kg. O resultado será apresentado para a empresa avaliar a viabilidade de utilização do processo, podendo aplicá-la em outros itens em específico (ALUNO 4).

Os resultados e números encontrados no problema estudado, estão sendo acompanhado por profissionais técnicos da organização, que irão tentar viabilizar e aperfeiçoar melhoria no processo produtivo da linha de pás, visando dessa forma obter ganho produtivo diante dessas máquinas e equipamentos ao qual foi apresentado o problema de perda de produtividade e parada de linha (ALUNO 24).

Referente aos exemplos citados acima, em relação às soluções expressadas pelos alunos, pode-se perceber que há o desejo de que as melhorias sejam implementadas e executadas, em concordância com as sugestões e tendo o aval da gerência. Também, diante do exposto, parece haver indícios de organização de mudanças no processo produtivo. Conforme apontam Rodrigues e Santos (2013) e Ragsdale (2009), cabe salientar a fala do Aluno 12:

falou com o gerente e comentou sobre a ferramenta Solver que tinha conhecimento da aplicabilidade, auxiliando a encontrar dados necessários para a sua situação problema e observou-se também a capacidade de pensar estrategicamente, realizando simulações ou propriamente um exercício decorrente da sua situação real (ALUNO 12).

A empresa já dispõe de um leque de clientes fixos, afim de atender esse público, o salão já vinha atendendo apenas com hora marcada. Por não conhecer a ferramenta, se trabalhava com encaixes de serviços entre um procedimento e outro. O problema é que, ou sobrava tempo ocioso, ou faltava tempo para acabar de realizar os procedimentos. Com os resultados obtidos a partir da ferramenta, o tempo passou a ser mais bem administrado, e o Solver provou que é desta forma que terá o maior lucro (ALUNO 15).

Em relação à fala do Aluno 15, em se tratando do problema analisado numa empresa familiar de pequeno porte, as condições de interpretar problemas matemáticos e de todas as áreas do conhecimento em específico o “salão de beleza”, trouxe experiências significativas, favorecendo o desenvolvimento de habilidades em resolver situações-problema do cotidiano e contribuir para a compreensão dos

conteúdos da disciplina de Pesquisa Operacional nas atividades voltadas à realidade. Ao realizar uma análise em seu trabalho, o Aluno 15 (Anexo I), vislumbrou a capacidade de pensar estrategicamente e introduzir modificações no processo produtivo do trabalho desenvolvido.

Diante do exposto, percebe-se haver indícios de estabelecimento de algumas ações estratégicas, tomadas pelo setor responsável da instituição, como por exemplo: “aumento de mão-de-obra”, “avaliação das sobras”, “redução de compras” e contratação de uma pessoa para “pensar e agir estrategicamente”, bem como, a proposição de mudanças nos sistemas produtivos, no entanto, não havendo evidências suficientes para afirmar que tais metas e ações sejam ou tenham sido, de fato, implementadas nas respectivas organizações em questão.

6. CONCLUSÃO

O desenvolvimento do presente trabalho possibilitou a elaboração de atividades de ensino voltadas para o estudo de Pesquisa Operacional, que associa o uso de recursos tecnológicos e propõe atividades de Modelagem Matemática, buscando oferecer ambientes de ensino que possibilitem uma Aprendizagem Significativa.

A pergunta diretriz que orientou a pesquisa foi: *Quais as relações possíveis entre a metodologia de Modelagem Matemática e a teoria da Aprendizagem Significativa para que haja contribuições no processo de ensino e aprendizagem da temática Pesquisa Operacional em cursos de Administração no Ensino Superior? Com o objetivo de **investigar as contribuições ao processo de ensino e aprendizagem de uma articulação entre a teoria de Aprendizagem Significativa e a Modelagem Matemática em um contexto de desenvolvimento de modelos matemáticos por alunos de um curso de Administração, na disciplina de Pesquisa Operacional.***

Com relação a pergunta da tese busca-se responder aos seguintes questionamentos relacionados aos objetivos propostos que se procura responder a seguir.

Objetivo 1: Investigar como a identificação dos subsunçores, seguindo os pressupostos da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), pode auxiliar para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem com estudantes do curso de Administração, na disciplina de Pesquisa Operacional.

Para que a Aprendizagem Significativa ocorra como um processo central, precisa haver uma interação entre o conteúdo de aprendizagem e a estrutura cognitiva preexistente do estudante, traduzindo esse processo em uma alteração concomitante, tanto do conteúdo a ser aprendido como do conhecimento cognitivo inicial, o que constituirá o núcleo de Aprendizagem Significativa, sendo de suma importância para a compreensão da totalidade dos fatos, entendendo as potencialidades e suas propriedades.

Dessa forma, precisa haver uma mudança no processo de ensino, incluindo a reestruturação dos conteúdos e das metodologias de aprendizagem que serão adotadas, para que possa propiciar condições de ocorrer a Aprendizagem Significativa. No entanto, para que haja a construção de significados, precisa acontecer a relação entre o conhecimento prévio do estudante e os novos conhecimentos, ou seja, uma conexão entre o existente e o novo conhecimento. Para

que isso aconteça é primordial instigar o estudante, apresentar desafios, estímulos cognitivos por meio de situações didáticas com problemas que se relacionem com os conhecimentos existentes e estabelecer uma relação significativa entre o sujeito e o objeto do conhecimento, sempre considerando que cada pessoa (estudante) é responsável pela própria aprendizagem.

Diante disso, deve-se instigar os estudantes a aprender a aprender, que é implementar aprendizagens que sejam significativas, fazendo com que compreendam, da melhor forma, as novas aprendizagens, buscando suporte nos conhecimentos prévios, o que facilita a construção da estrutura cognitiva que vai dar suporte ao novo conhecimento.

Assim sendo, em relação ao primeiro objetivo, parte-se do princípio de que a Aprendizagem Significativa é baseada na relação entre o conhecimento prévio do estudante e os novos conteúdos a serem aprendidos, relação essa, para a qual o estudante deve estar predisposto a aprender e ser capaz de estabelecer conexões entre os conhecimentos prévios, subsunçores, e os novos conhecimentos. Para que isso ocorra, a intervenção didática do professor será de grande valia, pois ele será o responsável pela mediação do processo, possibilitando a construção de novos significados através da relação construída entre os conhecimentos prévios e os novos.

No intuito de apurar os conhecimentos prévios dos estudantes foi aplicado um exercício de Sondagem Diagnóstica. Os resultados apresentados, analisados com viés na teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), demonstraram evidências da presença de subsunçores, os quais mostraram relação com a capacidade de resolução e reconhecimento da relação de proporcionalidade, de forma direta ou inversa. Alguns dos resultados apresentados pelos estudantes não foram satisfatórios, sendo necessária a utilização de Organizadores Avançados, instrumento pedagógico de planejamento, que objetivou auxiliar os estudantes com dificuldades na aquisição de conhecimentos. Após a aplicação do instrumento, verificou-se que foram diminuídas as dificuldades que não estavam presentes no processo inicial.

Diante dos resultados positivos da Atividade de Organizadores Avançados foi proposto o Instrumento Avaliativo com a utilização do recurso *Solver*, ocorrido por meio da aprendizagem por recepção (AUSUBEL, 2003), onde constituiu-se como uma boa estratégia de ensino.

Objetivo 2: Identificar as relações prováveis entre o processo de Modelagem Matemática e a Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel para a

aprendizagem, quando são utilizados Mapas Conceituais e a construção de modelos na resolução de problemas por alunos matriculados na disciplina de Pesquisa Operacional, do curso de Administração da Faculdade Fisul da cidade de Garibaldi, estado do Rio Grande do Sul.

Pela análise dos Mapas Conceituais, verificou-se a aprendizagem dos estudantes, os quais, em sua grande maioria, compreenderam os conceitos essenciais e conseguiram usar o estudo para explicar suas questões. Verificou-se, também, uma melhora significativa na estruturação dos conceitos dos esquemas representados nos mapas, quando comparados os Mapas Conceituais Finais com os Iniciais em cada situação problema proposto.

A eficácia do uso de Mapas Conceituais na disciplina de Pesquisa Operacional pode ser constatada pelos resultados obtidos e apresentados nessa tese, demonstrando que os Mapas Conceituais são uma ferramenta que auxilia no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, podendo ser utilizado como instrumento de avaliação no processo desenvolvido.

Em ambos os experimentos, através das atividades desenvolvidas, foi possível perceber que a maioria dos discentes desenvolveu um ambiente de Aprendizagem Significativa, já que, ao realizarem o processo de Modelagem Matemática, eles precisaram resgatar seus conhecimentos prévios acerca da Matemática para fazer conexões com as novas informações, sobre os conceitos relacionados com a resolução de sistemas de equações, relação de proporcionalidade, representação gráfica de uma inequação e resolução de problemas gerais, obtendo, por meio de registros simbólicos, de suas transformações e interpretações, uma solução para os problemas propostos. Dessa forma, no decorrer das atividades, verificou-se a possibilidade de ampliar conceitos preexistentes, relacionando-os com os novos conhecimentos práticos e, com isso, os estudantes puderam perceber o uso de diversas técnicas matemáticas para a resolução de problemas mais próximos de sua realidade.

Uma das formas que evidencia a percepção da ocorrência de Aprendizagem Significativa acontece quando os próprios estudantes formulam e resolvem seus problemas de pesquisa com base em situações reais, aplicando isso na atividade final de Modelagem Matemática. Isso pode ser visto, por exemplo, em relação ao Aluno 4, quando ele busca estabelecer um controle dos custos para fabricação de pães, ou então, o Aluno 9, que busca uma forma de maximizar o lucro na produção de queijo.

Nesses casos, o grau de independência adquirido pelos estudantes na atividade final de Modelagem Matemática ficou em evidência.

Evidências de Aprendizagem Significativa também foram percebidas ao longo da carreira do estudante, nos momentos em que ele se relacionou com os conceitos trabalhados. A Aprendizagem Significativa acontece o tempo todo, de forma contínua e progressiva, com foco principal na compreensão dos fatos, transferindo conhecimentos, captando significados de situações não vivenciadas no dia a dia.

No trabalho com a Modelagem Matemática, há vários resultados positivos, ainda mais, quando se segue uma sequência didática/atividades, que tenham potencial para promover a Aprendizagem Significativa. Dessa forma, a presente pesquisa apresenta, como principal resultado, a combinação entre essas duas metodologias de ensino, no contexto do Ensino Superior, para o processo de resolução de problemas.

Dentro desse contexto, a modelagem torna-se um importante recurso para o professor de Matemática no processo de aprendizagem de seus estudantes, uma vez que estimula o interesse deles e potencializa a construção do conhecimento com as descobertas feitas durante o processo e a interação e troca de informações com os colegas, além de demonstrar seriedade e concentração quando conseguem estabelecer uma relação entre o que é ensinado com sua realidade.

Objetivo 3: Investigar as contribuições para a aprendizagem do uso da *ferramenta Solver*, pelos estudantes ao modelarem situações-problema empresarias na disciplina de Pesquisa Operacional do curso de Administração da Faculdade Fisul.

Quanto à percepção do uso adequado da *ferramenta Solver*, através da aprendizagem por recepção (AUSUBEL, 2003), constatou-se que seu uso exigiu dos estudantes uma compreensão, não somente dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também, a expressão em linguagem simbólica matemática, através de comandos da planilha, para chegar ao resultado esperado. Nesse sentido, foi possível verificar, perante os discentes, que houve um favorecimento da compreensão dos conceitos envolvidos através do uso dos recursos tecnológicos e na modelagem das situações-problema, exigindo, assim, a representação na resolução dos problemas elaborados e/ou construídos por eles próprios. Assim, o uso de *software* pode proporcionar a motivação dos discentes na medida em que facilitam a formação de significados, numa relação de abstração/contextualização, gerando intuição que possibilita a estruturação ou reestruturação de ideias relacionadas ao problema em questão.

De um modo geral, em relação à identificação de conhecimentos finais, construídos ou expandidos, foi possível evidenciar que a disciplina de Pesquisa Operacional possibilitou a compreensão de conceitos para a maioria dos estudantes nos dois experimentos desenvolvidos, pois os participantes da pesquisa foram capazes, não somente de fazer uso adequado dos conceitos na resolução dos problemas propostos, mas também, de expressá-los adequadamente em linguagem natural, apresentando soluções criativas e, por meio da discussão, reflexão e organização dos conhecimentos necessários, apresentar a resolução em um trabalho de grupo e mediado pelo professor/pesquisador.

Dessa forma, avaliando a aprendizagem da Matemática, junto com a Modelagem Matemática e a Pesquisa Operacional, a tese “[...] representa a descoberta de um caminho didático, uma alternativa metodológica para enfrentar as dificuldades dos estudantes, uma vez que possibilita despertar o interesse deles na medida em que se deparam com problemas do cotidiano e conseguem viabilizar possibilidades de caminhos de resolução dos problemas”.

Espera-se que, a partir desse trabalho, muitos outros estudos possam ser realizados, implementando novas iniciativas que possam promover a Aprendizagem Significativa para estudantes do Ensino Superior.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ABREU, G. O. C. de. **A prática de Modelagem Matemática como um cenário de investigação na formação continuada de professores de Matemática**. 2011. 102 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012-2016.

ALMEIDA, L. M. W. de; VERTUAN, R. E. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro – São Paulo, v. 30, n. 56, p. 1070-1091, dez. 2016.

ALMEIDA, M. E. B., & VALENTE, J. A. (2011). **Tecnologias e currículo**: Trajetórias convergentes ou divergentes? São Paulo: Paulus.

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. **Uma aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática**. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Santa Catarina, v. 2, nº 2, p. 117-134, jul. 2009. Disponível em http://alexandria.ppget.ufsc.br/numero_2_2009/lourdes.pdf. Acesso em: 22 mar. 2020.

ALRO, H; SKOVISMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueira. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010

ANASTÁCIO, M. Q. A. **Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática**. 1990. 100f. Dissertação (Mestrado em Educação MATEMÁTICA) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

ANASTASIOU, L. das G. C.; ALVES, L. P. (orgs.). **Processos de ensinagem na universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em sala de aula. 6. ed. – Joinville, SC: UNIVILLE, 2006.

ANDRADE, E. L. **Introdução à Pesquisa Operacional**: métodos e modelos para análise de decisões. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

ANDRADE, E. L. De. **Introdução à Pesquisa Operacional**: Métodos e Modelos para Análise de Decisões. 3. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000, 2002.

ANDRADE, E. L. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

ANDRADE, E. L. **Introdução à Pesquisa Operacional**: Métodos e Modelos para Análise de Decisões. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011-2014.

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**: para cursos de engenharia. 6. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007. 524 p.

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional** [recurso eletrônico] – Rio de Janeiro: Elsevier, ABEPRO, 2011.

