UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

LUIZA OJEDA HOFFMANN

INCLUSÃO DE UM ALUNO CEGO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE RELAÇÕES E OPERAÇÕES NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Canoas, 2023.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

LUIZA OJEDA HOFFMANN

INCLUSÃO DE UM ALUNO CEGO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE RELAÇÕES E OPERAÇÕES NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Marlise Geller
Co-orientadora: Profª. Drª. Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Canoas, 2023.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

H711i Hoffmann, Luiza Ojeda.
Inclusão de um aluno cego no ensino de matemática : uma sequência didática sobre relações e operações no conjunto de números naturais à luz da Teoria dos Campos Conceituais / Luiza Ojeda Hoffmann. – 2023.
177 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2023.
Orientadora: Profa. Dra. Marlise Geller.
Co-orientadora: Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald.

1. Educação matemática. 2. Inclusão. 3. Deficiência visual. 4. Teoria dos Campos Conceituais. I. Geller, Marlise. II. Groenwald, Claudia Lisete Oliveira. III. Título.

CDU 372.851-056.262

Bibliotecária responsável – Heloisa Helena Nagel – 10/981

LUIZA OJEDA HOFFMANN

INCLUSÃO DE UM ALUNO CEGO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE RELAÇÕES E OPERAÇÕES NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Data de Aprovação: / /

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Dr. Fabio Alexandre Borges
Universidade Estadual do Paraná

____
Profª. Drª. Carmen Teresa Kaiber
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

____
Profª Drª. Maria Adelina Raupp Sganzerla
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

____
Profª. Drª. Marlise Geller (Orientadora)
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

____
Profª. Drª. Claudia Lisete Groenwald Oliveira (Co-Orientadora)
Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

Dedico este trabalho a minha mãe Vera, cujo amor, apoio e incentivo sempre estiveram presentes, valorizando a minha trajetória acadêmica e pessoal. E a minha afilhada Martina, que chegou como uma luz e renovação em minha vida, com sua alegria contagiante e sua energia positiva.

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho representa uma conquista pessoal e acadêmica que não seria possível sem o apoio e colaboração de diversas pessoas.

Com humildade, expresso minha profunda gratidão a Deus por ter me encorajado com esta conquista. É pela Sua graça e amor que eu sou capaz de alcançar este marco em minha vida. Agradeço por ter me dado forças para perseverar, sabedoria para aprender e crescimento pessoal durante todo o processo. Sem a Sua orientação divina, eu não teria chegado até aqui.

Com amor e gratidão transbordando em meu coração, celebro esta conquista que só foi possível graças ao apoio e colaboração de tantas pessoas maravilhosas. Não há palavras suficientes para expressar minha profunda gratidão a cada um que me acompanhou, apoiou e incentivou a chegar até aqui.

Primeiramente, minha querida família, minha mãe, meu irmão Rodrigo e meus tios, que sempre permaneceram presentes, acreditaram em mim e me motivaram a persistir até o fim. Vocês são a base da minha vida, e meu amor, carinho e gratidão por vocês são infinitos.

Aos professores do PPGECIM, em especial às minhas orientadoras Marlise e Claudia, que não pouparam esforços para me ajudar a construir este trabalho e foram além das orientações, me dando suporte e ajuda em momentos difíceis. À professora Clarissa e à professora Carmem, que sempre me incentivaram com valiosas conversas nos corredores do PPGECIM. A cada uma de vocês, meu amor e gratidão por dividir seus conhecimentos e me ajudar a crescer pessoal e profissionalmente.

Aos meus colegas, em especial às minhas amigas Sheila e Joice, que tornaram meus dias mais leves e felizes com suas conversas e incentivos. Vocês foram verdadeiros presentes em minha vida e sou grata por tê-las ao meu lado.

Ao estudante G, que trouxe alegria, dinamismo e um amor inigualável para as tardes de quarta-feira. Obrigada pela parceria e pela cobrança, que me ajudaram a chegar ao melhor resultado possível.

Que esta conquista seja apenas o começo de uma jornada de muito aprendizado e emoção.

A cegueira que cega cerrando os olhos não é a maior cegueira; a que cega deixando os olhos abertos, essa é a mais cega de todas.

(Antônio Vieira)

RESUMO

A pesquisa aqui apresentada tem por objetivo implementar uma sequência didática para o desenvolvimento dos Campos Conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas no Conjunto dos Números Naturais que possibilite a aprendizagem de um estudante cego congênito, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, matriculado no sistema regular de ensino da cidade de Canoas/RS. Esta pesquisa, fundamentada no contexto da Educação Inclusiva, tem como referência os aportes da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. A investigação, inserida em uma perspectiva qualitativa, teve como participante central um estudante cego e contemplou intervenções pedagógicas ao longo de três semestres, realizadas no Laboratório de Estudos de Inclusão (LEI) do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA. Tais intervenções foram constituindo a sequência didática com materiais táteis e tecnológicos, selecionados para promover a compreensão das relações e operações no Conjunto dos Números Naturais. A pesquisa também envolveu entrevistas semiestruturadas com a professora de Matemática, um professor da Associação de Deficientes Visuais de Canoas (ADEVIC) e com a responsável pelo estudante. Para explorar os dados, buscou-se apoio na análise descritiva interpretativa de um estudo de caso, identificando que o estudante compreendia o conceito de número e, ao longo do processo, passou a organizar os esquemas adequadamente para a solução de situações-problemas envolvendo estruturas aditivas e multiplicativas. Devido à cegueira do estudante, as representações das situações-problemas e de seus invariantes operatórios para a elaboração de conceitos ocorreram por meio de respostas orais e/ou manuseio de materiais táteis, comunicando, assim, os esquemas elaborados pelo estudante. Infere-se que a sequência didática utilizada foi efetiva no auxílio do desenvolvimento dos Campos Conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas no Conjunto dos Números Naturais para o estudante, possibilitando um aprendizado adequado ao ritmo dele e resultando em um desempenho satisfatório na análise de situações, construção de esquemas e suas representações de seus invariantes operatórios.

Palavras-chave: Educação Matemática; Inclusão; Deficiência Visual; Teoria dos Campos Conceituais.

ABSTRACT

The research presented here aims to implement a didactic sequence for the development of Conceptual Fields of additive and multiplicative structures in the Set of Natural Numbers that allows the learning of a congenital blind student, years of elementary school, enrolled in the regular system of education in the city of Canoas/ RS. This research, based on the context of Inclusive Education, has as a reference the contributions of Vergnaud's Theory of Conceptual Fields. The research, inserted in a qualitative perspective, had as a central participant a blind student and included pedagogical interventions over three semesters, carried out in the Laboratory of Inclusion Studies (LEI) of the Graduate Program in Science and Mathematics Teaching at ULBRA. These interventions were constituting the didactic sequence with tactile and technological materials, selected to promote the understanding of relations and operations in the Natural Numbers Set. The research also developed semi-structured interviews with the Mathematics teacher and the teacher of the school resource room attended by the student, a teacher of the Association of Visually Impaired Canoas (ADEVIC), and with the one responsible for the student. To explore the data, we sought support in the descriptive interpretative analysis of a case study, identifying that the student understood the concept of numbers and, throughout the process, started to organize the schemes properly for the solution of situations problems involving additive and multiplicative structures. Due to the blindness of the student, the representations of problem situations and their operative invariants for the elaboration of concepts occurred through oral responses and/or handling of tactile materials, thus communicating the schemes elaborated by the student It is inferred that the didactic sequence used was effective in assisting the development of Conceptual Fields of additive and multiplicative structures in the Set of Natural Numbers for the student, enabling an adequate learning pace and resulting in satisfactory performance in analyzing situations, constructing schemes, and their representations of operational invariants.

Keywords: Mathematics Education; Inclusion; Visual Impairment; Theory of Conceptual Fields.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE APÊNDICES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Dentro do ambiente escolar, é notável que, de forma constante, se tem a Matemática apresentada aos estudantes sem referências históricas, sem metodologias adequadas e privilegiando algoritmos e técnicas de como fazer, em detrimento da reflexão e da compreensão das ideias matemáticas e da percepção do significado do seu uso, tornando-a, muitas vezes, uma atividade mecânica e automática para os estudantes. Não obstante, o ensino da Matemática vem se alterando e se remodelando com o passar dos anos, conforme as necessidades do contexto histórico e social dos estudantes e da sociedade. A abordagem de uma sequência didática para o ensino de operações básicas com Números Naturais com um estudante cego representa um desafio que transcende a simples transmissão de conhecimento, envolvendo também aspectos relacionados à inclusão e humanização escolar, bem como ao processo individual de aprendizagem do estudante.

A deficiência pode ser uma condição que afeta a capacidade de uma pessoa realizar atividades comuns devido a uma limitação física, sensorial, cognitiva ou intelectual. É importante ressaltar que a deficiência não é uma característica que define completamente um estudante. Os estudantes com deficiência possuem habilidades, interesses e personalidades únicas. Além disso, a deficiência não deve ser vista como uma fonte de incapacidade, mas sim como uma diferença que deve ser compreendida e respeitada.

Neste contexto, a pesquisa buscou responder à seguinte questão: como desenvolver uma sequência didática que possibilite a um estudante cego, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, compreender e sistematizar as operações de Multiplicação e Divisão no conjunto dos Números Naturais?

Ao observar a perspectiva da Educação Inclusiva em pesquisas realizadas com estudantes cegos na área da Matemática no Ensino Fundamental, nota-se que existe a necessidade – e também a possibilidade e a viabilidade – de elaboração de um projeto de pesquisa com ênfase na aprendizagem dos conceitos matemáticos com os Números Naturais e suas operações.

Ao entrar no curso de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), a pesquisadora optou pela linha de pesquisa em Inclusão em Ciências e Matemática, visando realizar um estudo de caso com um estudante cego matriculado em uma escola municipal de Canoas.

A inclusão de um estudante cego envolve o ambiente escolar com algumas adaptações, para garantir que o estudante tenha acesso ao conteúdo e às atividades da mesma maneira que seus colegas videntes.

Buscou-se investigar atividades didáticas integradas ao referencial teórico de relacionar a Educação Matemática para serem aplicadas a um estudante cego. Para tanto, foi necessário buscar atividades didáticas e recursos para possibilitar que esse estudante opere com Números Naturais, a fim de que ele possa compreender as operações no conjunto dos Números Naturais e utilizá-las na resolução de situações-problemas. Buscar soluções para a inclusão de cegos no ensino regular das escolas, principalmente na área da Matemática, é importante para o crescimento cognitivo dos estudantes e da escola como um todo, bem como para subsidiar o trabalho dos professores.

Outro desafio que se apresenta nas escolas é a inclusão escolar, desafio este para os professores, para os pais de estudantes com deficiência e para os próprios estudantes. Neste sentindo, esta pesquisa tem como tema a inclusão de um estudante cego no Campo Conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas na perspectiva de Vergnaud (1998), para construção das operações de multiplicação e divisão no Conjunto dos Números Naturais.

A Teoria dos Campos Conceituais é de extrema importância para a compreensão do processo de aprendizagem de conceitos matemáticos e sua aplicação na prática pedagógica. No contexto da inclusão escolar, a compreensão desta teoria é ainda mais relevante.

Ao lidar com um estudante com deficiência, é fundamental que o professor compreenda as especificidades do processo de construção de conceitos e o papel dos diferentes Campos Conceituais na formação do conhecimento matemático. A Teoria dos Campos Conceituais destaca a importância da coordenação entre diferentes Campos Conceituais para a construção de conceitos mais complexos.

No caso específico da inclusão de um estudante cego no Campo Conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas, é necessário que o professor entenda como o estudante constrói as noções de multiplicação e divisão a partir de sua conceituação.

Portanto, a pesquisa buscou compreender o tema, bem como o processo de construção da autonomia de um estudante cego matriculado em uma escola pública no município de Canoas.

Esta pesquisa busca ainda promover a discussão sobre a importância da inclusão de estudantes com deficiência visual no ensino regular, sob o ponto de vista da legislação vigente, buscando nos teóricos a fundamentação para a importância de se ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Cabe salientar que é neste momento que a criança desenvolve o conceito de número e, a partir disso, compreende-se que a deficiência visual não é um impeditivo para que esta construção seja feita.

É importante ressaltar que todo educador deve refletir sobre as práticas pedagógicas que incentivem e estimulem o estudante de uma forma variada e ampla, sem esquecer as práticas pedagógicas e o conhecimento desse estudante. Nesse contexto, o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática se torna mais complexo quando traz o estigma de que os estudantes devem somente aprender por repetição ou memorização dos conteúdos, cabendo ao professor a mediação para que haja uma compreensão da lógica e do raciocínio das possibilidades Matemáticas.

Cabe destacar que, neste trabalho, a inclusão escolar é compreendida como a garantia para que todos os estudantes, independentemente de suas diferenças, tenham acesso às mesmas oportunidades educacionais e sejam valorizados em um ambiente acolhedor e inclusivo.

Desse modo, o texto que descreve a presente investigação está organizado em sete capítulos: o primeiro, apresenta a Introdução; o segundo traz, de forma detalhada, a pesquisa (objeto de estudo, problema de pesquisa, objetivo geral, objetivos específicos e a justificativa); o terceiro capítulo apresenta a revisão de literatura; o quarto capítulo é o referencial teórico desta pesquisa, apresentando tópicos que são fundamentais para a compreensão do objeto do estudo; o quinto capítulo é a metodologia da pesquisa, que aborda a caracterização desta, o contexto, o desenho geral e as etapas, os participantes, os procedimentos de produção de dados e as técnicas de análise; o sexto capítulo traz a análise dos resultados e apresenta as respostas às perguntas feitas ao longo desta investigação; o sétimo capítulo traz as considerações finais. Após, são apresentadas as referências, apêndices e anexos.

2 A PESQUISA: ASPECTOS BÁSICOS

A seguir são apresentados aspectos referentes a essa pesquisa de Mestrado acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de Pesquisa da Inclusão em Ensino de Ciências e Matemática. Apresentam-se a justificativa, tema da pesquisa, o problema e os objetivos delineados para o desenvolvimento da pesquisa.

2.1 JUSTIFICATIVA

Ao analisar a perspectiva da educação inclusiva através de pesquisas com estudantes cegos na área de Matemática no Ensino Fundamental, é possível constatar a viabilidade e a oportunidade de se conduzir uma pesquisa com ênfase na aprendizagem do Pensamento Aritmético. Nesse sentido, a presente pesquisa aborda as operações de multiplicação e divisão de Números Naturais no contexto da deficiência visual, tomando como base a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1998).

Além das oportunidades geradas pela pesquisa, existe a motivação pessoal da pesquisadora, pois há alguns anos ela atuou com uma aluna cega em sala de aula e foi admirável a aprendizagem desta, bem como as dificuldades que professora e aluna enfrentaram no processo educacional. Ao entrar no curso de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), a pesquisadora optou pela linha de pesquisa Inclusão em Ciências e Matemática, visando realizar um estudo de caso com estudantes cegos.

Atualmente, há centenas de estudantes cegos em turmas comuns como prevê a lei, porém, muitas vezes, sem a devida estrutura de recursos e de profissionais para o desenvolvimento de um ensino que busque potencializar a aprendizagem destes estudantes e que investigue recursos que estejam adequados à deficiência em referência, de acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, na Sinopse Estatística da Educação Básica de 2019 (INEP/EDUCACENSO, 2020).

Nesse sentido, a pesquisa tem por foco estudar maneiras de relacionar a Educação Matemática com a viabilidade de ser aplicada com um estudante cego. Para tanto, é necessário buscar atividades didáticas e recursos para possibilitar que esse estudante opere com Números Naturais, a fim de que ele possa compreender as operações no Conjunto dos Números Naturais e utilizá-las na resolução de situações-problemas.

Buscar soluções para a inclusão de cegos no ensino regular das escolas, principalmente na área da Matemática, é importante para o crescimento do estudante e da escola como um todo. Portanto, o intuito da pesquisa é compreender tanto o tema em si quanto como a autonomia foi construída no processo de ensino deste estudante.

2.2 PROBLEMA DE PESQUISA

O tema da pesquisa é a Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental com um estudante cego, matriculado no sistema municipal regular de ensino na cidade de Canoas/RS.

Busca-se promover a discussão sobre a importância da inclusão de estudantes cegos no ensino regular, sob o ponto de vista da legislação vigente, buscando nos teóricos a fundamentação para a importância de como ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com operações com Números Naturais.

Esta investigação buscou responder à seguinte questão norteadora: *Como desenvolver uma sequência didática que possibilite a um estudante cego, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, compreender e sistematizar as operações no campo conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas no conjunto dos Números Naturais?*

2.3 OBJETIVOS

Para responder ao problema de pesquisa, foram traçados o objetivo geral e os objetivos específicos que são apresentados a seguir.

2.3.1 Objetivo geral

O objetivo geral desta pesquisa foi: implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) uma sequência didática com os conceitos numéricos e as operações no Campo Conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas no Conjunto dos Números Naturais para um estudante cego matriculado no sistema regular de ensino.

2.3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos da pesquisa, que foram desenvolvidos para alcançar o objetivo geral, são:

1. investigar atividades didáticas para promover o desenvolvimento dos conceitos que envolvem o campo aditivo e multiplicado com os Números Naturais para um estudante cego;
2. implementar estratégias didáticas utilizando a metodologia de resolução de problemas com situações que envolvam os conceitos numéricos e as operações com Números Naturais para um estudante cego;
3. investigar as intervenções com as atividades didáticas com um estudante cego matriculado na rede municipal de ensino de Canoas.

3 REVISÃO DE LITERATURA

Para efetivar a revisão de literatura, foram pesquisados trabalhos desenvolvidos no período de 2016 a 2021. As buscas foram feitas no Google Acadêmico e no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), delimitadas nas seguintes palavras-chave: “deficiência visual”, “educação matemática”, “multiplicação e divisão”, “educação matemática para deficientes visuais”, “campos conceituais” e “números naturais”. As buscas retornaram 104 trabalhos, dentre eles teses, dissertações e artigos científicos, sendo selecionados em função das palavras-chave, 12 artigos, 6 dissertações e 3 teses.

Ao se examinar uma amostra composta por 12 artigos, observou-se que apenas três deles contemplam a totalidade das seis palavras-chave selecionadas. No entanto, durante o período de análise das teses e dissertações pertinentes, não se identificou a totalidade das referidas palavras-chave.

Após realizar pesquisas em diferentes bases de dados, constatou-se a inexistência de resultados que corresponderam na integra às palavras-chave delimitadas na dissertação, a qual versa sobre a temática de Educação Matemática, Inclusão e Teoria dos Campos Conceituais. Apresentam-se, na Figura 1, os artigos selecionados:

Figura 1 – Seleção dos artigos acadêmicos[1]

Artigo/ Ano	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Materiais Didáticos no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual/2016	XX EBRAPEM/ Koepsel	X		X	X	X
Matemática Inclusiva: ensinando matrizes a deficientes visuais/2016	Ciência & Natura/ Silva e Lazzarin	X	X		X	X
Formação de professores para a inclusão de estudantes com deficiência visual nas aulas de Matemática: análise de um curso de extensão/2017	Educação Matemática Debate/ Martins e Ferreira	X			X	
Atividade docente em contexto inclusivo: um olhar sobre o ensino de Matemática/2017	Holos/ Rolim, Lima e Lagares	X			X	
As Estruturas Multiplicativas e a formação de professores que ensinam Matemática na Bahia: um projeto de larga escala/2018	Com a Palavra o Professor/ Magina, Santana e Cazorla		X	X	X	X
Deficiência Visual e Educação Matemática: estudo dos artigos publicados nos anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática/2019	Ensino em Revista/ Cintra e Berigo	X			X	

(Continua)

[1] Palavras-chave: 1- Periódicos/autor; 2- Deficiência Visual; 3- Campos Conceituais; 4- Números Naturais; 5- Educação Matemática; 6- Multiplicação e Divisão.

Figura 1 – Seleção dos artigos acadêmicos (Continuação)

Artigo/ Ano	1	2	3	4	5	6
Análise de verbalizações de fórmulas matemáticas por professores com experiência no ensino de pessoas com deficiência visual/2019	Revista de Estudos da Linguagem/ Lima	X	X	X	X	X
Ensino de Matemática para pessoas com deficiência visual: uma análise de literatura/2020	Revista Educação Especial/ Costa, Gil e Elias	X			X	
Propostas de ensino de Matemática para deficientes visuais: revisão sistemática exploratória da literatura/2020	Holos/ Barbosa	X	X	X	X	X
Ensino-aprendizagem de estudantes com deficiência visual: proposta inclusiva por meio da Geometria/2021	Revista de Ensino de Ciências e Matemática/ Franzin e Melke	X			X	
Uma análise sobre o papel da escola na formação de conceitos científicos para os estudantes com deficiência visual/2021	Investigações em Ensino de Ciências/ Monteiro e Hallias	X			X	
A Matemática através de uma prática inclusiva no 5º ano do ensino fundamental/2021	Educação Básica em Foco/ Oliveira	X	X	X	X	X

Fonte: a pesquisa.

Na Figura 2, apresentam-se as dissertações e teses selecionadas:

Figura 2 – Levantamento de teses e dissertações

Título/ Autor	Te-se	Disser-tação	Instituição
O estudante cego no contexto da inclusão escolar: desafios no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática/ 2016./ Miranda		X	Universidade Estadual Paulista-Faculdade de Ciências, Bauru
Modelagem no Ensino de Matemática: um estudo de caso com estudantes cegos/ 2016/ Oliveira		X	Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO-PR
O Soroban no ensino/ aprendizagem da Matemática na perspectiva do estudante cego/ 2016/ Oliveira		X	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Uma jornada dos números naturais aos racionais com uma aluna com deficiência visual/ 2017/ Freire	X		Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo
Uma proposta de modelo de organização para o Ensino da Matemática/2017/ Kanashiro		X	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, do Departamento de Matemática, da Universidade Estadual de Maringá

(Continua)

Figura 2 – Levantamento de teses e dissertações (Continuação)

Título/ Autor	Tese	Disser-tação	Instituição
Histórias de vidas de estudantes com deficiência visual e de suas mães: um estudo em educação matemática inclusiva/2017/ Rosa	X		Universidade Estadual Paulista
O ensino da Matemática para estudantes cegos por meio de sistema suplementar de comunicação/ 2018/ Dias		X	Universidade do Estado do Pará
Deficiência visual e a Educação Matemática: estudo sobre a implementação de tecnologia assistiva/2020/ Sganzerla	X		Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil
Educação Matemática e inclusão escolar: a construção de estratégias para uma aprendizagem de estudantes com deficiência visual do CEEEC/2020/ Stefanelli		X	Programa de Pós- Graduação em Ciências e Matemática da Universidade Católica de Minas Gerais.

Fonte: a pesquisa.

Estes trabalhos serviram de apoio teórico ao início da investigação realizada e foram de grande relevância para o aprofundamento do foco da pesquisa. A partir do mapeamento desses materiais, foi possível estabelecer algumas conexões, como, por exemplo, a existência de uma constante ligação de metodologias qualitativas, chamando a atenção para a necessidade de uso de materiais didáticos e manipuláveis para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem do estudante com deficiência visual.

Cintra e Beirigo (2019) elaboraram um artigo intitulado “Deficiência Visual e Educação Matemática: estudo dos artigos publicados nos anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática” com o objetivo de apresentar as pesquisas divulgadas nos anais de Encontros Nacionais de Educação Matemática que envolviam a deficiência visual. Os autores revelaram que o evento passou sete edições sem conter nenhuma publicação sobre a deficiência visual no ensino da Matemática, sendo que, somente a partir de 2004, o assunto passou a ser abordado com 70% dos estudos divulgados focados no desenvolvimento de metodologias para ensinar Matemática às pessoas com deficiência visual.

Dias (2018) compôs uma dissertação com o título “O ensino da Matemática para estudantes cegos por meio de um sistema suplementar de comunicação”, a qual teve por objetivo avaliar a implantação de um sistema alternativo de comunicação para o ensino da Matemática para estudantes cegos. A autora enfatiza que a realidade dos estudantes com deficiência visual é de grande dificuldade de aprendizagem, pois, mesmo diante de sua presença, muitos docentes prosseguem com aulas expositivas e sem auxílio de materiais concretos para a aprendizagem de conceitos que envolvem imagens e figuras. A partir da aplicação do sistema de comunicação alternativa, os estudantes que participaram da pesquisa de Dias (2018) ganharam maior autonomia para a realização de suas tarefas, além de maior confiança e motivação para aprenderem Matemática. O desempenho geral dos estudantes cegos foi maior após o uso do sistema de comunicação alternativa.

Martins e Ferreira (2017), em seu artigo “Formação de professores para a inclusão de estudantes com deficiência visual nas aulas de Matemática: análise de um curso de extensão”, analisaram a importância e a potencialidade de cursos de formação continuada para a educação Matemática na perspectiva da inclusão. As autoras enfatizam que os cursos de extensão desenvolvem competências necessárias para a mobilização dos conteúdos da Matemática a partir das necessidades específicas apresentadas pelo estudante, bem como ampliam a percepção sobre a organização didática e a construção de materiais em sala de aula.

Magina, Santana e Cazorla (2018) se propuseram a desenvolver estratégias para a formação de professores na elaboração de práticas didáticas que tornassem mais efetiva a aquisição do conhecimento do campo conceitual multiplicativo pelos estudantes, os resultados do projeto foram apresentados no artigo “As Estruturas Multiplicativas e a formação de professores que ensinam Matemática na Bahia: um projeto de larga escala”. O projeto auxiliou para a consolidação do modelo Espiral RePARe – reflexão-planejamento-ação-reflexão –, que pode ser utilizado para a elaboração do trabalho com diversos conceitos da Matemática.

Lima *et al.* (2019) publicaram um artigo denominado “Análise de verbalizações de fórmulas matemáticas por professores com experiência no ensino de pessoas com deficiência visual”, no qual se propuseram a investigar as formas de superação das dificuldades dos estudantes com deficiência visual na leitura dos conceitos da Matemática, mesmo com auxílio das tecnologias assistivas.

Franzin e Melke (2021), em seu artigo “Ensino-aprendizagem de estudantes com deficiência visual: proposta inclusiva por meio da Geometria”, explicam que, para o estudante com deficiência visual, os recursos táteis são necessários, pois permitem que haja a interação com formas e texturas, o que auxilia na abstração dos conceitos matemáticos ensinados em aula.

Costa, Gil e Elias (2020), em “Ensino de Matemática para pessoas com deficiência visual: uma análise de literatura”, analisaram publicações entre os anos de 2001 e 2016 sobre o ensino de repertórios matemáticos em diferentes perspectivas, incluindo para as pessoas com deficiência visual. O estudo revelou que poucos estudos se dedicaram às metodologias para o ensino de contagem e medida, bem como às produções voltadas para o ensino de pessoas com deficiência visual. Os estudos encontrados enfatizaram a eficácia do uso de materiais concretos para auxiliar a aprendizagem por meio da exploração tátil do estudante.

Rolim, Lima e Lagares (2017) realizaram o estudo “Atividade docente em contexto inclusivo: um olhar sobre o ensino de Matemática” para compreender as atividades docentes em Matemática no contexto da educação inclusiva. Os autores afirmam que, diante do acesso do estudante com deficiência visual ao ensino regular, a educação inclusiva vem se efetivando, guiando-se pelos pressupostos legais que garantem o acesso e a permanência dos estudantes originários da educação especial no ensino regular. Porém, quando são consideradas as práticas didáticas que atingem os estudantes com deficiência visual, a educação inclusiva mostra-se deficitária, de forma que é necessário reelaborar o currículo e as práticas por meio da articulação docente, de políticas públicas e da sociedade civil.

Monteiro, Hallais e Lima (2021) escreveram um artigo com o título de “Uma análise sobre o papel da escola na formação de conceitos científicos para os estudantes com deficiência visual”, em que expressam a importância da mediação docente para a apropriação de conceitos científicos por estudantes com deficiência visual. As práticas docentes não devem ser norteadas pelos déficits apresentados pelos estudantes, mas sim por sua potencialidade. O estudante com deficiência visual tem plenas condições de aprendizagem, porém é necessário que seja contemplado com um planejamento que considere suas necessidades educacionais e possa tornar o aprendizado significativo por práticas inovadoras, que não estejam pautadas nos modelos expositivos direcionados ao público vidente.

Barbosa *et al* (2020), em seu artigo “Propostas de Ensino de Matemática para deficientes visuais: revisão exploratória da literatura”, afirmam que é necessário que haja atenção ao ensino da Matemática às pessoas com deficiência visual, pois, para o desenvolvimento integral do ser-humano, é uma disciplina essencial. A Geometria e a Aritmética são os conteúdos mais trabalhados na educação básica com crianças cegas, tendo como aporte as tecnologias assistivas e os materiais manipuláveis.

Koepsel (2016) realizou uma pesquisa com o nome: “Materiais didáticos no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual”, na qual apresentou propostas de materiais didáticos que podem tornar a aprendizagem do estudante com deficiência visual mais facilitada e significativa. Dentre os materiais apresentados, destacam-se o jogo de encaixe para a exploração de conceitos de menor e maior e figuras geométricas; o ábaco, sendo utilizado para estudantes com deficiência visual e videntes, permite o aprendizado das quatro operações matemáticas, além de representação dos números e início do estudo de frações (adição e subtração); a caixa de números, com confecção do numeral em relevo e a quantidade correspondente ao numeral inscrito na caixa, auxiliando na associação das quantidades e sua representação numérica; o Geoplano para o trabalho de conceitos geométricos; o dominó com texturas, em que são mesclados os pontos do dominó com numerais em relevo, permitindo uma maior apreensão do conceito de quantidade; os discos de fração, representando geometricamente a fração; o material dourado para o desenvolvimento do raciocínio lógico, permitindo que seja aprendido o sistema de numeração decimal, as operações fundamentais e a regra; e os transferidores adaptados que auxiliam o estudante na compreensão do sistema de medidas.

A tese “Histórias de vidas de estudantes com deficiência visual e de suas mães: um estudo em educação matemática inclusiva”, de Rosa (2017), investigou o cotidiano de estudantes com deficiência visual e a luta de suas mães por atendimento médico e qualidade na educação. A autora afirma que, ainda, há a percepção comparativa do próprio estudante de si mesmo em relação aos seus colegas videntes. Outra questão de fundamental importância é a capacitação dos profissionais da educação para lidar com as questões inclusivas, que perpassam o desenvolvimento cognitivo, abrangendo as dimensões socioculturais, emocionais e psicológicas do estudante.

Em “Matemática inclusiva: ensinando matrizes a deficientes visuais”, de Silva e Lazzarin (2017), foram desenvolvidas aulas de matrizes a partir de materiais concretos para atender as necessidades educacionais dos estudantes com deficiência visual. É ressaltada, no estudo, a necessária interação interpessoal do docente com o estudante para que sejam compreendidas peculiaridades do desenvolvimento e dificuldades para a aprendizagem de Matemática, de forma a auxiliar na reflexão do professor para um planejamento didático mais significativo. Silva e Lazzarin (2017) defendem que é possível trabalhar conceitos complexos com estudantes com deficiência visual, porém somente a partir da inovação dos métodos de ensino.

Oliveira (2021) expôs suas reflexões sobre a prática inclusiva para a educação matemática em seu artigo: “A Matemática através de uma prática inclusiva no 5º ano do ensino fundamental”. Neste artigo, o autor afirma que as atividades planejadas para os estudantes com deficiência devem abranger o todo da sala de aula. No contexto das atividades planejadas para a inclusão dos estudantes com deficiência na aula de Matemática, utilizou-se, na prática de Oliveira (2021), o ábaco, que havia sido confeccionado anteriormente na aula de Artes. A prática com o Ábaco permitiu a compreensão dos números, a contagem, ordem crescente e decrescente, composição e decomposição dos números e sucessor e antecessor.

Oliveira (2016) explorou as potencialidades do Soroban para a aprendizagem dos conceitos matemáticos, apresentando as reflexões em sua tese “O Soroban no ensino/aprendizagem da Matemática na perspectiva do estudante cego”. O Soroban é um ábaco japonês que serve de recurso para a aprendizagem de Matemática, tanto para estudantes cegos quanto para estudantes videntes. A criança cega, em ensino regular, não pode ser integrada, mas sim incluída, pois, como salienta a autora, o estudante não deve ser visto pela sua carência na visão, mas como um ser humano completo com plena capacidade de desenvolvimento e aprendizagem.

Um dos fatores essenciais para a inclusão é a capacitação dos professores que trabalham com as crianças com deficiência, de forma que Oliveira (2016) propôs um curso de formação continuada para a capacitação da utilização do recurso Soroban para o ensino da Matemática para estudantes cegos. A partir do uso do Soroban, é possível trabalhar a representação dos números, a subtração com duas parcelas com reserva e sem reserva, a adição com duas parcelas com e sem reservas, adição e subtração com mais de 5 ordens, adição e/ou subtração sucessivas, multiplicação com dois, três ou mais fatores e divisão por divisor de um, dois ou mais algarismos.

Autores como Sganzerla (2020), Freire (2017) e Oliveira (2016) disponibilizam o tratamento de atividades concretas e de conhecimentos voltados à formação de planos de aula para o ensino da Matemática para crianças cegas.

Sganzerla (2020) nos mostra as reflexões sobre a educação inclusiva, apresentando dados importantes sobre a legislação vigente em nosso país. A autora defende o uso das tecnologias assistivas no contexto da deficiência visual e sua pesquisa aconteceu *in loco*, em uma escola inclusiva, e teve duração de três anos, no período 2015-2018, participando dessa pesquisa cinco estudantes com deficiência visual, dois cegos e três com baixa visão, cinco professores, três do Atendimento Educacional Especializado (AEE), e duas professoras da sala de aula regular. Das diversas tecnologias assistivas utilizadas nas atividades, duas foram desenvolvidas por um grupo de pesquisas do qual a autora faz parte: a Contátil e o *Math Touch*, relacionadas à multiplicação e à divisão no conjunto dos Números Naturais, e estão apoiadas no pensamento piagetiano.

A partir de atividades dos estudantes, concluiu que a análise do objeto pela criança não é realizada de forma isolada, mas de maneira relacional ou comparativa por meio da diferença e da igualdade. Em se tratando de uma criança com deficiência visual, essa comparação é realizada por meio do tato. O conhecimento lógico-matemático, segundo Piaget (1979, *apud* SGANZERLA, 2020), é uma construção, e resulta da ação mental da criança sobre o mundo e, consequentemente, o conceito de número se constrói.

Sganzerla (2020) apontou, em seus estudos, que a Tecnologia Assistiva é fundamental para a aquisição de conhecimentos matemáticos por parte dos estudantes, uma vez que eles não possuem um dos sentidos, a visão, e isso determina que materiais e equipamentos sejam adaptados, sempre lembrando dos sentidos mais aguçados pelas pessoas com deficiência visual, como o tato e a audição. Com relação à construção do número pela criança, a autora concluiu que os professores que fazem uso da Tecnologia Assistiva obtêm respostas significativas por parte dos estudantes na concretização desse conceito, pois o material desperta a curiosidade e o interesse, auxiliando estudantes com restrição da visão.

Freire (2017) traz um estudo de caso com uma aluna de dez anos matriculada no 4º ano de uma escola pública em uma cidade da Grande São Paulo, com o objetivo principal de construir e de analisar as imagens de conceito de números naturais e números racionais. Com o intuito de mostrar as contribuições dos Três Mundos da Matemática – corporificado, simbólico e formal – para desenvolver os conhecimentos desses conceitos, foram criados dois materiais didáticos: a Caixa das Operações Matemáticas e a Caixa Sonora dos Números Racionais na Forma Fracionária. Além desses materiais, ainda foram usados o Material Dourado e o *software* Ritmática, com algumas adaptações para o uso da aluna em pesquisa. Nesse sentido, o autor conclui sua pesquisa afirmando que a aluna, usando os Três Mundos da Matemática, construiu uma imagem de conceito de números naturais e fracionários, salientando que o uso de atividades adaptadas e o uso de material didático proporcionam um ensino inclusivo nas salas de aulas regulares.

Oliveira (2016) apresenta a ideia de modelagem, na perspectiva de Burak, com dois estudantes cegos, ambos com 13 anos, frequentando o 9º ano do Ensino Fundamental em escolas regulares. As atividades de modelagem foram realizadas de forma extraclasse, no contraturno dos estudantes na Associação de Pais e Amigos dos Deficientes Visuais (APADEVI), que é uma organização não governamental que presta assistência a pessoas com deficiência visual na cidade de Guarapuava/PR.

Oliveira (2016) defende, fundamentando o estudo na Modelagem Matemática, que as atividades desenvolvidas a partir de temas escolhidos pelos estudantes cegos auxiliaram na compreensão de mundo deles. Não deixando de lado os materiais didáticos adaptados, a autora acredita que cabe aos professores e à equipe pedagógica criar mecanismos para que os estudantes cegos possam compreender os conteúdos propostos.

Kanashiro (2017) apresenta uma proposta de modelo de organização para o Ensino de Matemática, usando um modelo multirreferencial. Esse modelo escolhido é o resultado de uma pesquisa exploratória, que busca facilitar a implementação de elementos já identificados ou influenciadores de boas práticas, integrando-os. Um dos objetivos desse modelo é transformar propostas em ações reais, que serão implementadas em uma rotina educacional. Kanashiro (2017) destaca Vygotsky, numa perspectiva de gerar desenvolvimento, no sentido de que o aprendizado precisa ser organizado pelo professor, por exemplo, na interação com os estudantes, pois ele tem o conhecimento específico para mediar o acesso a diferentes saberes. Os estudantes, por sua vez, devem construir suas próprias ideias com base no que foi trabalhado em aula com os colegas. O autor indica, por fim, resultados, derivados de práticas de sala de aula, mostrando como a participação de professores e de estudantes pode ser monitorada e controlada por eles mesmos, em uma dinâmica mais colaborativa do que avaliativa.

Miranda (2016) apresenta uma compreensão das condições que estão apresentadas para a inclusão escolar do estudante com deficiência visual. É importante observar as condições necessárias para que o estudante cego possa participar e obter sucesso no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática. Nesse sentido, a pesquisa qualitativa de Miranda (2016), com abordagem etnográfica, desenvolveu-se a partir de um estudo de caso duplo. Este estudo contou com a análise de entrevistas semiestruturadas, realizadas com as professoras e as mães dos estudantes cegos, e com a análise e as observações realizadas no ambiente escolar. Além disso, a autora apresenta a relação estabelecida no ambiente escolar entre estudantes cegos e videntes por meio de escrita de estudantes videntes. A pesquisa mostra, também, uma reflexão sobre o uso da dêixis e da Matemática falada, que pode levar a um ambiente desfavorável para a aprendizagem Matemática dos estudantes cegos. Defende, assim como os demais teóricos, que, quando o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática é adaptado ao estudante cego, isso permite potencializar suas experiências e aprendizados, e a formação inicial e continuada do professor tem influência direta nesse processo.

A inclusão social de crianças com deficiências é o tema desenvolvido na dissertação de Stefanelli (2020), que afirma que, em pleno século XXI, não é possível encontrar literaturas nem conteúdos diversos que visam demonstrar a inclusão completa nas escolas, em especial a inclusão de crianças com deficiência visual. A autora exibe, também, uma sequência didática, planejada sob a perspectiva do estudante cego, construindo ações e atividades lúdicas relacionadas à disciplina de Matemática. O projeto foi desenvolvido no Centro Estadual de Educação Caetité com estudantes cegos ou com baixa acuidade visual.

Diante desse levantamento, percebe-se a relevância da pesquisa, voltada aos anos iniciais do Ensino Fundamental, na disciplina de Matemática, abordando a multiplicação e a divisão no Conjunto dos Números Naturais com um estudante cego, contemplando a Teoria dos Campos Conceituais como base teórica da pesquisa.

Considerando as pesquisas compreendidas, nota-se que o ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual tem sido objeto de estudos e propostas de práticas pedagógicas diferenciadas. No entanto, é importante ressaltar que o uso de materiais manipuláveis na sala de aula pode ser benéfico para todos os estudantes, independente de possuírem ou não alguma deficiência. Nesse sentido, a manipulação de materiais é uma metodologia inclusiva que pode auxiliar no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos por todos os estudantes do Ensino

Fundamental, pois estimula a compreensão dos conteúdos de forma lúdica e participativa.

Como ponto de partida para esta pesquisa, a revisão da literatura sobre a inclusão escolar trouxe a compreensão dos desafios enfrentados pelos professores, pais e estudantes com deficiência. Além disso, contemplar a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1998), considerando a construção de conceitos matemáticos e como essa compreensão pode ser aplicada na prática pedagógica, tornou-se essencial para a constituição desta pesquisa, uma vez que não encontramos pesquisa relacionada à deficiência visual e os Campos Conceituais.

Dessa forma, apresentamos exemplos de atividades adaptadas para que os professores possam trabalhar com estudantes cegos e videntes em conjunto, proporcionando a todos a oportunidade de compreender a Matemática de forma significativa e acessível. Portanto, entendemos que a Teoria dos Campos Conceituais e as atividades adaptadas nessa pesquisa serão uma contribuição para a prática pedagógica inclusiva e para atividades docentes nas salas de aula.

Dessa forma, é fundamental que a Educação Matemática inclusiva seja pautada em práticas pedagógicas inovadoras e adaptativas, que valorizem o uso de materiais manipuláveis para o ensino de conceitos matemáticos. A inclusão deve ser entendida como um processo que permeia toda a sala de aula, e não apenas para os estudantes com deficiência. Sendo assim, a manipulação de materiais e atividades inclusivas deve ser acessível a todos, promovendo assim a equidade e a qualidade da educação para todos os estudantes.

4 CONSIDERAÇÕES SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA E A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Neste capítulo, apresenta-se o referencial teórico da pesquisa, que está dividido em: Reflexões sobre a Educação Matemática Inclusiva e Teoria dos Campos Conceituais.

4.1 REFLEXÕES SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

As pessoas cegas representam uma parcela significativa da população brasileira e, assim sendo, há a necessidade de se operacionalizar as políticas públicas educacionais adequadas, cumprindo o que determina a legislação vigente, construída ao longo do tempo com o intuito de solucionar o problema da inclusão dos cegos na escola. Segundo dados do censo demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2010), 18,6% da população brasileira possui algum tipo de deficiência visual. Desse total, 6,5 milhões apresentam deficiência visual severa, sendo que 506 mil têm perda total da visão (0,3% da população) e 6 milhões grande dificuldade para enxergar (3,2%). Assim sendo, serão mostrados aspectos abordados pela literatura que explicitam esse tema e nos remetem a uma reflexão de como se desenvolve o pensamento e a aprendizagem de pessoas cegas com ênfase ao Ensino da Matemática.

Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS, 2019), o termo “baixa visão” é usado para definir pessoas com visão limitada no melhor olho com a melhor correção. É usado o termo “cegueira” quando a pessoa tem uma visão muito baixa no melhor olho com a melhor correção. A cegueira pode ser transitória, quando ocorre a perda da visão apenas por um intervalo indefinido de tempo, ou definitiva, quando a condição se torna permanente e irreversível.

O artigo 205 da Constituição Federal de 1988 estabelece que a educação é um direito de todos e um dever do Estado e da família, sendo promovida e incentivada com a colaboração da sociedade. O artigo 206, por sua vez, detalha os princípios que devem nortear o ensino no país, tais como a liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar a cultura, o pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, a gestão democrática do ensino público, a valorização dos profissionais da educação, entre outros (BRASIL, 1988). Em conjunto, esses artigos estabelecem a educação como um direito fundamental e garantem o acesso à educação de qualidade para todos os brasileiros, promovendo a inclusão social e a igualdade de oportunidades.

Sendo constitucional que todos os cidadãos tenham direito à educação pública, independentemente de qualquer fator, é dever do Estado criar mecanismos para que se cumpra tal determinação. O Estatuto da Criança e do Adolescente, ECA, Lei nº 8.069/90 (BRASIL,1990) , em seu artigo 55, reforça os dispositivos legais já existentes, determinando que pais ou responsáveis matriculem seus filhos no sistema regular de ensino.

Diante da constitucionalidade do direito à educação para todos os cidadãos, independentemente de qualquer fator, é garantia que o Estado crie mudanças efetivas para garantir o acesso à educação inclusiva e de qualidade para as pessoas cegas, tendo em vista que o Estatuto da Criança e do Adolescente já reforça a obrigatoriedade da matrícula no sistema regular de ensino para todas as crianças e adolescentes, sem exceção.

A Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015, conhecida como Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência), garante uma série de direitos às pessoas com deficiência. Observa-se que a deficiência é caracterizada como “uma restrição física, mental ou sensorial, de natureza permanente ou transitória, que limita a capacidade de exercer uma ou mais atividades essenciais da vida diária, causada ou agravada pelo ambiente econômico e social” (BRASIL, 2015). Esta lei tem como objetivo promover a inclusão social das pessoas com deficiência em diversos aspectos da vida, tais como educação, trabalho, saúde, acessibilidade, entre outros, estabelecendo medidas para garantir seus direitos e igualdade de oportunidades. A lei prevê a criação de políticas públicas, incentiva a participação da sociedade civil e reforça a importância da acessibilidade em todos os setores da sociedade. Além disso, a PNEEPI também prevê medidas para garantir o acesso à informação e à comunicação pelas pessoas com deficiência, seja por meio de tecnologias assistivas ou outras formas que contemplem a acessibilidade.

No contexto dos direitos e igualdade de oportunidades para todos, retoma-se Vygotsky (1997), ao nos mostrar que é preciso eliminar a educação dos cegos baseada no isolamento e na invalidez, trazendo um limite entre a escola especial e a comum. O autor acredita que a educação da criança cega deve ser organizada como a educação da criança vidente; a educação deve perceber o cego como pessoa, considerando suas potencialidades, e não manter o foco na deficiência como um impeditivo para a aprendizagem.

No cenário escolar brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) constitui uma referência nacional para a elaboração de currículos buscando a diversidade cultural, a equidade e o respeito às diferenças, contemplando a Educação na perspectiva inclusiva. As premissas da Educação Inclusiva brasileira e da BNCC fundamentam-se no princípio da igualdade e no exercício de direitos e deveres do cidadão. Para tanto, o exercício da cidadania implica a participação efetiva da Pessoa com Deficiência nos diversos segmentos da sociedade.

Conhecimentos das linguagens, da Matemática e conhecimentos científicos, como meios de expressão, de troca de experiências que produzam significados, são indicados a partir das competências gerais da educação básica, previstas na BNCC (BRASIL, 2018). Assim, compreende-se que conceitos científicos e matemáticos fazem parte da vida em sociedade. Ou seja, é evidente que o estudante já traz consigo conhecimentos informais, com elementos científicos e matemáticos, experienciados nas suas relações sociais, no seu cotidiano, porém, para que ocorra, de fato, a inclusão social, é necessário articular estes conhecimentos à realidade e às especificidades do estudante com deficiência, considerando o seu contexto familiar e social, com o intuito de potencializar seu desenvolvimento cognitivo.

Na perspectiva da BNCC (BRASIL, 2018), a área da Matemática mobiliza o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático: raciocínio, representação, comunicação e argumentação. A aprendizagem de conceitos matemáticos pode promover melhor compreensão de diferentes aspectos da vida em sociedade para os estudantes. A Educação Matemática, percebida aqui como um espaço para a inclusão social, pode potencializar situações do cotidiano por meio de saberes que se mostram necessários ao processo de autonomia, como, por exemplo: organização do tempo – as horas, os dias da semana, os meses do ano; organização do espaço – deslocar-se sozinho, chegar de um ponto ao outro. Estes saberes, que se refletem em atividades diárias, exigem a compreensão do conceito de número e das operações, como adição, subtração, multiplicação e divisão. Assim, no contexto da pesquisa aqui descrita, cabe destacar que estudantes cegos desenvolvem imagens mentais, conceitos de objetos e quantidades a partir de suas experiências com o mundo tátil (SGANZERLA; GELLER, 2020). Ou seja, a formação do conceito de número não ocorre por meio de repetição mecânica dos numerais, mas sim pela construção progressiva dos estágios vivenciados no dia a dia, tanto no âmbito social quanto no educacional.