ASSUNÇÃO, J. A.; MOREIRA, M. A.; SAHELICES, C. C. A resolução de problemas como estratégia metodológica de ensino, fundamentada na teoria da Aprendizagem Significativa: uma análise quantitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v.13, n. 3, p. 202-223, set./dez. 2020. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/10527>>. Acesso em: 25 dez. 2020.

AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York, Grune and Stratton, 1963.

AUSUBEL, D. P. Early versus delayed review in meaningful learning. **Psychology in Schools**, v. 3, n. 3, p. 195-198, 1966. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/toc/15206807/1966/3/3>>. Acesso em: 07 jan. 2021.

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology**: a cognitive view. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.

AUSUBEL D. P, Novak JD, Hanesian H. (1978). **Educational psychology**. Nova York: Holt, Rinehart and Winston. Publicado em português pela Editora Interamericana, Rio de Janeiro; 1980. Em espanhol por Editorial Trillas, México, 1981. Reim-presso em inglês por Werbel & Peck, Nova York; 1986.

AUSUBEL, D. P. **A Aprendizagem Significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

AUSUBEL, D. P. **Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento**. Buenos Aires: El Ateneo, 1973.

AUSUBEL, D. P., **The acquisition and retention of knowledge**: a cognitive view. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

AUSUBEL, D. P. **Psicología educativa**. Un punto de vista cognoscitivo. Ed. Trillas. México, 1976.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Trad. De Eva Nick e outros. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da informação e comunicação na formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Edur, 2009. v. 1.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores**. 2001. 253f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. **Modelagem Matemática, perspectivas e discussões**. In: Encontro nacional de Educação Matemática. 9, Belo Horizonte. Anais, Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

BARBOSA, J.C. **Modelagem Matemática e a Perspectiva sócio-crítica**. In: Seminário internacional de pesquisas em Educação Matemática. 2, 2003, Anais, Santos, SP: SBM, 2003. p. 1-13. GT Modelagem Matemática. CDROM.

BARBOSA, M. A. **Iniciação à Pesquisa Operacional no ambiente de gestão/ Marcos Antonio Barbosa, Ricardo Alexandre D. Zanardini - 2. ed. Ver., atual. e ampl. – Curitiba: Intersaberes, 2014.**

BASSANEZI, R. C. **Ensino e aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3.ed. São Paulo; Contexto, 2010.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 2.ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia** 3. ed., 3. reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia** 3. ed., 4. reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013.

BAZARAA, M. S., JARVIS, J. J., & SHERALI, H. D. **Linear programming and network flows**. 4. ed., Nova Jersey, John Wiley & Sons, 2011.

BEAN, D. A Modelagem Matemática: Uma mudança de base conceitual. In: **Conferência nacional sobre modelagem e Educação Matemática**. 5., 2007, Ouro Preto. Anais... Ouro Preto: UFOP, 2007.

BENTO, A. Como fazer uma revisão da literatura: Considerações teóricas e práticas. **Revista JA (Associação Acadêmica da Universidade da Madeira)**, v. 7, n. 65, p. 42-44, 2012.

BELLMAN, Richard; DREYFUS, Stuart E. **Applied Dynamic Programming**, p. 363, 1962.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino e aprendizagem de Matemática**. Blumenau: FURB, 1999. 134 p.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. 2. ed. Blumenau. 2004. Ed. Edfurb.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. 3. reimpressão – São Paulo: Contexto, 2013.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo, Contexto, 2014. ISBN 9788572441360.

BIEMBENGUT, M. S. **Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular**. 1997. 175 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003-2005.

BIEMBENGUT, M. Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA -Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BILINSKI, P. A. e Fernandes C. W. N. **Aplicação da Pesquisa Operacional na otimização da lucratividade de uma empresa do segmento de marcenaria**. 2016.

BLOMHOJ, M. T. H. KJELDEN, J. OTTESEN, **Compartment models**, 2006.

BLUM, W. NISS, M. **Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects** – state, trends and issues in mathematics instruction. Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BLUM, W. LEIß, D. How do Students and Teachers deal with Modeling Problems?. In: **Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics**, edited by Christopher Haines; Peter Galbraith; Werner Blum; Sanwar Khan. Printed in the United Kingdom, 2006.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação a Distância online**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. **A Ideologia da Certeza em Educação Matemática**. In: SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia. Campinas: Papyrus, 2001.

BORBA, M.; VILLAREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**. New York: Springer, 2005.

BORGES, P. A. P.; NEHTING, C. M. **Modelagem Matemática e Sequências Didáticas: uma relação de complementaridade**. Boletim de Educação Matemática,

vol. 21, n. 30, 2008, p. 131-147, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Brasil.

BORNSTEIN, C. T.; YANASSE, H. H; Abreu, N. M. M. **Roberto Galvão – 60 anos – reflexões, retrospectiva e reconhecimento**. Pesquisa Operacional, nº 24, p. 3-6, 2004.

BORROMEO FERRI, R. (2006). **Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process**. ZDM, 38(2), 86 – 95.

BORSSOI, A. H. Tecnologias Digitais como componentes de Ambientes Educacionais voltados à Aprendizagem do Aluno. In: SILVA, A. P; DALTO, J. O, Org(s). **Educação Matemática e Pesquisa: algumas perspectivas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 143-164.

BORSSOI, A. H; ALMEIDA, L. W. **Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática**. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (En línea), v. 10, p. 36-45, 2015.

BOTACIM, R. S.; FONTANA, V. S.; XAVIER, B. M.; SOUZA, M. **Pesquisa Operacional: a comparação de dois métodos para resolução de um problema de programação linear**. Perspectivas Online: Exatas & Engenharia, v. 09, n. 24, p. 19-33, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC-SEC, 1997.

BRASIL. **Base Comum Curricular Nacional**. Ministério da Educação. Proposta Preliminar – 2. versão revista. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Resolução CNE/CES 4/2005**. Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Administração, bacharelado.

BRITO, D; ALMEIDA, L. M. W. **O conceito de função em situações de Modelagem Matemática**. Revista: Zetetikê, v. 12, n. 23 jan/jun. p. 42-61, 2005.

BURAK, D. A Modelagem Matemática e a sala de aula. In: **I Encontro paranaense de modelagem em Educação Matemática – I EPMEM**. Anais, Londrina, 2004.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese de Doutorado. Campinas, Unicamp, 1992.

BURAK, Dionisio; ARAGÃO, Rosália M. R de. **A Modelagem Matemática e relações com a Aprendizagem Significativa**. Curitiba, PR. CRV, 2012.

CAIXETA-FILHO. VICENTE, José. **Pesquisa Operacional: técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais**. 2. ed. São Paulo. Atlas, 2014.

CAMPELLO, R. E.; RIBEIRO, C. C.; PEREIRA, M. V. F.; ABREU, N. M. M. Nelson Maculan Filho: cientista e educador. **Pesquisa Operacional**, nº 23, p. 5-28, 2003.

CARVALHO, J. M. S. **Programação linear: algoritmos simplex primal, duo, transporte e afetação**. 1 ed., Porto, Vida Económica Editorial, 2014.

CASTRO, J. B. (2012) **O uso de objetos de aprendizagem para a construção e compreensão de gráficos estatísticos**. Fortaleza: UFC, 2012. 215 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, UFC, Fortaleza.

CASTRO, J. B. CASTRO-FILHO, J. A. (2015) **Desenvolvimento do Pensamento Estatístico com suporte Computacional**. Educação Matemática Pesquisa (online), v. 17, p. 870-896.

CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. (2010). Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. In: CAZORLA, Irene; SANTANA, Eurivalda. **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, p. 9-18.

CERVANTES, B. M. N. **Terminologia do processo de inteligência competitiva: estudo teórico e metodológico**. Londrina: EDUEL, 2006, p. 152.

CHAVES, S. Nogueira. **A construção coletiva de uma prática de formação de professores de ciências: tensões entre o pensar e o agir**. (Tese de Doutorado) UNICAMP, Campinas 2005.

COCHRAN J. J. **Introductory business OR cases: successful use of cases in introductory undergraduate business college operational research courses**. Journal of the Operational Research Society, v. 51, p. 1378-1385, 2000.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. 1ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CONTIN, A. Alex. **Educação e tecnologias**. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2016.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Resolução nº 2**, de 18 de junho de 2007, dispõe sobre a carga horária mínima e procedimentos relativos à integralização e duração dos cursos de graduação, bacharelados, na modalidade presencial. Disponível em: <www.mec.gov.br>. Acesso em: 26 maio 2020.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Resolução nº 4**, de 13 de julho de 2005 do Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Superior (CNE/CES), publicada no Diário Oficial da União regulamenta as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Administração

CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R. (coordenadores). **Pesquisa Operacional para decisão em contabilidade e administração: contabilometria**. São Paulo: Atlas, 2007.

COSTA, F. A. (2013). **O potencial transformador das TIC e a formação de professores e educadores**. In: ALMEIDA, M. E. B.; DIAS, P.; SILVA, B. D. (orgs.). O cenário de inovação para a educação na sociedade digital. São Paulo: Edições Loyola.

COUTO, Edvaldo; FERRAZ, M. do C. Gomes; PINTO, J. de C. Almeida. **Tecnologias digitais e a promoção da eficácia e da equidade no contexto escolar**. Textura, Canoas, v. 19, nº 40, p. 173-188, maio/ago. 2017.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. **Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização**. Bolema. v. 26, nº 43, p. 963 – 990. Rio Claro, 2012

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. **O Problema na Modelagem Matemática: determinação e transformação**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 33, n.64, p.748-767, ago. 2019.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas**. São Paulo: Ática, 2000.

DANTE, L. R., **Ensino Médio e preparação para a educação superior - Matemática contexto e aplicações - Volume único - Editora Ática, S. P. - 2005.**

DANTZIG, G. B., & THAPA, M. N. **Linear programming 2: theory and extensions**. Springer Science & Business Media. 2006.

DANTZIG, G. B. **Linear Programming and Extensions**. Princeton: University Press, 1963.

DELEUZE, G. **Diferença e Repetição**. Traduzido por: Orlandini, L.; Machado, R. Tradução de: Différence et Répétition. Rio de Janeiro: Graal, 1988.

DINIZ, L. N.; BORBA, M. C. **Leitura e Interpretação de Dados Prontos em um Ambiente de Modelagem e Tecnologias Digitais: o mosaico em movimento**. Bolema, Rio Claro – São Paulo, v. 26 n. 43. p. 935-962, ago. 2012.

DUTRA, Í. M. et al. **Logucal systems and natural logic: Concept Mapping to follow up the conceptualization processes**. Second International Conference on Concept Mapping. San José, Costa Rica: Universidad de Costa Rica: [s.n.]. 2006.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. p. 13-42.

FARIA, W. de. **Aprendizagem e planejamento de ensino**. São Paulo, Ática, 1989.

FÁVERO, L.P.; BELFIORE, P. **Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

FERREIRA, V. *et al.* **Competências profissionais do administrador: mito e realidade nas organizações**. Estação Científica Revista On-Line, 2. ed., p. 1-17, março 2009.

FERRETE, A. A., SANTOW, W. L. **Inclusão digital na escola**: Uma análise dos relatos de experiências dos professores da educação básica no município de Jeremoabo-BA Revista Científica do UniRios 2020.

FONTANA, V. S.; NUNES, V. B. e SILVA, J. M.: **Programação Linear com o uso do Excel e do Solver: Uma abordagem aplicada no ensino médio**. Revista Dimensão Acadêmica, v.3, n.1, jan-jun. 2018.

FONTE, V. *et al.* **Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática**. IN: IX SIMPOSIO DE LA SIEM, 2005. Córdoba. Disponível em : <http://www.ugr.es/~jgodino/funcionessemioticas/enfoque_ontosemiotico_representaciones.pdf>. Acesso em : 14 fev. 2021.

FORD, L. R. and D. R. FULKERSON, “**Flows in Networks**”, Princeton University Press, 1962.

FRANCHI, R. H. O. L.; GAZZETTA, M. Vivenciando Atividades de Modelagem no Ensino Fundamental. In: **V Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática**. Ouro Preto - MG, 2007.

GASS, Saul I. **Linear programming: methods and applications** / Saul I. Gass – 5. ed. Reprint, Originally published: New York: McGraw-Hill, 1958.

GAVA, T. B. S.; CRISTOVÃO, H.M. **Aplicações de Mapas Conceituais na educação**. Serra: IFES, v. 1, 2011.

GIL, A. Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODOY, A. Schmidt; ANTONELLO, C. Simone. **Competências individuais adquiridas durante os anos de graduação de alunos do curso de Administração de empresas**. Revista de Ciências da Administração, São Paulo, v. II, nº 23, p. 157-191, jan./abr. 2009.

GOLDBARG, M. C. & LUNA, H. P. L. **Programação linear fluxos em redes**. 1. ed., Rio de Janeiro, Elsevier, 2016.

GOLDBRARG, M. C. **Otimização Combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

GONZÁLEZ REY, Fernando. O sujeito que aprende – Desafios do desenvolvimento do tema da aprendizagem na Psicologia e na prática pedagógica. In: TACCA, Maria Carmen Villela Rosa. (org). **Aprendizagem e trabalho pedagógico**. Campinas: Alínea, 2008.

GOWIN, D.B. (1981). **Educating**. Ithaca, NY, Cornell University Press.

GREEFRATH, et al., EDS. Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling - Overview: In: **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14)**, edited by Gabriele Kaise, Werner Blum, Rita Borromeo Ferri, Gloria Stillman. Springer, 2011.

GROENWALD, C. L. O. & BECHER, E. L. (2010). **Características do Pensamento Algébrico de Estudantes do 1º Ano do Ensino Médio**. Educação Matemática Pesquisa, v. 12, n. 2.

HILLIER, Frederick; LIEBERMAN, Gerald. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. 1005 p.

HILLIER. F. S., & LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. São Paulo: McGrawHill, 2010.

IPC - INTERNATIONAL PROGRAMME COMMITTEE . Discussion document of ICMI (International Commission for Mathematical Instruction) study 14- **“Application and modeling in mathematics education”**. Tradução: Iraci Muller. In: III CNMEM(CONFERENCIA NACIONAL DE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA). 2003. Piracicaba. Universidade Metodista Piracicaba, Anais... Piracicaba, 2003. 1 CD-ROOM.

JACOBINI, O. R. **A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. 2004. 267 f. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. **A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education**. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KAISER, G.; SCHWARZ, B., TIEDEMANN, S. Future Teachers' Professional Knowledge on Modeling. In: LESH, R. et al. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010. p. 433 - 444.

KANT, I. **Crítica da Razão Pura**. Trad. Manuela dos Santos e Alexandre Morujão. 3. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1994.

KENSKI, V. Moreira. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2008.

KIRBY, D. A. **Creating Entrepreneurial Universities in the UK: Applying Entrepreneurship Theory to Practice**. *Journal of Technology Transfer*, 31, p. 599-603, 2006.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. **Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no ensino**. In: IX ENEM -Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. Anais...Belo Horizonte: UNI-BH, 2007, p. 1-19.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões**. Rio Janeiro: Campus, 2002.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões**. 4. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2009.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões**. Rio Janeiro: Campus, 2007.