Skovsmose (2001) já inferia sobre a importância dos conhecimentos matemáticos articulados ao cotidiano, às relações sociais, refletindo que lacunas destes conhecimentos podem interferir na relação do indivíduo com o mundo, dificultando um posicionamento crítico e a própria tomada de decisões. Neste sentido, defende-se que é direito de estudantes com deficiência o desenvolvimento cognitivo e social, com a compreensão de conceitos matemáticos importantes para a inclusão efetiva na sociedade.

A partir dessas premissas, assume-se a perspectiva da Matemática Social, envolvendo os conceitos que são necessários para se viver na sociedade contemporânea e que, sem os quais, a inclusão é dificultada para pessoas com deficiência, inviabilizando muitas vezes sua inserção na vida social e profissional. Para transitar no mundo social, tornando-se cidadão engajado e interagindo com diversos sujeitos em diferentes espaços, esse estudante precisa dominar determinados conhecimentos que atuem como passaporte para o livre trânsito social (MOREIRA; SILVA JUNIOR, 2017). Um currículo escolar centrado no conhecimento pode favorecer uma política de equidade e igualdade social. Todos os estudantes, independentemente da rede de ensino que frequentem, devem ter acesso ao conhecimento necessário à sobrevivência na sociedade (YOUNG, 2016). Moreira e Silva Junior (2017) defendem a valorização e a apropriação do conhecimento escolar, principalmente nas escolas públicas, por tratar-se de uma questão de justiça social e de direito de todos. Para os autores, trata-se de lutar contra a insustentável situação de injustiça social cognitiva. Uma situação de injustiça social cognitiva tende a sacrificar os estudantes oriundos da escola pública, que não tem conseguido favorecer o acesso aos conhecimentos hegemônicos e significativos, restringindo-se a conhecimentos pouco importantes para esses sujeitos. Com isso, esses estudantes acabam sendo privados de alcançar novos e mais elevados patamares em suas caminhadas (MOREIRA; SILVA JUNIOR, 2017).

Neste sentido, entende-se que os estudantes, da Educação Inclusiva, devem ter o direito ao conhecimento que lhes é fundamental para viver com autonomia e acesso ao mundo profissional. E um destes conhecimentos, considerado fundamental, é a compreensão dos conceitos dos Números Naturais e suas operações, bem como a utilização destes conceitos e procedimentos na resolução de situações-problemas do dia a dia.

Assim, com base nas ideias de Sganzerla (2020), buscou-se entender como pode ocorrer o ensino da Matemática em crianças cegas, considerando que:

> O processo de aprendizagem dos estudantes com deficiência visual, nas escolas inclusivas, se constitui a partir dos sentidos remanescentes: tato, audição, olfato e paladar. Se faz necessário, assim, o uso de materiais que facilitem a discriminação e/ou identificação do tamanho, textura, volume, peso, além da necessidade de sons variados, podendo despertar a curiosidade e vontade de aprender (SGANZERLA, 2020, p. 54).

A autora destaca a importância de utilizar recursos pedagógicos diferenciados para os estudantes cegos, como aqueles que são voltados para o tato e para o áudio. Esses recursos são essenciais para facilitar o processo de aprendizagem destes estudantes, uma vez que a sua principal via de acesso ao conhecimento é o tato e a sua memória auditiva, que é geralmente muito desenvolvida. Dessa forma, é fundamental que os professores e demais profissionais da educação estejam preparados para utilizar esses recursos de maneira adequada, garantindo assim que os estudantes cegos tenham acesso a um ensino de qualidade e inclusivo. Geller e Sganzerla (2014, p. 124) indicam que os educadores enfrentam um grande desafio, “principalmente na questão dos materiais, visto que, na ausência da visão, os recursos educacionais devem ser táteis e simples”.

Dessa forma, para apoiar situações que favoreçam a construção de conhecimentos matemáticos por estudantes cegos, tornou-se relevante para a pesquisa contemplar a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1998).

4.2 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Sabe-se que o processo de aprendizagem no Ensino Fundamental é mais analítico nos anos finais do que nos anos iniciais. Porém, é a partir destes que são inseridos, em todas as disciplinas, os conceitos científicos a serem formados. Pensando assim, como sugere Vergnaud (1998), tudo indica que a aprendizagem no Ensino Fundamental ocorre de forma diferente nos anos iniciais e finais. Nos anos iniciais, a aprendizagem é mais prática e lúdica, com ênfase na construção de habilidades sociais e emocionais, enquanto, nos anos finais, a aprendizagem torna-se mais analítica e crítica, permitindo aos estudantes compreender conceitos científicos e realizar operações mais complexas. Apesar disso, é a partir dos anos iniciais que se faz necessário inserir os conhecimentos científicos em todas as disciplinas, a fim de construir uma base sólida de conhecimentos e preparar os estudantes para o Ensino Médio e para a vida adulta. Isso assegura que os estudantes tenham uma formação integral e desenvolvam as competências necessárias para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

Neste sentido, entende-se ser importante o foco no desenvolvimento dos conceitos dos anos iniciais na Matemática, principalmente conceitos relativos a números e suas operações.

A Educação Matemática é um processo social que ocorre em diferentes culturas e sociedades, com distintas organizações escolares, suposições filosóficas e objetivos específicos. Entende-se que a Matemática é importante para todos, pois os conceitos e operações são fundamentais para a vida em sociedade e, também, são base para a compreensão de conceitos mais elaborados.

Referente à formação do cidadão, é necessário propor ao estudante uma formação adequada em Matemática desde os anos iniciais, fazendo com que o processo de ensino e de aprendizagem desta seja aplicado de maneira menos formal neste período, porém possibilitando a sua continuidade em relação à Matemática ensinada nos últimos anos do Ensino Fundamental. O docente torna-se um mediador entre o ensino matemático e o estudante, precisando manter o foco no direcionamento de questionamentos, como “o que”, “por que” e “quando”, na abordagem do conhecimento a ser construído pelo estudante. As suas ações são dependentes das variáveis de sua turma, sendo importante, para o direcionamento desses conteúdos, determinados pela Base Nacional Curricular (BNCC – BRASIL, 2017) e desde 1998 já indicados na proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN – BRASIL, 1998). Com o intuito de entender as dificuldades enfrentadas pelos estudantes e como trabalhar de forma adequada para que eles compreendam os conteúdos estudados, os PCN já tinham como base a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud.

> De fato, esta teoria, ao congregar com êxito a Psicologia Cognitiva e a Matemática, vem se tornando uma das mais expressíveis no campo da Educação Matemática. Suas ideias muito têm ajudado os pesquisadores a entender a formação e desenvolvimento de conceitos matemáticos dos estudantes a partir da observação de suas estratégias de ação. E, ainda, não foi por outro motivo que ela ganhou o status de ser uma das principais teorias sobre a qual se apoiam os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs – de Matemática. O que vem mais uma vez reforçar a necessidade de um produto como este (MAGINA *et al*., 2000, p. 35).

Assim sendo, a TCC oferece subsídios para os professores organizarem sua prática educativa de acordo com sua leitura do comportamento dos estudantes durante o processo de construção do conhecimento, já que, segundo Grossi e Bordin (2010), a ideia de Gérard Vergnaud é de que se aprende na trama e não por meio de conceitos linearmente sequenciais, mas, sim, aprende-se no emaranhado de uma rede de muitos conceitos presentes em situações do cotidiano.

Considerando a importância da teoria de Vergnaud (1998), é relevante que se conheçam aspectos da sua trajetória como matemático, psicólogo e filósofo.

Vergnaud foi o criador da Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Para ele, o Campo Conceitual é composto por um grupo informal e heterogêneo de desafios, conceitos, situações, estruturas, relações, conteúdos e mecanismos de compreensão, os quais se ligam e se comunicam durante o processo de aquisição de conceitos de modo geral. Seus estudos versam sobre definições matemáticas com estruturas aditivas e multiplicativas, que dão suporte para várias teorias e temas ligados a essa área.

> Vergnaud (...) amplia e redireciona, em sua teoria, o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito-em-situação. (....) Diferentemente de Piaget, (Vergnaud) toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento (MOREIRA, 2002, p. 7).

A TCC de Vergnaud é uma teoria da cognição, pois acredita que a aquisição de conhecimento é afetada pela situação, pelos problemas e pelas ações.

Segundo Vergnaud (2017), a TCC apresenta-se como uma importante ferramenta de planejamento de ensino, pois os professores podem escolher e analisar situações potenciais, detectando dificuldades de identificação ou de evolução conceitual do estudante. Este autor complementa que, além disso, a TCC é também uma Teoria Psicológica, pois o conhecimento é organizado em domínios conceituais, os quais devem ser dominados pelo aprendiz. Vergnaud obteve o conceito e o padrão de Piaget e a adaptação do aprendiz, enquanto Vygotsky assumiu o papel de professor intermediário em processo de aprendizagem.

Neste sentindo, Vergnaud, com a Teoria dos Campos Conceituais, fundamentou a presente pesquisa. Assim, descreve-se a TCC no próximo item.

4.2.1 Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud

A TCC é uma Teoria Cognitiva projetada para analisar o desenvolvimento e aprender as habilidades complexas dos estudantes. É importante salientar que não é uma teoria de ensino, porém ela proporciona subsídios aos professores para que estes possam compreender a prática pedagógica, desencadeando assim o processo de aprendizagem cognitiva que acontece com os estudantes. Baseando-se nessa teoria, é possível um planejamento didático que leve a aprendizagem aos estudantes.

Quando se trata do saber, as habilidades e as aptidões estão envolvidas e, por meio delas, os conhecimentos expressos pelos estudantes podem ser observados e analisados quando estão diante de situações potenciais e, a partir daí, as pessoas podem analisar o aprendizado. “Quando os estudantes são inseridos em uma nova situação, eles buscarão usar o conhecimento adquirido com a sua experiência anterior para resolvê-la da forma mais simples, tentando adaptar-se a esses novos desafios” (VERGNAUD, 1998, p. 141).

No caso do ensino de conceitos matemáticos, os professores necessitam fornecer oportunidades de vivenciar experiências que desafiem os estudantes a refletirem e a questionarem um ambiente de aprendizagem, fazendo com que também estes professores pensem a respeito de sua ação docente. Entende-se que a TCC orienta para o planejamento de tarefas que possibilitem o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e a compreensão dos conceitos, tarefas e atividades didáticas que os professores apresentam para os estudantes.

De acordo com Zanella e Barros (2014), a TCC fornece pesquisas e registros dos movimentos dos estudantes e das condições de produção que se comunicam com situações de aprendizagem. Desta forma, permite ao professor analisar o comportamento dos estudantes, propiciando-lhe subsídios para a organização das atividades e para que o conteúdo da aula possa contemplar várias situações relacionadas ao mesmo conceito, possibilitando o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

Os estudantes lidam com situações diferentes e complexas que proporcionam o desenvolvimento cognitivo e permitem o domínio de vários conceitos, assim como promovem o processo de conceituação, que se refere à informação constante no contexto e à estrutura cognitiva pessoal. A aquisição de conhecimentos será definida por uma situação (tarefa) apresentada ao estudante e pelas ações que ele toma para a sua resolução (SOUZA; FÁVERO, 2002).

É a partir do ambiente ao redor da criança que ela passa a compreender o mundo em que vive e as relações contraditórias que testemunha, transferindo e captando todos os momentos e condições presentes no seu cotidiano. Este tipo de processo de construção de raciocínio assenta-se em grande medida na interação social. Os professores proporcionam contextos de diálogo, jogos e aprendizagens orientadas para que as crianças possam trocar experiências para se comunicar, expressar e mostrar o seu comportamento. É importante enfatizar que as crianças se desenvolvem no contexto da interação social, em que o conflito e a negociação de sentimentos, ideias e soluções são elementos essenciais.

A importância da interação social no desenvolvimento infantil é enfatizada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual estabelece que o professor deve proporcionar situações de aprendizagem que possibilitem às crianças o desenvolvimento de suas capacidades cognitivas, socioemocionais e éticas por meio de experiências. Entende-se que as habilidades e competências contidas na Base Nacional Curricular (BNCC) e na TCC convergem na combinação e transformação derivadas da estrutura aditiva e multiplicativa, ressoando, também, o potencial de diferentes campos de investigação. O surgimento de sistemas importantes para as crianças mostra como constituem as suas características de recursos nas condições de uma situação-problema. Entende-se que esta teoria ajuda no desenvolvimento da Educação Matemática que deve ser desenvolvida nas escolas.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 57):

> Ao longo do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a progressão do conhecimento ocorre pela consolidação das aprendizagens anteriores e pela ampliação das práticas de linguagem e da experiência estética e intercultural das crianças, considerando tanto seus interesses e suas expectativas quanto o que ainda precisam aprender.

Para Vergnaud (2009, p. 181), “o conhecimento de uma pessoa é construído sobre o que ela consegue construir, relacionar e conceituar certas situações ou problemas necessários de diferentes níveis de teorema”.

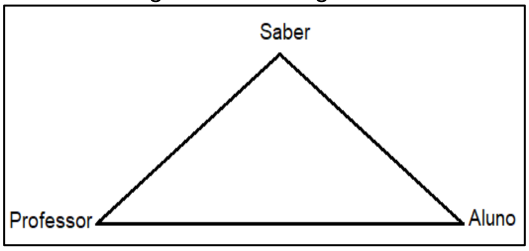
Segundo Mota e Rezende (2012), por ser uma Teoria Cognitiva (neo)piagetiana, a TCC busca disponibilizar um referencial com mais resultados do que a pesquisa de desenvolvimento de Piaget, além de envolver habilidades cognitivas e a aprendizagem de habilidades complexas, em especial aquelas ligadas à ciência e à tecnologia, considerando o conteúdo do conhecimento e a análise conceitual de domínio.

O primeiro entendimento importante de Vergnaud (1990, 1998) referente à Educação Matemática é que esta tem lugar dentro de uma certa sociedade, instituição escolar e sala de aula, apresentando diferentes objetivos, tais como o ensino de Matemática e a educação de cidadãos de classes sociais hierarquicamente diferentes, bem como de estudantes diferentes na sua maneira de aprender.

De acordo com Vergnaud (1993), o objetivo da TCC é fornecer uma estrutura para o estudo de atividades cognitivas complexas e adotar um método especial de aprendizagem científica e tecnológica. Para ele, a conceituação é a base e a estrutura do desenvolvimento cognitivo. Em sentido semelhante, Moreira (2002) destacou a importância de as escolas voltarem a sua atenção para esse ponto, apresentando situações de ensino que permitam uma análise conceitual das estruturas dos problemas utilizados pelos estudantes.

Zanella e Barros (2014) apontam que a TCC pode ser considerada uma espécie de teoria de ensino, pois trata de um sistema que conecta professores, estudantes e conhecimentos. Assim, entende-se importante apresentar o triângulo didático (Figura 3):

Figura 3 – Triângulo didático



Fonte: ALMOULOUD, (2007, p. 32).

Segundo Menezes, Lessa e Menezes (2006), existem conceitos diferentes entre os triplos de análise – professores, estudantes e saber – e essa relação pode ser triangular, dupla ou até individual. Para Vergnaud (1998), o ensino não se dá no sentido intransitivo, mas a partir de um ponto específico, que seria o conteúdo do conhecimento, levando em consideração a relação estabelecida entre o professor e o estudante no processo de ensino e aprendizagem (saber).

De acordo com os estudos de Vergnaud, o conhecimento encontra-se organizado em "gavetas", que ele define como domínios conceituais. Vergnaud (1993, p. 9) considera o Campo Conceitual como um conjunto de situações, problemas, relacionamentos, estruturas, conceitos e teoremas inter-relacionados. Por exemplo, para um domínio conceitual de estrutura de adição, um conjunto de situações pode exigir adição, subtração ou uma combinação dessas operações. O mesmo ocorre na estrutura de multiplicação, em que o conjunto de situações pode exigir multiplicação, divisão ou uma combinação dessas operações.

A premissa de Vergnaud (1993, p. 9) é uma das vantagens desse método: “(...) é permitir a classificação a partir da análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser utilizados em cada tarefa". Um indivíduo precisa de tempo, experiência, maturidade e capacidade de aprendizagem para dominar um determinado Campo Conceitual. As dificuldades conceituais serão superadas quando forem descobertas e enfrentadas, ou seja, isto não acontecerá de forma imediata. Desta forma, em sua teoria, Vergnaud (1998) estendeu a atenção dada por Piaget ao desenvolvimento cognitivo para duas direções: (1) tendo como referência o próprio conteúdo matemático; e (2) deslocando o interesse das estruturas cognitivas gerais do pensamento para o sujeito em situação.

De acordo com Vergnaud (2017), as representações matemáticas dos docentes são distintas das representações dos estudantes, assim como variam entre os próprios docentes, conforme suas visões da sociedade e da Matemática. As concepções e competências dos estudantes vão evoluindo no decorrer do tempo, por meio de situações vivenciadas, sejam elas dentro ou fora da escola. Em uma nova situação, os estudantes aplicam o conhecimento adquirido por meio de experiências anteriores, buscando adequar-se a ela de forma adaptada. Sendo assim, o conhecimento em geral é construído por meio de problemas e situações nas quais o estudante possui alguma experiência, isto é, a origem do conhecimento tem características locais.

Neste contexto, são apresentados, a seguir, na Figura 4 (na próxima página), os conceitos da Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Nesta figura, busca-se inferir que tal teoria tem como base a percepção dos conceitos como unidades fundamentais do conhecimento, que estão organizados em redes ou campos conceituais interconectados e influenciados pela cultura e experiência dos indivíduos. Essa teoria propõe situações que certamente proporcionam ao estudante construir e relacionar os conceitos em diferentes campos do conhecimento. Além disso, a teoria busca apoio na teoria piagetiana do desenvolvimento cognitivo, especialmente no conceito de esquema, que se refere às estruturas que permitem a assimilação e acomodação dos conceitos.

Os conceitos orientam-se em torno do significante R, que é a representação do conceito, seja por meio de palavras, imagens ou outros recursos. O referente S, por sua vez, é o objeto, evento ou ideia que o conceito representa, ou seja, aquilo que está sendo referido pelo conceito. E o significado é a compreensão que o indivíduo tem do conceito, ou seja, a forma como ele interpreta e dá sentido ao referente, a partir das suas experiências e vivências.

Esses três elementos (R, S e I) estão inter-relacionados e são fundamentais para a construção e aquisição do conhecimento. O significante R permite que o conceito seja representado por meio de símbolos e signos, o referente S é a base da compreensão do conceito, e o significado I é a forma como o conceito é interpretado e utilizado pelo indivíduo. Juntos, eles oportunizam a compreensão e o desenvolvimento do conteúdo do conhecimento, que é construído a partir da interação dos indivíduos com a cultura.

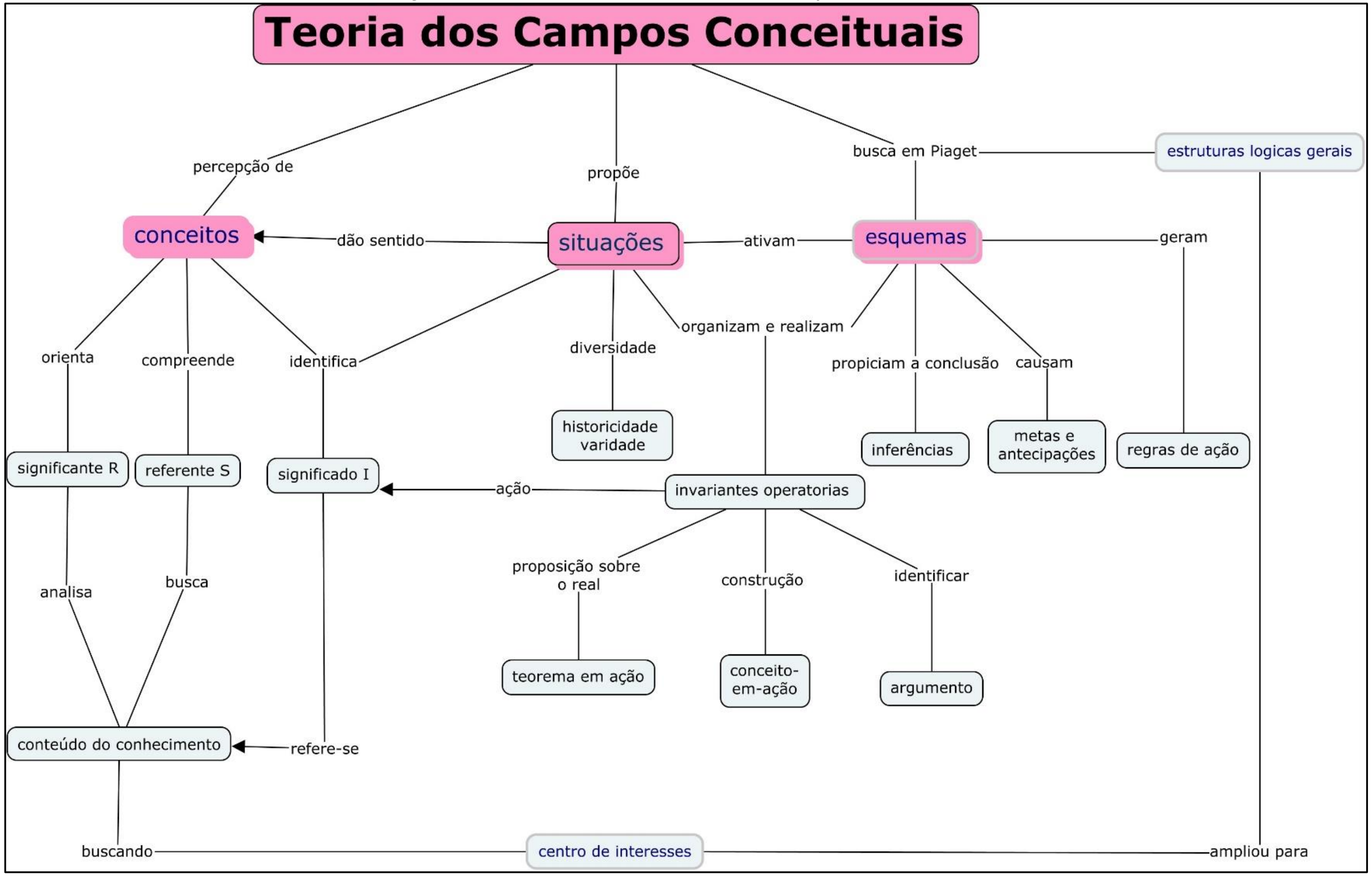
Na figura 4 (próxima página), sobre os conceitos da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), busca-se inferir que a TCC tem como base a percepção dos conceitos como unidades fundamentais do conhecimento, que estão organizados em redes ou Campos Conceituais interconectados e influenciados pela cultura e experiência dos indivíduos. Além disso, a teoria busca apoio na teoria piagetiana do desenvolvimento cognitivo, especialmente no conceito de esquema, que se refere às estruturas que permitem a assimilação e acomodação dos conceitos.

Os conceitos orientam-se em torno da inter-relação entre três elementos fundamentais: R, S e I.

O primeiro elemento, o significante R, é responsável por permitir que um conceito seja representado por meio de símbolos e signos. Isso possibilita a transmissão do conhecimento e sua disseminação em diferentes contextos.

Já o referente S, que é a base da compreensão do conceito, é o segundo elemento dessa tríade. É por meio dele que o indivíduo consegue compreender e internalizar o conhecimento transmitido por meio dos símbolos e signos representados pelo significante R.

Figura 4 – Conceitos da Teoria dos Campos Conceituais



Fonte: autoria própria adaptado a partir das ideias de Vergnaud (1998).

Por fim, o significado I é o terceiro elemento e está diretamente ligado à forma como o conceito é interpretado e utilizado pelo indivíduo. Ele é construído a partir da interação do sujeito com a cultura, ou seja, por meio de sua relação com o ambiente em que está inserido.

Assim, é possível afirmar que a construção do conhecimento é um processo dinâmico e interativo que ocorre por meio da inter-relação entre R, S e I. Juntos, esses elementos são responsáveis por permitir que os indivíduos construam o conteúdo do conhecimento, que se desenvolve por meio da interação com a cultura e da compreensão dos conceitos.

Portanto, compreender a inter-relação entre esses três elementos é fundamental para entender como ocorre a construção e aquisição do conhecimento e como ele é utilizado e interpretado pelos indivíduos em diferentes contextos.

É fundamental que as situações de aprendizagem organizem e realizem os invariantes operatórios, que são as ações que permitem a assimilação e acomodação dos conceitos, levando em conta o nível de desenvolvimento cognitivo do estudante e suas necessidades individuais. A proposição sobre o real do teorema em ação permite compreender como os conhecimentos científicos se relacionam com a realidade, enquanto a construção do conceito em ação possibilita que os estudantes identifiquem o argumento, fundamentando a compreensão do conceito e permitindo que ele seja aplicado em diferentes contextos. Juntos, esses elementos apontam para uma aprendizagem mais efetiva e significativa, que permite aos estudantes compreender e aplicar os conceitos em diferentes campos do conhecimento.

Já os esquemas são estruturas planejadas que permitem a assimilação e acomodação dos conceitos, gerando regras de ação e causando metas e antecipações que orientam a compreensão dos conceitos. Os esquemas também permitem a conclusão de inferências, ou seja, a dedução de novas informações a partir do conhecimento prévio. Além disso, os esquemas são importantes para a realização dos invariantes operatórios, que são as ações planejadas que permitem a assimilação e a acomodação dos conceitos. Dessa forma, os esquemas são fundamentais para a construção e aquisição do conhecimento, permitindo que os estudantes desenvolvam uma compreensão consistente e coerente dos conceitos em diferentes áreas do conhecimento.

A TCC liga esta rede de conceitos. Para Vergnaud (1998), os conhecimentos estão fundamentados em conceitos, situações e invariantes operatórios, conforme descrito na sequência.

4.2.1.1 Conceitos

Para Vergnaud, ao priorizar o ensino e a aprendizagem, os conceitos não podem ser reduzidos às suas definições. Um conceito pode ter significado para os estudantes apenas por meio da linguagem e dos símbolos envolvidos. Por exemplo, de acordo com Imenes, Jakubovic e Lellis (2007, p. 8), a adição é uma "operação Matemática, que corresponde à ideia de adicionar quantidades e adicionar uma quantidade à outra. A sentença 5 + 3 = 8 significa que a parte é adição de 5 e 3 e o resultado da soma é 8.

> A noção de representação está, como a noção de procedimento, no centro da Psicologia científica moderna. Ela será igualmente explicada de modo mais completo em seguida, mas é preciso sublinhar desde já que a noção de representação não se reduz à noção de símbolo ou de signo, uma vez que ela cobre também a noção de conceito: o estudo do número mostrará isso claramente, dado que a escrita simbólica do número é distinta do próprio número (VERGNAUD, 1993, p. 18).

A ideia de expressão é universal e é importante que os educadores entendam que ela não se limita a um sistema de símbolos que simplesmente apontam para o mundo material. Na verdade, o significante expressa diretamente o objeto material em questão.

Os estudantes podem saber a definição de adição, mas não entender o seu significado, ou ainda serem incapazes de transferi-la para uma situação diferente daquela que estão estudando. Portanto, Vergnaud (1993, p. 8) define o conceito (C) como uma combinação de três grupos:

1) conjunto de situações (S), que dão sentido ao conceito (referência);
2) conjunto de invariantes operatórios (I), que são utilizados para analisar e dominar as situações (o significado); e
3) conjunto de representações simbólicas (R), que são utilizadas para representar os invariantes (o significante).

No caso, a fórmula resultante seria C = (S, I, R). Um conjunto de situações do Campo Conceitual das operações aditivas poderia ser composto de diversas atividades propostas aos estudantes, todas exigindo que eles soubessem somar, mas cada uma utilizando uma característica diferente.

As invariantes operacionais são conhecimentos reais que os estudantes usaram para entender o conceito de adição em cada situação. A representação simbólica seria o sinal +, o qual indica, respectivamente, para as situações 1 e 2, a operação adição e os números 2+1 = 3 e 300+600 = 900, nas quais a soma é o resultado da adição.

Moreira (2002, p. 10) acrescenta: "Para estudar o desenvolvimento e a utilização de um conceito, esses três conjuntos devem ser considerados ao mesmo tempo durante todo o processo de aprendizagem ou uso". É impossível reduzir essa definição a significantes ou situações. Segundo Vergnaud (1993, p. 1), "é por meio da situação e do problema a ser resolvido que um conceito pode ganhar sentido para as crianças", e esse processo é a visão básica da Psicologia, da Pedagogia e da própria História da Ciência.

4.2.1.2 Situações

Com base no argumento de Zanella e Barros (2014), é possível afirmar que a compreensão dos conceitos matemáticos pelos estudantes não se dá por meio de uma única situação ou exemplo, mas sim por um processo que envolve diferentes situações e contextos. Isso ocorre porque os conceitos matemáticos são aplicados de diversas maneiras, o que exige dos estudantes a capacidade de compreender como utilizá-los em cada caso específico. Dessa forma, é fundamental considerar o processo de construção do conhecimento para que se possa compreender como os conceitos matemáticos são construídos e assimilados pelos estudantes.

Pais (2002) esclarece que a utilização de diferentes situações propicia ao estudante a conexão entre os vários conceitos, e assim faz com que o conhecimento seja caracterizado como uma sucessão de adaptações que o estudante realiza a partir de situações vivenciadas na escola e em seu dia a dia.

Moreira (2002) explicou que os triplos (S, I, R) são psicologicamente realistas, pois (S) e (I, R) podem ser considerados como dois aspectos interativos do pensamento, significado (I) e significativo (R). Portanto, no caso de pesquisa e desenvolvimento no processo de aprendizagem, para um determinado conceito, é necessário considerar os três grupos na escola ao mesmo tempo.

O conceito de situação adotado por Vergnaud (1993) significa que o processo cognitivo e a resposta do sujeito dependem da "situação" que ele enfrenta, ou seja, da tarefa ou atividade proposta ao sujeito. Desta declaração, ele extraiu duas ideias:

1) variedade: um campo conceitual apresenta várias situações;
2) história: os conhecimentos dos estudantes são construídos por situações que eles enfrentaram e dominaram (o que chamamos de conhecimento prévio).

Essas ideias significam que, em cada Campo Conceitual, existe uma grande variedade de situações, e que o conhecimento dos estudantes é moldado por situações que aos poucos vão dominando. Assim, são elas que dão sentido aos conceitos, tornando-se o ponto de partida para um determinado Campo Conceitual. No entanto, um conceito requer situações diferentes para ter significado. Da mesma forma, uma única situação requer o exame de vários conceitos. Referindo-se à ideia de história, Vergnaud (1990) nos diz que o conhecimento do estudante surge do contato do estudante com a situação, e acontece de forma progressiva.

A situação também é responsável pelo significado dado ao conceito, pois, por meio de diversos contextos, um conceito torna-se significativo. No entanto, o significado não está em palavras ou símbolos, mas em nossa relação com a história. O exemplo anterior reforça essa ideia. A disciplina não se desenvolve aprendendo soluções para cada situação, mas sim formando conceitos operacionais que permitem lidar com as mais diversas situações, incluindo aquelas diferentes das que já foram vistas.

O estudante possui as habilidades necessárias para resolver o problema quando a situação for relativamente imediata, com um momento para reflexão e exploração que pode ser bem-sucedido ou não. Isto ocorre quando, para resolver uma nova situação, todos criam um plano para ela, o qual pode ser retrabalhado até resolver o problema, momento em que os estudantes progridem em uma determinada área conceitual.

Segundo Vergnaud (1996, p. 167), o conceito de situação não é uma situação didática, mas uma tarefa, e "qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas" para as quais é importante conhecer sua natureza e suas próprias dificuldades. Para o autor, a complexidade está relacionada aos conceitos matemáticos vinculados à situação, mas reconhece que outros fatores, como a linguística e a forma de representar a situação, são importantes para a complexidade. Apesar disso, acredita que o papel desses fatores está subordinado ao próprio conceito matemático.

Portanto, torna-se fundamental proporcionar ao estudante a possibilidade de contato com diversas situações, permitindo-lhe refletir sobre as condições de expansão e desenvolvimento cognitivo. Os processos cognitivos e as respostas do estudante são funções das situações com as quais ele está lidando.

Esses são alguns dos motivos que têm levado à exploração de Campos Conceituais, não de situações ou de conceitos isolados. Segundo Vergnaud (1994), outra razão para este estudo é que os estudantes dominam certas classes de situações mais simples antes de partir para as mais complexas. Um estudante pode levar vários anos até dominar uma situação simples e então começar a dominar outra mais complexa. Durante esse processo, ele passa por:

> [...] situações, palavras, algoritmos e diagramas, símbolos, diagramas e gráficos (...) e você vai aprender, ora explorando, ora por repetição, ora representando e simbolizando, ora diferenciando e ora reduzindo coisas a outras. Isso porque o panorama da aquisição de conhecimento é muito complexo (VERGNAUD, 1994, p. 46).

Percebe-se que, dentro desse panorama de conhecimento, estão envolvidas as relações, propriedades, registros e representações inerentes ao conceito a ser criado, sendo importante o aproveitamento das mais diversas situações para que ocorra a aprendizagem, lembrando que os conceitos envolvidos em uma dada situação podem ser completamente diferentes entre si.

Na composição, há uma ligação entre as partes e o todo, em que na primeira situação é indicado o somatório das duas partes (a quantidade de bolas, a quantidade de bonecas ou o valor total). Na transformação, é incluída a quantidade inicial, a quantidade final e a transformação, por exemplo, o número de chocolates consumidos pela manhã, o número que resta de chocolates à tarde e o número inicial de chocolates.

Segundo Santana (2012), os estudantes do Ensino Fundamental, nos primeiros anos, apresentam melhores resultados em situações composicionais, mais do que nas transformacionais. Este resultado é explicado devido ao nível de complexidade de cada tipo de situação.

4.2.1.3 Invariantes Operatórios

Os invariantes operatórios podem ser descritos como estratégias mentais que têm por função serem utilizadas em diferentes situações, as quais apresentam semelhanças em alguns aspectos. O invariante operatório já havia sido proposto por

Piaget (1967), que afirma ser parte integrante dos esquemas mentais exigidos em determinadas situações.

Na TCC, os invariantes operatórios podem ser classificados como teorema-em-ação ou conceito-em-ação. Um teorema-em-ação é uma proposição que o sujeito acredita ser verdadeira, ainda que seja em caráter provisório. Um conceito-em-ação "é um conceito considerado pertinente na ação e situação" (VERGNAUD, 2017, p. 35).

Nos estudos de Beck (2018), Vergnaud, ao propor a TCC, se concentra na questão dos invariantes enquanto significado, procurando trazer o foco para a questão do ensino de conceitos matemáticos e aproximando a proposta teórica de Piaget com os estudos precedentes que relacionam o pensamento e a linguagem de Vygotsky (1934).

Magina *et al* (2008) ressaltam que o conjunto dos invariantes compreende os objetos, as propriedades e as relações que podem ser conhecidas e usadas pelo sujeito para analisar e denominar as situações. Esses contextos expressam a compreensão do educando sobre o conceito, por isso os invariantes dão significado ao conceito.

Segundo Zanela e Barros (2014), os invariantes, também chamados de invariantes operatórios, dividem-se em três tipos lógicos: proposição, função proposicional e argumento.

Os invariantes do tipo proposição são aqueles que, em um determinado domínio, podem ser verdadeiros e, em outros, podem ser falsos.

> No conjunto dos números naturais, a operação de multiplicação equivale à soma sucessiva de parcelas iguais, que sempre aumenta. Essa afirmação que acabamos de apresentar é verdadeira no conjunto dos números naturais, entretanto, quando trabalhamos com outros conjuntos numéricos, por exemplo, o conjunto dos números inteiros ou conjunto dos números racionais, verifica-se que o produto nem sempre aumenta, logo, a afirmação passa a ser falsa – teorema-em- ação (ZANELLA; BARROS, 2014, p. 19).

Vergnaud (1993) disserta que os teoremas-em-ação são definidos como relações matemáticas consideradas pelos estudantes quando escolhem uma operação, ou uma sequência de operações para resolver uma situação-problema. Segundo o autor, "por isso estes teoremas podem ser considerados recursos para o professor analisar a estratégia dos estudantes ao solucionarem uma situação-problema e auxiliá-los na transformação do conhecimento implícito para o explicito" (ZANELLA; BARROS, 2014, p. 19).

Os invariantes do tipo funções proposicionais são os conceitos-em-ação que diferem dos invariantes proposicionais; as funções proposicionais são conceitos subentendidos, que se assumem relacionados na ação. Vergnaud (1993, p. 6) esclarece que existe uma relação abrangente entre o primeiro e o segundo tipo de invariantes: “Não há proposição sem funções proposicionais, nem função proposicional sem proposição. Do mesmo modo, conceitos-em- ação e teoremas-em-ação se constroem em estreita relação”.

Os invariantes do tipo argumento têm relação com a função proposicional, pois é um argumento de valores particulares.

Portanto, compreendemos que os invariantes operatórios são constituídos de acordo com uma base conceitual implícita e explícita. Esses invariantes têm por função permitir a obtenção de informações pertinentes e inferir por esta as informações, com os objetivos que levarão os indivíduos a alcançar as regras de ação mais pertinentes.

4.2.2 Esquemas

Os esquemas completam o pensamento acerca da situação, sendo importantes para o entendimento da ligação entre situações e desenvolvimento intelectual. Conforme Vergnaud (2003), um esquema é:

> [...] a organização invariante de uma conduta para uma classe de situações apresentadas. Assim, designa as formas de organização das informações e ações, e é estruturada por invariantes operatórios, isto é, conhecimentos adequados para selecionar a informação e processá-la (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 66).

De acordo com Vergnaud (1993, p. 2), “o (...) esquema é a organização invariante do comportamento em uma determinada categoria”. Para ele, o conhecimento do sujeito em ação deve estar concentrado no esquema, mesmo que a ação do sujeito tenha elementos cognitivos de operabilidade, os quais ele também chama de "invariantes operáveis".

Para Vergnaud (2013), o padrão pode ter duas funções: organizar e gerenciar ações em situações familiares ou abordar e enfrentar situações desconhecidas, expandindo as consequências da aplicação do plano.

O esquema adapta-se ao contexto e ao processo de desenvolvimento cognitivo, estendendo-se para outras categorias. Ele é uma universalidade eficaz frente a uma série de situações e ordens diferentes. Ação, coleta de informações e controle dependem das características de cada pessoa e das circunstâncias, ou seja, para Vergnaud (1998), o comportamento diante de situações semelhantes e universais não é constante, mas sim organizado.

Segundo Vergnaud (1993), o conhecimento racional é dividido em duas categorias. Na primeira delas, temos o conhecimento operacional, chamado assim porque temos as competências necessárias para lidar com a situação de imediato, constituindo um conhecimento automatizado e orientado por um único plano. A segunda categoria é o conhecimento não operacional. Os estudantes não têm as habilidades necessárias para lidar com determinada situação. Precisam de tempo para refletir e explorar, cometer erros e ter sucesso, sendo então orientados para o sucesso ou o fracasso. Para resolver essa situação, várias soluções são utilizadas, que podem ser combinadas, não combinadas e recombinadas, produzindo assim descobertas.

O esquema pode ser um algoritmo ou uma heurística, sendo que a última nem sempre é eficaz. Existem vários exemplos de programas no aprendizado de Matemática, como adição, subtração, multiplicação e algoritmos de divisão de inteiros. Para o conceito de Vergnaud (1996), alguns elementos foram adicionados, como objetivos e expectativas, regras de ação, invariantes operacionais e possibilidades de raciocínio.

A confiabilidade do esquema permite que o corpo principal o automatize, mas não impede que ele retenha o controle sobre as condições adequadas ou inadequadas para tais operações. Em suma, todas as nossas ações são formadas por decisões parcialmente automatizadas e conscientes. Estes esquemas são formados por "invariantes operacionais" que constituem a base do conceito, permitindo obter informações relevantes e inferir delas – e dos objetivos a serem atingidos – as regras de ação mais relevantes em uma dada situação.

Os invariantes operacionais são especificados pelas expressões "conceitos-em-ação" e "teoremas-em-ação". Identificar invariantes operacionais é a chave para permitir que o sujeito promova o programa. Elas desempenham um papel importante na parte conceitual, propiciando o desenvolvimento do cognitivo do estudante, e na parte esquemática, viabilizando o conhecimento nele contido.

Para os esquemas, é preciso existir um objetivo, regras de ação, controle de resultados, invariantes operacionais, os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação (proposição considerada verdadeira), possibilidade de interferências e cálculos. As pesquisas em torno das teorias de Vergnaud mostram que as crianças relacionam os números que falam e ouvem no cotidiano com a escrita e, assim, identificam algumas regularidades que vão ajudá-las a avançar no aprendizado do sistema numérico. Neste contexto:

> A noção de número é a noção mais importante da Matemática ensinada na escola básica. Longe de ser uma noção elementar, ela se apoia em outras noções, tais como a de aplicação, de correspondência biunívoca, de relação de equivalência, de relação de ordem. Na criança pequena, ele é indissociável da noção de medida. Enfim, é a possibilidade de fazer adições que dá à noção de número seu caráter específico em relação às noções sobre as quais ela se baseia (VERGNAUD, 2009, p. 125).

Vergnaud (2009, p. 126) complementa que “o que dá aos números sua característica essencial é a possibilidade que temos de adicioná-los e de atribuir um sentido a essa adição”.

4.2.3 Campo Conceitual das Estruturas Aditivas

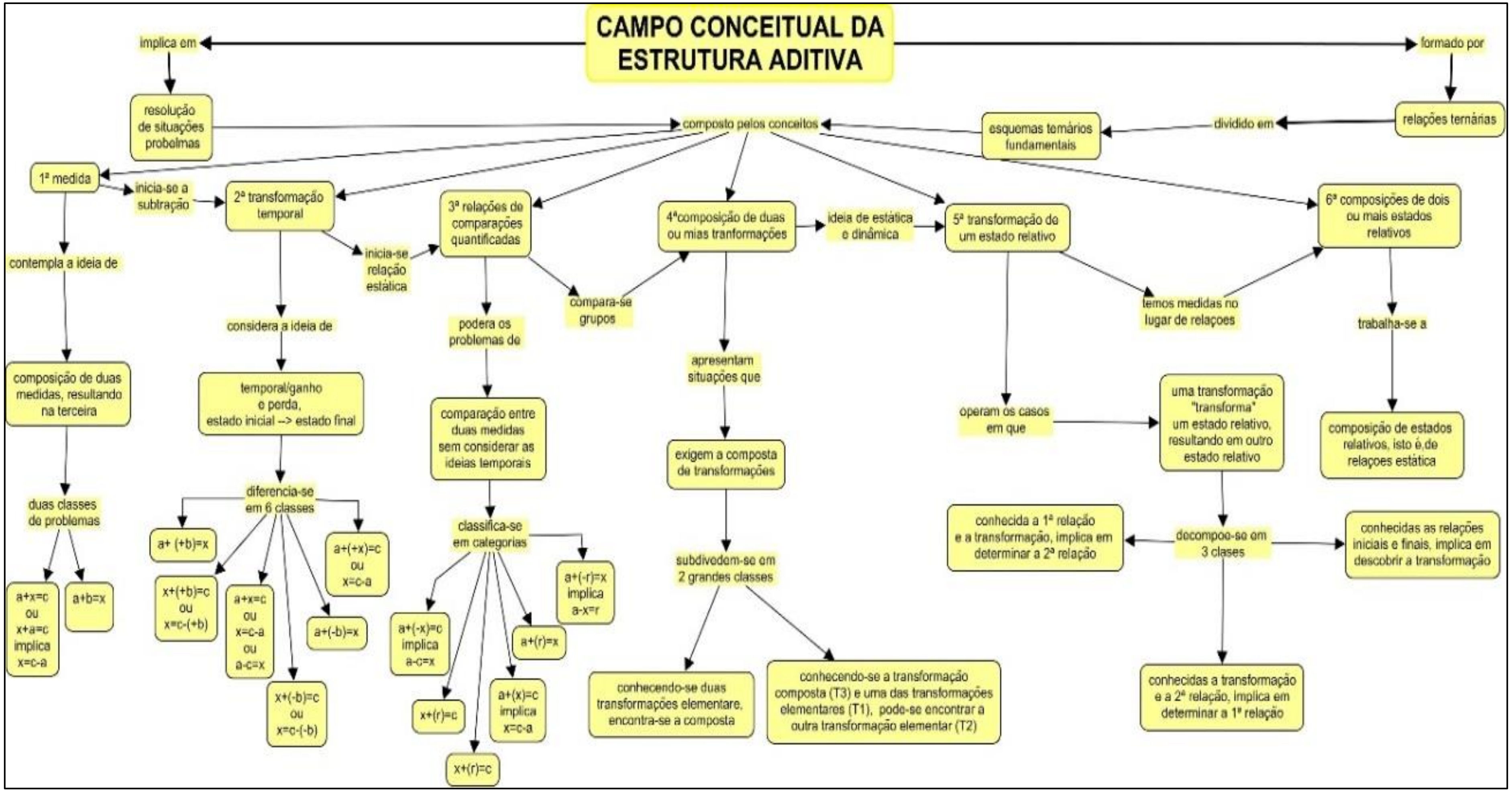
Na página que segue, na Figura 5, apresenta-se o mapa das estruturas aditivas segundo Vergnaud, no qual aparece esquematizado o conteúdo desta seção.

De acordo com Vergnaud (1996), o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas é um conjunto de situações cujo tratamento envolve uma ou mais adições ou subtrações, ou mesmo uma combinação delas. São conceitos, propriedades, teoremas, relações e resultados que nos permitem analisar situações que requerem operações, como operações matemáticas.

Vergnaud (2009) enfatiza aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem do Campo Aditivo quando destaca a importância de vivenciar distintas classes de problemas com os estudantes, exigindo do docente clareza das dificuldades presentes nos problemas por ele propostos, promovendo assim mudanças.

Para Rezende e Borges (2015), o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas é o conjunto de situações que envolve uma ou várias adições e subtrações, além do conjunto dos conceitos e teoremas interligados a estas situações. Para que tal compreensão ocorra, torna-se necessário oferecer ao estudante distintas situações, pois “os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações, e cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito” (MAGINA *et al,* 2008, p. 8).

Figura 5 – Mapa da estrutura aditiva



Fonte: autoria própria adaptado a partir das ideias de Vergnaud (1998).

A figura 5, mapa da estrutura aditiva, indica que o Campo Conceitual das estruturas aditivas é uma área do conhecimento que abrange os conceitos matemáticos relacionados à adição, subtração e operações relacionadas. Esses conceitos são fundamentais para o desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais, tais como a resolução de problemas, o pensamento lógico e a interpretação de informações quantitativas.

A compreensão dos conceitos de adição e subtração é essencial para o domínio de conceitos mais complexos, como a multiplicação, a divisão e as frações. Isso porque a adição e a subtração são operações fundamentais que permitem o conhecimento de elementos e a comparação de grandezas. Por exemplo, a adição é usada para combinar jogos, enquanto a subtração é usada para comparar e calcular diferenças.

Além disso, o Campo Conceitual das estruturas aditivas também abrange conceitos relacionados à resolução de problemas matemáticos, como o uso de estratégias de cálculo mental, o uso de algoritmos, a aplicação de conceitos de medida e o uso de diagramas e modelos.

A compreensão desses conceitos permite que os estudantes desenvolvam habilidades matemáticas essenciais para a vida cotidiana, como a resolução de problemas financeiros, a interpretação de gráficos e tabelas e a compreensão de conceitos de probabilidade e estatística. Para uma aprendizagem efetiva no campo conceitual das estruturas aditivas, é importante que os estudantes desenvolvam um conjunto de habilidades que incluam a compreensão dos conceitos matemáticos, a aplicação dos conceitos à vida real e a resolução de problemas de forma autônoma. Isso pode ser alcançado por meio de estratégias de ensino que enfatizem a contextualização dos conceitos, a exploração de diferentes estratégias de resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades

Para definir as categorias de situações aditivas, Santana (2012) referiu-se às definições e classificações fornecidas por Vergnaud (1982, 1996) e Magina *et al.* (2001), mantendo o raciocínio básico definido por Vergnaud conforme apresenta-se a seguir:

a) Composição: são situações nas quais estão presentes as partes e um todo. Exemplo: na gaveta tem seis balas de chocolate, três de hortelã e quatro de morango. Quantas balas tem na gaveta?

b) Transformação: são situações que possuem um estado inicial, uma transformação e um estado final. Exemplo: Maria tinha R$ 12,00 e comprou uma boneca por R$ 4,00. Com quantos reais Maria ficou?

c) Comparação: são situações nas quais é estabelecida uma relação entre duas quantidades, uma denominada de referente e a outra de referido. Exemplo: Carlos tem cinco anos. Taís tem sete anos a mais que ele. Quantos anos tem Taís?

d) Composição de várias transformações: são situações nas quais são dadas transformações, buscando-se uma nova a partir da composição destas transformações. Exemplo: José tem livros de histórias infantis. Ele ganhou cinco livros de seu pai e quatro livros de sua tia. José resolveu dar três dos seus livros mais velhos para seu amigo Jonas. Descontando os livros que José deu, em quanto aumentou a quantidade de livros de José?

e) Transformação de uma relação: são situações nas quais é dada uma relação estática e se busca uma nova, que é gerada a partir da transformação da relação estática inicial. Exemplo: Saulo devia R$ 8,00 a Glebson, mas pagou R$ 5,00. Quanto ele deve agora?

f) Composição de relações estáticas: duas ou mais relações estáticas são compostas para dar lugar a outra relação estática. Exemplo: Ana deve quatro figurinhas a Bete, três a Cris e seis a Mara. Quantas figurinhas Ana deve ao todo?

Na figura 6, citam-se os problemas que foram trabalhados com o estudante G.

Figura 6 – Exemplos de problemas

Combinação	1- João vai plantar em sua horta 10 mudas de alface num canteiro e Maria 5 mudas de alface em outro canteiro. Quantas mudas serão plantadas por João e Maria? (Combinação - situações estáticas entre uma quantidade e suas partes). 2- José tem 20 figurinhas para seu álbum, Gabriel tem 5. Quantas figurinhas os 2 têm juntos? (Combinação 20 + 5 = 25). 3- Pedro ganhou um livro com 45 folhas escritas em Braille e 27 folhas com figuras. Quantas folhas tem o livro? (Combinação). 4- João e José colecionam bonecos Imaginex, ao todo eles têm 22 bonecos. José tem 14. Quantos bonecos tem João? (Combinação - parte desconhecida).
Transformaçã	1- Cláudia comprou um doce por R$15,00 e ainda ficou com R$7,00 na carteira. Quantos reais ela tinha antes da compra? (Transformação - expressa uma ação direta sobre uma quantidade que causa um aumento ou diminuição na situação inicial). 2- Vera tinha R$39,00 e gastou R$ 7,00. Com quanto ela ficou? (Transformação - diminuir - resultados conhecidos). 3- Qual é o número que somado com 72 é igual a 172? (Transformação - resultado desconhecido).

(Continua)

Figura 6 – Exemplos de problemas (Continuação)

Transformação	4- Simone tinha R$12,00 e ganhou R$ 8,00 de sua mãe. Quantos reais Simone tem agora? (Transformação – acrescentar - resultado desconhecido). 5- Leo tinha 14 moedas. Ele deu 3 moedas para seu amigo Zé. Com quantas moedas ele ficou? (Transformação - diminuir - resultado desconhecido). 6- Luiz tinha 5 motos de brinquedo, ganhou mais algumas de João. Agora Luiz tem 12 motos. Quantas motos ganhou de João? (Transformação – acrescentar - mudança desconhecida). 7- Carlos tinha 28 lápis de cores. Ele deu alguns para as suas colegas e ficou com 8 lápis de cores. Quantos lápis Carlos deu a suas colegas? (Transformação - diminuir - mudança desconhecida). 8- Num pacote eu tinha algumas balas, depois coloquei mais 4 balas e fiquei com 12 balas no pacote. Quantas balas eu tinha antes no pacote? (Transformação - acrescentar - início desconhecido). 9- Deixei cair no chão 12 cubinhos, unidades do material dourado, e ainda ficaram 21 na mesa. Quantos cubinhos (unidades) eu tinha antes na mesa? (Transformação – diminuir - início desconhecido).
Comparação	1- Carlos tem 20 balas, Ana tem 5 balas a menos que ele. Quantas balas tem Ana? (Comparação - comparar quantidades - a relação entre os números do problema é estática, ou seja, não sofrem mudanças 20-5=15). 2- A colega de Gê tem 16 anos e Gê tem 12 anos. Quantos anos a colega é mais velha que Gê? (Comparação - mais que, diferença desconhecida). 3- Luiza tem 12 balas, Simone tem 5 balas. Quantas balas Luiza tem a mais que Simone? (Comparação - mais que - diferença desconhecida). 4- Na fruteira do seu João tem 48 laranjas, na fruteira da dona Maria tem 29 laranjas. Quantas laranjas tem a menos na fruteira da dona Maria? (Comparação - menos que - diferença desconhecida). 5- Gê digitou 34 palavras, e seu colega digitou 16 palavras a mais do que Gê. Quantas palavras o colega digitou? (Comparação - mais que - quantidade menor desconhecida). 6- Minha professora tem 42 anos, sua colega tem 14 anos a menos do que ela. Quantos anos tem a colega da minha professora? (Comparação - menos que - quantidade de menor desconhecida). 7- Jô comprou um lanche por R$12,00 e uma caixa de bombons que custou R$9,00 a mais que o lanche. Quanto custou a caixa de bombons? (Comparação - mais que - quantidade maior desconhecida). 8- Lu fez 43 pontos no jogo do general. Ela fez 18 pontos a menos que Gê. Quantos pontos fez Gê? (Comparação - menor que - quantidade maior desconhecida).
Igualação	1- Gê fez 22 pontos num jogo de general, Lu fez 14 pontos. Quantos pontos Lu precisa para empatar com Gê? (Igualação - acréscimo - valor da igualação desconhecida). 2- Numa cesta tem 35 maçãs para o lanche de 26 crianças. Quantas maçãs é preciso retirar da cesta para ficar com a mesma quantidade de crianças? (Igualação - decréscimo - valor da igualação desconhecido). 4- Ju tem 13 lápis. Se ele der 9 dos seus lápis a sua colega, ele terá o mesmo número de lápis que a colega. Quantos lápis tem a colega? (Igualação - decréscimo - igualar o valor conhecido). 5- Eu fiz 12 pontos no jogo de dados, se meu parceiro tivesse feito 5 a mais, ele teria empatado comigo. Quantos pontos ele fez? (Igualação – acréscimo - fazer um valor desconhecido igualar). 6- Gê tem R$15,00, se ele ganhar R$9,00 de sua dinda, ele terá o mesmo valor que tem a sua professora. Quantos reais tem sua professora? (Igualação - acréscimo - fazer conhecido igual). 7- Entre reservas e titulares de 2 times de futebol, o time A tem 25 jogadores. Se o time B adversário tiver dispensado 6 jogadores, ficará com o mesmo número de jogadores do time A. Quantos jogadores tem o time B? (Igualação - decréscimo - fazer um valor desconhecido igualar).

Fonte: a pesquisa.

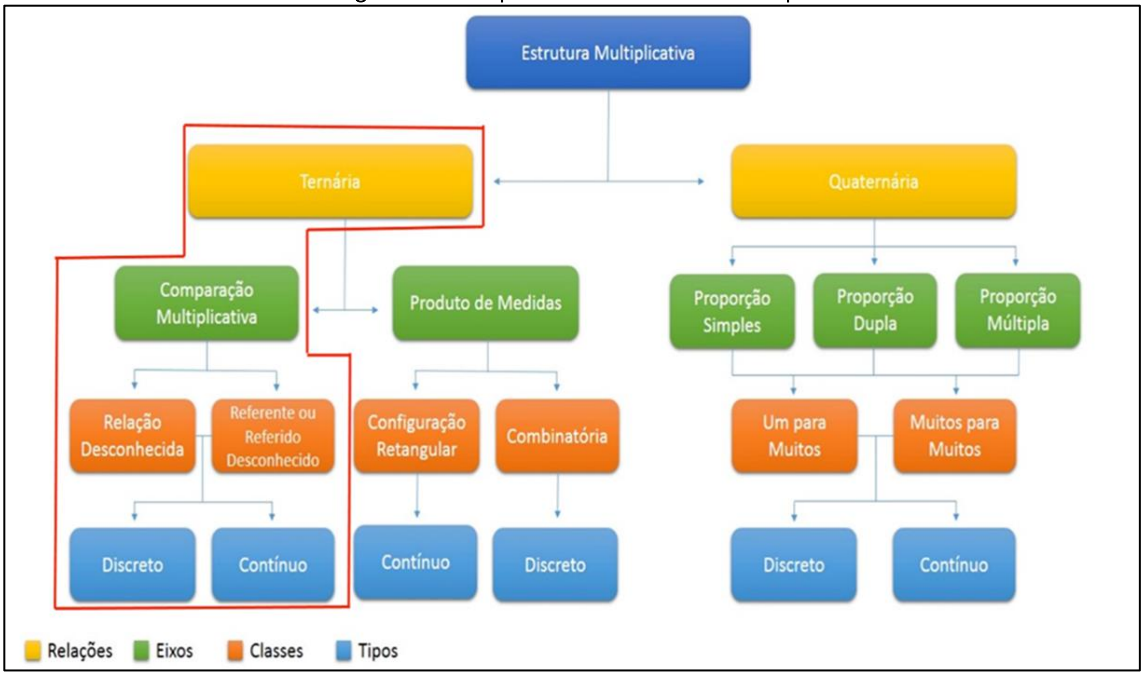
Considerando a complexidade do Campo Conceitual das estruturas aditivas, é essencial que a construção desse Campo Conceitual seja efetivamente de maneira contextualizada e significativa, permitindo aos estudantes a compreensão da natureza dos números e das operações aditivas.

Após abordar o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas, é importante ressaltar que o desenvolvimento da compreensão matemática das crianças passa necessariamente pela exploração e consolidação do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, que será tratado no próximo item.

4.2.4 Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

A seguir, na figura6. 7, apresenta-se o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, segundo Magina, Merlini e Santos (2015):

Figura 7 – Esquema da estrutura multiplicativa



Fonte: Magina, Merlini e Santos (2015).

A figura 7 descreve o esquema da estrutura multiplicativa. O esquema é uma representação gráfica que busca evidenciar as interconexões entre os conceitos matemáticos relacionados à multiplicação. Ele é baseado na Teoria dos Campos Conceituais e apresenta uma organização hierárquica dos conceitos, que permite compreender as relações entre eles.

O esquema de conceitos acerca da multiplicação apresenta uma estrutura hierárquica de três níveis. O primeiro nível trata da própria operação de multiplicação, a qual permite a união de dois ou mais elementos em um único resultado. No segundo nível, encontram-se os conceitos-chave que se interligam com a multiplicação, a exemplo das propriedades comutativas, associativas e distributivas. Já o terceiro e último nível é composto por conceitos mais específicos, relacionados diretamente com as propriedades-chave, como frações, números decimais, razão e proporção. Essa competência de conceitos possibilita uma compreensão mais aprofundada e abrangente da operação de multiplicação e suas aplicações em diferentes contextos.

Além disso, o esquema evidencia que a compreensão da estrutura multiplicativa envolve uma identificação de padrões e regularidades, que são expressos por meio das propriedades matemáticas. Por exemplo, uma propriedade associativa permite que a ordem dos fatores não altere o resultado da multiplicação, enquanto uma propriedade distributiva permite que a multiplicação seja distribuída sobre a adição ou subtração.

A importância de um trabalho de base eficaz no Ensino de Matemática é ressaltada por diversos autores, os quais enfatizam a necessidade de se trabalhar com os estudantes desde os primeiros anos do Ensino Fundamental para que compreendam plenamente as características do sistema de numeração decimal antes de serem apresentadas aos algoritmos (LERNER; SADOVSKY, 1996; MANDARINO; BELFORT, 2005).

A posição central dos algoritmos é digna de nota, pois a sua (não) utilização dificulta aos estudantes a construção de conceitos pertencentes ao campo numérico, permitindo-lhes chegar aos anos finais do Ensino Fundamental sem melhorar as suas capacidades de raciocínio lógico e sem estabelecer relações pertencentes a cada ação expressa no sistema numérico decimal, entre outras relações numéricas. Já nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) havia o alerta para a necessidade de trabalhar com os estudantes desde o primeiro ano, apontando o uso inadequado de exercícios sem sentido, nos quais a formação passa a ser o centro da Educação Matemática (LERNER; SADOVSKY, 1996; MANDARINO; BELFORT, 2005). O documento também alerta que:

> O ponto de partida das operações Matemáticas não é a definição, mas o problema; o problema não é um exercício em que o estudante aplica quase mecanicamente uma fórmula ou um processo operacional; aproximações sucessivas do conceito são construídas a fim de resolver algum tipo de problema; outra vez, o estudante usa o que aprendeu para resolver outros; o estudante não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que fazem sentido no campo do problema; A resolução de problemas não é uma atividade desenvolvida em paralelo ou como uma aplicação de aprendizagem, mas uma orientação de aprendizagem, porque fornece um contexto para compreender conceitos matemáticos, procedimentos e atitudes (BRASIL, 1997, p. 43).

Já era destacada nos PCN (BRASIL, 1997), a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990, 1994, 2009) e, mais especificamente ainda, o conjunto de situações em um campo multiplicativo.

Para dominar estruturas multiplicativas, o estudante deve ser capaz de resolver diferentes tipos de situações-problemas, não apenas aquelas relacionadas à adição de partes iguais. Segundo Vergnaud (2009), saber lidar com cálculos numéricos não é suficiente. Buscando tal conhecimento, esta pesquisa, por meio de problemas de campo multiplicativo e, mais especificamente, das relações quaternárias, vai identificar o ponto no qual os estudantes têm maiores dificuldade de construir esses significados e utilizá-los no cotidiano.

De acordo com Vergnaud (1998), o papel da formação de professores nesse contexto é crucial, pois tendo conhecimento e consciência do seu trabalho, os professores podem intervir e ajudar a construir nos seus estudantes esses conceitos. Há um entendimento de que, em cada disciplina, existem ferramentas específicas para o desenvolvimento do trabalho pedagógico, as quais conhecemos como didática, mas esta deve ser específica em cada área do conhecimento. No caso, essa pesquisa propõe investigar a didática da Matemática.

O Campo Conceitual Multiplicativo (CCM), também chamado de estruturas multiplicativas, inclui vários conceitos, entre os quais multiplicação, divisão, conceito de duplo, meio, triplo, fração, funções lineares e não lineares, razão, taxa, proporção, espaço vetorial, isomorfismo, combinação, produto cartesiano, área e volume. Além disso, ele permite dominar alguns conceitos de Estruturas de Multiplicação, tais como adição, multiplicação, proporção, análise combinatória, etc.

Vergnaud (2009), apresenta duas categorias fundamentais para a compreensão da noção de medida: o isomorfismo de medidas e o produto de medidas. Enquanto a primeira categoria se concentra na relação de proporcionalidade direta entre os tamanhos, permitindo a resolução de problemas simples de proporção entre diferentes conjuntos de naturezas, a segunda categoria é igualmente importante, pois possibilita o cálculo de áreas e volumes, além de permitir a resolução de problemas que envolvem a combinação de diferentes grandezas.

Embora as duas categorias possuam diferenças, elas são interdependentes e complementares. Por exemplo, para calcular a área de um retângulo, é necessário utilizar o produto de medidas (multiplicação da base pela altura), mas também é importante entender a relação de proporcionalidade direta entre os lados do retângulo, o que envolve a categoria de isomorfismo de medidas.

O conhecimento e domínio dessas categorias é essencial para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados, bem como para a solução de problemas cotidianos que envolvem medidas e grandezas.

Um Campo Conceitual Multiplicativo é definido como um conjunto de problemas e situações que requerem multiplicação ou divisão para resolvê-los. De acordo com Nunes *et al.* (2005), é formado pela existência de uma relação constante entre duas variáveis de diferentes tamanhos (ou quantidades). A multiplicação e a divisão são definidas como operações irmãs porque compartilham a mesma relação constante, sendo uma o inverso da outra (LERNER; SADOVSKY, 1996; MANDARINO; BELFORT, 2005).

Assim, os problemas do Campo Conceitual Multiplicativo dizem respeito às relações quaternárias (duas medidas de um tipo e duas medidas de outro tipo), e não relações ternárias ocorrendo adicionalmente. Esse relacionamento quaternário pode ser representado por uma tabela com duas colunas e duas linhas, com operadores que expressam relacionamentos entre valores (LERNER; SADOVSKY, 1996; MANDARINO; BELFORT, 2005).

“O Campo Conceitual Multiplicativo é um conjunto de situações cujo domínio requer a multiplicação, a divisão ou a combinação de tais operações” (MOREIRA, 2002, p. 9). Multiplicação e divisão juntas formam sistemas organizados que precisam ser estudados. A partir do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, é possível realizar conexões com outros temas relevantes do campo da Matemática, tais como os Números Naturais, Homomorfismo e Isomorfismo. Essas relações são fundamentais para o desenvolvimento de um pensamento matemático consistente e para a compreensão da multiplicação e de suas propriedades.

A seguir, na figura 8 (próxima página), apresentam-se os conceitos envolvendo as operações e relações no Conjunto dos Números Naturais.

Em relação aos Números Naturais, Vergnaud (2009) destaca que, desde seu nascimento, a criança, por meio de sua atuação social e interacional, constrói saberes que a auxiliarão em sua participação ativa na sociedade. Nesse sentido, a escola atua no sentido da orientação sistematizada, em que todos os profissionais que ali estão inseridos devem auxiliar a criança na sua construção de conhecimento.

A construção de competências envolve o desenvolvimento técnico e científico, bem como a percepção e o registro pelo diálogo, linguagem e percepção, permitindo que a criança levante teorias e construa hipóteses sobre os novos conhecimentos, incluindo os saberes da Matemática. Piaget e Szeminska (1975) afirmam que a criança constrói o conceito de número a partir de sua interação com o meio a partir da internalização de etapas, sendo elas: a inclusão, a classificação, a seriação, a correspondência e a conservação.

O número mais simples é o correspondente ao valor medido do conjunto de objetos que podem ser isolados à cardinalidade: 1, 2, 3, 4, 5 ... e assim por diante. Os matemáticos classificam esses números como "Números Naturais", e a eles se soma o número 0, que corresponde à medida do conjunto vazio. Os matemáticos designaram N como o conjunto de Números Naturais: N = {0, 1, 2, 3, ... n, ...}.

De acordo com VERGNAUD (2009, p. 300):

> Existem homomorfismos não somente entre a realidade, de um lado, e as representações, de outro, mas também entre as diferentes formas de representação (entre representação em imagem e a linguagem, entre representação geométrica e representação algébrica, etc.

Os Números Naturais não são negativos e nem positivos, de forma que não podem representar transformações, pois são medidas, isto é, não têm sinais. Para que haja transformação, é necessário que sejam introduzidos os números relativos que representam transformações de adição e subtração representado pelo conjunto Z: “Z = ...-n, ..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ..., +n ...” (VERGNAUD, 2009, p. 199). Nota-se, assim, que enquanto os Números Naturais representam as medidas observáveis em conjuntos isoláveis, já as transformações das medidas são representadas pelos números relativos.

Vergnaud (2009) indica que a criança inserida na escola básica tem como primordial, na aprendizagem da Matemática, a noção de número, mesmo que esta necessite do apoio de outras noções complementares, pois não é elementar, precisa, então, do conhecimento de aplicação, da relação de ordem, da correspondência biunívoca e da relação de equivalência. A noção de número, em crianças, não se dissocia da noção de medida, pois é pelas possibilidades de adição que a criança conhece o número.

Um Campo Conceitual Multiplicativo é definido como um conjunto de problemas e situações que requerem multiplicação ou divisão para resolvê-los. De acordo com Nunes *et al.* (2005), é formado pela existência de uma relação constante entre duas variáveis de diferentes tamanhos (ou quantidades). A multiplicação e a divisão são definidas como operações irmãs porque compartilham a mesma relação constante, sendo uma o inverso da outra (LERNER; SADOVSKY, 1996; MANDARINO; BELFORT, 2005).

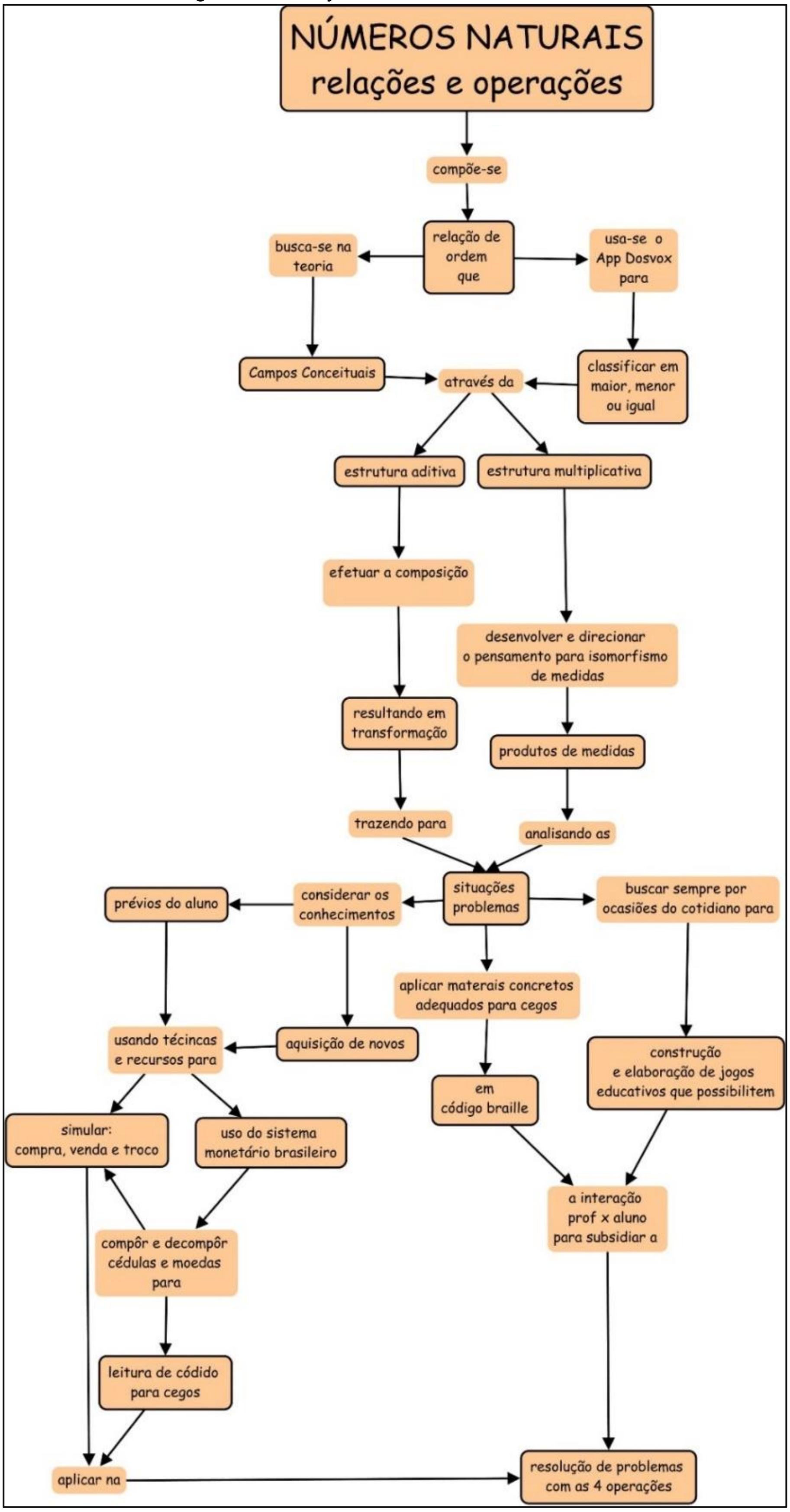
Assim, os problemas do Campo Conceitual Multiplicativo dizem respeito às relações quaternárias (duas medidas de um tipo e duas medidas de outro tipo), e não relações ternárias ocorrendo adicionalmente. Esse relacionamento quaternário pode ser representado por uma tabela com duas colunas e duas linhas, com operadores que expressam relacionamentos entre valores (LERNER; SADOVSKY, 1996; MANDARINO; BELFORT, 2005).

“O Campo Conceitual Multiplicativo é um conjunto de situações cujo domínio requer a multiplicação, a divisão ou a combinação de tais operações” (MOREIRA, 2002, p. 9). Multiplicação e divisão juntas formam sistemas organizados que precisam ser estudados. A partir do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, é possível realizar conexões com outros temas relevantes do campo da Matemática, tais como os Números Naturais, Homomorfismo e Isomorfismo. Essas relações são fundamentais para o desenvolvimento de um pensamento matemático consistente e para a compreensão da multiplicação e suas propriedades.

De acordo com Vergnaud (2009), a criança constrói saberes sobre os Números Naturais por meio de sua interação social e experiências vividas. A escola deve oferecer uma orientação sistematizada e baseada em metodologias pedagógicas eficazes, a fim de auxiliar os estudantes na construção de um conhecimento sólido e duradouro sobre essa temática fundamental.

A seguir, na Figura (próxima página), apresentam-se os conceitos envolvendo as operações e relações no Conjunto dos Números Naturais.

Figura 8 – Conjunto dos Números Naturais



Fonte: a autora.

A aprendizagem dos Números Naturais é essencial para o desenvolvimento de habilidades matemáticas fundamentais, como a contagem, a noção de quantidade e a resolução de problemas, além de contribuir para a participação ativa e crítica na sociedade. Portanto, é fundamental que a escola atue como um espaço que valorize a construção de saberes, promovendo um ambiente educacional acolhedor e motivador que estimule o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

A construção de competências envolve o desenvolvimento técnico e científico, bem como a percepção e o registro pelo diálogo, linguagem e percepção, permitindo que a criança levante teorias e construa hipóteses sobre os novos conhecimentos, incluindo os saberes da Matemática.

Piaget e Szeminska (1975) acreditam que as crianças devem ser levadas a aprender por meio de situações concretas, pois, por meio de sua ação, internaliza novos conceitos e adquire habilidades, reorganizando sua estrutura mental. Vergnaud (2009) acredita que, para que haja compreensão dos Números Naturais, a criança precisa compreender a sua relação entre conjuntos:

> Estes primeiros números compreendidos por uma criança são, de fato, Números Naturais: 1, 2, 3, 4..., e eles não serão outra coisa senão a medida dos conjuntos de objetos isoláveis. Isto porque as relações numéricas não podem ser compreendidas pelas crianças se não se apoiarem fundamentalmente na análise das relações entre conjuntos, quer se trate das relações binárias de ordem ou de equivalência, quer da relação ternária de união disjunta que dá seu sentido à adição de números. Afastar-se dessa ideia de correspondência necessária, ou de homomorfismo, entre os objetos e os conjuntos de um lado, e os números, de outro, seria condenar-se a nada compreender da didática da noção de número (VERGNAUD, 2009, p. 141).

O número mais simples é o correspondente ao valor medido do conjunto de objetos que podem ser isolados à cardinalidade: 1, 2, 3, 4, 5 ... e assim por diante. Os matemáticos classificam esses números como "Números Naturais", e a eles se soma o número 0, que corresponde à medida do conjunto vazio. Os matemáticos designaram N como o conjunto de Números Naturais: N = {0, 1, 2, 3, ... n, ...}.

> Existem homomorfismos não somente entre a realidade, de um lado, e as representações, de outro, mas também entre as diferentes formas de representação (entre representação em imagem e a linguagem, entre representação geométrica e representação algébrica, etc. (VERGNAUD, 2009, p. 300).

Os Números Naturais não são negativos e nem positivos, de forma que não podem representar transformações, pois são medidas, isto é, não têm sinais. Para que haja transformação, é necessário que sejam introduzidos os números relativos que representam transformações de adição e subtração representado pelo conjunto

Z: “Z = ...-n, ..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ..., +n ...” (VERGNAUD, 2009, p. 199). Nota-se, assim, que enquanto os Números Naturais representam as medidas observáveis em conjuntos isoláveis, as transformações das medidas são representadas pelos números relativos.

De acordo com Vergnaud (2009), a noção de número é fundamental para a aprendizagem da Matemática na educação básica. No entanto, essa noção não é elementar e precisa do apoio de outras noções complementares, como a compreensão de sua aplicação, da relação de ordem, da correspondência biunívoca e da relação de equivalência.

A compreensão da aplicação dos números é importante para que uma criança os utilize em situações cotidianas. A relação de ordem é necessária para a compreensão dos números em uma sequência, permitindo, por exemplo, a comparação de números. Já a correspondência biunívoca é importante para a compreensão de que cada número corresponde a uma voz específica, e vice-versa. Por fim, a relação de equivalência permite a comparação de indivíduos que possuem o mesmo valor, mesmo que apresentam formas diferentes de representação.

Portanto, a compreensão da noção de número é um processo complexo, que envolve a compreensão de diversas noções complementares. É papel dos educadores oferecer uma orientação sistematizada que auxilie as crianças na compreensão dessas noções, garantindo uma aprendizagem sólida e duradoura.

A noção de número, em crianças, não se dissocia da noção de medida, pois é pelas possibilidades de adição que a criança conhece o número.

Fraga *et al* (2013) explicam que, desde a Pré-História, existem os Números Naturais, que faziam parte de operações aritméticas na solução de problemas do dia a dia, como a marcação da quantidade de animais em rebanhos com auxílio de objetos, como pedras, conchas e outras ferramentas encontradas em meio natural. Os dias também foram contados a partir do auxílio de elementos da natureza (Lua e Sol), permitindo que fossem organizadas as datas das cerimônias. A Matemática foi sendo desenvolvida por meio da separação de versinhos nas brincadeiras das crianças e no uso do corpo para contagem e medidas, até chegar à contagem abstrata. Nota-se, assim, que a Matemática somente é possível a partir da inteligência do ser humano.

Para Vergnaud (2009, p. 81): “(...) todo raciocínio matemático pode ser analisado como um cálculo relacional”. O domínio dos conceitos da Matemática pode ser realizado a partir de inúmeras situações iniciais que fazem parte do cotidiano da criança, exercitando as relações de parentesco entre os elementos, o que gera um bom exercício de classificação. Entretanto, existem domínios que devem ser inseridos para a boa apreensão do conhecimento matemático, como a noção de espaço.

Antes mesmo de entrar na escola, a criança já entra em contato com os números, compreendendo a sequência numérica conforme se desenvolve, sendo que, por volta dos 5 anos, a criança pode contar até 10 ou até mesmo, maiores sequências, dadas as condições de estimulação de seu meio. Vergnaud (2009) elucida que a criança pode apresentar a sequência numérica pela recitação, enfatizando as palavras que ela sabe que devem ser pronunciadas em sequência, fazendo com que a criança, por vezes, troque as ordens das palavras decoradas.

Magina e Merlini (2009) explicam que, nesse tipo de expressão de conhecimento dos números, a criança não compreende a contagem numérica, demonstrando apenas conhecer os nomes dados aos números e sua sequência por decoração. Para que seja efetivado o conhecimento numérico, a criança precisa aprender a contar a partir de objetos. A sequência numérica apresentada pela contagem é acompanhada com gestos que indicam a quantidade de objetos correspondente ao nome do número pronunciado, geralmente com as mãos, mesmo assim, os erros são comuns e fazem parte frequente dessa fase da aprendizagem:

> A criança se engana com muita frequência, aliás, sobretudo quando a disposição espacial dos objetos fica desalinhada: na ausência de uma exploração sistemática, ocorre-lhe contar duas vezes o mesmo objeto e esquecer que o fez. De qualquer forma, ela apenas pode contar coleções pequenas (VERGNAUD, 2009, p. 126).

Enquanto aprende a sequência numérica falada, a criança entra em contato com outros aspectos que fazem parte da aprendizagem matemática, como noções de ordem e equivalência. Mandarino e Belfort (2005) ressaltam que a Matemática, como construção humana, objetiva suprir as necessidades operacionais e práticas para a solução de problemas do cotidiano, dessa forma, para a sua apreensão, o estudante deve relacionar objetos com os quais já tem familiaridade para que a noção correta do número seja aprendida progressivamente.

O erro no processo de aprendizagem é uma etapa necessária e deve ser valorizado como uma das fases da construção do conhecimento, é o seu pensamento relatando as tentativas de aproximação ao que dele se espera. Deve-se compreender que, ao contrário dos objetos que são compreendidos em observação, o número não pode ser observado: “(...) Um número é uma relação de quantidade, que se estabelece a partir da reflexão e da organização mental de diversas experiências” (MANDARINO; BELFORT, 2005, p. 26). Portanto, a criança terá a tarefa de conceituar e representar simbolicamente o número, o que ocorre de forma complexa e progressiva.

Os Números Naturais fazem parte de diversas situações da realidade das pessoas, porém, também presentes com grande frequência, estão os números decimais e as frações. Dessa forma, a criança começa a compreender os Números Naturais para que possa ampliar seu campo de saber para os números decimais e as frações, tudo em processo gradual e respeitando cada fase do desenvolvimento infantil. A escola, nesse ínterim, tem como finalidade auxiliar para que a criança possa construir seu pensamento matemático a partir de experiências que tenham significado, seja no espaço escolar, seja no espaço não escolar.

> Começamos com o aspecto cardinal e depois evoluímos para a contagem ordinal. Ou seja, primeiramente contamos um dedo, dois dedos, três dedos, e assim por diante, que é baseado no princípio da equiparação. Já o aspecto ordinal, como o próprio nome aponta, mostra ordem, sucessão, processo de agrupamento (FRAGA *et al*, 2013, p. 4).

A Matemática está presente na vida da humanidade, auxiliando na relação de tarefas, das mais simples às mais complexas, portanto, o conjunto de Números Naturais deve ser apresentado às crianças desde cedo, pois permitirá que possam realizar as demais operações. O conhecimento dos Números Naturais é aprofundado conforme revisado, pois seu conteúdo e estudo perpassa toda a Educação Básica (BRASIL, 1997).

Partindo do conhecimento já adquirido pela criança, o docente consegue promover a apreensão de conceitos mais complexos, a partir da operação da localização, relação e transformação. Por meio da noção de espaço, é possível trabalhar conceito de frente e trás, ao lado de, embaixo e em cima, direita e esquerda, o que serve de aporte para compreender as transformações de rotação, simetrias, translações, similitudes, homotetias e permutações:

> Inúmeras são as relações simples cujos significados são compreendidos pela criança antes ou fora da escola. Não obstante, isso não quer dizer que ela compreenda e utilize todas as propriedades dessas relações e que delas se sirva adequadamente, nos cálculos relacionais; forçosamente isto não quer dizer que ela veja com clareza que certas relações espaciais têm as mesmas propriedades e se comportam do mesmo modo que outras relações tomadas de um outro domínio, como o da medida, por exemplo, ou o das relações de parentesco. Há, portanto, um lugar importante para a aprendizagem escolar do espaço (VERGNAUD, 2009, p. 82).

Dessa forma, para que haja a compreensão do conceito de classificação dos Números Naturais, o professor deve partir de situações que envolvam objetos e o corpo da criança, pois dessa forma, consegue despertar a criança para as situações do seu meio social, as quais ela já conhece. Para Piaget (1975), a inclusão de classes dos objetos significa observar as semelhanças e separar objetos, pessoas, dividindo em partes o todo apresentado e a inclusão de classes é o retorno ao todo agrupado em classes.

As atividades de classificação, de acordo com Piaget (1975), devem ser avaliadas pelo docente de acordo com o nível de desenvolvimento da criança, identificado por meio das respostas em atividades didáticas que envolvam a classificação. Leonardo (2017) apresenta, no entanto, a classificação de níveis realizada por Sampaio (2012 *apud* LEONARDO, 2017, p. 27), que elucida a questão:

> Nível 1 (ausência) - realiza coleções figurais: “Olha é um Mickey com orelhas", “vou fazer uma minhoca”, etc. (quatro/cinco anos). Pode conseguir classificar por um critério de coleções não figurais. Nível 2 (intermediário) – há início de classificação. Faz coleções justapostas sem ligação entre eles. Faz o grupo dos vermelhos, dos azuis, dos grandes, dos pequenos, dos círculos, dos quadrados. (cinco/seis anos). Nível 3 (êxito) – realiza a dicotomia, usando os três critérios: cores, tamanhos e formas. Aos sete anos, dois critérios são rapidamente identificados, mas um terceiro critério poderá ser descoberto se o examinador iniciar. Em uma idade maior, oito anos, conseguirá todos.

O docente, assim, adquire um norteamento para que seja realizada a avaliação que conduzirá à reflexão sobre o desenvolvimento da criança e as necessidades didáticas para que o aprendizado seja efetivado. Leonardo (2017) afirma que a criança necessita compreender os números como um conjunto, quantificando os objetos, os nomeando e compreendendo a individualidade de cada elemento agrupado. Após classificar e incluir em classes, é realizada a seriação, que se estabelece em sentido contrário à classificação, fazendo com que a criança, ao invés de observar as semelhanças, observe as diferenças.

A comparação entre objetos auxilia na compreensão da equivalência e da ordem. Na atividade de comparar, a noção de ordem aparece em maior evidência. Piaget (1975) explica que a seriação é o processo de comparação entre objetos, que pode ser seriada do maior para o menor, do menor para o maior ou por atributos. Leonardo (2017) em elaboração de sugestões de atividades para o Ensino Fundamental em seus anos iniciais, afirma que, após a compreensão do conceito de seriação, a criança deve explorar os termos da correspondência, momento em que se tem dois conjuntos contendo objetos que devem corresponder entre si.

Vergnaud (2009) elucida que o número quatro é comum aos conjuntos que possuem quatro elementos, o que abre possibilidades para que as crianças façam correspondências termo a termo (biunívoca). Enfatiza-se, nesse ponto, que a correspondência é um aprendizado essencial para que a criança possa compreender o conceito de número.

Outro conhecimento importante para formar o conceito de número na criança é a conservação, que é a noção de conservação da unidade quando nada lhe é adicionado ou retirado. Piaget (1975) afirma que a criança compreende o conceito de número quando é capaz de classificar, seriar, reverter operações e conservar.

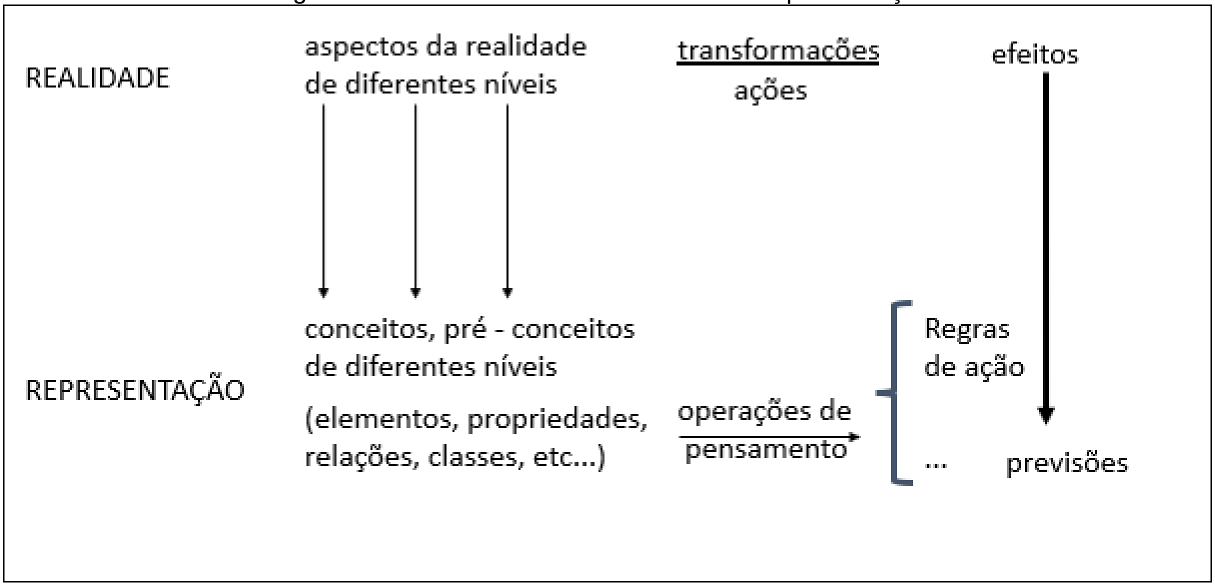
Nesta perspectiva trazemos o homomorfismo. Vergnaud (2009, p. 297) afirma que os problemas do ensino dos conhecimentos objetivos podem ser esclarecidos pela noção do homomorfismo, que é conceituado como: “Um homomorfismo é uma aplicação de um conjunto em um outro que respeita certas estruturas relacionais do conjunto de partida e do conjunto de chegada. Homomorfismo significa ‘mesma forma’ ou ‘mesma estrutura’”.

O homomorfismo é aplicado, primeiramente, na passagem da realidade à representação para a resolução de funções. A realidade, então, somente pode ser operatória se a representar de forma homomorfa: “Isto não significa que a representação reflita toda a realidade, nem que toda representação seja necessariamente homomorfa à realidade” (VERGNAUD, 2009, p. 299).

Entretanto, é no intuito da simulação das ações reais que se tem a importância do papel da representação para prever efeitos e calcular ações que são desejadas (Figura 9).

A Figura 9 representa uma possibilidade de homomorfismo, já que também existem homomorfismos com diferentes formas de representação. O pensamento, então, se dá por procedimentos conceituais e pós-conceituais, diante dos significados e diante dos significantes operam simbolicamente, pois estes formam simbologias variadas que mantêm ligação com o significado.

Figura 9 – Homomorfismo da realidade e representações



Fonte: Vergnaud (2009, p. 299).

Os níveis de relações, classes, elementos, relações aliadas à linguagem, às imagens e à álgebra permitem que o pensamento humano funcione em vários níveis simultaneamente:

> Entretanto, a noção de homomorfismo não se refere somente às relações entre realidade e representação ou entre diferentes formas de representação. São encontrados homomorfismos entre conjuntos que, mesmo sendo, sob certos aspectos, de natureza diversa, não deixam por isso de se situar em um mesmo plano de representação (VERGNAUD, 2009, p. 301).

A exemplo disso, pode-se relacionar o homomorfismo ao conjunto de medidas do tempo, à noção de velocidade uniforme, ao homomorfismo multiplicativo e ao aditivo, ao mesmo passo que o isomorfismo característico dos procedimentos que são usados pelas crianças nos anos iniciais do Ensino Fundamental para a resolução de problemas.

Para compreender as equivalências nos procedimentos operatórios e a inter-relação entre a realidade e a representação é que se tem a noção de homomorfismo, permitindo, em conjunto com a noção de invariante operatório, do algoritmo e da complexidade lógica, compreender as noções das operações do pensamento (VERGNAUD, 2009).

A apreensão dos conceitos do campo multiplicativo se inicia na fase pré-escolar, fase em que a criança já consegue resolver alguns problemas pictóricos[2] e

[2] Pictórica: representação visual ou por imagens. Em uma escrita de sinais, os símbolos convencionados para codificar, informar a escrita; elementos pictóricos.

pode ter noção das descontinuidades e continuidades entre os Campos Conceituais das estruturas da adição e da multiplicação.

Isomorfismo de medidas: com base no Campo Conceitual Multiplicativo, o isomorfismo de medidas expressa as relações de multiplicação e divisão contidas nas relações quaternárias:

> Podemos nos referir a um Campo Conceitual Multiplicativo como sendo um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros. Entre os conceitos, podemos destacar: as funções linear e não-linear, o espaço vetorial, a análise dimensional, a fração, razão, proporção, número racional, multiplicação e a divisão (MAGINA; MERLINI; SANTOS 2010, p. 6).

Pelos Campos Conceituais, as estruturas multiplicativas se apresentam como um complexo que envolve problemas de multiplicação e divisão de proporções simples e múltiplas, relação escalar inversa e direta, aplicação linear e combinação linear, número racional, divisor, múltiplo, quociente e produtos de dimensões e fração relacional. As relações multiplicativas foram classificadas por Vergnaud (2009) em categorias que abrangem a divisão e a multiplicação.

As categorias de relação multiplicativa, seja para a divisão, seja para a multiplicação, no ensino básico, são apresentadas por uma relação quaternária. A primeira expressão é a relação quaternária entre quatro unidades, em que duas representam tipos de medidas e as outras duas unidades representam dois outros tipos de medidas. Com níveis de dificuldades diferentes, as relações multiplicativas quaternárias de quatro unidades podem ser apresentadas às crianças por meio de quadros de correspondência, isolando as quatro unidades em um quadro completo, de forma a representar o isomorfismo de medidas (VERGNAUD, 2009).

Entre os exemplos de problemas quaternários, se tem: “Paguei R$ 12,00 por 3 garrafas de vinho. Quanto custa cada garrafa?” ou, no esquema representativo, pode-se figurar, como se apresenta no exemplo 1 (VERGNAUD, 2009, p. 239):

Pacotes	Iogurtes
1	4
3	x

O quadro completo de isomorfismo de dois tipos de medida é representado da seguinte forma, segundo Vergnaud (2009, p. 239):

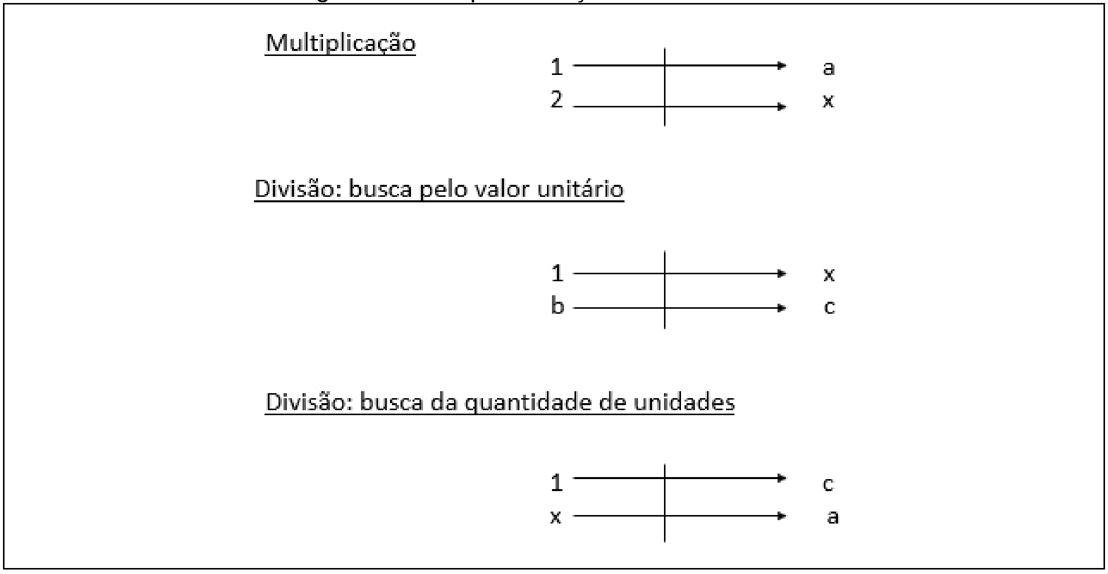
Pacotes		Iogurtes
$\boxed{1}$	$\rightarrow$	$\boxed{4}$
2	$\rightarrow$	8
$\boxed{3}$	$\rightarrow$	$\boxed{12}$
4	$\rightarrow$	16
5	$\rightarrow$	20
6	$\rightarrow$	24

Nota-se, assim, que quatro unidades são isoladas dentre um quadro mais completo. O docente deve ter noção dos diferentes tipos de análise possíveis do isomorfismo de medidas e nos conhecimentos e problemas que estão envoltos as suas estruturas. Os tipos de análise podem ser classificados em: busca da solução do problema pela unidade e valor unitário; aplicação sucessiva de dois operadores (primeiro divisão), escrita do operador fracionário (simples convenção da escrita nesse nível), aplicação sucessiva de dois operadores (primeiro, multiplicação por comutatividade), noção de relação e de relação-operador – relação de duas quantidades, proporção ou igualdade de relações, igualdade de relações-operadores e regra de três, análise da escrita.