LÉVY, P. **Cibercultura**. 2. ed. São Paulo: Editora 34, 2000.

LOESCH, C.; HEIN, N. **Pesquisa Operacional: fundamentos e modelos**. São Paulo: Saraiva, 2009-2011.

MAAß, K. **What are modelling competences?** ZDM, Vol. 38 (2), 2006.

MAASS, K. Barriers to, and opportunities for integration of modelling in mathematics classes-results of an empirical study. IN: **10Th INTERNATIONAL CONGRESS IN MATHEMATICAL EDUCATION**, 2004, Copenhagen, Dinamarca. Disponível em: <<http://www.icme-organisers.dk/tsg20/papers.html>> Acesso em: 14 fev. 2021.

MACHADO, E. S. **Modelagem Matemática e Resolução de Problemas**. 2006. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

MADRUGA, J. A. G. **Aprendizagem pela Descoberta Frente à Aprendizagem pela Recepção: A Teoria Verbal Significativa**; in COLL. C; PALÁCIOS, J; MARCHESI, A, Desenvolvimento Psicológico e Educação: Psicologia da Educação – Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MADRUGA, Z. E. F.; BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem & Aleg(o)rias: um enredo entre cultura e educação**. Editora Appris. Curitiba-PR. 2016.

MALHEIROS, A. P. S. **Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática**. Bolema, Rio Claro, São Paulo, v. 26, n. 43, SSN 0103-636X, p. 861-882, ago. 2012. Acesso em: 10 mar. 2021.

MALHEIROS, A. P. S; FRANCHI, R. H. O. L. As tecnologias da Informação e Comunicação nas produções sobre Modelagem no GPIMEM. In: BORBA, M. C; CHIARI, A, Org(s). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013, p. 175-193.

MARINS, F. A. Silva. **Introdução a Pesquisa Operacional/** Fernando Augusto Silva Marins- São Paulo: Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, Pró Reitoria de Graduação, 2011.

MIRAS, M. Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios. In: COLL, César. et al. **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 1998-1999.

MONTEVECHI, J. Arnaldo. **Pesquisa Operacional** – Apostila – UNIFEI 2006.

MORAN, J.M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, J. M.I; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 12. ed. Campinas, SP: Papyrus. 2006. p.11-66.

MOREIRA, M.A. (1993a). **Constructivismo: significados, concepções errôneas y uma proposta**. Trabalho apresentado na VIII Reunión Nacional de Educación en la Física, Rosario, Argentina, 18 a 22 de outubro.

MOREIRA, M. A.; BUCHWEITZ, B. **Novas estratégias de ensino e aprendizagem: os mapas conceituais e o Vê epistemológico**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1993.

MOREIRA, Marco A. **Mapas Conceituais como instrumentos para promover a diferenciação conceitual progressiva e a reconciliação integrativa**. *Ciência e Cultura*, v.32, n. 4, p. 474-479, 1980.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais**. In: Congresso Internacional sobre Investigação em Didática das Ciências & das Matemáticas, 2., 1987, Valência.

Anais... Valência, Worshoop. Disponível em:

[http://www.if.ufrgs.br/~moreira/Livro_Mapas_conceituais_e_Diagramas_V_COMPL](http://www.if.ufrgs.br/~moreira/Livro_Mapas_conceituais_e_Diagramas_V_COMPLETO.pdf)
[ETO.pdf](http://www.if.ufrgs.br/~moreira/Livro_Mapas_conceituais_e_Diagramas_V_COMPLETO.pdf)>. Acesso em: 24 nov. 2020.

MOREIRA, Marco A; GRECA, Ileana M. **Cambio Conceptual: análisis crítico y propuestas a la luz de la teoría del aprendizaje significativo**. *Ciência & Educação*, 2003, v. 9, n.2, p. 301-315.

MOREIRA, Marco A. **Aprendizagem Significativa Crítica**. Porto Alegre. 2005.

MOREIRA, M. A.; Masini, E. A. F. S. (2006). **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. 2ª ed. São Paulo: Centauro Editora.

MOREIRA, M. A. Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa. **Revista Chilena de Educação Científica**, Chile, v. 4. n. 2, p. 38-44, 2005. Disponível em:

<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasportpdf>. Acesso em: 10 out. 2021.

MOREIRA, Marco A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. In: **Investigações em Ensino de Ciências**. Instituto de Física, UFRGS, 2002. <<http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/capa.htm>>

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional: Curso Introdutório**. São Paulo: Thomson Learning, 2010.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa Crítica**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS 2ª edição, 2010.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional: Curso Introdutório**. [S.I.]: Ed. Thomson Pioneira, 2007.

MOREIRA, M. A. **A teoria da Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006.

MOREIRA, M. Antônio. **Aprendizagem significativa**: organizadores prévios, mapas conceituais, diagramas V e unidades de ensino potencialmente significativas. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013. Disponível em: <http://www.faatensino.com.br/wp-content/uploads/2014/04/Aprendizagem-Significativa-Organizadores-pr%C3%A9vios-Diagramas-V-Unidades-de-ensino-potencialmente-significativas.pdf#page=41>>. Acesso em: 10 mar. 2021.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011b.

MOREIRA, M. A. A Teoria da Aprendizagem Significativa como Teoria Construtivista. **Aprendizagem Significativa em Revista**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 36-57, 2011a.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. A. F. S. **Aprendizagem Significativa**: a teoria de aprendizagem de Davi Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

MORETTO, V. Pedro. **Construtivismo**: a produção do conhecimento em aula- 3ª edição- Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Learning How to Learn**. New York: Cambridge University Press, 1984.

NOVAK, J. D. **Teoría y practica de la educación**. Madrid: Alianza, 1988.

NOVAK, J. D. **Uma teoria de educação**. São Paulo: Pioneira, 1981.

NOVAK Joseph D; GOWIN, D B. **Aprender a aprender**. Lisboa: Plátano Ed Técnicas. 1996.

NOVAK Joseph D. **A Aprender, criar e utilizar o conhecimento**. Lisboa: Plátano Ed. Técnicas. 2000.

NOVAK Joseph D; CAÑAS, Alberto J, **The origins of the concept mapping tool and the continuing evolution of the tool**. Information Visualization. 5, 175–184. 2006.

NOVAK Joseph D.; CAÑAS, A. J. A teoria subjacente aos Mapas Conceituais e como elaborá-los e usá-los. **Práxis educativa**, v.1, n.5, p. 9-29, 2010.

ONTORIA, A. et al. **Mapas Conceituais**: uma técnica para aprender. Rio Tinto: Edições ASA, 1994.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de MATEMÁTICA através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez editora, 2005. p. 169-187.

PASSOS, C. Mendes dos. **Etnomatemática e educação Matemática crítica: conexões teóricas e práticas**. 2008. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2008.

PENTEADO, M. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In: BICUDO, M.A.V; BORBA, M.C. (Orgs.). **Educação Matemática em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 283-295.

PORTAL DA EDUCAÇÃO. **A teoria da Aprendizagem Significativa proposta por David Paul Ausubel** – 2013.

RAGSDALE, C. T. **Modelagem e Análise de Decisão**. 6. ed., São Paulo, Cengage Learning, 2009.

RAMOS, F.O. **Concepções sobre conhecimentos prévios de uma professora de Biologia de uma escola particular da cidade de Osasco**. 2010. 47 f. Monografia (Graduação em Ciências Biológicas) -Universidade Presbiteriana Mackenzie. São Paulo, 2010

REHFELDT, M. J. Hepp. **A aplicação de modelos matemáticos em situações problema-empresariais com o uso do software LINDO**, 2009. 299 f. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

RIBEIRO, R. João. **Curta de animação como organizador prévio no ensino de Física**. 2011. 143 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2011.

RIBEIRO, R. J.; SILVA, S. C. R.; KOSCIANSKI. A.: **Organizadores prévios para aprendizagem significativa em física: o formato curta de animação**, Revista Ensaio - Belo Horizonte, v.14, n. 03, p. 167-183; set-dez - 2012

RIHS, A. A. e ALMEIDA, C. F. **A teoria da Aprendizagem Significativa: o enfoque de David Ausubel**. Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro – Unipac ISSN 2178-6925 48 p. 2017

RIOS, T. Azerêdo. **Compreender e ensinar: por uma docência da melhor qualidade**. 8.. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

RODRIGUES, M. R. **Os mapas conceituais para a visualização de conceitos de áreas do conhecimento em unidades de informação**. 2011. 112f. Trabalho de

Conclusão de Curso (Graduação em Biblioteconomia) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

RODRIGUES, E.C.N.; SANTOS, Y.B.I. **Aplicação da Programação Linear na Minimização dos Custos de Produção em uma Indústria de Processamento de Açaí de Pequeno Porte no Município de Belém**. 2013 - XX SIMPEP. Disponível em: < http://www.simpep.feb.unesp.br/anais_simpep.php?e=8>. Acesso em: 12 abr. 2020.

SÁ, L. C.; ARPINI, B. P. e SANTOS, P. H. **Pesquisa operacional no campo da logística: explorando interfaces**. Vitória, ES: Edifes, 2019.

SALA, E. M.; GONI, J. O. A Teorias da Aprendizagem Verbal Significativa. In: SALVADOR, C. C. [et al]. **Psicologia do Ensino**. Porto Alegre. Editora Artes Médicas, 2000, p. 231-240.

SAMPAIO, M. Narcizo e LEITE, L. Silva. **Alfabetização Tecnológica do Professor**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1999.

SANTOS, J. C. F. dos. **Aprendizagem Significativa: modalidades de aprendizagem e o papel do professor**. Porto Alegre: Mediação, 2008.

SANTOS, J. Almeida; FRANÇA, K. Vieira; SANTOS, L. S. Brun. **Dificuldades na aprendizagem da Matemática** - 2013. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mydownloads_01/singlefile.php?cid=80&lid=4223. Acesso em: 07 jan. 2020.

SANTOS, M. E. V. M. **Mudança conceptual na sala de aula: um desafio pedagógico epistemologicamente fundamentado**. Lisboa: Livros Horizonte, 1998.

SANTOS, H. C. F. & COSTA, K. C. (2011). **Mapas Conceituais: estruturas, habilidades e ferramentas**. Revista Tecnologias na Educação. Recuperado de <http://tecnologiasnaeducacao.pro.br/wp-content/uploads/2015/07/Art3-ano3-vol-4-julho2011.pdf>

SANTOS, M., LIMA I. C., PAIXÃO A. C., DIAS F. C. e REIS, M. F. **Proposta de otimização do mix de produção utilizando o método simplex: um estudo de caso de uma confecção de moda íntima do município de cordeiro – RJ**, 2016.

SANTOS, W. Lima. SANTOS, E. Ferreira dos. **A docência no Ensino Superior e sua relação tecnológica na EAD**. Revista Rios. Paulo Afonso: Fasete, 2017, p.47-58.

SCHWARTZ, S. H. (2006). **A theory of cultural value orientations: Explication and applications**. Comparative Sociology, 5, 137-182.

SILVA, E. M. et al. **Pesquisa Operacional: programação linear, simulação**. São Paulo: Atlas, 1998.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLOMO, A. M. L. **“Aprendendo” a fazer Modelagem Matemática**: a vez do aluno. *Educação Matemática em Revista*. São Paulo, v. 1, p. 28-36, 2011.

SILVA, L. A.; Oliveira, A. M. P. As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática. **Bolema** - Boletim de Educação Matemática. Rio Claro (SP), 2012.

SILVA, D. M.; SILVA, M. do N. M.; FERREIRA, T. P.; SILVA, J. da Cruz; ESCARPINI F. R. dos Santos. **Aplicação de roteirização por meio da Pesquisa Operacional para redução de custos uma empresa em Penedo-AL**. Anais do XI Simpósio de Engenharia de Produção de Sergipe – 2019.

SILVA, B. W. **Pesquisa Operacional**: Visão geral. Disponível em: <<https://www.bwsconsultoria.com/2011/04/pesquisa-operacional-visao-geral.html>>. Acesso em: 23 nov. 2019.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação Matemática**. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

SKOVSMOSE, Olé. **Educação Matemática Crítica**: A questão da democracia. Campinas, SP: Papyrus, 2001. 160 p.

SOARES, D. S.; JAVARONI, S. L. Análise de Modelos: possibilidades de trabalho com Modelos Matemáticos em sala de aula. *In*: BORBA, M. C.; CHIARI, A, Org(s). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013, p. 195-219.

SOBRAL, A. C. M. B., TEIXEIRA, F. M. **Conhecimentos Prévios**: investigando como são utilizados pelos professores de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental. *In*: VI ENPEC – Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 2007, Florianópolis. Anais ABRAPEC- Associação Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, 2007. v. 1. p. 1-11.

SOLÉ, I.; COLL, C. Os professores e a concepção construtivista. *In*: COLL, C. et.al. **O construtivismo na sala de aula**. 4. ed. São Paulo: Ática, 1998. p. 9-29.

SOUZA, R. R. **Uma Experiência de uso de Mapas Conceituais para Avaliação de Conhecimentos**, Pampulha, 2005. Disponível em: <www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/smsi/2005/009.pdf>. Acesso em: 06 dez. 2020.

TACCA, M. C. V. Rosa; GONZÁLEZ R., Fernando. **Produção de sentido subjetivo**: as singularidades dos alunos no processo de aprender. *Revista Ciência e Profissão*, 2008.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional**: uma visão geral/Hamdy A. Taha; tradução Arlete Simille Marques; revisão técnica Rodrigo Arnaldo Scarpel. – 8. ed. – São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TAHA, F. A., and W.F. Hahn (2015). “**Factors Driving South African Poultry and Meat Imports**”, The International Food Agribusiness Management Review (FAMR), Volume 18, Special Issue A, pp. 165-182.

TANENBAUM, M.; HOLSTEIN, W. K.; EILON, S.; ACKOFF, R. L. **Operations research**. 2017. Encyclopedia Britannica. Disponível em: <<https://www.britannica.com/topic/operations-research#ref22348>>. Acesso em: 10 ago. 2020.

TAVARES, Romero. **Aprendizagem Significativa**. Conceitos. Jul/2003-Jun/2004. p. 56-60.

TAVARES, R. **Construindo Mapas Conceituais**. Ciências e Cognição. Rio de Janeiro, v. 12, p. 72-85, 2007. Disponível em: <<http://www.cienciasecognicao.org/pdf/v12/m347187.pdf>>. Acesso em 30 nov. 2020

TEIXEIRA, F.; SOBRAL, A. **Como novos conhecimentos podem ser construídos a partir dos conhecimentos prévios**: um estudo de caso. Ciência & Educação. Bauru [online]. 2010, vol.16, n.3, pp. 667-677. ISSN 1516-7313.