Essas representações estão inseridas na análise vertical, porém, ainda se pode realizar a análise horizontal, completando a noção de função linear contida no isomorfismo de medidas. A análise horizontal tem como centro a função-operador (f) permitindo realizar passagens de uma à outra categoria. Vergnaud (2009, p. 252) elucida que a análise horizontal está em um nível de noções mais complexo, e demonstra ser a “raiz das dificuldades encontradas para fazer a criança compreender a noção de função”. Essa dificuldade pode ser compreendida, pois a análise da correspondência implica a noção da relação numérica e do quociente de dimensões.

Nota-se, assim, que o isomorfismo de medidas trabalha a partir de quatro quantidades, sendo que, de forma mais simples, existem três classes de problemas, já que uma das quantidades é definida por 1:

Figura 10 – Representação das três classes



Fonte: Vergnaud (2009, p. 261).

As três classes exemplificadas na figura acima são portadoras de inúmeras subclasses que, no caso da multiplicação, podem conter: números inteiros pequenos, números inteiros grandes, números decimais, valor unitário decimal, valor unitário inferior a 1, número de unidades inferior a 1, entre outros.

Dessa forma, é importante que o ensino da multiplicação contemple não apenas a operação em si, mas também as diversas subclasses que podem estar envolvidas em um determinado contexto. Isso permitirá que os estudantes tenham um entendimento mais abrangente e profundo sobre a multiplicação e possam aplicá-la de forma efetiva em diferentes situações.

Da mesma forma, são aplicadas subclasses semelhantes para os casos de divisão, a criança, assim, deve compreender, sob o sistema único da relação quaternária, a diferença existente entre as classes e as subclasses que se inscrevem nos problemas apresentados, descritos na Figura 11:

Figura 11 – Resumo com situações-problemas – Isomorfismo de medidas

Classes	Situações-problemas
1ª classe: Na multiplicação: conhecemos o valor unitário e as outras duas quantidades em dois tipos de medidas. Quantidade a	Quantidade b 1 → 2 b → x	1- Se uma casquinha de sorvete tem 3 bolas, quantas bolas são necessárias para montar 6 casquinhas iguais? Casquinhas Bolas 1 → 3 6 → x 6x3= 18 2- Se uma moto tem 2 rodas, quantas rodas têm nove motos? Motos Rodas 1 → 2 9 → x 9x2=18
2ª classe: Na divisão: busca do valor unitário. Quantidade a	Quantidade b 1 → x b → c	1- G tem R$ 15,00 e vai comprar 3 chocolates de mesmo preço. Quanto pagará por cada um? Chocolates Reais 1 → x 3 → 15 15:3=5 2- Tenho 24 maçãs em 4 caixotes. Quantas maçãs há em cada caixote? Caixotes Maçãs 1 → x 4 → 24 24:4=6
3ª classe: Na divisão busca de quantidade de unidades. Quantidade a	Quantidade b 1 → a x → c	1- Tenho R$ 30,00 e quero comprar alguns pincéis, todos de mesmo valor, R$ 6,00 cada um. Pincéis Reais 1 → 6 x → 30 30:6=5 2- Vou colocar 28 cadernos em caixas, com a mesma quantidade, cada caixa comporta 7 cadernos. Quantas caixas serão necessárias? Caixas Cadernos 1 → 7 x → 28 28:7= 4

Fonte: a pesquisa.

Magina, Merlini e Santos (2010) afirmam que a aprendizagem do estudante sobre as relações quaternárias possibilita que compreendam o sentido de multiplicar, por exemplo, um valor relacionado a dada quantidade de objetos. As relações quaternárias simples, como visto nas explicações de Vergnaud (2009), são a relação entre quatro quantidades divididas em dois tipos da mesma proporção, podem envolver diversas situações do cotidiano, como a relação entre pessoas e objetos, tempo e distância, bens e custos, entre outras, sendo subdividida na correspondência de um para muitos ou de muitos para muitos.

Lima (2015) complementa afirmando que a noção quaternária envolve quantidades proporcionais às grandezas e às correspondências entre elas. Sendo proporcionais, a relação que se tem entre as grandezas de medidas é a mesma. Por relação, compreende-se a conexão entre as medidas, quando passa de uma para outra. Caracterizada pela proporção simples, contém quantidade dos tipos discreto e contínuo:

> Quando uma situação-problema estiver associando uma unidade de medida de grandeza, com mais de uma unidade de medida da outra grandeza, estamos na classe um para muitos, ou seja, está explícita a relação entre uma unidade de uma grandeza com uma das medidas da outra grandeza. A relação de uma unidade está expressa na situação (LIMA, 2015, p. 6).

A quantidade discreta provém da contagem, assumindo, portanto, um valor inteiro (natural), já o contínuo pode ser dividido inúmeras vezes, geralmente inserido no grupo de números racionais. O operador de medida entre as grandezas é denominado de operador escalar, assim chamado por Vergnaud (2009) por não apresentar dimensão.

O Estudo das Estruturas Multiplicativas permite compreender o lugar das grandezas e das medidas para a solução dos problemas que estão inscritos nas relações quaternárias. Magina, Merlini e Santos (2012) afirmam que a relação quaternária serve para que os estudantes possam compreender que o resultado de uma situação-problema deve partir de uma variável em relação a outra. Por exemplo, se o professor propõe a seguinte questão problema: “Um bombom custa R$2,00. Quanto devo pagar para adquirir 3 bombons?” Apesar de a resolução se apoiar em uma relação ternária ($a \times b = c$), a relação de duas variáveis de natureza distinta revela a dupla relação entre as variáveis, caracterizando a relação quaternária, que explica o porquê de que o resultado deva ser o valor a ser pago e não na quantidade de bombons a serem adquiridos.

Dessa forma, se tem que, no eixo simples da relação quaternária, pode-se classificar a correspondência de um para muitos, caracterizada pela relação da variável estar explícita na situação-problema “Uma bicicleta tem duas rodas. Quantas rodas têm cinco bicicletas?” (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2012, p. 7). Na segunda classificação, tem-se a correspondência de muitos para muitos, na qual podem estar envolvidas duas situações: “4 bicicletas têm 8 rodas, quantas rodas têm 6 bicicletas?”

e a situação de não obtenção da relação de um para muitos “Na compra de 5 pacotes de leite em pó, o supermercado Bem Amigo dá 2 caramelos de brinde. Se Ana comprar 15 pacotes quantos caramelos ela ganhará?” (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2012, p. 7).

Em relação ao segundo eixo, tem-se as proporções múltiplas de várias proporções envolvendo, ao menos, duas proporções simples. O eixo, assim, é caracterizado pelo envolvimento de “relação quaternária entre mais de duas variáveis relacionadas de duas a duas” (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2012, p. 7).

O eixo das proporções múltiplas se divide, também, nas classes de um para muitos e muitos para muitos. Um exemplo da relação de um para muitos é: “Uma pessoa costuma beber em média 3 litros de água em dois dias. Qual é o consumo semanal (7 dias) de uma família com 4 pessoas?” (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2012, p. 7), e o exemplo de muitos para muitos: “Um grupo de 50 escoteiros vai passar 15 dias no campo. Eles querem comprar a quantidade de açúcar suficiente para suprir a todos. Eles sabem que a média de consumo por semana para 10 pessoas é de 3Kg. Quantos quilos de açúcar elas precisam comprar?” (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2012, p. 7).

Ainda se pode mencionar o eixo da comparação multiplicativa em que se comparam duas variáveis da mesma grandeza por relação desconhecida: “Comprei uma boneca por R$ 21,00 e uma bola por R$ 3,00. Quantas vezes a boneca foi mais cara que a bola?”, ou por relação conhecida: “A idade de Paulo é 5 vezes maior que a idade do seu filho. Paulo tem 30 anos. Qual é a idade do seu filho?” (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2012, p. 7-8).

Merlini *et al* (2016) ressaltam que a aprendizagem e o desempenho dos estudantes têm correlação direta com a didática apresentada pelo docente, bem como a apreensão dos conceitos da estrutura multiplicativa. Para a efetividade da compreensão das relações quaternárias, é necessário trabalhar, também, o conceito de relação ternária, utilizando as operações da multiplicação, da adição e da divisão.

Silva, Monteiro e Santos (2021) enfatizam que as metodologias que abordam a resolução de problemas, estimulando a participação ativa do educando, devem ser estimuladas entre as práticas docentes, para conferir maior significado aos conceitos transmitidos por meio da contextualização em situações concretas, as quais permitem que o estudante compreenda a importância e a aplicação imediata do conceito.

Outra importante ideia a ser estudada é a de produto de medidas. Após a noção de Números Naturais, que por muito tempo era o suficiente para resolver os problemas da humanidade, as medidas passaram a ser importantes recursos para identificar tamanhos de terrenos e construções no contexto das transformações das relações e organização da sociedade. A medida está relacionada às necessidades de fazer previsões, de comparar e relacionar medidas e de controlar experiências. A medida está relacionada a uma ou várias características dos objetos, denominadas grandezas:

> Além das grandezas que podem ser medidas, existem as grandezas que podem ser contadas, como, por exemplo: o número de habitantes de um país, a quantidade de sacas de café colhido num determinado ano, o número de dedos das mãos e dos pés de uma pessoa. Assim, a quantidade de objetos de uma coleção (como o conjunto dos dedos de uma pessoa) também é uma grandeza (BRASIL, 2007, p. 3).

Nota-se que medir é comparar as grandezas que expressam a mesma natureza. Como unidade de medida, em primeiro momento, utilizaram o corpo para realizar as medições, porém havia divergências, pois cada pessoa, baseando-se em seu corpo, obtinha variados resultados. Foi então que os egípcios buscaram uma solução para o impasse por meio da adoção de um padrão fixo, que poderia ser alcançado pelo cúbito-padrão (distância do dedo médio da mão até o cotovelo), feito a partir de barras de ferro do mesmo comprimento. Os comerciantes poderiam conferir as medidas do cúbito-padrão utilizado por meio dos desenhos que eram feitos nas paredes dos templos (BRASIL, 2007).

O produto de medida é assim conceituado por Vergnaud (2009, p. 253): “consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional”. Para explicar a relação do produto de medida, é ideal a tabela cartesiana, pois os produtos de medida são desvendados por meio dos produtos cartesianos de conjunto.

A utilização do operador função para a resolução do isomorfismo de medidas permite encontrar o produto de medidas. As crianças compreendem facilmente o termo operadores-escalares quando identificam as diferenças entre medida e escalar. Pelo produto de medidas, é possível distinguir duas classes de problemas: os multiplicativos e os de divisão, como descrito na Figura 12:

Figura 12 – Classes e situações-problemas com produto de medidas

<table>
<tr><th>Classes</th><th>Situações-problemas</th></tr>
<tr><td>1ª classe:
Multiplicação: busca medida-produto, conhecendo as medidas elementares.
Esquema: tabela cartesiana
<table>
<tr><th></th><th>m</th><th>n</th><th>p</th></tr>
<tr><td>a</td><td>(a,m)</td><td>(n,a)</td><td>(a,p)</td></tr>
<tr><td>b</td><td>(b,m)</td><td>(b,n)</td><td>(b,p)</td></tr>
<tr><td>c</td><td>(c,m)</td><td>(c,n)</td><td>(c,p)</td></tr>
<tr><td>d</td><td>(d,m)</td><td>(d,n)</td><td>(d,p)</td></tr>
</table></td>
<td>1- José tem 4 camisetas com estampas diferentes na frente: bola, estrela, sol e lua. Ele quer formar trajes diferentes com 3 Bermudas: xadrez, lisa, listrada. Quartos trajes ele formará trocando só as camisetas?
Camisetas → A B
Bermudas → X Ls Li X Ls Li
Camisetas → C D
Bermudas → X Ls Li X Ls Li
4x3=12</td></tr>
<tr><td>2ª classe:
Divisão: encontrar a medida elementar, tendo uma medida elementar e uma medida de produto. Produto discreto-discreto

Produto contínuo- contínuo.

Produto contínuo e noção de média.</td>
<td>2- José, trocando somente as bermudas, quer montar 12 trajes, se ele tem 4 camisetas, de quantas bermudas ele precisará?
Camisetas → A B C D
Bermudas → ? ? ? ?
12:4=3

3- A sala de G tem 20m², a largura é 5m, quanto mede o comprimento?
20:5=4 $\frac{20m^2}{5m} = 4m$

4- Uma caixa d’água tem volume de 9 m³ e sua superfície mede 3 m². Quanto mede sua altura?
9:3=3 $\frac{9m^2}{3m^2} = 3m$

Obs: os exemplos de 2 e 3, são trabalhados no sexto ano do Ensino Fundamental.</td></tr>
</table>

Fonte: a pesquisa.

Os problemas multiplicativos são aqueles em que, conhecendo as medidas elementares, deve-se encontrar a medida-produto, e os problemas de divisão se expressam na necessidade de encontrar as medidas elementares por meio do conhecimento prévio da medida-produto. Nesses casos, também estão inscritas subclasses que se apresentam de acordo com a propriedade dos números empregados, conferindo dificuldades específicas quando relacionados a produto discreto-discreto, produto contínuo-contínuo e produto contínuo-contínuo e noção-média (VERGNAUD, 2009).

O produto contínuo está relacionado a um intermediário possível entre dois objetos, já o conjunto do discreto não possui intermediário. Entre os conjuntos contínuos e discretos, as noções de tamanhos diferem da de classes: “No primeiro caso, trata-se de uma vizinhança fluida, sobre uma dimensão contínua que sempre admite intermediários. No segundo caso, trata-se de uma vizinhança sem ambiguidade, cada classe podendo ser facilmente caracterizada e diferenciada das outras” (VERGNAUD, 2009).

Em torno dos quatro anos, a criança já consegue compreender a relação de equivalência do caso discreto, porém as equivalências contínuas são compreendidas de forma diferente no decorrer das fases da infância. São, assim, desveladas diversas classes de problemas possíveis que requerem, para a solução do problema apresentado, o uso da multiplicação ou da divisão:

> A distinção dessas diferentes classes e sua análise devem ser cuidadosamente abordadas a fim de ajudar a criança a reconhecer a estrutura dos problemas e a encontrar o procedimento que levará a sua solução. Não se deve subestimar a dificuldade de certas noções como as de relação, de proporção, de fração e de função, que exigem precauções didáticas importantes bem depois do ensino elementar. Apesar disso, essas noções devem ser tratadas desde o ensino elementar (VERGNAUD, 2009, p. 265).

A classe do produto de medidas é subdividida em duas, sendo a configuração retangular (contínua e discreta) e a combinatória. Barbosa e Oliveira (2018) ressaltam que a configuração retangular e a combinatória do produto de medidas são correspondentes à relação ternária. Dessa forma, uma grandeza se configura como produto de outras duas, no mesmo plano dimensional e numérico:

> A relação ternária se compõe por dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas. O eixo comparação multiplicativa pode ser trabalhado com as classes: referido, referente ou relação desconhecida. Essas classes podem ser trabalhadas com quantidades do tipo discreta ou contínua. O eixo produto de medidas é composto por duas classes: configuração retangular e combinatória. Em situações desse eixo, temos duas quantidades e procuramos a terceira, que será resultado da composição dos dois elementos presentes na situação. Na classe configuração retangular, o tipo de quantidade que podemos trabalhar é especificamente a contínua. Quanto à classe de combinatória, esta se apresenta apenas e tão somente com quantidades do tipo discreta (MERLINI *et al*, 2016, p. 5).

As crianças de cinco e seis anos já conseguem compreender as relações da multiplicação, de forma que elas devem vivenciar diversas experiências que ressaltem os diversos sistemas simbólicos associados à multiplicação.

Barbosa e Oliveira (2018) revelam que é necessário que o professor do ensino fundamental diversifique as estratégias de situação-problema para trabalhar o campo conceitual multiplicativo, no sentido de, em uma mesma classe, abordar diversas formas de situar a incógnita, bem como os dados que serão o caminho para a solução do problema. Os autores, em sua pesquisa, revelaram três níveis de raciocínio na resolução dos problemas que pertencem à classe retangular, são eles: incompreensível, aditivo e multiplicativo:

> No nível do pensamento aditivo, identificamos, ainda, dois subníveis: um em que o estudante soma aleatoriamente os dados presentes no enunciado e outro em que o estudante confunde o conceito de perímetro com o conceito de área. Em todas as questões, observamos o privilégio das representações numéricas em detrimento das representações pictóricas e inferimos que este fato se deva a um ensino pautado na reprodução de algoritmos. Acreditamos que tal fenômeno pode implicar, por sua vez, na reduzida capacidade dos estudantes de avaliarem as respostas, muitas vezes absurdas, que fornecem para as situações-problemas (BARBOSA; OLIVEIRA, 2018, p. 175).

É necessário, então, ressaltar a importância da exploração das inúmeras possibilidades de contextualizar a situação-problema à realidade do estudante, buscando maior significação e motivação para a apreensão de tais noções matemáticas. O comprimento e outras grandezas, como a massa, podem ser medidas em unidades que mantêm uma relação decimal entre si ou não.

Para os anos iniciais do ensino fundamental, é estimado que sejam trabalhadas as grandezas de medidas do comprimento, da capacidade e da massa. Para tanto, é necessário que as práticas em sala de aula sejam centradas no desenvolvimento do estudante e não somente do conteúdo pela simples transmissão de conhecimento (SILVA, 2011).

Dentro da prática de medir, existem aspectos psicossocioculturais que devem ser trabalhados em aula. Como exemplo, Silva (2011) enumera que a aprendizagem das medidas deve atuar pela percepção das crianças, o estudo das medidas deve fazer parte do currículo desde o primeiro dia de aula, oportunizado pelas situações cotidianas. As medidas devem ser iniciadas por unidades arbitrárias, a transferência para a unidade padrão deve ser gradual, a transferência para a unidade legal deve considerar aspectos do nível de desenvolvimento e aprendizagem. A escola deve conferir relação entre as unidades de medidas legais e culturais, é necessário partir da manipulação de objetos concretos, trabalhar o sistema de medidas que é utilizado na cultura em que a criança está inserida, atentar-se para as fragmentações no currículo, explorar a relação da geometria com as medidas, trabalhar as relações que são estabelecidas na sociedade e observar a capacidade do estudante na criação de situações-problemas, bem como em sua resolução.

Os doze princípios para o ensino de medidas, discutido por Santos (2015) com base nos estudos de Muniz, Batista e Silva (2008), revelam que é necessário ao docente um olhar construtivo da aprendizagem que perpassa os predizeres da sistematização curricular e repousa sobre o desenvolvimento e realidade do educando.

A medida do comprimento faz parte das atividades da humanidade desde os tempos primitivos, utilizando sistemas simples para medir o tempo, o espaço e os objetos que eram utilizados em seu dia a dia. Da mesma forma que a contagem teve início utilizando o corpo como instrumento, a medida também, dessa forma, Silva (2011, p. 68) defende:

> Na sala de aula, ao propor tarefas que envolvam a grandeza comprimento, é importante a utilização do corpo como um recurso para se medir, pois ao longo da história, desde as civilizações mais antigas, o homem, antes de construir as unidades padrão de medidas e os instrumentos, utilizou seu próprio corpo para medir comprimentos e distâncias.

Os comprimentos se referem às grandezas contínuas, isto é, não há fim para a teoria das medidas dos comprimentos, pois, como Vergnaud (2009) explica, entre duas medidas de comprimento, pode haver intermediários. Dessa forma, para que haja o conhecimento das medidas de comprimento, é necessária a introdução dos números decimais e a necessidade de enquadramento.

Quanto ao trabalho com a grandeza de massa em sala de aula, ele é relacionado à massa e ao peso. A grandeza da capacidade requer a experiência prática de manipulação de líquidos, a qual faz com que os estudantes compreendam as diferenças entre capacidade e volume. Vergnaud (2009) explica que as propriedades homomorfas dos objetos conduzem à apreensão das propriedades das medidas, como a relação de ordem, a adição, o princípio de que as medidas são positivas ou nulas e que existe um objeto de medida nulo.

5 METODOLOGIA

A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa (Sistema CEP/CONEP) sob o protocolo número 4.867.536/2021. A opção metodológica desta pesquisa foi por uma abordagem qualitativa, descritiva e interpretativa de um estudo de caso.

Quando se utiliza um método com abordagem qualitativa, segundo Goldenberg (2011), não se deve ter preocupação com a representatividade numérica, mas sim com a descrição do caso. Deslauriers (1991) explica que, na pesquisa qualitativa, o pesquisador também é o sujeito e o objeto de suas pesquisas, e o desenvolvimento da pesquisa é indispensável. O autor ainda salienta que o pesquisador tem conhecimento parcial e limitado do assunto pesquisado. O foco da mostra é produzir informações aprofundadas e esclarecedoras: sejam elas pequenas ou grandes, o que deve acontecer é a produção de informações novas.

> De modo diferente da pesquisa quantitativa, métodos qualitativos consideram a comunicação do pesquisador em campo como parte explícita da produção de conhecimento, em vez de simplesmente encará-la como uma variável a interferir no processo. A subjetividade do pesquisador, bem como daqueles que estão sendo estudados, tornam-se parte do processo de pesquisa. As reflexões dos pesquisadores sobre suas próprias atitudes e observações em campo, suas impressões, irritações e sentimentos tornam-se dados em si mesmos, constituindo parte da interpretação e são, portanto, documentadas em diários de pesquisas ou protocolos de contexto (FLICK, 2009, p. 25).

Dentro dessa perspectiva de pesquisa qualitativa, buscou-se o objetivo geral da pesquisa, que envolve a implementação de uma sequência didática com conceitos numéricos e as operações no Campo Conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas no Conjunto dos Números Naturais, que possibilite a aprendizagem de um estudante cego, dos anos iniciais do Ensino Fundamental, matriculado no sistema regular de ensino da cidade de Canoas/RS, constituindo-se em um estudo de caso.

Cervo, Bervian e Silva (2007) enfatizam que o conceito de pesquisa descritiva pode ser definido como aquela que descreve uma realidade e que tem, por natureza, caráter mais exploratório ou descritivo. Segundo esses autores, a pesquisa descritiva pode assumir diversas formas, entre as quais se destacam: estudos descritivos, pesquisa de opinião, pesquisa de motivação, pesquisa documental e estudo de caso, o qual será aprofundado. Conforme Cervo, Bervian e Silva (2007, p. 62), “o estudo de caso é a pesquisa sobre determinado indivíduo, família, grupo ou comunidade que seja representativo de seu universo, para examinar aspectos variados de sua vida”.

Assim, os dados são analisados por meio de uma descrição interpretativa, considerando-se que:

> Antes de tudo é preciso ter em mente que a pesquisa social interpretativa (...) implica processo comunicacional com agentes do cotidiano. Quando inseridos no mesmo contexto dos agentes, os pesquisadores acabam por ajudar a moldar a realidade social que configura objeto de levantamento, seja esse levantamento uma observação participante ou entrevista (ROSENTHAL, 2014, p. 55).

Rosenthal (2014) traz uma reflexão importante sobre o processo de pesquisa social interpretativa. Segundo o autor, é fundamental compreender que esse tipo de pesquisa implica em um processo comunicacional entre o pesquisador e os agentes do cotidiano, ou seja, aqueles que fazem parte do contexto que está sendo estudado. Ao inserir-se nesse contexto, o pesquisador acaba influenciando e sendo influenciado pelos agentes, ajudando a moldar a realidade social que é objeto de levantamento. Essa reflexão reforça a importância de uma abordagem cuidadosa e reflexiva em relação ao processo de pesquisa, uma vez que a presença do pesquisador pode alterar a dinâmica e a interpretação dos dados coletados.

Desta maneira, considerando os objetivos propostos para o desenvolvimento da pesquisa, foram desenvolvidas cinco etapas que envolveram diferentes procedimentos, como se demonstra na Figura 13:

Figura 13 – Etapas e procedimentos da pesquisa

Etapa	**Procedimentos**
Pesquisar na literatura subsídios que abordem reflexões e práticas pedagógicas sobre a aprendizagem matemática de estudantes cegos	- Seleção e leitura de livros, artigos e periódicos sobre Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como o desenvolvimento do pensamento aritmético em pessoas com deficiência visual com ênfase metodológica qualitativa.
Compor o referencial teórico	- Construção base teórica para fundamentar a pesquisa.
Conhecer os materiais do Laboratório de Estudos de Inclusão	- Reconhecimento e familiarização do espaço onde a investigação com o estudante será realizada, objetivando explorar os recursos didáticos disponíveis.
Investigar os conhecimentos matemáticos do estudante participante da pesquisa	- Solicitação de autorização aos participantes da pesquisa (Apêndice A) - Entrevistas com o estudante (Apêndice B), a responsável (Apêndice C) e professores que o acompanham junto à Associação dos Deficientes Visuais de Canoas (Apêndice D). - Planejamento da sondagem inicial (resolução de problemas aritméticos) com o estudante cego.
Desenvolver a sequência didática	- Planejamento das atividades ligadas ao interesse do estudante; - Realização das atividades pelo estudante.

(Continua)

Figura 13 – Etapas e procedimentos da pesquisa (Continuação)

Avaliação e resultados da pesquisa	- Análise das intervenções didáticas para planejamento das novas atividades e para o acompanhamento da aprendizagem do estudante. - Análise dos resultados apresentados pelo estudante durante este processo.

Fonte: a pesquisa.

5.1 LOCAL E PARTICIPANTES DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada no município de Canoas, no estado do Rio Grande do Sul, no Laboratório de Estudos de Inclusão (LEI) do PPGECIM da Universidade Luterana do Brasil. O participante central foi o estudante G, que é cego congênito, CID 10HS4.0 em ambos os olhos e Transtorno do Espectro Autista (TEA) leve, CID F84.0, que estava com 11 anos no início da pesquisa, em 2021, e frequentava o 5º ano de uma Escola Municipal de Canoas. Em 2022, na continuidade da pesquisa, G completou 12 anos, frequentando o 6º ano do Ensino Fundamental.

Os demais participantes da pesquisa foram:

- professor da Associação de Deficientes Visuais de Canoas (ADEVIC) identificado como E, licenciado em Letras, pós-graduado em Educação Especial e Inclusiva e especialista na área de deficiência visual;
- professora de Matemática da turma regular de 6º ano do Ensino Fundamental, identificada como Professora A, é licenciada em Letras e estava cursando Pós-Graduação em Gestão Escolar. Atuou como professora de G até agosto de 2022; e
- mãe e responsável pelo estudante, identificada como S, que o auxiliava em casa com as atividades escolares.

A terminologia utilizada para a identificação dos participantes da pesquisa é fictícia, a fim de preservar o anonimato dos participantes envolvidos. Ao longo das atividades desenvolvidas com o estudante G, foi possível trilhar um caminho com observações e intervenções a partir de indícios do seu processo de aprendizagem.

Na abordagem qualitativa, os dados produzidos são, em sua maioria, descritivos, pois são ricos em descrever pessoas, situações, acontecimentos e transcrições de entrevistas. A preocupação com o processo é muito maior do que com o resultado, a complexidade do dia a dia escolar deve ser retratada ordenadamente, e a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo (LUDKE; ANDRÉ, 2013).

A presente pesquisa segue esses pressupostos, valendo-se da abordagem qualitativa em educação.

Deste modo, o estudo foi realizado observando o processo de construção de conhecimento aritmético, com foco no Campo Conceitual das Estruturas Aditivas e Multiplicativas de Vergnaud (1998), por meio de uma sequência didática com um estudante cego.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Apoiando-se na análise descritiva e interpretativa de Cervo, Bervian e Silva (2007), a análise e a discussão dos resultados estão estruturadas em dois momentos de intervenções pedagógicas realizadas com a estudante G: o primeiro foi a sondagem; nesse momento evidenciou-se o que G já sabia, dando um norte para o planejamento e as intervenções necessárias para o avanço dos próximos encontros. E num segundo momento, o trabalho no Campo Conceitual das estruturas Aditivas e Multiplicativas, simultaneamente.

6.1 SONDAGEM

A pesquisadora P apresenta ao estudante G um conjunto de situações para observar e analisar os conceitos já construídos pelo estudante, como ele evidencia o conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade e como representa esses conceitos e suas relações.

À luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1998), foi proposto um conjunto de situações com seu conjunto de conceitos.

Nesta primeira etapa, foram propostas atividades que contemplassem os Campos Conceituais nas estruturas das relações e operações de adição e subtração no conjunto dos Números Naturais. Para isso, foi proposto o uso do material dourado para quantificação, composição e decomposição de números, jogos de dados para relação binária (quem faz mais/menos pontos ou empate), relação ternária (quantos pontos a mais/menos), jogo de cartas para adição e subtração para composição de duas medidas resultando em uma terceira medida, composição de medidas e transformação de medidas. Em geral, foram necessárias de 2 a 3 sessões para que o estudante G pudesse construir cada objetivo proposto em cada atividade.

6.1.1 1ª Sondagem

Durante a realização desta atividade, empregou-se o material dourado como recurso didático para o processo de composição e decomposição de Números Naturais na base dez, bem como para o desenvolvimento da compreensão da relação de ordem entre eles.

Nos procedimentos desta aula, foram realizados diálogos entre a professora/pesquisadora e o estudante G. Foi realizada apresentação da professora/pesquisadora e do estudante, e da mãe do estudante e a professora/pesquisadora. Enquanto a professora/pesquisadora atendia o estudante, a mãe preenchia sua entrevista em anexo, no Apêndice C. O desenvolvimento do diálogo com o estudante foi informal e espontâneo, para que se observassem suas relações em termos de atitudes, comportamento e conhecimento prévio da Matemática, seus interesses e escolhas.

O estudante G trouxe a sua caixa de material dourado confeccionada pelo seu avô, adequada para que, por meio do tato, o estudante G possa formar o número, utilizando as peças referentes à unidade, à dezena, à centena e ao milhar; o milhar, por ser grande, fica fora da caixa. Esta caixa também é utilizada para G fazer as adições e subtrações. Na Figura 14, G manuseia as peças do material dourado e P questiona:

Figura 14 – Atividade com Material Dourado

<table>
<tr><td>Apresentação da caixa
</td><td>Formando o número
</td><td>Número formado
</td></tr>
<tr><td colspan="3">P- O que é isso?
G- É o milhar do material dourado. Esta é uma caixa que meu avô fez pra mim, tem 9 repartições para eu montar os números.
P- É! Que legal!
G- Sim, tem o lugar das centenas, as placas das dezenas, as barras e, para a unidade, os cubinhos, o milhar fica fora da caixa porque é muito grande, não cabe.
P- Você sabe quantas centenas tem no milhar? O milhar é maior ou menor que a centena?
G- Não sei! É um monte.
P- Um monte, quantas?
G- Tem que contar, me ajuda.
P- Sim!
(G conta junto com P).
G- Tem 10 centenas.
P- Quantas dezenas tem a centena?
G- Um monte! Tem que contar. Vou contar 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Tem 10 dezenas.
P- Quem é maior a dezena ou a centena?
G- Pelo tamanho, a placa é maior do que as barrinhas.
P- E a unidade é maior ou menor que a dezena?
G- Pelo tamanho, a dezena é bem maior que a unidade.
P- Quem é maior, o milhar, a centena, a dezena ou a unidade?
(G coloca as peças em ordem por tamanho).
P – Quantas unidades tem a dezena?
G – 10 unidades.
P- Quantas dezenas tem a centena?
G- Não sei, tem que contar.</td></tr>
</table>

(Continua)

Figura 14 – Atividade com Material Dourado (Continuação)

P- Quantas centenas tem o milhar? G- Não sei! Um monte! P- Então vamos contar? G- Sim! P- Então podemos afirmar que: 1 milhar = 10 centenas 1 centena = 10 dezenas = 100 unidades 1 dezena = 10 unidades Quantas unidades tem a centena? G- Não sei! Vou pegar a placa e contar! Pronto: 1 centena tem 100 unidades. P- E o milhar quantas unidades tem? G- Não sei, tenho que contar. É muito difícil. P- Você disse que o milhar tem 10 centenas e 1 centena tem 100 unidades. Vamos contar as placas da centena. G- 100, 200, 300..., 900, 1.000. Tem 1.000 unidades. P- Vamos brincar de montar os números! Você compõe o número com as peças e eu digo o número composto. G- Vou arrumar na caixa a centena, unidade e dezena, cada uma no seu lugar. P- Quando estiver pronto me avisa. Pode me dar uma pista! G- Pronto! P- 1.435. G- Acertou! P- Agora é a minha vez. Que número eu compus para você? G- 623. P- Qual o maior 1.435 ou 623? G- 1.435. O milhar é grande. P- Você sabe contar até quanto? G- Eu acho que até o mil. P- Se aumentar 1 no 1000, quanto fica? G- 5, 6, 7, 8, 9. P- Se aumentar 1 no 1.000 fica 9? G- Não sei!

Fonte: a pesquisa.

Na primeira atividade, o estudante G estabelece relações entre as peças do material dourado apenas pelos seus tamanhos, maior ou menor, não considerando a quantidade que elas contêm. Por exemplo: milhar é maior que a centena, centena é maior que a dezena, dezena é maior que a unidade. G compõe números usando as peças, comparando-as e classificando em maior ou menor pelo seu tamanho e dimensões, e não faz a relação de quantidade de unidades contidas em cada peça do material dourado; por exemplo, recita para as dezenas 10, 20, 30, 40..., 90. Para contar 1.000, usa a placa e conta 100, 200, 300..., 900, 1.000. Memorizou o nome de cada uma das peças e o quanto valem posicionando-as para a formação do numeral, porém não quantifica. Mas, ao mesmo tempo, tem domínio do uso do material dourado por ser usado na escola, compõe e decompõe os números corretamente, classificando em maior e menor por tamanho. Assim, destaca-se que:

> Estes primeiros números compreendidos por uma criança são, de fato, números naturais: 1, 2, 3, 4..., e eles não serão outra coisa senão a medida dos conjuntos de objetos isoláveis. Isto porque as relações numéricas não podem ser compreendidas pelas crianças se não se apoiarem fundamentalmente na análise das relações entre conjuntos, quer se trate das relações binárias de ordem ou de equivalência, quer da relação ternária de união disjunta que dá seu sentido à adição de números. Afastar-se dessa ideia de correspondência necessária, ou de homomorfismo, entre os objetos e os conjuntos de um lado, e os números, de outro, seria condenar-se a nada compreender da didática da noção de número (VERGNAUD, 1998. p. 141).

Ficou evidente, nesta primeira atividade de sondagem, que o estudante G não estabelece relações entre os elementos de seus conjuntos, unidades, dezenas, centenas e milhar aqui simbolizados pelas peças do material dourado.

O estudante G é receptivo, bem adaptado, coloca suas ideias bem estruturadas, faz relatórios claros e organizados de suas experiências. Tivemos um primeiro contato muito proveitoso para o objetivo do nosso trabalho: analisar seu desenvolvimento cognitivo (pensamento aritmético) e como ele se relaciona com as pessoas. Demonstrou interesse em aprender, expôs suas vivências sem quaisquer barreiras ou impedimentos. Está muito focado em aprender "a tabuada'', quer aprender a "tabuada de vezes".

6.1.2 2ª Sondagem

Neste 2º encontro, foi utilizado um jogo de dados: 2 dados de madeira e faces com pinos de metal representando os números.

Durante a atividade, os jogadores participantes jogam individualmente um dado, comparando entre si os resultados obtidos. Em seguida, jogam simultaneamente dois dados para comparar a soma dos valores, sendo declarado vencedor aquele que obtiver maior pontuação em ambas as modalidades.

O objetivo desta atividade é a comparação de números. Na Figura 15, apresenta-se o jogo de dados.

Figura 15 – Jogo de dados

Reconhecendo os dados adaptados	Jogando os dados aleatoriamente	Comparando com auxílio dos cubinhos
		

(Continua)

Figura 15 – Jogo de dados (Continuação)

P- Isso aqui é um dado, nas faces tem pinos, 1, 2, 3, 4, 5, 6. O dado é um cubo, passa o dedo e verifica seus elementos. Cada face é um quadrado. A hora que terminar de analisar o dado me avisa.
G- Sim.
P- Eu tenho um dado e você outro. Você joga primeiro. Quanto saiu?
G- 1, 2, 3 ,4, 5, 6. Eu fiz 6.
P- Vou jogar o meu! Quanto saiu? Conta pra mim aqui.
G- 1, 2, 3, 4, 5. Você fez 5.
P- Quem ganhou? Quem fez mais pontos, você ou eu?
G- Eu! Fiz 6 e você 5.
P- Você ganhou por quanto? Quantos pontos fez a mais que eu?
G- Não sei!
P- Então pensa. Quanto você fez a mais que eu? Quer pegar o material dourado?
G- Não! Eu sei fazer de cabeça. 5+6=12.
P- Não.
G- 5. Ahhhh 5+6. É conta de mais, né?
P- Eu quero saber quantas bolinhas você fez a mais que eu.
G- Não sei!
P- Compara os dados, quanto falta no 5 pra chegar no 6.
G- Vou contar, 1, 2, 3, 4, 5, 6 no meu tem 6 bolinhas a mais. Ganhei por 6 a 5.
P- Isto. Você ganhou!
G- Vamos jogar mais, vou ganhar sempre, eu faço de cabeça, nem precisa do material.
P- Você sabe fazer conta de mais e de menos?
G- Sim, vou jogar! Ixi, só fiz 2 pontos.
P- O meu também deu 2. Quem ganhou?
G- Eu!
P- Eu, você tirou 2 e eu também, o teu 2 é maior que o meu?
G- Nenhum dos dois.
P- Eles são i...?
G- Iguais. Vamos de novo.
P- Eu tirei 2.
G- Eu tirei 4. Ganhei!
P- Por que você ganhou?
G- Peguei 4 cubinhos e tirei 2 e ficou 2.
P- Quem é maior 2 ou 4?
G- Nenhum dos dois! Nenhum dos dois!
P- Você acha que 2 é maior que 4?
G- Não sei! É pra fazer de menos?
P- Vamos verificar pegando os dados de 2 e 4. Passa a mão. Onde tem mais? Onde tem menos pinos?
G- Vamos descobrir, 2 é menos que 4. E 4 é mais que 2.
P- Muito bem! 2 é menos que 4. Quanto falta no 2 para chegar no 4?
G- 2. Vamos jogar os dados juntos?
P- Tá bom, mas aí vamos precisar somar os resultados e compará-los.
G- Joguei, saiu 6 e 2.
P- Quantos pontos você fez?
G- 8 pontos.
P- Eu fiz 4 e 2. Fiz 6 pontos. Me diz uma coisa, 8 é maior ou menor que 6?
G- Os dois são maiores.
P- Quem é o maior?
G- Os dois.
P- Vamos pegar o material dourado e montar os meus pontos e os seus pontos e contar.
G- 1, 2, 3, 4, 5, 6 os seus, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 os meus pontos. Estranho deu 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.
P- Muito bem, 6+8=14
G- É então eu fiz 14 pontos.
P- Não, nós juntos fizemos 14 pontos, meus 6 mais o seus 8. Você ganhou por quanto? Quanto falta no 6 para chegar no 8?

(Continua)

Figura 15 – Jogo de dados (Continuação)

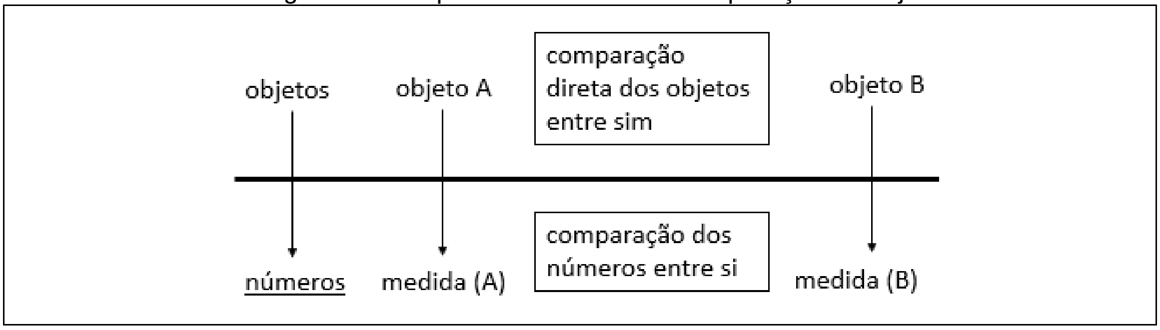
G- 2. Outra vez. Só um dado cada um. A última vez, eu jogo, deu 2.
P- Tirei 4, quem ganhou?
G- Eu ganhei com 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6.
P- Não vale, juntou meus pontos. Eu fiz 4 pontos e você fez 2. Quanto falta no 2 para chegar no 4.
G- 2.
P- Então 4-2 é?
G- Vou pegar o material dourado.
P- Então conta, 2 mais 2.
G- 4. Fez 4 pontos.
P- Você acha pouco ou muito?
G- Pouco. Vamos jogar.
P- A última vez, está na hora de ir embora.
G- Agora, deu 3 mais 3 que é 6. Fiz 6 pontos. Você joga.
P- Eu fiz 5 e 3, que dá 8. Quem fez mais pontos?
G- Eu fiz mais, você fez menos.
P- Você fez quantos pontos?
G- 6 pontos. 3+3.
P- E eu fiz quantos pontos?
G- 8.
P- 6 é mais que 8?
G- Vamos descobrir o resultado, vamos lá. 1, 2, 3, 4, 5, 6 meus pontos. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, teus pontos. Onze pontos.
P- Vamos pegar o material dourado.
G- Já está certo! É 11.
P- Vamos pegar os cubinhos do material dourado para descobrir.
G- Vou fazer o montinho do 6 e montinho do 8. Eu tenho mais cubinhos nos dois.
P- Conta outra vez, tem mais no 6 ou no 8? Ou são iguais?
G- Não são iguais, isso não são. No 6 tem menos, então 6 é menor que 8.
P- Muito bem, na próxima semana continuamos.

Fonte: a pesquisa.

Na segunda atividade, neste momento G não estabelece a relação binária no simples exemplo 8 é maior que 6, 6 é menor que 8, o que ficou evidente no jogo de dados. Para descobrir que 8 é maior que 6, recorremos às unidades do material dourado que ele chama de “cubinhos”. Monta o conjunto com 8 unidades (A) e o conjunto com 6 unidades (B) para fazer a comparação; fazendo correspondência, verifica que 8 é maior que 6 e que 6 é menor que 8. Usa as expressões “aqui tem mais, ali tem menos” manuseando o material. Em todas as jogadas, a estratégia foi sempre a mesma para descobrir qual é o maior e qual é o menor.

Para Vergnaud (1998, p. 137), “De um modo geral, pode-se representar da seguinte maneira o papel dos números na comparação dos objetos”. Este ponto é descrito na Figura 16:

Figura 16 – Papel dos números na comparação de objetos



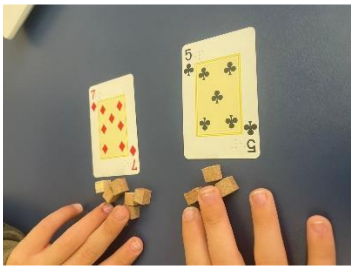
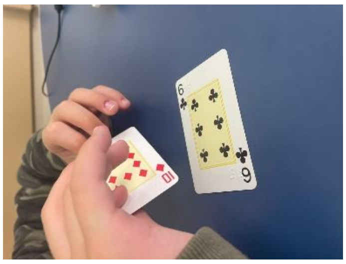
Fonte: Vergnaud, 1998, p. 137.

Para a atividade, considera-se que o conhecimento consiste, em grande parte, no estabelecimento de relações binárias e quaternárias, elementos fundamentais para a aplicação da TCC.

6.1.3 3ª Sondagem

Na terceira atividade, utilizou-se, um Jogo de Cartas em Braille. Cada jogador alça uma carta do baralho, joga na mesa, e ganha quem tiver o maior número. O objetivo é a comparação e composição de números. Na Figura ‘17, apresenta-se o diálogo entre P e G durante a atividade do jogo de cartas:

Figura 17 – Jogo de cartas

<table>
<tr><td>Reconhecendo as cartas
</td><td>Comparando com auxílio do material dourado
</td><td>Comparando 10 e 6
</td></tr>
<tr><td colspan="3">P- Vou apresentar o baralho em Braille, quero que você identifique as cartas e naipes comigo, pode ser?
G- Sim!
(G manuseia, reconhece os naipes e o valor da carta, conforme explicação de P).
P- Que carta é essa?
G- Esta é 7 p.
P- 7 de paus. Sim! Muito bem!
G- Acho que já reconheço todas as cartas.
P- Vamos jogar? Cada um pega uma carta do baralho e joga na mesa, ganha quem jogar a carta mais alta.
G- Sim, eu começo. Tirei 7 de ouro.
P- Tirei 5 de copas. Quem ganhou, verifica aí pra nós.
G- Eu ganhei. 7 é mais que 5.
P- Muito bem. Quanto 7 é mais que 5?
G- Vou pegar os cubinhos e fazer os montinhos de 7 e de 5 para ver e poder comparar.</td></tr>
</table>

(Continua)

Figura 17 – Jogo de cartas (Continuação)

P- Tudo bem, quer ajuda? G- Não precisa, eu já sei agora, no montinho do 7 tem mais que o montinho do 5. Então 7 tem 2 a mais que 5. P- Quanto o cinco é menos que 7? G- Dois também.

Fonte: a pesquisa.

Foram jogadas 6 rodadas, sempre com os mesmos questionamentos. quem ganhou? Quem fez mais? Quem fez menos? Qual a diferença de pontos? Houve empate? Sempre acompanhados do material dourado.

Na primeira jogada da última partida com as cartas, já não se tem a necessidade constante de fazer os “montinhos” (conjuntos de unidades). Cada um compra sua carta e diz o valor. A Figura 18 demonstra essa situação:

Figura 18 – Continuação do jogo

G- Eu tirei 10 P- Eu tirei 6. Quem ganhou? G- Eu, com 10. 10 a 6. P- Ganhou por quantos pontos? Quantos pontos você fez a mais que eu? G- Preciso pensar. P- Quer material? G- Não faço de cabeça. Ganhei por 4 pontos. Fiz 4 pontos a mais que você e você fez 4 pontos a menos que eu.

Fonte: a pesquisa.

Na terceira atividade, o estudante G gostou muito do jogo de cartas, continua tendo a necessidade de montar conjuntos (“montinhos”), embora com menos frequência, para estabelecer a relação entre os cardinais de cada um dos conjuntos e prestar maior atenção na contagem, o que passou a ser mais significativo, isto é, 7 é maior que 5 não só pelo seu lugar na sequência recitada, mas principalmente pelas atividades de comparação. G ainda não expressa de forma clara o modo como efetua o cálculo de 6+4=10, por exemplo.

Nessa mesma perspectiva, Vergnaud (1998, p. 138) defende que:

> Resta o problema da comparação dos números entre si. Se for simples dizer que é o lugar na sequência falada que determina o maior e o menor, é necessário também destacar que esta regra se apoia em todas as atividades de comparação paralelas entre conjuntos de um lado, e as entre números, de outro, as quais permitem à criança assegurar-se do bom funcionamento da regra.

Diante dessa inquietação, a TCC já sinaliza que irão aparecer outros problemas quando os números ultrapassam a dezena e recorrerem a um sistema de numeração.

Diante das situações do jogo, G tem que achar uma saída para dar as respostas, para tanto, precisa formular seus invariantes operatórios, ainda um pouco incipientes, e para comunicar seus resultados utiliza o manuseio de materiais táteis, as unidades do material dourado para contagem.

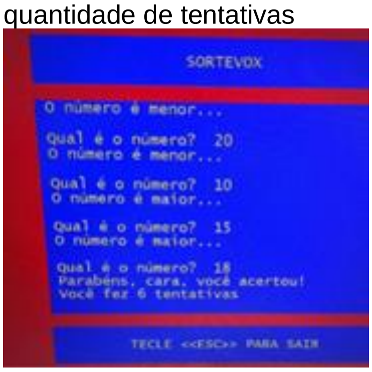
6.1.4 4ª Sondagem

A atividade selecionada para este encontro foi o Jogo *Dosvox*.

O sistema *Dosvox*, composto por uma interface especializada (DOSVOX, 2022), disponibiliza um pacote com ferramentas matemáticas, como calculadora vocal (Calcuvox), planilha eletrônica (Planivox), editor de textos matemático no padrão Braille (Transcod) e jogos como, por exemplo, Nimvox (jogo dos palitinhos), Julius, o Pirata (longitude e latitude), Cassino (sistema monetário) e Contavox (jogo da tabuada). Pode-se observar que “X” é o número falado pelo sistema *Dosvox*, e “Y” é o número respondido pelo estudante G, buscando a relação X>Y, ou X<Y, ou X=Y. O objetivo nesta atividade é identificar se G comparava números, identificando maior, menor ou igual.

Na Figura 19, descreve-se a atividade no *Dosvox*:

Figura 19 – Atividade com *Dosvox*

<table>
<tr><td>Tela de início</td><td>Tentativas de acerto</td><td>O acerto juntamente com a quantidade de tentativas</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="3">O sistema (Sissis) pergunta: Qual é o número?
G tenta adivinhar, e digita o número.
O Sissis avisa se o número for maior ou menor e segue o jogo, até que G acerte o número (x=y).
P - Vamos jogar?
G - Sim.
P - Pode começar! Escolhe um número de 00 até 99.
G - 69
Sis - O número é maior!
G - 78
Sis - O número é menor!
P – Você viu que é maior que 69 e menor que 78.
G – 49</td></tr>
</table>

(Continua)

Figura 19 – Atividade com *Dosvox* (Continuação)

P - 49 é maior que 69? G - Não né... P - Então... G - 77 Sis - O número é menor! G - 73 Sis – O número é maior! G - Agora eu tenho só três possibilidades, né? P - Sim! Quais? G - 74, 75, 76. P - Qual você vai escolher? G - 75. Sis - O número é menor! P - Olha só é menor que 75 e maior que 73. Já sabe qual é o número? G - 74. P – Parabéns, G.

Fonte: a pesquisa.

Esta quarta atividade foi feita em média três vezes a cada encontro com G. Depois de desenvolver várias vezes essa atividade, G começou a se concentrar mais, visando descobrir o número em menos tentativas. Observou-se que o estudante tinha interesse em acertar o número e, aos poucos, conseguiu fazer a dedução correta, dentro da sua sequência numérica lógica, a qual recita muito bem. Para Vergnaud (1998, p. 135), "O problema é o de estabelecer uma relação de ordem (ou, eventualmente, de equivalência) entre dois conjuntos". Aos poucos, G começa a estabelecer a relação de ordem, "mais que", "menos que" e "igual a".

Vamos representar esquematicamente as diferentes etapas do procedimento do jogo *Dosvox*. A Figura 20 ilustra a afirmação de Vergnaud:

Figura 20 – Respostas de G

	Falas de G	**Respostas do Sis**
Primeira etapa: Citação no conjunto dos Números Naturais de 0 a 99. Relação de ordem.	69	Maior
	78	Menor
	77	Menor
	73	Maior
	75	Menor
	74	Parabéns, você acertou!

Fonte: a pesquisa.

6.1.5 Considerações sobre a sondagem

Tudo indica que G estava formando os seus invariantes operatórios quando ele faz a dedução lógica e acerta o número, identificando: "maior que"; "menor que"; "mais que"; "menos que" e "igual a".

Durante o período de sondagem, destacamos alguns aspectos que precisam ser retomados para que G compreenda o Campo Conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas. Analisamos as atividades desenvolvidas pelo estudante G, seguindo suas respostas, acreditamos que ele estava tendo as primeiras aquisições das estruturas numéricas e formando os seus invariantes operatórios, para que elaborasse as relações entre número escrito, recitado e a quantidade que ele representa.

Ao longo das atividades propostas, demonstrou a necessidade de montar conjuntos com materiais táteis para, por meio da correspondência um a um, estabelecer a relação de ordem.

Em relação à adição, G era capaz de realizar: composição de duas medidas para resultar em uma terceira medida, como muitas vezes ele salientava em ser “é conta de mais”, “é conta de menos”.

A análise das atividades até aqui propostas sugere um trabalho intensivo na construção do Campo Conceitual das estruturas aditivas, à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

6.2 INTERVENÇÕES PEDAGÓGICAS NO CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS ADITIVAS E MULTIPLICATIVAS

Neste momento, foram propostas ao estudante G intervenções para que ele desenvolvesse e compreendesse as operações no Conjunto dos Números Naturais, baseado na TCC de Vergnaud (1998). Assim, destaca-se que:

> As relações aditivas são relações ternárias que podem ser encadeadas de diversas maneiras e resultar em uma grande variedade de estruturas aditivas; delas daremos alguns exemplos adiante. Mas na análise essencial que segue, vamos nos ater a seis esquemas ternários fundamentais (VERGNAUD, 2009, p. 200).

Para Vergnaud (2009), a TCC nas estruturas aditivas está dividida em seis categorias.

- 1ª categoria: duas medidas se compõem para resultar em uma terceira;
- 2ª categoria: uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida;
- 3ª categoria: uma relação liga duas medidas;
- 4ª categoria: duas transformações se compõem para resultar em uma transformação;

- 5ª categoria: uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo;
- 6ª categoria: dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.

As atividades de 1 a 5 foram desenvolvidas em um formato cíclico, ou seja, uma atividade era complementar à outra. Por essa razão, para concluir de todas as atividades, foi necessário o total de quatro encontros, pois esse tempo foi necessário para que todas as atividades fossem realizadas em sua totalidade. É importante destacar que esse formato de atividade cíclica pode ser benéfico para a aprendizagem, uma vez que permite que os estudantes possam rever, potencializar e aprimorar o aprendizado a cada ciclo de atividades, permitindo assim uma compreensão mais ampla e aprofundada do assunto.

A partir da atividade 6, em média, apenas um encontro por tarefa era necessário. Além disso, sempre havia tempo para o estudante G jogar o *Dosvox*, que era frequentemente solicitado por ele e, por fim, a tarefa número 13 exigiu um total de 3 encontros para que o estudante G pudesse compreender o uso da escova adaptada do 15 e, consequentemente, jogá-lo sem a necessidade do auxílio da pesquisadora.

Para atender às demandas escolares, G concentrou seus esforços em "saber a tabuada". Nesse sentido, o trabalho com a adição foi intensificado simultaneamente ao da multiplicação, que foi estimulado por meio da adição reiterada de uma mesma quantidade. Essa abordagem foi adotada em função da maior facilidade de trabalhar com grandezas discretas e números naturais, como evidenciado na sondagem realizada.

6.2.1 Atividade 1

Nesta atividade, foi realizado um trabalho com as motos. Nas atividades com motos de brinquedo, o estudante deveria explorar o brinquedo “vendo com os dedos”. Para tanto, a professora fez as seguintes perguntas: quantas rodas tem uma moto? São 2 rodas para uma moto? Quantas rodas têm 2 motos, 3 motos, ... 10 motos? A partir destes questionamentos, concluíram juntos a atividade proposta, como mostra a Figura 21.

Figura 21 – Atividade 1 – Multiplicação com multiplicando 2

Reconhecendo as motos e brincando	Agrupando as motos para fazer 3x2	Contando as rodas das 8 motos
		

P Coloca um conjunto de 10 motos de brinquedo na mesa em frente a G e pergunta. O que é isto? Manuseia, analisa, e me diz o que é e quantas são, pode ser?
G- Sim, são motos, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. São 10.
P- Pega uma moto e analisa, o que tem 2 nela?
G- Tem 2 pessoas.
P- Duas?
G- Sim, a que dirige e a outra na garupa.
P- Tem 2 pessoas aí?
G- Não.
P- Analisa bem!
G- Essas 2 rodas não estão andando! Tá quebrado eu acho!
P- Não está quebrada, é assim mesmo! Quantas rodas tem cada moto?
G- 1, 2. Duas! são de modelos diferentes?
P- São, tem azul, preta, vermelha. elas são todas coloridas (P descreve as características de cada moto, G acompanha tocando).
P- Quantas rodas tem uma moto?
G- Uma, duas, 1+1=2.
P- Então posso dizer que 1 + 1=2, e 1 × 2=2.
G- Sim.
P- Quantas rodas têm 2 motos?
G- 2 rodas também.
P- Como assim? Pega 2 motos e conta.
G- 1, 2, 3, 4. 4 rodas.
P- 2 motos têm 4 rodas ao todo!
G- Sim, tem mesmo.
P- Então, 2+2=4 ou 2x2=4. E 3 motos quantas rodas têm ao todo?
G- Aí, aí, aí, não sei, vou ter que contar, 1, 2, 3, 4, 5, 6. são 6 rodas.
P- E 4 motos juntas. quer brincar com elas? Pode brincar!
G- Meu Deus, vou contar, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 8 rodas.
O mesmo processo foi feito com 5, 6, 7, 8, 9 e 10 motos. A partir da sexta moto, o estudante já identificou que toda vez que pega mais uma moto acrescenta mais 2 rodas.
5 motos – contou: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Dez rodas
6 motos – contou 11, 12. Doze rodas.
7 motos – contou 13, 14. Catorze rodas.
8 motos – contou 15, 16. Dezesseis rodas.
9 motos – contou 17, 18. Dezoito rodas.
10 motos – contou 19, 20. Vinte rodas.
Retomamos a atividade algumas vezes até que o estudante chegou ao seu invariante operatório do multiplicando 2.
E assim, foi novamente contando, falando e organizando as motos até encontrar o resultado.
P- Pensa comigo, pode tocar nas motos, uma moto tem 2 rodas, 2 motos têm 4 rodas, 3 motos 6 rodas...10 motos têm 20 rodas. Vamos registrar na máquina braile?
G- Sim.
P- Agora faz de conta que eu tenho 8 rodas, quantas motos eu posso montar?
G- Não sei! tenho que pensar! Não sei, me ajuda?
P- 1 moto →2 rodas

(Continua)

Figura 21 – Atividade 1 – Multiplicação com multiplicando 2 (Continuação)

G- Não sei, vou pegar o material dourado, e vou fazer montinhos de 2, faz de conta que são as 2 rodas da moto, daí eu reparto as 8 rodas em montinhos de 2. P- Ok G- Deu 4. Com 8 rodas eu posso montar 4 motos. P- Muito bem! Que você acaba de fazer 8 ÷ 4. G- Isso é divisão? Divisão é muito fácil, mas tem que pensar, né! P- Vamos fazer mais umas divisões. G- Sim, preciso pegar as motos para fazer os montinhos? E posso usar o material dourado? P- Pode usar o que se sentir mais seguro. E pode não precisar de nada. G- Tá, eu escolho na hora. Pode fazer um monte de perguntas pra mim.

Fonte: a pesquisa.

Na análise da atividade com as motos, os questionamentos orais da professora auxiliaram para dar significado às ações. O isomorfismo de medidas, segundo Vergnaud (1998, p. 260), é:

> O isomorfismo de medidas coloca em jogo quatro quantidades, mas nos problemas mais simples, sabe-se que uma dessas quantidades é igual a um. Logo, há três grandes classes de problemas conforme seja a incógnita uma ou outras das três outras quantidades.

A primeira classe norteou o trabalho com as motos.

Motos		Rodas
1	⟶	2
2	⟶	4
.		.
.		.
.		.
10	⟶	20

Conforme aumentava o número de motos, aumentava o número de rodas, isso ficou evidente para G. Efetuava a multiplicação de multiplicando 2 como adição reiterada: 2+2=4 e 2x2=4; 2+2+2=6 e 3x2=6, e assim sucessivamente. Ele achou mais fácil, até que descobriu que era só acrescentar +2. G trabalhou tateando as motos de brinquedo, até 10x2. Contava as rodas, pediu para substituir as motinhas pelas unidades do material dourado, pois ocupava menos espaços. Fez “montinhos” de 2.

Fizemos o caminho inverso da multiplicação, a divisão, do tipo: quantas motos posso montar com 18 rodas, 18 rodas dividem em 18 montinhos por 2. Então concluía que se 9x2=18, então 18:9=2. Ficou muito admirado, e disse: “então é isso que é a divisão?”. G já conhecia o termo divisão, porém não sabia o seu significado. Quando errava, voltava, pegava o material concreto, contava, recontava, até acertar. Assim estava construindo progressivamente estruturas multiplicativas, nas categorias mais simples do isomorfismo de medidas, estabelecendo relações.

$$\begin{array}{ccc} \text{Motos} & & \text{Rodas} \\ 1 & \longrightarrow & a \\ b & \longrightarrow & x \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Motos} & & \text{Rodas} \\ 1 & \longrightarrow & a \\ x & \longrightarrow & c \end{array}$$

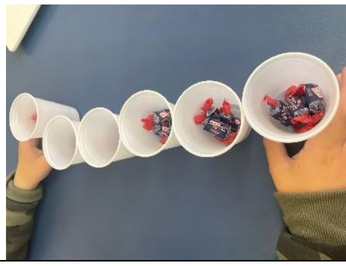
$$\begin{tikzcd}[row sep=large] \text{Motos} & \text{Rodas} \\ x \arrow[r] \arrow[d, bend right, "\times 9"'] & 2 \\ 9 \arrow[r] & 18 \arrow[u, bend right, ":9"'] \end{tikzcd}$$

G apresenta competências para elaborar o conhecimento das estruturas multiplicativas; para tanto, há necessidade de uma variedade de situações e materiais táteis.

6.2.2 Atividade 2

Realizamos a tarefa da escola, multiplicação com os multiplicando de 2 a 9. Para a realização dessa atividade, foi usado material tátil, balas e potes, e unidades do material dourado, como representado na Figura 22:

Figura 22 – Atividade 2 – Tarefa da escola

<table>
<tr><td>Contando as balas
</td><td>Distribuindo as balas nos potes
</td><td>Contabilizando a divisão
</td></tr>
<tr><td colspan="3">P- Vamos fazer o tema de casa da escola. São multiplicações até 9. Temos as unidades do material dourado, balas e potes para organizar os conjuntos. Vou perguntar e você vai descobrindo e anotando o resultado na máquina. 2x8=?
G – Dezesseis, né.
P – Então.
G – É dezesseis.
P – Três vezes oito?
G – Se três vezes sete é... Quanto é três vezes sete?
P – Ué, não sei.
G – Não sei também.
P – Três vezes oito. Vamos contar no material?
G – Vamos contar. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze.</td></tr>
</table>

(Continua)

Figura 22 – Atividade 2 – Tarefa da escola (Continuação)

P – Duas vezes oito é quinze?
G – Pera aí. Dezesseis, dezessete, dezoito, vinte, vinte e um, vinte e dois, vinte e três.
P – Quanto é 1x8?
G – Oito.
P – Quanto é o 2x8?
G – Vinte e três.
P – Não.
G – Não?
P – Não. Conta de novo, 1x8?
G – Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito.
P – 1x8 = 8, 2x8?
G – Nove, dez, onze, doze, treze quatorze, quinze.
P – Para tudo, quanto é 2x8?
G – Ah, é que é para pegar dois.
P – Quanto é 2x8?
G – Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze... treze, quatorze, quinze, dezesseis.
P – Dezesseis, agora 3x8?
G – Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze. Dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois, vinte e três, vinte e quatro.
P – 3x8?
G – Vinte e quatro.
P – Esta atividade é da tabuada do 2, 3 e 6.
G – 2, 3 e 6, calma. 6, como é que vou fazer? Vezes 1 igual a...
P – Seis vezes um é igual a?
G – Aí é para botar um?
P – Não, é para você colocar o resultado. Quanto deu o 7x2?
G – Quatorze.
P – Hum. Quanto deu 7x3?
G – 21. 7x5=35.
G – Cansei de digitar.
P – De digitar ou fazer?
G- Digitar
P – Muito bem. Vamos para 7x6?
G- 7x6?
P- Isso.
G- 37.
P- Não
G- Não?
P- Não
G- 44?
P- Vamos contar com o material.
G- Não precisa, eu sei contar.
P- Mas agora você está precisando, vamos usar sim.
G- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7..., 42. 42
P- Viu só como o material nos ajuda. Vamos parar?
G- Sim. Vamos jogar uns dadinhos? Só de somar para ver quem ganha? Estou muito cansado de digitar.
P- Vamos sim.

Fonte: a pesquisa.

Na atividade do tema de casa, a tarefa da escola contribuiu para uma quebra na sequência das construções feitas ou em fase de construção do estudante G. Assim, destaca-se a ideia de Vergnaud (1998, p. 313):

> É tarefa do professor, e mesmo que ele não disponha de qualquer outro testemunho se não aquele fornecido pela observação dos comportamentos da criança, buscar a parte das relações que ela, criança, bem compreendeu, a parte que ela compreendeu de modo confuso, e a parte daquelas que ela ignora pura e simplesmente. Em todo o caso, é um enorme erro pedagógico considerar, sob o pretexto de que o ensino é necessariamente feito de demasiados exercícios de caráter repetitivo, de que consista ele, ensino, na aquisição, por simples condicionamento, de hábitos ou de procedimentos já prontos. A criança não adquire hábitos, mas regras, as quais podem e devem aplicar-se a problemas novos. Ela não as adquire solidamente, a menos que as compreenda, quer dizer, perceba as ligações que as regras mantêm com a estrutura relacional dos problemas aos quais se aplicam.

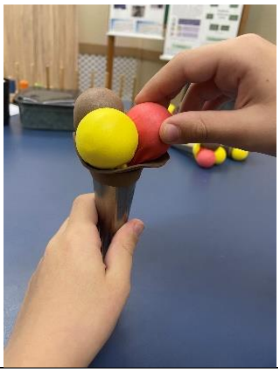
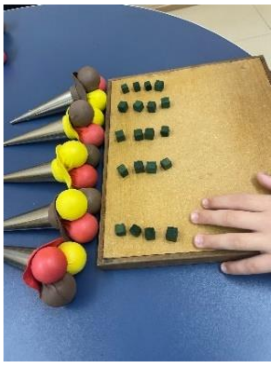
A referida tarefa deixa claro que, para "memorizar a tabuada", o estudante G precisa fazer inúmeros exercícios, até a exaustão, sem a mínima elaboração do conhecimento no Campo Conceitual das estruturas multiplicativas. Coube a P desfazer o engano, propondo situações que possibilitem a G elaborar seus esquemas, com seus invariantes operatórios, e demonstrar isso por meio de respostas orais e manuseio de material tátil.

Apesar de ser uma atividade com potencial lúdico e pedagógico, ficou claro que a tarefa proposta não se adequou às necessidades e habilidades do estudante G, deixando-o em estado de exaustão ao exigir dele o uso do sistema Braille. Como uma forma de minimizar sua frustração, o G solicitou a realização de uma atividade com dados apenas na modalidade de soma, na qual havia obtido sucesso anteriormente, demonstrando assim uma preferência por atividades que lhe fossem mais significativas e adequadas às suas habilidades. Esta situação reforça a importância de uma prática pedagógica inclusiva, que considere as individualidades e necessidades de cada estudante, buscando proporcionar uma aprendizagem mais significativa e prazerosa.

6.2.3 Atividade 3

Na ocasião, foi realizado um trabalho com sorvetes de 3 bolas. Nas atividades com sorvetes de brinquedo com 3 bolas cada um, o estudante deveria explorar o brinquedo "vendo com os dedos". Para tanto, a professora fez as seguintes perguntas: quantas bolas tem um sorvete? São 3 bolas para um sorvete. Quantas bolas têm 2 sorvetes, 3 sorvetes, ... 10 sorvetes? A partir destes questionamentos, concluíram juntos a atividade proposta, como mostra a Figura 23:

Figura 23 – Atividade 3 – Multiplicação com multiplicando 3

<table>
<tr><td>Reconhecendo o sorvete
</td><td>Fazendo o 3x3
</td><td>Associando ao material dourado
</td></tr>
<tr><td colspan="3">P- Vamos trabalhar a multiplicação com o multiplicando 3. Pega aqui o que eu trouxe.
G- Pera aí! Isso são sorvetes de 3 bolas?
P- Isso, quantos sorvetes são e quantas bolas tem cada um?
G- 10 sorvetes com 3 bolas cada, são bolas de que?
P- Creme, morango e chocolate.
G- Eu gosto, só não dá para comer. A casquinha e de metal?
P- É, a casquinha é de metal e as bolas são de isopor revestidas de EVA. Eles são muito bonitos.
G- É!
P- Um sorvete tem 3 bolas. Tenho 1x3.
G- Sim, 1x3.
P- Eu vou dizendo as multiplicações por 3 e você vai mostrando, arrumando os sorvetes na mesa e dizendo o resultado, certo?
G- Certo, eu sei!
P- 2x3 é?
G- 2 sorvetes com 3 bolas. Vou contar 1, 2, 3, 4, 5, 6. 3+3=6 ou 2x3=6.
P- 3x3 é?
G- 3x3 é 3 sorvetes com 3 bolas. Arrumei aqui, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 9 bolas ou posso fazer 3+3+3=9. Cada sorvete tem 3 bolas, somei. Mas já sei, é 3x3=9.
P- 4x3 é?
G- 4 sorvetes, cada um com 3 bolas. 3+3+3+3=12 que é 4x3=12.
P- 5x3 é?
G- Vou botar mais um sorvete de 3 bolas aqui e contar, será que dá? Vou arrumar, botei uma bola a mais, é só 3 né?
P- Coloca ai vamos ver!
G- 3+3+3+3+3 e vou contar, já tinha 12 agora boto mais 3, dá 15. 5x3=15.
P- 6x3 é igual a?
G- Só boto mais 3. 15+3=18. 6x3=18. Agora eu sei, eu vou só somando 3.
P- 7x3 é?
G- 21.
P- 8x3?
G- 8x3=22
P- 22?
G- Botei mais um sorvete.
P- Botou mais quantas bolas?
G- 3, ahhhh, tem que somar +3 bolas no 21, então vai ser 21, 22, 23. 24, 8x3=24.
P- E 9x3?
G- Boto mais um sorvete com 3 bolas, 9x3=24+3 que é 27.
P- E agora, essa você já sabe eu acho, 10x3=
G- Essa eu sei muito, 10x3=30.
P- Muito bem! Agora presta bem atenção nas perguntas.
G- Ok! Estou preparado!
P- Já sabemos toda a tabuada do 3. Vamos pensar agora na quantidade de bolas que temos ao todo. Certo?</td></tr>
</table>

(Continua)

Figura 23 – Atividade 3 – Multiplicação com multiplicando 3 (Continuação)

G- Sim!
P- Todas juntas, nos 10 sorvetes, quantas bolas temos?
G- 30 bolas. 10x3=30.
P- Então vamos agora montar os sorvetes de 3 bolas cada um, faz de conta.
G- Aqui é tudo de faz de conta.
P- Tenho 3 bolas, quantos sorvetes posso montar?
G- 1 só, só tenho 3 bolas.
P- Exato 3:3=1. E com 6 bolas quantos sorvetes eu posso montar?
G- Pego 6 bolas, vou pegar os 6 cubinhos e fazer os montinhos de 3. 6 repartidos de 3 em 3, dá 2 montinhos, porque eu acho que é 2x3=6.
P- É isso ai! Eu posso dizer então que 6:2=3, porque 2x3=6. E se você pegar 12 bolas?
G- Vou pegar 12 bolas (cubinhos) e fazer montinhos de 3, deu 4 montinhos, então 12:4=3.
P- E agora com 15 bolas?
G- 5 montinhos de 3. 15:5=3 porque 5x3=15, é isso? Só isso?
P- Com 18 bolas agora?
G- Vou botar só mais um montinho de 3. 18:6=3.
P- Com 21 bolas?
G- Boto mais um montinho de 3. Dá 7 montinhos porque 7x3=21, então 21:7=3.
P- Com 24 bolas?
G- Boto mais um montinho de 3, foi 8 montinhos, 24 em 8 montinhos de 3 cada um. 8x3=24, porque 24:8=3.
P- E com 27 bolas?
G- Eu acho que é só colocar mais um montinho de 3 aqui, que daí fico com 9 montinhos de 3. 27:9=3, porque 9x3=27. É isso né?
P- Sim! E com 30 bolas?
G- Não vai mais parar de sair bola?
P- Última, e com 30 bolas?
G- Barbada essa, 30:10=3, porque 10x3=30
P- Muito bem!!! Já sabe dividir.
G- Sem o material eu me atrapalho um pouco, eu acho!
P- Em seguida você não vai mais se atrapalhar, mas pode usar o material sempre que precisar. Não tem problema, o material nos ajuda muito. Pensando nos sorvetes vamos montar a tabuada do três?
G - Sim!
P - 1x3=3 (um sorvete); → 3:3=1
2x3=6 (2 sorvetes); → 6:2=3
3x3=9 (3 sorvetes);→ 9:3=3
4x3=12 (4 sorvetes);→ 12:4=3
5x3=15 (5 sorvetes);→ 15:5=3
6x3=18 (6 sorvetes); → 18:6=3
7x3=21 (7 sorvetes); → 21:7=3
8x3=24 (8 sorvetes); → 24:8=3
9x3=27 (9 sorvetes);→ 27:9=3
10x3=30 (10 sorvetes); → 30:10=3
G- Eu quero jogar *Dosvox*.
P- Claro, você já cansou né?
G- É, esse *Dosvox* eu domino, não preciso de ajuda, deixa que eu ligo o computador e acho ele.
P- Está bom!

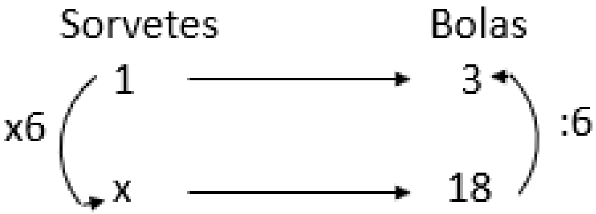
Fonte: a pesquisa.

Na atividade com o multiplicando 3, o estudante G encontrou facilidade para efetuar a multiplicação, sempre realizando por meio de adições reiteradas de mesma medida. Na última foto da figura anterior, G aparece relacionando as bolas de sorvetes com grupos de 3 unidades do material dourado (cubinhos); no início, colocou 4 cubinhos, contou, viu seu erro e consertou sem a necessidade de intervenção de P, dizendo “botei uma bola a mais, vou retirar”.

G constatou que os sorvetes ocupavam muito espaço e preferiu fazer os “montinhos” de 3 unidades do material dourado e não usar os sorvetes, que dificultavam a contagem para ele, devido à distância e à posição que se encontrava. Analisou um conjunto de situações e começou a planejar as suas estratégias para buscar a solução dos problemas. Estava em processo de construção do isomorfismo de medidas na multiplicação.

Para Zanella e Barros (2014), as ideias de Vergnaud ressaltam que os teoremas-em-ação são definidos como relações matemáticas consideradas pelos estudantes quando escolhem uma operação, ou uma sequência de operações, para resolver uma situação-problema.

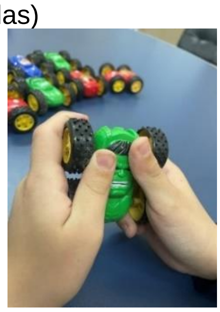
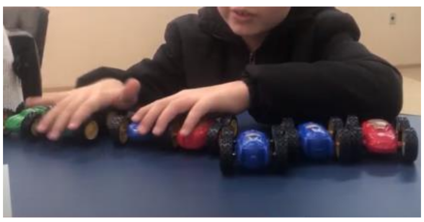
Aqui fica claro que o processo de elaboração de teorema-em-ação estava sendo construído quando G associava os montinhos às quantidades de medidas, no caso, 3 por conjunto. Esta atividade foca em duas das três categorias do isomorfismo de medidas, multiplicação e divisão, em busca da quantidade de unidades.



6.2.4 Atividade 4

Aqui trabalhamos a multiplicação com multiplicando 4, para isso usamos carrinhos de corrida, como demonstra a Figura 24:

Figura 24 – Atividade 4 – Multiplicação com multiplicando 4

Reconhecendo os carrinhos de corrida (4 rodas)	Contando os carrinhos e suas respectivas rodas	Acrescentando e retirando os carros para contagem das rodas
		

(Continua)

Figura 24 – Atividade 4 – Multiplicação com multiplicando 4 (Continuação)

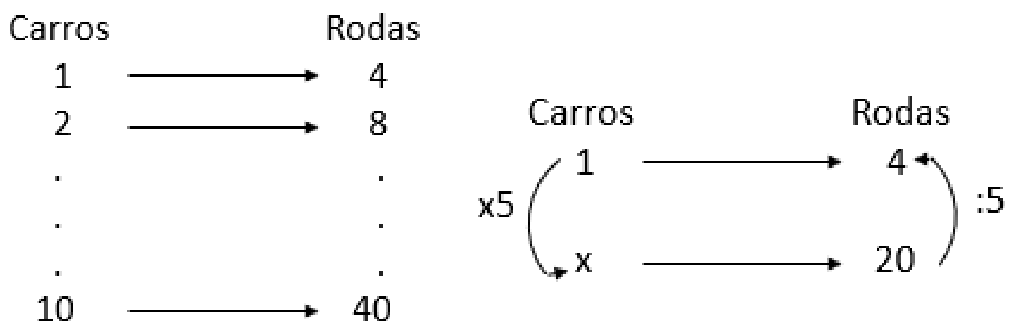
P- Vamos analisar os carrinhos de corrida que eu trouxe. Quer brincar com eles?
G- Eu quero! Como eles são?
P- Vamos analisar juntos? Tem 4 rodas, são coloridos, tem vermelho, verde e azul.
G- Hum, que legal!
P- Se um carro tem 4 rodas, então posso dizer que 1x4 é?
G- É 4.
P- E 4:4 é?
G- 1.
P- Quantas rodas têm 2 carros? Pega aí.
G- 1 carro, 1, 2, 3, 4, 2 carros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 4+4=8
P- Então 2x4 é?
G- 8
P- Com 8 rodas quantos carros eu posso montar?
G- É para repartir 8 em conjuntos de 4. Dá 2.
P- Então?
G- 8:2=4, 4 rodas para cada um dos 2.
P- Agora pensa, se eu tenho 3 carros de 4 rodas cada um, quantas rodas são ao total?
G- Vou ter que contar, né. 1, 2, 3, 4; 1, 2, 3, 4; 1, 2, 3, 4. Não é assim. É assim, um por um. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. 4+4+4=12 rodas.
P- É 3x4=12.
G- Sim, 3x4=12, com 12 rodas se monta 3 carros.
P- É, 12:3=4. Quantas rodas têm ao todo 5 carros?
G- 4
P- Não, todos juntos.
G- Vou contar, 1, 2, 3...,20. Bah, eu poderia ter somado de 4 em 4. Tenho medo de errar a soma. 4+4+4+4+4=20, já sei que é 20, porque eu contei uma por uma antes.
P- E 6 carros juntos, quantas rodas têm?
G- Boto mais 1, é 21.
P- Não, você colocou só mais uma roda, tem carro só com uma roda?
G- Não! É mais um carro, quer dizer mais 4 rodas, eu já tinha 20, agora tenho 20+4=24.
P- Então tem 6x4=24, 6 carros com 4 rodas.
G- 6x4 é 24 mesmo.
P- Com 24 rodas, quantos carros eu monto?
G- Pegar 24 e fazer montinho de 4. Pronto deu 6. Quer dizer então que 24:6=4.
P- Sim.
G- Acho que estou entendendo um pouco mais.
P- E 7 carros têm quantas rodas juntos?
G- Já tenho 6 carros, boto mais 1 fico com 7. Vou contar as rodas.
P- Precisa contar novamente?
G- Demora muito ne?
P- Pois é! O que podemos fazer?
G- Colocar mais 4 no 24, eu acho. 24+4=24, 25, 26, 27, 28. Dá 28. Pronto! 7x4=28, quer dizer que 28:7=4.
P- Sim. E 8 carros, quantas rodas têm?
G- Vou ver, boto mais carros, quer dizer 4 rodas, então 28+4= 28 ,29, 30, 31, 32. 32 rodas. É dá 32. 4x8=32, se eu dividir 32:8 carros dão 4 rodas para cada.
P- E 9x4?
G- Boto mais 4 rodas, outro carro. 32+4= 33, 34, 35, 36, dá 36 rodas. Porque 9x4=36, então dá certo, porque 36 rodas foi dividido em 9 carros. 36:9=4
P- E agora 10x4?
G- 10 carros com 4 rodas cada um dá 40. Esse é muito fácil, eu sei já. 10x4=40 e eu sei a divisão 40:10=4. Cansei. Vamos jogar umas cartinhas. Quero ganhar todas e fazer mais pontos.

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 4, G está no processo de elaboração do conhecimento no campo conceitual das estruturas multiplicativas, resolve as multiplicações por meio de adições reiteradas de uma mesma quantidade.

Para Vergnaud (1998, p. 183), "partir de um material concreto para ensinar multiplicação leva obrigatoriamente a introduzir a multiplicação como adição reiterada de uma mesma quantidade e, em consequência, a fazer do multiplicando uma medida, e do multiplicador um simples operador sem dimensão física".

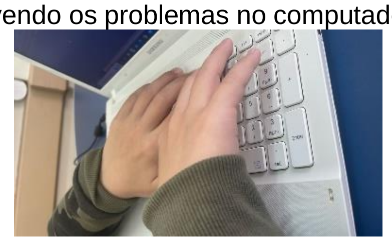
G contava as rodas contando e somando, por exemplo, 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20, 5x4=20, progressivamente incluiu apenas mais 4 à última soma no 5x4=20, 6x4=21, somando 1 carro e não "mais 4 rodas"; após mediação de P, consertou 20+4=24, então 6x4=24. Com a atividade que envolvia carros e rodas, intensificamos o isomorfismo de medidas nas categorias multiplicação e divisão, em busca da quantidade de unidades.



6.2.5 Atividade 5

Trabalhamos com resolução de problemas – isomorfismo de medidas, após um jogo de cartas de comparação de resultados, para complementar o Campo Conceitual das estruturas aditivas (Figura 25).

Figura 25 – Atividade 5 – Problemas de isomorfismo de medidas

Resolvendo os problemas no computador	Digitando suas respectivas respostas
	

(Continua)

Figura 25 – Atividade 5 – Problemas de isomorfismo de medidas (Continuação)

P - Vamos fazer um probleminha. Vamos ver se conseguimos. João tem um álbum de figurinhas. Cada página tem 4 figurinhas. Esse álbum tem dez páginas. Quantas figurinhas ele precisa para preencher o álbum?
G - Se o álbum tem 10 páginas e 4 figurinhas, eu preciso de mais 6.
P - Vou ler de novo: João tem um álbum de figurinhas. Cada página tem 4 figurinhas. Esse álbum tem 10 páginas. Quantas figurinhas ele precisa para preencher o álbum?
G - Se numa página tem 4, porque são 10 páginas no álbum. Tem que ter 4, ele precisa de mais duas.
P - Duas? Se em cada página tem quatro figurinhas e ele tem dez páginas, quantas figurinhas ele vai precisar?
G - Não é seis também.
P - Cada página tem quatro figurinhas.
G - Uma, duas, três, quatro.
P- Isso. E ele tem dez páginas. Quantas figurinhas ele vai precisar?
G - Mais uma?
P - Se em cada página tem quatro, quantas páginas ele tem?
G - 10.
P - 10. Então vai ser quatro + quatro + quatro …. vai dar quanto?
G - Quatro + quatro + quatro + quatro, ne?
P - Tem dez páginas, pensa.
(PAUSA)
P - Vamos fazer com as balas?
G - Aham, é melhor.
P – Pega: tem quatro na primeira página. Quatro na segunda página. Quatro na terceira página. Quatro na quarta página. Quatro na quinta página. Quatro na sexta página. Quatro na sétima página. Quatro na oitava página. Quatro na nona página. E quatro na décima página.
G - Então, se tem quatro aqui, quatro aqui, quatro aqui. Gente, eu não sei mesmo.
P - Então conta.
G - Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis. Quantas.
P - Ainda não. Tem todas essas ainda. 16.
G - 16.
P - Não, me dá as 16 balas que eu separo aqui.
G - Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis.
P - Tem mais bala aí.
G - Tem que ter quantas aqui?
P - Dezesseis.
G- Dezessete. Está certo?
P - Está.
G - Dezoito, dezenove, vinte. Está certo? estou contando certo?
P - Está.
G - Vinte um, vinte e dois, vinte e três, vinte e quatro.
P - Vai dar quanto?
G - Dezesseis com vinte e quatro.
G - Quarenta.
P - Que outra maneira se pode fazer?
G - Eu contei até quarenta. Daí eu fiz a conta.
P - Que outra maneira você pode fazer?
G - Não sei. Agora eu já fiz de cabeça. Fácil.
P - Oh, vou ler de novo. Vamos pensar. João tem um álbum de figurinhas. Em cada página ele tem 4 figurinhas. Certo? Esse álbum tem 10 páginas. Quantas figurinhas ele precisa?
G - Quarenta,
P - Por que é quarenta?
G - Porque 10x4=40.
P - Muito bem. Você viu que não precisava das balas.
G - Aham.

(Continua)

Figura 25 – Atividade 5 – Problemas de isomorfismo de medidas (Continuação)

P - Só tem que prestar atenção. Agora eu vou fazer outra. Ana foi no cinema com suas 24 amigas. Cada fileira do cinema tem 6 cadeiras. Quantas fileiras elas ocuparam?
G - Ana foi no cinema com suas 24 amigas.
P - Aham.
G- No cinema? Todas?
P - Oh, ela foi com as 24 e cada fileira tem 6 cadeiras. Quantas fileiras elas ocuparam?
G - Quantas fileiras as amigas ocuparam, porque tinha seis cadeiras.
P - Sim.
G - Porque tinha seis. Então vinte e quatro. Quantas fileiras elas ocuparam?
P - Que continha você tem que fazer aqui?
G - De mais. quantas ocuparam. 24+6. É de mais. 24+6.
P - Ana foi no cinema com suas 24 amigas. Cada fileira do cinema tem 6 cadeiras. Quantas fileiras elas ocuparam?
G - Vinte e quatro mais seis.
P - 30 amigas?
G – 24+6.
P – 24+6 é 30.
G - Então não é. 24+6?
P – Pensa em voz alta que eu te ajudo.
G - Não, 24+6 não é, né? Então não é de mais e nem de menos, é de dividir.
P - Muito bem.
G - Vinte e quatro dividido por seis.
P - Isso.
G - Ah, meu deus. Então vai ter que pegar 24 balas e dividir por 6.
P - Por 6 pessoas.
G - É. daí eu vou ver quanto vai dar. Então 24 amigas. Então vamos ver quanto.
P - Quer pegar as balas? Conta 24 aí.
G - Vamos contar um, dois, três. Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, nove, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, (sussurro) quinze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois, vinte e três, vinte e quatro. Tem vinte e quatro aqui.
P - Muito bem. O que você tem que fazer agora?
G – 24:6.
P - Vai fazer agora?
G – 24:6.
P - Então faz.
G - Eu tenho que pegar 6 potes. Deixa que eu pego. Um, dois, três. Um, dois, três.
P - Eu te ajudo a pôr aqui.
G - Quatro, cinco, seis. Um, dois, três, quatro, cinco e seis. Tenho seis. Um, dois, três. Um, dois, três. Um, dois, três, quatro, cinco e seis. Deu, vamos dividir. Começa com essa daqui né?
P - Aham.
G - Pra eu não me perder.
P - Aqui (faz som com o pote).
G - Começa aqui?
P - Aham.
G - Tá certo?
P - Aham. Isso.
G - É aqui?
P - Já botou aí, não?
G - Tem quatro aqui.
P - Já botou aí.
G - Então é aqui. Aqui?
P - Não, nesse aqui (indica o pote). Agora aqui, é aqui. Agora conta.
G- Vou contar 6 cadeiras, cada cadeira senta uma amiga, então em uma fileira dá 6 amigas.
P- Você precisava fazer todo esse trabalho para descobrir quantas fileiras as 24 amigas irão ocupar?
G- Não, né. Agora que eu vi que era só dividir 24 por 6. Não pensei.

(Continua)

Figura 25 – Atividade 5 – Problemas de isomorfismo de medidas (Continuação)

P- Pois é, então tem que pensar antes. G- Estou cansado! Vamos jogar umas cartinhas, aquele de 3 cartinhas e somar quem faz mais pontos. Eu vou ganhar. P- OK!

Fonte: a pesquisa.

Na análise da atividade 5, em que foram trabalhados problemas com o isomorfismo de medidas, o estudante G encontrou dificuldades nos problemas 1 e 2.

Problema nº 1 – João tem um álbum de figurinhas. Cada página tem 4 figurinhas. Esse álbum tem 10 páginas. Quantas figurinhas ele precisa para preencher o álbum?

Isomorfismo de medidas – multiplicação:

$$\begin{array}{ccc} \text{Páginas} & & \text{Figuras} \\ 1 & \longrightarrow & a \\ b & \longrightarrow & x \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Páginas} & & \text{Figuras} \\ 1 & \longrightarrow & 4 \\ 10 & \longrightarrow & x \end{array}$$

Problema nº 2 – Ana foi ao cinema com suas 24 amigas. Cada fileira do cinema tem 6 cadeiras. Quantas fileiras elas ocuparam?

Isomorfismo de medidas – divisão: em busca da quantidade de unidades:

$$\begin{array}{ccc} \text{Fileiras} & & \text{Cadeiras} \\ 1 & \longrightarrow & a \\ x & \longrightarrow & b \end{array}$$

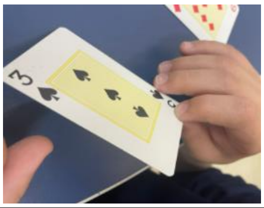
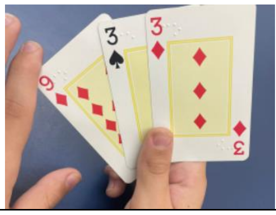
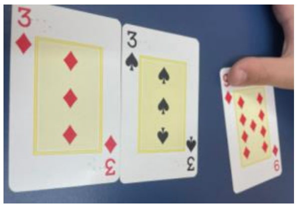
$$\begin{array}{cccccc} & \text{Fileiras} & & \text{Cadeiras} & \\ \times 4 \Big(& 1 & \longrightarrow & 6 & \Big) :4 \\ & x & \longrightarrow & 24 & \end{array}$$

G necessita de material concreto para resolver as situações-problemas, sempre que encontra dificuldade, cansa e pede para jogar. Cada vez que terminávamos as operações “de vezes”, como ele dizia, convidava para jogar. Jogamos cartas, e essa atividade serviu para evidenciar o conhecimento do Campo Conceitual das estruturas aditivas, ainda não bem explícito em todos os tipos de adição, por exemplo, no caso das transformações.

6.2.6 Atividade 6

A atividade consistiu em um jogo de cartas em Braille para a soma, voltado para o campo conceitual das estruturas aditivas, com foco no processo de construção deste campo pelo estudante G. Na dinâmica do jogo em dupla, cada jogador selecionou três cartas do baralho para realizar a adição e comparar o valor obtido com o do adversário. O objetivo era fazer mais pontos. O desenvolvimento dessa atividade pode ser acompanhado na Figura 26:

Figura 26 – Atividade 6 – Jogo de cartas

<table>
<tr><td>Reconhecimento das cartas
</td><td>1ª jogada
</td><td>As possíveis combinações de somas
</td></tr>
<tr><td colspan="3">P- Retire do baralho aleatoriamente 3 cartas. E coloque na tua frente. Quais os valores das cartas que você tirou?
G- 3, 9 e 3.
P- Vamos somar as três cartas? E se precisar pegue o material (unidades do material dourado).
G- Ok!
P- 3+9+3?
G- 3+9=12+3=15
P- Quanto é 9+3?
G- 12!
P- 3+3+9?
G- 15
P- 9+3+3?
G- 15; 9+3+3 igual a 15 também.
P- Vamos pegar novamente três cartas.
G- Peguei o 3, 6, 5.
P- Que valor tens somando as três cartas?
G- 3+6+5= 14
P- Então, quanto é 6+3?
G- 9.
P- 5+3?
G- 8.
P- 6+3?
G- 9.
P- 3+6?
G- 6, opa 9.
P- Concorda comigo que 6+3=9 e 3+6=9?
G-Sim
P- Qual a soma dessas três cartas?
G-15.
P- Retira outras três cartas do baralho.
G- Tirei 6, 9 e 7.
P- Quem você escolhe para somar primeiro.
G- 6+7=13.
P- E, se for 7+6?
G- 13.</td></tr>
</table>

(Continua)

Figura 26 – Atividade 6 – Jogo de cartas (Continuação)

P- Agora escolhe entre as três, outras duas cartas pra somar.
G- Eu vou escolher o 6 e o 9. 6+9=15.
P- E mais fácil somar o 6+9 ou 9+6?
G- 9+6=15.
P- Por quê?
G- 9+6 eu faço 9+1=10 somei 1; 10+1=11 somei 2, 11+1=12 somei 3, 12+1=13 somei 4, 13+1=14 somei 5, 14+1=15 somei 6.
P- Ah entendi, por isso que você demora fazendo as somas.
G- Eu não demoro, eu sou rápido. Só às vezes, que eu me perco.
P- E se juntar o 6+9+7, como vai fazer?
G- Que tal 9+7+6?
P- Não importa a ordem, soma e me diz.
G- 21.
P- Vamos pegar o material dourado?
G- Não!
P- Então me diz 9+6?
G- 15.
P- E, se eu aumentar 7?
G- 22.
P- E 7+15?
G- Não sei!
P- Mas você acabou de fazer 15+7? Pensa em voz alta que eu ajudo.
G- Tá, não vale roubar meu pensamento e fazer mais rápido.
P- Vamos começa e eu te ajudo.
G- 7+15 = 7+1=8 (1); 8+1=9 (2); 9+1=10 (3); 10+1=11 (4); 11+1=12 (5); 12+1=13 (6); 13+1=14 (7); 14+1=15 (8); 15+1=16 (9); 16+1=17 (10); 17+1=18 (11); 18+1=19 (12); 19+1=20 (13); 20+1=21 (14) e 21+1=22 (15). Dá 22 também.
P- Então 7+15?
G- 22.
P- Eu me perdi umas quantas vezes no seu raciocínio, será que a gente não acha um jeito mais fácil de pensar?
G- Não esse jeito é fácil e dá certo. Às vezes não dá, mas é só às vezes.
P- 9+7?
G-16.
P- 6+16?
G- 22.
P- E, se agora aumentarmos mais uma carta valendo 3?
G- 25.
P- 7+9+6+3?
G- 25.
P- Troca os lugares das cartas: 3+6+9+7?
G-10.
P- O que deu 10?
G-7+3.
P- E mais 6?
G- 16.
P- E mais 9?
G- 25.
P- Coloca as cartas nessa posição: 9+3+7+6, e faz a soma.
G- 25.
P- Agora coloca as cartas 3+9+6+7, e soma.
G- Não sei!
P- O que você não sabe?
G- 3+9 é difícil!
P- E se tu fizeres 9+3?
G- 12.
P- +6.
G- 18.

(Continua)

Figura 26 – Atividade 6 – Jogo de cartas (Continuação)

G- 12.
P- +6.
G- 18.
P- E, mais 7.
G- 25.
P- Não importa a maneira que as cartas estão distribuídas, a soma será sempre 25, concorda?
G- Sim.
P- O que nós dois podemos concluir?
G- Que dá sempre o mesmo resultado.
P- Como faria 7+6+9+3?
G- 7+6=13 com 9=22 com mais 3=25

Fonte: a pesquisa.