TORNAGHI, A. J. C.; PRADO, M. E. B. B.; ALMEIDA, M. E. B. **Tecnologias na Educação**: ensinando e aprendendo com as TIC: guia do cursista. 2. Ed. Brasília, DF: Secretaria de Educação à distância, 2010.

VALADARES, J. A. A Teoria da Aprendizagem Significativa como Teoria Construtivista. **Aprendizagem Significativa em Revista**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 36-57, 2011.

VIEIRA, R. Souza. **O papel das tecnologias da informação e comunicação na educação**: um estudo sobre a percepção do professor/aluno. Formoso - BA: Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF), 2011. v. 10, p. 66-72.

WARWICK, J. Some reflections on the Teaching of Mathematical Modeling. **The Mathematical Educator**, Londres, v. 17, n. 1, p. 32-41, 2007. Disponível em: <http://math.coe.uga.edu/tme/Issues/v17n1.pdf>. Acesso em: 26 out 2021.

ZABALA, Miguel A. **Diários de classe: um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional**. – Porto Alegre: ArtMed, 2004

ZANATO, A. R.; STRIEDER, D. M. e CAMPOS, T. A.: **O uso das TICS nas escolas brasileiras**: percepção dos professores de ciências, Revista Atlante Cuadernos de Educación y Desarrollo, ISSN: 1989-4155 (septiembre 2020). En línea: <https://www.eumed.net/rev/atlante/2020/09/tics-escolas-brasileiras.html>

SITES CONSULTADOS

<https://brainly.com.br> (2017). Acessado em 18/07/19.

<https://brainly.com.br> (2018). Acessado em 17/07/19.

<https://brainly.com.br> (2014). Acessado em 17/07/19.

<https://brainly.com.br> (2019). Acessado em 22/07/19.

<https://brainly.com.br> (2015). Acessado em 17/07/19.

<https://br.answers.yahoo.com> (2017). Acessado em 17/07/19.

<https://pt-pt.khanacademy.org>. Acessado em 17/07/19.

<https://www.passeidireto.com> (2013). Acessado em 17/07/19.

<https://pt-pt.khanacademy.org>. Acessado em 18/07/19.

Wagner, H.M. (1985). Acessado em 19/07/19.

Marcos (2014). Acessado em 19/07/19.

Moreira (2007). Acessado em 19/07/19.

<https://aprendamatematica.com> (2012). Acessado em 19/07/19.

Adaptado de Barbosa (2014). Acessado em 22/07/19.

Adaptado de <http://shop.linhadecodigo.com.br>. Acessado em 18/07/19.

APÊNDICES

APÊNDICE I – SONDAGEM DIAGNÓSTICA – SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020

	Nome: Idade: Empresa onde trabalha: Setor da Empresa:
---	--

1 - Paula comprou 18 camisetas iguais para revender e pagou R\$ 234,00 por elas. Maria comprou na mesma loja 54 camisetas iguais aquelas que Paula comprou. Maria revendeu as camisetas com o lucro de R\$ 3,00 em cada uma. Qual foi o lucro total nessas vendas? Descreva o processo usado para resolver a questão.

2 - Uma obra é construída por 12 operários em 3 meses de 30 dias. Em quantos dias essa obra seria construída por 36 operários? Descreva o processo para resolver a questão.

3 - Dez funcionários de uma repartição pública trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas. Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será: Descreva o processo para resolver a questão.

4 - Um negociante mandou seu empregado pesar três sacos de milho. O empregado voltou exausto e disse: O primeiro e o segundo sacos, juntos, têm 110 quilogramas. O primeiro e o terceiro, juntos, têm 120 quilogramas. E o segundo e o terceiro, juntos, têm 112 quilogramas. Mas o comerciante queria saber quantos quilogramas tinha cada saco! Para o empregado não se cansar mais, descubra isso para ele. Descreva o processo para resolver a questão.

5 - Faça a representação através de um gráfico a inequação $x + y \geq 4$. Descreva o processo para resolver a questão.

6 - O proprietário de uma granja necessita misturar dois tipos de rações: I e II, de modo que elas tenham no mínimo 24 unidades do nutriente A, 36 do B e 70 do C. A ração tipo I custa R\$ 200,00 e fornece 3 unidades de A, 6 de B e 10 de C, enquanto que a ração tipo II custa R\$ 250,00 e fornece 4 unidades de A, 3 de B e 7 de C. Como devemos misturar as rações I e II, satisfazendo às necessidades mínimas e com menor custo? Descreva o processo para resolver a questão.

7 - Você como estudante já teve conhecimento da utilização do software *Solver* do Excel? Quais operações ele consegue calcular?

Fonte dos problemas acima:

1- Adaptado de <https://brainly.com.br> (2018). Acessado em 17/07/19.

2- Adaptado de <https://brainly.com.br> (2014). Acessado em 17/07/19.

3- Adaptado de <https://brainly.com.br> (2015). Acessado em 17/07/19.

4- Adaptado de <https://br.answers.yahoo.com> (2017). Acessado em 17/07/19.

5- Adaptado de <https://pt-pt.khanacademy.org>. Acessado em 17/07/19.

6- Adaptado de <https://www.passeidireto.com> (2013). Acessado em 17/07/19.

Tabela 9 - Resultados da questão número 1 da Sondagem Diagnóstica, 2019

Alunos	Certa ou errada	Processo de resolução
Aluno 1	Certa	Operações matemáticas (unidade)
Aluno 2	Certa	Redução à unidade

Aluno 3	Certa	Operações matemáticas (unidade)
Aluno 4	Certa	Redução à unidade
Aluno 5	Certa	Operações matemáticas (unidade)
Aluno 6	Certa	Redução à unidade
Aluno 7	Certa	Redução à unidade
Aluno 8	Certa	Operações aritméticas (unidade)
Aluno 9	Certa	Operações aritméticas (unidade)
Aluno 10	Certa	Redução à unidade
Aluno 11	Certa	Redução à unidade
Aluno 12	Certa	Operações aritméticas (unidade)
Aluno 13	Certa	Operações aritméticas (unidade)
Aluno 14	Certa	Operações aritméticas (unidade)
Aluno 15	Certa	Redução à unidade
Aluno 16	Certa	Operações aritméticas (unidade)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 10 - Resultados da questão número 2 da Sondagem Diagnóstica, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Regra de três
Aluno 2	Errada	Apenas retirou dados
Aluno 3	Certa	Regra de três
Aluno 4	Certa	Regra de três
Aluno 5	Certa	Regra de três
Aluno 6	Errada	Apenas retirou dados
Aluno 7	Certa	Regra de três
Aluno 8	Certa	Proporcionalidade
Aluno 9	Certa	Regra de três
Aluno 10	Certa	Regra de três
Aluno 11	Certa	Proporcionalidade
Aluno 12	Certa	Proporcionalidade
Aluno 13	Certa	Regra de três
Aluno 14	Certa	Regra de três
Aluno 15	Certa	Regra de três
Aluno 16	Certa	Proporcionalidade

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 11 - Resultados da questão número 3 da Sondagem Diagnóstica, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Errada	Houve falha na interpretação
Aluno 2	Errada	Retirou apenas os dados
Aluno 3	Certa	Regra de três composta
Aluno 4	Certa	Regra de três composta
Aluno 5	Errada	Houve falha na interpretação
Aluno 6	Errada	Retirou apenas os dados
Aluno 7	Errada	Retirou apenas os dados
Aluno 8	Errada	Retirou apenas os dados, sem estabelecer relações
Aluno 9	Certa	Regra de três composta
Aluno 10	Certa	Regra de três composta
Aluno 11	Errada	Retirou apenas os dados, sem estabelecer relações
Aluno 12	Certa	Regra de três composta
Aluno 13	Certa	Regra de três composta
Aluno 14	Certa	Regra de três composta
Aluno 15	Certa	Regra de três composta
Aluno 16	Certa	Regra de três composta

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 12 - Resultados da questão número 4 da Sondagem Diagnóstica, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Montagem de sistema de equações
Aluno 2	Certa	Montagem de sistema de equações
Aluno 3	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 4	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 5	Certa	Montagem de sistema de equações
Aluno 6	Certa	Montagem de sistema de equações
Aluno 7	Errada	Retirou os dados sem estabelecer relações
Aluno 8	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 9	Certa	Retirou os dados e tentou resolver como um sistema de equações
Aluno 10	Certa	Retirou os dados e tentou resolver como um sistema de equações
Aluno 11	Certa	Resolveu equacionando parcialmente o sistema
Aluno 12	Errada	Retirou os dados sem estabelecer relações
Aluno 13	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 14	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 15	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 16	Errada	Retirou os dados sem estabelecer relações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 13 - Resultados da questão número 5 da Sondagem Diagnóstica, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Não fez a questão	Concluiu não lembrar
Aluno 2	Não fez a questão	Afirma não lembrar
Aluno 3	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 4	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 5	Não fez a questão	Concluiu não lembrar
Aluno 6	Não fez a questão	Afirma não lembrar
Aluno 7	Não fez a questão	Afirma não lembrar
Aluno 8	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 9	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 10	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 11	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 12	Não fez a questão	Nada a declarar
Aluno 13	Não fez a questão	Afirma não conseguir
Aluno 14	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 15	Não fez a questão	Afirma não conseguir
Aluno 16	Não fez a questão	Afirma não conseguir

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 14 - Resultados da questão número 6 da Sondagem Diagnóstica, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Não fez a questão	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 2	Certa	Equacionou e resolveu
Aluno 3	Certa	Usou a aritmética para desenvolver o cálculo
Aluno 4	Certa	Usou a aritmética para desenvolver o cálculo
Aluno 5	Não fez a questão	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 6	Certa	Equacionou e resolveu
Aluno 7	Não fez	Nada a afirmar

Aluno 8	Não fez	Afirma não lembrar
Aluno 9	Certa	Usou sistema de equações resolvendo pelo método da substituição
Aluno 10	Certa	Usou sistema de equações resolvendo pelo método da substituição
Aluno 11	Não fez a questão	Afirma não lembrar
Aluno 12	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações e afirma não conseguir
Aluno 13	Não fez a questão	Afirma não saber fazer
Aluno 14	Certa	Usou a aritmética para desenvolver o cálculo
Aluno 15	Não fez a questão	Afirma não conseguir
Aluno 16	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 15 - Resultados da questão número 7 da Sondagem Diagnóstica, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Não	Sem conhecimento
Aluno 2	Não	Nenhum conhecimento
Aluno 3	Nunca	Sem conhecimento
Aluno 4	Nunca	Sem conhecimento
Aluno 5	Não	Sem conhecimento
Aluno 6	Não	Não tem conhecimento
Aluno 7	Nunca	Não tem conhecimento
Aluno 8	Não	Sem conhecimento
Aluno 9	Não	Não tem conhecimento
Aluno 10	Não	Sem conhecimento
Aluno 11	Não	Sem conhecimento
Aluno 12	Não	Não tem conhecimento
Aluno 13	Não	Sem conhecimento
Aluno 14	Nunca	Não tem conhecimento
Aluno 15	Não	Não tem conhecimento
Aluno 16	Não	Não tem conhecimento

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 16 - Resultados da questão número 1 da Sondagem Diagnóstica, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Errada	Não resolveu a questão
Aluno 18	Certa	Operações matemáticas (unidade)
Aluno 19	Errada	Não resolveu a questão
Aluno 20	Certa	Operações matemáticas (unidade)
Aluno 21	Certa	Operações matemáticas (unidade)
Aluno 22	Certa	Redução à unidade
Aluno 23	Certa	Operações matemáticas (unidade)
Aluno 24	Certa	Operações matemáticas (unidade)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 17 - Resultados da questão número 2 da Sondagem Diagnóstica, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Regra de três
Aluno 18	Certa	Regra de três
Aluno 19	Certa	Regra de três
Aluno 20	Certa	Proporcionalidade
Aluno 21	Certa	Regra de três
Aluno 22	Certa	Regra de três
Aluno 23	Certa	Regra de três
Aluno 24	Certa	Proporcionalidade

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 18 - Resultados da questão número 3 da Sondagem Diagnóstica, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Regra de três composta
Aluno 18	Certa	Regra de três composta
Aluno 19	Certa	Regra de três composta
Aluno 20	Certa	Regra de três composta
Aluno 21	Certa	Regra de três composta
Aluno 22	Certa	Regra de três composta
Aluno 23	Certa	Regra de três composta
Aluno 24	Errada	Retirou apenas os dados, sem estabelecer relações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 19 - Resultados da questão número 4 da Sondagem Diagnóstica, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Errada	Retirou os dados sem estabelecer relações
Aluno 18	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 19	Certa	Montagem de sistema de equações
Aluno 20	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 21	Certa	Montagem de sistema de equações
Aluno 22	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 23	Certa	Resolveu como um sistema de equações
Aluno 24	Certa	Montagem de sistema de equações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 20 - Resultados da questão número 5 da Sondagem Diagnóstica, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Errada	Afirma não concluir
Aluno 18	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 19	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 20	Errada	Nada a declarar
Aluno 21	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 22	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 23	Errada	Afirma não concluir
Aluno 24	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 21 - Resultados da questão número 6 da Sondagem Diagnóstica, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Usou sistema de equações resolvendo pelo método da substituição
Aluno 18	Certa	Usou sistema de equações resolvendo pelo método da substituição
Aluno 19	Errada	Afirma não conseguir
Aluno 20	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 21	Errada	Afirma não conseguir
Aluno 22	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 23	Certa	Usou sistema de equações resolvendo pelo método da substituição
Aluno 24	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 22 - Resultados da questão número 7 da Sondagem Diagnóstica, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Não	Sem conhecimento
Aluno 18	Não	Nenhum conhecimento
Aluno 19	Nunca	Sem conhecimento
Aluno 20	Nunca	Sem conhecimento
Aluno 21	Não	Sem conhecimento
Aluno 22	Não	Não tem conhecimento
Aluno 23	Nunca	Não tem conhecimento
Aluno 24	Não	Sem conhecimento

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE II – ORGANIZADORES AVANÇADOS – SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020



Nome:
Idade:
Empresa onde trabalha:
Setor da Empresa:

- 1- Representar através de um gráfico a inequação $x + y \geq 2$.
- 2 - Representar através de um gráfico a inequação $x + y \leq 2$.
- 3 - Representar através de um gráfico a inequação $2x + y \leq 4$.
- 4 - No término de um trabalho o caixa de um banco tem em seu poder R\$ 6.240,00 em 160 notas de R\$ 50,00 e de R\$ 10,00. Quantas notas há de cada espécie?
- 5 - Numa certa escola há 70 professores, contando-se aí homens e mulheres. Se a metade do número de mulheres é igual ao triplo do de homens, quantos são os homens?
- 6 - Num estacionamento de um supermercado há 45 veículos entre carros e motos. Feita uma contagem, foram contadas 162 rodas. Quantos veículos há de cada tipo?
- 7 - Uma doçaria fabrica dois tipos de bolo: chocolate e baunilha. Cada bolo de chocolate é vendido a R\$ 12,00 e cada um de baunilha a R\$ 9,00. Cada bolo de chocolate requer 45 minutos para bater, 20 minutos para assar e gasta 4 ovos. Cada bolo de baunilha leva 15 minutos para bater, 40 minutos para assar e gasta 1 ovo. O confeiteiro dispõe de 8 horas para bater, 8 horas de forno e de 30 ovos. Represente a situação algebricamente através de inequações.
- 8 - Uma empresa produz 2 produtos em uma de suas fábricas. Na fabricação dos 2 produtos, 3 insumos são críticos em termos de restringir o número de unidades dos 2 produtos que podem ser produzidas: as quantidades de matéria prima (tipos A e B) disponíveis e a mão de obra disponível para a produção dos 2 produtos. Assim, o Departamento de Produção já sabe que, para o próximo mês, a fábrica terá disponível, para a fabricação dos 2 produtos, 4.900 kg da matéria prima A e 4.500 kg da matéria prima B. Cada unidade do produto tipo I, para ser produzida consome 70 kg de matéria prima A e 90 kg da matéria prima B. Por sua vez, cada unidade do produto tipo II para ser produzida, utiliza 70 kg da matéria prima tipo A e 50 kg da matéria tipo B. Como a produção dos 2 produtos utiliza processos diferentes, a mão de obra é especializada e diferente para cada tipo de produto, ou seja, não se pode utilizar a mão de obra disponível para a fabricação de um dos produtos para produzir o outro. Assim, para a produção do produto tipo I a empresa terá disponível, no próximo mês, 80 homens-hora. Já para o produto tipo II terá 180 homens-hora. Cada unidade do produto tipo I, para ser produzida, utiliza 2 homens-hora enquanto que cada unidade do produto tipo II utiliza 3 homens-hora. Reduzindo do preço unitário de venda todos os custos, chega-se à conclusão de que cada unidade do produto tipo I dá um lucro de R\$ 20,00 e cada unidade do produto tipo II dá um lucro de R\$ 60,00. Dada a grande procura, estima-se que todas as unidades a serem produzidas, dos 2 produtos, poderão ser vendidas. O objetivo da empresa é obter o maior lucro possível com a produção e a venda das unidades dos produtos tipo I e II. Elabore o modelo algebricamente através de inequações.
- 9 - Para uma boa alimentação o corpo necessita de vitaminas e proteínas. A necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas é de 36 unidades por dia. Imagine que uma pessoa tenha disponível carne e ovos para se

alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitamina e 6 unidades de proteína. Cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteína. Qual a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível? Cada unidade de carne custa 3 unidades monetárias e cada unidade de ovo custa 2,5 unidades monetárias. Elabore o modelo algebricamente através de inequações.

Fonte dos problemas acima:

- 1- Adaptado de <https://pt-pt.khanacademy.org>. Acessado em 18/07/19.
- 2- Adaptado de <https://pt-pt.khanacademy.org>. Acessado em 18/07/19.
- 3- Adaptado de <https://pt-pt.khanacademy.org>. Acessado em 18/07/19.
- 4- Adaptado de <https://brainly.com.br> (2017). Acessado em 18/07/19.
- 5- Adaptado de <https://brainly.com.br> (2018). Acessado em 17/07/19.
- 6- Adaptado de <https://brainly.com.br> (2014). Acessado em 17/07/19.
- 7- Adaptado de <https://www.passeidireto.com> (2013). Acessado em 17/07/19.
- 8- Adaptado de <https://brainly.com.br> (2019). Acessado em 22/07/19.
- 9- Adaptado de <https://brainly.com.br> (2017). Acessado em 18/07/19.

Tabela 23 - Resultados da questão número 1 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 2	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 3	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 4	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 5	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 6	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 7	Não fez	Nada a declarar
Aluno 8	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 9	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 10	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 11	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 12	Não fez	Nada a declarar
Aluno 13	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 14	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 15	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 16	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 24 - Resultados da questão número 2 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 2	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 3	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 4	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções

Aluno 5	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 6	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 7	Não fez	Afirma não conseguir
Aluno 8	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 9	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 10	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 11	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 12	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 13	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 14	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 15	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 16	Não fez	Afirma não conseguir

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 25 - Resultados da questão número 3 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 2	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 3	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 4	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 5	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 6	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 7	Não fez	Afirma não conseguir
Aluno 8	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 9	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 10	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 11	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 12	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 13	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 14	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 15	Certa	Representação gráfica certa e sabe da existência de infinitas soluções
Aluno 16	Não fez	Afirma não conseguir

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 26 - Resultados da questão número 4 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 2	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 3	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição

Aluno 4	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 5	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 6	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 7	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 8	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 9	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 10	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 11	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 12	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 13	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 14	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 15	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 16	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 27 - Resultados da questão número 5 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Errada	Escreveu uma das equações de forma errada
Aluno 2	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 3	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 4	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 5	Errada	Escreveu uma das equações de forma errada
Aluno 6	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 7	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 8	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 9	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 10	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 11	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 12	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 13	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 14	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade

Aluno 15	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade
Aluno 16	Certa	Sistema de equações de 1º grau método da substituição e de adição, proporcionalidade

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 28 - Resultados da questão número 6 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 2	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 3	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 4	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 5	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 6	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 7	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 8	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 9	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 10	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 11	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 12	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 13	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 14	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 15	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 16	Certa	Sistema de equações de 1º grau

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 29 - Resultados da questão número 7 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 2	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 3	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 4	Errada	Há evidências de equacionamento, mas houve um pequeno erro na retirada dos dados
Aluno 5	Errada	Há evidências de equacionamento, mas houve um pequeno erro na retirada dos dados
Aluno 6	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, operações aritméticas
Aluno 7	Não fez	Escreveu as inequações de forma errada
Aluno 8	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 9	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 10	Errada	Há evidências de equacionamento, mas houve um pequeno erro na retirada dos dados
Aluno 11	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, operações aritméticas
Aluno 12	Não fez	Escreveu as inequações de forma errada
Aluno 13	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 14	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 15	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, operações aritméticas
Aluno 16	Não fez	Escreveu as inequações de forma errada

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 30 - Resultados da questão número 8 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 2	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 3	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 4	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 5	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 6	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 7	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 8	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 9	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 10	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 11	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 12	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 13	Errada	Uma das inequações não está representada corretamente
Aluno 14	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 15	Errada	Uma das inequações não está representada corretamente
Aluno 16	Certa	Representou diretamente as inequações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 31 - Resultados da questão número 9 dos Organizadores Avançados, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 2	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 3	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 4	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 5	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 6	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 7	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 8	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 9	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 10	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 11	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 12	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 13	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 14	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 15	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 16	Errada	Não representou corretamente as inequações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 32 - Resultados da questão número 1 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 18	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 19	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 20	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 21	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 22	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 23	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 24	Errada	Representação gráfica errada

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 33 - Resultados da questão número 2 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 18	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 19	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 20	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 21	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 22	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 23	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 24	Errada	Representação gráfica errada

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 34 - Resultados da questão número 3 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 18	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 19	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 20	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 21	Certa	Representação gráfica certa
Aluno 22	Certa	Representação gráfica certa e verificou a existência de infinitas soluções
Aluno 23	Errada	Representação gráfica errada
Aluno 24	Errada	Representação gráfica errada

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 35 - Resultados da questão número 4 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 18	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 19	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 20	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 21	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 22	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 23	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 24	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 36 - Resultados da questão número 5 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 18	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 19	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição

Aluno 20	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 21	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 22	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 23	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 24	Certa	Sistema de equações de 1º grau

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 37 - Resultados da questão número 6 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 18	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 19	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição
Aluno 20	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 21	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 22	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 23	Certa	Sistema de equações de 1º grau
Aluno 24	Certa	Sistema de equações de 1º grau, método da substituição e de adição

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 38 - Resultados da questão número 7 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 18	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, operações aritméticas
Aluno 19	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 20	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 21	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, operações aritméticas
Aluno 22	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 23	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, montou tabela, operações aritméticas
Aluno 24	Certa	Sistema de inequações do 1º grau, operações aritméticas

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 39 - Resultados da questão número 8 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 18	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 19	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 20	Errada	Uma das inequações não está representada corretamente
Aluno 21	Errada	Uma das inequações não está representada corretamente
Aluno 22	Errada	Uma das inequações não está representada corretamente
Aluno 23	Certa	Representou as inequações com auxílio de esquema
Aluno 24	Errada	Uma das inequações não está representada corretamente

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 40 - Resultados da questão número 9 dos Organizadores Avançados, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 18	Certa	Representou diretamente as inequações

Aluno 19	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 20	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 21	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 22	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 23	Certa	Representou diretamente as inequações
Aluno 24	Certa	Representou diretamente as inequações

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE III – INSTRUMENTO AVALIATIVO – SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020

	Nome:
	Idade:
	Empresa onde trabalha:
	Setor da Empresa:

Instrumento avaliativo - conhecimento da *ferramenta Solver*

1 - Escolha do Mix de Produção: Neste tipo de problema, o analista deseja determinar níveis para atividades de produção. Os problemas consideram um horizonte de programação finito. Os níveis (ou intensidade de produção) de cada atividade sofrem restrições de caráter tecnológico e prático. As restrições são expressas em termos matemáticos, a partir das variáveis de decisão selecionadas para o problema. Suponha uma empresa com quatro tipos distintos de processos e dois produtos, manufaturados a partir destes processos. Os insumos considerados para cada processo/produto são as horas disponíveis de produção e as quantidades disponíveis das matérias-primas. A empresa deseja uma programação da produção para a semana seguinte. Os dados do problema vêm resumidos na tabela abaixo. Formule um modelo de Programação Linear que maximize os lucros oriundos da produção (e consequente venda) de cada produto, calculando os respectivos valores.

Recurso	Uma unidade prod. A		Uma unidade prod. B		Total disponível
	Processo 1	Processo 2	Processo 1	Processo 2	
Homens-semana	1	1	1	1	15
Libras material Y	7	5	3	2	120
Caixas material Z	3	5	10	15	100
Lucro unitário (R\$)	4	5	9	11	
Variáveis de decisão	X_{A1}	X_{A2}	X_{B1}	X_{B2}	

2 - A indústria de brinquedos apresenta a seguinte situação:

- A empresa fabrica dois modelos de veículos em miniatura: caminhonetes e esportivos.

- As principais matérias-primas empregadas para a fabricação dos brinquedos são: plástico e alumínio.

- O modelo esportivo consome 400 g de plástico e 300 g de alumínio.

- A caminhonete requer 700 g de plástico e 150 g de alumínio.

A disponibilidade mensal de plástico é de 1 tonelada e a disponibilidade mensal de alumínio é de 600 kg.

- O lucro unitário referente à caminhonete é de R\$ 12,00.

- O lucro unitário referente ao modelo esportivo é de R\$ 15,00.

Agora que recordamos as condições em que a fábrica opera, vamos supor que, por mês, toda a produção de miniaturas esportivas seja vendida, enquanto a venda de caminhonetes seja no máximo de 700 caminhonetes. Com esses dados, determine a quantidade de cada modelo que deve ser produzida de maneira que o lucro seja máximo. (Obs: Usar as variáveis de folga).

3 - Uma marcenaria que produz dois tipos de produtos: armário e mesa. Para produzir um armário, você usa 3 m² de madeira, 2 litros de cola e 50 parafusos. O valor de venda lhe rende R\$ 300,00 por unidade. Para produzir uma mesa, você usa 2 m² de madeira, 1 litro de cola e 10 parafusos. O valor de venda lhe rende R\$ 200,00 por unidade. Você tem no estoque da empresa 15 m² de madeira, 10 litros de cola e 70

parafusos para trabalhar. Maximize seu lucro, encontrando suas respectivas quantidades. (Obs: Usar as variáveis de folga).

4 - Uma empresa do ramo de confecções está considerando quanto deve produzir de seus dois modelos de terno, denominados Executivo Master e Caibem, de forma a maximizar o lucro. É impossível produzir quanto se queira de cada um, pois existem limitações nas horas disponíveis para costura em máquina e acabamento manual. Para a costura, existe um máximo de 180 horas-máquina disponíveis e para o acabamento existe um máximo de 240 homens-hora. Em termos de lucro unitário e produção, os dois modelos de terno apresentam as seguintes características:

a) Executivo Master

- Lucro unitário: R\$ 120,00
- horas-máquina de costura por unidade: 2
- homens-hora de acabamento por unidade: 2

b) Caibem

- Lucro unitário: R\$ 70,00
- horas-máquina de costura por unidade: 1
- homens-hora de acabamento por unidade: 4

Formule o problema como um modelo de programação linear. E encontre a solução ótima.

5 - Um grupo empresarial montou fábricas destinadas à produção de aparelhos de ar condicionado para veículos. A fábrica instalada em Canoas produz mensalmente 2.100 aparelhos destinados à caminhões e 1.700 aparelhos destinados à automóveis. A fábrica de Gravataí produz 2.710 aparelhos destinados à caminhões e não produz aparelhos destinados à automóveis. A fábrica instalada em Cachoeirinha produz 2.310 aparelhos de ar condicionado para automóveis e não produz aparelhos destinados a caminhões. Os custos para as fábricas trabalharem e produzirem, alcançam mensalmente R\$ 2.140.000,00, R\$ 2.350.000,00 e R\$ 2.135.000,00 respectivamente. A empresa fechou um contrato de exportação e deverá produzir, no mínimo 39.560 aparelhos de ar condicionado para caminhões e 37.120 aparelhos de ar condicionado para automóveis. Formule um problema matemático buscando encontrar uma decisão do empresário.

6 - Um computador tem um limite de 4GB (considerado 1GB = 1000MB) de memória e seu usuário pode executar até 72 horas de processamento por semana. Todos os dados que serão processados nestas 72 horas da semana precisam ser carregados ao mesmo tempo. Isso significa que tudo tem que caber nos 4GB de memória. Um cliente lhe muitos pacotes de dados, de quatro tipos diferentes:

- a) 10 pacotes que exigem 150 MB, 1 hora de processamento cada um, pagando R\$ 100,00 por unidade processada.
- b) 25 pacotes que exigem 100 MB, 7 horas de processamento cada um, pagando R\$ 500,00 por unidade processada.
- c) 3 pacotes que exigem 500 MB, 4 horas de processamento cada um, pagando R\$ 350,00 por unidade processada.
- d) 7 pacotes que exigem 350 MB, 10 horas de processamento cada um, pagando R\$ 650,00 por unidade processada. Deseja-se o modelo de programação linear para definir quais pacotes serão processados para que o maior lucro seja obtido. E obter a solução ótima.

7 - Uma rede de televisão local tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa "A" com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 telespectadores, enquanto o programa "B", com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10.000 telespectadores. No decorrer de

uma semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo, 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores?