A atividade 6 de jogo de cartas, aborda a primeira categoria do Campo Conceitual das estruturas aditivas, de acordo com a classificação proposta por Vergnaud (1998). Essa categoria refere-se à composição de duas medidas ou mais, em que a ideia é que a combinação de duas medidas resulte em uma terceira medida, ou ainda, a noção de parte e todo esteja presente.

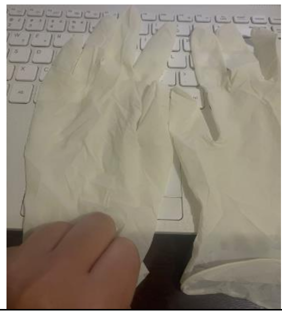
Por meio dos diálogos, podemos perceber que o estudante G considera mais fácil somar a primeira parcela sendo maior que a segunda, o que ficou evidente na escolha da composição das cartas, como, por exemplo, 6+3=9, e não 3+6=9, 15+7=22 e não 7+15=22, pois o estudante G pensa da seguinte forma: 6+3=9, como sendo 6+1=7, soma 1; 7+1=8, soma 2; 8+1=9, soma 3. Já no 3+6=9, faz de forma análoga, sendo 3+1=4, soma 1; 4+1=5, soma 2; 5+1=6, soma 3; 6+1=7, soma 4, 7+1=8, soma 5; 8+1=9, soma 6, formando assim a adição 6+3=9.

A primeira resposta dada por ele, quando a primeira parcela é menor que a segunda, é: “Não sei! Tenho que pensar!”. Esta expressão, “tenho que pensar”, significa que o estudante G está montando um esquema mental para achar a solução. Ao montar o esquema mental, o estudante G aplica a propriedade comutativa da adição, dizendo: 6+3 é 9 então 3+6 também é 9. Diante desta situação-problema, o estudante G, ao somar seus pontos no jogo de cartas na tentativa de encontrar o resultado correto, usa seus invariantes operatórios. Percebe-se que o estudante G está utilizando os teoremas-em-ação e conceitos-em-ação, que, para Vergnaud (1998), estão intimamente ligados na rede dos Campos Conceituais das estruturas aditivas.

6.2.7 Atividade 7

Neste dia, utilizamos luvas como material táctil. Nas atividades com as luvas de motoqueiro, o estudante deveria explorá-las “vendo com os dedos”. Para tanto, a professora faz as seguintes perguntas: quantos dedos tem uma luva? São 5 dedos para uma luva? Quantas dedos têm 2 luvas, 3 luvas, ... 10 luvas? A partir destes questionamentos, concluíram juntos a atividade proposta, como mostra a Figura 27:

Figura 27 – Atividade 7 – Trabalho com multiplicando 5

<table>
<tr><td>Luva de motoqueiros
</td><td>Com as luvas de látex
</td></tr>
<tr><td colspan="2">P- Hoje eu trouxe uma luva de motociclista, essas que eles usam para andar de moto. Quer pegar?
G- Eu quero. É grande? É de couro?
P- Sim! Pode colocar.
G- É grande, não vou colocar. É bem legal.
P- Quantos dedos ela tem?
G- Tem 5 dedos.
P- Trouxe outras luvas que podemos encher e fazer a tabuado do 5.
G- Não quero, vão estourar e fazer um barulho muito alto. Não quero! Não quero!
P- Vamos trabalhar sem encher então!
G- Só sem encher, para não estourar.
P- Se uma luva tem 5 dedos, posso dizer que 1x5=5.
G- Sim, pode!
P- E 2x5?
G- É uma luva mais uma luva, 5 dedos + 5 dedos, 10 dedos, porque 5+5=10, 2x5=10.
P- Isso aí! E 10:2?
G- Não sei, vou pensar, 10 dedos em 2 luvas é 5. 10:2=5.
P- Conta com os teus dedos.
G- Não sei contar com os meus dedos.
P- Mas como você consegue contar nas luvas.
G- Nas luvas eu sei contar.
P- Então coloca as luvas e vamos contar juntos.
G- Não, eu não posso colocar as luvas, senão eu fico cego de vez.
P- Por quê? Não entendi.
G- Porque eu não consigo ver de luvas, o dedo não funciona.
P- Faz o número 1 nos teus dedinhos pra eu ver?
G- Não sei fazer. Cansei podemos jogar.
P- Podemos um pouco.
De modo análogo, depois do jogo, fizemos até 10x5=50 e 50:10=5.</td></tr>
</table>

Fonte: a pesquisa.

Na atividade da multiplicação com o multiplicando 5, o uso das luvas deixou G um pouco inquieto, mesmo assim elaborou seus esquemas.

Raramente fez uso do material tátil, substituiu as luvas pelos famosos “montinhos”, na ocasião conjuntos com 5 unidades do material dourado.

Em alguns momentos, G demonstrou a necessidade de um tempo de reflexão antes de responder às questões propostas, utilizando expressões como "pera aí" ou "tô pensando". Essa atitude indica que o estudante estava em processo de construção de seus invariantes operatórios, ou seja, ele estava buscando compreender os conceitos matemáticos envolvidos de maneira mais profunda, relacionando-os com suas experiências pessoais e anteriores. Essa construção de invariantes operatórios é um processo fundamental no desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que permite que os estudantes possam estabelecer relações entre os conceitos, generalizando e ampliando suas compreensões. Poucas vezes necessitou do material tátil. Se disse cansado e pediu para jogar dados. Jogamos para descontrair e descansar.

6.2.8 Atividade 8

Usamos, nesta atividade, dois dados para dois jogadores (P e G). O jogo se realiza em 2 rodadas: 1ª, 2ª, a cada jogada, contam-se os pontos e se fazem correspondências ponto a ponto → número de unidades do material dourado. Cada jogador tem a sua cartela, similiar à apresentada abaixo (Figura 8).

Figura 28 – Cartela para anotar os pontos

G/P	Pontos	Total (n)
1ª rodada		
2ª rodada		
Total pontos		

Fonte: a pesquisa.

$G \longrightarrow P$

$G_{(n)} \longrightarrow P_{(n)}$

$P_{(n)} \longrightarrow G_{(n)}$

Para fazer o somatório dos pontos de cada jogada, observamos as propriedades da adição comutativa e associativa, estabelecendo uma relação entre a soma e os resultados das jogadas, posicionando os dados aleatoriamente e verificando que a soma sempre será a mesma (propriedades da adição). Descreve-se a atividade na Figura 29:

Figura 29 – Atividade 8 – Jogo de dados com as propriedades da adição

<table>
<tr><td>O material do jogo
</td><td>1ª jogada 6+1 = 7
</td></tr>
<tr><td>2ª jogada 3+2=5
</td><td>Final da primeira jogada 6+1+2+3
</td></tr>
<tr><td colspan="2">P- Vamos jogar dados? Sim, pega os dados e examina suas faces e seus pinos. Quantos pinos tem em cada lado? Para depois não dizer que eu tô roubando com os pinos.
G- Aqui tem 4 bolinhas (mostrando a face 4).
P- Examinou todas as faces, contou as “bolinhas de cada face”. Este dado, o seu conhecido cubo, aquele milhar, porém menor. Isso?
G- Sim.
P- Ele tem 6 faces. Toca nelas! Cada face tem “bolinhas”, na mesma quantidade?
G- Não. Tem 1, 2, 3, 4, 5, 6.
P- Quando você passa a mão no contorno de cada face, temos um quadrado.
G- Sim.
P- Cada um de nós pega um dado, vamos jogar o dado, quem tirar o número maior ganha. Certo?
G- Sim, joguei e tirei: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Tirei 6.
P- Muito bem! Tirou a face 6. Vou jogar o meu.
G- Você fez 1, 2, 3, 4, 5. Ganhei! Fiz mais pontos.
P- Quantos pontos você fez a mais que eu?
G- Não sei!
P- Pensa! Toca os dados! Quer o material dourado?
G- Não! Eu sei fazer de cabeça. 5+6=12
P- Eu fiz 5 pontos, você 6. Ganhou! Quantos pontos fez a mais que eu?
G- Não sei. Vou pensar! 12.
P- Por que 12?
G- Porque somei 5+6 =12
P- 5+6=12?
G- Vou pegar o material.
P- Só presta a atenção no que eu estou te perguntando. Quantos pontos você fez a mais que eu? Vamos comparar com o material dourado.
G- Acho melhor, me perdi.
P- Faz aí a sua pontuação e agora a minha pontuação.
G- Sim, já fiz.
P- Onde tem mais pontos, no meu montinho ou no seu?
G- No meu, né, 6 é maior que 5.
P- Muito bem! Quantos a mais tem no seu montinho?
G- 1 né! Ah eu fiz 1 ponto a mais que você!
P- Muito bem!</td></tr>
</table>

Fonte: a pesquisa.

Pode-se observar que, toda vez que aparece a expressão “a mais que”, o estudante G adiciona, porém com bem menos frequência que no início das atividades. A partir daquela jogada do 5 e 6, ele não errou mais.

No esquema que ele fez para resolver a situação-problema, “Teorema em Ação”, a palavra “mais” significava “conta de mais”, “Conceito-em-Ação” tem “juntar/somar”. Foi bem difícil para o estudante G mudar seus invariantes operatórios errados.

É importante destacar que o processo de mudança dos invariantes operatórios errados do estudante G foi bastante desafiador, uma vez que esses invariantes estavam enraizados em sua compreensão anterior dos conceitos matemáticos, e exigiram um esforço significativo para serem reconstruídos. A mudança dos invariantes operatórios está diretamente relacionada ao processo de aprendizagem da Matemática, uma vez que permite que ao estudante ampliar sua compreensão dos conceitos e desenvolver novas estratégias para resolução de problemas.

Observamos que, quando o estudante G utiliza o material dourado, ele não apresenta dificuldades na composição e decomposição de números, porém, quando utilizamos outro tipo de material (dados, cartas), ele tem dificuldades de compreender e identificar o número, sendo necessário contar até chegar ao resultado.

6.2.9 Atividade 9

Nesta atividade resolvemos situações problemas com vários tipos de relações aditivas descritas na Figura 30.

Figura 30 – Atividade 9 – Resolução de problemas

P- Vamos resolver alguns problemas.
G- Vamos. Fala.
P- Leio claramente, você ouve, pensa e se precisar leio várias vezes. Além disso, você tem os problemas ai na sua frente. Certo?
G- Sim.
P- Número 1- Alex tem 8 bombons e Leandro tem 14 bombons. Quantos bombons eles têm ao todo juntos?
G- Os dois juntos?
P- Sim.
G- 14+8=22
P- Certo. Número 2 – Luiza e Gabriel colecionavam chaveiros. Gabriel tem 14 chaveirinhos. Eles têm juntos 22 chaveirinhos. Quantos chaveiros tem Luiza?
G- Não sei! Tenho que pensar muito na situação. Juntos eles têm 22, Gabriel tem 14, quantos tem Luiza. 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8. Acho eu é 22. Isto é muito difícil.

(Continua)

Figura 30 – Atividade 9 – Resolução de problemas (Continuação)

P- Número 3 – Paulo comprou um doce que custava 15 reais e ainda tem 7 reais na carteira. Quantos reais ele tinha antes de comprar o doce?
G- Ele tinha 15 reais, não ele comprou um doce por 15 reais e ainda ficou 7. Não sei.
P- Pensa, quanto foi o doce? E quanto sobrou?
G- 15; 15-7=8, é 8 reais.
P- Pensa comigo, se ele tinha só 8 reais na carteira como ele comprou um doce de 15 reais?
G- Não dá, não sei! Vamos fazer outro?
P- Posso fazer, mas você sabe que nós vamos voltar aqui para retomar. Número 4- João tem 20 bolinhas. Deu 5 para seu amigo. Com quantas bolinhas João ficou?
G- Essa eu sei! 20-5=15, 15 bolinhas.
P- Muito bem! Número 5 – Rita tem 16 anos e sua irmã tem 12 anos. Quantos anos Rita é mais velha que sua irmã?
G- É fácil, 4 anos.
P- Número 6 – Paula tem 20 laranjas, 5 a mais que Maria. Quantas laranjas tem Maria?
G- Não sei nem que conta é essa! Não sei mesmo. Pula.
P- Está bem, número 7 – Num pacote, tinha 25 chocolates, Laura comeu 13 chocolates. Quantos chocolates sobraram?
G- 25-13=12. Manda outra! Essa foi muito fácil!
P- Número 8 – Roberto comprou uma lapiseira por 12 reais e um caderno que custou 9 reais a mais que a lapiseira. Quanto custou o caderno?
G- Eu não sei! Vamos combinar uma coisa, o que eu não souber fazemos outro dia.
P- Ok, número 9 – Gabi ganhou em uma partida 24 bolas de gude. Ele ganhou 18 a menos que seu amigo João. Quantas bolas de gude ganhou seu amigo João?
G- 24-18= 6. A conta é de menos né?
P- Por quê?
G- Porque tem a palavra menos!
P- Mas não é.
G- Não sei, me confundo com esses a menos, a mais, tirar e botar, também me confundo.
P- Número 10 – Na sala da 5ª série há 35 cadeiras e 26 estudantes. Quantas cadeiras é preciso retirar para ficar a mesma quantidade de cadeiras e estudantes?
G- 35-26=9. Tirar 9 cadeiras.
P- Número 11 – Maria estava jogando e contando os pontos, na primeira rodada jogou e ganhou 6 pontos, na segunda jogada perdeu 8 pontos. Ela está ganhando ou perdendo?
G – Não sei! Ganhou 6 pontos e perdeu 8 pontos. Vou pensar, perdeu mais do que ganhou. Então está perdendo, eu acho! Como pode?
P- É?
P- Número 12 – Gabi devia 5 reais para sua prima. Ele devolveu 3 reais que ganhou de sua mãe. Quanto Gabi ainda deve para sua prima?
G- Eu acho que que é 5-3=2, deve 2.
P- Muito bem! Número 13 – Lu deve 10 reais para sua mãe, mas sua mãe já lhe devia 7 reais. Quem deve para quem agora? E quanto?
G- Lu deve mais que a mãe. A mãe pagou. 10-7=3. Lu ainda deve 3 reais.
P- Certo!
G- É, cansei! Quero jogar. Daí vou aprendendo, quem fez mais, quem fez menos e quantos mais e quantos a menos, quanto falta para empatar. Eu nunca tinha pensado essas coisas.
P- O que você quer jogar?
G- Pode ser as cartas. Aquela que compra 3 cartas e ganha quem tiver a maior soma das 3 cartas. Daí eu preciso que me ajude nesses a mais e a menos.

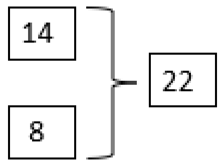
Fonte: a pesquisa.

Neste dia, na atividade 9, o estudante G achou os problemas muito difíceis, ele colocou suas dificuldades com muita clareza e espontaneidade, facilitando, assim, a observação de P para planejamento de futuras situações-problemas que evidenciem problemas do tipo aditivo.

Os problemas apresentados ao estudante G evidenciaram vários tipos de relações aditivas, conforme classificação feita por Vergnaud (2009), em categorias.

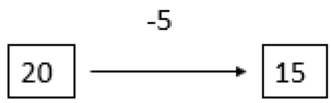
Na primeira categoria – duas medidas se compõem para resultar em uma terceira, G acertou.

Problema nº 1 – Alex tem 8 bombons e Leandro tem 14 bombons. Quantos bombons eles têm ao todo juntos?



Na segunda categoria – uma transformação opera sobre uma medida para resultar numa outra medida, G acertou.

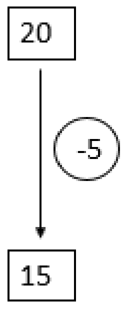
Problema nº 4 – João tem 20 bolinhas. Deu 5 para seu amigo. Com quantas bolinhas João ficou?



Equação: 20+(-5) =15

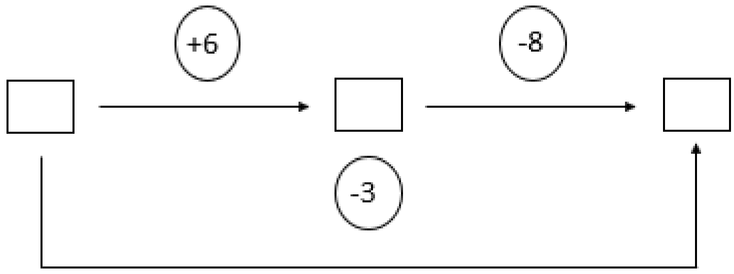
Na terceira categoria – uma relação que liga duas medidas, o estudante G não acertou.

Problema nº 6 – Paula tem 20 laranjas, 5 a mais que Maria. Quantas laranjas tem Maria?



Na quarta categoria – duas transformações se compõem para resultar em uma transformação, o estudante G está em processo de compreensão.

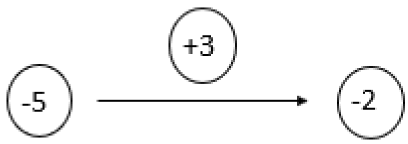
Problema nº 11 - Maria estava jogando e contando os pontos, na primeira rodada jogou e ganhou 6 pontos, na segunda jogada perdeu 8 pontos. Ela está ganhando ou perdendo?



(+6)+(-8)= -2

Na quinta categoria – uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo, G compreendeu esta categoria.

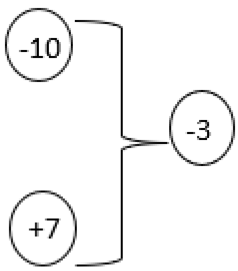
Problema nº 12 – Gabi devia 5 reais para sua prima. Ele devolveu 3 reais que ganhou de sua mãe. Quanto Gabi ainda deve para sua prima?



(-5)+(+3)=(-2)

Na sexta categoria – dois estados relativos se compõem para resultar em estado relativo, G compreendeu a categoria.

Problema nº 13 – Lu deve 10 reais para sua mãe, mas sua mãe já lhe devia 7 reais. Quem deve para quem agora? E quanto?



(-10)+(+7)=(-3)

6.2.10 Atividade 10

Trabalhamos, nesta ocasião, com o jogo do General adaptado:

- Jogadores – 2 (P e G).
- Peças – Cinco dados de seis faces
- Objetivo – Atingir pontuação total maior que a do adversário.

Este jogo consiste em rodadas, nas quais cada jogador, em sua vez, tem três chances de arremessar os dados. Na primeira, joga os cinco dados; na segunda, conforme o resultado obtido, pode voltar a arremessar de um a cinco dados, se os valores dos dados forem baixos podem arremessar outra vez, ou aceitar o resultado; caso não aceite o resultado, pode arremessar novamente os dados, escolher os valores, dando por encerrada a jogada, caso contrário joga-se pela última vez, completando assim três rodadas. Ao encerrar os arremessos, registram-se os resultados no tabuleiro, por meio das quantidades de cubos do material dourado. O tabuleiro pode ser preenchido aleatoriamente.

Por exemplo, o jogador optou por 4 dados que caíram com a face cinco, deverá colocar no tabuleiro, no local correspondente ao dado de face 5, no caso, 20 cubinhos do material dourado, e não poderá mais escolher o dado de face 5.

O resultado obtido ao final da jogada deve ser classificado, pelo próprio jogador, como uma das possíveis combinações. De acordo com os dados obtidos na jogada, as combinações fornecem diferentes pontuações:

- jogada de 1 – É marcada a soma de todos os dados de valor 1 (por exemplo: 1-1-1-4-5, vale 3 pontos);
- jogadas de 2, 3, 4, 5 e 6 – correspondentes à jogada de 1 para os demais números (por exemplo: 3-3-4-4-5, vale 6 pontos se for considerada uma jogada de 3, ou 8 pontos se for considerada uma jogada de 4, ou ainda 5 pontos se for uma jogada de 5);
- o final do jogo será quando a cartela toda estiver preenchida. Somam-se os valores de cada coluna, e o jogador que obtiver mais pontos será considerado o vencedor.

O professor vai interagir durante as jogadas questionando: qual a jogada mais conveniente para que o jogador faça mais pontos? (neste momento, o professor observa o desempenho do estudante verificando se há ou não construção do número, sequência numérica, processo aditivo e se o estudante é capaz de antecipar a jogada).

Antes de iniciar o jogo, o professor simulará as possíveis jogadas, para que no decorrer do jogo não haja dúvidas e o jogo seja prazeroso. Dependendo da aceitação do jogo pelo estudante, futuramente poderemos introduzir o jogo de general completo, com a seguintes regras: o jogo consiste em rodadas para completar a tabela, no qual cada jogador, em sua vez, tem três chances de arremessar os dados. Na primeira, joga os cinco dados; na segunda, conforme o resultado obtido, pode voltar a arremessar de um a cinco dados, mantendo os demais sobre a mesa, ou aceitar o resultado, dando a jogada por encerrada; na terceira, da mesma forma, pode arremessar de um a cinco dados (mesmo os que ele tenha mantido sobre a mesa entre o primeiro e o segundo arremesso) ou aceitar o resultado. O resultado obtido ao final da jogada deve ser classificado, pelo próprio jogador, como uma das 3 possíveis combinações. De acordo com os dados obtidos na jogada, as combinações fornecem diferentes pontuações:

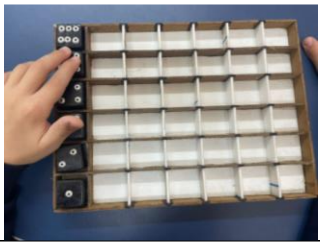
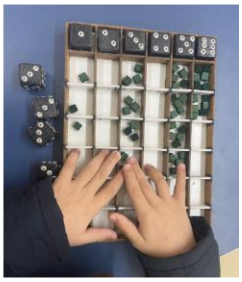
- jogada de 1 – É marcada a soma de todos os dados de valor 1 (por exemplo: 1-1-1-4-5, vale 3 pontos);
- jogadas de 2, 3, 4, 5 e 6 – correspondentes à jogada de 1 para os demais números (por exemplo: 3-3-4-4-5 vale 6 pontos se for considerada uma jogada de 3, ou 8 pontos se for considerada uma jogada de 4, ou ainda 5 pontos se for uma jogada de 5);
- general – Caso os cinco dados tenham o mesmo valor, são marcados 50 pontos.

Ao fim de todas as jogadas, é obrigatório escolher uma das combinações para marcar a pontuação. É possível escolher marcar 0 pontos em uma combinação caso a jogada não cumpra os requisitos de pontuação.

Uma vez que uma combinação seja marcada, ela não poderá mais ser escolhida por aquele jogador.

Ao final das rodadas, com a cartela toda preenchida, somam-se os valores de cada linha, e o jogador que obtiver mais pontos será considerado o vencedor. A Figura 31 possibilita a verificação das jogadas e intervenções realizadas:

Figura 31 – Atividade 10 – Jogo do general

Tabela (tabuleiro) de registro de G 	1ª jogada de G 	2ª jogada de G 
3ª jogada de G 	4ª jogada de G 	5ª e 6ª jogadas de G. Tabuleiro completo. 

P- Vamos começar a jogar.
G- Sim!
Primeira rodada:
P- Joga, o que vai escolher?
G- 3 números 5.
P- Joga novamente, lembra que podes jogar três vezes.
G- 1 número 4, 1 número 1, e 1 número 5.
P- Separa aí o seu 5.
G- Vou jogar de novo. Agora não tirei nenhum número 5.
P- Quantos pontos você fez no número 5?
G- Fiz 20 pontos, porque fiz quatro vezes o cinco, que é 5+5+5+5=20
P- Minha vez, 3 números 2, não tirei nada, 2 números 6. Mas eu não vou trocar.
G- Ah você fez 2+2+2 = 6, tirou só três vezes o dois. Te ganhei!
P- Ganhou por quanto?
G- Fiz 14 pontos a mais. Vinte menos seis. Vou cuidar para você não me alcançar.
P- Quanto eu tenho que fazer para te alcançar?
G- 14 pontos. E pra ganhar de mim tem que fazer 15 pontos.
2ª rodada:
P- Pode jogar as suas três vezes.
G- Vou jogar, deixa eu escolher sozinho!
P- Ta bom!
G- Hiiiiii deu ruim, joguei as três vezes e tirei só 2 números 6. 6+6=12 ou duas vezes o seis é 12. Empatei com a tua primeira jogada! Agora é a sua vez. E eu já tenho 32 pontos. Vê se não passa de mim! Pra passar de mim você precisa fazer 27 pontos ainda.
P- Nas minhas três jogadas eu consegui somar 20 pontos, confere com os dados.
G- Tirou 4 números 5. Fez só 20 pontos. Não me alcançou! Eu já tô com 32 pontos, ficaram te faltando 7 pontos pra ganhar de mim.
P- Vamos para a 3ª rodada. Joga
3ª rodada:
G- Saiu 5, mas não posso usar mais, não vou pegar nada, vou jogar de novo. Saiu 1 número 5, 3 números 1. Vou pegar os números 1. 1+1+1=3, que é 3x1=3. Só fiz três pontos na linha do 1. Agora é sua vez.
P- Saiu o número 2 e o número 5, mas não posso pegar, vou pegar o número 3, vou jogar de novo, mais um número 3, e vou jogar mais uma vez, dessa vez não saiu nada de três. Então eu fiz 6 pontos. 3+3=6, ou seja, 2x3=6. Sua vez.

(Continua)

Figura 31 – Atividade 10 – Jogo do general (Continuação)

4ª Rodada: G- Nas minhas três jogadas consegui tirar 4 vezes o número 3. 3+3+3+3 =12, ou seja, 4x3=12. Eu estava com 35 pontos, agora já tô com 47, somando os doze que eu tirei agora. Contei as minhas unidades no tabuleiro. Tô ganhando longe de você! Vamos somar seus pontos: 6+20=26+6=32 P- Quantos pontos faltam para eu chegar no 47 e empatar contigo? G- Um monte: 32 (1), 33 (2), 34 (3), 35 (4), 36 (5), 37 (6)...46 (15). 15, faltam ainda 15 pontos. P- Se prepara que eu vou fazer os mais de 15 pontos agora. Tirei nas minhas três jogadas duas vezes o número 6. 6+6=12 que é a mesma coisa 2x6=12. Vai que é você! 5ª Rodada: G- Eu só posso tirar o 2 ou 4. Porque o resto já está preenchido as casinhas na minha tabela. Joguei. Escolhi o número 2, deu três vezes, fiz 2+2+2=6 pontos. Agora vai, é sua vez! P- Vou jogar! Eu só posso tirar 1 ou 4. Vou escolher o 1, já saiu uma vez aqui já. Nas três jogadas consegui tirar só duas vezes o número 1, 1+1=2, ou 2x1=2. Última Rodada. 6ª Rodada G- Eu só posso escolher o número 4, vou torcer que saia 5 números 4. Mas saiu só 2. Duas vezes o número quatro. Oito pontos eu fiz. 4+4=8 P- Eu vou para minha última jogada, vai somando os seus pontos aí. Será que eu ainda posso ganhar? G- Pode você pode, mas não vai ganhar! Eu sou muito bom nesse jogo. P- Tá bom! Consegui apenas 2 números 4. Ou seja, 2x4=8. Fiz oito pontos só. G- Eu já somei meus pontos, eu fiz 61 pontos. P- Certo! Eu só fiz 54 pontos. Ganhou por quantos pontos? G- Ué, tem que fazer 61-54=7. 7 pontos. Eu ganhei por 7 pontos. Fiz 7 a mais que você. E você fez 7 a menos que eu. Então eu ganhei!!!

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 10, o jogo do general favoreceu um avanço no domínio da TCC da estrutura aditiva com o estudante G, e ainda propiciou a construção da estrutura multiplicativa, no isomorfismo de medidas, quando ele fala: “Fiz 20 pontos, porque fiz quatro vezes o cinco, que é 5+5+5+5=20” (4x5, se referindo a 5+5+5+5, no processo de adição reiterada), assim foi feita a contagem de cada rodada.

Segundo Vergnaud (1998, p. 241), “é vidente que a introdução da multiplicação como ’adição reiterada‘ se faz como maior facilidade com grandezas discretas e números inteiros”. No nosso caso, números naturais.

Conforme os diálogos do jogo do general, podemos observar que foi automático associar a adição de parcelas iguais à multiplicação.

6.2.11 Atividade 11

Para trabalhar o isomorfismo de medidas, foram realizadas atividades com auxílio de balas e potes. Um exemplo da atividade está na Figura 32:

Figura 32 – Atividade 11 – Isomorfismo de medidas

Separando as balas até 60.	Montando o 4x6
	

P- Hoje vamos trabalhar com balas!
G- Balas de verdade!
P- Sim!
G- Que cores elas são?
P- São rosas, são balas de iogurte de morango.
G- Eu adoro! Vou comer uma para ver se é das balas que eu gosto?
P- Pode! Oh, presta atenção! Aqui tem 10 potes, vamos pôr 6 balas em cada até chegar no 10º pote. Examina bem as balas e os potes.
G- OK! Distribuí ao todo 60 balas, eu acho.
P- Se em 1 pote tem 6 balas, quantas balas tem em 2 potes?
G- Tem 6+6 que é, vou contar...1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
P- Precisa contar assim? Será que não tem uma maneira mais fácil?
G- É eu sei, 6+6=12, só fui conferir.
P- Posso fazer outro tipo de conta para o 6+6?
G- Pode né, 2x6=12.
P- Então o que mais eu sei com essa informação?
G- Sabe isso. 6+6=12 ou 2x6=12.
P- Então 12 balas dividido em 2 potes, dá quantas para cada pote?
G- 12:2=6. Matei a charada.
P- Pega agora 3 potes aí. Quantas balas têm ao todo?
G- 6+6+6=1, 2, 3,... não, não! 2 potes de 6 balas dão 12, 3 potes de 6 é só eu botar mais 6 no 12, então 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18. É 18. 6+6+6=18 ou 3x6=18 e ainda eu já sei que 18:3=6 que dá 6 em cada pote.
P- Sim! Muito bem! Tá craque, hein!
G- Eu vou fazer agora pra mostrar 4x6, 5x6, 6x6, 7x6, 8x6, 9x6, e o mais fácil de todos 10x6. É só ir acrescentando mais um pote com 6. Olha só como eu pensei. 3x6=18 já o 4x6=18+6, assim, 19, 20, 21, 22, 23, 24. Já sei que 4x6=24 então se eu dividir 24 em 4 potes dá 6 em cada, porque 24:4=6. Tá certo? Posso fazer para os outros assim?
P- Hoje vamos trabalhar com balas!
G- Balas de verdade!
P- Sim!
G- Que cores elas são?
P- São rosas, são balas de iogurte de morango.
G- Eu adoro! Vou comer uma para ver se é das balas que eu gosto?
P- Pode! Oh, presta atenção! Aqui tem 10 potes, vamos pôr 6 balas em cada até chegar no 10º pote. Examina bem as balas e os potes.
G- OK! Distribuí ao todo 60 balas, eu acho.
P- Se em 1 pote tem 6 balas, quantas balas tem em 2 potes?
G- Tem 6+6 que é, vou contar...1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
P- Precisa contar assim? Será que não tem uma maneira mais fácil?
G- É eu sei, 6+6=12, só fui conferir.
P- Posso fazer outro tipo de conta para o 6+6?
G- Pode né, 2x6=12.
P- Então o que mais eu sei com essa informação?
G- Sabe isso. 6+6=12 ou 2x6=12.
P- Então 12 balas dividido em 2 potes, dá quantas para cada pote?
G- 12:2=6. Matei a charada.
P- Pega agora 3 potes aí. Quantas balas têm ao todo?
G- 6+6+6=1, 2, 3,... não, não! 2 potes de 6 balas dão 12, 3 potes de 6 é só eu botar mais 6 no 12, então 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18. É 18. 6+6+6=18 ou 3x6=18 e ainda eu já sei que 18:3=6 que dá 6 em cada pote.

(Continua)

Figura 32 – Atividade 11 – Isomorfismo de medidas (Continuação)

P- Sim! Muito bem! Tá craque, hein!
G- Eu vou fazer agora pra mostrar 4x6, 5x6, 6x6, 7x6, 8x6, 9x6, e o mais fácil de todos 10x6. É só ir acrescentando mais um pote com 6. Olha só como eu pensei. 3x6=18 já o 4x6=18+6, assim, 19, 20, 21, 22, 23, 24. Já sei que 4x6=24 então se eu dividir 24 em 4 potes dá 6 em cada, porque 24:4=6. Tá certo? Posso fazer para os outros assim?
P- Sim!! Pode fazer!
G- A mesma coisa vou fazer para 5 potes que é 5x6, se 4x6=24, só colocar mais 6 balas ou um pote, 24+6=30, ou 5x6=30, já contei é 30 mesmo.
P- Muito bem! O que mais?
G- 5x6=30 e 30:5=6. Agora se liga que eu vou fazer até o 10 e você vai me ajudando a organizar os potes.
P- Ta bom! Muito bem G, foi nota 10. Já sabe dividir também, viu só.
G- Vi! Eu sou muito inteligente. Bota isso no nosso trabalho. Que eu aprendi muito rápido a tabuada do 6, né.
P- Está bom, vou colocar. Agora vamos fazer diferente.
G- Está, mas deixa fácil por favor!
P- Agora pega 5 balas e coloca em 2 potes com a mesma quantidade de balas nos potes. Como ficou?
G- Ficou 2 balas num pote e 3 balas no outro pote.
P- Tem que ter a mesma quantidade nos 2 potes.
G- Ta bom! Vou ter que cortar essa bala no meio, fica um pedaço para cada lado.
P- Não! Você não pode cortar a bala no meio. Tem que ser balas inteiras.
G- Não! Por quê?
P- Vamos pensar juntos outra estratégia. Se eu tirar 1 bala do pote que tem 3 balas, como vai ficar?
G- Não né, aí você está dividindo 4 balas e não 5.
P- Calma! Pega as 5 balas na mão.
G- Peguei.
P- Vamos distribuí-las uma a uma nos potes. O que aconteceu?
G- Não pode, 3 nos 2 potes dá mais que 5. Vai faltar né. Vou colocar 2 em cada, mas daí vai sobrar 1 bala. Posso comer essa bala então.
P- Muito bem! 5:2=2 e ainda sobra 1.
G- Bah, difícil esse, né.
P- Calma, você vai conseguir.
G- Estava muito fácil a tabuada. Daí, né, agora vou ter que pegar essa que sobra também.
P- Tá, agora pega 15 balas e divide em 4 potes com a mesma quantidade.
G- Meu Deus, vai sobrar 3 e fica 3 em cada pote.
P- Então 15:4 dá 3 e sobra 3. Guarda a sobra aí pra você comer depois.
G- Manda mais, mas tem que sobrar!
P- Reparte 25 em 4 potes.
G- Já fiz, dá 4x6=24, dá 6 em cada e sobra 1.
P- Sabe me explicar como pensou?
G- Sei né, 4x6=24, então dá 6 em cada pote, daí eu pensei são 25, não tem na tabuada do 4, mas tem na tabuada do 5. 25:4=6, sobra 1. Mas eu não gostei, sobrou pouco, faz uma que sobre mais balas.
P- Está bem! Faz aí 13:5. Vai fazendo e me explicando.
G- Vou pegar 13 balas e 5 potes, e vou distribuir uma a uma, deu 2 balas em cada pote e sobrou 3, olha não dá para distribuir 3 balas para 5 potes.
P- Não dá! O que podemos concluir?
G- 5x2=10, 13:5=2 e sobra 3, porque 10+3=13. Entendeu? O que eu tenho que fazer com essas que sobraram mesmo?
P- Sim, entendi, pode comer e levar para casa o que sobrar.
G- Diz outra que sobre.
P- Pensa, você agora, cria uma situação. Não são muitas balas para repartir, pode acontecer de não ter. Cuida o número que vai pedir.
G- Tem sim, você me mostrou um pacote!
P- Faz a situação e vai me explicando.
G- Vou pensar! Vamos ver, vamos repartir 35 balas em 6 potes.

(Continua)

Figura 32 – Atividade 11 – Isomorfismo de medidas (Continuação)

P- Vamos, organiza os potes aí.
G- Vou pegar 35 balas e pegar 6 potes. Pronto agora é distribuir.
P- Você acha que vai sobrar quanto?
G- Com certeza mais de 3. Ah, ah, ah... pronto distribui aqui, olha só, deu 5 em cada pote e sobrou 5, o resto é meu?
P- É, se me explicar certinho, usando multiplicação e divisão.
G- Certo! Barbada! 35:6=5 e sobra 5, verificando que 6x5=30, 35:6=5 e sobra 5. 35-30=5, que é o que sobrou.
P- Parabéns! Pode pegar o resto.
G- Entendi, mas preciso do material para conferir, às vezes eu me atrapalho nas tabuadas. Tenho que decorar bem. Vou estudar pela música e pelas historinhas, né.
P- É vai memorizar sim, mas com o tempo, o mais importante é você saber montar as tabuadas.
G- O importante é que eu aprendi a “coisa”. Adorei essa aula.
P- Claro, ganhou balas.
G- Algumas, vou contar aqui 2+3+1+3+5, espera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.
P- Verdade, valeu a pena.
G- Valeu, quero descansar. Na verdade, eu quero jogar. Pode ser das cartas, só ver quem fez mais pontos. Rapidinho vou ganhar de você.
P- Está bom! Você sempre acha que vai ganhar!
G- Nem sempre! Às vezes você ganha, mas só às vezes.

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 11, G demonstrou progresso nas suas construções, quantificando corretamente. Assim sendo, Vergnaud (1998, p. 239) mostra que:

> Podem-se distinguir duas grandes categorias de relações multiplicativas, assim designando-se as relações que comportam seja uma multiplicação, seja uma divisão. A mais importante dentre elas, que é utilizada para introduzir a multiplicação no ensino básico e que forma o tecido da grande maioria dos problemas multiplicativos, é uma relação quaternária e não uma relação ternária: por esse fato, ela não é adequadamente representada pela escrita habitual da multiplicação: a x b = c, pois que essa escrita comporta tão somente três termos. Somos então levados, neste capítulo, a reexaminar completamente a noção de multiplicação.

Em todos os diálogos, P questiona a correspondência entre as duas espécies de medidas (potes e balas): isomorfismo de medidas.

Exemplo 1 – Categoria – Multiplicação

$$\begin{array}{ccc} \text{Potes} & & \text{Balas} \\ 1 & \longrightarrow & 6 \\ 2 & \longrightarrow & x \end{array}$$

Exemplo 2 – Categoria – Divisão: em busca da quantidade de unidades

$$\begin{array}{ccc} \text{Potes} & & \text{Balas} \\ :3\left(\begin{matrix}1\\x\end{matrix}\right)x3 & & x3\left(\begin{matrix}6\\18\end{matrix}\right):3 \end{array}$$

Os exemplos 1 e 2 apresentam a relação entre quatro quantidades: duas quantidades são de medidas de certo tipo e outras duas medidas são de outro tipo. G montou seus esquemas mentais e colocou em prática com o material tátil.

6.2.12 Atividade 12

Voltamos aos problemas 1 e 2 da atividade 5. para melhor compreensão do estudante G, trabalhamos situações-problemas sem o uso do material tátil. Só usaremos quando foi necessário, como podemos observar pela Figura 33:

Figura 33 – Atividade 12 – Problemas no conjunto dos Números Naturais

P- João tem um álbum de figurinhas com 10 páginas, cada página tem 4 figurinhas. Quantas figurinhas ele precisa para preencher o álbum?
G- Neste álbum, cada página tem 4 figurinhas, então precisa de 40.
P- Por que 40?
G- Porque é 10x4=40
P- Ana foi ao cinema com suas 24 amigas, cada fileira do cinema tem 6 cadeiras. Quantas fileiras as amigas ocuparam?
G- 24:6?
P- Isso.
G-24:6=4, porque 6x4=24.
P- Eu tenho 8 balas e quero dividir para 8 pessoas. Com quantas balas cada um ficará?
G- Vou colocar nos potes. 8:8=1, porque 8x1=8.
P- Rodrigo tem 12 balas, e precisa dividir igualmente para os seus 4 amigos, quantas balas Rodrigo dará para cada amigo?
G- Tá, é só pegar 12 e o dividir por 4, 12 ÷ 4 é 3 porque 4 × 3 é 12.
G- Vai dar 3 né, por que 3 × 5 é 15.
P- Gabriel tem 10 reais e quer dividir igualmente esse dinheiro entre ele e sua avó Iaiá, quanto receberá cada um?
G- 5 reais. 10:2=5, porque 2x5=10.
P- Eu ganhei 20 balas, comi 8, e as que sobraram eu dividi igualmente entre 3 amigas, quantas balas cada amiga recebeu?
G- 12:3 é 4 porque e 3x4=12. Precisei tirar as 8 que comi. 20-8=12
P- Eu tenho 20 balas e comi 5, preciso dividir o restante com 3 pessoas, quanto ganhará cada um?
G- Eu preciso tirar 5, né?
P- Quantas sobraram?
G- 15. Dividir para 3 pessoas, preciso pegar os 3 potes.
P- Você vai pegar 3 potes?
G- Vou, pra contar. 15:3 é 5 e sobra 0. 15:3=5, porque 3x5=15. Agora você escolhe um número.
P-12, você quer dividir 12 em quantas partes?
G- Em 4. Porque 12:4=3 e 4x3=12, e 3x4=12 também.
P- E se eu dividir por 2
G- 12:2=6, porque 2x6=12. Agora vamos jogar cartas?
P- Eu tenho 15 balas e quero dividir para 5 amigos, quantas balas ficará para cada amigo?

Fonte: a pesquisa.

Na sequência de atividades, o estudante G mostrou compreensão na TCC na estrutura multiplicativa em isomorfismo de medidas; por exigência da escola, ele decorou a tabuada “de vezes”. Atualmente, o estudante G constrói a tabuada da multiplicação e divisão, quando tem dúvida, usa o material tátil. O isomorfismo de medidas foi trabalhado apenas em conjunto dos números naturais com quantidades discretas. Após o trabalho com isomorfismo de medidas, trabalhamos os produtos de medidas, com material tátil para as devidas compreensões.

Atendendo ao pedido de G, jogamos cartas. Ele gosta muito de jogar. Como ele apresenta alguma dificuldade no Campo Conceitual das estruturas aditivas, jogamos escova, com adições reiteradas de mesma medida. Neste dia, o estudante G não encontrou problemas, o que facilitou o desempenho no isomorfismo de medidas.

6.2.13 Atividade 13

Este jogo é realizado entre duas pessoas (estudante x professor). Retire do baralho os J, Q e K. Para sortear quem sai distribuindo as cartas, cada jogador retira uma carta do baralho, o que tiver a carta de valor mais elevado começa distribuindo-as, e distribuirá três (03) cartas para cada jogador, uma a uma, em seguida colocará quatro (04) cartas abertas na mesa, a sobra do baralho é colocada ao lado do carteador com a face voltada para baixo. O primeiro a jogar deverá procurar uma carta em sua mão que somada a uma ou mais das cartas da mesa dê um total de 15. Por exemplo: G tem em seu poder um Ás, um 7 e um 4. Na mesa estão abertos dois 10, um Ás e um 8. Neste caso, G poderá fazer as seguintes jogadas:

a) com o seu 4, ele levanta da mesa o Ás e um dos 10, estas três cartas somando 15; (4+1+10=15) ou (1+4+10=15) ou (10+1+4=15) ou (10+4+1=15);

b) com o seu 7, ele pode levantar da mesa o 8 (7+8=15). O jogador coloca à sua frente as cartas pegas da mesa, assim como a carta de sua mão que permitiu a soma de 15, com a face voltada para baixo, sobrou a carta 10.

Caso ele não consiga pegar nenhuma carta da mesa, deve simplesmente descartar na mesa uma das cartas de sua mão. Exemplo: se G conseguir pegar todas as cartas restantes na mesa de uma única vez (por exemplo, na mesa havia um 7 e um 5 e o jogador possuía um 3 em sua mão, sendo que 7+5+3=15), o G fez uma escova. Ao colocar na sua frente as cartas pegas, ele deverá colocar uma delas com a face voltada para cima e perpendicular ao monte de cartas voltadas para baixo. Será o sinal de que ele fez uma escova. Para cada escova feita, o mesmo procedimento deverá ser repetido. Quando os jogadores tiverem utilizado suas 3 cartas, uma nova mão de 3 cartas é distribuída, utilizando o monte que havia sido posto de lado. A partida prossegue da mesma maneira até que o monte de cartas termine. Só aí é feita a contabilização dos pontos da rodada.

Contabilização dos pontos: Escova – cada uma vale 10 pontos; cada carta vale o seu respectivo valor.

Figura 34 – Exemplo de uma jogada

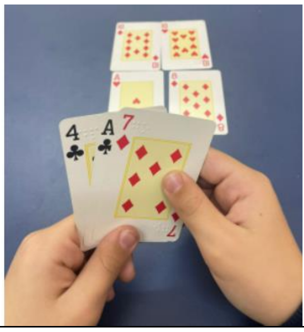
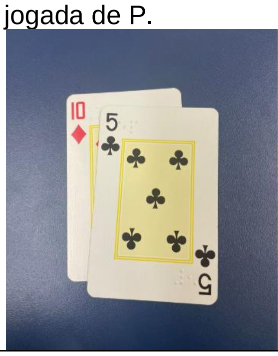
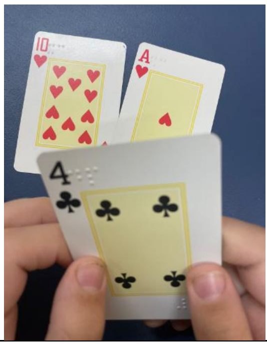
G	MESA
1 7 4	10 10
	1 8

Fonte: a pesquisa.

Segue o jogo, G deve avaliar a melhor alternativa para fazer a escova.

Cada partida é subsídio para intervenções do professor/pesquisador, para que a estrutura do campo aditivo seja bem construída pelo estudante, montando seus esquemas e verbalizando. Por meio da Figura podemos perceber as informações e características relacionadas ao jogo da escova adaptada do 15, no qual a Teoria dos Campos Conceituais, tanto no Campo Conceitual Aditivo quanto no Multiplicativo, se complementam em uma única atividade.

Figura 35 – Atividade 13 – Jogo da escova adaptada do 15

G analisando as cartas. 	1ª jogada G. 	1ª jogada de P. 
2ª jogada de G. 	Escova de G 	Análise da primeira rodada. 