8 - Um fabricante produz dois tipos de transformadores, tipos X e Y. O transformador X requer 8,75 horas na linha de produção ao passo que a produção do transformador Y requer 3,5 horas na linha de produção. O tempo para montagem de cada transformador é de 5,25 horas para X e 21 horas para o transformador Y. Completada a montagem, os produtos são embalados em containers especiais e o transformador X leva 7 horas para embalar e o transformador Y leva o dobro do tempo. Sabendo que a empresa dispõe de 70 horas quinzenais para produção, 105 horas quinzenais para montagem e 84 horas quinzenais para embalagem, qual a quantidade que a empresa deve produzir de cada transformador para maximizar o seu lucro se o transformador X é vendido no mercado por R\$ 12.250,00 e o transformador Y é vendido por R\$ 36.750,00?

9 - Um fazendeiro está estudando a divisão de sua propriedade nas seguintes atividades produtivas:

A (Arrendamento) – Destinar certa quantidade de alqueires para a plantação de cana-de-açúcar, a uma usina local, que se encarrega da atividade e paga pelo aluguel da terra R\$ 300,00 por alqueire por ano.

P (Pecuária) – Usar outra parte para a criação de gado de corte. A recuperação das pastagens requer adubação (100 kg/alq) e irrigação (100.000 litros de água/alq) por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R\$ 400,00 por alqueire por ano.

S (Plantio de Soja) – Usar uma terceira parte para o plantio de soja. Essa cultura requer 200 kg por alqueire de adubos e 200.000 litros de água/alq para irrigação por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R\$ 500,00 por alqueire por ano.

Disponibilidade de recursos por ano:

- 12.750.000 litros de água

- 14.000 kg de adubo

- 100 alqueire de terra.

Quantos alqueires deverá destinar a cada atividade para proporcionar o melhor retorno? Construa o modelo de decisão.

10 - Uma rede de depósitos de material de construção tem 4 lojas que devem ser abastecidas com 50 m³ (loja 1), 80 m³ (loja 2), 40 m³ (loja 3) e 100 m³ (loja 4) de areia grossa. Essa areia pode ser carregada em 3 portos P1, P2 e P3, cujas distâncias às lojas estão no quadro abaixo (em km):

	L1	L2	L3	L4
P1	30	20	24	18
P2	12	36	30	24
P3	8	15	25	20

O caminhão pode transportar 10 m³ por viagem. Os portos têm areia para suprir qualquer demanda. Estabelecer um plano de transporte que minimiza a distância total percorrida entre os portos e as lojas e supra as necessidades das lojas. Construa o modelo linear do problema.

Fonte dos problemas acima:

1- Wagner, H.M. (1985). Acessado em 19/07/19.

2- Marcos (2014). Acessado em 19/07/19.

3- Marcos (2014). Acessado em 19/07/19.

4- Moreira (2007). Acessado em 19/07/19.

5- <https://aprendamatematica.com> (2012). Acessado em 19/07/19.

6- Moreira (2007). Acessado em 19/07/19.

7- Adaptado de Barbosa (2014). Acessado em 22/07/19.

8- Adaptado de <http://shop.linhadecodigo.com.br>. Acessado em 18/07/19.

9- Adaptado de Barbosa (2014). Acessado em 22/07/19.

10- Adaptado de Barbosa (2014). Acessado em 22/07/19.

Tabela 41 - Resultados da questão número 1 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 2	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 3	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 4	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 5	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 6	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 7	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 8	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 9	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 10	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 11	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 12	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 13	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 14	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 15	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 16	Errada	Não representou corretamente as inequações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 42 - Resultados da questão número 2 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 2	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 3	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 4	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 5	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 6	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 7	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 8	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 9	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Aluno 10	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 11	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 12	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 13	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 14	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 15	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 16	Errada	Não representou corretamente as inequações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 43 - Resultados da questão número 3 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 2	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 3	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 4	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 5	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 6	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 7	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 8	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 9	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 10	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 11	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 12	Errada	Não representou corretamente as inequações
Aluno 13	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 14	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 15	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 16	Errada	Não representou corretamente as inequações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 44 - Resultados da questão número 4 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 2	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 3	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 4	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 5	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 6	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Aluno 7	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 8	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 9	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 10	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 11	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 12	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 13	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 14	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 15	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 16	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 45 - Resultados da questão número 5 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou
Aluno 2	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou
Aluno 3	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 4	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou
Aluno 5	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou
Aluno 6	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou
Aluno 7	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 8	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 9	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou
Aluno 10	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou
Aluno 11	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 12	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 13	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 14	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 15	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 16	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 46 - Resultados da questão número 6 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 2	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou

Aluno 3	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 4	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 5	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 6	Errada	A representação das inequações está correta, mas não finalizou
Aluno 7	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 8	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 9	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 10	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 11	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 12	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 13	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 14	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 15	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 16	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 47 - Resultados da questão número 7 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 2	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 3	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 4	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 5	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 6	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 7	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 8	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 9	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 10	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 11	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 12	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 13	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver

Aluno 14	Certa	Representou diretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 15	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver
Aluno 16	Certa	Representou corretamente as inequações, resolvendo com a ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 48 - Resultados da questão número 8 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 2	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 3	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 4	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 5	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 6	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 7	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 8	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 9	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 10	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 11	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 12	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 13	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 14	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 15	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 16	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 49 - Resultados da questão número 9 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 2	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 3	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 4	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 5	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 6	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 7	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 8	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Aluno 9	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 10	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 11	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 12	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 13	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 14	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 15	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 16	Certa	Usou sistemas de inequações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 50 - Resultados da questão número 10 do Instrumento Avaliativo, 2019

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 1	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 2	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 3	Errada	Afirma não saber
Aluno 4	Errada	Afirma não saber
Aluno 5	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 6	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 7	Errada	Afirma não saber
Aluno 8	Errada	Afirma não saber
Aluno 9	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 10	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 11	Errada	Afirma não saber
Aluno 12	Errada	Afirma não saber
Aluno 13	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 14	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 15	Errada	Afirma não saber
Aluno 16	Errada	Afirma não saber

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 51 - Resultados da questão número 1 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 20	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Aluno 21	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 22	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 52 - Resultados da questão número 2 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 20	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 21	Errada	Afirma não saber
Aluno 22	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 53 - Resultados da questão número 3 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 20	Errada	Afirma não saber
Aluno 21	Errada	Afirma não saber
Aluno 22	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Errada	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 54 - Resultados da questão número 4 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 20	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 21	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 22	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 55 - Resultados da questão número 5 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 20	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 21	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 22	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 56 - Resultados da questão número 6 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 20	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 21	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 22	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 57 - Resultados da questão número 7 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 20	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Aluno 21	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 22	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 58 - Resultados da questão número 8 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 20	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 21	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 22	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 59 - Resultados da questão número 9 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 18	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 19	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 20	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 21	Errada	Afirma não saber
Aluno 22	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 23	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver
Aluno 24	Certa	Usou sistemas de equações resolvendo com o auxílio da ferramenta solver

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 60 - Resultados da questão número 10 do Instrumento Avaliativo, 2020

Alunos	Certa ou errada	Modo de resolução
Aluno 17	Errada	Afirma não saber
Aluno 18	Errada	Afirma não saber
Aluno 19	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 20	Errada	Afirma não saber
Aluno 21	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 22	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações
Aluno 23	Errada	Afirma não saber
Aluno 24	Errada	Retirou dados sem estabelecer relações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 61 - Número de variáveis iniciais/finais e número de restrições iniciais/finais dos modelos matemáticos

Alunos	Nº de variáveis do MMI	Nº de variáveis do MMF	Nº de restrições do MMI	Nº de restrições do MMF	Houve alteração do problema inicial?
Aluno 1	2	2	3	3	Não
Aluno 2	2	2	1	3	Sim
Aluno 3	3	3	2	2	Não
Aluno 4	2	2	5	5	Não
Aluno 5	2	3	2	3	Sim
Aluno 6	2	3	2	3	Sim
Aluno 7	2	2	3	4	Sim
Aluno 8	2	3	2	3	Sim
Aluno 9	2	2	2	2	Não
Aluno 10	1	2	2	2	Não
Aluno 11	3	3	2	2	Não
Aluno 12	3	3	3	3	Não
Aluno 13	1	2	2	3	Não
Aluno 14	6	6	6	6	Não
Aluno 15	7	7	7	7	Não
Aluno 16	9	10	6	7	Sim
Aluno 17	2	4	1	7	Sim
Aluno 18	2	2	2	3	Sim
Aluno 19	2	2	3	3	Não
Aluno 20	2	2	3	3	Não
Aluno 21	2	2	3	3	Não
Aluno 22	2	2	2	2	Não
Aluno 23	2	3	2	3	Sim
Aluno 24	2	3	2	2	Sim

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE IV – ATIVIDADE DE FECHAMENTO – SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020



Nome:
Idade:
Empresa onde trabalha:
Setor da Empresa:

Instruções: Disserte as questões abaixo demonstrando diferentes formas de entendimento e compreensão dos conteúdos da disciplina de Pesquisa Operacional.

- 1 - Que vínculo estabelece e justifica a escolha da organização na qual realizou o estudo do modelo matemático?
- 2 - Relate sua situação-problema inicial e sua situação-problema final. Estabeleça comparações e as descreva detalhadamente.
- 3 - Os resultados finais da modelagem provocaram mudanças na formulação inicial do seu problema? Disserte sobre a organização e construção da sua situação-problema.
- 4 - Os problemas de modelagem resolvidos em aula com o uso do *software Solver*, foram norteadores para a identificação e modelagem do seu problema? Em caso positivo, cite exemplos concretos desta aplicação.
- 5 - De que forma os resultados obtidos a partir do *software Solver* serão utilizados nas situações problema (organização/empresa) a que se aplicam?

APÊNDICE V – QUESTIONÁRIO - SEGUNDO SEMESTRE 2019 e 2020

Leia atentamente cada questão apresentada a seguir e responda com base no entendimento e/ou de próprio dos assuntos abordados.

1-Sexo: () Masculino () Feminino

2- Local de trabalho:

3- Setor da empresa:

4- Você já possuía algum conhecimento sobre a disciplina de Pesquisa Operacional?

() Sim () Não

5- Por que estudar Pesquisa Operacional no curso de Administração?

() Faz parte do currículo;

() Amplia as possibilidades de pesquisa e análise através de ajustes/soluções perante os problemas e dificuldades;

() Auxilia na análise de dados que pode acontecer de forma contínua;

() Outros motivos.

6- Na sua compreensão qual a importância de estudar Pesquisa Operacional no curso de Administração?

() Cumprimento de carga horária;

() Estímulo a pensar de maneira crítica na tomada de decisão.

() Inserção/aplicação dos conceitos estudados no dia a dia do trabalho individual de cada um.

() Outros motivos.

7- Enquanto profissional na prática em que atua, em que situação você usaria a Pesquisa Operacional?

8- Relate seu interesse em relação à disciplina de Pesquisa Operacional?

9- Qual a sua expectativa com relação à disciplina de Pesquisa Operacional?

10- Você acha que atividades diferenciadas contribuem para a aprendizagem? Justifique sua resposta.

ANEXOS

ANEXO I

**FACULDADE DE INTEGRAÇÃO DO ENSINO SUPERIOR DO CONE SUL – FISUL
CURSO DE ADMINISTRAÇÃO**

Aluno 15

**UTILIZAÇÃO DE TÉCNICAS DE PESQUISA OPERACIONAL POR MEIO DA
APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR E A FERRAMENTA SOLVER,
PARA MAXIMIZAR OS LUCROS DE UM SALÃO DE BELEZA.**

Trabalho apresentado como parte dos requisitos para aprovação na disciplina de Pesquisa Operacional no Curso de Administração.

Orientador: Prof. Arrigo Fontana

Introdução

As administrações das empresas precisam de um bom planejamento e ter controle das movimentações ocorridas, sendo que com o crescimento da tecnologia no ramo da informática, as organizações se beneficiaram do auxílio de planilhas para melhor domínio da administração, sendo possível ter dados de fácil e rápido acesso.

Para Ehrlich (1991), pesquisa operacional é uma metodologia de estruturar processos aparentemente não estruturados por meio da construção de modelos, utilizando um conjunto de técnicas quantitativas com o intuito de resolver matematicamente os modelos.

O Salão de Beleza Lucy recorre a técnicas de Pesquisa Operacional para tomar decisões, busca aplicar técnicas de Programação Linear que atuam de forma a maximizar os lucros. Os dados obtidos devem apresentar quantidades ótimas dos serviços prestados, para que o objetivo central seja alcançado.

A partir da utilização da ferramenta “Solver”, buscando encontrar a melhor combinação de serviços que devem ser ofertados, afim de melhorar a eficiência do serviço prestado que dentro do seu tempo disponível aumente o seu lucro.

Com base em cálculos matemáticos pode se chegar a uma “Função Objetivo” que demonstra o tempo, a quantidade de serviços prestados, sua viabilidade e restrições.

Após a formulação da função e de suas variáveis, com o auxílio do Solver (programa específico para este tipo de cálculo), pode se gerar os valores os quais apontam o melhor conjunto de serviços prestados.

Em seguida aplicou-se os resultados encontrados nas variáveis de decisão descritas por x , na função objetivo que deu o valor correspondente ao lucro semanal que o estabelecimento terá, seguindo as orientações fornecidas pelo cálculo.

Após ter a solução da equação, pode então se compreender porque muitas vezes um estabelecimento com clientela formada e que cobra valores compatíveis com o mercado, pode não apresentar lucro. Infelizmente a falta de conhecimento sobre uma ferramenta gratuita e que praticamente não tem custo, pode mostrar que as organizações das funções podem ser suficientes para gerar lucro.

Histórico Salão de Beleza Lucy

Tudo começou em 1997 quando a proprietária se aposentou por tempo de serviço da empresa, a partir daí iniciou sua preparação para ter o seu próprio negócio.

O curso de cabeleireira, foi a opção mais indicada, naquele momento, para ter uma renda extra, além de sua aposentadoria. Com o curso realizado, surgiu uma oportunidade para trabalhar como estagiária no “Salão ProLine” em Carlos Barbosa. Adquirida experiência prática na área, tornou-se uma profissional reconhecida pelos clientes lá conquistados. Após alguns anos de trabalho no setor, decidiu retomar seus estudos, porém como o horário de estudos interferia nas suas atividades profissionais, resolveu desligar-se da empresa em que trabalhava e resolveu abrir o seu próprio negócio, um salão de beleza que conciliasse suas atividades com seus estudos.

Com a abertura de seu negócio em 2010, o qual deu o nome de “**Salão de Beleza Lucy**”, com atividades de corte, aplicação química, escova progressiva, hidratação, escova, manicure e pedicuro, conquistou uma excelente clientela, um nicho pouco explorado pela concorrência na ocasião, a “terceira idade”, o qual podia atender em qualquer horário e atendimento domiciliar em horários específicos e que não interferisse no seu objetivo maior que sempre foi, os estudos.

A proprietária foi em busca de maior aperfeiçoamento profissional e de conhecimento de gestão administrativa, ingressou então no curso superior de Administração na Faculdade FISUL, onde o estará concluindo no ano de 2019.

Referencial Teórico

O termo Pesquisa Operacional surgiu na Segunda Guerra Mundial quando o comando militar, britânico e norte-americano, convocou vários cientistas para aplicar uma abordagem científica para resolver problemas táticos e estratégicos (HILLIER; LIBERMAN, 2006).

Para Moreira (2010, p. 3) “A pesquisa Operacional lida com problemas de como conduzir e coordenar certas operações em uma organização, e tem sido aplicada a diversas áreas, tais como indústria, transportes, telecomunicações, finanças, saúde, serviços públicos, operações militares etc”.

Muitas Técnicas podem ser utilizadas para o desenvolvimento dos problemas de Pesquisa Operacional, como Programação Linear, PERT CPM, Gráficos de Gantt e softwares como Lindo e Solver, essas técnicas são aplicadas em áreas como: logística, custos de transportes, localização de redes de distribuição, administração da produção, análises de investimentos, planejamento organizacional entre outras.

Segundo Lachtermacher (2009), um problema de Programação Linear (PL) é um problema de programação matemática em que as funções-objetivo e de restrições

são lineares. Ou seja, a programação linear busca maximizar ou minimizar uma função linear (função objetivo) que representa variáveis de um problema real (por exemplo, minimizar um tempo de produção ou maximizar o lucro de uma organização).

A Programação Linear se baseia em restrições que determinam um Conjunto Viável. A melhor das soluções viáveis, que pertencem a esse conjunto, maximiza ou minimiza a função objetivo, e se chama Solução Ótima. A Programação Linear objetiva determinar a Solução Ótima (MARINS, 2011).

Segundo Taha (2008), há três componentes que todo modelo de Programação Linear de ter as variáveis de decisão; o objetivo que se deseja alcançar, maximizar ou minimizar e as restrições.

De acordo com Colin (2011), cita a Programação Linear Inteira é aquele que apresenta mais de uma restrição e essas devem ser inteiras. Então o autor define como um problema inteiro e puro, caso contrário trata-se de um problema de programação inteiro mista.

Pessanha, Alvarenga e Arica (2015), ressaltam que a Programação Linear tem grande importância no planejamento e controle da produção, pois abordam os problemas ligados ao dimensionamento e sequenciamento da produção de uma empresa, onde o objetivo é determinar em que ordem e quanto de cada produto seria produzido, para atender à demanda com menor custo.

Para Menezes, Rabinovitz e Costa (2014), está associado ao setor de pessoas e por meio da ferramenta Solver do Excel, é possível se identificar a composição ótima de equipes de projetos de uma empresa, obtendo a maximização do desempenho dos consultores avaliados em cada um dos serviços prestados pela empresa. Guimaraes (2013), também destaca um estudo abrangendo a PLI associado ao setor de serviços onde se aplicou a técnica, com o objetivo de otimizar a receita bruta no setor de escolas de idiomas, melhorando a distribuição de alunos nas turmas. O estudo mostrou a quantidade de alunos que deveriam ser disponibilizadas em todas as turmas para maximizar a receita bruta semestral.

Diante do que já foram expostos se pode reforçar que a PLI pode ser aplicada para resolver problemas de diversos tipos, pois é uma técnica para auxiliar a tomada de decisão, gerando resultados satisfatórios, seja eles pela alocação de recursos como: mão de obra, matéria prima ou tempo com o objetivo de gerar retorno financeiro.

Conforme Andrade (2010), as técnicas de Pesquisa Operacional pedem ser utilizada nas mais diversas áreas, caracterizada pelo uso de técnicas qualitativas que tem por objetivo otimizar as operações a fim de demonstrar qual a melhor forma de se utilizar dos recursos.

Segundo (OLIVETTE, 2013), observa-se que tanto na área de vendas de produtos como na prestação de serviços de beleza em geral é um setor que apresentam um alto índice de crescimento.

Com lugar cada vez mais cativo na vida de homens e mulheres, o setor da beleza está em franco desenvolvimento, uma vez que estar com boa aparência é o desejo de parte significativa da população (VEIGA, 2006).

Conforme Capille (2011), salões de beleza são empreendimentos onde o principal negócio é a prestação de serviços.

Uma vez que a empresa prestadora de serviços oferece produtos intangível, estas necessitam compreender a influência dos custos na gestão geral do negócio, para obter o controle necessário para tomada de decisão.

Estudo de tempos é uma técnica de medida de trabalho para registrar os tempos e o ritmo do trabalho para os elementos de uma tarefa especializada, realizada sob condições especificadas, e para analisar os dados de forma a obter o tempo necessário para a realização do trabalho com um nível definido de desempenho (SLACK, CHAMBERS E JOHNSTON, 2009).

Na visão de SILVA (2007) os salões de beleza, devem se adequar as demandas de mercado. É preciso estar em dia com as novidades, pois o mercado é bastante exigente quanto aos aspectos profissionais. Daí a necessidade do empreendedor ir em busca de atualizações constantes, seja no conhecimento de novas tecnologias ou de novas tendências. Assim, como em todos os ramos de atividades comerciais, a organização dos seus dados e informações (sejam elas gerenciais ou operacionais) já é uma constante. Isso quer dizer que os salões de beleza – setor terciário de prestação de serviços - também se enquadram nessas necessidades (SILVA, 2007).

As exigências do mercado, o medo da velhice, a necessidade de ser perfeito são alguns fatores que instigam homens e mulheres a adotarem estratégias e métodos (BOTA, 2007). A beleza faz parte da natureza humana e a busca pelo belo, influência diretamente na autoestima.

Para realização da coleta de dados realizada no salão de beleza foi usado abordagem quantitativa, de acordo com Fonseca (2002), essa abordagem é baseada na análise de dados matemáticos afim de demonstrar a relação entre as variáveis.

Os dados coletados foram: os custos e os preços dos serviços ofertados, para cálculo do lucro de cada serviço, demanda média mínima e demanda média máxima semanal, tempo médio de execução de cada serviço e quantidade de horas-homem disponíveis semanalmente.

Para a condução do estudo, após a coleta de dados, foram seguidos alguns passos proposto por Taha (2008).

a) Definição do problema: abrange as alternativas de decisão e a determinação do objetivo;

b) Construção do modelo: tradução do problema em relações matemáticas;

c) Solução do modelo: baseia-se na utilização de algoritmos de otimização bem definidos;

d) Validação do modelo: certifica-se se o modelo estuda, prevê adequadamente o comportamento do sistema. Compara os resultados, é um método para comparar resultados, e um método para verificar a validade do modelo;

e) Implementação da solução: tradução dos resultados em instruções operacionais para aqueles que administrarão o sistema recomendado. A explicação dos resultados e a devida documentação foram realizadas, porém, a efetiva implantação depende de o responsável da empresa realizá-la ou não.

Este estudo se utilizou de um caso prático de uma cabeleireira que trabalha de forma autônoma em um salão de beleza, nas dependências da residência de sua mãe, na cidade de Carlos Barbosa. E tem como objetivo organizar suas atividades de forma que maximize seu lucro e otimize o tempo de trabalho com os serviços prestados.

O estabelecimento oferece hoje sete tipos de serviço: corte de cabelo no valor de R\$ 30,00, escova progressiva R\$ 150,00, escova R\$ 25,00, Pintura capilar (química) R\$ 50,00, hidratação R\$ 35,00, manicure R\$ 15,00 e pedicuro a um valor de R\$ 18,00. Para fazer o levantamento dos custos, foi levado em consideração os gastos com água, luz, produtos e hora homem. E estes são respectivamente: R\$ 5,25; R\$ 35,00; R\$ 3,25; R\$ 25,00; R\$ 10,00; R\$ 5,00 e R\$ 6,00.

Sabe-se também que a profissional dispõe de 42 horas semanais de trabalho para desenvolver suas tarefas, e que o tempo médio para cortar um cabelo é de uma hora e cinco minutos, para se fazer uma escova progressiva ela precisa de 4 vezes o

tempo que demora para fazer uma escova de cabelo. Uma hora e meia são necessárias para se aplicar uma pintura no cabelo, uma hidratação demora 3 vezes menos que uma escova progressiva e uma escova utiliza 45 minutos de seu tempo. Para fazer manicure e pedicuro são necessários 85 minutos, sendo que o pedicuro leva 5 minutos a mais.

O estabelecimento ainda dispõe de uma demanda máxima e mínima que está representada na tabela abaixo:

Tabela 1 - Descrição de Demandas

Serviço	Corte	Progressiva	Escova	Química	Hidratação	Manicure	Pedicuro
Demanda Mínima	5	2	3	5	3	5	3
Demanda Máxima	10	5	6	8	4	10	6

Fonte: Adaptado pela autora.

Sabendo que o principal objetivo do estabelecimento é maximizar o lucro, sem aumentar o tempo de trabalho semanal, e de acordo com os dados fornecidos pela proprietária abaixo segue o desenvolvimento e aplicação matemática, se utilizando de técnicas de Pesquisa Operacional por meio da aplicação da Programação Linear e a ferramenta solver.

No quadro a seguir estão dispostos os dados que foram coletados da Salão de Beleza Lucy. Nela estão destacados os principais serviços ofertados, representadas pela letra X que são as variáveis. Referente a cada serviço são apresentados o preço, custo, lucro, tempo de execução, demanda mínima semanal e demanda máxima semanal.

Quadro 1 - Informações dos Serviços Oferecidos pelo Salão

Informação dos produtos oferecidos							
Variáveis	Serviços	Custo	Preço	Lucro	Tempo M H	Quant Min Semanal	Quant Max Semanal
X ₁	Corte	R\$ 5,25	R\$ 30,00	R\$ 24,75	0,65	5	10
X ₂	Progressiva	R\$ 35,00	R\$ 150,00	R\$ 115,00	3,00	2	5
X ₃	Escova	R\$ 3,25	R\$ 25,00	R\$ 21,75	0,45	3	6
X ₄	Química	R\$ 25,00	R\$ 50,00	R\$ 25,00	0,90	5	8
X ₅	Hidratação	R\$ 10,00	R\$ 35,00	R\$ 25,00	1,00	3	4
X ₆	Manicure	R\$ 5,00	R\$ 15,00	R\$ 10,00	0,40	5	10
X ₇	Pedicuro	R\$ 6,00	R\$ 18,00	R\$ 12,00	0,45	3	6

Fonte: Adaptado pela autora.

Abaixo o quadro 2 demonstra as variáveis de decisão, onde as variáveis de decisão são representadas por X_1 , X_2 , X_3 e assim sucessivamente, a partir das informações expostas na Tabela 1.

Quadro 2 – Variáveis de decisão

Variável	Descrição do Serviço
X_1	Quantidade de corte de cabelo
X_2	Quantidade de Escova Progressiva
X_3	Quantidade de Escova
X_4	Quantidade de Química
X_5	Quantidade de Hidratação
X_6	Quantidade de Manicure
X_7	Quantidade de Pedicuro

Fonte: Adaptado pela autora.

A função objetivo que maximiza o lucro semanal é definida pelo somatório dos produtos das variáveis de decisão e pelo seu respectivo lucro. De acordo com as informações já coletados e dispostas no quadro 1, tem-se a seguinte equação:

$$\text{MAX } Z = 24,75x_1 + 115,00x_2 + 21,75x_3 + 25,00x_4 + 25,00x_5 + 10,00x_6 + 12,00x_7$$

As seguintes inequações apresentadas no quadro 3 representam as restrições inerentes a empresa e a restrição de não-negatividade do modelo matemático em questão. Informações estas tiradas do quadro 1, 2, e que tem como objetivo apresentar o conjunto de restrições do problema. Ou seja, são as limitações impostas pelo estabelecimento como, a quantidade de horas trabalhadas e a quantidade máxima e mínima de serviços que o estabelecimento consegue atender em um determinado período de tempo.

Todos os dados apresentados até o momento foram utilizados para lançamento em planilha de Excel, para que a ferramenta Solver pudesse ser utilizada afim de mostrar, qual a melhor combinação de serviços prestados pelo estabelecimento, para otimizar seu tempo e maximizar seu lucro.

Quadro 3 – Restrições do Estabelecimento

Restrição	Descrição
$0,65x_1 + 180x_2 + 0,45x_3 + 0,90x_4 + 0,60x_5 + 0,40x_6 + 0,45x_7 \leq 2520$	Tempo médio de execução do serviço
$x_1 \geq 5$	Demanda mínima semanal de cortes de cabelo
$x_2 \geq 2$	Demanda mínima semanal de escova progressiva
$x_3 \geq 3$	Demanda mínima semanal de escova
$x_4 \geq 5$	Demanda mínima semanal de química / pintura
$x_5 \geq 3$	Demanda mínima semanal de hidratação
$x_6 \geq 5$	Demanda mínima semanal de manicure
$x_7 \geq 3$	Demanda mínima semanal de pedicuro
$x_1 \leq 10$	Demanda máxima semanal de cortes de cabelo
$x_2 \leq 5$	Demanda máxima semanal de escova progressiva
$x_3 \leq 6$	Demanda máxima semanal de escova
$x_4 \leq 8$	Demanda máxima semanal de química / pintura
$x_5 \leq 4$	Demanda máxima semanal de hidratação
$x_6 \leq 10$	Demanda máxima semanal de manicure
$x_7 \leq 6$	Demanda máxima semanal de pedicuro
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$	Restrição de não negatividade

Fonte: Adaptado pela autora.

Após aplicar a ferramenta Solver chegou-se ao seguinte resultado, disposto no quadro 4.

Quadro 4 – Melhor Mix

X1	5
X2	5
X3	6
X4	5
X5	4
X6	5
X7	3
Função Objetivo	R\$ 1.140,25

Fonte: Adaptado pela autora.

A Tabela 2, nos mostra o melhor mix de serviços oferecidos, dentro das restrições (tempo, demanda máxima e demanda mínima) apontadas para chegar no melhor lucro.

Tabela 2 - Resultado das restrições

Restrições	2520 <=	2520
	5 >=	5
	5 >=	2
	6 >=	3
	5 >=	5
	4 >=	3
	5 >=	5
	3 >=	3
	5 <=	10
	5 <=	5
	6 <=	6
	5 <=	8
	4 <=	4
	5 <=	10
	3 <=	6
	5 >=	0
	5 >=	0
	6 >=	0
	5 >=	0
	4 >=	0
	5 >=	0
	3 >=	0

Fonte: Adaptada pela autora.

Tomou-se então a Função Objetivo e foi substituído os valores que aparecem nas variáveis de decisão X, descritas no quadro 4.

$$\text{MAX Z} = 24,75x_1 + 115,00x_2 + 21,75x_3 + 25,00x_4 + 25,00x_5 + 10,00x_6 + 12,00x_7$$

$$\text{MAX Z} = 24,75*5+115*5+21,75*6+25*5+25*4+10*5+12*3$$

$$\text{MAX Z} = 1140,25$$

Diante disso chegou-se no seguinte resultado: o estabelecimento oferece hoje sete tipos de serviços e tem seu mix ideal quando forem realizados 5 cortes de cabelo, 5 escovas progressivas, 6 escovas, 5 pinturas capilar (química), 4 hidratações, 5 manicures e 3 pedicuros, durante o período estabelecido. Desta forma ela estará otimizando o seu tempo e maximizando o seu lucro, de acordo com os resultados expostos, considera-se que o estabelecimento terá um lucro semanal de R\$ 1.140,25.

Hoje é possível organizar a agenda e ter lucro ao mesmo tempo, fazer com que seu tempo se torne mais produtivo. Percebeu-se que desperdício de tempo é perda de dinheiro, entende-se que não basta saber o que está acontecendo no mercado,

mas conhecer e organizar dentro do seu negócio é fundamental. Hoje é possível fazer o gerenciamento das vendas o controle da entrada de dinheiro a gestão de estoque, pois se tem clareza dos custos.

O ritmo de trabalho sofreu um grande impacto, já que antes se acreditava que tinha que trabalhar com encaixes, pois eram eles que garantiriam o lucro. O fluxo produtivo está bem definido, não precisa mais se preocupar com aquele excesso de tempo ocioso entre uma prestação de serviço e outra. Ou em trabalhar num ritmo acelerado para dar conta da demanda.

Conclusão

As pequenas empresas cresceram muito nos últimos anos, buscando seu espaço no mercado, porém se depararam com algumas dificuldades, como a maximização de lucros, que é o caso da empresa estudada, onde não possui nenhum controle.

Levando em consideração os dados mostrados neste estudo, notou-se a importância da Pesquisa Operacional como ferramenta indispensável para a obtenção do processo de otimização de uma empresa. No caso, do salão, prestação de serviço, percebeu-se que com a utilização da ferramenta Solver do Microsoft Excel, pôde-se atender aos objetivos e ao problema proposto, retratando a grande importância do controle, que por ser uma empresa pequena são essenciais, tanto para a lucratividade como para o crescimento. Conforme os cálculos realizados, destacando a importância de se utilizar planilhas de controles e salientando a menção do software, afirmando que o mesmo auxiliou a encontrar dados relevantes para a situação-problema, que permite obter uma nova visão do que é praticado, comparando e tomando decisões mais concretas.

Os resultados desta pesquisa permitiram uma melhor compreensão do mix ideal dos serviços prestados, e com a metodologia aplicada a empresa pode monitorar os seus resultados, além de influenciar diretamente nas decisões. Também, através do trabalho realizado pude vivenciar um pouco da rotina administrativa, reorganizando o serviço prestado para conseguir melhor lucro, comprometendo meu desempenho e consequentemente seu resultado, pois adquiri muito conhecimento durante o estudo envolvido na disciplina, contribuindo para minha formação acadêmica e também profissional.

Referências Bibliográficas

ANDRADE, E. L. **Introdução à pesquisa operacional**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

BRYMAN, A. **Research methods and organization studies**. London: Uniwin Hyman, 1989, p.224.

COLIN, E. C. **Pesquisa operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

EHRlich, Pierre Jacques. **Pesquisa Operacional: curso introdutório**. 7 ed. São Paulo: Atlas 1991.

GUIMARAES, R. S. et al. **Uso da Programação Linear para Otimização da Receita de uma Escola de Idiomas**. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO (ENEGEP), 33., 2013. Salvador, BA. Anais... Salvador: ABEPRO, out. 2013.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. **Introdução à pesquisa operacional**. 8 ed. São Paulo: McGraw Hill, 2006.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional: Na tomada de decisões**. 4ª edição. São Paulo: Prentice Hall Brasil, 2009.

MARINS, Fernando Augusto Silva. **Introdução a Pesquisa Operacional/ Fernando MOREIRA, D. A. Pesquisa Operacional: Curso Introdutório**. São Paulo: Thomson Learning, 2010.

OLIVETTE, C. **Em crescimento, setor de beleza atrai - O Estado de São Paulo, oportunidades/classificados**, p.4. 2013, fev. 25.

SILVA, Augusto Marins- São Paulo: **Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, Pró Reitoria de Graduação**, 2011.

SILVA, Miriam Rocha. **Como é e como ficariam a administração dos salões de Porto Velho se implementassem um Plano Diretor de Sistemas de Informação**. 2007, Porto Velho. Graduanda do Curso de **Administração com habilitação em Sistemas de Informação**, 8º Período.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da produção**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2009, p. 259.

TAHA, H. A. **Pesquisa operacional: uma visão geral**. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

VEIGA, A. P. **A institucionalização da beleza no universo feminino**. GT na Rede, Rio de Janeiro, v. 3, n.5, p.1-9, ago. 2006.

ANEXO II

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1. IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA												
Título do Projeto: Modelagem Matemática: contribuição da aprendizagem significativa através do estudo de situações-problema empresariais no ensino superior.												
Área do Conhecimento: Matemática					Número de participantes: 20							
Curso: Administração					Unidade: 02							
Projeto Multicêntrico	<input type="checkbox"/>	Si m	<input checked="" type="checkbox"/>	Nã o	Nacion al	<input type="checkbox"/>	Internacion al	Cooperação Estrangeira	<input type="checkbox"/>	Si m	<input checked="" type="checkbox"/>	Nã o
Patrocinador da pesquisa: Não tem												
Instituição onde será realizado: Faculdade FISUL												
Nome dos pesquisadores e colaboradores: Arrigo Fontana												

Você está sendo convidado (a) para participar do projeto de pesquisa acima identificado. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos fazendo. Sua colaboração neste estudo será de muita importância para nós, mas, se desistir, a qualquer momento, isso não causará nenhum prejuízo para você.

2. IDENTIFICAÇÃO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA			
Nome:		Data de Nasc.:	Sexo:
Nacionalidade:		Estado Civil:	Profissão:
RG:	CPF/MF:	Telefone:	E-mail:
Endereço:			

3. IDENTIFICAÇÃO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL		
Nome: Arrigo Fontana		Telefone: 54 997054789
Profissão: Professor	Registro no Conselho Nº: 72578	E-mail: arrigo.fontana@garibaldi.rs.gov.br
Endereço: Rua José Brosina, 66, aptº 405, Bloco B Garibaldi/RS		

Eu, participante da pesquisa, abaixo assinado(a), após receber informações e esclarecimento sobre o projeto de pesquisa, acima identificado, concordo de livre e espontânea vontade em participar como voluntário(a) e estou ciente:

1. Da justificativa e dos objetivos para realização desta pesquisa.

Saber interpretar e manipular uma grande quantidade de informações, representadas por meio de cálculos, gráficos e tabelas é uma situação que se faz atualmente cada vez mais necessária e urgente, em ambas as áreas profissional e pessoal. O trabalho busca reflexões acerca dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática apontando como possibilidade metodológica a Modelagem Matemática com a intenção de contribuir para esta construção dando significado aos conhecimentos matemáticos trabalhados e consequentemente a utilização do recurso solver na disciplina de Pesquisa Operacional.

Retrata-se acima grande preocupação dos acadêmicos ao iniciarem seus estudos na disciplina Pesquisa Operacional. Este público é bastante diverso, e na maioria das vezes, leigo quanto ao uso dessa disciplina e interpretação de suas técnicas. Uma boa parte dessas técnicas exige o domínio de uma linguagem própria e de fórmulas de cálculo que podem dificultar o seu uso e interpretação. Cazorla et al. (1999) afirma que pesquisas têm revelado que os estudantes mostram ter dificuldades mesmo na utilização das ferramentas de análise de dados mais simples, como por exemplo, a representação de dados em gráficos. Entre essas, os estudantes referem-se às dificuldades matemáticas como operações com números racionais e conceitos relacionados a medidas.

Para o bom desempenho e competência no trabalho escolar, é necessário a percepção do professor quanto à eficácia da aplicação dos recursos tecnológicos, visando possibilitar o desenvolvimento integral do aluno e proporcionar estímulos ao seu ser emocional e social. Recriar o processo ensino-aprendizagem, possibilitando o surgimento de novos caminhos, deve ser uma meta constante. A proposta de ensino de Pesquisa Operacional para alunos do curso de graduação da Faculdade Fisul da Serra Gaúcha do Rio Grande do Sul, surge como paralela a questão norteadora de pesquisa: investigar qual a relação entre a Modelagem Matemática e a Aprendizagem Significativa no processo de ensino aprendizagem de situações-problema empresariais de Pesquisa Operacional no Ensino Superior?

A pesquisa em estudo elenca por si própria a reelaboração e construção científica de conceitos. Tal afirmação se deve as constantes relações entre estudos e resultados, que firmam suportes capazes de elencar sólidos argumentos. A didática da pedagogia histórica crítica é o subsídio que se firma na fundamentação de que a práxis têm seus pilares na constante interação entre professor e aluno, que se transmutam entre o aprender e o ensinar nas diversas fases do processo ensino aprendizagem. Com a finalidade de responder ao problema de pesquisa proposto, foram estabelecidos os seguintes objetivos: a) adequar o conceito de aprendizagem significativa de Ausubel para as necessidades do processo ensino aprendizagem no curso de Administração; b) estabelecer relações entre o processo de Modelagem Matemática e a Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel acompanhando a construção do conhecimento pelos alunos e c) pesquisar relações entre modelos matemáticos com os mapas conceituais ao modelar situações-problema empresariais e avaliar possíveis correlações.

2. Do objetivo de minha participação.

Ao longo de vivências e experiências profissionais mostraram que estão imersos em problemas e que necessitam da matemática para resolvê-los. Entende-se que situações-problema empresariais, vivenciados frequentemente nos locais de trabalho, caracterizam-se como oportunidades para aprender e aplicar a matemática propriamente dita. Presume-se que modelos matemáticos podem ser empregados como ferramentas de apoio à tomada de decisão e contribuir cientificamente na administração organizacional das empresas, tornando-as mais concorrentes.

3. Do procedimento para coleta de dados.

A pesquisa será feita através do método qualitativo, pois apresenta coletas de dados, análise e interpretação das informações. A observação será realizada de diversas aplicações de atividades e para análise dos resultados, será utilizada a técnica de análise de conteúdo. Na primeira aula os participantes da pesquisa resolverão um conjunto de questões, cujo objetivo é avaliar os conhecimentos prévios, ou seja, de acordo com Ausubel (2003), os subsunçores preexistentes. Esta tarefa contemplará as possibilidades de observação das habilidades a seguir, sendo fundamental para a resolução de modelos matemáticos de programação linear: resolver uma regra de três simples ou composta direta ou inversamente proporcional; identificar proporcionalidade; simbolizar algebricamente uma equação e inequação; simbolizar graficamente uma inequação; resolver um sistema de equações com duas incógnitas tendo resultado favorável; resolver um problema de Programação Linear com duas incógnitas com restrições e saber manipular a ferramenta solver.

Com base nos resultados que serão obtidos será implementado com um conjunto de conteúdos como revisão visando à certificação dos conhecimentos prévios para a resolução de modelos matemáticos de Programação Linear, tendo como meta condições de iniciar o processo de Modelagem Matemática. No decorrer os discentes receberão várias situações-problema empresariais onde farão a montagem dos mesmos, ou seja, o modelo propriamente dito, juntamente com os conceitos de Ausubel (2003) e a *ferramenta Solver* será chamado de organizadores avançados, caracterizando-se como mecanismos que irá implementar princípios, estabelecendo relações entre aquilo que o aluno já sabia e aquilo que precisaria saber.

Na sequência, os discentes devem elaborar uma situação-problema empresarial vivenciada e resolver modelos matemáticos de Programação Linear. E, por fim, o discente consiste em criar “novos” modelos, buscando a solução de problemas que surgem de situações, tanto interno como externo no seu ambiente profissional deixando assim de ser um simples receptor de conteúdos passando a interagir e participando do próprio processo de construção do conhecimento.

4. Da utilização, armazenamento e descarte das amostras.

Este trabalho utiliza-se de atividades descritivas e investigativas. A pesquisa será feita através do método qualitativo, pois apresenta coletas de dados, análise e interpretação das informações. A observação será realizada de diversas aplicações de atividades e para análise dos resultados, será utilizada a técnica de análise de conteúdo.

Os dados coletados serão armazenados em fichas, planilhas e no próprio ambiente virtual.

5. Dos desconfortos e dos riscos.

Os riscos para seus participantes serão mínimos e aceitáveis.

6. Dos benefícios.

Momento de buscar e contribuir com o processo ensino aprendizagem;
Formar acadêmicos que sejam críticos e saibam usufruir na sua vida profissional;
Discussão, análises na área de ensino de Pesquisa Operacional;
Resultados obtidos poderão ser aplicados em sala de aula.
Faz parte da minha prática.

7. Dos métodos alternativos existentes.

Não se aplica.

8. Da isenção e ressarcimento de despesas.

Isenção de despesas.

9. Da forma de acompanhamento e assistência.

Não se aplica.

10. Da liberdade de recusar, desistir ou retirar meu consentimento.

Tenho a liberdade de recusar, desistir ou de interromper a colaboração nesta pesquisa no momento em que desejar, sem necessidade de qualquer explicação. A minha desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico. Não virá interferir na avaliação escolar.

11. Da garantia de sigilo e de privacidade.

Os resultados obtidos durante este estudo serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que meus dados pessoais não sejam mencionados.

12. Da garantia de esclarecimento e informações a qualquer tempo.

Tenho a garantia de tomar conhecimento e obter informações, a qualquer tempo, dos procedimentos e métodos utilizados neste estudo, bem como dos resultados finais desta pesquisa. Para tanto, poderei consultar o pesquisador responsável Arrigo Fontana. Em caso de dúvidas não esclarecidas de forma adequada pelo(s) pesquisador (es), de discordância com os procedimentos, ou de irregularidades de natureza ética, poderei ainda contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Ulbra Canoas (RS), com endereço na Rua Farroupilha, 8.001 – Prédio 14 – Sala 224, Bairro São José, CEP 92425-900 - telefone (51) 3477-9217, e-mail comitedeetica@ulbra.br.

Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimento quanto às dúvidas por mim apresentadas e, por estar de acordo, assino o presente documento em duas vias de igual conteúdo e forma, ficando uma em minha posse.

_____ (), _____ de _____ de _____.

Pesquisador Responsável pelo Projeto

Participante da Pesquisa e/ou Responsável

“Quando você está fazendo Matemática, a sensação é a de que tudo aquilo com que você está trabalhando é real. Você quase consegue pegar os coneitos com as mãos e virá-los, apertá-los, acaricia-los e por fim desmontá-los em pedacinhos”.

Ian Stewart