(Continua)

Figura 35 – Atividade 13 – Jogo de escova adaptada do 15 (Continuação)

P- Vamos jogar! Já está tudo na mesa, cada um com suas cartas na mão e as cartas já estão sobre a mesa. Eu não estou vendo as suas e você não sabe as minhas cartas. Sabemos que temos que fazer as combinações da “soma 15”, poderá ter várias parcelas, conforme as cartas da mão e as cartas da mesa.
G- Vamos! Tô pronto! Esta eu vou ganhar!
G- Vou jogar, tenho 7 e vou pegar aquele 8. Porque 8+7 dá 15. Que a soma dá 15.
P- Isso ai! Eu vou pegar 10 da mesa e juntar com 5 que eu tenho na mão, formando 15.
G- Eu vou pegar o 10 e o Ás que somando dá 11, e juntar com 4 da minha mão. Tudo vai ficar 15. Acabei com as cartas da mesa.
P- Parabéns, uma escova, vamos redistribuir as cartas na mesa novamente. Só aí você já pontuou 10 pontos da escova.
G- Já tenho 3 escovas, vou fazer mais uma agora.
P- Agora que já jogamos várias vezes, quem está ganhando?
G- Eu! Eu fiz 4 escovas já e você só fez 1, por enquanto.
P- Então, quem tem mais pontos?
G- Eu, né!
P- Quantos?
G- 4 escovas, são 4 dez, 10+10+10+10, ou 4x10.
P- Precisa de material pra contabilizar? (barrinha do material dourado).
G- Não! Eu faço de cabeça mesmo! 10+10=20; 20+10=30; 30+10=40. E você só tem 10 pontos. Perdeu!
P- Perdi por quanto?
P- Vamos jogar! Já está tudo na mesa, cada um com suas cartas na mão e as cartas já estão sobre a mesa. Eu não estou vendo as suas e você não sabe as minhas cartas. Sabemos que temos que fazer as combinações da “soma 15”, poderá ter várias parcelas, conforme as cartas da mão e as cartas da mesa.
G- Vamos! Tô pronto! Esta eu vou ganhar!
G- Vou jogar, tenho 7 e vou pegar aquele 8. Porque 8+7 dá 15. Que a soma dá 15.
P- Isso ai! Eu vou pegar 10 da mesa e juntar com 5 que eu tenho na mão, formando 15.
G- Eu vou pegar o 10 e o Ás que somando dá 11, e juntar com 4 da minha mão. Tudo vai ficar 15. Acabei com as cartas da mesa.
P- Parabéns, uma escova, vamos redistribuir as cartas na mesa novamente. Só aí você já pontuou 10 pontos da escova.
G- Já tenho 3 escovas, vou fazer mais uma agora.
P- Agora que já jogamos várias vezes, quem está ganhando?
G- Eu! Eu fiz 4 escovas já e você só fez 1, por enquanto.
P- Então, quem tem mais pontos?
G- Eu, né!
P- Quantos?
G- 4 escovas, são 4 dez, 10+10+10+10, ou 4x10.
P- Precisa de material pra contabilizar? (barrinha do material dourado).
G- Não! Eu faço de cabeça mesmo! 10+10=20; 20+10=30; 30+10=40. E você só tem 10 pontos. Perdeu!
P- Perdi por quanto?
G- Não sei né! Tem que pensar! Acho que vou precisar do material. (unidades do material dourado).
P- Não é mais fácil pegar as barrinhas?
G- É! vou pegar então! Você tem uma barrinha, e eu tenho 4 barrinhas.
P- Quem tem mais?
G- Eu, né!
P- Quantas a mais?
G- Três barrinhas a mais.
P- Três barrinhas de dez, são quantos pontos?
G- 10, 20, 30 pontos a mais do que você.
P- Quantos pontos eu fiz a menos que você?
G- Um monte, eu não sei! Vou pensar!
P- Toca nas barrinhas.
G- Você tem três barrinhas a menos que eu.

(Continua)

Figura 35 – Atividade 13 – Jogo da escova adaptada do 15 (Continuação)

P- Quantos pontos eu fiz a menos que você? Quantos pontos você fez a mais do que eu? Quantos eu preciso fazer para empatar contigo? G- Você fez 30 pontos a menos que eu. G- Eu fiz 30 pontos a mais que você. G- E você precisa fazer 30 pontos para empatar comigo. P- Se eu empatasse com você, quantas escovas eu precisaria fazer a mais do que eu fiz? G- Não sei! Vou pensar! Vou usar as barrinhas pra pensar mais um pouco. P- Pra eu ficar com quatro barrinhas como você, quantas a mais eu precisaria? G- Pegando as barrinhas três, que dá 30 né? P- Então quantas eu preciso para empatar com você? G- Então é 3 barrinhas de 10 que é 30 pontos. Mas você não fez esses pontos, é só de faz de conta! Quem ganhou foi eu! P- Quer jogar outras vezes. G- Sim, muitas! P- Então vamos.

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 13, jogamos até terminar o baralho, o estudante G ganhou o jogo. Sempre realizando a adição na qual a primeira parcela fosse maior que a segunda, assim organizava as cartas. Com o jogo da escova adaptada do 15, por meio da intervenção de P, trabalhamos todas as 6 categorias dos Campos Conceituais das estruturas aditivas segundo Vergnaud (1998), verificando assim que o estudante G organiza os esquemas adequados para a solução de situações-problemas que envolvem o Campo Conceitual da estrutura aditiva. Considerando que o estudante é cego, a representação e comunicação de seus esquemas mentais são feitas oralmente e/ou por meio do material tátil.

1ª Categoria: duas medidas se compõem para formar uma terceira medida, quando o estudante faz a soma para formar as escovas: “Eu vou pegar o 10 e o Às que somando dá 11, e juntar com 4 da minha mão. Tudo vai ficar 15”;

2ª Categoria: é uma transformação que opera sobre uma medida para resultar em outra: “Já tenho 3 escovas, vou fazer mais uma agora”;

A partir da pergunta de P: “Por quanto perdi?”, ficam evidenciadas nos diálogos do questionamento as categorias 3, 4, 5 e 6, uma vez que se repetem as categorias 1 e 2; conforme vão passando as categorias, elas ficam mais complexas para o estudante, pois o valor numérico aumenta relativamente;

3ª Categoria: uma relação estática que liga duas medidas, a partir do valor conhecido do grupo de referência, adicionar ou subtrair um valor, para obter o valor do outro grupo referido;

4ª Categoria: duas transformações se compõem para resultar em uma transformação;

5ª Categoria: uma transformação opera sobre um estado relativo para resultado em um estado relativo;

6ª Categoria: dois estados relativos se compõem para resultar em um estado relativo.

Segundo Vergnaud (1993), o Campo Conceitual da estrutura aditiva é o conjunto de situações cujo domínio requer uma ou várias adições, ou subtrações, ou uma combinação de tais operações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas.

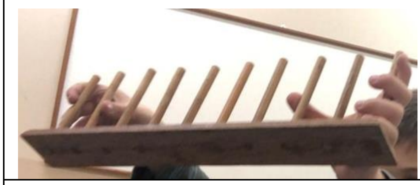
O estudante G, no decorrer da pesquisa, demonstra mais facilidade na primeira e na segunda categorias, sendo que na terceira categoria precisa de mais reflexão para resolver as situações referentes a ela, no que tange “a mais”, “a menos”, e, a partir das categorias 4, 5 e 6, as transformações começam a aparecer de forma mais explícita, dificultando a esquematização das mesmas pelo estudante G.

Após jogar mais 3 vezes o jogo da escova, percebe-se que G tem menos dificuldades no “a mais que” e “a menos que”, uma vez que já entende a diferença entre os dois, já não soma toda vez que ouve a expressão “a mais”.

6.2.14 Atividade 14

Durante a realização desta atividade, utilizou-se um ábaco com 10 hastes como recurso didático para a elaboração das multiplicações dos fatores 6, 7, 8, 9 e 10. A estratégia pedagógica adotada considerou o fato de que o estudante G já dominava a estrutura multiplicativa e tinha conceituado a multiplicação como a soma reiterada de medidas iguais. A dinâmica da atividade pode ser acompanhada na Figura 36, ilustrando a utilização do ábaco como um recurso didático eficaz para o ensino-aprendizagem da matemática, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e lúdica.

Figura 36 – Atividade 14 – Trabalho com o ábaco de 10 pinos

<table>
<tr><td>Reconhecendo o ábaco
</td><td>Trabalhando no ábaco
</td></tr>
<tr><td colspan="2">P- A primeira coisa que nós vamos fazer hoje vai ser trabalhar no ábaco, está bom?
G- Trabalhar no ábaco então, né?
P- Isso. Então vamos fazer assim. As argolinhas vão ficar contigo.</td></tr>
</table>

(Continua)

Figura 36 – Atividade 14 - Trabalho com o ábaco de 10 pinos (Continuação)

G - Tá, argolinhas ficam comigo então.
P - Isso aqui se chama de haste. Agora nós vamos contar as hastes do ábaco.
G- Deixa que eu conto sozinho. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.
P- Opa, conta de novo.
G- Tá. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. É, tem 10.
P- Tem dez.
G- O que são estas coisinhas aqui?
P- Estas coisinhas aqui são hastes.
G- Haste, então são dez hastes.
P- Vamos representar os números aqui, certo?
G- Sim.
P- Então se eu pedir para fazer, 3x2, o que você vai fazer? Você vai pegar 2 argolas.
G- Pegar 2 argolas e...
P- Bota aí. Bota em qualquer lugar.
G- Ah, ela encaixa.
P- Isso.
G- Vou botar essa aqui.
P- Bota juntinho né, porque é 3x2. Mais uma vez você vai botar 2.
G- Mais uma vez, vamos lá.
P- Como 3x2 você vai botar mais uma vez
G- Deixa que eu pego. Pegando. Elas vão até aqui embaixo.
P- Sim, então tem 3 vezes o número 2. Quantas argolinhas tem aí?
G- 2, 3, 4, 5, 6.
P- 5, 6.
G- 6 argolas.
P- Então 3x2 é?
G- 6, 3x2 = 6, isso eu já sei.
P- Agora tira essas argolas. Desfaz.
G- Tirando as argolas.
P- Vamos usar o ábaco só quando precisarmos. Eu vou fazendo as tabuadas e quando você precisar você usa o ábaco, certo?
G- Está.
P- Quanto que é 9 vezes o 8?
G- Vamos ter que pegar nove hastes.
P- Isso aí.
G- 9 argolas.
P- Ohhhh 9x8.
G- 9 em cada uma das hastes?
P- Calma, vamos pensar... Calma
G- Já peguei as 9.
P- Não é 9, ohhhh 9 x 8, então quem você vai pegar?
G- As 8 argolas, me enganei, 9 hastes.
P- 8, quantas vezes você vai fazer montinho de 8?
G- 9 vezes. Que é as 9 hastes.
P- Muito bem, muito bem.
G- 1, 2, 3, 4... 9 vezes ,5, 6,
P- Para.... olha só 9 vezes o número 8, você colocou 4.
G- Mas eu peguei 8.
P- Mas você tem que fazer o montinho de oito, está fazendo de 4.
G- Então tudo na mesma haste, vou completar porque é 9x8.
P- Sim. Mas você precisa do ábaco para fazer o 9x8.
G- Sim.
P- Você já fez 8, quantas vezes o 8 se repete no 9x8.
G- 9
P- E agora?
G- Fiz
P- Fez o que?
G- 1, 2, 3, 4 - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9x 8

(Continua)

Figura 36 – Atividade 14 - Trabalho com o ábaco de 10 pinos (Continuação)

P- Passa o dedinho, você viu que estão todas no mesmo tamanho, menos essa aqui?
G- Sim.
P- Por que será que essa aqui está diferente?
G- Não sei.
P- Por que você acha que essa aí pode estar diferente? Se todas as argolas são iguais.
G- São do mesmo tamanho?
P- Sim do mesmo tamanho.
G-Menos qual?
P- Não tem menos qual, são todas iguais. Só que esse aí deu diferente, eu não sei por que deu diferente.
G- Essas oito aqui?
P- E deram diferente das outras.
G- Por que eu fiz alguma coisa errada?
P- Não sei, eu não conferi ainda, quem tem que conferir é você.
G- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8... ahhh agora que eu vi, tinha uma mais ali.
P- De novo você vai tirar argola de baixo, a última, e se você tirar a de cima, não dá no mesmo?
G- Não né. Eu vou resolver o problema aqui, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, tem uma mais. Então eu devo ter pego uma mais.
P- Isso aí!
G- Tirei.
P- E por que você tirou a de baixo, não tirou a de cima?
G- E que tirar a de baixo é melhor.
P- Mas você acha que faz diferença?
G- É faz diferença.
P- Qual a diferença que faz?
G- Opa.
P- Me conta qual diferença faz?
G- É que é mais fácil tirar a de baixo, melhor. Agora sim eu acho que eu devo ter pegado uma a mais. Eu gosto de contar para conferir.
P- Humm...
G- Deu uma a mais mesmo.
P- Está colocando no lugar errado.
G- A tá, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
P- Agora acertou. Vou dizendo a tabuada e você me mostra o resultado no ábaco, certo?
G- Sim!

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 14, foi percebido que, a cada encontro, o estudante G demonstra mais desenvoltura nos Campos Conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, montando seus esquemas e aplicando seus invariantes operatórios para solucionar o problema. Demonstrou corretamente tabuada do 6 ao 10, porém achou muito cansativo. Utiliza corretamente o ábaco. Ele já está elaborando seus conceitos gradativamente. Existem alguns elos que ainda precisam ser conectados na imensa rede dos Campos Conceituais. G se comunica muito bem facilitando o trabalho de P, considerando que não tem medo de errar, sempre que precisa ele pede ajuda. E ele adora jogar, facilitando assim a compreensão do campo aditivo, por isso, jogamos ao final de cada encontro.

6.2.15 Atividade 15

Iniciamos com a apresentação e manuseio do material, cabeças de meninos com diferentes tipos de bonés e cabeças de meninas com diferentes tipos de penteados, como está representado na Figura 37:

Figura 37 – Atividade 15 – Produto de medida discreto-discreto

<table>
<tr>
<td>Analisando o material.
</td>
<td>Combinação 3 meninos 2 meninas.
</td>
<td>Combinação de 4 meninos com 2 meninas.
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">P- Forma pares de um menino e uma menina.
G- Vou pegar o material! Deu um monte!
P- Vamos pegar 3 meninos com bonés diferentes (textura), e 2 meninas com penteados diferentes.
G- Estou pensando e organizando. Formei os pares, estão aqui na mesa.
P- Como ficou?
G- Contei 6 pares, só fazer 3x2=6. Nem precisei fazer montinhos aqui, contei pelas cabeças.
P- Ótimo, agora escolhe 4 meninos de bonés diferentes e faz pares com meninas com penteados diferentes.
G- 2 meninas, né, para cada boné?
P- Sim.
G- Vou pegar o material, dá 8 pares, não precisa contar é só multiplicar 4x2=8. E sem fazer montinhos, você viu?
P- Sim. Agora vamos formar pares com 3 meninos e 3 meninas.
G- Pronto! 3x3=9, mas vou pegar o material para conferir.
P- Com 4 meninos e 3 meninas?
G- Agora nem as cabecinhas vou pegar. Só fazer a multiplicação. Pronto! 4x3= 12.
P- Muito bem! Vamos registrar isso em Braille?
G- Não, demora muito. Escreve aí, e manda imprimir na ADEVIC pra mim. Mas eu não preciso, aprendi bem essa.
P- Vamos fazer mais uma hoje, com 12 pares, com 2 meninas, quantos meninos eu preciso para formar os pares?
G- 12 pares com 2 meninas. 12:2=6, 1 menina e 6 meninos. Achei legal! É só multiplicar e dividir.
P- Tenho 10 pares de meninos e meninas, quantas meninas precisa para formar pares?
G- Para cada menino 2 meninas, 5x2=10, 10:2=5 meninos. Ah já entendi, é só pensar, fazendo de conta, cada menina tem 5 meninos para formar o par.</td>
</tr>
</table>

Fonte: a pesquisa.

Nesta atividade, após apresentadas e encontradas soluções para as situações-problemas que envolviam um isomorfismo de medidas na multiplicação e divisão, o estudante G aplicou corretamente a TCC da estrutura multiplicativa na classe produto de medidas: produto discreto-discreto.

Para a atividade, foi usado material tátil, a preferência que ele tem fica explícita sempre que diz “vou pegar o material”, “Não vou fazer montinhos”. No momento em que está conceitualizando, diz: “Estou pensando”, isto é, relacionando seus invariantes operatórios, “vai aumentar é multiplicação”, “vai diminuir é divisão”, seus teoremas-em-ação.

No seu “estou pensando”, ele está analisando um conjunto de situações, relacionando seus teoremas-em-ação e conceitos-em-ação. A comunicação do que pensou, “esquema feito”, é feita oralmente manipulando o material ou ainda escrevendo em Braille. Escrever em Braille não é a sua preferência, diz ele: “demora muito para registrar”.

A forma de relação trabalhada neste dia “consiste em uma relação ternária entre 3 quantidades, das quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional” (VERGNAUD, 2009, p. 253).

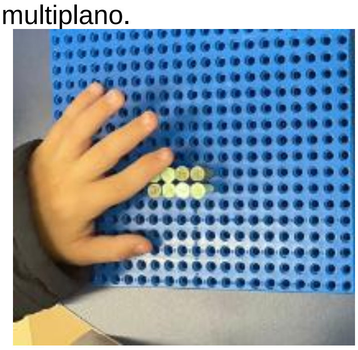
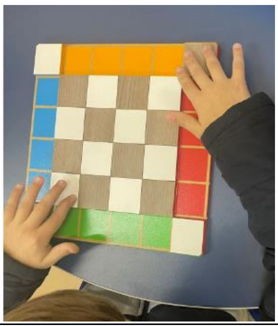
No exemplo 3 meninos de boné, 2 meninas penteadas e quantos pares formam, G organizou manipulando o material e conseguiu formar o esquema. Cada menino com uma menina, como eram 3 meninos e 2 meninas, formou os pares, observou e contou os pares, conclui que era uma multiplicação de 3x2 ou 2x3 e encontrou 6. Todos os exemplos similares indicavam uma multiplicação ou uma divisão do tipo discreto-discreto.

G achou fácil, percebeu e analisou cada situação utilizando suas próprias estratégias.

6.2.16 Atividade 16

A atividade consistiu em propor situações de multiplicação e de divisão aplicando produtos de medidas – produto contínuo-contínuo.

Figura 38 – Atividade 16 – Produto de medida contínuo-contínuo

<table>
<tr><td>Analisando o material dourado 6x6x5
</td><td>Formando retângulo 2x4 no multiplano.
</td><td>Malha quadriculada
</td></tr>
<tr><td colspan="3">P- Hoje nós vamos trabalhar com material dourado, malhas quadriculadas de madeira e multiplano, para resolvermos algumas situações.
G- Tá bom!</td></tr>
</table>

(Continua)

Figura 38 – Atividade 16 – Produto de medida contínuo-contínuo (Continuação)

P- Analisa bem o material.

G- Bem legal, né? Parece alguma coisa, são plaquinhas?

P- Sim. Quantas unidades têm no comprimento e na largura?

G- Comprimento tem 10 e na largura também tem 10. Vou pensar.

P- Qual o total de unidades?

G- 100.

P- Como sabemos, se nós não contamos, que tipo de estratégia você usou para descobrir?

G- Fiz o 10x10=100, tem dez quadradinhos aqui e dez quadradinhos ali, então dentro tem 100.

P- O que nós podemos definir desse comprimento e dessa largura nesta barra?

G- Tem um vezes o outro, né? Que temos comprimento vezes largura.

P- Nossa! Muito bem! E se agora nós colocarmos duas placas das centenas juntas, quanto teremos?

G- 200. É comprimento vezes a largura.

P- Certo!

G- 20x10= 200

P- E o cubo? Conta?

G- Espera eu contar, eu não posso me perder.

P- Está bom!

G- 10x10x10= 1.000

P-Temos comprimento x largura x altura. Passa o dedo e sente!

G- Sim, é isso. Acho que é.

P- Vamos pegar essas peças que são partes do material dourado, são menores.

G- Este parece um cubo, mas não é.

P- Por quê?

G- Porque não tem nem um lado igual ao outro.

P- Vamos contar?

G- Sim, 6x6x5 = é um monte! 36x5. Tenho que pensar! 36+36+36+36+36=180.

P- Olha esse agora. E me responde quanto tem de largura e comprimento?

P- Analisa bem o material.

G- Bem legal, né? Parece alguma coisa, são plaquinhas?

P- Sim. Quantas unidades têm no comprimento e na largura?

G- Comprimento tem 10 e na largura também tem 10. Vou pensar.

P- Qual o total de unidades?

G- 100.

P- Como sabemos, se nós não contamos, que tipo de estratégia você usou para descobrir?

G- Fiz o 10x10=100, tem dez quadradinhos aqui e dez quadradinhos ali, então dentro tem 100.

P- O que nós podemos definir desse comprimento e dessa largura nesta barra?

G- Tem um vezes o outro, né? Que temos comprimento vezes largura.

P- Nossa! Muito bem! E se agora nós colocarmos duas placas das centenas juntas, quanto teremos?

G- 200. É comprimento vezes a largura.

P- Certo!

G- 20x10= 200

P- E o cubo? Conta?

G- Espera eu contar, eu não posso me perder.

P- Está bom!

G- 10x10x10= 1.000

P-Temos comprimento x largura x altura. Passa o dedo e sente!

G- Sim, é isso. Acho que é.

P- Vamos pegar essas peças que são partes do material dourado, são menores.

G- Este parece um cubo, mas não é.

P- Por quê?

G- Porque não tem nem um lado igual ao outro.

P- Vamos contar?

G- Sim, 6x6x5 = é um monte! 36x5. Tenho que pensar! 36+36+36+36+36=180.

P- Olha esse agora. E me responde quanto tem de largura e comprimento?

G- 6 de largura e 10 de comprimento, que dá 60. 6x10=60 unidades.

P- E esta?

(Continua)

Figura 38 – Atividade 16 – Produto de medida contínuo-contínuo (Continuação)

G- Comprimento 4, largura 4, então é 16. Comprimento x largura= 4x4=16 unidades. P- Vamos pegar o multiplano para formar figuras retangulares. G- Sim. Já vou montar. P- O que montou aí? G- Comprimento 3, largura 4, mas pra formar toda a figura vou precisar de 12 pinos. Me dá mais pinos. P- Por quê? G- Porque 3x4=12, 12 pinos. P- E este agora? Olha? G- Comprimento 3, largura 3. Vou precisar de 9 pinos, 3x3=9 P- E este? G- Comprimento 2, largura 4. Vou precisar de 8 pinos. 2x4=8 pinos. P- E agora? G- Vou fazer comprimento 5 e largura 3. Vou precisar de 15 pinos. P- Então monta como pensou? G- 5x3=15 ou 3x5 dá 15 também. Olha aqui! P – Muito bem. Passa a mão nessa placa, é uma sala com cerâmica (faz de conta), quantas cerâmicas tem na parte mais alta? Consegue sentir? G – Sim, consigo. 4 de largura e 4 de comprimento, deu 16 placas: 4x4=16 cerâmicas. P- Se eu tiver 16 pinos, e quiser um retângulo de base 8. Qual será altura? G- 8x2=16. E pra conferir divide 16:2=8. 8 de base e 2 de altura. P- Parabéns! Se for 28 pinos com altura igual a 7? G- Vou pegar 28 pinos, botar a altura 7 para encher direito, vou só completar. Deu 4 de base porque 4x7=28, tenho 7 e o 28 vou fazer 28:7=4, fechou, 4 é base mesmo. Muito fácil e só distribuir o material.

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 16, que envolve a proposição de situações de multiplicação e divisão utilizando o produto de medidas contínuo-continuo, foi observado que a compreensão do Campo Conceitual da estrutura multiplicativa estava sendo consolidada pelo estudante. Isso se deve ao fato de que a utilização do produto de medidas continuo-continuo na resolução das situações-problema exige a aplicação de conceitos relacionados à multiplicação, tais como a ideia de combinação e aumento proporcional. De acordo com Zanella e Barros (2014, p. 70):

> O estudo das estruturas multiplicativas apresenta diversificados tipos de multiplicação e de divisão, e essa variedade de situações-problemas devem ser cuidadosamente abordadas em sala de aula, para que os estudantes tenham contato e reconheçam uma estrutura que compõe estas situações, e, consequentemente, desenvolvam estratégias de resolução. É a variedade de situações que o educando enfrenta, bem como os invariantes e representações que podem contribuir para a formação e o desenvolvimento de conceitos envolvidos na estrutura multiplicativa.

Ao se deparar com as situações-problema, o estudante G adotou uma postura reflexiva e analítica, utilizando expressões como "vou pensar" ou "tô pensando" para indicar que estava analisando cuidadosamente as situações e empregando seus teoremas-em-ação e conceitos-em-ação. Sua comunicação foi feita por meio da fala ou do uso de material tátil, demonstrando assim sua compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos na atividade e proporcionando uma aprendizagem mais efetiva.

Ele foi muito rápido nas construções. No uso de materiais táteis, como o similar ao material dourado, encontrou muita facilidade, com os pinos no multiplano montava a base, a altura e preenchia, contava as colunas e linhas e multiplicava. O trabalho com as placas foi muito fácil, calculou tudo corretamente. Está encerrando a solução de problemas no campo conceitual das estruturas multiplicativas. Neste dia, ele nem pediu para jogar, tudo indica que não se cansou, pois encontrou facilidade em resolver as questões propostas.

6.2.17 Atividade 17

Resolução de problemas – Essa atividade consiste em verificar se houve um crescimento de G, em relação ao campo conceitual da estrutura aditiva, considerando que na atividade nº 9 ele errou estes problemas.

Figura 39– Atividade 17 – Resolução de problemas

P- Vamos refazer uns problemas que faz tempo que fizemos e, alguns, você se atrapalhou para resolver.
G- Nem lembro, fizemos muitas coisas. No começo eu não sabia muitas coisas.
P- Agora nosso trabalho está chegando no final. Agora ouve com muita atenção os dados dos problemas.
G- Sim. Pode deixar!
P- Luiza e Gabriel colecionavam chaveiros. Eles têm juntos 22 chaveiros. Gabriel tem 14 chaveiros. Quantos chaveiros tem Luiza?
G- Vou tirar os 14, o que sobra é de Luiza. 22-14=8 chaveiros.
P- Certo!
G- Vou acertar todos, já matei a charada.
P- Claro que vai. Paulo comprou um doce por 15 reais e ainda tem 7 reais. Quantos reais ele tinha antes de comprar doce?
G- Comprou com 15 reais e ainda sobrou 7 reais. Todo o dinheiro dele era 15+7= 22 reais.
P- Parabéns!
G- Manda outro.
P- Paula tem 20 laranjas e Maria tem 5 a menos. Quantas laranjas Maria tem?
G- 5 a menos do que 20. 20-5=15. Ela tem 15.
P- Certo. Roberto comprou uma lapiseira por 12 reais e um caderno que custou 9 reais a mais que é lapiseira. Quanto custou o caderno?
G- 9 reais a mais, é caro. 12+9=21. Custou 21 reais.
P- Acertando todas. No sítio de Ana tem 22 árvores e no sítio de José tem 14 árvores. Quantas árvores José precisa plantar para ficar com a mesma quantidade de árvores que Ana?
G- De 14 para chegar em 22 faltam árvores, 22 − 14 =8. Faltam 8 árvores.
P- Parabéns! Sueli tinha 28 selos, perdeu 7, seu pai trouxe de viagem 7 selos. Com quantos selos ela ficou?
G- Ué, ganhou 7 e perdeu 7. ficou com os 28 selos.
P- Certo! Alice tinha 8 balas, ganhou 2 de Diana e deu 5 para Lúcia. Quantas balas tem Alice?
G- Tinha 8 ganhou 2, 8+2=10, ficou com 10 e deu 5, 10-5=5. Ela ficou com 5
P- Certo! Maria estava jogando e contando os pontos do jogo, no primeiro ganhou 6, no segundo perdeu 8. Ela está ganhando ou perdendo?

(Continua)

Figura 39– Atividade 17 – Resolução de problemas (Continuação)

G- Perdendo, ganhou menos e perdeu mais. P- Sim! G- Perdendo por 2. P- Jorge devia 5 reais para a sua prima. Ele ganhou 3 reais de sua mãe e deu para a sua prima. Ele pagou a dívida ou ainda deve e quanto? G- Devia 5 reais, pagou só 3 reais, ainda deve 2 reais, 5-3=2. P- Parabéns acertou todos. G- Viva! Agora eu sei tudo já! Nem acredito que eu errava isso.

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 17, G acertou todos os problemas que havia errado anteriormente. Após muitas atividades e tempo para amadurecer os conceitos, tivemos um progresso na construção do campo conceitual das estruturas aditivas conforme os 6 esquemas ternários fundamentais, assim denominados por Vergnaud (1998), os quais chamamos de categorias, conforme visto no item 6.2.

Foi possível estabelecer com clareza as relações aditivas por meio da adição e subtração. O estudante G demonstrou habilidade para estabelecer relações no campo conceitual das estruturas aditivas, analisando situações e utilizando seus invariantes operatórios para estabelecer vínculos entre a formação de conceitos em situações de ação. Além disso, o estudante G foi capaz de utilizar o material tátil para demonstrar suas construções no campo conceitual das estruturas aditivas.

6.2.18 Atividade 18

A atividade consiste em resolver situações-problemas nos Campos Conceituais da estrutura aditiva e da estrutura multiplicativa, com trabalho de manuseio de cédulas para verificar o código indicado em cédulas para determinar o seu valor, descrita na Figura 40:

Figura 40 – Atividade 18 – Trabalho com manuseio de cédulas

Reconhecendo a caixa de dinheirinho	Reconhecendo o dinheirinho
	

(Continua)

Figura 40 – Atividade 18 – Trabalho com manuseio de cédulas (Continuação)

P- Vamos ver um dinheirinho, mas é de brinquedo, as notas são de 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 reais. Toca aqui, está numa caixa de madeira, separadas por valores. Você sabia que as cédulas são sinalizadas também além de tamanhos diferentes para que o cego possa perceber quanto vale? G- Não sabia! É muito legal vai me dizendo cada uma que eu toco. Certo! P- Sim, mas vai precisar memorizar o código de cada uma das cédulas. G- São 7 códigos diferentes, vou decorar para reconhecer o dinheiro. P- Fazer os cálculos você sabe. 5 notas de 2 reais, quantos reais são? G- 2+2+2+2+2, está aqui, 5x2=10, são 10 reais. P- Quantas notas de 10 reais, preciso para ficar com 60 reais? G- 60:10=6, por que 6x10=60. Agora eu estou sem contar dinheiro e posso contar só passando o dedo nos tracinhos. Tenho que decorar cada um.

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 18, G brincou com o dinheiro, manuseou, fez compras e deu dinheiro para pagar, calculou o troco e quanto faltava. Compôs e decompôs as “notas” de 100 reais, como sendo 2x50; 200 reais como sendo 2x100. Criou os problemas e resolveu corretamente. P só observou, sem muita mediação, pois G tem construído seus conceitos e sabe comunicá-los com clareza e facilidade, se expressa muito bem. O reconhecimento do dinheiro por meio do tato é mais um passo importante para a inclusão do estudante na vida social.

6.3 RELATO DAS ENTREVISTAS

Este tópico apresenta as entrevistas com três participantes: o professor E, da Associação de Deficientes Visuais de Canoas, a professora A, que atua em uma turma regular do 6º ano do Ensino Fundamental, e a mãe e responsável pelo estudante, S, além de conversas com o estudante G sobre suas impressões sobe a escola. O objetivo é explorar as diferentes perspectivas sobre a inclusão escolar de estudantes com deficiência visual, identificando os desafios e possíveis soluções para uma inclusão escolar mais efetiva. As entrevistas incluem impressões complementares, que contribuem para entender o processo de inclusão de G.

Antes de apresentar as informações das entrevistas com a mãe do estudante, é importante ressaltar a importância de se entender a perspectiva da família em relação à educação de seus filhos com deficiência visual. A participação dos pais ou responsáveis na vida escolar desses estudantes é fundamental para que sejam garantidos os direitos deles e oferecidas condições necessárias para que possam se desenvolver e aprender em igualdade de condições com os demais estudantes.

Durante uma entrevista com a mãe do estudante G, foi possível constatar que o diagnóstico de cegueira bilateral ocorreu aos 6 meses de idade, por meio do CID

10HS4.0. A alfabetização do estudante aconteceu por volta dos 6 anos de idade, utilizando recursos como letras grandes impressas em folhas de papel e sistema Braille.

A relação do estudante com os colegas da escola regular é um ponto de preocupação, visto que ele acaba tendo pouco contato com a maioria dos colegas. Além disso, a mãe percebe que o atendimento que ele recebe na escola regular ainda é insuficiente em alguns aspectos, embora reconheça os esforços dos profissionais envolvidos. Sobre o atendimento na sala de recursos, a mãe acredita que ele atende às necessidades educacionais do estudante, pois ele tem a oportunidade de aprender e se desenvolver de forma diferenciada em relação à sala de aula regular. Contudo, ainda há muito a ser feito para melhorar o atendimento aos estudantes com deficiência visual nas escolas. Neste sentido, a mãe sugere que os professores deveriam ter mais informações sobre a deficiência visual.

Além disso, a mãe se preocupa com o futuro do filho e com a possibilidade de não estar presente para ajudá-lo. Ela tem buscado apoio em associações de cegos para encontrar recursos e suporte para o desenvolvimento do estudante G. A reação do estudante ao saber que viria para a ULBRA para trabalhar com uma professora de Matemática foi satisfatória, pois G já havia manifestado o desejo de aprender a "*tabuada de vezes*", segundo o próprio estudante.

Uma entrevista com a mãe do estudante G revelou a importância de se pensar em estratégias para melhorar o atendimento aos estudantes com deficiência visual na escola, bem como na necessidade de se promover a formação e informação dos professores nesse sentido. A preocupação da mãe com o futuro do filho reforça a importância de se pensar em políticas públicas que possam garantir a qualidade de vida e o desenvolvimento dessas pessoas.

Investigar a percepção de G em relação ao seu aprendizado em Matemática na escola foi uma das nossas prioridades. A Matemática é uma disciplina fundamental para o desenvolvimento acadêmico e profissional de todos os estudantes. No entanto, muitas vezes, as barreiras de acesso e os desafios enfrentados pelos estudantes cegos prejudicam sua aprendizagem e desempenho. Nesse sentido, foi fundamental compreender a perspectiva do estudante e identificar estratégias que pudessem promover um ambiente de aprendizagem inclusivo e acessível para todos. Foram feitas duas entrevistas com o estudante, uma no início e outra no final da pesquisa, com o objetivo de estabelecer um paralelo entre suas aulas antes e após o estudo.

O estudante relatou que se sente bem na turma, em grande parte devido à presença de duas amigas que o auxiliam nas atividades. Ele não tem um colega preferido, mas considera que sua relação com os colegas é boa. O estudante demonstrou grande interesse pela Matemática, afirmando ser a disciplina da qual mais gosta, devido à facilidade que tem para realizar cálculos de adição e subtração. Ele expressou o desejo de aprender a tabuada de vezes e dizia: *"eu vim aqui na ULBRA para decorar a tabuada de vezes*".

Em relação às aulas de Matemática, o estudante relatou que se sente tranquilo durante as aulas e utiliza o material dourado que seu avô fez para ele para auxiliar nas contas. No entanto, ele não gosta de ficar parado ou apenas pintando, quando não tem ninguém para ler para ele. O estudante também sente a diferença entre as atividades das aulas da sala de recurso e das da sala de aula regular, relatando que na sala de recurso ele faz tudo em Braille e digita na máquina Braille todo o conteúdo que foi feito na sala de aula, "*na sala de aula eu pinto os números só*".

Para melhorar o aprendizado, G sugeriu que gostaria de fazer os trabalhos junto com seus colegas, pois sempre faz suas atividades sozinho ou na sala de recurso. Ele também faz atividades em casa com ajuda de sua mãe, que passa as atividades para o Braille ou lê e ele responde.

O estudante G, no 6º ano, com 13 anos de idade, revelou que não frequenta a sala de AEE e passa mais tempo parado na sala de aula. Ele também destacou que ficou sem monitora por um tempo, mas que ela retornou recentemente. No 6º ano, ele trocou constantemente de professor e disciplina, o que o obriga a fazer as coisas mais rapidamente. Muitas vezes, ele não termina a atividade e a professora já saiu da sala, "*às vezes não dá tempo, ela sai*".

Segundo G, a professora de Matemática do 6º ano tem mais interação com ele, trazendo mais atividades. A própria professora sugeriu uma combinação com a turma, no qual um colega é responsável por sentar com G para realizarem as atividades juntos nas aulas de Matemática. Os colegas gostam, porque G já sabe a tabuada de vezes e eles ainda não sabem. G aprendeu a dividir antes dos seus colegas, o que o tornou o melhor estudante de Matemática na sua sala. Quando um colega senta com ele para fazer a atividade, G já resolve a sua atividade, porque ele lê, G faz os cálculos e dá a resposta ao colega.

Em um dia de aula, a professora pediu para o colega explicar como ele fez a conta, mas ele precisou chamar G para explicar, e pudemos ver o orgulho com que ele relatou em ir na frente da turma, e foi a primeira vez, segundo ele, que foi chamado para explicar. “*Eu me senti muito inteligente, eu ajudava os colegas que não sabiam fazer as contas, agora eu sei explicar como eu pensei*”.

G gosta de Matemática, sabe resolver problemas e quando há trabalho de respostas e pode ser feito em dupla, os colegas querem fazer com ele, porque ele sabe responder. G se desenvolveu muito para aprender a tabuada, estudando bastante e criando até uma música para memorizá-la.

Sobre sua participação na pesquisa, G informa que “eu faço um trabalho de mestrado na universidade”. Ele adorava vir para a ULBRA, onde havia muitos materiais que gostaria de levar para a sua escola. Assim, G já levou alguns materiais, como as cartas, por exemplo. G é bom no pife e, também, gosta muito de jogar o general e a escova, mas, o mais emocionante é o rouba monte, no qual é preciso prestar muita atenção.

O estudante G relata que uma atividade da qual mais gostou foi a de tabuada do 3, nela foi montada uma espécie de sorveteria, e ele pôde escolher os sabores de sorvete de que mais gostava. G destaca que os sorvetes tinham cheiro, e que, neste dia, conseguiu enxergar a cor da bola vermelha, que para ele era de morango. Além disso, G aponta que o lanche foi a melhor parte da atividade, e que podia montar e comer sorvete. A atividade foi uma forma lúdica de aprender a tabuada do 3, o que deixou o estudante bastante empolgado e motivado.

Ele quis aprender sobre dinheiro, tudo de brinquedo, pois ele quer ter o seu próprio dinheiro e ir à loja comprar e conferir seu troco. G não gosta muito de registrar no Braille, como podemos ver por meio da sua afirmação: “*mas agora a professora inventou que precisa*”. Então a pesquisadora passou a usar o *Dosvox* e o computador, como um bônus, depois que G fez as atividades e registraram no braile, pois o estudante gosta muito de usar computador. G adorava vir para ULBRA e acreditava que o trabalho de pesquisa de mestrado seria muito bom. Ele não quer parar com o trabalho e comenta que “*Eu só quero ver se a nossa apresentação vai ser boa*”.

A partir da entrevista realizada com o estudante G, tornou-se evidente que ele tem um grande interesse e facilidade em Matemática, mas que também enfrenta desafios na sala de aula devido à sua deficiência visual. A inclusão de estudantes com deficiência visual no Ensino Fundamental pode apresentar desafios persistentes que precisam ser observados de maneira adequada para garantir a eficácia do processo educativo. No caso específico do estudante G, que cursa o Ensino Fundamental, é crucial que a escola adote estratégias e recursos que possibilitem o desenvolvimento acadêmico e social desse estudante.

Acreditamos que, em primeiro lugar, é fundamental que a escola esteja preparada para receber este estudante, com adequações físicas, tecnológicas e pedagógicas, como a disponibilização de materiais em Braille, audiolivros, mapas táteis, materiais manipuláveis e software de leitura de tela. Também entendemos que é necessário que os professores tenham formação específica (inicial ou continuada) em Educação Especial, neste caso em Licenciatura Matemática, para que assim estejam preparados para utilizar estratégias pedagógicas adequadas para a aprendizagem do estudante cego.

A perspectiva da professora da sala de aula regular, aqui identificada como A, diante da inclusão de um estudante cego revela um desafio inesperado, uma vez que ela não teve preparação prévia para atender as necessidades específicas do estudante. Contudo, nos dias seguintes, a professora trabalhou de forma colaborativa com a professora da sala de recursos, no apoio especializado, buscando se apropriar de meios para garantir que o estudante tivesse acesso aos materiais e atividades didáticas de maneira adequada. Foram utilizados recursos como impressão em Braille, adaptando as atividades para garantir a participação e o envolvimento do estudante. Como garante a professora A em sua fala:

> *Eu não sabia quais turmas trabalharia, na escola sou supervisora, faltou professora, fui substituir as disciplinas de Matemática e Educação Física, fiquei com os 6º anos A e B. Não tinha conhecimento do estudante cego e nem da outra aluna autista*.

Contudo, a professora buscou abordagens lúdicas para engajar o estudante no processo de aprendizagem. Durante as primeiras aulas, o estudante demonstrou interesse e habilidade em trabalhar na máquina Braille, embora não gostasse muito dela. A professora trabalhou com a pintura de números e símbolos matemáticos, a fim de explorar diferentes maneiras de estimular o interesse do estudante pela disciplina.

A experiência também reforça a importância da formação dos professores para lidar com a diversidade de necessidades e características dos estudantes, especialmente em relação à inclusão de estudantes com deficiência visual.

Durante as semanas letivas seguintes, o estudante G ficou sem o apoio da professora da sala de recurso, já que ela se afastou para tratamento médico. Esse afastamento ocorreu no primeiro semestre do 6º ano, o que representou um desafio adicional para o estudante, que não contava mais com o suporte especializado para o seu aprendizado, como pode ser observado na fala de G:

> *A prof não vai mais me atender na sala de recurso, vai fazer uma cirurgia, agora eu vou só pintar na sala de aula e ouvir, não vou fazer mais nada*.

Para garantir a inclusão escolar efetiva do estudante cego, é importante que seja oferecido um atendimento educacional especializado, com a presença de um professor de apoio especializado em Educação Especial, isso irá auxiliar o estudante no desenvolvimento de habilidades específicas, na orientação no ambiente escolar e na utilização de recursos tecnológicos. Contudo, a professora reforça a ideia de que:

> *Aprender os conteúdos de Matemática já está sendo trabalhado na ULBRA, preciso me preocupar aqui com a mobilidade de G.*

Embora o estudante G não utilize nenhum recurso de mobilidade, a aprendizagem sobre mobilidade é fundamental para estudantes cegos, independentemente do uso ou não de tais recursos. A mobilidade é um elemento-chave para a autonomia e independência do estudante, permitindo que ele possa se deslocar e explorar diferentes ambientes de forma segura e autônoma.

Além disso, o ensino de habilidades relacionadas à mobilidade pode ter um impacto positivo no desenvolvimento emocional e social do estudante cego, uma vez que a sua capacidade de se deslocar com segurança e independência pode aumentar sua autoestima e autoconfiança. A falta de habilidades de mobilidade pode levar a uma dependência excessiva de outras pessoas, comprometendo a autonomia e independência do estudante cego.

No caso específico do estudante G, embora sua mãe não se sinta segura em deixá-lo sozinho, a aprendizagem sobre mobilidade é uma ferramenta importante para aumentar a independência e a autonomia do estudante, mesmo que sua mãe continue acompanhando-o em suas atividades cotidianas. O professor E destaca que:

> *A partir do próximo semestre será trabalhado na ADEVIC com a mãe e o estudante a possibilidade dele utilizar um recurso de mobilidade, uma vez que é muito importante para G ter autonomia em sua rotina*.

Portanto, o ensino de habilidades de mobilidade para estudantes cegos é uma questão fundamental para garantir a sua autonomia e independência, mesmo que, em alguns casos, essas habilidades possam não ser utilizadas em função de questões pessoais ou familiares.

Além disso, é necessário que haja uma cooperação efetiva entre a escola, a família e os profissionais da área de Educação Especial, a fim de garantir a integração social e acadêmica do estudante. Dessa forma, é possível promover a inclusão e o desenvolvimento pleno do estudante cego no ambiente escolar regular.

Nesse contexto, a ADEVIC de Canoas se tornou um apoio importante para o desenvolvimento do estudante, já que a instituição tem parceria com a escola que ele frequenta. Para entender mais sobre o papel da ADEVIC no processo educacional do estudante G, foi realizada uma entrevista com o professor E, que acompanhava o estudante na instituição. Conforme destaca o professor E:

> *A mobilidade tem relação com a Matemática, a Matemática está relacionada à mobilidade de estudantes cegos, pois o ensino de habilidades matemáticas, como a interpretação e construção de mapas, gráficos e tabelas, pode ser uma ferramenta importante para o desenvolvimento de habilidades de mobilidade, permitindo que o estudante possa se deslocar com segurança e independência. Além disso, o conhecimento matemático pode ser aplicado em atividades cotidianas, como cálculos de tempo e distância, auxiliando o estudante cego em suas tarefas aprendidas. Embora a mãe do estudante não concorde que ele necessite de mais autonomia, G está em processo de aprendizagem para se locomover sozinho nas salas de aula da ADEVIC. Atualmente, estamos trabalhando na construção da confiança do estudante para que ele possa desenvolver habilidades de mobilidade e independência, aumentando sua autonomia e segurança em diferentes ambientes, não só aqui na instituição.*

Portanto, o ensino de Matemática para estudantes cegos é essencial não apenas para a sua formação acadêmica, mas também para o desenvolvimento de habilidades de mobilidade que podem contribuir para a sua independência e autonomia.

Na ADEVIC, as atividades desenvolvidas para o estudante G são trabalhadas seguindo uma sequência didática específica, que permite comparar o que está sendo desenvolvido na instituição com o que o estudante está aprendendo na escola regular. Em relação a alguns aspectos matemáticos, divergimos em relação ao uso do teclado em Braille. O professor da ADEVIC sugeriu que usássemos um teclado normal, explicando que o uso do teclado em Braille poderia "atrasar" o processo de aprendizagem do estudante em informática, já que ele não seria capaz de utilizar outros computadores caso não soubesse onde as teclas estão distribuídas.

Outro ponto de divergência foi o uso do Soroban. O Soroban, por ser definido com um ábaco adaptado para os cegos, cuja finalidade é realizar cálculos das operações fundamentais, potenciação e radiciação, sendo que na parte superior encontra-se uma conta com valor numérico de cinco unidades e na parte inferior quatro contas, sendo que cada uma representa uma unidade. Os registros são feitos pelo deslocamento das contas utilizando-se a base 5 (SGANZERLA, 2020).

Embora o estudante G não utilize o Soroban na escola regular, a ADEVIC acredita que a calculadora limita o aprendizado do estudante, pois impede o desenvolvimento das habilidades de cálculo mental e compreensão das operações matemáticas. No entanto, considerando que o estudante já havia desenvolvido uma ideia de campo aditivo e multiplicativo, discutiu sobre o uso de uma calculadora, a fim de facilitar o seu processo de aprendizagem e garantir que ele acompanhasse o conteúdo de Matemática na escola regular.

Assim, a divergência de abordagens entre a escola regular e a ADEVIC em relação ao ensino de Matemática para o estudante cego evidencia a importância do trabalho colaborativo entre as instituições para garantir o desenvolvimento pleno do estudante. A busca por estratégias pedagógicas que se adequem às necessidades específicas do estudante e a troca de informações entre as instituições são fundamentais para garantir uma inclusão escolar efetiva e satisfatória para o estudante com deficiência visual.

Entretanto foi aplicada uma prova ao estudante, que precisou realizá-la sozinho, pois estava sem monitora e sem a professora da sala de recurso. Segundo relato da professora da sala de aula regular, o estudante G apresentou um salto significativo em relação à disciplina de Matemática, obtendo o melhor desempenho na prova externa aplicada pela escola para os estudantes que ingressaram no 6º ano em 2022. Esse resultado evidencia a importância do trabalho com a TCC, que permitiu o desenvolvimento de estratégias pedagógicas adequadas para o estudante cego. Além disso, a utilização de recursos e estratégias específicas para o estudante com deficiência visual pode contribuir para a inclusão escolar e acadêmica desses estudantes. O desempenho do estudante G na prova externa mostra também a sua capacidade e potencial, dentro da sua limitação de tempo.

Portanto, pode-se afirmar que a inclusão de estudantes cegos no Ensino Fundamental é um processo desafiador, que exige um compromisso de todos os envolvidos no processo educativo. Com as adequações necessárias, o atendimento educacional especializado, a utilização de recursos tecnológicos e uma cooperação efetiva, é possível assegurar uma inclusão escolar efetiva e satisfatória para o estudante cego.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo foi desenvolvido com a participação do estudante G, um estudante cego congênito que cursava o 5º e o 6º ano do Ensino Fundamental em 2021 e 2022, respectivamente. Após uma revisão da literatura e análise de aspectos teóricos, optou-se por aplicar a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud no ensino de Matemática, com ênfase na abordagem dos Campos Conceituais Aditivo e Multiplicativo. Inicialmente, o foco era apenas o campo multiplicativo, mas foi necessário retomar o campo aditivo, em função de G ainda possuir dificuldades em realizar cálculo mental de adição e subtração, bem como na escolha de qual dos dois algoritmos deveria utilizar quando lhe eram apresentadas situações-problemas que envolviam adição e subtração.

O trabalho desenvolvido com o estudante G revelou-se extremamente enriquecedor para a pesquisadora, uma vez que, por meio de conversas informais e ocasionais, foi possível observar seus hábitos, conhecimentos e interesses. Sua capacidade de comunicação, mesmo diante da condição de cegueira congênita, possibilitou a criação de um planejamento pedagógico que contemplasse suas necessidades e objetivos educacionais, bem como proporcionar a avaliação satisfatória de seu desempenho nas atividades propostas. G é falante, motivado e interessado em assuntos diversificados, o que lhe dá excelentes conhecimentos gerais, acima da média para estudantes da sua idade.

Durante o desenvolvimento do estudo, foi possível contar com a colaboração de S, mãe de G, que se mostrou sempre solícita ao responder questionamentos e manter-se presente nas atividades realizadas. S acompanhou G nos encontros semanais realizados durante dois anos.

Durante o processo de pesquisa, foram realizados dois encontros com o professor E, um profissional cego, formado em letras e especialista em educação inclusiva, responsável por atender o estudante G na ADEVIC. Durante essas conversas, o professor trouxe informações relevantes sobre o trabalho realizado com o estudante G na referida instituição, que atualmente não conta com um professor habilitado em matemática. Destacou-se, ainda, que, na ADEVIC, o estudante G participa de pequenos grupos voltados à socialização de suas vivências, permitindo a sua inserção no contexto infantil e o desenvolvimento de habilidades sociais e de autonomia.

O professor E enfatizou a importância da autonomia para o desenvolvimento do estudante G, sugerindo que sua mãe, S, proporcione mais oportunidades de independência. Além disso, o professor destacou que o estudante G demonstra interesse em se integrar com os colegas e participar de atividades em grupo. A ferramenta de contagem utilizada na instituição para os cálculos é o Soroban. Esses aspectos demonstram a necessidade de aprimorar os recursos pedagógicos utilizados em instituições que atendem estudantes com deficiência visual, a fim de garantir uma educação inclusiva e de qualidade.

Existe uma preocupação em relação ao desenvolvimento do estudante G para que ele possa se tornar um cidadão atuante na sociedade. Atualmente, em 2022, E é o único professor que trabalha com Matemática na instituição.

A professora A, que ministrou aulas ao estudante G na escola regular do município de Canoas, revelou, em diálogo com a pesquisadora, que, atualmente, encontra-se exercendo a função de supervisora da escola, mas está em sala de aula devido à ausência de professor para esse componente curricular. Nesse contexto, a sala de Atendimento Educacional Especializado (AEE) não está em pleno funcionamento, uma vez que a professora responsável pela turma se encontra afastada por licença médica. Dessa forma, o estudante G tem contado apenas com o auxílio de uma monitora não habilitada para dar prosseguimento a suas atividades educacionais.

Em muitas instituições, a Matemática é tratada como um componente pouco expressivo em relação ao conhecimento dos estudantes, o que resulta em um ensino cheio de déficits e pouco aprofundado para todos os estudantes com deficiência. Isso ocorre porque, muitas vezes, os professores não possuem formação adequada para trabalhar com a inclusão de estudantes com deficiência visual e, por isso, não dão a devida importância à Matemática nesse contexto. Essa realidade evidencia a necessidade de investimentos em recursos pedagógicos e na formação de professores, a fim de garantir uma educação inclusiva e de qualidade para os estudantes.

A opção por aplicar a teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud deu-se pelo fato de que o estudante G apresentou dificuldades na construção de conceitos relacionados aos Números Naturais e às operações matemáticas. Apesar de recitar esses conceitos com segurança aparente, a sondagem de suas construções evidenciou carências nesse campo, principalmente ao resolver problemas. A deficiência visual de G, no entanto, não se constituiu em empecilho para a elaboração de seus conceitos, tendo em vista que ele afirmava "enxergar com os dedos". Para auxiliar nesse processo, foram criados materiais táteis e jogos com o objetivo de auxiliá-lo a decorar a tabuada de multiplicação, que era o seu maior desejo, meta que foi alcançada com sucesso graças ao processo de construção e ao uso de materiais adaptados.

A maior parte das atividades desenvolvidas com o estudante G foram realizadas em dupla, na qual a pesquisadora P trabalhava o papel de mediadora. É importante destacar que o estudante G demonstrou grande competitividade durante as atividades, revelando um forte desejo de vencer em cada uma das tarefas propostas. Essa característica do estudante foi um fator positivo para o processo de aprendizagem, uma vez que contribuiu para sua motivação e engajamento nas atividades propostas. Além disso, a abordagem em dupla permitiu que a pesquisadora pudesse compreender melhor as construções conceituais do estudante e identificar suas dificuldades, permitindo um ajuste constante no planejamento das atividades subsequentes. Dessa forma, a dinâmica em dupla se mostrou um recurso eficiente para o desenvolvimento da sequência didática, que teve como objetivo possibilitar ao estudante G compreender e sistematizar as operações no conjunto dos Números Naturais, por meio da aplicação da teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e da utilização de materiais táteis e jogos.

Acredita-se que as atividades desenvolvidas ao longo dos dois anos de trabalho com o estudante G podem ser aplicadas em sala de aula com toda a turma, permitindo assim que o estudante com deficiência visual participe de atividades coletivas e seja incluído no contexto da escola. A participação de G em um grupo também é vista como uma forma de inclusão, uma vez que possibilita sua interação com os demais estudantes e contribui para sua socialização.

Observa-se que a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud apresenta uma aplicabilidade ampla em qualquer nível de escolaridade, componente curricular e tipo de estudante, sem distinção. Assim, não deve haver sonegação de conhecimentos a um estudante apenas por ele ser cego. Pelo contrário, a utilização de estratégias pedagógicas adequadas, que contemplam as necessidades específicas do estudante com deficiência visual, possibilita a construção do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades e competências em igualdade de condições.

Durante o desenvolvimento do trabalho, o estudante G mostrou-se apto na leitura e escrita do sistema Braille, sendo, inclusive, capaz de propor um acordo com a pesquisadora P, no qual se dispôs a ensiná-la sobre Braille, em troca de aulas de Matemática. Dessa forma, foi estabelecida uma parceria, na qual ambos se beneficiaram mutuamente do conhecimento um do outro. Durante a qualificação do trabalho, G expressou sua satisfação em participar do projeto e, ao final, recomendou que P apresentasse “bem direitinho o nosso trabalho”.

No início das atividades, G demonstrou facilidade em estabelecer relações matemáticas, tais como correspondência entre o número de cartas e a quantidade de cubinhos, demonstrando assim sua habilidade de estabelecer relações, compreender e utilizar conceitos matemáticos.

Devido à dificuldade encontrada no entendimento dos termos “a mais” e “a menos”, optamos por retornar aos conceitos básicos de adição e subtração durante o processo de aprendizagem. Nessa etapa, utilizamos jogos interativos no sistema *Dosvox* para tornar o aprendizado mais lúdico e envolvente. Além disso, para resolver problemas matemáticos de forma oral, a atenção do estudante em relação às habilidades cognitivas, como a atenção de G, foi fundamental. É importante notar que, em alguns casos nem necessitou do apoio de material tátil.

Durante o processo de aprendizagem matemática, abordou-se simultaneamente os Campos Conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas. A multiplicação foi escrita como adições reiteradas de uma mesma quantidade, e posteriormente foram realizadas atividades relacionadas à proporcionalidade. Por exemplo, foi proposto o seguinte problema: Se uma moto tem 2 rodas, quantas rodas têm 5 motos? Para resolver o problema, utilizamos o conceito de multiplicação, no qual o estudante deve multiplicar o número total de motos (5) pelo número de rodas em uma moto (2), chegando em 10 rodas no total. A atenção do estudante em relação às habilidades cognitivas foi fundamental para alcançar uma resposta correta e compreender o conceito em questão.

Foi abordado o isomorfismo de medida que G dominou bem, pois sempre teve o apoio de recursos quando necessário. Ficou muito surpreso com a construção da divisão, dizendo “isso é a divisão, barbada”. Dominando o isomorfismo de medidas, G trabalhou com produto de medida discreto-discreto, formando pares de meninos e meninas com diferentes características cabelos, roupas, fazendo a combinação e expondo o resultado oralmente, não mais com o auxílio dos “montinhos”.

Na abordagem de produto de medidas, G encontrou muita facilidade, o material utilizado favoreceu muito para a conclusão, denominamos comprimento, largura e altura e definimos o tamanho (volume), área (medida de superfícies), quantas peças preciso para formar o paralelepípedo? Que conta eu faço? Quantas placas vai na superfície? G Achou “barbadinha”.

Dentro do processo de aprendizagem matemática, o estudante G expressou o desejo de trabalhar com dinheiro. P então providenciou dinheirinhos de brinquedo para o ensino e explicou o significado dos traços presentes nas cédulas, conforme demonstrado na figura 40. Com a ajuda de P, G aprendeu a compor e decompor valores diferentes, utilizando exemplos como “20 reais = 4x5”, “2x10” ou “10x2”. Durante a atividade, o estudante brincou de simulação de compra e venda, aprendendo a lidar com o troco e a compreender que, se sobra dinheiro, este é considerado como troco. Ao analisar o trabalho realizado, percebe-se que há uma riqueza de respostas e soluções criativas projetadas pelo estudante G.

De acordo com a teoria de Vergnaud, a aprendizagem matemática é possível para todos os estudantes, independentemente de suas limitações, uma vez que todos têm a capacidade de construir seus próprios conceitos. No entanto, é importante ressaltar que a teoria dos Campos Conceituais pode ser particularmente relevante para estudantes cegos, pois o professor pode propor situações de aprendizagem nas quais certamente o estudante crie seus próprios invariantes operatórios, defina seus esquemas e comunique suas ideias de forma oral, escrita ou expondo materiais.

Observa-se, então, que uma formação adequada do professor é essencial para a inclusão de estudantes cegos nas aulas de Matemática. É necessário oferecer suporte para a adaptação do conteúdo e das atividades, a fim de garantir que o estudante possa participar plenamente do processo de aprendizagem. A importância dessa inclusão é evidenciada pela história de G, um estudante cego que se destacou nas estimativas externas de Matemática, tendo realizado toda a avaliação sozinho.

Em suma, a teoria de Vergnaud, com a aplicação dos Campos Conceituais, tem o potencial de promover uma aprendizagem matemática inclusiva e acessível a todos os estudantes. A formação adequada do professor, a adaptação do conteúdo e a utilização de estratégias pedagógicas inovadores são fundamentais para garantir a inclusão e o sucesso acadêmico dos estudantes cegos na disciplina de Matemática.

É importante ressaltar que a inclusão de estudantes cegos no processo de aprendizagem matemática pode trazer benefícios para todos os estudantes, promovendo uma abordagem mais criativa e diferenciada das atividades, o que enriquece o processo de ensino e aprendizagem como um todo. Nesse sentido, é necessário que as escolas e os profissionais envolvidos na educação reflitam sobre a importância da inclusão, e que busquem soluções inovadoras para garantir a igualdade de oportunidades no acesso ao conhecimento e ao desenvolvimento das habilidades matemáticas.

Dessa forma, a aplicação dos conceitos teóricos e a utilização dos Campos Conceituais contribuiu significativamente para uma educação matemática mais inclusiva, acessível e efetiva para todos os estudantes, independentemente de suas restrições.

Entende-se que o objetivo geral foi alcançado, porque G conseguiu autonomia na resolução de problemas envolvendo os algoritmos com os Números Naturais e com a resolução de problemas. Além disso, ele desenvolveu a habilidade de cálculo mental, conseguiu memorizar a tabuada e, com isto, conseguiu resolver os algoritmos da divisão rapidamente e com segurança.

Salienta-se que é fundamental que G tenha uma monitora que o acompanhe em sala de aula, pois, quando a monitora não estava presente em muitas situações de aula, ele não conseguia acompanhar.

Entende-se que futuras pesquisas são necessárias para desenvolver recursos didáticos para outros objetos do conhecimento em Matemática para estudantes cegos. Observou-se que é muito importante um acompanhamento individualizado, com um professor de Matemática em horário extraclasse, pois a professora de sala de aula não consegue tirar todas as dúvidas de G. Pretende-se, ainda, ao concluir a pesquisa, fazer socializar os resultados com os envolvidos no processo investigativo.

Os resultados desta pesquisa foram publicados nos seguintes artigos:

- Inclusão cognitiva no campo conceitual multiplicativo de um estudante cego - **IX Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática** - IX CIBEM;
- Inclusão cognitiva nos campos conceituais Aditivo e multiplicativo de um estudante cego - **Sisyphus – Revista de Educação**, vol. 10 n.º 3 (2022): Cenários de pesquisas em Educação Especial e Inclusiva**.**

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BARBOSA, G. S.; OLIVEIRA, C. F. S. Produto de medidas: analisando as estratégias de resolução de problemas de estudantes do 7º ano do ensino fundamental. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v.3, n. 7, set.-dez. 2018.

BARBOSA, F. C. S.; MEDEIROS, E. J. R. de; MEDEIROS, S. R. R. de; MEDEIROS JÚNIOR, R. N. de. Propostas de ensino de matemática para deficientes visuais: revisão exploratória da literatura. **Holos**, Ano 36, v. 8, 2020.

BECK, V. C. **Invariantes operatórios do campo conceitual algébrico mobilizados por crianças do terceiro ano do ensino fundamental.** Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Universidade Federal do Rio Grande. Orientador: Prof. Dr. João Alberto da Silva. Rio Grande, 2018.

BRASIL. **Lei nº 13.146,** de 6 de julho de 2015. Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, 2015. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/ lei/l13146.htm. Acesso em: 29 mai. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular** – BNCC. 2018. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518 _versaofinal_site.pdf. Acesso em: 29 mai. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Grafia química Braille para uso no Brasil é publicada pelo MEC.** Disponível em: http://portal.mec.gov.br/ component/tags/tag/cegos#:~:text=Segundo%20dados%20do%20censo%20da,surdocegos%20ou%20t%C3%AAm%20baixa%20vis%C3%A3o. Acesso em 01 jun. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais** - PCN. 1988. Disponível em: https://www.cpt.com.br/pcn/parametros-curriculares-nacionais-matematica. Acesso em 01 jun. 2021.

BRASIL. **Nota técnica nº 055 - 2013 - MEC / SECADI / DPEE**. Orientação à atuação dos centros de AEE, na perspectiva da educação inclusiva. Brasília, 2013. Disponível em: http://www.ppd.mppr.mp.br/arquivos/File/ NOTA TECNICAN055CentrosdeAEE.pdf. Acesso em: 20 mai. 2021.

BRASIL. **Política nacional de educação especial na perspectiva da educação inclusiva**. Brasília: MEC/SECADI, 2008. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=16690-politica-nacional-de-educacao-especial-na-perspectiva-da-educacao-inclusiva-05122014&Itemid=30192. Acesso em: 10 mai. 2021.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988.** Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao .htm. Acesso em: 10 mai. 2021.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. **Lei nº 8069/90.** Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências 1990. Disponível em: http://www.planalto. gov.br/ccivil_03/leis/l8069.htm. Acesso em: 10 mai. 2021.

CASTANÕN, G. **O que é cognitivismo?** Fundamentos filosóficos. São Paulo: EPU, 2007.

CERVO, A. L; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. **Metodologia cientifica**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CINTRA, V. P.; BEIRIGO, J. A. C. Deficiência visual e educação matemática: estudo dos artigos publicados nos anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática. **Ensino em Revista**, Uberlândia, MG, v. 26, n. Especial, p. 1261-1285, dez./2019.

COSTA, A. B.; GIL, M. S. C. A.; ELIAS, N. C. Ensino de matemática para pessoas com deficiência visual: uma análise de literatura. **Revista Educação Especial**, v. 33, 2020.

DESLAURIERS, J. P. **Researche qualitative**: guide pratique. *E-book.* Quebec: McGraw-Hill, 1991.

DIAS, S. C. **O ensino da matemática para estudantes cegos por meio de um sistema suplementar de comunicação.** Dissertação. 268f. (Mestre em Educação). Belém-Pará: Universidade do Estado do Pará, 2018.

DÍAZ, F. **O processo de aprendizagem e seus transtornos.** Salvador: EDUFBA, 2011.

DICIO. **Significado de Cognição**. Disponível em: https://www.dicio. com.br/cognicao/. Acesso em: 25 out. 2021.

DOSVOX. **Conheça o Dosvox**. Disponível em: http://intervox.nce.ufrj.br/ dosvox/. Acesso em: 06 jun. 2022.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FRAGA, C. R.; EHLERT, E.; MIRAGAIA, M.; MASCARENHAS, S. C. **Números naturais:** introdução, sistemas de numeração. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2013.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais**.** *In*: Alcântara Machado, S. D*. et al*. (Ed.). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 155–195.

FRANZIN, R. F.; MELKE, C. Ensino-aprendizagem de estudantes com deficiência visual: proposta inclusiva por meio da Geometria. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 3, abr./jun. 2021. p. 1-20.

FREIRE, P. C. **Uma jornada dos números naturais aos racionais com uma aluna com deficiência visual.** 2017. 205 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

GASPAR, A. **Cinquenta anos de ensino de física:** muitos equívocos, alguns acertos e a necessidade do resgate do papel do professor. XV Encontro de físicos do Norte e Nordeste. Anais. Natal. 1997.

GELLER, M.; SGANZERLA, M. A. Reflexões de professores sobre Tecnologias Assistivas e o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. **Acta Scientiae**, 2014, v. 16, n. 4, p. 116-137. Disponível em: http://www.periodicos. ulbra.br/index.php/acta/article/view/1275/1023. Acesso em: 20 mai. 2021.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. *E-book.* Rio de Janeiro: Record, 2011.

GOULART, I. B. **Piaget - Experiências básicas para utilização pelo professor**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 1985.

GROSSI, E. P.; BORDIN, T. **Paixão de aprender**. Petrópolis: Vozes, 2010.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Censo demográfico 2010**. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/saude/9662-censo-demografico-2010.html?=&t=destaques. Acesso em: 20 mai. 2021.

IMENES, L. M.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. **Novo caminho**: Matemática, 1° grau. Coleção Novo Caminho. São Paulo: Scipione, 2007.

INEP/EDUCACENSO. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sinopse estatística da educação básica 2019**. Brasília: Inep, 2020. Disponível em: http://inep.gov.br/sinopses-estatisticas-da-educacao-basica. Acesso em: 01 mai. 2021.

INSTITUTO BENJAMIN CONSTANT. **Diretrizes e normas para o sistema Braille.** Disponível em http://ibcserver0c.ibc.gov.br/index.php?blogid= 1&query=ubc. Acesso em: 22 mai. 2021.

KANASHIRO, G. M. **Uma proposta de modelo de organização para o ensino de matemática.** 2017. 113 f. Dissertação. Mestrado Profissional em Matemática - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

KOEPSEL, A. P. P. Materiais didáticos no ensino de matemática para estudantes com deficiência visual. **XX EBRAPEN** – Encontro brasileiro de estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, Curitiba – RP, nov. 2016.

LEONARDO, P. P. **Construção do conceito de número**: um caderno didático-pedagógico para professores. Joinville: UDESC, 2017.

LERNER D.; SADOVSKY P. O sistema de numeração: um problema didático. *In*: PARRA C. *et al*. **Didática da matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

LIMA, D. C. **Estruturas multiplicativas nos anos iniciais:** analisando situações-problema. Santa Cruz: Universidade Estadual de Santa Cruz, 2015.

LIMA, M. A. de; RODRIGUES, D.; VASCONCELOS, P. A.; CARDOSO, P. C. F.; FREIRE, A. P. Análise de verbalizações de fórmulas matemáticas por professores com experiência no ensino de pessoas com deficiência visual. **Revista Estudo das Linguagens**, Belo Horizonte, v. 27, n. 3, jul./set. 2019. p. 1371-1397.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 2013.

MAGINA, S., CAMPOS, T., NUNES, T. E GATIRANA, V. **Repensando a adição e a subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais.** São Paulo: PROEM-PUC/SP, 2000.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.M.M.; GATIRANA, V.; NUNES, T. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental? contribuição para o debate. **Em Teia:** revista de educação matemática e tecnológica iberoamericana, Recife, v. 1, n. 1, p. 1-23, 2010.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; CAZORLA, Irene Mauricio. As estruturas multiplicativas e a formação de professores que ensinam Matemática na Bahia: um projeto de larga escala. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v.3, n. 7, set.-dez. 2018.

MANDARINO, M.; BELFORT, E. **Números naturais: conteúdo e forma.** Rio de Janeiro: Ministério da Educação: Universidade Federal do Rio de Janeiro, LIMC, 2005.

MARTINS, M. A.; FERREIRA, A. C. Formação de professores para a inclusão de estudantes com deficiência visual nas aulas de Matemática: análise de um curso de extensão. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 1, n. 2, mai./ago. 2017.

MARTINS, O. M. P. **Unidade da ciência e configuração disciplinar dos saberes**: contributos para uma filosofia do ensino. Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências de Lisboa para obtenção do grau de Doutor em Filosofia da Educação. Lisboa, 1997.

MENEZES, M. B; LESSA, M. M. L; MENEZES, A. P. A. B. **A emergência de fenômenos didáticos em sala de aula**: a negociação de uma sequência didática em álgebra inicial. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 9., Belo Horizonte.2006. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ix_ enem/Html/comunicacaoCientifica.html. Acesso em 15 jul. 2021.

MERLINI, V.; SANTOS, V. C. dos; SANTOS, M. O. S.; SANTOS, J. S. de S. Estrutura multiplicativa: existe relação entre o que o professor elabora e o desempenho de seus estudantes? **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades.** São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

MERLINI, V.; SANTOS, A.; MAGINA, S. Processo de formação de docentes com dimensões colaborativas: avanços e limites. *In*: **XIV CIAEM-IACME**, Chiapas, México, 2015.

MIRANDA, E. T. de J. **O estudante cego no contexto da inclusão escolar:** desafios no processo de ensino e de aprendizagem de matemática. 2016. 167 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2016.

MONTEIRO, A. F. B.; HALLAIS, S. C.; LIMA, M. C. A. B. Uma análise sobre o papel da escola na formação de conceitos científicos para os estudantes com deficiência visual. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 26, n. 3, 2021. p. 331-347.

MOREIRA, A. F.; SILVA J., P. M. S. Conhecimento escolar nos currículos das escolas públicas: reflexões e apostas. **Currículo sem Fronteiras**, 17(3), 2017. p. 489-500.

MOREIRA, M. A. A Teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciência**, Porto Alegre, v.7, n.1, 2002. p. 07-29.

MOTA, A. T; REZENDE, M. F. J. **A teoria dos campos conceituais**: uma possibilidade para o planejamento didático no ensino de astronomia. II Simpósio Nacional de Educação em Astronomia – II SNEA 2012 – São Paulo, SP. Disponível em: https://www.sab-astro.org.br/wp-content/uploads/2017/03/SNEA2012_TCO5.pdf. Acesso em: 11 mai. 2021.

MUNIZ, C. A.; BATISTA, C. O.; SILVA, E. B. **Matemática e cultura**: decimais, medidas e sistema monetário. Brasília: Universidade de Brasília, 2008.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

OLIVEIRA, D. **Modelagem no ensino de matemática: um estudo de caso com estudantes cegos.** 2016. 158 f. Dissertação. (Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Unicentro, PR, Guarapuava, 2016.

OLIVEIRA, L. R. A Matemática através de uma prática inclusiva com estudantes do 5º ano do ensino fundamental. **Educação Básica em Foco**, v. 2, n. 2, abr./jun. 2021.

OLIVEIRA, S. C. **O Soroban no ensino/aprendizagem da matemática na perspectiva do estudante cego.** Dissertação. 212f. (Mestre em Ensino da Matemática). Belo Horizonte: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2016.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE – OMS. **Deficiência visual**. Disponível em: https://www.who.int/eportuguese/countries/bra/pt/. Acesso em: 20 abr. 2021.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PIAGET, J. A teoria de Piaget. In CARMICHEL, L. **Manual de psicologia da criança.** São Paulo: EPU, 1975.

PIAGET, J. **O raciocínio na criança**. Rio de Janeiro: Recrod, 1967.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança.** Rio de Janeiro. Zahar, 1975.

PLAISANCE, E.; VERGNAUD, G. **As ciências da educação**. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

REZENDE, V.; BORGES, F. Futuros professores de matemática nos anos iniciais e suas estratégias diante de problemas do campo conceitual aditivo. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, V. 17, 2015. p. 327-352.

ROLIM, C. L. A.; LIMA, S. M. A.; LAGARES, Rosilene. Atividade docente em contexto inclusivo: um olhar sobre o ensino de Matemática. **Holos**, v.33, n.2, 2017. p. 229-238.

ROSA, Fernanda Malinosky Coelho da. **Histórias de vidas de estudantes com deficiência visual e de suas mães:** um estudo em educação matemática inclusiva. Tese. 260 (Doutora em Educação Matemática). São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 2017.

ROSENTHAL, G. **Pesquisa social interpretativa:** uma introdução. 5. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2014.

SANTANA, E. R. dos S. **Adição e Subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Ilhéus: Editus, 2012.

SANTOS, A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas**: reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Sisris, 2015.

SGANZERLA, M. A. R.. **Deficiência visual e a educação matemática: estudo sobre a implementação de tecnologia.** 2020. 198 f. Tese. (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2020.

SGANZERLA, M. A. R.; GELLER, M. Tecnologia assistiva na construção do conceito de número: um estudo envolvendo ações de estudantes com deficiência visual e professores. **Acta Scientae**. Canoas, 22(4), p. 155-179, jul./ago. 2020. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/ acta/article/download/5964/pdf_1 Acesso em: 20 mai. 2021..

SILVA, C. C. R. **Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais:** comprimento, massa e capacidade. Brasília: Universidade de Brasília, 2011.

SILVA, I. C. M.; MONTEIRO, M. A. S; SANTOS, J. A.; ALBUQUERQUE, J. de. Metodologias ativas no ensino de geografia: a utilização de charges no processo de ensino e aprendizagem. Práticas Educativas, Memórias e Oralidades. **Rev. Pemo**. v.3, n. 2, jan. 2021. Disponível em: https://doi.org/10.47149/pemo.v3i2. 4409. Acesso em: 20 mai. 2021.

SILVA, Tiago Stefanelo e; LAZZARIN, João Roberto. Matemática inclusiva: ensinando matrizes a deficientes visuais. **Ciência & Natura**, v. 39, n. 1, 2017. p. 118-126.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. 4. ed. Campinas: Papirus, 2001.

SOUZA, C. M. S. G.; FÁVERO, M. H. Análise de uma situação de resolução de problemas de física, em situação de interlocução entre um especialista e um novato, à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud**. Investigações em Ensino de Ciências**, v.7, n.1, 2002. p. 55–75.

STEFANELLI, M. F. C. **Educação matemática e inclusão escolar**: a construção de estratégias para uma aprendizagem de estudantes com deficiência visual do CEEEC. 2020. 267 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

VERGNAUD, G. ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 12, n. 2, 2007. p. 285-302.

VERGNAUD, G. A Classification of cognitive tasks and operations of thought involved: addition and subtraction problems. *In*. CARPENTER, T.; ROMBERG, T.; MOSER, J. (Eds.). **Addition and subtraction**: a cognitive perspective. New Jersey: Lawrense Erlbaun, 1982. p. 39–59.

VERGNAUD, G. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. **Journal of Mathematical Behavior,** v. 17, n. 2, 1998. p. 167-181.

VERGNAUD, G. A conceptual development and learning. **Revista Qurriculum**, v. 26, 2013. p. 39-59,

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas de ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Luiza Faria Moro; Revisão técnica de Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais**.** In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la dicdática. **Perspectivas**, 26 (10): 1996. p.195-207.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad**: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Mexico: Trillas, 1998.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? *In*: GUERSHON, H. CONFREY, A., **The development of multiplicative reasoning in mathematics learning.** N.Y.: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

VERGNAUD, G. O que é Aprender? Porque a Teoria dos Campos Conceituais. *In*: GROSSI, E. P. (org.). **O que é Aprender?** Iceberg da conceitualização. Porto Alegre: GEEMPA. 2017.

VERGNAUD, G. Représentation et activité: deux concepts étroitement associés. **Recherches en Education,** v. 4, 2007.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In Nasser. L. (Ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. 1993- SBEM – RJ. p. 1-26.

VERGNAUD, G. The Theory of Conceptual Fields. **Human Development**, v. 52, 2009**.** p. 83-94.

VERGNAUD. G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** 10 (23), 1990. p. 133-170.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** 3. ed. São Paulo: Martins Fontes: Série Psicologia e Pedagogia. 1934.

VYGOTSKY, L. S. Obras escogidas de Vygotsky **- V**: **Fundamentos de Defectologia.** *E-book*. Madrid: Antonio Machado Libros, 1997. 529 p. v. 2.

YOUNG, M. F. D. Por que o conhecimento é importante para as escolas do século XXI? **Cadernos de Pesquisa**. 46 (159), 2016. p. 18-37.

ZANELLA, M. S.; BARROS, R. M. O. **Teoria dos campos conceituais**: situações-problema da estrutura aditiva e multiplicativa de naturais. Curitiba: CRV, 2014.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1. IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA												
Título do Projeto: **SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: UM ESTUDO COM ESTUDANTE CEGO**												
Área do Conhecimento:							Número de participantes: 05					
Curso: Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática							Unidade: ULBRA- Canoas					
Projeto ulticêntrico		Sim	X	Não		Nacional		Internacional	Cooperação Estrangeira		Sim	X	Não
Patrocinador da pesquisa:												
Instituição onde será realizado: UNIVERSIDADE LUETRANA DO BRASIL												
Nome dos pesquisadores e colaboradores: LUIZA OJEDA HOFFMANN, MARLISE GELLER												

Seu filho **(e/ou menor sob sua guarda)** está sendo está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa acima identificado. O documento abaixo contém todas as informações necessárias sobre a pesquisa que estamos fazendo. Sua autorização para que ele participe neste estudo será de muita importância para nós, mas, se retirar sua autorização, a qualquer momento, isso não lhes causará nenhum prejuízo.

2. IDENTIFICAÇÃO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA E/OU DO RESPONSÁVEL				
Nome do Menor:			Data de Nasc.:	Sexo:
Nacionalidade: Brasileiro		Estado Civil: solteiro	Profissão: estudante	
RG:	CPF/MF:	Telefone:	E-mail:	
Endereço:				

3. IDENTIFICAÇÃO DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL		
Nome: Luiza Ojeda Hoffmann		Telefone:
Profissão: Professora	Registro no Conselho Nº:	E-mail
Endereço:		

Eu, responsável pelo menor acima identificado, após receber informações e esclarecimento sobre este projeto de pesquisa, autorizo, de livre e espontânea vontade, sua participação como voluntário(a) e estou ciente:

1. Da justificativa e dos objetivos para realização desta pesquisa.

Ao observar a perspectiva da educação inclusiva em pesquisas realizadas com estudantes cegos na área da Matemática no Ensino Fundamental, nota-se que existe a possibilidade e a viabilidade de elaboração de um projeto de pesquisa com ênfase na aprendizagem do Pensamento Aritmético. Assim, esse projeto abordará as operações de multiplicação e divisão dos números naturais no contexto da deficiência visual.

Além das oportunidades geradas pelo projeto, existe a motivação pessoal, pois há alguns anos a pesquisadora atuou com uma aluna cega em sala de aula e foi admirável a aprendizagem da aluna, bem como as dificuldades que professora e aluna no processo educacional. Ao entrar no curso de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), a pesquisadora optou pela linha de pesquisa em Inclusão em Ciências e Matemática, visando realizar um estudo de caso com estudantes cegos.

Atualmente, há centenas de estudantes cegos, dispersos em escolas, em turmas regulares como prevê a lei, porém, muitas vezes, sem a devida estrutura de recursos e de profissionais para o desenvolvimento de um ensino que busque potencializar a aprendizagem destes estudantes e que investigue recursos que estejam adequados a deficiência em referência, de acordo com (INEP/EDUCACENSO, 2020)

Nesse sentido, o projeto tem por foco estudar maneiras de relacionar a Educação Matemática com a viabilidade de ser aplicada com um estudante cego. Para tanto, é necessário buscar atividades didáticas e recursos para possibilitar que esse estudante opere com números naturais a fim de que ele possa compreender as operações de multiplicação e divisão no conjunto dos números naturais, e utilizá-las na resolução de situações problemas.

Buscar soluções para a inclusão de cegos no ensino regular das escolas, principalmente na área da Matemática, é importante para o crescimento do estudante e da escola como um todo. Portanto, a pesquisa busca compreender o tema, bem como o seu processo de construção da autonomia.

O objetivo geral desta pesquisa foi: implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) uma sequência didática com os conceitos numéricos e as operações no Campo Conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas no Conjunto dos Números Naturais para um estudante cego matriculado no sistema regular de ensino da cidade de Canoas.

Os objetivos específicos do presente projeto de pesquisa são:

4. investigar atividades didáticas para promover o desenvolvimento dos conceitos que envolvem o campo aditivo e multiplicado com os Números Naturais para um estudante cego;
5. desenvolver estratégias didáticas utilizando a metodologia de resolução de problemas com situações que envolvam os conceitos numéricos e as operações com Números Naturais para um estudante cego;
6. implementar intervenções com as atividades didáticas com um estudante cego matriculado na rede municipal de ensino de Canoas.

2. Do objetivo da participação de meu filho.

O objetivo que o estudante, realize a sequência didática proposta a ele.

3. Do procedimento para coleta de dados.

Etapa	Procedimentos
Pesquisar na literatura subsídios que abordem reflexões e práticas pedagógicas sobre a aprendizagem matemática de estudantes cegos	- Seleção e leitura de livros, artigos e periódicos sobre Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como o desenvolvimento do pensamento aritmético em pessoas com deficiência visual com ênfase metodológica qualitativa.
Compor o referencial teórico	- Construção base teórica para fundamentar a pesquisa.
Conhecer os materiais do Laboratório de Estudos de Inclusão	- Reconhecimento e familiarização do espaço onde a investigação com o estudante será realizada, objetivando explorar os recursos didáticos disponíveis.

Investigar os conhecimentos matemáticos do estudante participante da pesquisa	- Solicitação de autorização aos participantes da pesquisa (Apêndice 1) - Entrevistas com o estudante (Apêndice 2), a responsável (Apêndice 3) e professores que o acompanham junto à Associação dos Deficientes Visuais de Canoas (Apêndice 4). - Planejamento da sondagem inicial (resolução de problemas aritméticos) com o estudante cego.
Desenvolver a sequência didática	- Planejamento das atividades ligadas ao interesse do estudante; - Realização das atividades pelo estudante.
Avaliação e resultados da pesquisa	- Análise das intervenções didáticas para planejamento das novas atividades e para o acompanhamento da aprendizagem do estudante. - Análise dos resultados apresentados pelo estudante durante este processo.

4. Da utilização, armazenamento e descarte das amostras.
As amostras e/ou os dados coletados serão coletados para esta pesquisa bem como para pesquisas posteriores. O armazenamento e/ou descarte do material coletado, será de autonomia da pesquisadora.

5. Dos desconfortos e dos riscos.
Os riscos ou desconfortos aparentes estão relacionados a eventuais constrangimentos dos participantes da pesquisa ao realizarem as entrevistas semiestruturadas e/ou realizarem as atividades que comporão a sequência didática.

6. Dos benefícios.
Os benéficos da pesquisa para que outras crianças deficientes visuais podem aprender matemática, no conjunto dos números naturais, com materiais manipuláveis e uma sequência de organização para que o estudante consiga se apropriar de conceitos matemáticos.

7. Da isenção e ressarcimento de despesas.
"A minha participação é isenta de despesas e não receberei ressarcimento porque não terei despesas na realização dos exames, com locomoção, com medicamentos etc.

8. Da liberdade de recusar, desistir ou retirar meu consentimento.
Tenho a liberdade de recusar, desistir ou de interromper a colaboração nesta pesquisa no momento em que desejar, sem necessidade de qualquer explicação. A minha desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico.

9. Da garantia de sigilo e de privacidade.
Os resultados obtidos durante este estudo serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que meus dados pessoais não sejam mencionados.

10. Da garantia de esclarecimento e informações a qualquer tempo.
Tenho a garantia de tomar conhecimento e obter informações, a qualquer tempo, dos procedimentos e métodos utilizados neste estudo, bem como dos resultados finais, desta pesquisa. Para tanto, poderei consultar o **pesquisador responsável** Luiza Ojeda Hoffmann. Em caso de dúvidas não esclarecidas de forma adequada pelo(s) pesquisador(es), de discordância com os procedimentos, ou de irregularidades de natureza ética poderei ainda contatar o **Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Ulbra Canoas (RS),** com endereço na Rua Farroupilha, 8.001 – Prédio 14 – Sala 224, Bairro São José, CEP 92425-900 - telefone (51) 3477-9217, e-mail comitedeetica@ulbra.br.

Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimento quanto às dúvidas por mim apresentadas e, por estar de acordo, assino o presente documento em duas vias de igual conteúdo e forma, ficando uma em minha posse.

_________________ de _______________de ___________.

____

Participante da Pesquisa

____

Responsável pelo Participante da Pesquisa

____

Pesquisador Responsável pelo Projeto

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO ESTUDANTE

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezado Estudante

Esta entrevista tem por objetivo a coleta de dados para a pesquisa cujo tema é: SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: UM ESTUDO COM ESTUDANTE CEGO.

O trabalho é parte integrante da dissertação de Mestrado na linha de pesquisa “Inclusão no Ensino de Ciências e Matemática”, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA, com título anteriormente citado, desenvolvido pela mestranda Luiza Ojeda Hoffmann, sob orientação da Professora Dra. Marlise Geller.

A pesquisadora se compromete a preservar seu depoimento no anonimato, identificando a fala com nome fictício ou símbolo não relacionado à sua verdadeira identidade.

1. Qual a sua idade?
2. Que ano você frequenta na escola?
3. Você se sente bem nessa turma?
4. Como é a sua relação com os seus colegas? Tem algum colega preferido?
5. Gosta de Matemática? Por quê?
6. Como você se sente nas aulas de Matemática?
7. Me conta como é sua aula de matemática? O que mais gostaste de aprender? O que você não gostou de aprender?
8. Tem algum conteúdo específico que gostaria de aprender?
9. Que diferença você percebe nas aulas da sala de recursos e nas aulas da sala de aula?
10. Quais as sugestões você daria para sua professora para que você pudesse aprender melhor?
11. Os materiais que as professoras usam te ajudam a aprender Matemática? Qual você mais gosta?

12. Agora me conta um pouquinho da sua vida, família, amigos, escola, o que gosta e o que não gosta. Como costuma passar o seu tempo livre.
13. Tem vontade de conversar sobre outras coisas? Quais?

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PAIS/RESPONSÁVEIS

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezados Responsáveis

Esta entrevista tem por objetivo a coleta de dados para a pesquisa cujo título é SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: UM ESTUDO COM ESTUDANTE CEGO.

O trabalho é parte integrante da dissertação de Mestrado na linha de pesquisa "Inclusão no Ensino de Ciências e Matemática", do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA, com título anteriormente citado, desenvolvido pela mestranda Luiza Ojeda Hoffmann, sob orientação da Professora Dra. Marlise Geller.

A pesquisadora se compromete a preservar seu depoimento no anonimato, identificando a fala com nome fictício ou símbolo não relacionado à sua verdadeira identidade.

1. A partir de quando foi detectado que o estudante não enxergava?
2. Como você se sente ao deixar o estudante na escola?
3. Com quantos anos o estudante foi alfabetizado?
4. Como é a relação dos colegas com estudante?
5. Como você descreve o atendimento que o estudante recebe na escola regular?
6. Que sugestões você tem para melhorar o atendimento aos estudantes com deficiência visual na escola regular?
7. Poderia me contar a história de vida no estudante?
8. Como enfrenta a realidade de o Estudante ser cego?
9. Como procura apoio para atender às necessidades do estudante?
10. Qual sua maior preocupação com relação à realidade do estudante?
11. O atendimento na sala de recursos satisfaz às necessidades educacionais dele?
12. A escola regular atende às necessidades educacionais do estudante?
13. Escola regular e a sala de recursos trabalham em paralelo?

14. O que poderia melhorar no atendimento dado ao estudante na escola regular? E na sala de recursos?
15. O estudante gosta da escola regular? Por quê?
16. Qual a sua opinião para ensino da Matemática na escola regular?
17. Qual a sua opinião para ensino da Matemática na sala de recursos?
18. Sentes que o estudante gosta de frequentar a sala de recursos?
19. Que sugestões darias para facilitar o ensino de Matemática na escola regular quanto à sala de recurso.
20. Qual a reação dele ao saber que vinha para ULBRA trabalhar com uma professora de Matemática?

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO PROFESSOR DA ADEVIC

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezado(a) Professor(a)

Esta entrevista tem por objetivo a coleta de dados para a pesquisa cujo tema é SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: UM ESTUDO COM ESTUDANTE CEGO.

O trabalho é parte integrante da dissertação de Mestrado na linha de pesquisa "Inclusão no Ensino de Ciências e Matemática", do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA, com título anteriormente citado, desenvolvido pela mestranda Luiza Ojeda Hoffmann, sob orientação da Professora Dra. Marlise Geller.

A pesquisadora se compromete a preservar seu depoimento no anonimato, identificando a fala com nome fictício ou símbolo não relacionado à sua verdadeira identidade.

1. Há quanto tempo a senhor (a) está na Instituição?
2. Qual a sua área de formação?
3. No quadro de recursos humanos da ADEVIC existe um profissional com habilitação em matemática que interaja com os cegos para o desenvolvimento da metodologia do ensino da matemática?
4. Qual o propósito da Instituição com o estudante?
5. Que tipo de atendimento senhor(a) realiza? Qual o perfil dos estudantes que atende?
6. Quantos estudantes o (a) senhor(a) atende?
7. Que tipo de atividades são realizadas na ADEVIC?
8. A proposta da ADEVIC contempla metodologias e estratégias para o Ensino da Matemática, numa abordagem específica para cegos? Como são abordados os conceitos matemáticos? E o uso de tecnologias?
9. Com quais recursos (materiais e humanos) são abordados esses conceitos?

10. Os estudantes cegos, são matriculados normalmente em escolas regulares, por força da lei. Existe integração entre a ADEVIC e a escola regular desses estudantes? Como acontece esse relacionamento?
11. Os estudantes que frequentam a ADEVIC são oriundos de qual rede de ensino:

( ) Particular ( ) Municipal ( ) Estadual ( ) Outros

12. Qual a faixa etária dos participantes da Associação?

13. Qual sua impressão sobre o processo de desenvolvimento do Estudante em relação à autonomia, aprendizagem?

Outros comentários / observações:

APÊNDICE E – ENTREVISTA COM A PROFESSORA DO AEE

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

1) Qual a sua formação acadêmica?

2) Tem formação para atender estudantes com necessidades educacionais especiais? Quais? E com cegueira?

3) Que tipo de atendimento você realiza? Qual o perfil dos educandos que atende? Quantos estudantes você atende?

4) Que motivos te levaram a trabalhar com estudantes cegos?

5) Quanto tempo disponibiliza para trabalhar com educandos com deficiência visual?

6) Que atendimento dá a G?

7) O atendimento pedagógico que G recebe na escola regular atende às suas necessidades educacionais?

8) O atendimento dado a G, na sala de recursos, atende às necessidades educacionais desse educando? É possível um atendimento integrado sala de recurso e escola regular?

9) Quais as dificuldades encontradas para o ensino de conceitos matemáticos?

10) Que estratégias metodológicas você utiliza com G no ensino de conceitos matemáticos? Com quais objetivos as utiliza?

11) Como você descreveria o estudante no G nos anos de 2021 e 2022?

APÊNDICE F – ENTREVISTA COM A PROFESSORA DA SALA DE AULA REGULAR

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

1) O que você sentiu ao saber que teria na sala de aula um educando cego?

2) Como se preparou para atendê-lo?

3) Quais as dificuldades encontradas para trabalhar com esse educando?

4) Qual a sua formação acadêmica?

5) Qual a sua formação para atender educandos com deficiência visual?

6) Como é a tua relação com o educando cego?

7) Como realiza as atividades envolvendo os conceitos matemáticos?

8) Como o educando cego trabalha em sala de aula os conceitos matemáticos?

9) O material em Braille está disponível na escola com antecedência? Está em consonância com o conteúdo desenvolvido em sala de aula? Quem providencia esse material?

10) Como é realizada a avaliação do educando cego na sala de aula? Há conselho participativo na escola?

11) Faz uso de algum material concreto no ensino de conceitos matemáticos, visando atender às necessidades do estudante cego?

12) O material concreto auxilia esse educando no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos?

APÊNDICE G – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA MENORES DE 12 a 18 ANOS - Resolução 466/12)

OBS.: Este Termo de Assentimento do menor de 12 a 18 anos não elimina a necessidade da elaboração de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que deve ser assinado pelo responsável ou representante legal do menor.

Convidamos você, após autorização dos seus pais [ou dos responsáveis legais], para participar como voluntário (a) da pesquisa: SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: UM ESTUDO COM ESTUDANTE CEGO. Esta pesquisa é da responsabilidade do (a) pesquisador (a) (Luiza Ojeda Hoffmann) e está sob a orientação de: Marlise Geller.

Este Termo de Consentimento pode conter informações que você não entenda. Caso haja alguma dúvida, pergunte à pessoa que está lhe entrevistando para que esteja bem esclarecido (a) sobre sua participação na pesquisa. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer pagamento para participar. Você será esclarecido(a) sobre qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. Após ler as informações a seguir, caso aceite participar do estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é para ser entregue aos seus pais para guardar e a outra é do pesquisador responsável. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema se desistir, é um direito seu. Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- Descrição da pesquisa: informar os objetivos, detalhamento dos procedimentos da coleta de dados, forma de acompanhamento (informar a possibilidade de inclusão em grupo controle ou placebo, se for o caso).
- Esclarecimento do período de participação do voluntário na pesquisa, início, término e número de visitas para a pesquisa. Em caso de pesquisa onde o voluntário está sob qualquer forma de tratamento, assistência, cuidado ou acompanhamento, explicar procedimentos, intervenções ou tratamentos a que será submetido e quais os métodos alternativos (atualmente empregados no atendimento aos pacientes que não estão em pesquisas).

OBS: Em caso de coleta de material biológico, esclarecer com detalhes a quantidade e procedimentos para sua obtenção (Ex.: serão colhidos 20 ml de sangue – 1 colher de sopa – da veia do braço).

- **RISCOS diretos** para o voluntário (prejuízo, desconforto, constrangimento, lesões que podem ser provocados pela pesquisa), informar as formas de amenizar os riscos bem como indenização, ressarcimento de despesas em caso de dano.
- **BENEFÍCIOS diretos e indiretos** para os voluntários.

OBS.: Em casos de pesquisas para avaliação de prevalência ou de diagnóstico de doenças, especificar onde será o acompanhamento do paciente após o diagnóstico.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa ficarão armazenados em(pastas de arquivo no computador pessoal), sob a responsabilidade do (pesquisador e Orientador), no endereço (acima informado), pelo período de no mínimo 5 anos. Nem você e nem seus pais [ou responsáveis legais] pagarão nada para você participar desta pesquisa. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação e de seus pais serão assumidas ou ressarcidas pelos pesquisadores. Fica também garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da sua participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Este documento passou pela aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos que está no endereço: **Av. Farroupilha, nº 8.001 – prédio 14, sala 224 – Bairro: São José – Canoas/RS, CEP: 92425-900, Tel.: (51) 3477-9217 – e-mail: comitedeetica@ulbra.br.**

____
Assinatura do pesquisador (a)

ASSENTIMENTO DO MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO

Eu, estudante, abaixo assinado, concordo em participar do estudo SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: UM ESTUDO COM ESTUDANTE CEGO, como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precisemos pagar nada.

Canoas, 06 de junho de 2021___
Assinatura do (da) menor: Não alfabetizado em língua portuguesa, somente em Braille

Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar. 2 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura: