

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



SOLANGE FERNANDES MAIA PEREIRA

**O ENSINO DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA INVESTIGAÇÃO COM
PROFESSORES E FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

CANOAS, 2022

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
DIRETORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



SOLANGE FERNANDES MAIA PEREIRA

**O ENSINO DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA INVESTIGAÇÃO COM
PROFESSORES E FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^ª Dr^ª. Carmen Teresa Kaiber

CANOAS, 2022

SOLANGE FERNANDES MAIA PEREIRA

**O ENSINO DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA INVESTIGAÇÃO COM
PROFESSORES E FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil como parte do processo de obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Carmen Teresa Kaiber

Linha de Pesquisa: Formação de Professores em Ciências e Matemática

Aprovada em: 30/09/2022

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Clarissa de Assis Olgin - ULBRA

Prof^a. Dr^a. Cláudia Lisete de Oliveira Groenwald – ULBRA

Prof^a. Dr^a. Maria Izabel Lopes de Araújo - UNEB

Prof^a. Dr. Zenar Pedro Schein - FACCAT

CANOAS, 2022

AGRADECIMENTOS

A Ti, Senhor, pelas portas abertas às oportunidades e por Tua presença constante na minha vida. Graças ao Seu amor, até mesmo os tombos foram dádivas, porque me ensinaram as lições do ter que seguir em frente e me guiaram na caminhada do me refazer!

Ao meu filho João Gabriel Maia Pereira, pela compreensão e companheirismo diante da minha ausência, mesmo quando presente fisicamente, porém, debruçada sob os meus livros.

Ao meu pai, *in memorium*, Adonias Vitorino Maia e à minha mãe, Cícera Maria Fernandes Maia, pois, mesmo diante das suas fragilidades no que se referem ao saber sistematizado, foram presentes com seus ensinamentos de vida e estiveram incentivando, admirando e comemorando as minhas vitórias.

Aos meus irmãos, Sônia, Sandra, Silvene, Lindomar e Sandro; aos meus sobrinhos Caty, Carol, Christian e Clarinha; aos meus sobrinhos-netos Camile, Pedrinho, Apolo e Miguel por fazerem parte do meu núcleo familiar: família é saber que não está sozinho!

À minha orientadora, Prof^a. Dr^a. Carmen Teresa Kaiber, pela confiança, paciência, atenção, compreensão, ensinamentos, amizade e sabedoria dispensada a mim durante esta jornada. Obrigado, querida!

Aos professores da ULBRA-PPGECIM-Canoas, pelo comprometimento, contribuições e discussões acadêmicas que alimentaram a constituição da minha profissionalização. E, um agradecimento especial e cheio de afagos a Prof^a. Dr^a. Claudia Lisete de Oliveira Groenwald pelo carinho e cuidado que ela dispensa a todos nós, alunos.

À minha amiga Charlâni Ferreira Batista Rafael, por ser tão especial na minha vida, pela busca de não me deixar desistir, pela insistência de não me abandonar, pelo zelo de sempre está conferindo se estou indo e pelo carinho e amizade que dispensa a minha pessoa.

Existem muitas outras pessoas que não foram citadas aqui, inclusive, colegas de curso, que me apoiaram, impulsionaram e proferiram palavras de amor e de incentivo, mas, não é possível listar todas, pois, minha memória é falha, porém, sou grata a todos!

Aos sujeitos da pesquisa, professores e alunos das escolas municipais e estaduais de Paulo Afonso-BA e, também, aos discentes estagiários e a professora Marluce Alves dos Santos do curso de Licenciatura em Matemática da UNEB-Campus VIII que se dispuseram a participar, contribuir e enriquecer esta investigação.

Aos membros da banca de qualificação e defesa, que estiveram no lugar de me apontarem caminhos de melhorias e contribuições para o desenvolvimento deste trabalho.

Gratidão!

Há escolas que são gaiolas e há escolas que são asas.

Escolas que são gaiolas existem para que os pássaros desaprendam a arte do voo. Pássaros engaiolados são pássaros sob controle. Engaiolados, o seu dono pode levá-los para onde quiser. Pássaros engaiolados sempre têm um dono. Deixaram de ser pássaros. Porque a essência dos pássaros é o voo.

Escolas que são asas não amam pássaros engaiolados. O que elas amam são pássaros em voo. Existem para dar aos pássaros coragem para voar. Ensinar o voo, isso elas não podem fazer, porque o voo já nasce dentro dos pássaros. O voo não pode ser ensinado. Só pode ser encorajado.

Rubem Alves

RESUMO

O presente estudo teve por objetivo investigar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos referentes ao processo de ensino da Geometria junto à professores e futuros professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, do município de Paulo Afonso-BA, a partir de um processo de formação estruturado sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS). De base qualitativa, a investigação seguiu os pressupostos da pesquisa-ação e contou com a participação de 54 professores de Matemática (6 professores efetivos e 48 futuros professores). Para tanto, os constructos teóricos do EOS ampararam os entendimentos sobre os conhecimentos didático-matemáticos, a partir de abordagens combinadas e organizadas de propostas didático-pedagógicas, que atenderam tanto o *design* do curso de formação docente se estendendo às modelações das ferramentas de análise que se constituíram como guias de análises dos Critérios de Idoneidade Didática referentes às dimensões ou facetas Epistêmica, Cognitiva, Afetiva, Interacional, Mediacional e Ecológica. Já, as ideias do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele adequaram-se à proposta de estruturação das sequências de atividades, denominadas Projeto de Aprendizagem em Geometria, desenvolvidas no âmbito da investigação, as quais foram respaldadas, também, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nos descritores do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). Assim, destaca-se que foram avaliados os Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos (CCDM) mobilizados pelos professores participantes, que ocorreram durante um processo formativo, da estruturação, aplicação e análise de vinte e quatro “Projeto de Aprendizagem em Geometria”. Tais projetos, ao serem submetidos a um processo avaliativo com base nas guias de análises do EOS, evidenciaram média idoneidade Epistêmica no que se refere a estruturação das sequências de atividades, pois, apesar dos professores participantes mostrarem habilidades condizentes ao bom desempenho dos conhecimentos de cada tópico de conteúdo e, também, em relação a elaboração das atividades e de adequação aos níveis de van Hiele, demonstraram fragilidade diante da elaboração de situações-problemas. Em relação a aplicação das sequências, analisou-se a faceta Cognitiva-Afetiva com alta idoneidade, pois a maioria dos professores estabeleceram relações, as quais sinalizavam vínculos afetivos, preocupações e interesse pela aprendizagem dos estudantes e, também, sugeriram a abertura de espaços para questionamentos e troca de saberes. Quanto à dimensão Interacional-Mediacional, os participantes apresentaram alta idoneidade, pois, utilizaram-se de objetos de aprendizagem que prezavam pela manipulação, visualização representativa, ludicidade e interação entre os pares e, ainda, apresentaram boa adesão e relevante inclusão de materiais de ensino tecnológicos-digitais às suas aulas. Por fim, identificou-se que a dimensão Ecológica foi a que apresentou a mais alta adequação didática, pois, os professores estiveram preocupados em realizar as devidas adaptações ao currículo, ao nível de ensino ou aos níveis de van Hiele, às habilidades da BNCC e aos descritores do Saeb, na perspectiva de garantir às expectativas de aprendizagens dos alunos.

Palavras-chave: Formação; Professores; Educação Matemática; Geometria; Enfoque Ontossemiótico.

ABSTRACT

The present study aimed to investigate the development of knowledge and procedures related to the teaching process of Geometry with teachers and future Mathematics teachers of the final years of Elementary School and High School, in the city of Paulo Afonso-BA, from a structured training process from the perspective of the Ontosemiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction (EOS). With a qualitative basis, the investigation followed the assumptions of action research and had the participation of 54 Mathematics teachers (6 permanent teachers and 48 future teachers). To this end, the theoretical constructs of the EOS supported the understanding of didactic-mathematical knowledge, from combined and organized approaches of didactic-pedagogical proposals, which met both the design of the teacher training course, extending to the modeling of the analysis tools that constituted as guides for the analysis of the Didactic Suitability Criteria referring to the Epistemic, Cognitive, Affective, Interactional, Mediatonal and Ecological dimensions or facets. On the other hand, the ideas of van Hiele's model of development of geometric thinking were adapted to the proposal of structuring sequences of activities, called Learning Project in Geometry, developed within the scope of the investigation, which were also supported by the National Common Base. Curriculum (BNCC) and in the Basic Education Assessment System (Saeb) descriptors. Thus, it is highlighted that the Didactic-Mathematical Knowledge and Competencies (CCDM) mobilized by the participating teachers were evaluated, which took place during a training process, of structuring, application and analysis of twenty-four "Learning Project in Geometry". Such projects, when submitted to an evaluation process based on the EOS analysis guides, showed an average Epistemic suitability with regard to the structuring of the sequences of activities, because, despite the participating teachers showing skills consistent with the good performance of the knowledge of each topic of content and, also, in relation to the elaboration of activities and adequacy to the levels of van Hiele, showed fragility in the face of the elaboration of problem-situations. Regarding the application of the sequences, the Cognitive-Affective facet was analyzed with high suitability, as most teachers established relationships, which signaled affective bonds, concerns and interest in students' learning and also suggested opening spaces for questions and exchange of knowledge. As for the Interactional-Mediatonal dimension, the participants showed high suitability, as they used learning objects that valued manipulation, representative visualization, playfulness and interaction between peers, and also showed good adherence and relevant inclusion of teaching materials technologies to your classes. Finally, it was identified that the Ecological dimension was the one that presented the highest didactic adequacy, since the teachers were concerned with making the necessary adaptations to the curriculum, to the teaching level or to the van Hiele levels, to the BNCC skills and to the Saeb descriptors, with a view to guaranteeing students' learning expectations.

Keywords: Training; teachers; Mathematics Education; Geometry; Ontosemiotic Approach.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estrutura Organizacional do discurso do capítulo 2	24
Figura 2 - Indicador de adequação da formação inicial do professor de Matemática – Brasil 2021	25
Figura 3 - Programas de Formação para Futuros Professores de Matemática	28
Figura 4 - Cursos de Formação Continuada para Professores da Educação Básica de 2000- 2022	29
Figura 5 - Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK)	44
Figura 6 - Categorias do Conhecimento do Ofício Docente	47
Figura 7 - Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos do Professor	57
Figura 8 - Dimensões e Critérios de Idoneidade do CCDM do EOS	58
Figura 9 - Dimensões e Categorias do CCDM do EOS	63
Figura 10: Pesquisas recentes relacionadas a Curso Formação Professores Enfoque Ontossemiótico	65
Figura 11 - Sequenciamento do Código da Habilidade na BNCC	79
Figura 12 - Progressão das Aprendizagens de Geometria, por Habilidades da BNCC no EM	80
Figura 13 - Características/Generalidades - Modelo de van Hiele	86
Figura 14 - Níveis do Pensamento Geométrico - Modelo de van Hiele.....	88
Figura 15 - Percursos Didáticos - Modelo de van Hiele.....	93
Figura 16 - Pesquisas recentes relacionadas a “Curso Formação Professores Matemática van Hiele”	96
Figura 17 - Classificação da Pesquisa	102
Figura 18 - Paulo Afonso na Bahia	103
Figura 19 - Resultado do IDEB do Ensino Fundamental (Anos Finais) 2019	104
Figura 20 - Resultado do IDEB do EM 2019	105
Figura 21 - Participantes da Pesquisa	107
Figura 22 - Instrumento de Coleta de Dados	110
Figura 23 - Componentes do Guia de Análise da Idoneidade Didática-Matemática (GAIDM)	113
Figura 24 - Componentes e Indicadores de Análise Epistêmica	115
Figura 25 - Componentes e Indicadores de Análise Cognitivo-Afetiva.....	116
Figura 26 - Componentes e Indicadores de Análise Interacional-Mediacional.....	117
Figura 27 - Componentes e Indicadores de Análise Ecológica.....	118
Figura 28 - Estrutura das Análises de Dados.....	119
Figura 29 - Curso de Formação de Professores de Matemática	120
Figura 30 - <i>Design</i> do curso de Formação de Professores: PAG	121
Figura 31 - Processos Formativos-Investigativos do PAG: Ações Iniciais.....	125
Figura 32 - Processos Formativos-Investigativos do PAG: Estudos Teóricos.....	126
Figura 33 - Processos Formativos-Investigativos do PAG: Instrumentalização e Pesquisas <i>in loco</i>	128
Figura 34 - Perfil Profissional e Experiência Docente dos Professores	131
Figura 35 - Faixa Etária dos futuros professores de Matemática	133

Figura 36 - Tempo de experiência em sala de aula (Incluindo Estágios).....	133
Figura 37 - Resumo da Composição dos Grupos de Estudos para elaboração dos PAG.....	134
Figura 38 - Grupos de Trabalhos, Objeto de Ensino, Habilidades e Descritores a partir do PAG.....	135
Figura 39 - Representação do Grau de Idoneidade Epistêmica.....	138
Figura 40 - Evidências das representações figurais dos entes geométricos	139
Figura 41 - Evidências de explorações das propriedades através das figuras geométricas	140
Figura 42 - Exemplos de evidências de contextualização do conteúdo com outras temáticas	141
Figura 43 - Evidências de objetos de aprendizagem digital	143
Figura 44 - Revisão de Conhecimentos Prévios para abordagem de Conteúdo do PAG13 ...	144
Figura 45 - Revisão de Conhecimentos Prévios para abordagem de Conteúdo Novo através de vídeos.....	145
Figura 46 - Recorte de Apresentação de uma das aulas do PA9 com FP16 e FP17.....	145
Figura 47 - Atividades propostas através de plataformas digitais	146
Figura 48 - Planejamento de sequências de atividades (PAG9 com FP16 e FP 17)	148
Figura 49 - Representação do Grau de Idoneidade Cognitiva-Afetiva	149
Figura 50 - Trabalhando-se as dúvidas e dificuldades dos alunos (PAG8 com FP14 e FP15)	150
Figura 51 - Reforço aos conhecimentos prévios e trato às dificuldades dos alunos (Recorte PAG17).....	151
Figura 52 - Contrato Didático utilizado nos PAG13 e PAG19	152
Figura 53 - Atividades organizadas nos <i>slides</i> de aula para resolução coletiva (Recorte PAG19).....	153
Figura 54 - Atividades organizadas por níveis de van Hiele (Recorte PAG17).....	153
Figura 55 - Questões em formato de <i>Quiz</i> aplicadas aos alunos em Atividades Avaliativas.	154
Figura 56 - Oficina de construção dos sólidos geométricos com cartolina (PAG20 e PAG21)	155
Figura 57 - Representação do Grau de Idoneidade Interacional-Mediacional	156
Figura 58 - Como você, professor, desenvolve a sua aula de Matemática?	158
Figura 59 - Recortes de questões <i>gamificadas</i> propostas em atividades para os alunos	160
Figura 60 - Representação do Grau de Idoneidade Ecológica.....	163
Figura 61 - Percorso Didático - Síntese de abordagem de conteúdo.....	164

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 SOBRE A INVESTIGAÇÃO: ENCAMINHAMENTOS INICIAIS	17
1.1 MOTIVAÇÕES, INQUIETAÇÕES E QUESTÃO NORTEADORA.....	17
1.2 OBJETIVOS.....	21
2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E OS SABERES DA DOCÊNCIA	23
2.1 CENÁRIO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO BRASIL .	24
2.2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO PERMANENTE	31
2.3 SABERES DO OFÍCIO DA DOCÊNCIA	34
2.3.1 Saberes docentes segundo Tardif	36
2.3.2 Saberes docentes segundo Gauthier <i>et al.</i>	38
2.3.3 Saberes do ofício da docência disciplinar: um olhar para a Matemática	40
2.3.3.1 Saberes docentes do professor de disciplina.....	41
2.3.3.2 Saberes docentes do professor especialista em Matemática.....	43
2.4 APROXIMAÇÕES DOS MODELOS DE CATEGORIZAÇÃO DOS SABERES DOCENTES	47
3 O ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO	50
3.1 IDEIAS TEÓRICAS DO ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO	50
3.2 CONHECIMENTOS E COMPETÊNCIAS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS.....	56
3.3 PESQUISAS ENVOLVENDO O EOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	65
4 SOBRE A GEOMETRIA: ASPECTOS DO SEU ENSINO E APRENDIZAGEM	68
4.1 EVOLUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA VISÃO DE EVES	68
4.2 A GEOMETRIA NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR	75
4.3 MODELO DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE.....	82
4.3.1 Características do modelo de van Hiele	86
4.3.2 Níveis do pensamento geométrico do modelo de van Hiele	88
4.3.3 Percursos didáticos do modelo de van Hiele	92

4.4 PESQUISAS ENVOLVENDO O MODELO DE VAN HIELE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	96
5 ASPECTOS METODOLÓGICOS: ORGANIZAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA	100
5.1 ESCOLHA METODOLÓGICA, CLASSIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO	100
5.2 LOCAL E PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	103
5.3 INSTRUMENTOS DE PESQUISA.....	109
5.3.1 Questionário.....	111
5.3.2 Guia de Análise da Idoneidade Didático-Matemática (GAIDM).....	112
5.3.2.1 Componentes e Indicadores de Análise Epistêmica.....	114
5.3.2.2 Componentes e Indicadores de Análise Cognitivo-Afetiva	115
5.3.2.3 Componentes e Indicadores de Análise Interacional-Mediacional	116
5.3.2.4 Componentes e Indicadores de Análise Ecológica.....	118
6 ENSINO DA GEOMETRIA: CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS 119	
6.1 ORGANIZAÇÃO DO CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES	119
6.1.1 Dos processos formativos-investigativos do PAG	123
6.2 PERFIL DOS PROFESSORES.....	130
6.2.1 Professores Efetivos de Matemática	131
6.2.2 Futuros Professores de Matemática.....	132
6.3 ANÁLISES DOS CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS.....	134
6.3.1 Análise da Faceta Epistêmica: Estruturação da Sequência de Atividades	137
6.3.2 Análises das trajetórias didáticas: Aplicação da Sequência de Atividades.....	149
6.3.2.1 Análise da Faceta Cognitiva-Afetiva.....	149
6.3.2.2 Análise da Faceta Interacional-Mediacional	156
6.3.2.3 Análise da Faceta Ecológica.....	163
6.4 SÍNTESE DAS ANÁLISES.....	167
CONSIDERAÇÕES	170
REFERÊNCIAS	178
APÊNDICES	187
APÊNDICE A: PROJETO DO CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	187
APÊNDICE B: QUESTIONÁRIO	191

APÊNDICE C: MODELO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA.....	196
APÊNDICE D: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO DO PROFESSOR.....	199

INTRODUÇÃO

A aprendizagem é o intuito máximo diante da apreensão do saber, não um saber qualquer, de coisa feita por fazer, mas, um saber que permita o desenvolvimento das capacidades cognitivas das pessoas aprendentes, transformando-as em sujeitos ativos e participativos das suas próprias aprendizagens. Nesse contexto, os professores têm como responsabilidade proporcionar cenários educativos que possibilitem aos estudantes vivenciarem situações e experiências que os coloquem como produtores de conhecimentos.

Desta forma, configura-se que as responsabilidades que professores e alunos assumem no processo educativo são amplas e profundamente discutidas no âmbito da formação de professores. E, essa discussão não se esgota no processo de formação inicial, mas se mantém ativa ao longo de toda a trajetória profissional dos docentes, quer seja na reflexão permanente sobre a prática, quer seja em espaços organizados de formação de professores. E, é essa a ideia que move o presente estudo - desenvolver uma investigação junto a professores e futuros professores de Matemática, a partir da promoção de espaços de estudos, discussões e reflexões sobre o ensino e aprendizagem de uma área específica da Matemática: a Geometria.

A escolha desta área do saber matemático se deu a partir de reconhecimentos de possibilidades expressivas de contribuições que não se esgotam apenas nos estudos escolares, mas, também, permeiam os processos de construções e desenvolvimentos cognitivos dos seres humanos, principalmente, diante da resolução de problemas advindos de situações da vida real e, ainda, se considera que, talvez, a Geometria não tenha esse reconhecimento no dia a dia das escolas, inclusive, no *lócus* de estudos e investigação que ora intervêm-se.

Diante deste cenário, traçou-se a questão primeira que norteia esta pesquisa “Em que aspectos a aplicação, desenvolvimento e análise de uma formação para professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica, no município de Paulo Afonso-BA, com foco na Geometria e tomando como base os constructos do enfoque ontossemiótico (EOS) pode contribuir para desenvolvimento dos processos de ensino na área?” e, a partir desta se configurou o objetivo precípuo de investigar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos referentes ao processo de ensino da Geometria junto aos professores e futuros professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, do município de Paulo Afonso-BA, a partir de um processo de formação estruturado sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS), propôs-se um curso de formação de professores de Matemática com perspectivas de se

investigar a mobilização de aspectos dos conhecimentos e competências didático-matemáticos (CCDM) tomadas pela abordagem do enfoque ontossemiótico (EOS).

Com referência as ideias teóricas que constituem o EOS dialogou-se, principalmente, com Godino (2008, 2009), Pino-Fan e Godino (2015), Godino, Batanero e Font (2008) e a escolha deste constructo deve-se ao fato de se identificar neste aspectos holísticos que surgiram a partir de articulações de outras teorias já existentes no campo da Educação Matemática e, também, por esta admitir abordagens combinadas e organizadas de propostas que atendem a lógica de cursos de formação docente e, para esta especificidade, dialogou-se, especialmente, com Godino, Batanero e Fonte (2008), Godino *et al.* (2013) e Pino-Fan e Godino (2015), os quais estendem a utilização das ferramentas dos Critérios de Idoneidade Didática para o desenvolvimento e análises dos conhecimentos e competências didático-matemáticas e, nesse sentido, possibilita a geração de argumentos que consolidam as influências destes recursos de análises em permitir ao professor a superação das limitações associadas ao fazer docente através da aplicação de metodologias que atendam as perspectivas do seu alunado e que, também, proponham oportunidades de se pensar em aspectos de análises sobre a própria prática pedagógica.

Já a referência as ideias teóricas sobre o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico revisitou-se publicações de van Hiele (1957), Kaleff *et al.* (1994), Crowley (1994) e Villiers (2010), as quais se adequam a proposta em voga, a partir da compreensão das características específicas consideradas através de cada nível epistemológico (Reconhecimento, Análise, Ordenação, Dedução e Rigor), que pondera adequações de conteúdos geométricos de forma hierarquizada, lógica, organizada e idealizada com a inserção dos saberes novos em conexão com os pré-requisitos, ou de forma ampla, é uma estruturação de conteúdos articulados que constituem o currículo escolar de Matemática, orientando, assim, ao professor diante da tomada de decisão em um planejamento de sequência de atividades que tem foco na aprendizagem do aluno.

Assim, tanto o EOS quanto o modelo de van Hiele, estão na base teórica do desenvolvimento dessa investigação, que também se fundamenta em Tardif (2002, 2014), Gauthier *et al.* (2013), Shulman (1986, 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008), leituras necessárias à efetivação do discurso referente a sistematização das categorias dos saberes docentes, ou seja, estudos indispensáveis a compreensão das habilidades e competências que o professor deve mobilizar na perspectiva de se efetivar os processos de ensino e aprendizagem com as devidas adequações didáticas. Estes conhecimentos guiaram as reflexões que abalizaram as aproximações dos argumentos teórico-epistemológicos

necessários as complementações das ideias dos saberes didáticos-matemáticos, os quais foram necessários à condução dos percursos didáticos do curso de formação de professores e aos procedimentos de coletas e análises dos dados.

Alinhado aos pressupostos teóricos, a investigação se insere em uma pesquisa-ação e foi estruturada considerando as ideias de Prodanov e Freitas (2013), sendo caracterizada do ponto de vista da natureza, objetivos, procedimentos ou técnicas e, ainda, levando-se em consideração a abordagem do problema e apuração dos dados. No que se refere a última ação citada, esta investigação tem cunho qualitativo já que o processo de levantamento, apuração e a dialógica para traduzir as informações coletadas, ocorreram com vinculação direta a utilização dos recursos teóricos estudados.

Para tanto, foram analisados os Conhecimentos e Competências Didáticos-Matemáticos (CCDM a partir de então) mobilizados pelos professores no que se trata da estruturação e aplicação de uma sequência de atividades de Geometria através dos guias de componentes e indicadores da idoneidade didática, propostos por Godino *et al.* (2013). Também, é proeminente reforçar que o modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, além de referenciar teoricamente os níveis cognitivos do conjunto de atividades/problemas que compuseram a sequência de Geometria, também, referenciaram a abordagem dos percursos didáticos (Questionamentos ou Informações, Orientação Direta, Explicitação, Orientação Livre e Integração) que estruturaram o todo da sequência de atividades.

O referencial teórico, os objetivos, a metodologia, o desenvolvimento da investigação e seus resultados são aqui apresentados considerando 6 capítulos, sendo que cada um destes trata de suas especificidades, a saber: No Capítulo 1, apresenta-se dados sobre a investigação e refere-se aos encaminhamentos iniciais, justificativas, motivações, inquietações e, emergem, assim, a questão norteadora e os objetivos da pesquisa.

Nos três capítulos seguintes, se estruturou a Fundamentação Teórica, discursos que sustentam a base desta pesquisa, sendo que, no Capítulo 2, aborda-se sobre a formação de professores no contexto amplo e na especificidade do professor de Matemática (IMBERNÓN, 2011; ZABALA, 2002; NÓVOA, 1992); tratando, inclusive, dos meandros das políticas públicas para os cursos de formação de professores e, segue-se dialogando sobre os saberes que devem ser mobilizados na ação docente, com inclusão dos professores de Matemática (GAUTHIER *et al.*, 2013; TARDIF, 2002, 2014; SCHULMAN, 1986 e BALL, THAMES; PLELPS, 2008).

No Capítulo 3, discorre-se sobre os constructos teóricos que traduzem a Idoneidade Didática, abordando-se a respeito das ideias que modelam as ferramentas de avaliações dos conhecimentos didáticos-matemáticos (GODINO; BATANERO; FONT, 2008; PINO-FAN; GODINO, 2015; GODINO *et al.*, 2017 e outros).

No Capítulo 4, versa sobre os aspectos da evolução da Geometria ao longo dos tempos, sobre as orientações no que se refere aos recursos e percursos didáticos propostas na BNCC (BRASIL, 2018) para o trabalho com a Geometria em sala de aula e, também, refere-se as abordagens das características, níveis e percursos didáticos abordados pelo modelo teórico de van Hiele (CROWLEY, 1994; KALEFF *et al.*, 1994; VILLIER, 2010 e outros), utilizado como guia para implementação das sequências de atividades.

No Capítulo 5, apresentam-se os aspectos metodológicos percorridos (PRODANOV; FREITAS, 2013) na perspectiva de se coletar dados através de um curso de formação de professores (GODINO; BATANERO, 2009; GODINO *et al.*, 2013 e PINO-FAN; GODINO, 2015) que foi estruturado e aplicado aos professores e futuros professores de Matemática.

E, no Capítulo 6, apresenta-se argumentos que se referem as análises de dados e resultados levantados, no que se refere aos moldes de estruturação do curso de formação de professores, perfil dos professores, seguindo com as explanações que tratam das descobertas e percepções da pesquisadora no percurso da Pesquisa-ação, validadas pelos discernimentos dos teóricos estudados, no que se referem aos conhecimentos e competências didático-matemáticos mobilizados pelos professores pesquisados através da estruturação e aplicação das sequências de atividades modeladas com base nas ideias de van Hiele.

Reitera-se que se estruturou planejamentos a partir de um curso de formação de professores de Matemática, com o intuito de se investigar os conhecimentos e procedimentos mobilizados por estes diante da estruturação e aplicação de sequências de atividades, os quais são de domínio específico desses profissionais que estão inseridos no Ensino Fundamental (Anos Finais) e no Ensino Médio, bem como, propôs-se apreciar suas práticas, na busca de identificar o universo didático e metodológico no qual estes professores transitam em relação ao ensino da Geometria e, também, na perspectiva de contribuir para o desenvolvimento profissional desses professores.

1 SOBRE A INVESTIGAÇÃO: ENCAMINHAMENTOS INICIAIS

Este trabalho propõe ampliar as possibilidades de reflexões didático-metodológicas para o ensino e aprendizagem da Geometria a partir de um processo formativo que envolveu professores em atuação e futuros professores de Matemática. A escolha desta área do saber matemático se deu por se reconhecer nela significativas contribuições no processo de construção e desenvolvimento cognitivo dos seres humanos, principalmente, diante da resolução de problemas advindos de situações da vida real. Assim, no presente capítulo serão apresentados as motivações, inquietações, questão e objetivos que nortearam a realização desta investigação

1.1 MOTIVAÇÕES, INQUIETAÇÕES E QUESTÃO NORTEADORA

Lorenzato (1995, p. 07) pondera que “A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e as relações dela correspondem com aos das outras” e, esta capacidade de articulação das várias áreas dos saberes matemáticos com a Geometria é um dos motivos que tem levado muitos pesquisadores da Educação Matemática a se dedicarem as investigações diante da elaboração, implementação e aplicação de alternativas didático-metodológicas que foquem em possibilidades de articulação dos saberes numa perspectiva de tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e com propostas que qualifiquem o ensino no sentido de proporcionar aos estudantes melhores aprendizagens.

A esse contexto, alia-se minhas¹ experiências em salas de aula da Educação Básica, especificamente, nos anos finais do Ensino Fundamental e Médio, mediando o ensino de Matemática. Soma-se a essa atuação na Educação Básica a atuação no Ensino Superior, particularmente, com um trabalho com os componentes curriculares de Geometria Plana e Espacial, no curso de Licenciatura em Matemática e, ainda, com ações docentes em programas de formação de professores (Pró-Letramento, Licenciatura em Matemática na modalidade presencial e na modalidade à distância pela UNEB/UAB, PACTO pela alfabetização e no Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica-PARFOR). Nessas experiências foi possível perceber as dificuldades de aprendizagens tanto de alunos da Educação Básica quanto de professores e futuros professores de Matemática em

¹ Quando se fizer referência as experiências e vivências da pesquisadora o texto será redigido em primeira pessoa.

processo de formação inicial ou continuada, quando abordados tópicos da Geometria, seja plana ou espacial.

É proeminente considerar-se que a formalização destas ideias teóricas estão amparadas aos preceitos orientadores da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) para a unidade temática de Geometria, ferramenta oficial do Ministério da Educação (MEC) que explica as competências específicas e as habilidades de cada área de conhecimento e, neste revela-se que a área do conhecimento matemático “[...] envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (p. 271) e, também, salienta que o desenvolvimento didático destes saberes deve se dá de forma a “[...] desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes” (p. 271).

Ainda, neste mesmo documento aborda-se sobre a relevância do professor de Matemática desenvolver com os alunos os conhecimentos geométricos, criando contextos que estabeleçam relações entre a Geometria e o mundo ao seu redor e valorizando os distintos pontos de vista e opinião dos discentes, para favorecer um cenário de explanações de ideias informais e, através de debates e reflexões conduz-se a formulação das definições formalizadas e, isto, a partir dos conhecimentos pré-concebidos. Neste sentido, Lorenzato (1995) apresenta a relevância dos docentes tratarem dos saberes geométricos com significado quando aborda que:

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem habilidade, dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas; [...] sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzidas e a visão da Matemática torna-se incompleta (LORENZATO, 1995, p. 5).

Mas, apesar da reconhecida relevância do ensino de Geometria para os alunos da Educação Básica, alguns autores como SOUZA e BULOS (2011), PASSOS (2005), GRANDO (2009), NACARATO (2007), LORENZATO (1995), e PAVANELLO (1989, 1993) e outros, apontam contextos históricos em que o ensino desta área do conhecimento, inclusive, considerando os tempos atuais, ainda vem sendo colocada em segundo plano quando não é desprezada e, também, acontece de alguns professores apresentarem deficiências à abordagem dos conteúdos geométricos de forma mais dinâmica e que favoreça a aprendizagem do aluno e, neste sentido, “Saber o porquê que o ensino de geometria é tão esquecido ou deixado para o final do ano letivo é de uma relevância fundamental para que o

professor dos dias atuais possa compreender a importância do ensino de geometria” (ÂNGELO, SANTOS e BARBOSA, 2020, p. 3).

No que se refere a escolha do lócus da pesquisa, Município de Paulo Afonso-BA, se justifica por ser meu local de atuação atual, como professora da UNEB e, entende-se que investigar e analisar com profundidade realidades locais permite produzir um tipo de conhecimento que, embora local, pode ser reconhecido e ressignificado em contextos mais amplos. Também, considero que a implantação de um curso de formação de professores nesta região, favorece a interiorização do conhecimento científico e possibilita a melhoria da capacitação docente dos professores e futuros professores de Matemática, além de auxiliar no desenvolvimento da aprendizagem matemática dos alunos desta região.

Então, a partir destes pressupostos e das minhas inquietações diante das possibilidades de encontrar novos percursos para ensinar saberes que são contemplados pela Geometria de forma efetiva e com significado para os alunos, percorreu-se caminhos investigativos que englobam os conhecimentos matemáticos, os didáticos e os metodológicos, aliados a questão norteadora desta pesquisa: Em que aspectos a aplicação, desenvolvimento e análise de uma formação para professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica, no município de Paulo Afonso-BA, com foco na Geometria e tomando como base os constructos do enfoque ontossemiótico (EOS) pode contribuir para desenvolvimento dos processos de ensino na área?

Visando responder à esta questão, estruturou-se um curso de formação de professores de Matemática, com proposta de desenvolvimento de “Projetos de Aprendizagem de Geometria”², o qual alia às vivências do grupo de professores de Matemática em formação, aos critérios de adequação didática do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática, permeado pelas ideias de Godino, Batanero e Font (2008) e as orientações didáticas-metodológicas no que se refere aos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele (1957).

E, nesta empreitada, se propôs a um grupo de professores a elaboração de sequências de atividades pautados por sequências como uma ferramenta didática que subsidia com primazia o trabalho pedagógico do docente e, conseqüentemente, possibilita a este profissional a organização didática e metodológica dos saberes a serem ensinados aos seus alunos. Esta ação de planejar para o ensino é sempre permeada com intentos de propor novas formas de se ensinar e aprender Geometria, como também, de criar ambientes propícios à

² Projetos de Aprendizagem de Geometria é a denominação para as sequências de atividades desenvolvidas pelos professores, durante os processos formativos, para aplicação aos seus alunos.

aprendizagem dos alunos e de produzir “Projetos de Aprendizagem de Geometria” inclusive, considerando a proposta do modelo do EOS de Godino, Batanero e Font (2008) que considera “[...] necessário tratar de articular de maneira coerente as diversas faces implicadas [...] ontológica (tipos de objetos e sua natureza), epistemológica (acesso ao conhecimento), sociocultural e instrucional (ensino e aprendizagem organizados no âmbito das instituições escolares” (p. 5).

Através da questão que norteou esta pesquisa, originaram-se outras inquietações que direcionaram a pesquisa diante das observações, análises e reflexões frente ao planejamento do curso de formação de professores que vinculam “a necessidade de estabelecer e investigar critérios que possam qualificar e tornar os processos de ensino e aprendizagem mais idôneos (KAIBER, LEMOS, PINO-FAN, 2017, p. 537) e, a seguir, descreve-se algumas destas inquietudes:

- O professor, durante as suas aulas, está atento a exploração dos conceitos geométricos utilizando-se de situações-problemas da vida real e articulando o uso da linguagem matemática em consenso com as definições, propriedades e argumentos matemáticos coerentes com o conteúdo trabalhado? (Dimensão Epistêmica).
- O docente durante a explanação de um novo conteúdo e nas atividades propostas articula os conhecimentos assistematizados na perspectiva de sistematizar o progresso das aprendizagens dos alunos? (Dimensão Cognitiva).
- Os docentes ao planejarem uma atividade, relacionam-na com os objetivos pretendidos, considerando a demanda cognitiva desta diante de um modelo metodológico de ensino? (Dimensão Cognitiva).
- O professor faz uso de materiais manipulativos e de várias representações semióticas para auxiliar ao aluno na compreensão de conceitos e representatividades dos objetos geométricos? (Dimensão Mediacional).
- Detectam-se conflitos na sala de aula relacionados com a interação entre os alunos ou entre alunos e professores, ou percebe-se ruídos dos alunos diante da abordagem do conteúdo pelo professor ou diante dos materiais didáticos utilizados por este na perspectiva de auxiliar as aprendizagens dos alunos? (Dimensão Interacional).

- Os processos de ensino tornam explícitos para os discentes às utilidades e aplicabilidades dos conteúdos ensinados e quais às suas conexões intra³ e interdisciplinares⁴? (Dimensão Ecológica).
- Os discentes apresentam-se motivados para a aprendizagem da Geometria diante das resoluções das atividades propostas pelo professor? (Dimensão Afetiva).

Essas inquietações, reflexões e questionamentos encaminham os objetivos que nortearam a investigação e que passam a ser apresentados.

1.2 OBJETIVOS

Alinhado à questão que move a presente investigação se coloca como **objetivo geral**: investigar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos referentes ao processo de ensino da Geometria junto aos professores e futuros professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, do município de Paulo Afonso-BA, a partir de um processo de formação estruturado sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS).

Para alcançar o objetivo proposto traçou-se os seguintes **objetivos específicos**:

a) Analisar sobre os aspectos estruturais do planejamento de um curso de formação, tomando como referência o modelo do EOS, para professores e futuros professores de Matemática do Ensino Fundamental-Anos Finais e do Ensino Médio.

b) Avaliar, com base na guia de análise epistêmica do modelo do EOS, como os futuros professores e professores de Matemática do Ensino Fundamental-Anos Finais e do Ensino Médio implementam uma sequência de atividades, com base no modelo de van Hiele, explorando tópicos de Geometria.

c) Pesquisar, com base em guias de análises do modelo do EOS, sobre o desenvolvimento de conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores e futuros professores do Ensino Fundamental-Anos Finais e do Médio através da aplicação de sequências de atividades.

3 Intradisciplinar: “É uma relação entre os objetos de conhecimentos internos do próprio componente curricular, ou seja, como os temas contemporâneos transversais permeiam dentro das habilidades das diferentes unidades temáticas apresentadas” (COLARES; CRUZ, 2021, p. 2).

4 Interdisciplinar: “É uma abordagem integrada de temas contemporâneos transversais comuns entre diferentes componentes curriculares. Implica um diálogo entre os campos dos saberes, em que cada componente acolhe as contribuições dos outros, ou seja, há uma interação entre eles” (COLARES; CRUZ, 2021, p. 2).

Destaca-se que fizeram parte do processo formativo professores em atuação na rede pública municipal e estadual do município de Paulo Afonso-BA e licenciandos em Matemática da Universidade Estadual da Bahia-*Campus VIII*.

No que segue, nos próximos três capítulos serão apresentados os aportes teóricos que serviram de base para a investigação com foco na formação de professores, nos conhecimentos didáticos matemáticos do professor a partir do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática e sobre alguns aspectos que envolvem o ensino e a aprendizagem da Geometria no espaço escolar.

2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E OS SABERES DA DOCÊNCIA

A dialógica deste capítulo teórico fluiu a partir da perspectiva do desenvolvimento da formação de professores de Matemática no Brasil, considerando-se tanto o contexto da formação continuada como o da formação inicial. Porém, no âmbito da formação inicial a perspectiva não é a de se olhar para essa formação propriamente, mas para acadêmicos em processo de formação inicial e que participam de projetos advindos de políticas públicas que tem como objetivo inserir, desde o início do curso, esses futuros professores em ações diretamente nas escolas.

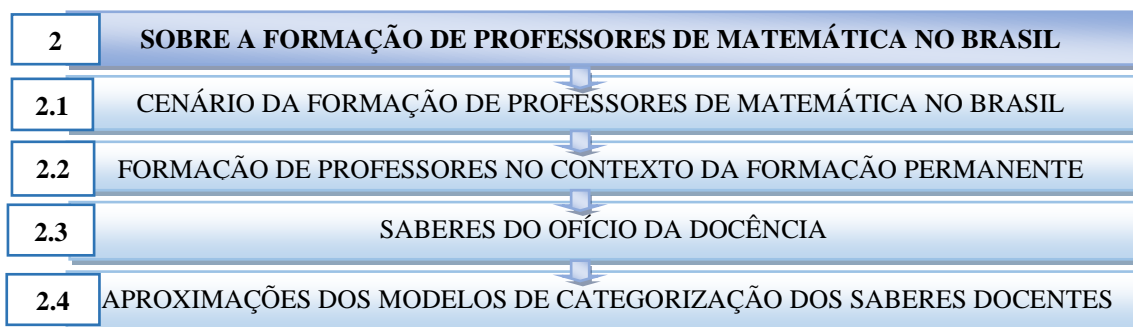
Considerando os múltiplos fatores envolvidos na formação de professores, o diálogo que se iniciou com a formação de professores de Matemática provocou a necessidade, por um lado, de uma ampliação da apropriação de conhecimentos sobre esta temática e, nesse sentido, se buscou apoio em Imbernón (2011), Zabala (2002) e Nóvoa (1992). Por outro lado, ao se olhar para a especificidade da formação de professores de Matemática emergiu a provocação no sentido de aprofundamento de saberes que se referem aos conhecimentos necessários a profissionalização do professor, que resultou em um estudo dos constructos de Gauthier *et al.* (2013), Tardif (2002, 2014), Schulman (1986, 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008). Assim, embora nem todos os aportes teóricos aqui apresentados vão ser tomados como referência nas análises, optou-se por mantê-los no quadro teórico que deu sustentação a investigação realizada, pois considera-se que o processo formativo que foi desenvolvido ficou impregnado pelas ideias, visões e entendimentos dos autores aqui abordados.

Ademais, como o processo formativo proposto no presente estudo tem como participantes tanto professores já em atuação, e nesse caso, refere-se a uma formação continuada, como futuros professores que participam de projetos de iniciação à docência, julgou-se pertinente buscar uma articulação entre essas diferentes perspectivas, não se afastando, contudo, da essência do proposto: a formação de professores de Matemática. Assim, articulou-se o texto dialogando, inicialmente, com informações levantados por documentos oficiais como o Censo Escolar da Educação Básica (BRASIL, 2021), Parecer das Diretrizes Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum para a Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica (BRASIL, 2019), Agenda 2030 da Organização das Nações Unidas (ONU, 2016) e outros.

Em um segundo momento, seguiu-se com discursos que alimentaram aspectos que caracterizam a formação docente no contexto da formação permanente, travando-se diálogos

com Imbernón (2011), Nóvoa (1992) e Zabala (2002) e, depois; enredou-se os diálogos teóricos com Tardif (2002, 2014), Gauthier *et al.* (2011), Schulman (1987) e Ball, Thames e Phelps (2008) no sentido de sistematizar entendimentos sobre os saberes docentes que devem ser mobilizados pelos professores pedagogos e disciplinares, na perspectiva de se compreender os caminhos teóricos percorridos por Godino e colaboradores para a implementação dos Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos-CCDM do EOS, cujos constructos estão na base do estudo produzido. Assim, o esquema da Figura 1 destaca, resumidamente, a estrutura organizacional do discurso do presente capítulo.

Figura 1 - Estrutura Organizacional do discurso do capítulo 2



Fonte: a autora.

2.1 CENÁRIO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO BRASIL

Os índices estatísticos do Censo da Educação Básica 2021 (BRASIL, 2021) relacionados aos professores brasileiros sinalizam a necessidade de profundas reflexões diante dos processos de formação dos professores da Educação Básica, especificamente, dos que estão na ativa. A priori, a maioria destes profissionais estão inseridos no Ensino Fundamental e representam, aproximadamente, 1,4 milhão (62,7%) de 2,2 milhões (100%) dos professores da Educação Básica e, destes, 741 mil estão inseridos na sala de aula dos anos iniciais e 753 mil nos anos finais e, ainda, 516 mil estão atuando no Ensino Médio.

E, é neste contexto que se insere a necessidade de investimento de políticas públicas para a formação do profissional professor da Educação Básica, pois, dos que atuam “Nos anos finais do Ensino Fundamental, 92,5% dos docentes possuem nível superior completo (89,6% em grau acadêmico de licenciatura e 2,9%, bacharelado” (BRASIL, 2021, p. 43), e, ainda se identifica 7,5% destes que atuam na sala de aula com o curso superior incompleto (em andamento) ou com o nível Médio/Normal/Magistério ou até mesmo nível Médio incompleto e, “Dos docentes que atuam no ensino médio, 97,4% têm nível superior completo (91,6% em

grau acadêmico de licenciatura e 5,8%, bacharelado) e 2,6% possuem formação de nível médio ou inferior” (BRASIL, 2021, p. 45).

Desta realidade, a área de Matemática não é exceção, pois, os índices apresentados pelo quadro representado pela Figura 2, adverte que do total de professores que atuam no Ensino Fundamental (anos finais).

Figura 2 - Indicador de adequação da formação inicial do professor de Matemática – Brasil 2021

Indicador da Formação Docente	Ensino Fundamental (Anos Finais)	Ensino Médio
Licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) em Matemática	66,3%	78,9%
Bacharelado em Matemática (sem licenciatura ou complementação pedagógica)	1,5%	1,7%
Licenciatura (ou bacharelado com complementação pedagógica) em outra área do conhecimento;	22,2%	14,3%
Formação superior distinta da licenciatura	2,5%	2,7%
Não possuem formação superior	7,5%	2,4%

Fonte: Censo Escolar da Educação Básica⁵.

Desta realidade, a área de Matemática não é exceção, pois, neste documento, o indicador de adequação da formação, que sintetiza a relação entre a formação inicial dos docentes de uma escola e a disciplina que leciona, adverte que existe um quantitativo considerável de professores que atuam na sala de aula de Matemática com formação inadequada e, a saber, existem 33,7% destes que estão inseridos nos anos finais do Ensino Fundamental e 21,1% que estão alocados no Ensino Médio, considerando-se os 4 últimos indicadores, já que o ordenamento legal vigente de formação para o professor desta área do saber é a Licenciatura em Matemática (BRASIL, 2021).

Nesse sentido, de acordo com o Censo Escolar de 2021, discutir a formação do professor da Educação Básica como instrumento de profissionalização, refletindo teoricamente sob as práticas docentes, conceitos teóricos, abordagens e tendências contemporâneas, pode ser um caminho para resolver alguns dos problemas que circundam o trabalho docente em sala de aula. Neste contexto, justifica-se o investimento na execução de propostas de formação de professores da Educação Básica, inclusive, aos de Matemática, pois, “Nos anos finais, o percentual de disciplinas que são ministradas por professores com formação adequada [...] se reduz consideravelmente quando comparado aos anos iniciais”

⁵ Censo Escolar da Educação Básica 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_escolar_2021.pdf. Acessado em: 14/06/2022.

(BRASIL, 2021, 46) e, “[...] no ensino médio, para cada município brasileiro, verifica-se que parte da região Centro-Oeste e da região Nordeste apresenta um desempenho ruim nesse indicador” (BRASIL, 2021, p. 48).

Ainda, no parecer instituído pelo Governo Federal, através do Ministério da Educação (MEC) que dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum para a Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica (atualizada em 18/09/2019) sugere-se a necessidade de formação para professores da Educação Básica procedida “[...] à luz das demandas educacionais contemporâneas e das proposições constantes na BNCC” (BRASIL, 2019, p. 1) e ainda, fortalece-se estas ideias quando articula as propostas de formação docente no sentido de garantir às expectativas de aprendizagens dos alunos, indicando que:

[...] os professores terão que desenvolver um conjunto de competências profissionais que os qualifiquem para uma docência sintonizada com as demandas educacionais de uma sociedade cada vez mais complexa, que exige continuar aprendendo e cujas características e desafios foram bem postulados na Agenda 2030 da Organização das Nações Unidas (ONU)⁶ com a qual nosso país se comprometeu (BRASIL, 2019, p. 1).

Portanto, há um alinhamento do Brasil com a Agenda 2030, fortalecida através do objetivo 4c deste documento, quando aborda ao estado o dever de “Assegurar a educação inclusiva e equitativa de qualidade, e promover oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos” (ONU, 2016, p. 18). Para tanto, o Brasil quando participou deste processo assumiu o compromisso de “Até 2030, substancialmente aumentar o contingente de professores qualificados, inclusive por meio da cooperação internacional para a formação de professores [...]” (ONU, 2016, p. 19).

Também, no Plano Nacional de Educação (PNE) a qualificação do docente se constitui um de seus pilares de sustentação, pois, será “[...] assegurado que todos os professores e as professoras da educação básica possuam formação específica de nível superior, obtida em curso de licenciatura na área de conhecimento em que atuam” (BRASIL, 2014, p. 78) e, o compromisso com a qualificação e a valorização profissional dos professores da Educação Básica é consagrado (metas 15, 16, 17 e 18) neste documento. Sendo que, nas metas 15 e 16 é que se valida a preocupação em se assegurar aos professores da Educação Básica políticas públicas direcionadas para a formação inicial, especificamente, para a formação em licenciatura na área de atuação e, também, estabelece-se a necessidade de investimentos na

⁶ A Lei Nº 37 9.394/1996 (LDB) prevê a adequação curricular dos cursos, programas ou ações da formação inicial e continuada de professores ao estabelecido na BNCC, quando, no § 8º do seu Artigo 3962 dispõe que “os currículos dos cursos da formação de docentes terão por referência a Base Nacional Comum Curricular”.

formação de professores, seja em nível de pós-graduação ou de formação em exercício na área específica de atuação, na perspectiva de atender as demandas da contemporaneidade (BRASIL, 2014).

Então, a qualificação dos professores, seja na formação inicial através das práticas pedagógicas ou na formação continuada diante das atividades efetivas, configura-se como um elemento de deveras importância para a melhoria do desempenho profissional daqueles que serão e dos que estão inseridos em sala de aula, na regência de turmas e no exercício da docência, pois, a formação docente como instrumento de profissionalização insere-se no contexto da formação permanente e “[...] exerce grande influência na percepção, construção e organização de diversos saberes docentes, que, de forma conjunta, se manifestarão no ato de ensinar, ou seja, no fazer docente em seu cotidiano” (ALBUQUERQUE; GONTIJO, 2013, p. 78).

Desta forma, compreende-se a formação de professores como um espaço dinâmico integrado ao cotidiano dos profissionais professores, que proporciona reflexões coletivas dos conhecimentos didáticos e metodológicos no contexto da experimentação das práticas pedagógicas apreendidas. É na formação docente, inserida no contexto da formação inicial ou continuada e, vista como um instrumento de profissionalização, que os professores, através das trocas de experiências, do repensar e do refazer a ação docente, ressignificam e redimensionam as suas atuações docentes para que se processe a produção de novos saberes.

[...] a formação não é analisada apenas como o domínio das disciplinas nem se baseia nas características pessoais do professor: significa também analisar a formação como elemento de estímulo e de luta pelas melhorias sociais e trabalhistas relacionais na prática da formação e das relações de trabalho (IMBERNÓN, 2011, p. 48).

Assim, o conceito de formação docente deve contribuir para o desenvolvimento de uma postura profissional que fortaleça as ações de autorreflexão e autoavaliação diante do fazer docente, pois, o pensar diante do que se faz, como se faz e por que se faz, contribui para o desenvolvimento da identidade de um profissional criativo, inovador e comprometido com a aprendizagem de seus alunos, pois, “Em uma sociedade democrática é fundamental formar o professor na mudança e para a mudança por meio do desenvolvimento de capacidades em grupo, e abrir caminho para uma verdadeira autonomia profissional compartilhada” (IMBERNÓN, 2011, p. 19).

Um ambiente de compartilhamento, colaboração e cooperação permite ao profissional professor o desenvolvimento de conhecimentos que possibilitam a autonomia diante da gestão

da sua própria profissionalização, já que “[...] estar em formação implica um investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projetos próprios, com vistas à construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional” (NÓVOA, 1992, p. 25). Neste caso, a formação de professores, através de cursos de aperfeiçoamento, ofertados no contexto da formação inicial ou continuada, deve ser inserida no contexto da formação experimental em exercício e se apresenta como:

[...] uma exigência nas atividades profissionais do mundo atual, não podendo ser reduzida a uma ação compensatória de fragilidades da formação inicial. O conhecimento adquirido na formação inicial se reelabora e se especifica na atividade profissional para atender a mobilidade, a complexidade e a diversidade das situações que solicitam intervenções adequadas (BRASIL, 2008, p. 09).

Mesmo diante das exigências contemporâneas por cursos de formação para professores de Matemática, demandadas pelas necessidades de implementações didático-metodológicas que favoreçam boas práticas para a sala de aula, ainda se considera muito frágil os investimentos de políticas públicas para esta demanda, ponderando os futuros professores em estágio e os professores em exercício na Educação Básica, de escolas públicas. Inclusive, o governo Federal através do Ministério da Educação-MEC, nos últimos 20 anos tem evidenciado poucas preocupações e remotas possibilidades de ofertas de cursos de formação para professores de Matemática.

Começando-se pelo cenário de ações de políticas públicas governamentais direcionadas para o aperfeiçoamento da formação inicial de professores, no quadro da Figura 3 apresenta-se dois programas de incentivos às propostas de iniciação à docência, sugeridos através de projetos específicos que são elaborados pelos professores dos componentes curriculares de Estágios, dentro da Universidade. Ambos visam proporcionar aos futuros professores aproximações teórico-práticas destes com o cotidiano das escolas públicas de Educação Básica, além de, vislumbrar elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciaturas.

Figura 3 - Programas de Formação para Futuros Professores de Matemática

FORMAÇÃO	OBJETIVO	PÚBLICO-ALVO	ANO IMPLANTAÇÃO
PIBID Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência	Antecipar o vínculo entre os futuros mestres e as salas de aula da rede pública e, assim, se faz uma articulação entre a Educação Superior, a escola e os sistemas municipais.	Futuros Professores que estejam cursando a primeira metade do curso de Licenciatura.	2007

FORMAÇÃO	OBJETIVO	PÚBLICO-ALVO	ANO IMPLANTAÇÃO
PRP Programa Residência Pedagógica	Contribuir para o aperfeiçoamento da formação inicial de professores da Educação Básica nos cursos de licenciatura, articulando comunicações entre as Instituições de Ensino Superior, a escola e os sistemas estaduais.	Futuros Professores que estejam cursando a partir da segunda metade do curso de Licenciatura.	2017

Fonte: Portal do MEC⁷

Cada um destes programas possui suas especificidades, as quais se articulam na proposta de aperfeiçoamento da formação inicial dos professores, porém, se complementam na inserção destes para vivências no *lôcus* de atuação, já que o PIBID é ofertado aos licenciandos que estão inseridos na primeira metade do curso de licenciatura e o PRP aos que estão cursando a segunda metade.

Já no que se refere aos cursos de formação de professores, representados pelo quadro da Figura 4, apenas o GESTAR II foi planejado para atender a demanda dos docentes de Matemática da Educação Básica e, neste caso, esta capacitação apresenta viés didático-pedagógico, já que apresenta propostas de “[...] desenvolver uma atitude investigativa e reflexiva, tendo em vista que a atividade profissional é um campo de produção do conhecimento, envolvendo aprendizagens que ultrapassem a simples aplicação do que foi estudado” (BRASIL, p. 01, 2007).

Figura 4 - Cursos de Formação Continuada para Professores da Educação Básica de 2000-2022

FORMAÇÃO CONTINUADA	OBJETIVO	PÚBLICO ALVO	ANO IMPLANTAÇÃO
GESTAR I Programa Gestão da Aprendizagem Escolar em Língua Portuguesa e Matemática.	Provocar transformações nas práticas de aprendizagem dos alunos, para que construam conhecimentos e desenvolvam capacidades de uso da língua e da Matemática.	Professores dos anos iniciais (do 1º ao quinto ano) do Ensino Fundamental em exercício nas escolas públicas	2001
GESTAR II Programa Gestão da Aprendizagem Escolar em Língua Portuguesa e Matemática.	Melhorar o processo de ensino aprendizagem, contribuir para o aperfeiçoamento da autonomia do professor na sua prática pedagógica e permitir ao professor o desenvolvimento de um trabalho baseado em habilidades e competências Matemáticas.	Professores de Matemática da Educação Básica em exercício nas escolas públicas	2004
PROINFANTIL Programa Nacional de Reestruturação e Aquisição de	Valorizar o magistério (Ensino Médio) e oferecer condições de crescimento ao profissional que atua na educação infantil.	Profissionais que atuam em sala de aula da educação infantil, nas creches e pré-escolas das	2005

⁷ Sobre o PIBID e PRP: Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica>. Acessado em: 14/06/22.

FORMAÇÃO CONTINUADA	OBJETIVO	PÚBLICO ALVO	ANO IMPLANTAÇÃO
Equipamentos para a Rede Escolar Pública de Educação Infantil.		redes públicas e da rede privada, sem fins lucrativos, que não possuem a formação específica para o magistério	
PRÓ-LETRAMENTO Programa de formação continuada de professores do EF.	Oferecer suporte à ação pedagógica dos professores dos anos/séries iniciais do Ensino Fundamental, contribuindo para elevar a qualidade do ensino e da aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática.	Professores que estão em exercício, nas séries iniciais do Ensino Fundamental das escolas públicas.	2005
PARFOR Plano Nacional de formação de professores da Educação Básica	Induzir e fomentar a oferta de Educação Superior gratuita e de qualidade.	Profissionais do magistério que estejam no exercício da docência na rede pública de Educação Básica e que não possuem a formação específica na área em que atuam em sala de aula.	2009
PNAIC Formação no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa	Estudar metodologias, avaliação, processos de ensino, utilização de materiais distribuídos pelo MEC e atividades práticas que contribuem para o debate acerca dos direitos de aprendizagem das crianças da etapa de alfabetização.	Coordenador pedagógico local por unidade de ensino da Educação Infantil e Professores alfabetizadores (1º ao 3º ano do EF) que estão na ativa.	2012

Fonte: Portal do MEC⁸

Desta forma, este curso procede com propostas de formação permanente no contexto da profissionalização quando aborda a possibilidade de “[...] atualização dos saberes profissionais por meio de estratégias de estudos individuais e coletivos e do acompanhamento da ação do professor no próprio local de trabalho” (BRASIL, p. 01, 2010) e, ainda, objetiva:

[...] tornar os professores competentes e autônomos para desencadear e conduzir um processo de ensino contextualizado, desenvolvendo as suas capacidades para o uso do conhecimento matemático, bem como para o planejamento e avaliação de situações didáticas que articulem atividades apoiadas em pressupostos da Educação Matemática (BRASIL, p. 01, 2010).

Neste caso, alimentar a formação dos professores de Matemática no mundo moderno, principalmente, diante das exigências demandadas pela realidade elucidada pelos tempos de pandemia da Covid-19, sugere-se um contexto de aperfeiçoamento profissional que envolve políticas públicas e vontade dos governantes para investimento em propostas de pesquisas científicas que demandem incentivo ao professor para se dedicar aos estudos, à pesquisa, a

⁸ Sobre a Formação Continuada de Professores. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/formacao>. Acessado em: 14/06/2022.

produção de novas maneiras de se ensinar e de aprender e, ainda, que procedam a elaboração de novos materiais didático-pedagógicos que ressignifiquem o desempenho profissional dos docentes. Neste sentido, no tópico seguinte, se insere ideias de se propor espaços de formação de professores no contexto da formação permanente, na perspectiva de se promover aperfeiçoamento profissional, seja para os futuros professores ou para os professores em exercício.

2.2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO PERMANENTE

É fato a necessidade de que a instituição escolar se insira na perspectiva de mudanças diante de velhos paradigmas e, conseqüentemente, de atendimento eficiente às demandas procedentes das necessidades da atualidade. Exige-se, nestes tempos, um professor cuja “[...] formação assume um papel que vai além do ensino que pretende uma mera atualização científica, pedagógica e didática e se transforma na possibilidade de criar espaços de participação, reflexão e formação” (IMBERNÓN, 2011, p. 19). Referindo-se a tal demanda profissional, Zabala (2002) afirma que:

[...] trata-se de formar para a inovação pessoas capazes de evoluir, de se adaptar a um mundo em rápida mutação e de dominar a mudança. Faz-se necessário um trabalhador e uma trabalhadora que, como saber fazer, saiba pensar, portanto, tenha um nível elevado de escolarização e uma atitude de formação permanente, cujas habilidades de aprender a aprender e de trabalhar em equipe atuem como fio condutor (ZABALA, 2002, p. 57).

Diante da complexidade de saberes necessários ao docente é relevante a este profissional se inserir em grupos de estudos e pesquisas, dos quais os membros cuidem da formação em um contexto coletivo, reflexivo, experimental e permanente. Neste cenário, percebe-se que “O trabalho centrado na pessoa do professor e na sua experiência é particularmente relevante nos períodos de crise e de mudança [...]” (NÓVOA, 1992, p. 15).

Nestes espaços, onde se preza pela pessoa do professor em tempos de mudanças, as aprendizagens são referenciadas de forma coletiva e, é oportuno ao docente, a retroalimentação dos conhecimentos profissionais anteriores, ou seja, da formação inicial e, que estes se permitam às reflexões sobre as próprias práticas pedagógicas, diante da execução de projetos que prezem pela aplicabilidade prática aos seus alunos, porém, que tenham fundamentação em esquemas teóricos que os sustentem. Sobre o desenvolvimento das

competências docentes em contextos de práticas e de reflexões coletivas e colaborativas em ambientes de trabalho, Imbernón (2011) afirma que:

Essa crescente complexidade social e educativa da educação (ainda maior no futuro) deveria fazer com que a profissão docente se tornasse, em consonância, menos individualista e mais coletiva, superando o ponto de vista estritamente individual aplicado ao conhecimento profissional, em que a colaboração entre os companheiros está ausente, já que o professor se converte em instrumento mecânico e isolado da aplicação e reprodução, com algumas competências limitadas à aplicação técnica em sala de aula (IMBERNÓN, 2011, p. 71).

E, levando-se em consideração estas premissas se torna evidente a necessidade e relevância da formação de professores no contexto da formação permanente e com viés de práticas investigativas em serviço, no sentido de que o processo de constituição da identidade profissional de um professor começa no espaço da formação inicial, porém, para se solidificar necessita de espaços de experiências, trocas de saberes com outros docentes e reflexões teóricas através de estudos e distintas experimentações em sala de aula. A partir deste contexto, concorda-se com Imbernón (2011, p. 36) quando destaca que “O conhecimento pedagógico especializado se legitima na prática e, mais do que no conhecimento das disciplinas, reside nos procedimentos de transmissão [...]”.

Assim, a formação do professor, inclusive, daquele ainda em formação inicial, deve se processar de forma permanente, no sentido de permitir reflexões que incitem neste a conscientização da necessidade de renovação de saberes, de melhoria das práticas pedagógicas, de revisão contínua dos conhecimentos didáticos para propor aulas mais dinâmicas, permeadas por inovações metodológicas e que qualifiquem a elaboração de estratégias de ensino com foco em facilitar a aprendizagem dos alunos. Nesta perspectiva, Imbernón (2011) conclui que:

A formação permanente do professor deve ajudar a desenvolver um conhecimento profissional que lhe permita: avaliar a necessidade potencial e a qualidade da inovação educativa que deve ser introduzida constantemente nas instituições. Desenvolver habilidades básicas no âmbito das estratégias de ensino em um contexto determinado, do planejamento, do diagnóstico e da avaliação; proporcionar as competências para ser capaz de modificar as tarefas educativas continuamente, em uma tentativa de adaptação à diversidade e ao contexto dos alunos; comprometer-se com o meio social (IMBERNÓN, 2011, p. 72).

Percebe-se, assim, que se tornar professor é um processo de longa duração e vai muito além das aprendizagens acadêmicas do curso de graduação e, certamente, exige vivências na sala de aula e apropriações de aprendizagens práticas, que emergem do “chão da sala de aula”, de experimentações com materiais de ensino diversificados, da criatividade diante da

necessidade de se inovar, da troca de saberes com os professores parceiros e; estes saberes experienciais (Tardif, 2014) estão articulados com contextos de conhecimentos acadêmicos-pedagógicos e de adaptações as diversidades culturais e sociais que englobam o cenário de aprendizagem dos alunos.

Nesta perspectiva, o projeto de formação de professores no contexto da formação permanente deve estimular nos docentes possibilidades de autorreflexões e de autocríticas em um esquema cognitivo que favoreça a elaboração de um percurso formativo, que possibilite seu desenvolvimento profissional de maneira autônoma, pois, “Estar em formação implica um investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projectos próprios, com vista à construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional” (NÓVOA, 1992, p. 13).

Neste cenário, evidencia-se que ninguém nasce professor, mas sim, se constitui um ao longo dos tempos, através das experiências e das reflexões das suas próprias práticas docentes e, se faz necessário investimento pessoal no desenvolvimento da sua formação, pois, “A formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal” (NÓVOA, 1992, p. 13). Seguindo esta linha de raciocínio, configura-se que:

A formação passa pela experimentação, pela inovação, pelo ensaio de novos modos de trabalho pedagógico. E por uma reflexão crítica sobre a sua utilização. A formação passa por processos de investigação, directamente articulados com as práticas educativas (NÓVOA, 1992, p. 16).

E, confere-se que a profissão docente está em constante mudança de paradigma e sofre inovações todos os dias, acompanha e se adequa às demandas da contemporaneidade, porque o conhecimento não está e nem nunca estará acabado. Desta forma, acredita-se que uma formação para professores deve ser conduzida por características que movem o professor em sua sala de aula e, sejam estas: inquietações e curiosidades que alimentam o prazer da descoberta; espírito de exploração diante dos saberes novos e antigos, na perspectiva de se elaborar novas metodologias de ensino e as motivações de se utilizar de novas técnicas e tecnologias de ensino com foco na possibilidade de contribuir para a aprendizagem do aluno.

Com base nestas ideias, é viável debater sobre a formação de professores na perspectiva de desenvolvimento profissional permanente e com propostas de se criar espaços de discussões com os docentes sobre os métodos de ensino; promover espaços de estudos para garantir ao docente oportunidades de reflexões sobre os saberes específicos, diante de uma

dimensão mais ampla e que englobe a interdisciplinaridade⁹; permitir ao coletivo a visualização do conhecimento em um campo mais generalizado, superando a fragmentação dos saberes; evidenciar possibilidades de se identificar novas formas de ensinar, inserindo boas dinâmicas e novos recursos de ensino, inclusive, tecnológicos e que atendam as demandas da atualidade.

Contudo, na ocasião dos estudos e na perspectiva do desenvolvimento profissional “[...] é preciso revisar criticamente os conteúdos e os processos da formação permanente do professor para que gerem um conhecimento profissional ativo e não passivo, e não dependente de um conhecimento externo, nem subordinado a ele (IMBERNÓN, 2011, p. 76) e que permitam ao mesmo o desenvolvimento dos saberes docentes necessários à sua boa performance na sala de aula. E, para melhor entendimento sobre os conhecimentos e competências que são inerentes ao profissional professor submerge-se aos estudos dos saberes do Ofício da Docência.

2.3 SABERES DO OFÍCIO DA DOCÊNCIA

Almeja-se aqui, aprofundar as reflexões, de maneira ampla, sobre os saberes mobilizados pelos docentes e que são importantes de serem de conhecimento de futuros professores. Desta forma, apresentar-se-á, inicialmente, duas categorias de saberes docentes que se complementam diante das suas respectivas caracterizações e, para tanto, utilizar-se-á como base teórica as interlocuções intermediadas pelos estudos dos pesquisadores Clermont Gauthier *et al.* (2013) e Maurice Tardif (2002, 2014).

Sendo assim, os estudos apontam que a compreensão da docência se estabelece através de saberes peculiares que são próprios da profissão professor, porém, a concepção desta profissão em outros tempos, se apresentava como um ofício sem saberes específicos, embasada em ideias preconcebidas, “ao contrário de vários outros ofícios que desenvolveram um *corpus* de saberes necessários à execução das tarefas que lhe são próprias” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 20).

Os profissionais professores mantinham as ações de ensinar embasadas nas suas próprias concepções e por muito tempo acreditou-se que para ensinar era suficiente: “conhecer o conteúdo”, “ter talento”, “ter bom senso”, “seguir a sua intuição”, ter

⁹ [...] interdisciplinaridade é definida como interação existente entre duas ou mais disciplinas, [...] pode nos encaminhar da simples comunicação das ideias até a integração mútua dos conceitos-chave da epistemologia, da terminologia, do procedimento, dos dados e da organização da pesquisa e do ensino, relacionando-os (FAZENDA, 2008, p. 18).

experiência”, “ter cultura” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 20), pois, este mesmo autor ainda afirma que “[...] mesmo que o ensino já venha sendo realizado há séculos, é muito difícil definir os saberes envolvidos no exercício desse ofício, tamanha a sua ignorância em relação a si próprio” (p. 20). Desta forma, ficava à revelia a formalização de saberes docentes, metodologias de ensino, conhecimentos didático-pedagógicos, competências e habilidades necessárias ao bom desempenho do professor na sala de aula diante da aprendizagem dos seus alunos, características relevantes ao bom desempenho do professor em sala de aula.

Gauthier *et al.* (2013) confirma que “A origem desse projeto de formalização da atividade docente é um tanto quanto antiga. A ideia de transformar a Pedagogia numa ciência vinha tomando corpo, tanto na Europa quanto nos Estados Unidos, desde o fim do século 19” (GAUTHIER *ET TAL.*, 2013, p. 26). Então, com o avanço das pesquisas científicas inicia-se a compreensão de que a profissão professor se estabelece em uma graduação, dentro de uma universidade e se apresenta como um ofício com conhecimentos próprios e específicos da docência. Para o professor, “[...]assim se esperava, tornar-se-á uma espécie de engenheiro (ou técnico) do ensino cujo papel consistirá em aplicar, aos problemas que encontra, soluções preestabelecidas cientificamente” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 26).

Neste contexto, de formalização do ofício da docência, que para Gauthier *et al.* (2013) se conjectura como um “Ofício feito de saberes”, se estrutura um conjunto de conhecimentos que devem ser mobilizados pelo professor durante o ensino na sala de aula, como por exemplo, gestão dos planejamentos de aulas, de metodologias de ensino, de controle de disciplina/indisciplina da classe, de avaliação escolar, de conhecimento de conteúdo, de fases de aprendizagem dos alunos etc e, estes além de serem pontos de reflexões e estudos explorados na formação inicial, também, [...] foram validados pela pesquisa e deveriam ser incorporados aos programas de formação de professores” (TARDIF, 2002, p. 01).

O ensino passou a ser avaliado “como a mobilização de vários saberes que formam uma espécie de reservatório no qual o professor se abastece para responder a exigência específica de uma situação concreta de ensino” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 28) e, para Tardif (2002) estes saberes articulam-se entre si e compõem-se dos conhecimentos, competências, habilidades (ou aptidões) e atitudes dos docentes. Desta forma, representam:

[...] o conjunto dos saberes que fundamentam o ato de ensinar no ambiente escolar. Esses saberes vêm de fontes diversas (formação inicial) e contínua dos professores, currículo e socialização escolar, conhecimento das disciplinas a serem ensinadas, experiência na profissão, cultura pessoal e profissional, aprendizagem com os pares etc (TARDIF, 2002, p. 01).

Então, os saberes dos profissionais professores são provenientes de distintas fontes (formação inicial e contínua) e são estabelecidos em diferentes relações (como estudante, como professor e como formador); estão condicionados com a sua identidade profissional, com a experiência de sala de aula, interrelação com os alunos e demais agentes escolares, com a disponibilidade de estudos, com a postura diante das trocas de saberes com os colegas e, enfim; os saberes docentes são temporais, plurais, heterogêneos, personalizados e carregam as marcas da identidade profissional de cada professor (TARDIF, 2014).

Tardif (2014, p. 36), também, reforça essa premissa quando afirma que o saber docente é “[...] um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais” e, estes saberes vão muito além dos conhecimentos que foram ensinados na graduação (formação inicial), pois, representam uma tipologia de ideias articuladas entre si por meio da teoria e da prática. No que segue descreve-se algumas categorizações destes conhecimentos necessários a mobilização docente do professor em sala de aula, na perspectiva de Tardif (2014) e Gauthier *et al.* (2013).

2.3.1 Saberes docentes segundo Tardif

Tardif (2002, 2014) explica que a prática docente integra diferentes saberes e que estes se interrelacionam como um saber plural, que representa a combinação dos saberes oriundos da formação profissional e os disciplinares, curriculares e experienciais e, assim, segue-se dialogando sobre estes.

- a) Saberes da formação profissional (das ciências da educação e da ideologia pedagógica): referenciam “[...] o conjunto de saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores (escolas normais ou faculdades de ciências da educação (TARDIF, 2014, p. 36)”. São estes conhecimentos produzidos por algumas ciências, incluindo-se a ciência da educação, são incorporados a prática docente do professor e são destinados a formação científica ou tecnológica da aprendizagem docente.

Neste contexto, se insere a prática docente como ação formalizada que mobiliza diversos saberes pedagógicos e estes se apresentam “[...] como doutrinas ou concepções provenientes de reflexões sobre a prática educativa [...] reflexões racionais e normativas que conduzem a sistemas mais ou menos coerentes de representações e de orientações de atividade educativa (TARDIF, 2014, p. 37)”. É o caso, por exemplo,

da legitimação científica das doutrinas situadas nas suas próprias ideologias: Escola nova nas concepções de Freinet, Pedagogia crítica com as ideias de Paulo Freire, as metodologias ativas abordada na visão do seu precursor William Glasser e outras.

- b) Saberes disciplinares: “Estes saberes integram-se igualmente à prática docente através da formação (inicial e contínua) dos professores nas diversas disciplinas oferecidas pela universidade (TARDIF, 2014, p. 38)”. Emergem da tradição cultural e são reconhecidos e identificados como pertencentes aos diversos campos do conhecimento, já que integram as diversas disciplinas (Matemática, História, Geografia, Português, Biologia e outras) que agregam os planos de cursos no âmbito das universidades e, estes independem das disciplinas que fomentam a formação de professores.
- c) Saberes curriculares: “Estes saberes correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos, métodos a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e selecionados como modelos [...] (TARDIF, 2014, p. 38)”. Desta forma, se referem aos programas de ensino da escola e estão intimamente conectados aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos de ensino que os professores devem se apropriar para conduzir a gestão do ensino dos conhecimentos socialmente produzidos (saberes disciplinares) aos estudantes.
- d) Saberes experienciais: “Esses saberes brotam da experiência e são por ela validados. Eles incorporam-se à experiência individual e coletiva sob a forma de *habitus* e de habilidades, de saber-fazer e de saber-ser (TARDIF, 2014, p. 39)”. São os saberes práticos, experienciais, específicos, baseados nas atividades cotidianas e no bom senso do professor.

Por mais que Tardif (2014) especifique que os saberes docentes são oriundos do conhecimento das ciências da educação e de métodos e técnicas pedagógicas (saberes da formação profissional), do domínio do conteúdo específico a ser ensinado (saberes disciplinares), da gestão do ensino dos conhecimentos socialmente produzidos ao longo do tempo (saberes curriculares) ou da experiência cotidiana de administrar os métodos e estratégias de ensino em sala de aula (saberes experienciais), também reconhece que existe um saber específico que se legitima no fazer cotidiano da profissão docente e que é o resultado da junção de todos esses saberes. Portanto, reafirma sua tese de que os saberes do ofício da docência é, um amálgama de diferentes conhecimentos, derivados de distintas fontes, articulados e mobilizados pelos professores de acordo com a necessidade da sua ação docente.

2.3.2 Saberes docentes segundo Gauthier *et al*

Gauthier *et al* (1998), aprofundando-se sobre os saberes da docência, expandiu a classificação dos ofícios acerca dos saberes abordados por Tardif, apresentando no seu constructo os seguintes saberes: disciplinar, curricular, das ciências da educação, da tradição pedagógica, experiencial e da ação pedagógica, sobre os quais segue-se dialogando:

- a) Saber disciplinar: “refere-se aos saberes produzidos pelos pesquisadores e cientistas nas diversas disciplinas científicas [...]” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 29). Estes correspondem aos componentes curriculares que compõem os cursos de graduação no âmbito das universidades, faculdades, institutos e outros.

O professor precisa conhecer os saberes específicos do componente curricular que ensina para saber ensinar, já que, “[...] não se pode ensinar algo cujo conteúdo não se domina” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 29). Este mesmo estudioso, avalia o quanto é importante para o bom desempenho do professor em sua sala de aula, conhecer com profundidade os conteúdos da disciplina que ensina, pois, “as pesquisas vêm mostrando, cada vez mais, que o tipo de conhecimento que o professor possui a respeito da matéria influi no seu ensino e na aprendizagem dos alunos (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 30).

- b) Saber Curricular: Para Gauthier *et al.* (2013) os saberes disciplinares sofrem transformações de inúmeros agentes (como por exemplo: funcionários do estado, especialistas das diversas disciplinas, autores de editoras de livros e outros) para se tornarem um programa de ensino. Desta forma, para a mobilização dos saberes necessários ao bom planejamento de ensino, “O professor deve conhecer o programa, que constitui um outro saber de seu reservatório de conhecimentos. É, de fato, o programa que serve de guia para planejar, para avaliar” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 31).

Neste caso, estes saberes se referem aos programas que delineiam os objetos de ensino e, na atualidade, articulam-se com os planos de ensino e suas respectivas habilidades, descritas na Base Nacional Comum Curricular e com os descritores da Prova Brasil, propostos para cada etapa de ensino e, formam um conjunto de conhecimentos que devem ser ensinados e contemplados na sala de aula como às expectativas de aprendizagem dos alunos.

- c) Saber das ciências da educação: Relaciona-se ao saber que trata da estruturação do sistema escolar, ou seja, trata da organização basilar, hierárquica e administrativa da escola, projeto político pedagógico, conselho escolar, regimento interno, sindicato, carga horária, projeto de curso, atividade complementar, noções do desenvolvimento da criança e outros.

Refere-se aos saberes que não estão relacionados diretamente a ação pedagógica do professor, porém, permeiam o sentido de o docente existir profissionalmente, já que traduzem as especificidades da profissão professor. São conhecimentos peculiares à profissão professor, adquiridos na formação acadêmica inicial e implementados no chão da escola e, aludem a “um conjunto de saberes a respeito da escola que é desconhecido pela maioria dos cidadãos comuns e pelos membros das outras profissões” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 31).

- d) Saber Experiencial: São saberes que referenciam o hábito e o bom senso do docente, estão intimamente relacionados com o exercício privado da prática e da experiência pessoal do professor, se embasam em artimanhas, artifícios e esquemas limitados ao saber próprio do docente na sala de aula e, neste sentido, o professor está susceptível à revogação de concepções equivocadas da própria prática, pois, estas não têm validade científica. Neste caso, “O que limita o saber experiencial é exatamente o fato de que ele é feito de pressupostos e de argumentos que não são verificados por meio de métodos científicos (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 29)”.

Todavia, para Gauthier *et al.* (2013), para que os saberes experienciais sejam reconhecidos pelos pesquisadores como saberes específicos da profissão docente, faz-se necessário que sejam determinados e validados por técnicas, métodos e pesquisas científicas e, ainda, publicados e divulgados para conhecimento e experimentação pela comunidade docente.

- e) Saber da tradição pedagógica: No fazer da escola se instala a tradição do ensino simultâneo quando “O mestre deixa de dar aulas no singular [...] passa a praticar muito mais o ensino simultâneo, dirigindo-se a todos os alunos ao mesmo tempo” (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 32)” e, frequentemente, a sala de aulas com as cadeiras arrumadas em fileiras para garantir o silêncio e o estado de inércia dos alunos durante às aulas.

Deste modo, se cristaliza na escola a pedagogia da ordem, cuja representação mental determina ao professor, mesmo antes deste ter frequentado um curso na universidade, os moldes que caracteriza o “saber da tradição pedagógica”, que por sinal, poderiam

ser desconstruídos durante a formação acadêmica, porém, muitas vezes estes servem de guia para o comportamento do futuro professor.

- f) Saber da ação pedagógica: “o saber da ação pedagógica é o saber experiencial dos professores a partir do momento em que se torna público e que é testado pelas pesquisas realizadas em sala de aula (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 33)”.

Desta forma, é um saber produzido através da pesquisa da prática e experimentação do professor na sala de aula com os seus alunos e quando este experimento é sistematizado, contextualizado, validado, legitimado e divulgado por meio de pesquisas científicas da educação, nasce daí o saber da ação pedagógica. Este saber referencia as representações das estratégias, técnicas e metodologias de ensino que foram sendo construídas cientificamente ao longo do tempo no contexto histórico da educação.

Gauthier *et al.* (2013), ressalta que “Os resultados das pesquisas sobre o saber da ação pedagógica poderiam contribuir enormemente para o aperfeiçoamento da prática docente (GAUTHIER *et al.*, 2013, p. 29, p. 34)”, porém, considera-se que contribui por demasia, apesar que este é o tipo de saber que é menos produzido pelo professor da Educação Básica, mas, pondera-se, este é o mais necessário a profissionalização do ensino. Segundo Gauthier *et al.* (2013), diante do desconhecimento dos saberes da ação pedagógica, o professor recorrerá aos saberes da sua experiência, da tradição, da sua jurisprudência particular para embasar sua prática docente e, desta forma, se utilizará de saberes limitados, o que não o distinguirá em nada do cidadão comum.

2.3.3 Saberes do ofício da docência disciplinar: um olhar para a Matemática

Na discussão que segue, pretende-se embrenhar-se nas reflexões que englobam os saberes mobilizados pelos professores especialistas em disciplinas específicas e, para tanto, estruturou-se a elaboração destes argumentos partindo das ideias de Schulman (1986, 1987) com a pretensão de entendimento da elaboração dos critérios de Ball, Thames e Phelps (2008), que se apoiou na literatura do primeiro para apresentar um modelo de saberes docentes que devem ser mobilizados pelo professor de Matemática. Assim, apresenta-se os diálogos que se referem aos constructos destes autores.

2.3.3.1 Saberes docentes do professor de disciplina

Para a abordagem dos saberes docentes disciplinares, Lee Shulman (1987) publicou estudos que enfatizavam a necessidade de se especificar uma retórica de conhecimentos com o propósito de se estabelecer um *status* profissional ao exercício da docência disciplinar. Apesar do autor se utilizar do termo conhecimento, neste estudo não será feita distinção entre saber e conhecimento, porque entende-se que os termos se aproximam diante das concepções e significados. Desta forma, com base nas concepções de Shulman (1987) afirma-se que:

[...] existe uma “base de conhecimento para o ensino” – um agregado codificado e codificável de conhecimento, habilidade, compreensão e tecnologias, de ética e disposição, de responsabilidade coletiva – e também um meio de representá-lo e comunicá-lo (SHULMAN, 1987, p. 200).

O pesquisador sugere que esta “base de conhecimento para o ensino” deve fazer parte da formação profissional do professor, deve implementar as práticas de ensino, desenvolver as habilidades de como ensinar e a compreensão de como o aluno aprende. Para Shulman (1987), os conhecimentos que constituem este arcabouço de saberes se referem as características, saberes, habilidades, competências e posturas que constituem um sujeito comum num professor competente

Desta forma, o autor, através dos seus estudos de 1986, apontou três categorias teóricas de conhecimento que são evidenciadas no desenvolvimento cognitivo do professor de disciplina: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Mas, depois, em 1987, revisou estas categorias desdobrando-as em sete categorias de saberes e, são elas caracterizadas de acordo com o seu referencial teórico:

- a) Conhecimento do conteúdo: Refere-se ao conhecimento disciplinar, especificamente, do objeto de ensino que será abordado na sala de aula.
- b) Conhecimento pedagógico geral: Incorporam os princípios, metodologias de ensino e estratégias de gestão e organização da sala de aula.
- c) Conhecimento do currículo: representa os programas de conteúdos que especificam os assuntos (tópicos) por nível de estudo e, também, se inclui os materiais instrucionais diversos que implementem as aulas.
- d) Conhecimento pedagógico do conteúdo: É a articulação do conteúdo com as diversas formas (estratégias e metodologias) de ensinar e, é de domínio exclusivo dos professores.

- e) Conhecimento dos aprendizes e suas características: Detectar as dificuldades dos alunos, no intuito de propor adequadas maneiras de ensinar e sanar as suas dificuldades.
- f) Conhecimento dos contextos educacionais: Engloba o funcionamento da escola, da sala de aula, da gestão e financiamento dos sistemas educacionais, conselho escolar, características das comunidades e suas culturas.
- g) Conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação, bem como de sua base histórica e filosófica.

Dentre estas categorias, Shulman (1987) enfatiza a relevância da categoria do “conhecimento pedagógico do conteúdo”, alegando que esta é de domínio específico do professor especialista, pois, este conhecimento envolve a articulação entre o conteúdo da disciplina e os saberes pedagógicos para a compreensão de como se ensinar determinado objeto de conhecimento com êxito. Desta forma, enfatiza-se que:

O conhecimento pedagógico do conteúdo é, muito provavelmente a categoria que melhor distingue a compreensão de um especialista em conteúdo daquela de um pedagogo. Embora se possa dizer muito mais sobre as categorias de base para o ensino (SCHULMAN, 1987, p. 207).

Este conhecimento é àquele que permite ao docente especialista (professor de disciplina) a oportunidade de reflexões didático-pedagógicas diante dos conteúdos contemplados por um componente curricular específico: Quais assuntos ou tópicos de conteúdos devem ser estruturados para um determinado nível de ensino?, Como adaptar os conteúdos da aula para a realidade dos alunos em questão?, Como fomentar o planejamento de aulas para facilitar a aprendizagem dos discentes?, Qual a melhor estratégia de ensino para a sistematização de determinado conteúdo?, Como planejar aula de acordo com os interesses e às habilidades dos alunos, nas situações de ensino?, Qual material de ensino aplicar nesta oportunidade de situação de ensino?, etc. Sistemáticamente, para Schulman (1986), conhecimento pedagógico do conteúdo representa:

As formas mais úteis de representação dessas ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações - em uma palavra, as formas mais úteis de representar e formular o assunto para torná-lo compreensível aos outros... Conhecimento pedagógico do conteúdo inclui também uma compreensão do que torna a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil: as concepções e preconceitos que os alunos de diferentes idades e experiências trazem consigo para a aprendizagem dos temas mais frequentemente ensinados nas aulas (SHULMAN, 1986, p. 9).

É fato, diante das leituras que embasam esta retórica, que para o professor especialista adquirir a “base de conhecimentos” sugerida por Schulman (1987) leva tempo de estudos e se faz necessário esforço próprio para investimentos através da formação acadêmica na área específica de ensino/disciplina; no conhecimento dos materiais de ensino e do entorno do processo educacional institucionalizado (currículo, material didático, organização escolar, financiamento educacional, entendimento da estrutura da profissão docente, etc); leitura diversas de materiais de pesquisas (artigos, revistas, livros etc); compreensões sobre escolarização, avaliação, estratégias de ensino, aprendizado humano, desenvolvimento humano, etc e, também; sabedoria (experiência) que deriva da própria prática (SCHULMAN, 1987).

Schulman (1987) conclui sua pesquisa afirmando que apesar da profissão docente ser uma das mais antigas do mundo, o estudo sistemático do ensino é relativamente novo, então, a base de saberes docentes definida não é fixa e nem definitiva e muitos outros conhecimentos ainda podem ser descobertos, inventados e refinados, pois, “A medida que aprendemos mais sobre o ensino, vamos começar a reconhecer novas categorias de desempenho e compreensão que são características dos bons professores e teremos que reconsiderar e redefinir outros campos” (SHULMAN, 1987, p. 213).

2.3.3.2 Saberes docentes do professor especialista em Matemática

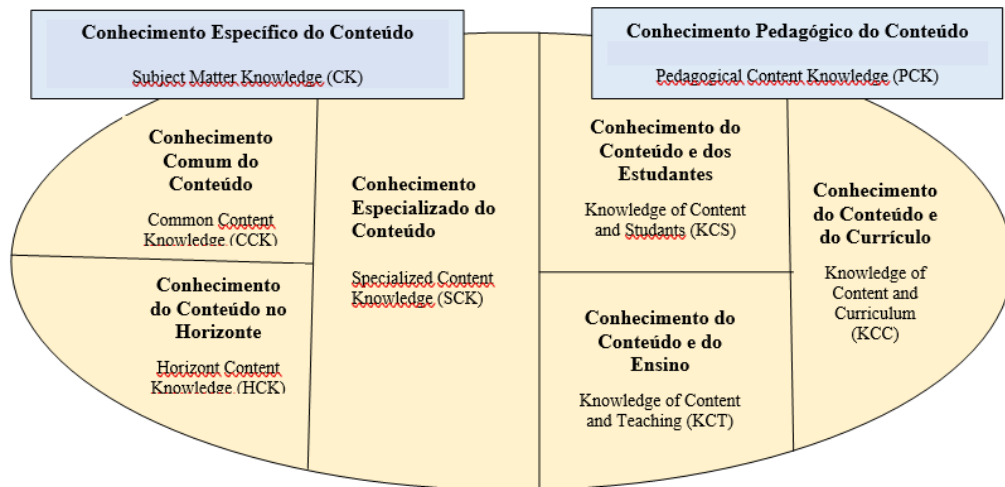
Como a teoria de Shulman (1986, 1987) indica os saberes docentes que abrangem os profissionais professores de amplas disciplinas, então, os pesquisadores estadunidenses Deborah L. Ball, Mark H. Thames e Geoffrey Phelps (2008), retomaram a discussão, tempos depois, na expectativa de compreender quais os saberes docentes inerentes ao ofício do professor especialista em Matemática. Para tanto, utilizaram-se das bases teóricas do modelo de Schulman (1987), especificamente, da categoria do “conhecimento do conteúdo para o ensino” e do conceito de “conhecimento pedagógico do conteúdo” para elaborar o modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (Mathematics Teachers Specialized Knowledge - MTSK).

A contextualização da primeira categoria, conhecimento do conteúdo para o ensino, se refere aos saberes que o professor possui da Matemática como disciplina científica e relaciona-se com a qualidade da compreensão dos conteúdos que estes professores ensinam. Já, a segunda, conhecimento pedagógico do conteúdo, está relacionada com o currículo de Matemática; estratégias, metodologias e materiais vinculados as diversas maneiras de se

ensinar; fases de aprendizagem do ser humano; estratégias de avaliação escolar; dificuldades de aprendizagem e outras, ou seja, este domínio integra a demanda do conhecimento de conteúdo específico em conexão com as práticas de sala de aula.

Assim, Ball, Thames e Phelps (2008) descrevem os domínios e subdomínios de um modelo (Figura 5) que categoriza conhecimentos considerados relevantes para mobilização na sala de aula do professor de Matemática.

Figura 5 - Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK)



Fonte: Adaptada de Ball, Thames e Phelps (2008).

O esquema do modelo dos saberes matemáticos descritos pela Figura 5, abrange dois conjuntos de domínios de conhecimentos: Conhecimento Específico do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. O primeiro domínio, apresenta três subdomínios: Conhecimento comum do conteúdo, Conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do conteúdo no horizonte e; o segundo, exhibe mais três subdomínios: Conhecimento do conteúdo e dos estudantes, Conhecimento do conteúdo e do ensino e Conhecimento do conteúdo e do currículo. Desta forma, apresenta-se a retórica das características de cada termo deste esquema de acordo com a literatura estudada:

- a) **Do conhecimento específico do conteúdo:** que trata, especificamente, do conteúdo matemático a ser ensinado e, gera-se os seguintes subdomínios:
 - i. Conhecimento especializado do conteúdo: trata-se do conhecimento matemático vinculado unicamente ao ensino, pois, demanda compreensão e raciocínio matemático complexo e refinado. É exclusivo do professor e, este tipo de conteúdo, normalmente, é utilizado apenas por estes para condução do trabalho

docente diante de demonstrações, teoremas, definições, provas etc (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

- ii. Conhecimento Comum do conteúdo: Refere-se ao conhecimento matemático que não é utilizado apenas pelos professores de Matemática, pois, está presente no contexto de diversas profissões e serve para resolver problemas de aplicabilidade profissional e de resoluções comuns do cotidiano (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).
 - iii. Conhecimento do Conteúdo no Horizonte: Abrange o conhecimento matemático que compõe o currículo escolar, descreve-se como temas matemáticos que estão conectados entre si, seja dentro da disciplina Matemática ou na amplitude do currículo escolar. E, faz-se necessário ao professor conhecer as articulações e conexões entre os tópicos conceituais, para definir métodos, estratégias e materiais para abordagem mais facilitada para o aluno e representações de ideias matemáticas mais adequadas ao ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).
- b) **Do conhecimento pedagógico do conteúdo**: que aborda, especificamente, sob o arcabouço de conhecimentos necessários ao adequado planejamento e ao bom desempenho do professor em sala de aula. Deste, se elaborou mais três subdomínios:
- i. Conhecimento do conteúdo e dos estudantes: Trata-se do conhecimento associado ao fato de o professor antecipar as possíveis concepções erradas dos alunos; interpretar os seus pensamentos equivocados; prever os possíveis erros/dificuldades destes diante de uma tarefa específica; habilidade de saber o que será interessante, motivador ou desafiante para os alunos; supor as dificuldades que o aluno irá apresentar diante de um determinado conteúdo; fazer as conexões entre o conhecimento do aluno (do senso comum) com o conhecimento científico (sistematizado) e outros (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).
 - ii. Conhecimento do conteúdo e do ensino: Aborda o conhecimento associado à necessidade de estruturação sequencial dos conteúdos a ensinar, reconhecer os prós e contras de abordagens de representações difíceis, habilidade de adaptar as questões matemáticas às realidades das demandas cognitivas dos alunos, na abordagem de novo conteúdo decidir adequadamente com qual exemplo começar e quais exemplos usar para levar os alunos a aprendizagens mais aprofundadas e com significado (BALL, THAMES E PHELPS, 2008).
 - iii. Conhecimento do Conteúdo e do Currículo: Apresenta a forma como os conteúdos se interrelacionam e como devem ser estruturados ao longo do ano letivo

respeitando o currículo proposto pela escola. Ball, Thames e Phelps (2008), alegam que este conhecimento ainda está indefinido em relação à sua posição na subcategoria do modelo, pois, não se sabe se este deveria fazer parte do conhecimento do conteúdo e do ensino ou se transcorre uma nova subcategoria.

Desta forma, ainda confabulando com Ball, Thames e Phelps (2008), conclui-se que os saberes do ofício da docência, incluem conhecimentos matemáticos para o ensino que compreendem: a) Atividades que exigem deste profissional esforços cognitivos para interpretar pensamentos equivocados, prever as possíveis dificuldades e propor aulas dinâmicas e agradáveis para o aluno; b) Formação acadêmica adequada a disciplina de ensino com o propósito de conhecer com profundidade as peculiaridades e conexões dos conteúdos, a estruturação curricular dos níveis de ensino, os documentos oficiais da escola, entender as fases de aprendizagem dos alunos, experienciar as distintas maneiras de ensinar e, c) Formação continuada permanente e adequada às suas necessidades de compreensão de conceitos, de análise e experimentação das distintas metodologias, estratégias de ensino e aplicabilidade de materiais adequados às situações de ensino. Estas demandas perpassam a capacidade deste diante da experiência de ensinar apenas transmitindo, de conhecer o básico do conteúdo e de ministrar aulas sem interação e sem troca de saberes professor-aluno e aluno-aluno. Pois,

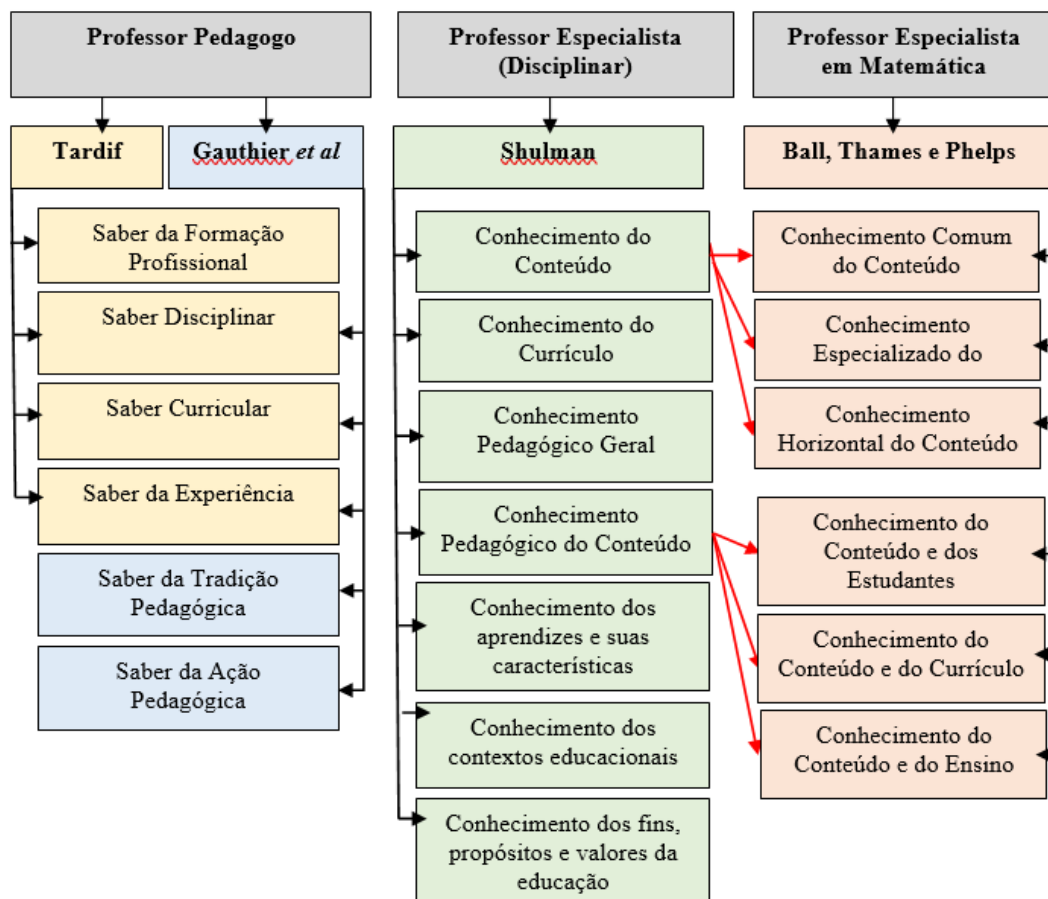
[...] essas tarefas implicam que os professores precisam conhecer um corpo de matemática que normalmente não é ensinado aos alunos. Os professores precisam entender diferentes interpretações das operações de maneira que os alunos não entendam [...] eles também precisam conhecer características da Matemática que talvez nunca ensinem aos alunos, como uma variedade de métodos não padronizados ou a estrutura matemática dos erros dos alunos [...] As demandas matemáticas do ensino exigem conhecimento matemático especializado, necessário para os professores, mas não para outros (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400-401).

Assim, a relevância deste estudo está relacionada à necessidade de se entender as categorias de saberes que são mobilizados pelo professor no ofício da docência em Matemática e, isto, na expectativa de se estruturar um curso de formação de professores que proponha conexões com modelos teóricos que fortaleçam estes conhecimentos e, que fundamentem as ações pedagógicas de propor aos educadores cursistas aprofundamento de conceitos e significados de conteúdos geométricos, análises e reflexões diante das distintas maneiras de se ensinar Geometria, oportunidades de experimentação de estratégias metodológicas de ensino que visem contribuir para o desenvolvimento dos níveis de conhecimento geométrico dos estudantes e, que favoreçam análise da prática do próprio docente.

2.4 APROXIMAÇÕES DOS MODELOS DE CATEGORIZAÇÃO DOS SABERES DOCENTES

E, para concluir o estudo desta temática decidiu-se por refletir através de uma esquematização (Figura 6) que sintetiza a sistematização das categorias dos saberes docentes apresentadas pelos autores que embasaram este discurso: Tardif (2002, 2014), Gauthier *et al.* (2013), Shulman (1986, 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008). Considera-se que esta esquematização evidencia com mais clareza as aproximações dos discursos teórico-epistemológicos, as complementações de ideias diante das concepções destes autores ao longo dos tempos e, também, procede-se na tentativa de se facilitar a visualização das semelhanças das terminologias.

Figura 6 - Categorias do Conhecimento do Ofício Docente



Fonte: a autora.

Em se tratando, da categorização de Shulman (1987) para definir os saberes do ofício do professor especialista, compreende-se como uma ampliação das categorias de Gauthier *et al.* (2013), apesar que a modelação dos domínios de Shulman (1987) foi elaborada em tempos

anteriores ao de Gauthier *et al.* (2013), porém, este autor considera todas as categorias de saberes apresentados por Gauthier *et al.* (2013), embora apresente-as com outras terminologias e com contextos epistemológicos mais amplos.

Desta forma, Shulman (1987) considera no seu modelo a relevância dos saberes do conteúdo, do currículo, pedagógicos (geral e do conteúdo), dos alunos no contexto da aprendizagem, do contexto educacional escolar e da filosofia e história da educação. Porém, é pertinente observar que este modelo abrange, também, o saber pedagógico (geral e do conteúdo), porém, destacando o “conhecimento pedagógico do conteúdo” como a categoria que diferencia um professor pedagogo de um especialista em determinada disciplina, visto que é esta a categoria que consolida o saber-fazer do professor e revela as habilidades próprias do professor especialista.

Já a compreensão sobre os conhecimentos para o ensino da Matemática implementados por Ball, Thames e Phelps (2008) foram elaborados baseados no domínio do “conhecimento do conteúdo para o ensino” e no do “conhecimento pedagógico do conteúdo” (Figura 3) que são categorias da sistematização do modelo de Shulman (1987). Para tanto, do domínio do “conhecimento do conteúdo para o ensino”, foram implementadas três categorias de saberes que consideram a mobilização das ações pedagógicas do professor com o conteúdo diante das suas especificidades: O saber do conteúdo comum (presente no desenvolvimento de diversas profissões e no cotidiano), o especializado (aprofundamentos de saberes que são próprios do professor especialista) e o horizontal (compõe o currículo escolar) e; do “conhecimento pedagógico do conteúdo” foram implementadas mais três categorias que prezam pelo fazer pedagógico com o objeto do conhecimento: O saber do conteúdo e do estudante (habilidade de lidar com o saber do aluno e da Matemática), do conteúdo e do ensino (técnica de dialogar com o conteúdo e as distintas maneiras de ensinar) e do conteúdo e do currículo (interrelação dos conteúdos trabalhados com o do currículo escolar).

Estas seis classificações/categorias de saberes, destacadas na última coluna do esquema descrito pela Figura 6, compõem a sistematização dos conhecimentos modelados por Ball, Thames e Phelps (2008), que ora são consideradas necessárias à mobilização das ações pedagógicas do professor de Matemática, pois, cristalizam o diálogo entre as partes e o todo no contexto da prática docente em sala de aula, estruturam as diversas formas de organização dos conhecimentos que englobam os procedimentos necessários a ação de ensinar e aprender.

Mas, “[...] os modelos de "saber matemático para o ensino" desenvolvidos a partir de pesquisas em educação matemática incluem categorias muito gerais. Acreditamos que seria útil ter modelos que permitissem uma análise mais detalhada de cada um dos tipos de

conhecimento que entram em jogo em um ensino eficaz (proficiente, eficiente, adequado) da matemática” (GODINO, 2009, p. 19) e, assim, o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução matemática (EOS)¹⁰, propõe o estabelecimento de bases teóricas que fundamentam um enfoque integrador que considera a cognição e a instrução matemática, conferindo a articulação de pressupostos teóricos já consolidados pela Didática da Matemática, a citar, Teoria das Situações Didáticas¹¹, Teoria Antropológica do Didático¹², Teoria dos Campos Conceituais¹³, Teoria dos” Registros de Representações Semióticas¹⁴ (GODINO, 2012).

Então, o EOS como sistema teórico que articula um modelo de categorias do conhecimento didático-matemáticos (CDM) e que descreve os saberes profissionais do professor de Matemática (GODINO, 2009; PINO-FAN; GODINO, 2015) passa a ser tratado como modelo de Conhecimento e Competências Didático-Matemáticas (Modelo CCDM) do professor de Matemática, especificamente, no trabalho intitulado “Abordagem Ontossemiótica para o Conhecimento e Competências do Professor de matemática”, no qual o autor se refere ao constructo como “[...] um modelo que tenta articular as categorias de conhecimento e competências didáticas do professor de Matemática, usando as facetas e componentes de um processo de estudo matemático descrito na EOS” (GODINO *et al.* , p. 4, 2017, tradução do autor).

Assim, é relevante se entender os meandros do termo competência profissional como “[...] a capacidade de agir de uma forma relativamente eficaz em uma família de situações” (PERRENOUD, 2001, p. 3) e, neste sentido, saberes, conhecimentos, aptidões, habilidades e capacidades docentes representam elementos que constituem as competências profissionais do professor de Matemática. Portanto, os critérios de idoneidade didática se referem aos conhecimentos e competências (ou facetas) e estes fornecem critérios de subcompetências (ou indicadores).

No que se segue, apresenta-se os diálogos que conduziram as reflexões sobre os constructos teóricos que embasam esta pesquisa-ação e, diga-se, o Enfoque Ontossemiótico.

¹⁰ Os trabalhos desenvolvidos a partir dos constructos do EOS estão disponíveis em <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es>

¹¹ BROUSSEAU, G (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7 (2), 33-115, 1986, disponível em <https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/>

¹² CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique, disponível em <https://revue-rdm.com/1992/concepts-fondamentaux-de-la-didactique/>

¹³ VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10 (2- 3), 133-170, 1990, disponível em <https://revue-rdm.com/2005/la-theorie-des-champs-conceptuels/>

¹⁴ DUVAL, R. (1995). Sémiotique et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berna: Peter Lang, 1995.

3 O ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO

Os diálogos enredados no capítulo anterior com Tardif (2002, 2014), Gauthier *et al.* (2011), Schulman (1987) e Ball, Thames e Phelps (2008) foram necessários para se englobar a sistematização sobre os saberes docentes que devem ser mobilizados pelos professores, de modo amplo e, na perspectiva de se compreender os caminhos teóricos percorridos por Godino e colaboradores para a implementação dos Conhecimentos e ou Competências Didático-Matemáticos-CCDM propostos pelo Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS), que são constructos que embasam este estudo

Neste contexto literário, aborda-se sobre os conhecimentos que envolvem a mobilização de saberes inerentes ao profissional professor de Matemática no contexto de sua sala de aula. Para tanto, sistematizou-se as interlocuções na perspectiva de se entender os percursos de modelação do sistema de Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticas (CCDM) idealizados pelo constructo do EOS desenvolvido por Godino e colaboradores, que pensaram este modelo a partir de três dimensões que se conectam entre si: Matemática, Didática e Meta Didático-Matemática.

E, reverbera-se que se desencadeia as ideias deste constructo teórico articulando-se os saberes docentes, que já vêm sendo sistematizados por discussões anteriores e, assim, implementou-se a descrição das características das categorias que compõem cada uma das dimensões do modelo do EOS, apresentando-se ênfase nas facetas que constituem a idoneidade didático-matemática e, isto, na perspectiva de se apropriar dos conceitos que embasam os meandros da pesquisa ora em voga. Para estas interlocuções apoiou-se em publicações de Godino, Batanero e Font (2008); Pino Fan e Godino (2015); Godino *et al.* (2017) e outros.

3.1 IDEIAS TEÓRICAS DO ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO

Assim, embora Godino e colaboradores reconheçam que o modelo dos conhecimentos descrito por Ball, Thames e Phelps (2008) apresente avanços consideráveis em relação aos saberes matemáticos e, diga-se, habilidades necessárias à condução do bom desempenho do professor de Matemática, os mesmos admitem que ainda não existe um consenso na literatura disponível para abalizar as competências e habilidades que os docentes devem mobilizar na perspectiva de se efetivar os processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos

com as devidas adequações didáticas. Neste sentido, este discurso é ratificado quando Godino, Batanero e Font (2008) afirmam que:

Não existe um consenso sobre esse tema. Basta observar a variedade de noções que se utilizam sem prévia comparação, precisão e depuração: conhecimentos, saberes, competências, concepções, conceitos, representações internas, conceito-imagem, esquemas, invariantes operatórios, significados, praxeologias etc (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 9).

Ainda tratando-se destas incertezas, Pino-Fan e Godino (2015) também expõem suas inquietudes diante desta causa, quando alegam que ainda existem questões relacionadas aos saberes necessários ao bom desempenho do professor de Matemática que permanecem sem respostas, pois,

Embora o modelo MKT desenvolvido por Ball e colaboradores, [...] se revele um avanço significativo na caracterização do conhecimento que um professor deve ter para ensinar matemática, ainda existem questões importantes que permanecem abertas (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 93, tradução do autor).

E, para entender algumas destas questões propõe-se pesquisas que devem ser traduzidas em respostas para os docentes e, de fato, alguns questionamentos são explicitados em diversas pesquisas: “De que forma ou com quais critérios se pode avaliar ou medir os conhecimentos? Como se pode ajudar aos professores a adquirirem os distintos conhecimentos? Como se relacionam entre si, os distintos conhecimentos?” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 93, tradução do autor).

E, na expectativa de se atender estas demandas cognitivas, constitui-se a modelização de um contributo teórico, “[...] um sistema de categorias e subcategorias de conhecimento que o professor deve conhecer, entender, saber aplicar e valorizar” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 96, tradução do autor), cujas categorias e subcategorias são definidas para analisar as competências e habilidades do professor de Matemática em formação e, diga-se, um modelo de Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos (CCDM), que se adequa e influencia na práxis educativa do professor e que foca na melhoria da qualidade dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Neste sentido, Nogueira e Neto (2017) afirmam que este é um modelo de adequação didática que propõe a sistematização de princípios e indicadores que norteiam e estruturam qualquer atividade matemática, em qualquer nível de ensino e, também, revelam que este projeto teórico propõe aos professores a estruturação de critérios que fomentam a análise do que, como e para que ensinar. Remete-se, ainda, a pertinência de avaliar as ações pedagógicas

do professor diante da construção do conhecimento e da aplicabilidade de recursos implicados na proposta de ensino e aprendizagem da Matemática.

Para a sistematização deste modelo teórico, Godino (2008) confere contribuições à distintas áreas de saberes científicos e cita-se, Psicologia, Matemática, Epistemologia, Pedagogia, Sociologia, Semiótica e outras, que, também, influenciaram na constituição da Didática da Matemática, cuja área do conhecimento “[...] articula sistematicamente os diferentes aspectos envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 95, tradução do autor). Assim, estrutura-se as ações didático-pedagógicas propostas pelo modelo do Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e Instrução Matemática, cujas:

[...] noções teóricas de EOS devem ser vistas como ferramentas de análise e reflexão sobre os processos de ensino e aprendizagem, podendo serem utilizadas pelos próprios professores para indagar sobre sua própria prática. Foram desenvolvidos diversos sistemas de objetos e relações (categorias) que ajudam a analisar e compreender, de forma sistemática, e com diferentes níveis de profundidade, os diversos aspectos envolvidos no ensino e aprendizagem da matemática (GODINO, 2009, p. 20, tradução do autor).

Neste caso, o sistema teórico que compõem o EOS está embasado em cinco níveis que se integram na perspectiva de análises (descrever, explicar e avaliar) de aspectos que se complementam através do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e, são eles:

- a) Sistemas de Práticas: Refere-se as ideias, configurações e significados (institucional e pessoal) de um processo de planejamento e ou implementação para o ensino de um objeto de estudo (noção, conceito ou conteúdo matemático) e, abrange no sistema de práticas a resolução de problemas como atividade central na constituição do conhecimento matemático (GODINO; BATANERO; FONT, 2008). Portanto,

São consideradas práticas matemáticas as manifestações ou ações realizadas no âmbito da resolução de problemas matemáticos, na comunicação das suas soluções, na validação dessas soluções e na sua generalização a outros contextos e problemas (NOGUEIRA; BLANCO; VIVERO, 2015, p. 177).

Os sistemas de práticas com significados institucionais são do tipo: Implementado (pelo docente), Avaliado (avaliação da aprendizagem), Pretendido (através do planejamento) ou Referencial (contexto do referido objeto de estudo) e, os com significados pessoais são do tipo: global (totalidade do potencial do sujeito em relação ao objeto matemático), declarado (expressado através das avaliações) e

atingido (manifestadas em coerência com pautas estabelecidas) (GODINO; BATANERO; FONT, 2008).

Desta forma, no EOS as relações dialógicas entre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática pressupõem relações progressivas entre os sistemas de práticas institucionais e pessoais e “[...] o ensino implica na participação do estudante na comunidade de práticas que suporta os significados institucionais; a aprendizagem, em última instância, supõe a apropriação pelo estudante dos referidos significados (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 13).

- b) Configurações de Objetos e Processos Matemáticos: Sistema situado nas entidades (situações, linguagens, definições, proposições, procedimentos e argumentos) e nos processos matemáticos primários (elementos linguísticos, problematização, definição, enunciação, elaboração de procedimentos, execução de algoritmos, rotinas e argumentação), os quais interferem na efetivação das práticas e o que poderá resultar destas. Para tanto,

Na abordagem de qualquer situação-problema, são os elementos linguísticos que, simultaneamente, permitem representar os restantes elementos que nela intervêm e servem como instrumentos para a ação; os procedimentos e as proposições, por sua vez, relacionam os elementos conceituais e são justificados pela argumentação produzida durante essa abordagem (NOGUEIRA; BLANCO; VIVERO, 2015, p. 178).

E, com o propósito de delinear a complexidade das práticas como fator que explica os conflitos semióticos produzidos na dinâmica de interpretação dos objetos e significados matemáticos, define-se cinco dimensões duais e dialéticas que favorecem as interações entre os pares e o objeto matemático (GODINO; BATANERO; FONT, 2008):

- Pessoal ou Institucional: Entre as quais se estabelecem as relações dialéticas nas práticas de ensino, seja através da ação cognitiva do sujeito (pessoal) ou na ação dialógica com um grupo de indivíduos (institucional) que formam uma comunidade de prática.
- Ostensiva ou Não Ostensiva: Configura-se como ostensivo algum objeto que é público (perceptível por outros) e os não ostensivos são estabelecidos por um sujeito, portanto, são não perceptíveis por si mesmo (institucional ou pessoal).

- Expressão ou Conteúdo: A relação expressão e conteúdo se estabelece através de um sujeito (pessoa ou instituição), por meio de representações semióticas, ou seja, se estabelece através da relação entre um antecedente (expressão, significante) e um conseqüente (conteúdo, significado).
 - Intensivo ou Extensivo: É a dualidade necessária para se explicar a generalização matemática que está centrada entre o particular e o geral.
 - Sistêmico ou Unitário: Existem circunstâncias em que os objetos matemáticos se comunicam como entidades unitárias (quando são considerados conhecimentos prévios), enquanto em outras, estes interferem como sistemas que devem ser descompostos e considerados para estudo.
- c) Configurações e Trajetórias Didáticas: Sistema articulado que identifica, analisa e descreve as interações entre professor e estudantes “[...] sobre o tema de uma configuração de objetos e processos matemáticos ligados a uma situação problemática [...]” (GODINO *et al.*, 2017, p. 94, tradução do autor) relacionando-as com a aprendizagem do estudante por meio de trajetórias cognitivas e estados potenciais.

Neste sentido, a configuração didática é composta por uma configuração epistêmica que se refere a uma atividade matemática (situação problema), aonde as entidades (linguagens, conceitos, proposições e argumentações) e processos necessários à resolução estão relacionados por interações que podem proceder a partir do professor, dos estudantes ou de ambos (LEMOS, 2017). Então, generalizando, trata-se de uma sequência de encaminhamentos didáticos demandados para a aprendizagem de um tipo específico de problematização ou tópico de conteúdo.

Assis, Frade e Godino (2013) apresentam quatro tipos de configurações didáticas, as quais se referem aos tipos de interações necessárias a resolução de uma atividade matemática, a saber:

- **Magistral**: se adequa ao ensino tradicional, regido por aula expositiva e resolução de atividades.
- **A-Didática**: o aluno ou grupo de alunos, colaborativamente, assumem de forma autônoma a responsabilidade da aprendizagem matemática.
- **Dialógica**: Se estabelece através de comunicação entre o aluno e o professor para a resolução da tarefa.

- Pessoal: Estudo realizado pelo aluno fora do contexto escolar.
- d) Dimensão Normativa: Corresponde a um “[...] sistema de regras, hábitos, normas que restringem e apoiam práticas matemáticas e didáticas, que generaliza as noções de contrato didático e normas sócio-matemáticas [...]” (GODINO *et al.*, 2017, p. 95, tradução do autor). Portanto, este sistema refere-se as leis, decretos, resoluções e diretrizes curriculares oficiais que condicionam as configurações e trajetórias didáticas dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática nas comunidades institucionais.
- e) Idoneidade Didática: Desdobra-se em seis dimensões (epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, emocional e ecológica) que são analisadas em três graus de adequação didática (alta, média e baixa) em torno de um processo de instrução matemática e, refere-se a um “[...] sistema de indicadores empíricos identificados em cada uma das facetas que se constitui em um guia para análise e reflexão sistemática que contribui como critérios para a melhoria progressiva dos processos de ensino e aprendizagem” (GODINO *et al.*, 2017, p. 95, tradução do autor).

Vale ressaltar, que nesta proposta de trabalho de pesquisa, as ideias de idoneidade didática “[...] como o critério sistêmico que avalia a pertinência ou adequabilidade de um processo de ensino relativamente no âmbito da proposta educativa de que é parte integrante [...]” (NOGUEIRA; NETO, 2017, p. 144) se adequa ao estudo, pois, refere-se a possibilidade de utilização destes critérios como ferramenta de análise e reflexão através da estruturação, implementação e aplicação de sequências de atividades. Estas ideias também condizem com o pensamento de Breda, Font e Lima (2015) quando afirmam que:

Os princípios e critérios de idoneidade são regras de correção úteis em dois momentos dos processos de estudo matemático. A priori, os critérios são princípios que orientam “como as coisas devem ser feitas”. A posteriori, os critérios servem para avaliar o processo de estudo efetivamente implementado (BREDA; FONT; LIMA, 2015, p. 5).

Revela-se, então, que o modelo dos CCDM se apresenta como “[...] um guia de orientação para melhorar os processos de instrução, e não de uns princípios ou critérios que produzam a frustração do professor “normal”, quando este não os pode alcançar” (BREDA; FONT; LIMA, 2015, p. 06). Estas ideias valorizam os significados pessoais dos estudantes e instrucionais pretendidos ou implementados pelo professor e estão estruturadas em dimensões que se articulam entre si e possibilitam “[...] avanços na direção de um modelo unificado da cognição e instrução matemática [...]” (KAIBER; LEMOS; PINO-FAN, 2017, p. 535).

E, para aprofundamento dos discursos teóricos do modelo dos CCDM, ora em análise, estabelece-se um estudo que abrangerá a compreensão do conjunto de critérios que categoriza, organiza e amplia a perspectiva dos conhecimentos e competências didático-matemáticos do professor e, também, contribui “[...] para a especificação do conhecimento que os professores devem ter para tornar seu ensino de Matemática adequado” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 93, tradução do autor). Pois, de acordo com Godino *et al.* (2017):

[...] o conhecimento puramente matemático não é suficiente para o professor organizar, implementar e avaliar o ensino e a aprendizagem. Os fatores que influenciam esses processos são complexos, e é necessário ter, também, um conhecimento mais profundo da matemática e seu ensino, diferente do que os alunos adquirem, o que chamaremos de conhecimentos didático-matemáticos (GODINO *et al.*, 2017, p. 96, tradução do autor).

Desta forma, este modelo de CCDM concebe ao profissional professor um guia de saberes, competências e habilidades que perpassam o saber da Matemática escolar do nível que se ensina, assim como, sobrepõe-se a capacidade do docente em conectar o objeto de estudo com outros conceitos que já foram abordados anteriormente e com os que ainda serão ensinados e, também, este deverá ter habilidades para compor adaptações adequadas do conteúdo com as estratégias e os materiais de ensino disponíveis.

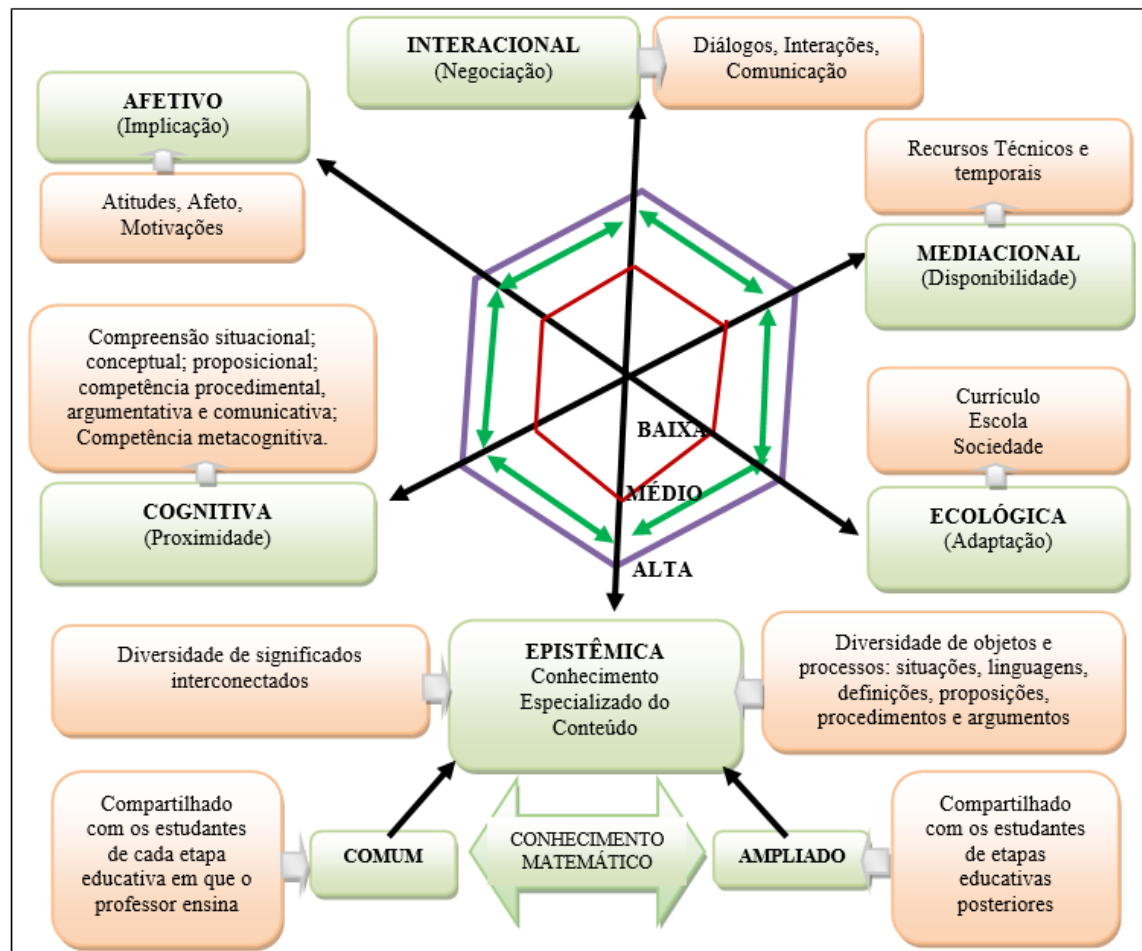
Diante deste contexto, ainda se faz necessário ao docente, foco e sensibilidade para propor ações didáticas que despertem atenção, motivação e interesse nos estudante diante do objeto de estudo e, para tanto, este deverá ser competente nos processos de mediações dos sistemas de práticas, das configurações dos objetos de ensino, das adequações das dimensões normativas oficiais, dos aspectos que compõem as trajetórias didáticas e, conseqüentemente, dos critérios de idoneidade didática dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, que serão caracterizados no item seguinte.

3.2 CONHECIMENTOS E COMPETÊNCIAS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS

Os critérios de idoneidade didática, ou seja, os Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos (CDM), esquematizados através da Figura 7 e, traçados sob a ótica de Godino, Batanero e Font (2008) e colaboradores se apresentam como princípios norteadores de boas práticas educativas, como guias dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática e, também, como instrumentos de análises ontosemióticas dos procedimentos em ação. Estes são ferramentas que orientam como os processos de ensino devem ser planejados e ou implementados, isto é, sugere-se “[...] uma ferramenta que permite a passagem de uma

didática descritiva-explicativa para uma didática-normativa, ou seja, uma didática que orienta a intervenção eficaz de uma aula” (AMORIM; FONT; GUSMÃO, 2017, p. 03), pois, “[...] a Idoneidade Didática se constitui em um instrumento que possibilita a orientação da prática docente na escola” (SOARES; KAIBER, 2016, p. 440).

Figura 7 - Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos do Professor Facetas, Conhecimentos e Graus de Adequação

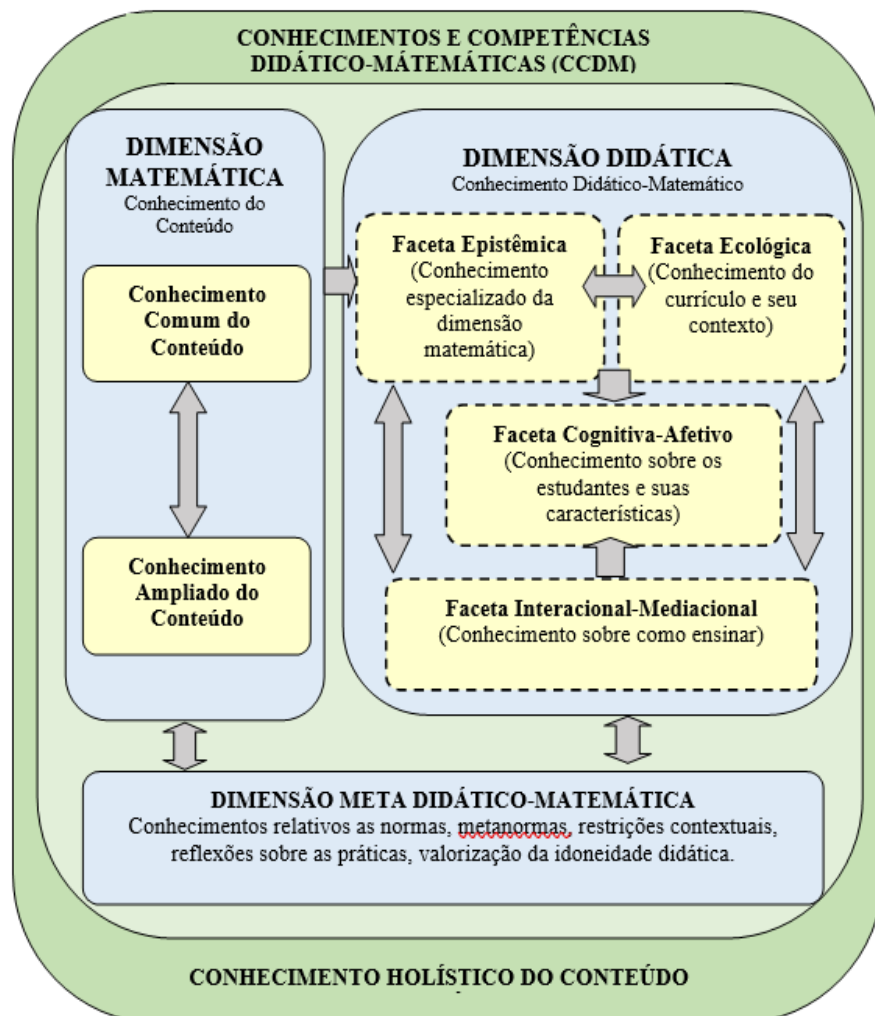


Fonte: Godino *et al.* (2017).

Deste modo, estes conhecimentos são propostos para uma prática que mobiliza além da implementação, a avaliação de intervenções pretendidas ou programadas que se articulam para que se procedam as adequações parciais nos processos de elaborações do conhecimento e instrução matemática. Também, estas têm o papel de harmonizar as características de apoio à reflexão da própria prática pedagógica permitindo ao professor o desenvolvimento profissional de análises ontossemióticas da própria intervenção educativa, adequando-se assim como instrumento para organizar e analisar os processos formativos de professores de Matemática (NOGUEIRA e NETO, 2017, p. 147).

Para melhor articular os diálogos teóricos que já vêm sendo elaborados nesta discussão a respeito dos saberes e conhecimentos docentes, decide-se descrever as características de cada categoria, mas, nos moldes da reestruturação do modelo do EOS apresentada por Pino-Fan e Godino (2015), resumido através da esquematização da Figura 8, que diante da intensão de exibir as facetas do EOS em interação com as ideias de outros modelos, incluindo-se o de Shulman (1987) e de Ball, Thames e Phelps (2008), redefiniram as facetas que integram a dimensão didática, reagrupando-as em quatro categorias, a saber: Epistêmica, Ecológica, Cognitiva-afetiva e Interacional-Mediacional, configurando-se assim a dimensão do conhecimento do didático-matemático.

Figura 8 - Dimensões e Critérios de Idoneidade do CCDM do EOS



Fonte: Adaptado de Pino-Fan e Godino (2015).

O modelo do CCDM, esquematizado através da Figura 8, interpreta, organiza e avalia os conhecimentos do professor a partir de três dimensões, a saber: dimensão matemática,

dimensão didática e dimensão meta didático-matemática. Para tanto, a seguir, descreve-se as características inerentes a cada uma destas dimensões e respectivas categorias:

a) Dimensão Matemática

Trata do conhecimento “que permite ao professor resolver problemas e tarefas matemáticas” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 98, tradução do autor) e, desta forma, a dimensão matemática inclui duas categorias de conhecimentos, assim descritas:

- i. Conhecimento Comum do Conteúdo: “É um conhecimento que é compartilhado entre o professor e os alunos” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 97, tradução do autor), portanto, se refere aos conteúdos propostos pelo currículo escolar e que são, também, dispostos no livro didático por etapa e unidade de ensino e que são trabalhados em cada fase de estudo. Representa o conhecimento relacionado a um determinado objeto de estudo (razão, proporção, regra de três e outros) e, portanto, é um tipo de saber que é “[...] considerado suficiente para resolver os problemas ou tarefas [...]” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 97, tradução do autor) propostas em sala de aula e que são comuns ao cotidiano de várias profissões.
- ii. Conhecimento Ampliado do Conteúdo (conhecimento no horizonte matemático): Refere-se a conexão do conhecimento comum com o ampliado, articula o que ora está sendo estudado com àquele que será abordado posteriormente, como por exemplo, o estudo de razão e proporção é trabalhado como base para o entendimento do método de resolução de problemas que envolve grandezas proporcionais (regra de três), ou seja, é um saber que mobiliza o professor na articulação do conteúdo comum com o expandido, ou seja:

O conhecimento ampliado do conteúdo proporciona ao professor as bases matemáticas necessárias para representar novos desafios matemáticos em sala de aula, vincular o objeto matemático que está sendo estudado com outras noções matemáticas e direcionar os alunos ao estudo de noções matemáticas subsequentes à noção que é um centro de estudo (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 97, tradução do autor).

Portanto, compreende-se que a dimensão matemática se trata de um tipo de conhecimento que é próprio da docência, pois, exige do profissional professor, raciocínios complexos e abrangentes no que se refere a organização dos conteúdos dentro do nível de ensino e em conexão com o contexto curricular e, inclusive, com domínio na habilidade de condução destes saberes para o trabalho em sala de aula.

b) Dimensão Didática

Além do conhecimento do conteúdo, é relevante ao profissional professor instruir-se de saberes especializados sobre os diversos fatores que influenciam as ações de planejar, de propor estratégias de ensino adequadas à potencialização da aprendizagem do aluno e de implementar recursos e ambientes adequados a motivação do estudante. Para tanto, a dimensão pedagógica inclui quatro categorias de conhecimento, que serão descritas a seguir:

- i. Conhecimento Epistêmico: Refere-se à qualidade da Matemática que deve ser ensinada e relaciona-se ao grau de representatividade dos significados instrucionais implementados/pretidos ao nível de adequação didática (GODINO; BATANERO; FONT, 2008). Portanto, “[...] é o conhecimento didático-matemático sobre o próprio conteúdo, ou seja, a forma particular como o professor de Matemática compreende e sabe Matemática” (GODINO *et al.*, 2017, P. 96, tradução do autor).

Desta forma, representa a capacidade do professor apresentar estratégias distintas para resolver uma mesma tarefa; exibir as diferentes representações de um mesmo objeto de aprendizagem; compreender e apresentar os vínculos do objeto de estudo ora apresentado com os trabalhados antes e com os que trabalhará posteriormente, seja na mesma etapa de ensino ou nas vindouras; habilidade de movimentar saberes para expor as várias justificativas e argumentações diante da dúvida ou da explicação da solução de uma mesma atividade matemática; identificar os saberes em jogo e as distintas estratégias de resoluções diante de uma tarefa matemática (PINO-FAN; GODINO, 2015). Portanto,

O professor, além da matemática que lhe permite resolver problemas nos quais mobiliza seu conhecimento comum e ampliado, deve ter uma certa dose de conhecimento matemático "perfilado" para o ensino (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 99, tradução do autor).

Pois, é na faceta epistêmica que se articulam as adequações didáticas do currículo prescrito com o institucional e leva-se em consideração o nível de ensino para dá significado às configurações dos objetos matemáticos (representações, explicações, demonstrações, formulações, definições, propriedades, situações-problemas, procedimentos, argumentos, linguagens, exercitação e outros).

- ii. Conhecimento Cognitivo e Afetivo: Esta categoria “[...] implica no conhecimento de como os alunos aprendem, raciocinam e entendem a Matemática e como progridem em sua aprendizagem” e, alia-se ao “[...] conhecimento sobre afetividade, emoções, atitudes e crenças dos alunos em relação a objetos matemáticos e processo de estudo”

(GODINO *et al.*, 2017, P. 97, tradução do autor), resultando em uma categoria de dupla entrada, cognitivo-emocional, que confere aos professores os conhecimentos necessários para refletir e avaliar os estudantes como pessoas que pensam, que possuem concepções próprias sobre o objeto de conhecimento e, também, apresentam dúvidas e equívocos sobre a compreensão dos saberes ensinados.

Neste contexto, o professor perante a elaboração do planejamento didático deve refletir no sentido de analisar e antecipar as possíveis respostas, dúvidas e erros decorrentes de conflitos na resolução de uma determinada tarefa proposta ao aluno e, assim, implementar as conexões entre o objeto matemático de estudos em questão com outros que serão necessários para dirimir, senão sanar, estes obstáculos à resolução da atividade. Portanto, valida-se que, os saberes docentes cognitivo-afetivo,

[...] juntos proporcionam uma melhor aproximação e compreensão do conhecimento que os professores de matemática devem ter sobre as características e aspectos que estão relacionados à maneira como os alunos pensam, conhecem, agem e sentem dentro da sala de aula sobre um problema matemático (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 100, tradução do autor).

Desta forma, a integração do enfoque cognitivo-afetivo, submerge aos conhecimentos prévios e às elaborações cognitivas individuais pretendidas/implementadas pelo professor, na expectativa de alcançar o anseio de aprender do discente e, assim, o professor considera o grau de representatividade dos significados instrucionais com relação a área de desenvolvimento potencial dos estudantes, levando em consideração implicações que dependem tanto da instituição como do aluno, da sua história escolar prévia em relação ao interesse, dificuldades, motivação, atitudes, emoções e concepções sobre determinados entes matemáticos (GODINO; BATANERO; FONT, 2008).

- iii. Conhecimento Interacional e Mediacional: aborda-se as interações entre o professor e o estudante, estudante e o estudante, o professor e o material didático e, também, permeia a identificação e resolução das dificuldades dos estudantes diante dos conflitos semióticos¹⁵ potenciais (GODINO; BATANERO; FONT, 2008). Desta

¹⁵ Um conflito semiótico é qualquer disparidade ou discordância entre os significados atribuídos a uma expressão por dois sujeitos (pessoas ou instituições). Se a disparidade se produz entre significados institucionais, falamos de conflitos semióticos do tipo epistêmico, enquanto se a disparidade se produz entre práticas que formam o significado pessoal de um mesmo sujeito, nós os designamos como conflito semiótico do tipo cognitivo. Quando a disparidade se produz entre as práticas (discursivas e operativas) de dois sujeitos diferentes em interação comunicativa (por exemplo, aluno-aluno ou aluno-professor) falaremos de conflitos (semióticos) interacionais (GODINO; BATANERO; FONT, p. 23, 2008).

forma, estas facetas se integram, desenvolvem e enriquecem a noção de conhecimento de conteúdo mediado por recursos e meios que gerenciam os processos de ensino e visam favorecer a aprendizagem dos discentes e, ainda:

[...] envolve o conhecimento necessário para antecipar, implementar e avaliar seqüências de interações, entre agentes envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, visando a fixação e negociação de significados estudantis (aprendizados) (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 101, tradução do autor).

Portanto, a faceta interação-mediação refere-se ao saber que um professor mobiliza quando diante do planejamento pensa o gerenciamento do tempo-aula; reflete a organização das tarefas e a resolução das dificuldades dos alunos; conjectura as interações que podem ser estabelecidas em sala de aula, os procedimentos de ensino, a implementação e a utilização de recursos materiais, ambientais e tecnológicos adequados à exploração de determinado objeto de ensino e, isto, com o intuito de potencializar a aprendizagem dos estudantes (PINO-FAN; GODINO, 2015).

- iv. Conhecimento ecológico: Esta faceta envolve os ajustes relacionados aos fatores curriculares do projeto de curso, relações do objeto de estudo com outros conteúdos e com outras disciplinas, às diretrizes curriculares, contextos educacionais, condições do entorno, propósitos e valores da educação relacionados a instrução matemática (GODINO; BATANERO; FONT, 2008). Portanto,

[...] refere-se ao conhecimento sobre o currículo matemático do nível educacional em que se contempla o estudo do objeto matemático, suas relações com outros currículos e as relações que este currículo tem com os aspectos sociais, políticos e econômicos, que apoiam e condicionam os processos de ensino e aprendizagem (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 102, tradução do autor).

Contempla-se, então, neste enfoque, as concepções sobre o conhecimento curricular como um todo e nas suas especificidades, ou seja; refere-se a habilidade do professor na articulação do currículo vertical, e neste, leva-se em consideração às relações dos objetos de estudo dentro da Matemática, entre as distintas etapas de ensino e; na abordagem do conhecimento deste currículo baseia-se a identificação e a conscientização das relações entre os diversos objetos de estudo, incluindo os aspectos transversais das diversas áreas do saber, porém, em conexão com um determinado nível de ensino.

c) **Dimensão Meta Didático-Matemática**

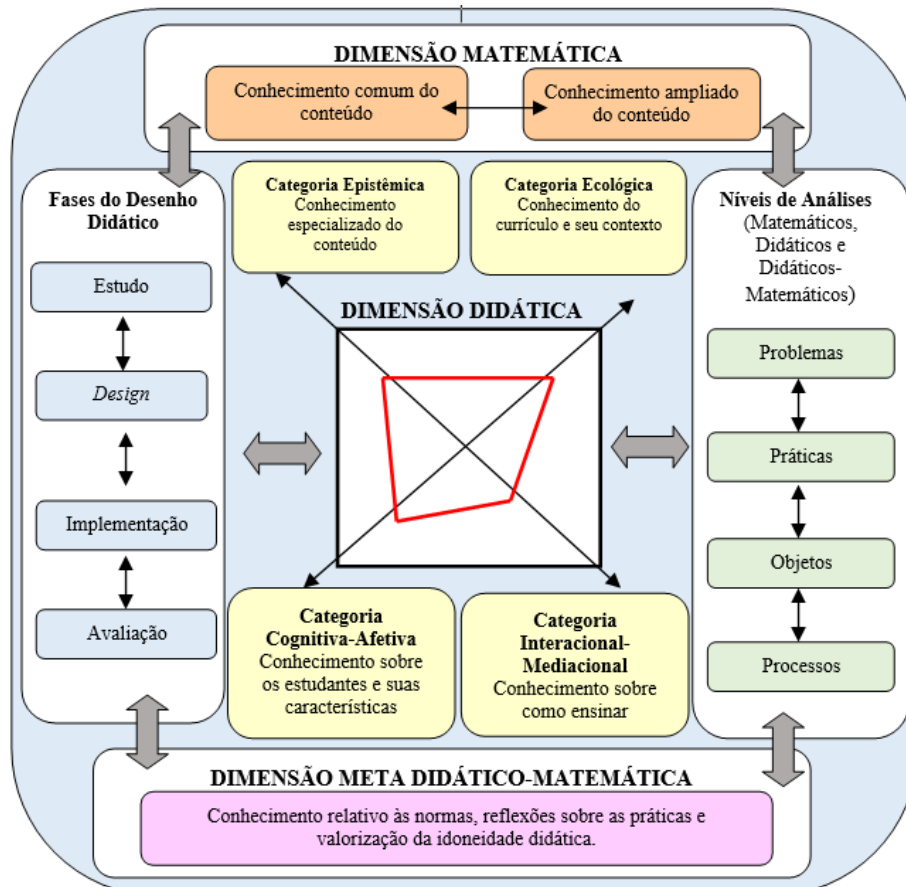
Aborda-se que o professor deve possuir fundamentos teóricos suficientes para refletir sobre os potenciais de melhoria da própria prática pedagógica, da análise dos

processos de aprendizagem dos alunos, visando aperfeiçoar as distintas maneiras de se ensinar e de valorizar a idoneidade didática.

Assim, valida-se a tese do modelo dos saberes necessários ao ofício da docência descritos pelo quadro teórico do qual aderiu-se, o EOS, e de que “[...] além do conteúdo matemático, o professor deve ter conhecimento sobre os diversos fatores que influenciam no planejamento e na implementação do ensino de tais conteúdos matemáticos” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 98, tradução do autor), para exercer com maestria o ofício da docência.

Diante deste contexto, Godino, Batanero e Font (2008) asseveram que os critérios de adequação que compõem o módulo da idoneidade didática de um processo de instrução matemática referem-se à articulação lógica de uma prática educativa pretendida ou programada que pode ser analisada a partir de distintos graus de adequação (alta, média, baixa), “[...] Entretanto, esta adequação deve ser interpretada como relativa às circunstâncias temporais e contextuais instáveis, o que requer uma atitude de reflexão e investigação por parte do professor [...]” (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 24, tradução do autor).

Figura 9 - Dimensões e Categorias do CCDM do EOS



Fonte: Adaptado de Pino-Fan e Godino (2015).

É relevante abordar-se, que o modelo do CCDM do EOS que vem sendo abordado neste estudo e que conduz as fases do desenho didático (Estudo, *Design*, Implementação e Avaliação) de atividades ou planos de aulas ou sequências de atividades ou cursos de formação e os níveis de análises de processos de instrução e ou aprendizagem matemática (Problemas, Trajetórias de Práticas, Configurações de Objetos e Processos) é a modelização que contextualiza os pressupostos de Pino Fan e Godino (2015), cuja esquematização está representada pela figura 9.

Desta forma, configura-se a articulação das categorias da dimensão didática (cognitiva com a afetiva e interacional com a mediacional) apresentada neste estudo foram redefinidas por Pino-Fan e Godino (2015) e, concorda-se com os autores no sentido de que estas conexões favorecem uma melhor aproximação e compreensão dos conhecimentos que os professores devem mobilizarem para estabelecer as devidas interações. O conjunto de categorias ou de:

[...] facetas que compõem a dimensão pedagógica do conhecimento didático-matemático podem ser contempladas para analisar, descrever e desenvolver os conhecimentos dos professores – ou futuros professores – envolvidos nas diversas fases dos processos de ensino e aprendizagem de temas específicos da matemática: estudo preliminar, planejamento ou desenho, implementação e avaliação (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 102, tradução do autor).

Desta forma, entende-se que é relevante ao professor, não somente compreender as categorias relacionadas aos aspectos da dimensão matemática e meta didático-matemático e da didática (processos de ensino e aprendizagem), como também, este profissional deve apreciar e compreender as demais questões que mediam as boas performances destes na docência ou na elaboração de cada uma das fases do desenho didático da sequência de ensino.

Vale ressaltar, que as facetas que compõem o módulo da idoneidade didática fazem parte de um modelo de conhecimentos especializados e específicos do profissional professor de Matemática, CCDM do EOS e, são mobilizados quando os processos de ensino colocam em evidência a manipulação de objetos do saber (comum ou ampliado), procedimentos, justificativas, ajustes de materiais e estratégias de ensino necessárias à adequação didática, com foco em atingir a aprendizagem dos estudantes. Neste sentido, no que segue, pretende-se organizar um apanhado de trabalhos de outros autores, que tratem de cursos de formação de professores de Matemática e que sugiram ideias de referenciais, de organização do curso de formação e de implementação da pesquisa em voga.

3.3 PESQUISAS ENVOLVENDO O EOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Neste tópicos buscou-se compor uma sinopse de pesquisas mais recentes, utilizando-se de bibliotecas digitais de teses e dissertações como referência. Procurou-se conhecer as pesquisas já desenvolvidas por outros autores relacionadas a utilização do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática em cursos de formação de professores de Matemática, na perspectiva de se analisar as reflexões de outros pesquisadores a respeito deste constructo, no que se refere a utilização das principais ideias do modelo do EOS, objetivos e resultados obtidos na pesquisa.

Desta forma, introduziu-se no portal de buscas da BDTD¹⁶, do PPGECIM¹⁷ e da CAPES¹⁸, via internet, as palavras-chave “curso formação professores enfoque Ontossemiótico” e no refino aos resultados delimitou-se o período entre os anos de 2011 e 2021, com arquivos do tipo Dissertações (Mestrado) e Teses (Doutorado) e na busca das bibliotecas digitais foi confirmado apenas dois arquivos acadêmicos do tipo Tese, sendo um na BDTD e um no PPGECIM. Sendo assim, para a elaboração do quadro da Figura 10 considerou-se as análises dos seguintes aspectos relacionados aos trabalhos (T1 e T2) encontrados: o ano de publicação, o autor, o título do trabalho, a instituição de Ensino Superior do programa de ensino e, por fim, o tipo de documento.

Figura 10: Pesquisas recentes relacionadas a Curso Formação Professores Enfoque Ontossemiótico

Nº	ANO	AUTOR	TÍTULO	IES	TIPO
T1	2019	CARPES, Patrícia Pujol Goulart	Conhecimentos Didático-Matemáticos do professor de Matemática para o ensino de números racionais.	Universidade Franciscana	Tese
T2	2016	SOARES, Maria Elaine dos Santos	Conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais: uma análise sob a perspectiva do enfoque ontossemiótico	Universidade Luterana do Brasil	Tese

Fonte: BDTD (2022) e PPGECIM-ULBRA (2022).

Com estudos localizados, procedeu-se uma análise das possíveis contribuições destes trabalhos para a tese e, vale salientar, que se efetuou leituras e análises através do resumo, introdução e conclusão/considerações da pesquisa em questão. Assim, na análise da primeira tese (T1) observou-se que o estudo visou investigar o desenvolvimento dos conhecimentos

¹⁶ Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acessado em: 01/07/2022.

¹⁷ Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações do PPGECIM-ULBRA. <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/297/298>. Acessado em: 01/07/2022.

¹⁸ Catálogo de Teses e Dissertações-CAPES: Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acessado em: 02/07/2022.

didático-matemáticos sobre números racionais junto a um grupo de professores de Matemática com base no sistema dos Conhecimentos Didáticos Matemáticos (CDM) do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática.

Para tanto, a autora organizou um curso formativo-investigativo para professores de Matemática do Ensino Fundamental (Anos Finais), da rede municipal de ensino de Itaqui-RS, para aprofundar estudos específicos sobre o objeto matemático número racional. Carpes (2019) analisou os dados a partir do Guia de Avaliação da Idoneidade Didática de Processos de Instrução em Educação Matemática (GVID-IDM) e, se utilizando dos componentes e indicadores que compõem as dimensões do CDM, detectou-se que os professores apresentavam fragilidade no trânsito entre os significados e respectivas representações dos números racionais, assim como, apresentavam dificuldades em desenvolver atividades explorando a metodologia da Resolução de Problemas.

Mas, durante o processo formativo, os professores foram instigados a produção de portfólios e a autora afirma que estas produções serviram para orientar a lógica da proposta do curso de formação, organizar os planejamentos das sequências de atividades, dinamizar as interações e as trocas de experiências e apontar as dificuldades dos professores e dos alunos ocorridos em sala de aula. Vale ressaltar, que os portfólios, também, permitiram a pesquisadora oportunidades de reflexões sobre os conhecimentos mobilizados pelos professores sobre os números racionais e, por fim, Carpes (2019) reverbera que o EOS se configura “[...] como uma teoria que subsidia e orienta uma proposta de ensino e aprendizagem dos números racionais para os anos finais do Ensino Fundamental” (p. 7).

E, na segunda tese (T2), Soares (2016) objetivou investigar os conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por um grupo de professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede pública municipal de Pelotas, em um processo de formação continuada, na perspectiva do Enfoque Ontossemiótico. Para tanto, desenvolveu um curso formativo-investigativo junto a um grupo de professores do 4º e do 5º ano do Ensino Fundamental (Anos iniciais), o qual foi estabelecido em duas etapas, sendo que a primeira ocorreu com um grupo formado por vinte e cinco professoras, em encontros de formação continuada e a segunda fase, foi considerada como aprofundamento da pesquisa e ocorreu no ambiente escolar com quatro docentes, tendo o mesmo propósito da primeira fase, ou seja, pesquisar os conhecimento didático-matemático do professor referente ao conteúdo de frações e números decimais.

Para a organização do curso formativo-investigativo tomou-se como referência a noção de Idoneidade Didática proposta pelo grupo de pesquisa liderado por Juan Godino, no

contexto do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática e a experiência docente como fonte de conhecimento amparado em Maurice Tardif e, assim, as categorias da Idoneidade Didática (epistêmica, cognitiva, mediacional e interacional) foram tomadas como referência para inferir-se se a compatibilidade mínima exigida para o exercício da docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental (Magistério e Licenciatura em Pedagogia) do grupo de professores envolvidos no curso de formação.

Assim, as análises apontaram baixa idoneidade epistêmico-cognitiva, pois as docentes mostraram dificuldades relacionadas ao conhecimento específico do conteúdo de frações e números decimais; da dimensão mediacional, as professoras apresentaram média idoneidade, pois, embora utilizem recursos manipulativos na prática docente, apresentam dificuldades na utilização de tecnologias digitais, relevante para a melhoria na idoneidade mediacional e; com relação à dimensão interacional, a análise produzida permitiu inferir média idoneidade, devido à apresentação do conteúdo de frações não contemplar diferentes formas de representação, indicador apontado para essa idoneidade e, a autora finaliza a análise apontando que foi possível identificar que a experiência do professor contribui, positivamente, para o conhecimento didático-matemático.

Estes trabalhos contribuíram para a escolha do aporte teórico da pesquisa em vigor e levou-se em consideração as ideias de análises dos conhecimentos didático-matemático utilizando-se das guias de análises ontossemióticas dispostos pelo Guia de Avaliação da Idoneidade Didática de Processos de Instrução Matemática, se apropriando dos componentes e indicadores que compõem as dimensões do CCDM e, também, observou-se a organização dos cursos de formação-investigativos, no que se refere as abordagens dos conhecimentos e competências didáticos-matemáticos do profissional professor.

Também, é relevante se considerar que no Catálogo de Teses e Dissertações-CAPES não foi encontrado nenhum trabalho de pesquisa que trate deste aspecto e, diante do exposto, constatou-se que embora as pesquisas em Educação Matemática estejam em plena expansão, há poucos programas desta área que se dedicam aos estudos dos constructos teóricos do EOS de Godino e colaboradores direcionados, especificamente, para a linha de pesquisa de formação de professores de Matemática. Então, esta busca revela a necessidade de futuras pesquisas que aprofundem e discutam essa temática, lançando novos questionamentos, reestruturando ou acendendo espaço para estudos nesta área.

No que segue, abre-se um capítulo para discussões sobre aspectos históricos da Geometria englobando reflexões do seu ensino e aprendizagem na escola de Educação Básica.

4 SOBRE A GEOMETRIA: ASPECTOS DO SEU ENSINO E APRENDIZAGEM

Apresenta-se, nesse capítulo, apontamentos, discussões e reflexões sobre aspectos da evolução da Geometria (objeto de estudo das propostas de ensino), referindo-se as instruções e possibilidades de aprendizagens. Serão destacadas considerações a respeito da evolução histórica da Geometria na visão de Eves (1992) e sobre o desenvolvimento do ensino e aprendizagem, considerando a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e as ideias do modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele sob a ótica de Kaleff *et al.* (1994), Villiers (2010) e outros.

4.1 EVOLUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NA VISÃO DE EVES

Eves (1992) pondera que as primeiras considerações feitas pelo homem sobre a Geometria são muito antigas e acredita-se ter surgido a partir da maneira de como o homem enxerga o mundo a sua volta e visualiza as “coisas”, os animais, a natureza, entre outros, no que o autor denomina como Geometria Subconsciente (EVES, 1992). Assim, a partir destas observações cotidianas o homem começou a reconhecer de forma subconsciente as representações geométricas e, desta forma, se dá início ao reconhecimento do saber geométrico de forma informal, como por exemplo: a noção de distância entre dois locais distintos (mais longe e mais perto); identificação das formas geométricas simples (quadrado, triângulo, retângulo) que surgem da necessidade da delimitação de terras; as ideias de vertical, horizontal, paralela e perpendicular sugeridas através das construções de muros e moradias; as noções de curvas, superfícies e sólidos surgem a partir dos formatos das frutas, sol, lua, sementes, tronco de árvore cortado e outros (EVES, 1992) e, assim, os aspectos da Geometria Subconsciente se verificam, a partir da necessidade do “[...] homem primitivo para fazer ornamentos decorativos e desenhos, e provavelmente é correto dizer-se que a arte primitiva preparou em grande escala o caminho para o desenvolvimento geométrico posterior” (EVES, 1992, p. 2).

Assim, com a evolução dos tempos o homem passou da informalidade da Geometria Subconsciente a uma denominada Geometria Empírica e, procedeu-se a resolução de problemas através de “[...] um certo número de observações relativas a forma, tamanho e relações espaciais de objetos físicos específicos, extrair certas propriedades gerais e relações que incluíam as observações anteriores como casos particulares” (EVES, 1992, p. 3) e, foi a partir destas experiências empíricas e levando-se em consideração métodos de tentativas e

erros, que egípcios e babilônios perceberam que os objetos geométricos apresentavam propriedade que exigiam do observador um certo grau de abstração. E, “[...] isto acarretou a vantagem de se ordenarem problemas geométricos práticos em conjuntos tais que problemas de um conjunto podiam ser resolvidos pelo mesmo procedimento geral” (EVES, 1992, p. 3).

A vista disto, foram se configurando as ideias da Geometria Empírica ou Científica e, foi nesta etapa que surgiu a noção de lei ou regra geométrica e, por exemplo, “a razão entre a circunferência e o seu diâmetro é constante” e, é fato, isto é uma lei geométrica e, os estudiosos foram fazendo experimentações e acumulando informações que trouxeram à tona a organização dos conhecimentos geométricos formais, obtidos mediante a sistematização de raciocínios dedutivos, ou seja, a partir de generalizações e sem a necessidade de recorrer as experiências particulares. Neste sentido, afirma-se que:

Esse nível mais elevado do desenvolvimento da natureza da geometria pode ser chamado “geometria científica”, uma vez que indução, ensaio e erro e procedimentos empíricos eram os instrumentos de descoberta. A geometria transformou-se num conjunto de receitas práticas e resultados de laboratório, alguns corretos e alguns apenas aproximados, referentes a áreas, volumes e relações entre várias Figuras sugeridas por objetos físicos (EVES, 1992, p. 3).

E, a Geometria ganha o status de ciência no Egito antigo, descrita como a ciência da “medida da terra” e, a sua origem “[...] brotou de necessidades práticas, surgidas vários milênios antes de nossa era, em certas áreas do oriente antigo [...]” (EVES, 1992, p. 3) e, desta forma, a Geometria Científica nasceu das precisões humanas e com relações diretas com a agricultura e a engenharia. Há indícios desse tipo de Geometria, com mais ênfase, nas civilizações antigas da Mesopotâmia, tratando-se de medidas de agrimensura e irrigação por parte dos sumérios e nas babilônicas através das tábulas de mensuração prática (EVES, 1992).

As contribuições da civilização do Egito antigo para a Geometria Científica são firmadas com os papiros de Moscou e Rhind, que são textos matemáticos com 25 e 85 problemas datados aproximadamente de 1850 a.C. e 1650 a.C. e, também, são as principais fontes de informações da História da Matemática, sendo que dos 110 problemas, 26 desses papiros são de Geometria e, a maioria retrata fórmulas de mensuração para o cálculo de áreas de terras e volumes de celeiros e, para tanto,

[...] os gregos transformaram a geometria empírica, dos egípcios e babilônicos antigos no que poderíamos chamar de geometria “sistemática” ou “demonstrativa” [...] Tanto quanto é possível recuar ao passado, ainda encontramos presente um corpo considerável de Geometria Científica. Ao que parece a geometria se manteve nesse modelo até o período grego da antiguidade (EVES, 1992, p. 7).

E, foi Tales de Mileto, um dos “sete sábios” da antiguidade, o qual morou por um longo período no Egito e depois retornou para a Grécia, que apresentou os primeiros resultados geométricos baseados em raciocínios lógicos, ou seja, em procedimentos dedutivos da filosofia grega, desconsiderando a intuição e a experimentação. E, outro grego que merece destaque nesse estudo é Pitágoras, pois, este filósofo deu continuidade a sistematização da Geometria feita por Tales aproximadamente cinquenta anos antes (EVES, 1992). Então, Tales de Mileto e Pitágoras foram os responsáveis por transformar a Matemática em um estudo demonstrativo e sistematizado, apesar que se diz não existirem registros deixados por eles, mas, seus conhecimentos foram relevantes para que outros estudiosos desenvolvessem seus registros, séculos depois.

E, surge a Escola Pitagórica com notória influência na corrente da filosofia grega, no comando de Pitágoras e uma irmandade de natureza mística que estudavam além de Filosofia, a Matemática e as Ciências Naturais e, estes membros apresentaram contribuições matemáticas sólidas durante, aproximadamente, duzentos anos de existência da escola pitagórica. Desta forma, os pitagóricos contribuíram muito para o desenvolvimento da Álgebra e da Geometria grega e, por exemplo, criaram a teoria das proporções completa para deduzir propriedades de figuras semelhantes, mesmo limitada a grandezas comensuráveis e, elaboraram o teorema de Pitágoras, o qual afirma que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa (EVES, 1992).

Também, foram estes filósofos que tomaram ciência inicial de pelo menos três poliedros regulares (não se cita quais são estes) e estes descobriram a incomensurabilidade do lado e da diagonal de um quadrado, apesar que os babilônios já tinham conhecimento dessas informações, os pitagóricos aprimoram estes estudos por meio dos aspectos dedutivos da Geometria. Mas,

O Sumário eudemiano afirma que um pitagórico, Hipócrates de Quio, foi o primeiro a tentar, com sucesso pelo menos parcial, uma apresentação lógica da geometria sob forma de uma única cadeia de proposições baseada em algumas definições e suposições iniciais. Tentativas melhores foram feitas por Leon, Teudius e outros. Então, por volta do ano 300 a.C., Euclides produziu sua obra memorável, os Elementos, uma cadeia dedutiva única de 465 proposições compreendendo de maneira clara e harmoniosa geometria plana e espacial, teoria dos números e álgebra geométrica grega (EVES, 1992, p. 9).

Seguindo esta linha de raciocínio configura-se que Euclides (c. 300 a.C), Arquimedes (287-212 a.C) e Apolônio (c. 225 a.C) retratam um dos trabalhos mais importantes da Geometria Dedutiva, Os Elementos de Euclides, uma série de 13 livros que serviu de base

para o ensino da Geometria ao longo dos tempos e, os mesmos estudiosos apresentaram noções relativas a infinitésimos, limites e processos de somatórios que só vieram a ser formalizados nos tempos modernos com a invenção do Cálculo e, estes mesmos estudiosos,

Também desenvolveram em boa parte a geometria superior, ou geometria de curvas que não o círculo e a reta e de superfícies que não a esfera e o plano. Curiosamente, muito dessa geometria superior originou-se de tentativa de resolver os três famosos problemas de construção [1] da antiguidade: a duplicação do cubo, a trissecção de um ângulo arbitrário e a quadratura do círculo [2,3,4] (EVES, 1992, p. 9).

Como se constata, a partir de relatos históricos, foi a Matemática dos gregos, que durante três séculos desenvolveu a noção de discurso lógico com uma sequência de afirmações que foram obtidas por raciocínio dedutivo, por meio de um conjunto de afirmações iniciais, sendo tanto elas quanto as derivadas, termos técnicos e especiais. Mas, para tanto, deve existir explicações e explicações sobre esses termos técnicos e, assim estas afirmações iniciais passam a serem chamadas de axiomas e ou postulados do discurso, devendo ser aceitável sua veracidade para o estudioso da área. Bicudo (2011) aborda que foi a partir desta configuração dos postulados que a Geometria Empírica se transformou na Geometria Dedutiva:

Quando o conhecimento chega à Grécia, não havia a classe sacerdotal e o conhecimento tinha que ser explicado pela razão. A geometria não fugiu a isso e era preciso explicar os resultados geométricos. Sendo assim, estipulou-se uma base para ela, com definições para os objetos geométricos, estipulando algumas de suas propriedades. Os postulados são as primeiras noções geométricas que são aceitas sem contestações. A partir desses postulados, são apresentadas outras regras. Sendo assim, a geometria se transformou em uma ciência dedutiva, baseada em princípios (BICUDO, 2011, p. 1).

E, de acordo com os estudos de Eves (1992), os postulados dão base teórica a Geometria de Euclides, ou seja, surge a Geometria Dedutiva e, os estudiosos Euclides, Arquimedes (287-212 a.C.) e Apolônio (c. 225 a.C.) são considerados os três geômetras gregos mais importantes da antiguidade até os dias de hoje e o que se tem de significativo na área de Geometria originou-se dos trabalhos desses filósofos. Inclusive, como posto anteriormente, a base teórica da Geometria Dedutiva e ou de Euclides, é um conjunto de definições deduzidas a partir de cinco postulados (além de uma coleção de noções comuns) e, são eles:

O 1º diz que de qualquer ponto a outro se pode traçar uma reta, o 2º defende que dado uma reta limitada, é possível prolongá-la ilimitadamente para qualquer um dos dois lados, o 3º destaca que um círculo pode ser feito dado o centro e um ponto, e o 4º enfatiza que todos os ângulos retos são iguais. Já o 5º postulado, chamado também de “Postulado de Euclides”, ou de “Postulados das Paralelas”, é o mais complexo. Nele, caso uma reta

caindo sobre duas outras faça ângulos internos do mesmo lado menores que dois retos, as duas retas prolongadas indefinidamente se encontrarão em um ponto no mesmo lado em que os dois ângulos são menores que dois ângulos retos (BICUDO, 2011, p. 1).

Ainda nestes tempos, Platão (e seus seguidores) deu sua contribuição à Geometria Dedutiva através da Geometria Intuitiva, estudando com afinco as características e propriedades de cinco sólidos geométricos que ficaram conhecidos como “Sólidos de Platão”. Este acreditava que os poliedros regulares¹⁹ estavam presentes na natureza e que o universo era constituído por corpo e alma e, neste contexto, destaca a teoria dos cinco elementos/poliedros e, o tetraedro²⁰ representa o fogo, o cubo²¹ à terra, o octaedro²² o ar, o icosaedro²³ à água e o dodecaedro²⁴ e, todos são sólidos geométricos regulares”. Mas, este estudo também teve a colaboração dos pitagóricos e dos gregos, pois,

Os pitagóricos (500 a.C.) provavelmente descobriram três dos cinco poliedros regulares e fizeram deles uma parte importante do estudo da geometria. Os gregos acreditavam que os cinco sólidos correspondiam aos elementos do universo [...] Pouco depois dos pitagóricos, Platão (c. 350 a.C.) e seus seguidores estudaram esses sólidos com tal intensidade, que eles se tornaram conhecidos como “Poliedros de Platão” (EVES, 1992, p. 59).

E, o desenvolvimento da Geometria Dedutiva de Euclides continuou com a descoberta de alguns escritos do Grego Arquimedes e, dos oito que que ainda restaram, três trata da Geometria Plana e dois de Geometria Sólida. Sendo que “[...] esses trabalhos não são compilações de realizações de predecessores, mas criações altamente originais, marcando Arquimedes como um dos maiores matemáticos de todos os tempos, e certamente o maior da antiguidade” (EVES, 1992, p. 10). E, sobre outro grego, o Apolônio, considerado um grande astrônomo, comenta-se que este contribuiu para o estudo de muitos temas matemáticos, incluindo as secções cônicas²⁵ e, também, criou os termos elipse, parábola e hipérbole (EVES, 1992).

Depois da morte de Apolônio, a grande época de ouro da Geometria na civilização grega terminou e, posteriormente, destacam-se os gregos Heron de Alexandria (c. 75 d.C.) que trabalhou com a mensuração plana e sólida, Menelau (c.100) e Cláudio Ptolomeu (c.85-

¹⁹ Um poliedro é regular quando suas faces são polígonos regulares congruentes e seus ângulos poliédricos são todos congruentes.

²⁰ Tetraedro ou pirâmide Triangular é uma Figura geométrica espacial formada por quatro triângulos equiláteros.

²¹ Cubo ou hexaedro regular é uma Figura geométrica espacial formada por seis quadrados.

²² Octaedro é uma Figura geométrica espacial formada por oito triângulos equiláteros.

²³ Icosaedro é uma Figura geométrica espacial formada por vinte triângulos equiláteros.

²⁴ Dodecaedro é uma Figura geométrica espacial formada por doze pentágonos equiláteros.

²⁵ As secções cônicas resultam de um tipo de curva que é obtida através da interseção de um plano com um duplo cone. Consoante o ângulo de interseção que o plano produz com o cone, pode-se obter uma Parábola, uma Circunferência, uma Elipse ou uma Hipérbole.

c.165) com o desenvolvimento da Trigonometria como auxílio no estudo da Astronomia e Pappus (c. 320) através da obra *Coleção*, um misto de comentários e guia de outros trabalhos de seu tempo (EVES, 1992).

O autor, prossegue, destacando que Roma domina o período final dos tempos antigos (146 a. C. a) e a Grécia se tornou a província de Roma e, nesta ocasião, a Matemática e a Ciência foram reduzidas ao segundo plano, não apresentando contribuições significativas, pois, as condições não favoreciam o desenvolvimento do pensamento criativo, pois, este “[...] período que se inicia com a queda do Império Romano, na metade do século V e, que se estende até o século XI é conhecido como alta Idade Média europeia” (EVES, 1992, p. 12).

Neste período, a civilização europeia desceu a níveis baixíssimos, o ensino passou por declínio, o saber grego quase deixou de existir e as artes e ofícios que deveriam ser transmitidos ao mundo foram lançados ao esquecimento e, diante da decadência do ensino, os povos do Oriente, principalmente, os hindus e árabes tornaram-se os maiores depositários da Matemática (EVES, 1992). Apesar destes povos quase nada produziram e nem se destacaram na área de Geometria e Metodologia Matemática Básica, foram evidenciados na área da Computação e da Álgebra Matemática. Também, revela-se que eles não aderiram as formas dedutivas e de demonstrações adotadas pelos gregos (EVES, 1992).

O autor destaca o papel importante dos árabes na preservação da produção de gregos e hindus apontando que, “Não fora o trabalho dos eruditos árabes e uma grande parte da ciência grega e hindu se teria perdido irremediavelmente ao longo da Idade Média” (EVES, 1992, p. 13), sendo que inclusive, os árabes se destacaram na Trigonometria, especificamente, no Cálculo com ângulos e triângulos no plano e na esfera. Evidenciando-se, nestes tempos, alguns estudiosos como Al-Biruni e Al-Battani (séculos IX e X) na Trigonometria, Albatenius, na Astronomia, Jabir Ibn Aflah (século XII) na Trigonometria Esférica e, também, é relevante considerar que “O modo como os árabes se apropriaram do saber grego e hindu teve importância considerável para a preservação de grande parte da cultura do mundo” (EVES, 1992, p. 13).

Dando continuidade ao retrato histórico da Geometria, Eves (1992) destaca que no final do século XI, os clássicos da Grécia sobre a Ciência e a Matemática voltaram a se destacar na Europa e o saber grego, que foi bastante preservado pelo povo árabe, chegou à Europa Ocidental através de traduções latinas realizadas pelos eruditos cristãos que visitaram os centros muçulmanos e, também, por meio de relações comerciais entre esses povos. No entanto, no século XIII pode-se destacar o surgimento de algumas universidades em Paris,

como, por exemplo, Oxford, Cambridge, Pádua e Nápoles e, neste interim, teve-se ainda a tradução para o latim da obra de Euclides, os Elementos (EVES, 1992).

Eves (1992) argumenta que o século XIV foi um período improdutivo para o desenvolvimento da Matemática, pois, foi um período marcado pela Peste e, também, pela guerra dos Cem Anos na Europa. E, o século XV foi marcado pelo período do Renascimento, sendo que as concentrações das atividades matemáticas se estabeleceram na Aritmética, na Álgebra e na Trigonometria, com influências evidenciadas no comércio, navegação, astronomia e agrimensura.

E, no século XVI, prosseguiu o desenvolvimento da Aritmética e da Álgebra (passou da forma retórica para a simbólica), sendo que o aspecto mais relevante, foi a descoberta da solução algébrica das equações cúbicas e quartícas, que foram realizadas pelos matemáticos italianos. Tem-se que as transformações sofridas pela Álgebra foram decisivas para o desenvolvimento posterior da Geometria (EVES, 1992).

No final do século XVIII, ocorreu a volta de alguns aspectos projetivos, por meio da criação da Geometria Descritiva pelo geômetra francês Gaspard Monge, que estudou nesta matéria, uma maneira de representar e analisar os objetos tridimensionais através de suas projeções sobre certos planos (EVES, 1992). Daí, surgiu a Geometria das Transformações, que teve origem com a percepção de que existem várias geometrias, a euclidiana e as não euclidianas, criadas no século XIX e, nesta mesma época, “espaço” passa a ser visto como um lugar onde os objetos podem ser comparados entre si.

Portanto, “A ideia central tornou-se a de um grupo de transformações congruentes do espaço em si mesmo, e a Geometria passou a ser considerada como o estudo das propriedades das configurações de pontos que permanecem inalterados quando o espaço circundante é sujeito a essas transformações” (EVES, 1992, p. 27). Surge a Geometria Avançada, pois, “[...] muitos matemáticos do século XX sentem que talvez a melhor maneira de descrever a geometria hoje não seja como um corpo de conhecimentos algo separado e determinado, mas como um ponto de vista –uma maneira particular de observar o assunto” (EVES, 1992, p. 28).

É relevante ao professor de Matemática entender que os conceitos que englobam a constituição da Geometria não foram elaborados mecanicamente e nem de um dia para outro, pois, os seus desenvolvimentos submergem ao tempo, experimentações, explorações, investigações e descobertas e, foram constituídos gradativamente, ao longo de um extenso período de necessidades reais do homem e com amparo de reflexões profundas e muitas pesquisas de estudiosos da área.

Compreender que a Geometria, uma vez elaborada pela humanidade ao longo dos tempos, está sujeita às condições socioculturais de produção intelectual e entender como estes saberes foram elaborados e são reelaborados ao longo dos tempos, proporciona ao professor possibilidades de um ensino com ideias de aproximações à realidade, reduzindo o nível de abstração dos conceitos geométricos, compreendendo as dificuldades de entendimento de certos conceitos, proporcionando diálogos que orientam o pensar geométrico, propondo aplicações práticas e conduzindo experimentações concretas e, desta forma, é fomentada ao aluno uma aprendizagem com significado.

Assim, enfatiza-se que a Geometria Euclidiana é ensinada até hoje nas escolas de Educação Básica e “A sobrevivência da geometria euclidiana como disciplina escolar se deve ao fato de ela representar, por mais que se queira o contrário, uma grande formadora do espírito lógico do estudante. É uma obra fundamental do pensamento humano” (BICUDO, 2011, p. 1).

E, diante da compreensão de que é necessário se entender os meandros do desenvolvimento do pensamento geométrico ao longo dos tempos, para se amplificar as percepções espaciais e se enxergar como um ente geométrico que ocupa espaço no mundo, adentra-se as reflexões teóricas dos saberes geométricos escolares referenciados pela BNCC para a elaboração do currículo escolar.

4.2 A GEOMETRIA NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC a partir de então) (BRASIL, 2018) é um documento normativo e referencial obrigatório para a elaboração dos currículos escolares brasileiros, representa uma proposta de política pública vinculado ao Ministério da Educação-MEC, previsto na Constituição da República Federativa do Brasil, em seu Artigo 210, com a pretensão precípua de “Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais” (BRASIL, 2016, p. 124) e, desta forma, este passa a funcionar como um guia de orientações didático-pedagógico-curricular proposto na perspectiva de atender às expectativas mínimas de aprendizagens dos estudantes e, também, orientar a gestão de ensino, aprendizagem e funcionamento das escolas brasileiras.

Desta forma, a BNCC (BRASIL, 2018) define as aptidões essenciais para a garantia do desenvolvimento do pensamento amplo dos estudantes e, também, orienta de modo amplo para “[...] aprendizagens essenciais a ser garantidas a todos os discentes e orienta a (re)elaboração de currículos e propostas pedagógicas, [...], seja no tocante à organização e à

proposição de itinerários formativos” (p. 471) e, no que se refere a proposta de inserir o aluno do Ensino Médio no cenário de protagonista da sua aprendizagem se propõe a “[...] ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental” (p. 517), possibilitando uma aprendizagem integrada e que se adeque as situações vivenciadas no dia a dia dos estudantes.

Ainda, no que se refere as abordagens de estratégias e metodologias de ensino que situem os estudantes em contextos que potencializem o aprender a aprender, se conduz as ideias que fomentam a criação de trabalhos colaborativos e “[...] que se organizem com base nos interesses dos estudantes e favoreçam seu protagonismo” (p. 472). Também, propõe-se um ensino que prime por adequações de tarefas que façam parte da vida diária do estudante e que o estimule ao desenvolvimento da capacidade de agir matematicamente nas mais diversas situações, dentro e fora da escola, na perspectiva de formar sujeitos que tenham cada vez mais autonomia na tomada de decisões.

Neste caso, explicita-se que a BNCC (BRASIL, 2018) é um referencial formalizado e instituído pelo poder público para a elaboração do currículo escolar e, isto, na perspectiva de se assegurar ao estudante brasileiro a formação básica comum, respeitando os valores culturais e artísticos, nacionais e regionais dos sujeitos. Este documento propõe muito além do que apenas determinar os objetos de estudo que devem ser ministrados em cada período, pois, os profissionais da educação são desafiados ao desenvolvimento de competências e habilidades que abrangem, inclusive, os aspectos emocionais e sociais e de valores e atitudes que se adequam ao pleno exercício da cidadania.

Este guia se insere na conjectura de que todas as pessoas têm o direito constitucional de aprendizagem dos conteúdos mínimos propostos para cada área do conhecimento e, não é aprender por aprender, mas sim, utilizar-se destes saberes para exercer seu direito de cidadania. E, neste se insere os benefícios de dominar as habilidades essenciais ao bom convívio, como cidadão crítico e participativo das causas que constituem uma sociedade em constante mudanças. Ou seja, independentemente, de raça, regionalidade ou classe socioeconômica, todos os estudantes brasileiros devem ter as mesmas oportunidades de aprendizagens, dominar as mesmas habilidades e competências que se referem a cada área do conhecimento e, isto deve se estabelecer ao longo da trajetória escolar da Educação Básica.

É relevante considerar a utilização de metodologias, recursos e estratégias de ensino, nas quais se inserem as ideias de laboratórios, oficinas, clubes, observatórios, incubadoras, núcleos de estudos e núcleos de criações artísticas, meios que possibilitam a criação de tarefas

que proponham articulações de conhecimentos entre os diversos campos do saber e, também, entre as distintas temáticas que constituem a área de Matemática (BRASIL, 2018).

Em continuidade as propostas de potencialização das aprendizagens aos estudantes, propõe-se ao professor a criação de contextos de investigação, de representação de modelos e de resolução de problemas e, para tanto, “[...] devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados” (BRASIL, 2018, p. 519). Outro ponto relevante indicado nas propostas da BNCC (2018), inclusive, para a área de Matemática é a utilização das tecnologias digitais como recurso didático potencializador das aprendizagens matemáticas, pois:

[...] a BNCC propõe que os estudantes utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Tal valorização possibilita que, ao chegarem aos anos finais, eles possam ser estimulados a desenvolver o pensamento computacional, por meio da interpretação e da elaboração de fluxogramas e algoritmos (BRASIL, 2018, p. 518).

Contudo, na perspectiva de se potencializar as aprendizagens matemáticas através das tecnologias digitais - plataformas digitais, *softwares*, *applets*²⁶, jogos, laboratórios virtuais – meios instrucionais que possibilitaram ao discente a construção de uma visão contextualizada, aplicada a realidade e integrada as distintas áreas do conhecimento. É, também, pertinente levar em consideração que estas concepções se articulam com as ideias propostas pela BNCC de Matemática no que se refere ao desenvolvimento da capacidade do estudante identificar, compreender e aplicar os conhecimentos matemáticos ao mundo moderno, na perspectiva de atender às suas necessidades no implemento de seu papel de cidadão consciente e crítico e, neste contexto se insere:

[...] o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 266).

Incluindo as ideias de letramento matemático, acrescenta-se as perspectivas de desenvolvimento integral para os estudantes, contrabalanceando com os aspectos do saber ser, aprender, fazer e conviver, que são ações impostas através das dez competências gerais da

²⁶ O software *Geogebra* permite que você faça *applets* (por exemplo, sólidos de revolução), dispensando conhecimentos prévios de linguagens de programação. Em outras palavras, você fica responsável pelo conteúdo matemático, utiliza as ferramentas do programa *Geogebra* para explorar o ente matemático. Disponível em: <https://rpm.org.br/rpm/img/conteudo/files/of8.pdf>. Acessado em: 15/07/2022.

BNCC: Lugar que se insere o progresso das aprendizagens/habilidades e o desenvolvimento pessoal e coletivo através das etapas de ensino em cada etapa escolar e, também, o desígnio de se trabalhar os saberes escolares na perspectiva de progressão do protagonismo do aluno, inclusive, avançando em seu contexto histórico-pessoal (BRASIL, 2018).

Ainda se observa que os professores de Matemática inserem no contexto das suas aulas abordagens didático-pedagógicas explorando as diversas tendências metodológicas atuais e, dentre estas, se destaca a resolução de problemas, tecnologias digitais, modelagem com caixinhas de papelão e materiais manipulativos. Esses processos didáticos, por sua vez, estão ligados às formas de como se ensinar a Matemática, pois são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia de ensino com foco na aprendizagem Matemática (BRASIL, 2018).

Levando-se em consideração que os conteúdos matemáticos estão estruturados em unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística) e em cada uma destas, os objetos do conhecimento são conduzidos por suas respectivas habilidades, observa-se que a “[...] Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento (BRASIL, 2018, p. 271).

Assim sendo, o ensino desta área do saber “[...] precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas” (BRASIL, 2018, p. 272) e, para tanto, fez-se necessário ao professor criar situações de ensino que oportunizaram aos estudantes o desenvolvimento pleno do pensamento geométrico, o qual é “[...] necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes” (BRASIL, 2018, p. 271). E, a constituição do pensamento geométrico do alunado amparada por um amplo conjunto de conhecimentos se resume em:

[...] estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de Figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. [...] as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (BRASIL, 2018, p. 271).

Assim, na BNCC (BRASIL, 2018) as aptidões para o Ensino Fundamental (Anos Finais) estão dispostas por tipo de Geometria (Geometria Plana e Espacial, Geometria Euclidiana, Geometria das Transformações e Geometria das Construções Geométricas) e por etapa de ensino, como disposto no quadro da Figura 11.

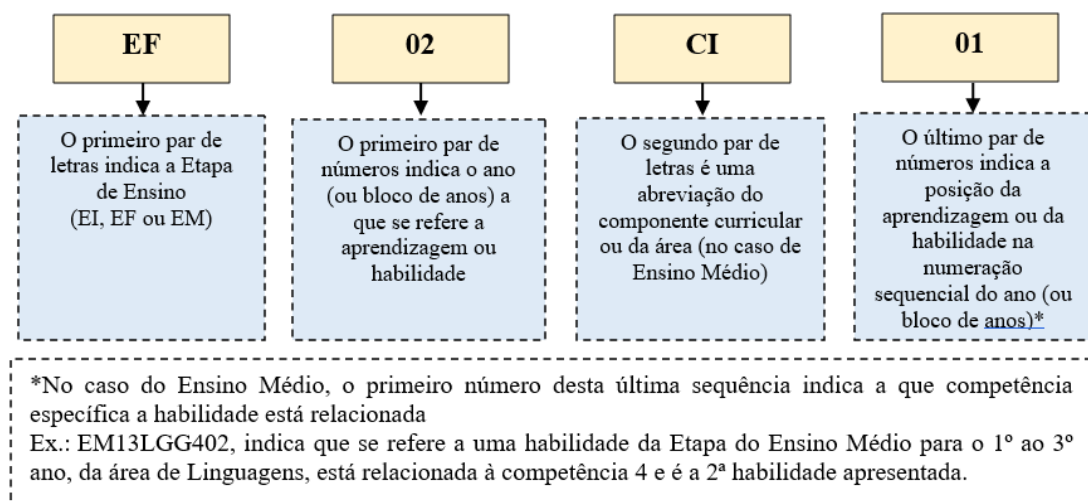
Figura 11 - Progressão das Aprendizagens de Geometria, por Habilidades da BNCC ²⁷
Ensino Fundamental-Anos Finais

Etapa de Ensino	Geometria Plana e Espacial	Geometria Euclidiana		Geometria das Transformações: simetrias no plano		Geometria das Construções Geométricas	
6º ano	EF06MA16 EF06MA17	EF06MA18 EF06MA19 EF06MA20		EF06MA21		EF06MA22 EF06MA23	
7º ano	---	---		EF07MA19 EF07MA20	EF07MA21 EF07MA22	EF07MA23 EF07MA24 EF07MA25	EF07MA26 EF07MA27 EF07MA28
8º ano	EF08MA19 EF08MA20 EF08MA21	EF08MA14		EF08MA18		EF08MA15 EF08MA16 EF08MA17	
9º ano	EF09MA16 EF09MA19	EF09MA10 EF09MA11 EF09MA12	EF09MA13 EF09MA14			EF09MA15 EF09MA17	

Fonte: a autora.

E, para concluir esta linha de pensamento, considera-se relevante, antes de prosseguir a discussão, entender, de maneira mais ampla, que habilidades na BNCC se referem às expectativas de aprendizagens ou aptidões que devem ser mobilizadas pelos alunos, ao longo de cada etapa de ensino, para que ocorra o pleno domínio de um objeto de estudo (conteúdo, conceito ou processo) e o desenvolvimento das competências gerais e específicas propostas pela Base. Assim, o sequenciamento descrito descreve cada habilidade, a qual denota a aprendizagem programada e cada uma destas é expressa por um código (figura 12):

Figura 11 - Sequenciamento do Código da Habilidade na BNCC



Fonte: Brasil (2018).

²⁷ http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

E, compreendendo como funciona cada um destes códigos, reitera-se que a proposta de desenvolvimento de aptidões para o Ensino Médio sugere que os “[...] sistemas de ensino e as escolas devem construir seus currículos e suas propostas pedagógicas, considerando as características de sua região, as culturas locais, as necessidades de formação e as demandas e aspirações dos estudantes” (BRASIL, 2018, p. 471) e, desta forma, deixa em aberto as possibilidades de flexibilização do currículo e de escolha do itinerário formativo.

Ainda para esta etapa de ensino, dispõe-se as habilidades por tipo de Geometria, sendo que se insere ênfase nas habilidades da Geometria Plana/Espacial adicionando-se os conceitos da Trigonometria e do Ladrilhamento e, não se identifica habilidades que tratem das características da Geometria das Construções Geométricas e, entende-se que este fato acontece porque as habilidades de Desenho Geométrico devem ser estabelecidas e formalizadas nas aprendizagens do Ensino Fundamental (Anos Finais).

É relevante se considerar que a BNCC (BRASIL, 2018) do Ensino Médio não sugere em qual série deve ser inserida cada habilidade disposta na listagem do quadro da Figura 12, pois, como se trata de uma continuidade de ensinamentos do Ensino Fundamental (Anos Finais), então, deixa-se a cargo de cada instituição de ensino a organização dos itinerários formativos, os quais devem se adequar a cada realidade local e ou regional. Porém, é relevante se considerar que, de forma geral, esta organização se caracteriza através da escolha do livro didático, pelos professores de Matemática.

Figura 12 - Progressão das Aprendizagens de Geometria, por Habilidades da BNCC²⁸ no EM

Geometria Plana/Espacial Trigonometria Ladrilhamento		Geometria Euclidiana Geometria e Álgebra		Geometria das Transformações/Projeções
EM13MAT201	EM13MAT504	EM13MAT306	EM13MAT506	EM13MAT105
EM13MAT307	EM13MAT505	EM13MAT307	EM13MAT512	EM13MAT509
EM13MAT309	EM13MAT506	EM13MAT308		
EM13MAT404	EM13MAT512	EM13MAT407		

Fonte: a autora.

E, considerando-se as distintas maneiras de se explorar as habilidades geométricas é relevante ponderar a proposição de contextos que favoreçam a motivação e o interesse dos estudantes para o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos que são

²⁸ <http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file>

essenciais para a demanda da resolução de problemas do mundo físico e para o desenvolvimento do pensamento geométrico:

[...] eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma Figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de Figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança (BRASIL, 2018, p. 517).

Então, na perspectiva de se potencializar as possibilidades de se promover o protagonismo do aluno, em um processo de ensino e aprendizagem que favoreça e oportunize o desenvolvimento das habilidades de: Resolver problemas e fazer investigações; expressar seu pensamento lógico; desenvolver atividades em duplas ou em grupos; levantar hipóteses e argumentar; discutir e refletir sobre o próprio erro na perspectiva de encontrar novos caminhos resolutivos e, por fim; elaborar problemas e desafios contextuais a sua realidade.

Com base nestes argumentos, acredita-se que é fundamental aos alunos, a partir da observação de objetos e situações cotidianas, reconhecer e representar os entes geométricos nas suas distintas dimensões e, ainda, que seja capaz de reconhecer e saber enumerar as propriedades inerentes aos entes geométricos, pois, considera-se que a Geometria é uma das áreas do saber matemático que mais possibilita estas relações que se referem as visualizações das características e propriedades dos objetos de aprendizagem, através das suas distintas representações.

Desta forma, um recorte das Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) que se considera relevante observar, indica que é possível ao professor ampliar as possibilidades de aprendizagem dos estudantes com um trabalho docente que se utilize de situações cotidianas para a sistematização dos conhecimentos geométricos, pois:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas (BRASIL, 2006, p. 75).

Inclusive, a BNCC (BRASIL, 2018) também trata da necessidade do desenvolvimento do raciocínio lógico para o reconhecimento de propriedades geométricas; construção de argumentos nas situações de resoluções de problemas; desenvolvimento da capacidade de investigar, buscar e se apropriar de informações e transformá-las em conhecimentos. Neste

sentido, espera-se que o estudo da Geometria promova o desenvolvimento de habilidades que amplifiquem a capacidade do estudante de pensar logicamente, dominar estratégias de cálculos que consintam a autonomia de análise, interpretação e resolução de questões matemáticas e que, também; possibilite intervenções exitosas no meio em que vive.

De modo geral, todas as propostas apresentadas pela BNCC (BRASIL, 2018) podem e devem auxiliar ao professor na articulação de implementações e aplicações de novas metodologias de ensino; incentivá-lo para a proposição de aulas adequadas à realidade e ao contexto social dos aprendentes; desenvolvimento de estratégias de ensino que proponham situações que oportunize ao aluno o desenvolvimento do pensamento matemático de forma organizada e sistematizada; amplificar a liberdade de pensar logicamente o fazer matemático e, por último; oportunizar aos estudantes o desenvolvimento da capacidade criadora do seu próprio conhecimento e, só assim, o educando poderá dominar as competências e habilidades necessárias para que ocorra, de fato, os avanços do desenvolvimento do pensamento geométrico.

E, para compor as ideias de se trabalhar as habilidades propostas pela BNCC de acordo com os níveis cognitivos dos estudantes, intensificou-se as leituras e discussões para se aprofundar nas concepções do modelo teórico de van Hiele.

4.3 MODELO DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE

Inspirados pela teoria da Epistemologia Genética de Jean Piaget os pesquisadores holandeses (Países Baixos, Holanda) Dina van²⁹ Hiele Geldof e seu marido Pierre Marie van Hiele diante de observações *in loco* das dificuldades dos seus alunos no que se refere à aprendizagem da Geometria, se encaminharam a investigar as causas desses obstáculos. E, a partir destes estudos originou-se, como produto dessas pesquisas ocorridas no curso de Doutorado em Matemática e Ciências Naturais, pela Universidade Real de Utrecht, na Holanda, em 1957, o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico (KALEFF *et al.*, 1994; VILLIER, 2010).

A tese de Pierre, O problema do *insight* - uma conexão com a compreensão dos estudantes na aprendizagem da Geometria, investigava o porquê de os alunos apresentarem dificuldades ao aprender Geometria e, a tese de Dina, A didática da Geometria na classe

²⁹ O sobrenome “VAN” é comum na Holanda, que é cognato do von alemão, significa o “DE” em português e francês e, sendo preservado este significado está sendo utilizado neste contexto como “van” (WIKIPÉDIA, 2022).

inicial do ensino secundário, abordava sobre um experimento educacional que trabalhava a sugestão de ordenação dos conteúdos de Geometria e de atividades com foco na aprendizagem dos alunos. Porém, após concluir sua tese, Dina foi surpreendida pela morte e, foi seu marido Pierre que, em 1959, em um congresso de Educação Matemática na França, difundiu o modelo (KALEFF *et al.*, 1994; VILLIER, 2010).

Nestes estudos, o casal van Hiele (1957) percebeu que o desenvolvimento do pensamento geométrico dos seus alunos se dava através de diferentes níveis, iniciando pelo reconhecimento das Figuras geométricas a partir de suas aparências físicas e concluindo no entendimento dos estudos abstratos inerentes a Geometria e, desta forma, concluiu que a principal característica do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico é a distinção de cinco diferentes níveis de pensamentos com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos acerca dos saberes geométricos. “O Modelo de van Hiele do pensamento geométrico se coloca como guia para aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em Geometria” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 03).

E, procedeu-se a difusão destas ideias a partir da primeira metade da década de 60: Quando a União Soviética se utilizou do modelo como base para a elaboração de um novo currículo de Geometria; já em 1971, este foi utilizado pelos holandeses na implementação do projeto *Wiskobas* de desenvolvimento curricular; depois, em 1973, Hans Freudenthal, orientador dos van Hiele, publicou um livro intitulado “*Mathematical as an Educational Task*” onde citava o trabalho dos van Hiele e; por último, em 1976, o professor americano Izaak Wirsup começou a divulgar o modelo em seu país. Mas, o interesse pelas contribuições dos trabalhos dos van Hiele tornou-se cada mais difundido após alguns estudiosos da área traduzirem vários artigos destes estudiosos para a língua inglesa (CROWLEY, 1994).

“Pierre van Hiele percebeu que os problemas e tarefas apresentados às crianças frequentemente requerem vocabulário, conceitos ou conhecimento de propriedades além do nível de pensamento da criança” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 03), então, direcionou suas investigações para o desenvolvimento do pensamento geométrico do sujeito, atentando-se em avaliar o que, de fato, ocorre com as estruturas mentais deste indivíduo durante a aprendizagem da Geometria.

Nesta mesma linha de raciocínio, Geldof van Hiele (1957) afirma que o sujeito somente tem um *insight* quando age na intencionalidade e a partir de informações e aprendizagens já internalizadas e, a partir daí, resolve com êxito uma situação que nunca enfrentou antes. “Um sujeito mostra *insight* se: (a) é capaz de se desempenhar numa possível situação não usual; (b) desenvolve corretamente e adequadamente as ações requeridas pela

situação; (c) desenvolve deliberadamente e conscientemente um método que resolva a situação” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 04). Os indivíduos têm *insights* quando entendem “o que estão fazendo, por que estão fazendo algo, e quando o fazem” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 04), então:

Diz-se que uma criança tem entendimento em um determinado campo da Geometria quando, a partir dos dados e relações geométricas que lhe são fornecidos, é capaz de chegar a uma conclusão em uma situação que ele nunca havia enfrentado antes (GELDOF VAN HIELE, 1957, p. 01, tradução do autor).

Para tanto, na sala de aula, deve ser ofertado condições didáticas propícias para que se estabeleça os *insight* dos estudantes: aulas dinâmicas e participativas, situações de ensino que ofereçam aos alunos novas oportunidades de aplicabilidade e de formar novas estruturas mentais, conteúdos organizados na ordem lógica e adequada ao nível do pensamento do aluno, linguagem generalizada e adequada ao nível de ensino e oportunidade de resolução de situações-problemas (VAN HIELE, GELDOF VAN HIELE, 1957).

Desta forma, valida-se a hipótese de que a ampliação dos conhecimentos geométricos dos alunos sofre influências da organização pedagógica do professor, do nivelamento de pensamentos e conteúdos entre o que o professor ensina e o nível em que se encontra o aluno, a abordagem adequada do livro didático e, também, pelo estímulo norteado pela escola e não tem a ver com a maturação biológica e nem com a idade do sujeito (KALEFF *et al.*, 1994).

Neste sentido, é relevante para o professor de Matemática repensar a instrução matemática, as metodologias de ensino, as atividades práticas aplicadas, o domínio dos conteúdos, os experimentos laboratoriais, a linguagem adequada ao nível dos alunos, as atividades avaliativas, as sequências de atividades, as subdivisões dos saberes e, enfim, o planejamento de aula como um todo, já que estes atributos constituem-se em elementos fundamentais para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos diante da Geometria. E, Geldof van Hiele (1957) percebe o professor como protagonista neste processo de crescimento e desenvolvimento do aluno quando afirma que:

A subdivisão dos assuntos deve ser feita pelo professor; ele mesmo deve definir o objetivo principal em torno do agrupamento de conteúdo. Deve-se manter unidade na organização dos assuntos, de forma adequada e única. Ensinar os métodos que são gerais. Além disso, o professor deve perceber que ele é um matemático e que seus alunos não são. Portanto, ele terá que estar consciente da orientação matemática mais avançada da sua mente (GELDOF VAN HIELE, 1957, p. 17-18, tradução do autor).

Além de ter a orientação matemática mental mais avançada, o docente deverá ter consciência de que a Geometria é uma área da Matemática rica em propriedades, conceitos, axiomas e teoremas e para que os estudantes compreendam estes saberes é necessário ao professor utilizar-se de diversas formas de representações e manipulações de artefatos para que o aluno visualize mentalmente qual o objeto de estudo, significado e aplicações. “A atenção do aluno deve ser direcionada para o aspecto intelectual dos assuntos, para os métodos que lhes correspondem e sobre o modo e a forma como esses métodos podem ser utilizados em outros campos” (VAN HIELE, 1957, p. 4, tradução do autor).

Van Hiele (1957) nas discussões desse modelo teórico dialoga também sobre a importância de o docente permitir-se às reflexões diante das dificuldades dos alunos para melhor atendê-los, pois, a instrução matemática e o estímulo recebido diante da aprendizagem são fatores determinantes para que o sujeito avance em cada e dentro do nível de desenvolvimento do seu pensamento geométrico. Para tanto, o autor considera relevante um planejamento de ensino de Geometria centrado na possibilidade de produção de uma teia de conexões de saberes geométricos relacionados entre si por uma estrutura cognitiva que “À medida que se forma o entendimento geométrico, três estruturas são confrontadas: uma estruturação perceptual, uma estruturação linguística e uma estruturação lógica. Em parte, eles se complementam [...]” (VAN HIELE, 1957, p. 29, tradução do autor).

Neste sentido, é relevante, também, refletir sobre as simplificações lógicas de adaptação da linguagem (ao nível cognitivo do estudante) à generalização, para que este compreenda seus ensinamentos diante das complexidades próprias da Geometria e, também, para que mais adiante possa reconhecer no raciocínio simplificado do presente àqueles mais precisos (formalizados) que irá estudar no futuro. Van Hiele (1957) valida esta hipótese quando afirma que o professor:

1. Não deve abordar definições, teoremas ou provas que não fazem sentido para os alunos.
2. Se somos obrigados a apresentar um aspecto teórico teremos que escolher a maneira mais simples, que realmente corresponda a um sistema lógico e que inclua essencialmente os mesmos elementos que a forma puramente matemática (VAN HIELE, 1957, p. 109, tradução do autor).

Van Hiele (1957) comenta que estas duas regras se completam e para que o estudante articule mentalmente a teia de conexões de saberes que permite a organização do pensamento geométrico, o professor deverá disponibilizar ao aluno aulas com possibilidades de exploração da criatividade, da experimentação, da elaboração dos resultados por tentativas e erros, da exposição de conhecimentos prévios, da incitação à pesquisa e ao desenvolvimento

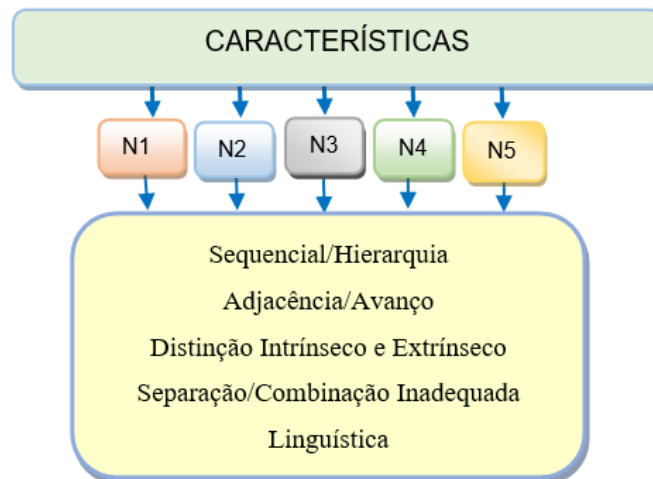
da autonomia de pensar; senão, os estudantes ligeiramente esquecerão os conceitos ensinados e, ainda, serão impedidos de construir seus próprios saberes geométricos.

Então, este modelo, que se apresenta com características desenvolvimentistas, sugere que o aluno avance no pensamento geométrico através de cinco níveis de compreensão hierárquicos, através de *insights*, sendo que determinado nível de raciocínio só pode ser atingido após passar por todos os níveis inferiores. A seguir, será discutido sobre as características inerentes ao modelo de van Hiele.

4.3.1 Características do modelo de van Hiele

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico apresenta cinco características (Figura 13) que sugerem especificidades para que cada nível seja considerado diante da constituição do currículo escolar de Matemática, pois, “Essas propriedades são particularmente significativas para educadores, pois podem orientar a tomada de decisão quanto ao ensino” (CROWLEY, 1994, p. 4).

Figura 13 - Características/Generalidades - Modelo de van Hiele



Fonte: a autora.

Então, é relevante descrever essas propriedades que caracterizam o modelo de van Hiele e refletem melhor compreensão diante da tomada de decisão no planejamento de ensino.

a) Sequencial (Hierarquia), o aluno não pode avançar de nível se não domina os conhecimentos do nível precedente, ou seja, para o sujeito atingir certo nível é necessário passar antes por todos os níveis inferiores, através de experiências de aprendizagens apropriadas (VILLIERS, 2010). Por exemplo, o aluno só consegue perceber a inclusão de

classes dos quadriláteros (nível de abstração) se distinguir as propriedades de cada uma das classes que constituem o todo (nível de análise).

b) Adjacência (Avanço), para o aluno avançar em um determinado nível de pensamento tem que dominar os conhecimentos e estratégias de cálculos do nível precedente, ou seja, o progresso de um nível para o outro depende mais da instrução recebida que da maturidade do aluno (VILLIERS, 2010).

c) Distinção (Intrínseco e Extrínseco), o aluno tem conhecimentos que estão intrínsecos, mas ele não consegue explicar, porém, no nível seguinte estes conhecimentos, porque, “[...] os objetos inerentes a um nível se transformam em objetos de estudo para o nível posterior” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 06). Por exemplo, no nível 1 apenas a forma da Figura geométrica é percebida pelo aluno, mas ele não sabe por que aquela Figura é um quadrado ou retângulo etc. Somente no nível 2 as Figuras são analisadas e as características são percebidas, ou seja, os conceitos geométricos implícitos em um nível tornam-se explícitos no nível subsequente.

d) Separação (Combinação Inadequada), “Duas pessoas com raciocínio em níveis diferentes não podem entender uma à outra” (VILLIERS, 2010, p. 401) e, “caso haja uma combinação inadequada entre o professor, o material, o aluno, o vocabulário, e assim por diante, a aprendizagem não será efetivada; ou seja, não há compreensão entre indivíduos de diferentes níveis” (CROWLEY, 1994, p. 05).

e) Linguístico, cada nível apropria-se de uma linguagem específica e de um conjunto de símbolos correspondentes aos sistemas de relações de cada fase. Por exemplo, não adianta tratar das propriedades dos polígonos (nível 2) com os alunos que estão na fase de reconhecimento das Figuras geométricas (nível 1) (CROWLEY, 1994, p. 05).

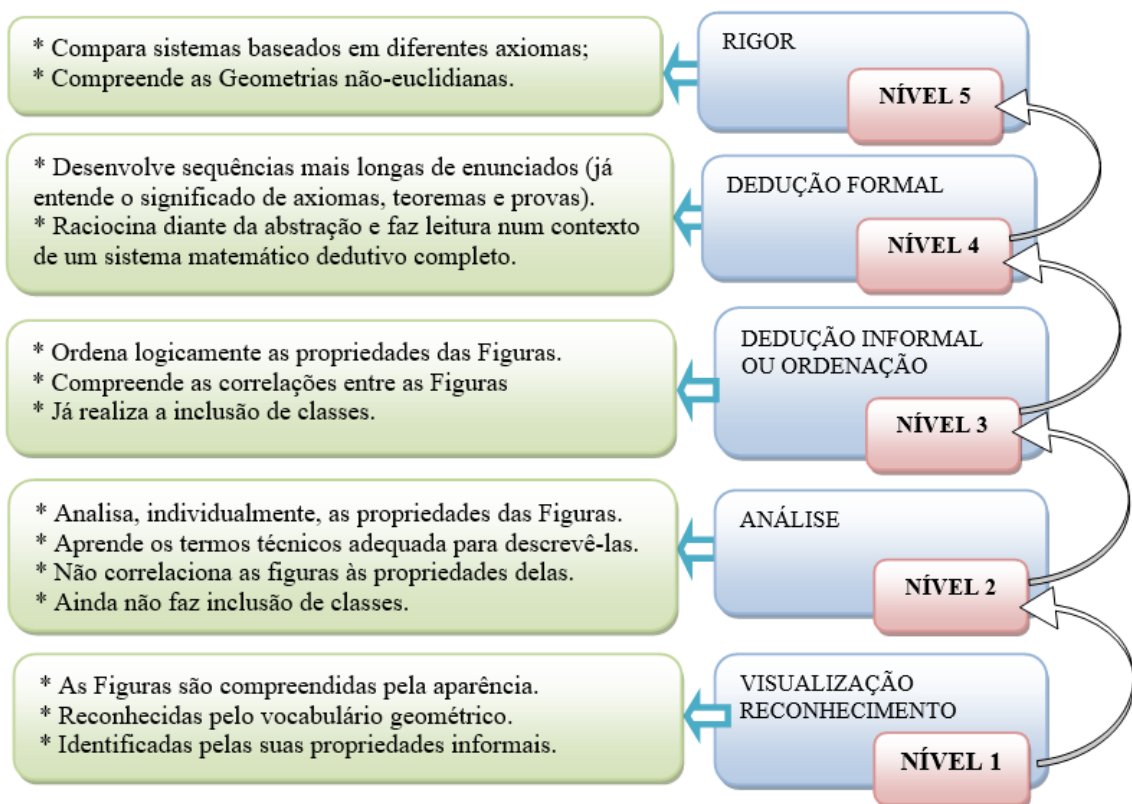
E, diante deste fato, talvez, se estabeleça a essência da problemática da aprendizagem de alguns alunos perante a Geometria desde tempos de outrora, pois, alguns cursos são embasados em demasiadas demonstrações lógico-dedutivas e, peca-se pela inexistência da adequação entre o professor, o material, as estratégias de ensino, a linguagem apropriada e o nível adequado do conteúdo a instrução do aluno. Neste caso, para que o discente progrida de uma fase para outra da aprendizagem, sugere-se ao professor a adequação didática sugerida nas cinco categorias que caracteriza cada um dos níveis de pensamento geométrico descritos por van Hiele e que serão tratados no próximo diálogo.

4.3.2 Níveis do pensamento geométrico do modelo de van Hiele

O modelo proposto por van Hiele (1986), descreve cinco níveis de raciocínio geométrico: Visualização ou Reconhecimento, Análise, Dedução Informal ou Ordenação, Dedução Formal e Rigor, os quais representam avanços no requinte da aprendizagem diante de raciocínios elaborados processualmente pelos aprendentes na constituição da teia de saberes geométricos.

Cada nível é caracterizado, por exemplo, por relações entre os objetos de estudo e linguagem apropriada e, o aprendiz se move cognitivamente e sequencialmente a partir do nível de visualização (nível 1) onde as Figuras são simplesmente reconhecidas (as propriedades não são observadas explicitamente) até o nível da abstração e do rigor (nível 5) (CROWLEY, 1994). A esquematização da Figura 14, foi laborada com base nos estudos de artigos dos autores citados ao longo deste texto, propõe uma melhor visualização dos níveis do pensamento geométrico com respectivas caracterizações:

Figura 14 - Níveis do Pensamento Geométrico - Modelo de van Hiele



Fonte: a autora.

Nível 1 – Visualização ou Reconhecimento: Neste nível o estudante opera com a identificação das Figuras geométricas pelo formato e através da visualização. Estas não são

reconhecidas ainda pelas propriedades formais e são comparadas com representações cotidianas. “Por exemplo, pode ser um retângulo reconhecido, porque parece "como uma porta" e não porque tem quatro lados retos e quatro ângulos retos como não há nenhuma apreciação dessas propriedades” (VAN HIELE, 1986, p. 33).

Nesta fase é relevante ao professor dialogar com os alunos, interrogando-os sobre os objetos de estudo do nível em que se encontram. É possibilitado realizar uma exploração prévia dos conhecimentos dos alunos e suscitar nos mesmos os conceitos a serem desenvolvidos. Neste sentido, observa-se algumas características referentes ao nível 1 do pensamento geométrico dos alunos apontadas por Villiers (2010):

- (1) Costumam usar propriedades visuais irrelevantes para identificar Figuras, comparar, classificar e descrever.
- 2) Normalmente se referem a protótipos visuais de Figuras e são facilmente enganados pela orientação das Figuras.
- (3) Incapacidade de pensar em uma variação infinita de um tipo específico de Figura (por exemplo, em termos de orientação e forma).
- (4) Classificações inconsistentes de Figuras, por exemplo, uso de propriedades incomuns ou irrelevantes para classificar as Figuras.
- (5) Descrições (definições) incompletas de Figuras ao ver condições necessárias (normalmente visuais) como condições suficientes (VILLIERS, 2010, p. 404).

Neste nível, sugere-se aos docentes o planejamento de propostas que primem pelas experimentações, como por exemplo, a classificação de quadriláteros através de recortes em grupos separados de quadrados, retângulos, paralelogramos, trapézios e losangos e, desta maneira, os discentes se deparam com possibilidades de manipulações e visualizações das propriedades de uma Figura geométrica, mas, ainda, sem relacioná-la com outras que compõem o todo. Esta dinâmica acentua as possibilidades de observações manipulativas referentes a forma, tamanho e características (informais) dos entes geométricos. Faz-se uso de vocabulário básico e propriedades informais/insuficientes para comparar e ordenar as Figuras geométricas.

Nível 2 - Análises: Nesta fase o estudante já identifica e percebe as relações existentes entre as Figuras geométricas através das suas propriedades e, “Por exemplo, um estudante que está raciocinando analiticamente diria que um quadrado tem quatro lados iguais “e” quatro cantos “quadrados”” (VAN HIELE, 1986 p. 33, tradução do autor), ou seja, nomeia as propriedades das Figuras geométricas, mas, não em subclasses dentro de uma família de polígonos. Algumas características que identificam se o aluno está no nível 2 do pensamento geométrico são descritas por Villiers (2010):

- (1) Uma comparação explícita de Figuras com relação às suas propriedades subjacentes.
- (2) Evitam inclusões de classe entre as diferentes classes de Figuras, por exemplo, quadrados e retângulos são considerados disjuntos.
- (3) Classificação de Figuras somente com relação a uma propriedade, por exemplo, propriedades dos lados, enquanto outras propriedades, como simetrias, ângulos e diagonais, são ignoradas.
- (4) Exibem uma utilização não econômica das propriedades das Figuras para descrevê-las (defini-las), em vez de usar apenas as propriedades suficientes.
- (5) Rejeição explícita de definições fornecidas por terceiros, por exemplo, um professor ou livro, favorecendo apenas suas próprias definições pessoais.
- (6) Abordagem empírica no estabelecimento da verdade de uma declaração, por exemplo, o uso de observação e medição com base em diversos rascunhos (VILLIERS, 2010, p. 404).

Então, neste nível, o aluno começa a estabelecer relações entre as Figuras geométricas e inicia-se a compreensão de que estas são formadas por partes que compõem um todo e, percebem que a definição de um conceito geométrico consiste numa listagem de propriedades que caracterizam o referente conceito. Por exemplo, este percebe que a descrição de um quadrado através de suas propriedades (4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais e lados opostos paralelos), são distintas da descrição de um retângulo propriamente dito (4 lados, 4 ângulos retos e lados opostos iguais e paralelos entre si dois a dois), porém, o aprendiz ainda não estabelece a relação de inclusão entre as diferentes classes de Figuras, como por exemplo, o quadrado e retângulo não são percebidos como da mesma classe (retângulos ou paralelogramos) e nem como do mesmo grupo (quadriláteros).

Nesta fase, sugere-se que o professor elabore uma sequência de atividades sobre o conceito a ser desenvolvido, composta por pequenas tarefas e, este já deve se utilizar de estratégias e materiais diversificados para permitir ao aluno a visualização das propriedades dos entes geométricos elaborados através de recortes dos moldes (cartolinas, EVA, papelão etc) e, também, através de “coisas” presentes no dia a dia, como por exemplo, tampa da caixa de sapato, porta, janela, quadro branco etc., na expectativa de que estes reconheçam as figuras geométricas e trate das suas propriedades utilizando-se da formalidade própria da Matemática.

Nível 3 – Dedução Informal ou Ordenação: O estudante opera ordenando logicamente as propriedades das Figuras envolvidas nos processos de ensino e, nesta fase, já é possível a este sujeito sistematizar as Figuras geométricas por classes e, desta forma, “O estudante opera realizando as relações entre a representação Figural com o que há dentro de uma Figura e entre as Figuras relacionadas” (VAN HIELE, 1986, p. 34, tradução do autor). Através de atividades que proponham o exercício da ordenação lógica das propriedades das Figuras por meio de curtas sequências de dedução, os alunos compreendem as correlações entre as

Figuras (por exemplo, inclusões de classe). Villiers (2010) apresenta as características do pensamento geométrico do sujeito que se encontra no nível 3 do pensamento geométrico:

- (1) Formulação de definições econômicas e corretas para as Figuras.
- (2) Capacidade de transformar definições incompletas em definições completas e uma aceitação e uso espontâneo de definições para novos conceitos.
- (3) A aceitação de diferentes definições equivalentes para o mesmo conceito.
- (4) Classificação hierárquica de Figuras, por exemplo, quadriláteros.
- (5) Uso explícito da forma lógica “se... então” na formulação e tratamento de conjecturas, além do uso implícito de regras lógicas, como *modus ponens*.
- (6) Incerteza e falta de clareza com relação às respectivas funções de axiomas, definições e provas (VILLIERS, 2010, p. 404).

Nesta etapa, percebe-se a necessidade de reconhecimento de características como, por exemplo, a definição precisa de que uma propriedade pode decorrer de outra, desenvolvimento de argumentação lógica informal, ordenação e inclusão de classes, ou seja, o aluno já consegue ordenar logicamente as propriedades das Figuras geométricas, identificando que elas se deduzem umas nas outras, isto é, que elas se articulam.

Desta forma, para ilustrar estas características cita-se uma possibilidade de pensamento lógico utilizando-se das características básicas de um quadrado e de um retângulo: a) descrição de um quadrado - 4 lados iguais, paralelos entre si 2 a 2 e 4 ângulos retos. b) descrição de um retângulo - 4 lados paralelos e iguais entre si 2 a 2 e 4 ângulos retos). A partir destas descrições conclui-se que: ambas as formas geométricas pertencem ao mesmo grupo das Figuras que possuem 4 lados, portanto, são quadriláteros e, também, são elementos que possuem os lados opostos paralelos entre si, daí, fazem parte da classe dos paralelogramos e, ainda, por serem quadriláteros com os 4 ângulos retos pertencem a classe dos retângulos.

Nível 4 – Dedução Formal: “O estudante prova teoremas deduzindo e estabelecendo inter-relações entre redes de teoremas. [...] O raciocínio neste nível inclui o estudo da Geometria como uma forma de sistema matemático ao invés de uma coleção de formas” (VAN HIELE, 1986, p. 34).

Nesta fase, as tarefas poderão ser instituídas em várias etapas, permitindo a elaboração de diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia e, possa se utilizar de distintas estratégias de cálculos explorando a significância da dedução, do papel dos conceitos, hipóteses, proposições, axiomas, teoremas e provas. Villiers (2010) cita algumas características coerentes com as ideias de van Hiele (1986) em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico no nível 4: “(1) Compreensão das respectivas funções (papéis) de

axiomas, definições e provas. (2) Realização espontânea de conjecturas e esforços iniciados por vontade própria para verificá-los de maneira dedutiva” (VILLIERS, 2010, p. 404).

Portanto, neste nível, o discente já consegue levantar hipóteses para a construção de vários tipos de demonstrações, utilizando-se de percursos algébricos distintos, valendo-se da possibilidade de demonstrar resultados de diferentes maneiras e, também, este sujeito já visualiza a Matemática como um sistema axiomático com âncoras articuladas com as definições, hipóteses, axiomas, teoremas e provas, ou seja, este é capaz de raciocinar num contexto de um sistema dedutivo e já manipula estratégias algébricas diversas para a realização de provas simples.

Nível 5 - Rigor: o aluno trabalha aspectos do rigor, da abstração e realiza demonstrações das propriedades geométricas se utilizando de conceitos, axiomas e teoremas estabelecendo diferentes sistemas de postulados. O estudo [...] é altamente abstrato e não envolve necessariamente modelos concretos ou pictóricos. A este nível, os postulados ou axiomas tornam-se objeto de intenso escrutínio rigoroso. A abstração é primordial” (VAN HIELE, 1986 p. 35).

Neste caso, os alunos já desfrutam de habilidades e competências para estudar sistemas axiomáticos distintos do usual, estes já são capazes de realizar deduções formais abstratas (Geometria euclidiana) e fazem comparações entre diferentes sistemas axiomáticos. O nível 5 não foi e nem é muito explorado pelos pesquisadores, porque até a própria van Hiele e outros investigaram experimentalmente estes desenvolvimentos até o nível 3, com aplicações em escolas da Educação Básica, mas, estes dois últimos níveis devem estar alcançando difusão porque este modelo vem sendo estudados por outras áreas do conhecimento como a Física, Engenharia, Economia, Química e outras (VILLIERS, 2010).

E, no próximo item serão abordados sobre as etapas que compõem os percursos didáticos sugeridos por van Hiele para os professores efetivarem aulas com mais dinamismo e para que ocorram aprendizagens com significados aos seus alunos.

4.3.3 Percursos didáticos do modelo de van Hiele

O desenvolvimento do pensamento geométrico é descrito por van Hiele (1957) em 5 níveis de habilidades, como descrito anteriormente e, acontece de forma sequencial e hierárquica, isto é, o pensamento geométrico evolui seguindo uma ordem de ampliação de conhecimento que o aluno adquire processualmente. Por exemplo, primeiro ele observa e visualiza o ente geométrico no espaço físico; depois que ocorre esta percepção, ele evoca este

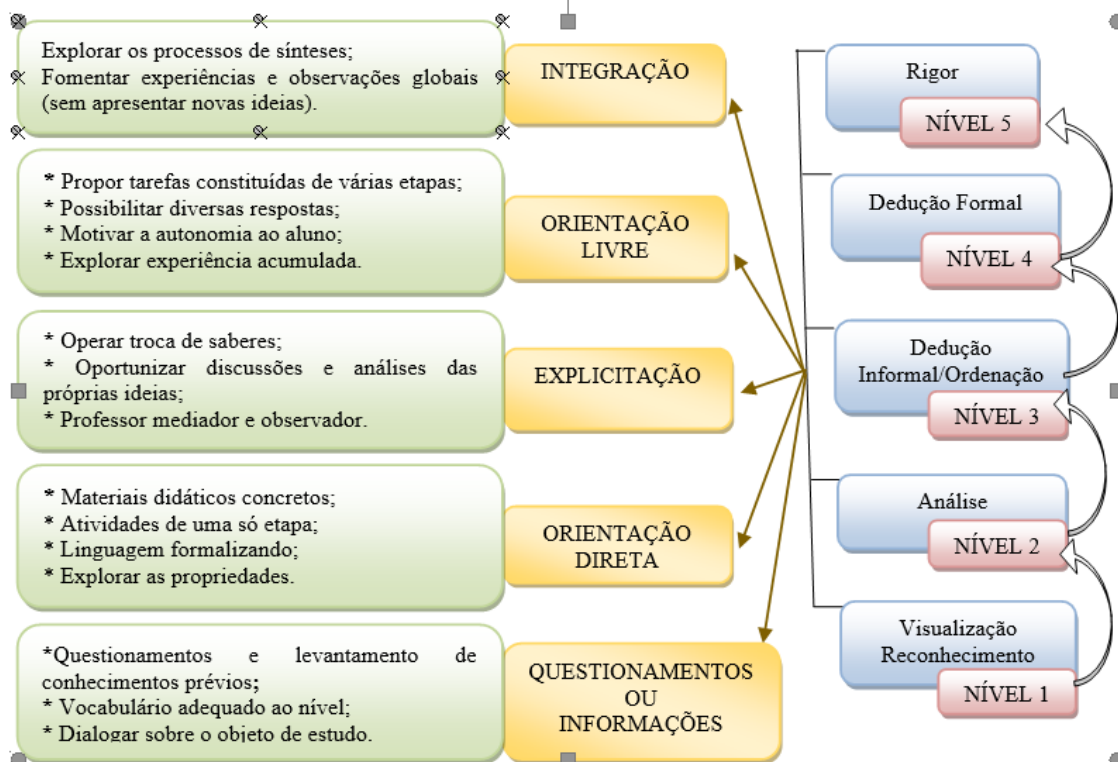
ente através da representação Figural, mesmo na ausência do mesmo e, a partir daí, passa a identificar suas propriedades e, logo em seguida, começa a correlacioná-lo com outros entes geométrico dentro de um grupo.

O avanço destes níveis de aprendizagens depende, também, de situações educacionais adequadas (metodologia de ensino, planejamento, materiais didáticos, conteúdos etc.) e não da maturação e da idade do aluno, pois:

[...] a elevação de níveis depende mais de aprendizagem adequada do que da idade ou maturação [...] para que haja compreensão é necessário que o curso adote o nível de raciocínio dominado pela turma. [...] o aluno só atinge determinado nível de raciocínio após dominar os níveis anteriores (NASSER; SANT'ANNA, 2017, p. 6).

Então, presume-se que, como cada nível do pensamento geométrico se apresenta com linguagem, conhecimentos e nivelamentos de saberes próprios e que devem ser organizados pelos professores, também, em cada fase de aprendizagem se estabelece estratégias cognitivas lineares aos alunos e, conseqüentemente, necessita-se de percursos didáticos adequados para garantir o desenvolvimento das habilidades, os quais são resumidos através da figura 15, a qual foi laborada com base nos estudos de autores que embasam este discurso.

Figura 15 - Percursos Didáticos - Modelo de van Hiele



Fonte: a autora.

Assim, “O que van Hiele (1957) chama de “fases de aprendizagem” são as etapas na graduação e na organização das atividades que um estudante deve realizar, a fim de adquirir as experiências que o levem a um nível superior de raciocínio, com relação a um determinado assunto” (D’AMORE, 2007, p. 88). Desta forma, sugere-se ao professor criar condições didáticas e metodológicas para que o estudante avance de um nível para outro ou até mesmo dentro do próprio nível que está inserido através da condução de atividades que estimulem este a utilizar o conhecimento adquirido com significado. Assim, a seguir, tratar-se-á sobre as características das cinco fases sequenciais da organização pedagógica:

Questionamentos ou informações (fase 1): é a fase que o professor investiga quais os conhecimentos prévios do aluno sobre o assunto a ser estudado. O professor estabelece com os alunos uma comunicação/discussão versando sobre o objeto de estudo e, neste diálogo são realizadas as observações relacionadas aos conhecimentos prévios dos alunos e são propostas questões que os direcionem às reflexões sobre as características do ente geométrico, utilizando-se de um vocabulário específico ao nível.

Nesta fase do percurso didático, “Professor e alunos estabelecem um diálogo versando sobre o material de estudo deste nível. Neste diálogo são feitas observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzido” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 06).

Orientação Direta (fase 2): Os alunos serão instigados a explorar o objeto de estudo através de materiais didáticos concretos que serão cuidadosamente selecionados pelo docente no momento do planejamento de aulas. “As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 06) e, estas oportunizarão a familiarização espontânea e gradual com os saberes referentes às características, propriedades e linguagem formal dos entes geométricos, através, inclusive, das descobertas (D’AMORE, 2007).

Explicitação (fase 3): O professor deve incentivar, possibilitar e observar a troca de experiências e conhecimentos pelos alunos, pois, enriquece as aprendizagens. É interessante, ao professor, promover e orientar as discussões entre os discentes, mediando os diálogos e intervendo quando necessário e oportunizando discussões que irão resultar no uso correto da linguagem (D’AMORE, 2007). É nesta fase que “Com base nas experiências anteriores, os alunos refinam o uso de seu vocabulário, expressando verbalmente suas opiniões” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 07).

Orientação Livre (fase 4): O docente deve propor atividades distintas e constituídas de várias etapas que desperta a habilidade de exploração diante de experiências acumuladas, da linguagem e da autonomia do aluno. O professor deverá explorar problemas que podem ser

resolvidos de várias formas, mas, com indicadores que mostrem o caminho a ser seguido e aplicando os conhecimentos e as formas de raciocínio adquiridos nas fases antecedentes (D'AMORE, 2007). Nesta fase didática “É fundamental que o aluno ganhe experiência na busca de sua forma individual de resolver as tarefas, buscando sua própria orientação no caminho da descoberta de seus objetivos” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 07).

Integração (fase 5): O professor oferece possibilidades de processos de sínteses diante de observações globais das ideias já construídas, sugerindo compreensões globais, mas, não inserir novos conceitos ou novas propriedades para o estudante (D'AMORE, 2007). Ao longo das fases anteriores, os estudantes adquiriram novos conhecimentos e habilidades “visando uma integração global entre os objetos e relações com a consequente unificação e internalização num novo domínio de pensamento” (KALEFF *et al.*, 1994, p. 07).

É relevante considerar que, o desenvolvimento dos níveis de pensamentos geométricos acontece no tempo de cada sujeito e de acordo com o amadurecimento nas estratégias de pensamentos e explorações dos objetos do conhecimento, experiências acumuladas, linguagem desenvolvida e, pode levar tempos para isto acontecer e, o estudante não irá progredir de fase ligeiramente, ou até mesmo, avançar com facilidade, como se fosse um processo automático, sem apresentar nenhuma dificuldade ou necessidade de trabalhar conhecimentos anteriores.

Mas é claro que isso é muito subjetivo: depende da experiência de cada aluno, de aspectos sociais, de inter-relacionamento entre alunos e entre estes e o professor, do número de aulas de Geometria por semana, e, principalmente, se o ensino está adaptado ao nível de van Hiele correspondente (NASSER; TINOCO, 2011, p. 80).

Percebe-se, que a inquietação dos van Hiele (1957) com o gerenciamento dos percursos didáticos é declarada e dialogada em suas pesquisas e, estes demonstram preocupação com àqueles professores enraizados nas tradições, que não se permitem às evoluções e que têm pouca preocupação com o que, como e por que ensinam, que não observam as dificuldades dos alunos e nem atentam as suas organizações pedagógicas, adequando os conteúdos aos níveis de pensamento geométrico e, neste sentido Geldof van Hiele (1957) fez uma comparação interessante entre um professor como o descrito e um médico:

Este é um caso semelhante ao de um médico que, ao lidar com um paciente que não tolera uma determinada dieta, não procura por uma dieta mais apropriada, mas aconselha o paciente a continuar como antes com a esperança de que ele vai superar isso (GELDÖF VAN HIELE, 1957, p. 20, tradução do autor).

Concorda-se que é difícil para alguns professores abdicarem de velhas tradições, mas, acredita-se que além de ser possível é de grande valia, pois, em sentido amplo, a qualidade da educação está amparada em possibilidades de inovações curriculares, didáticas e metodológicas e, estas potencialidades devem ser incorporadas na perspectivas de se amplificar o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos e, neste processo, o docente é considerado o principal protagonista, pois, é através deste que o discente será estimulado a avançar em seus conhecimentos.

Neste sentido, segue-se os estudos teóricos do próximo item, na proposta de se observar as concepções de outros pesquisadores que se utilizaram das ideias do modelo de van Hiele para implementação de curso de formação de professores de Matemática e, assim, ir construindo caminhos para solidificação desta pesquisa.

4.4 PESQUISAS ENVOLVENDO O MODELO DE VAN HIELE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Este item compõe-se de um apanhado de pesquisas mais recentes, utilizando-se da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações-BDTD³⁰ como referência. Procura-se conhecer as pesquisas já desenvolvidas por outros autores relacionadas a utilização do modelo de van Hiele em cursos de formação de professores de Matemática, avaliando, assim, o que outros pesquisadores pensam a respeito, quais as suas ideias, concepções teóricas, objetivos e resultados obtidos.

Desta forma, introduziu-se no portal de buscas via Internet, as palavras-chave “curso formação professores matemática van hiele” e no refino aos resultados delimitou-se o período entre os anos de 2011 e 2021, com arquivos do tipo Dissertações (Mestrado) e Teses (Doutorado) e na busca dentro do portal foi confirmado onze arquivos acadêmicos, sendo duas Dissertações e uma Tese. Neste apanhado, duas de 2016 e uma de 2017.

Sendo assim, para a elaboração do quadro da Figura 16 considerou-se as análises dos seguintes aspectos relacionados aos trabalhos (T) encontrados: o ano de publicação, o autor, o título do trabalho, a instituição de Ensino Superior do programa de ensino e, por fim, o tipo de documento.

Figura 16 - Pesquisas recentes relacionadas a “Curso Formação Professores Matemática van Hiele”

Nº	ANO	AUTOR	TÍTULO	IES	TIPO
----	-----	-------	--------	-----	------

³⁰ Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acessado em: 01/07/2022.

Nº	ANO	AUTOR	TÍTULO	IES	TIPO
T1	2016	FERNANDES, Flávia Zauli	Os saberes geométricos dos professores dos anos iniciais: Um olhar sobre a prática da sala de aula	PUC-Minas	Tese
T2	2016	REIS, Regina Sallete Fernandes	A Geometria na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	UNIFEI-Itajubá	Dissertação
T3	2017	VIEIRA, Norma Sueli Oliveira	A formação matemática do pedagogo: reflexões sobre o ensino de geometria	UFC	Dissertação

Fonte: Portal da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações-BDTD (2022).

Com estudos localizados na busca através da BDTD e, seguindo a ordem estabelecida no quadro representado pela Figura 16, ordem crescente de ano de publicação, procedeu-se uma análise das possíveis contribuições para a tese, de cada trabalho disponibilizado e, vale salientar, que se efetuou leituras e análises através dos resumos, introduções e conclusões das pesquisas em questão e, em alguns casos e diante da necessidade de melhor compreensão dos resultados, recorreremos às leituras das análises de dados.

A tese de Fernandes (2016), intitulada “Os saberes geométricos dos professores dos anos iniciais: Um olhar sobre a prática da sala de aula”, teve o objetivo de investigar sobre os saberes geométricos dos professores dos anos iniciais, de uma escola da Rede Municipal de Belo Horizonte, no intuito de compreender se os saberes geométricos mobilizados por estes profissionais favoreciam a proposição de aulas que possibilitassem aprendizagens geométricas com significados para os seus alunos.

Porém, a autora na perspectiva de identificar o nível de pensamento geométrico e as dificuldades dos professores que ensinam Matemática nas séries iniciais, aplicou um teste modelado nos níveis de van Hiele e, de posse deste levantamento, elaborou uma Cartilha contendo vinte atividades, utilizando-se de diversos recursos didáticos e, assim, foi ministrado um minicurso com a proposta de possibilitar a construção ou ressignificação dos conceitos de Geometria com os professores. Nas análises dos resultados, percebeu-se lacunas quanto ao Ensino de Geometria aos professores, seja na Educação Básica, seja na Universidade e, portanto, detectou-se a necessidade de construção e ressignificação dos saberes geométricos por meio de cursos de formação, aos professores que ensinam matemática.

A dissertação de Reis (2016), intitulada “A Geometria na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental”, teve o propósito de proporcionar a reflexão de docentes das escolas municipais de Educação Básica de Piranguinho - MG, com um curso de formação continuada, no que se refere ao conteúdo de Geometria. O objetivo desta pesquisa foi desenvolver e aplicar um curso de formação

continuada, relacionado tópicos de conteúdos de geometria, para que professores pedagogos possam refletir e repensar sua prática pedagógica.

A autora estruturou um curso de formação continuada procurando estabelecer relação dos níveis do modelo de van Hiele, a percepção espacial com atividades práticas, resultando em um produto, que é um material de apoio para os professores, explorando a Geometria. Nas análises dos resultados, inicialmente, percebeu-se que os professores apresentavam insegurança e receio em trabalhar com conteúdo geométricos e, diante dos processos formativos, possibilitou-se a eles o repensar da aprendizagem de conceitos geométricos para aplicabilidade na sua prática docente, auxiliando-os, inclusive, em mudanças de posturas e atitudes em sala de aula.

A dissertação de Vieira (2017), cujo título é “A formação matemática do pedagogo: reflexões sobre o ensino de Geometria” se propôs a investigar como a Geometria se faz presente no curso de Pedagogia, ou seja, na vida dos pedagogos, alunos da Faculdade de Educação (FACED/UFC). Nas entrelinhas se pretendia analisar a importância da formação matemática do pedagogo na abordagem dos conteúdos de Geometria e, através da observação de aulas/encontros, questionários e de entrevista ou conversa informal, em um processo de formação dos professores, foi observado, inicialmente, que os professores se encontravam no nível 1 do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e, após a aplicação da proposta metodológica de ensino e de planejamento de Sequência de Atividades (SA), se acomodaram nos níveis 2 e 3.

Após identificar-se os avanços de aprendizagens referentes aos conteúdos trabalhados, organizou-se um livro digital com as SA elaboradas para aplicação nas salas de aulas dos professores e, assim, organizou-se um produto educacional na forma de mídia digital, do tipo e-book, sobre os conhecimentos básicos de Geometria dos alunos de Pedagogia. Ainda se observa, que na percepção dos professores, o ensino de Matemática/Geometria no curso de Pedagogia, parece resumir-se a metodologias e técnicas de ensino de modo amplo e específico, deixando por conta do pedagogo a busca por outras maneiras de se informar.

Diante deste levantamento de pesquisas que tratam da aplicação do modelo de van Hiele em cursos de formação de professores de Matemática, evidencia-se, que todas as sequências apresentados foram trabalhados com professores que ensinam Matemática, ou seja, com professores do Ensino Fundamental (Anos Iniciais), porém, percebe-se o interesse e a atenção dos profissionais da Educação Matemática, diga-se professores-pesquisadores de distintas universidades e diferentes regiões deste país, de contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Geometria, através de elaborações de propostas didático-pedagógicas

embasadas no modelo de van Hiele, seja para classificar os conhecimentos dos professores quanto aos níveis de van Hiele, seja para implementar sequências de atividades para aplicação em sala de aula.

Outro atributo comum diante das reflexões dos pesquisadores é a preocupação com a descrição dos diferentes tipos de raciocínio geométrico dos professores, somente antes da intervenção pedagógica. Porém, estes pesquisadores não se preocuparam com a possibilidade de organizar as atividades que iriam compor o processo formativo ou até mesmo se possibilitou as ideias de se estudar os constructos do modelo de van Hiele com eles, para futuras implementações nos processos de ensino com seus alunos e, segundo Villiers (2010) esta ação se faz necessária para que o professor direcione os estudantes por caminhos que alcancem um nível de raciocínio superior ao que possuem.

Mas, foram detectados nestes trabalhos diálogos que ampararam a compreensão do referencial teórico, apontaram caminhos distintos para o enveredamento da pesquisa, ideias para compor os percursos teóricos e práticos do curso de formação continuada que nortearam a tese e auxiliaram a pesquisadora nas reflexões acerca das características do modelo de van Hiele. É relevante abordar-se que todos estes trabalhos vão de encontro as pretensões e se distanciam da proposta da tese, até porque estão direcionando processos formativos para professores pedagogos (que ensinam Matemática) e, a pesquisa em voga implementa processos formativos para professores de Matemática do Ensino Fundamental (Anos Finais) e Ensino Médio, porém, aproximou-se deste estudo quanto da elaboração deste referencial teórico. No que segue, será apresentado os percursos metodológicos deste trabalho de pesquisa.

5 ASPECTOS METODOLÓGICOS: ORGANIZAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Apresenta-se, neste capítulo, os caminhos metodológicos constituídos para a organização e o desenvolvimento da investigação, que parte de uma proposta de um processo formativo para professores e futuros professores de Matemática. E, precipuamente, retoma-se a questão primeira com respectivas questões de inquietudes que incidiram nas ideias iniciais que motivaram o investimento intelectual desta pesquisa, abordando-se, inclusive, as etapas que a constituem. Também, apresenta-se os instrumentos de coleta de dados e, por fim, trata-se da organização e estruturação do Curso de Formação de Professores³¹ e dos aspectos que sugerem os caminhos estabelecidos para a pesquisa.

5.1 ESCOLHA METODOLÓGICA, CLASSIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO

Esta pesquisa, em termos metodológicos, foi estruturada considerando as ideias de Prodanov e Freitas (2013) e foi caracterizada do ponto de vista da natureza, quanto aos objetivos traçados, em relação aos procedimentos ou técnicas e, também, levou-se em consideração a abordagem do problema e a apuração dos dados.

Do ponto de vista da natureza, esta investigação apresenta características de pesquisa aplicada, pois, “[...] objetiva gerar conhecimentos para aplicações práticas dirigidas à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais” (PRODANOV e FREITAS, 2013, p. 51). Para tanto, apresenta a perspectiva de gerar saberes que conduzem a elaboração de ‘Projetos de Aprendizagem de Geometria’ e, estes foram elaborados com o intuito de aplicações a soluções de problemas específicos, como por exemplo, minimizar, senão sanar as dificuldades de aprendizagem do alunado diante de conceitos geométricos, o que se versa verdades e interesses locais.

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa exploratória que “[...] tem como finalidade proporcionar mais informações sobre o assunto que vamos investigar [...]” (PRODANOV e FREITAS, 2013, p. 51-52) e, neste caso, se consolida um processo investigativo com vistas a aprimorar ideias, validar aplicabilidades práticas e tecer intuições didático-pedagógicas diante da elaboração e aplicabilidade de ‘Projetos de Aprendizagem de Geometria’ e, também, com o emprego de um questionário aos professores para coleta de informações que, também, atendam aos objetivos da pesquisa.

³¹ O processo formativo, base do desenvolvimento do presente estudo, que inclui professores e futuros professores de Matemática será, a partir de agora, denominado “Curso de Formação de Professores”

Contudo, nos procedimentos, no que refere a elaboração do pré e pós-teste, implementações das atividades que compõem a sequência de atividades e na condução dos percursos didáticos utilizou-se das idealizações do modelo de van Hiele e, também, para ajustes estruturais e análise das ações didático-pedagógicas durante a aplicabilidade do projeto de aprendizagem utilizou-se do modelo do EOS.

Em relação aos procedimentos ou técnicas de pesquisa, o que considera-se “a maneira pela qual obtemos os dados necessários para a elaboração da pesquisa, torna-se necessário traçar um modelo conceitual e operativo “[...] traduzido como delineamento [...]” (PRODANOV e FREITAS, 2013, p. 54) e, este representa a organização lógica de um planejamento de procedimentos, como por exemplo: a) Levantamento bibliográfico, que se apoiará na base de material já elaborado e b) Levantamento de dados, o qual se dá através da formação de professores e futuros professores de Matemática, c) Estruturação e aplicabilidade de ‘Projetos de Aprendizagem em Geometria’ aos alunos, intermediadas pelas observações *in loco*, d) Aplicação de um pré e pós-teste aos estudantes e de um questionário aos professores cursistas.

Neste caso, em relação aos procedimentos ou técnicas de pesquisa, esta investigação caracteriza-se como uma Pesquisa-ação, pois, é “[...] concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo” (PRODANOV e FREITAS, 2013, p. 65) e, neste contexto, percebe-se o pesquisador e professores em formação (e seus respectivos alunos) como membros representativos engajados de forma participativa e colaborativa na proposta de resolução de uma problemática.

“A pesquisa-ação acontece quando há interesse coletivo na resolução de um problema ou suprimento de uma necessidade” (PRODANOV e FREITAS, 2013, p. 65) e, quando “[...] é possível estudar dinamicamente os problemas, decisões, ações, negociações, conflitos e tomadas de consciência que ocorrem entre os agentes durante o processo de transformação de situação” (THIOLLENT, 1998, p. 17-19).

Do ponto de vista da abordagem do problema e da apuração de dados, a pesquisa tem cunho qualitativo já que “Na abordagem qualitativa, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. O pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão [...]” (PRODANOV, 2013, p. 70), o que permitirá a utilização de recursos teóricos e de técnicas estatísticas para traduzir as informações coletadas em tabelas e gráficos, classificá-las e analisá-las qualitativamente.

Neste tipo de pesquisa se “[...] considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do

sujeito que não pode ser traduzido em números” e, para tanto, é essencial que na interpretação dos fenômenos se atribua significados aos dados coletados e, considera-se relevante analisar os dados respeitando a riqueza de detalhes, a fidelidade na configuração dos registros numéricos, pois, considera-se que todo registro e manifestação de informações tem potencialidade na elaboração e abrangência do fenômeno em estudo.

Ressalta-se que a análise dos dados será efetivada por meio do sistema de categorias do CDM que está embasado no modelo do EOS desenvolvido por Godino (2013) e outros. Para tanto, foram analisados os conhecimentos didáticos matemáticos mobilizados pelos professores cursistas no que se trata da estruturação e aplicação de uma sequência didática de Geometria. Os formulários de pesquisa foram adaptados a partir do guia de componentes e indicadores da idoneidade didática para cursos de formações de professores propostos por Godino et al. (2013). Na esquematização da figura 17 descreve-se resumidamente os procedimentos sistemáticos, as referidas classificações e as devidas características.

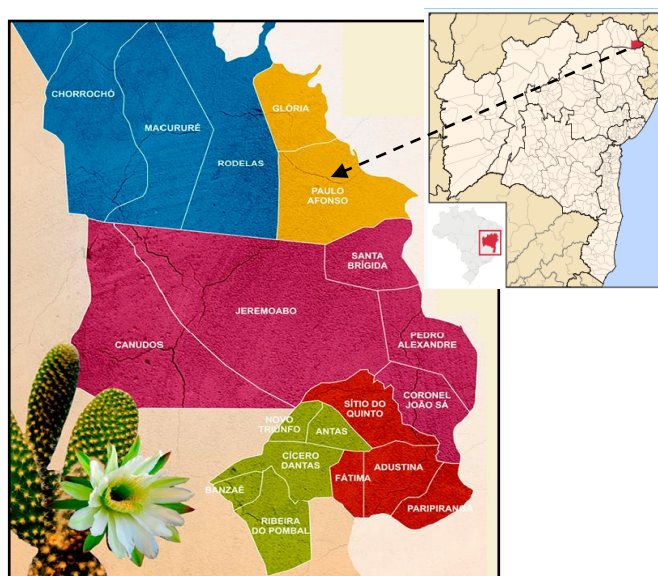
Figura 17 - Classificação da Pesquisa



5.2 LOCAL E PARTICIPANTES DA PESQUISA

A investigação teve lugar no Município de Paulo Afonso no Estado da Bahia. Este foi emancipado em 28 de julho de 1958 do município de Glória e, faz limite, ao norte com o município de Glória, ao sul com o município de Santa Brígida, a leste com o estado de Alagoas, a oeste com o município de Rodelas e a sudoeste com o município de Jeremoabo. A Figura 18 destaca a localização geográfica da cidade de Paulo Afonso.

Figura 18 - Paulo Afonso na Bahia



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Paulo_Afonso e <https://diocesedepauloafonso.com.br/organizacao/>

Sua área é de 1545 quilômetros quadrados e sua população, conforme estimativas do IBGE em 32 de 2020, era de 118516 habitantes e sua densidade demográfica é de 68,62 habitantes por quilômetro quadrado. Contém uma estrutura planejada desde sua criação, pois, o centro da cidade fica dentro de uma ilha artificial que foi construída com a implantação do canal da usina PA IV e, em torno do centro ficam alguns bairros e, fora da ilha tem outros bairros considerados importantes, como o Bairro Tancredo Neves I, II e III, que é o mais populoso e, mais distante fica a zona rural e os distritos da cidade.

O Município conta com um total de dezoito escolas públicas de Ensino Fundamental (Anos Finais) e, destas, seis estão localizadas na zona rural e doze na urbana e, também, tem seis escolas públicas estaduais de Ensino Médio localizadas na zona urbana. O mapeamento

³² <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/ba/paulo-afonso/panorama>

destas é apresentado nos quadros das Figuras 19 e 20, com suas respectivas localizações no município, IDEB observado e projetado com dados coletados nos anos de 2017 e 2019.

Figura 19 - Resultado do IDEB do Ensino Fundamental (Anos Finais) 2019

Escolas do 9º ano do EF da cidade de Paulo Afonso

Escolas Municipais	Área de Localização	IDEB Observado		IDEB Projetado	
		2017	2019	2017	2019
Escola Casa da Criança 01	Urbana	3,4	4,6	3,9	4,2
Escola Casa da Criança 03	Urbana	5,2	5,1	4,4	4,7
Escola Municipal Amâncio Pereira	Rural	3,8	4,0	3,7	3,9
Escola Municipal Castro Alves	Rural	4,7	4,7	3,8	4,1
Escola Municipal General Argus Lima	Rural	4,3	*	4,0	4,3
Escola Municipal Georgina Alves da Silva	Urbana		4,0		
Escola Municipal Guiomar Pereira	Urbana	4,1	4,6	3,9	4,2
Escola Municipal José Geraldo de Miranda Correia	Urbana	**	**	4,6	4,9
Escola Municipal Jovino de Carvalho	Rural	4,7	4,9	4,3	4,6
Escola Municipal Manoel de Almeida Kasprzykowsky	Urbana	4,6	5,0	4,4	4,6
Escola Municipal Manoel Nascimento Neto	Urbana	4,7	3,6	3,7	3,9
Escola Municipal Padre Lourenco Tori	Rural	4,2	4,6	4,3	4,6
Escola Municipal Raimundo Mederico da Silva Toledo	Urbana	3,9	4,3	4,5	4,7
Escola Municipal Rita Gomes de Sá	Rural	*	4,8	4,3	4,6
Escola Municipal São Vicente de Paulo	Urbana	5,1	5,4	4,5	4,8
Escola Municipal Vereador Joao Bosco Ribeiro	Urbana	5,8	6,0	5,5	5,7
Escola Municipal Vinícius de Moraes	Urbana	3,8	4,5	3,6	3,9
Escolas Municipais Reunidas Severino Alves dos Santos	Urbana	**	**	3,9	4,2

* Número de participantes no Saeb insuficiente para que os resultados sejam divulgados.

** Sem média no Saeb 2017: Não participou ou não atendeu os requisitos necessários para ter o desempenho calculado.

Os resultados marcados em amarelo referem-se as escolas que atingiram a meta do IDEB em 2019.

Fonte: Ministério da Educação (MEC)³³ (2022).

Em relação ao último Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) que se refere aos resultados do Ensino Fundamental - Anos Finais (Figura 19), identificador que é calculado com base no aprendizado dos alunos em Português e Matemática, através da Prova Brasil e, do fluxo escolar, através da taxa de aprovação, Paulo Afonso alcançou a média geral de 4,7, um valor de 0,2 acima da média projetada para o município (4,5); 1,0 ponto acima da

³³ <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=294878>

média projetada para o estado baiano (3,7) e de 0,3 acima da projeção do MEC para o Brasil (4,4) (BRASIL, 2021).

Percebe-se, também, através das análises destes dados que apesar de 66,7% das escolas pauloafonsinas de Ensino Fundamental – Anos Finais alcançarem as médias projetadas, apenas 1 destas (5,6%) alcançou a média 6,0, que é a meta estabelecida pelo MEC para que as escolas brasileiras se adequem ao sistema educacional dos países desenvolvidos (BRASIL, 2021).

E, neste sentido, a situação do IDEB se agrava no município, quando se insere neste contexto de análise o 3º ano das escolas estaduais de Ensino Médio (Figura 20), pois, em 2019 apenas 33,3% destas conseguiram alcançar as metas estabelecidas pelo MEC para o último IDEB. Ressalta-se, também, que apesar dos resultados do município apresentarem, entre 2017 e 2019, um leve crescimento em relação a este indicador, de 3,3 para 3,5, é observável a necessidade de avanços de políticas públicas na perspectiva de que ocorram avanços de aprendizagens aos alunos deste nível de ensino. E, é relevante considerar que na esfera estadual esta performance não se modifica, pois, no último IDEB, a média baiana foi de apenas 3,2 (aquém da programada 4,3) e na esfera federal, o Brasil ficou no alcance de 3,2 (muito aquém da programação de 4,6) (BRASIL, 2021).

Figura 20 - Resultado do IDEB do EM 2019

Escolas estaduais do 3º ano do EM, localizadas na cidade de Paulo Afonso

Escolas Estaduais	Área de Localização	IDEB Observado		IDEB Projetado	
		2017	2019	2017	2019
Colégio Estadual Democrático Quitéria Maria De Jesus	Urbana	*	3,3		
Colégio Estadual 1º/2º Graus Carlina Barbosa de Deus	Urbana	*	3,3		
Centro Territorial de Educação Profissional de Itaparica II - Escola Estadual Wilson Pereira	Urbana	3,8	*		4,0
Centro Territorial de Educação Profissional de Itaparica	Urbana	*	1,8		
Colégio Estadual Polivalente de Paulo Afonso	Urbana	3,9	3,7		4,1
Colégio Modelo Luís Eduardo Magalhães	Urbana	3,2	3,2		3,4

* Número de participantes no Saeb insuficiente para que os resultados sejam divulgados. Os resultados marcados em amarelo referem-se as escolas que atingiram a meta do IDEB em 2019.

Fonte: Ministério da Educação (MEC)³⁴ (2022).

³⁴ <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=294878>

É diante deste contexto, que os professores de Matemática das escolas municipais e estaduais da cidade de Paulo Afonso foram convidados pela pesquisadora (contando com a parceria da Universidade do Estado da Bahia³⁵) para participarem de um curso de formação de professores, com carga horária de 60 horas, na área de Geometria. A proposta inicial do projeto de formação de professores foi apresentada e formalizada através de um convite escrito com a Secretaria de Educação do município. Também, foi enviado um convite escrito através de grupos de professores pela rede social *WhatsApp*.

Assim, a partir do convite encaminhado aos docentes, seis professores se inscreveram para o curso de formação, sendo que três destes ensinam no EF de escolas municipais e três no EM de escolas estaduais. Estes últimos tiveram acesso ao convite enviado ao grupo de professores do *WhatsApp* e procuraram diálogo direto com a professora formadora solicitando a ampliação do curso para os professores do EM e, desta forma, decidiu-se por abranger aos professores da Educação Básica do município.

Vale ressaltar, que se acredita que o impedimento de outros professores se inscreverem para esta formação foi devido às complexidades apresentadas pela prática das aulas remotas em tempos de Pandemia da Covid-19 e, inclusive, alguns destes justificaram a pesquisadora que estavam sobrecarregados e com dificuldades de adaptação ao formato de aula em voga. É relevante considerar que estes docentes que se envolveram nesta formação, também, já assumiam a supervisão dos programas PIBID (Programa de Iniciação à Docência) e PRP (Programa Residência Pedagógica) do curso de licenciatura em Matemática, da UNEB, Campus VIII. É relevante se abordar, que ambos são programas de ação da Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC) e visam proporcionar às discentes das licenciaturas, aproximações práticas com o cotidiano das escolas públicas de Educação Básica e com o cenário em que elas estão inseridas, através de projetos de iniciação à docência desenvolvidos por instituições de Educação Superior (IES), em parceria com as redes de ensino.

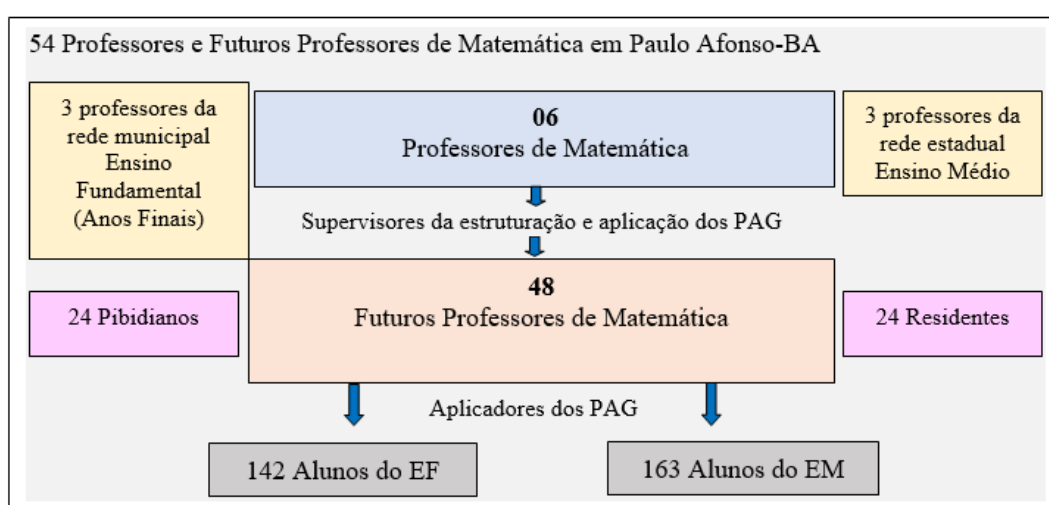
Assim, na primeira reunião realizada com estes seis professores foi cogitado por eles a possibilidade de envolvimento dos seus estagiários do PIBID e PRP da UNEB nesta proposta de desenvolvimento formativo. E, diante das análises das propostas dos subprojetos locais, pelas orientadoras dos dois programas, foi possível verificar-se e aprovar-se a participação destes no curso de formação. É considerável citar-se que os futuros professores foram

³⁵ Essa parceria se estabeleceu a partir da proposta da pesquisadora em realizar o processo formativo e com o intuito do mesmo poder ser devidamente certificado. Toda a organização e desenvolvimento do curso ficou a cargo da pesquisadora.

consultados e sensibilizados quanto às possíveis adaptações dos projetos de formações docentes, porém, estes não apresentaram empecilhos e aceitaram de imediato a participação na proposta.

Reverbera-se, que estes futuros professores foram orientados e supervisionados diante de suas organizações pedagógicas pelos professores efetivos. Assim, o grupo participante do processo formativo passou a contar com 06 (seis) professores e 48 (quarenta e oito) futuros professores de Matemática e, assim, sintetiza-se a amostra através do quadro da Figura 21.

Figura 21 - Participantes da Pesquisa



Fonte: a autora.

Em comum acordo com todos os envolvidos, se inseriu os 48 futuros professores de Matemática na proposta de formação docente, sendo 24 destes participantes alunos do PIBID e 24 do PRP e, também, é proeminente salientar-se que a pesquisadora é professora da UNEB e faz parte deste contexto como orientadora do PRP de Matemática e, também, é relevante se considerar, que a outra professora da universidade, orientadora do PIBID, auxiliou-nos com seus trabalhos de orientações, porém, sem interferir nas ações formativas ora estruturadas.

Desta forma, partiu-se da ideia precípua de elaboração de planejamentos de sequências de atividades como ferramentas didáticas que subsidiam com primazia o trabalho pedagógico do docente e, conseqüentemente, possibilitam a este profissional a organização didática e metodológica dos saberes a serem ensinados aos seus alunos e, esta ação de planejar para o ensino foi permeada com intentos de se propor novas formas de se ensinar e aprender Geometria e de criar ambientes propícios à aprendizagem dos alunos.

E, tudo isto, através de propostas de estruturação e aplicação da sequência de atividades que passou a ser denominado de “Projetos de Aprendizagem em Geometria”,

inclusive, considerando a proposta do modelo do EOS de Godino, Batanero e Font (2008) que consideram “[...] necessário tratar de articular de maneira coerente as diversas faces implicadas [...] ontológica (tipos de objetos e sua natureza), epistemológica (acesso ao conhecimento), sociocultural e instrucional (ensino e aprendizagem organizados no âmbito das instituições escolares” (p. 5).

Neste sentido, pondera-se que se tem como foco o estudo de conceitos da Geometria porque julga-se pertinente buscar referenciais que subsidiem o trabalho alusivo aos conhecimentos geométricos, por ser uma área em que muitos professores apontam problemas relacionados ao como ensinar e à aprendizagem dos alunos. “Talvez por isso solicitem, sempre que questionados a respeito do ensino de Geometria, cursos de extensão que priorizem reflexões de suas práticas pedagógicas” (ALMOULOU *et al.*, 2004, p. 94). Ainda, neste íterim, aponta-se a “[...] a necessidade de revisão dos modelos de formação de professores para a efetiva implantação de novas alternativas que [...] provocam discussões a respeito do que, como e quando ensinar determinado conteúdo” (ALMOULOU *et al.*, 2004, p. 94).

Então, levando-se em consideração estas ideias, encontra-se apoio teórico, também, no modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele (CROWLEY, 1994; KALEFF *et al.*, 1994; VILLIER, 2010 e outros), no sentido de utilizar-se dos pressupostos teóricos para a estruturação das atividades, gestão dos percursos didáticos e orientações dos caminhos metodológicos no que se refere a aplicação da sequência de atividades, aliando estas ideias aos constructos do EOS no sentido de guia das análises dos percursos didáticos como um todo.

Para tanto, foi solicitado à UNEB autorização para ministração de um curso de formação de professores e futuros professores de Matemática, com perspectiva de estudos direcionados para a estruturação e aplicação de “Projetos de Aprendizagem em Geometria” e, diga-se, nos moldes de aulas remotas. A formalização do curso de 60 h se deu através da postagem do projeto do curso de formação de professores, no Sistema de Planejamento Integrado–SIP (DEDCVIII-149), intitulado “Curso de Formação de Professores de Matemática” (Apêndice A) e, também, após o parecer do Comitê de Ética (CCE) desta instituição de Ensino Superior, sendo aprovado sob o parecer³⁶ consubstanciado de nº 4.442.096/2020 e CAAE 36285720.0.0000.0057. Nestes trâmites, também, se procedeu a assinatura do Termo de Autorização Institucional do Proponente pela Diretora do Campus

³⁶ Parecer Consubstanciado do CEP e modelos de termos anexados ao projeto de pesquisa:
<https://plataformabrasil.saude.gov.br/visao/pesquisador/gerirPesquisa/gerirPesquisaAgrupador.jsf>

VIII (cujos modelos de todos os termos encontram-se em apensos ao projeto no CCE, que ora já se encontra aprovado).

Logo mais, foi agendada e realizada uma reunião com as diretoras das escolas estaduais que concernem à participação dos 3 professores que supervisionam o PRP para explicar os procedimentos do projeto de formação docente nas escolas-campos, as quais afirmaram que já estavam inscritas e autorizadas para participação no PRP, portanto, já se validava a articulação do projeto de formação em voga. Depois, reuniu-se com a coordenadora da Educação Básica e com a professora responsável pela área de Matemática na Secretaria de Educação de Paulo Afonso e, nesta oportunidade, apresentou-se a proposta do curso de formação de professores ora articulado com o do PIBID e, salientou-se as articulações, recomendações de estruturação e aplicação de uma sequência de atividades, ora embasado nas ideias de van Hiele.

Nestes tempos foi formalizado o envolvimento dos professores que, porventura, se candidatassem por livre e espontânea vontade, para participar do curso, possibilidade gerada considerando-se que os cursos da UNEB são abertos a todos os interessados entre o público a que se destinam os cursos. Já ficou evidenciado pela coordenação de Matemática que os encontros formativos deveriam acontecer em tempos que não comprometessem as aulas programadas dos professores participantes, ou seja, os docentes não poderiam faltar às suas aulas para participar da formação.

Também, ainda neste encontro, que ocorreu no início do semestre de 2020, foi definido que o curso de formação aconteceria no modelo presencial e seria posto em prática no segundo semestre do mesmo ano. Porém, com o advento da Pandemia da Covid 19, a formação foi prorrogada para o segundo semestre de 2021 e aconteceu de forma remota (através da plataforma *Teams*), com atividades síncronas e assíncronas aos professores. Isto foi pensado com o intuito de se evitar deslocamentos dos pares ou aglomeração de pessoas, o que infringiria as normas estabelecidas pelo poder público de saúde que norteia as regras de prevenção da Covid-19 em tempos de Pandemia. Desta forma, procedeu-se a estruturação do curso de formação Projeto de Aprendizagem em Geometria, a qual será apresentada em detalhes no início do capítulo de análise dos dados dessa Tese.

5.3 INSTRUMENTOS DE PESQUISA

O processo de apuração de informações para consolidar a coleta de dados se deu no intuito de se responder aos objetivos da pesquisa. Para tanto, desenvolveu-se instrumentos e

técnicas que caminharam para o exercício das análises qualitativas, inclusive, de apurações quantitativas. Desta forma, a pesquisa apresenta-se com caráter de análises quantitativas quando da contabilização de números, transformando-os em tabelas ou gráficos, como por exemplo, na apuração de alguns dados através do questionário aplicado aos professores; porém, quando do aprofundamento das reflexões utilizando-se das ideias dos teóricos estudados como base, processa-se as análises qualitativas.

Assim, o recolhimento de dados foi realizado utilizando-se de diferentes instrumentos de coleta de dados tais como questionário (Apêndice B), modelo da sequência de atividades de Geometria (Apêndice C), resultados do pré e pós teste (coletado pelos professores), observação na sala de aula se utilizando dos guias de coleta e análise de dados propostos por Godino *et al.* (2013).

É relevante se abordar que cada um dos guias de coletas e análises de dados estão configurados no texto da fundamentação teórica deste trabalho, especificamente, no item 3.3 Componentes e Indicadores das Guias de Análises Didáticas, a citar: Componentes e Indicadores de Análise Epistêmica, como Guia de Análise Epistêmica; Componentes e Indicadores de Análise Cognitivo-Afetiva como Guia de Análise Cognitivo-Afetiva; Componentes e Indicadores de Análise Interacional-Mediacional como Guia de Análise Interacional-Mediacional; Componentes e Indicadores de Análise Ecológica como Guia de Análise Ecológica.

Assim, no quadro da Figura 22, apresentam-se os instrumentos de coleta de dados relacionando-os as fases da investigação (quando aplicar?), a aplicabilidade (a quem? Ou como?) e objetivos determinados. Em seguida, estabelece-se um diálogo na perspectiva de detalhar e justificar a aplicabilidade do questionário estruturado e das guias de análises ontossemióticas.

Figura 22 - Instrumento de Coleta de Dados

Instrumento	Quando?	A Quem/Como?	Objetivo?
Questionário (Apêndice B)	Início do curso de Formação Docente	Aplicação do questionário aos Professores em formação.	Investigar através de levantamento de dados o perfil dos profissionais professores: a) Sobre o saber da Experiência do professor; b) A Matemática na formação inicial; c) A Matemática na formação continuada; d) A Geometria na sua prática docente e) Aspectos mediacionais nas aulas de Geometria; f) Concepções de formação continuada.
Guia de Análise Epistêmica	Estruturação do PAG ³⁷	Pesquisadora analisa a	Pesquisar a estruturação da sequência de atividades de acordo com os componentes e

³⁷ PAG: Projeto de Aprendizagem de Geometria

Instrumento	Quando?	A Quem/Como?	Objetivo?
		estruturação da SD	indicadores da guia de análise epistêmica.
Guia de Análise Cognitiva-Afetiva	Aplicação do PAG	Observação <i>in loco</i> na sala de aula do professor em formação.	Investigar os saberes referentes aos aspectos cognitivos-afetivos na aplicação da sequência de atividades nos moldes das aulas remotas.
Guia de Análise Interacional-Mediacional	Aplicação do PAG	Observação <i>in loco</i> na sala de aula do professor em formação.	Investigar os saberes referentes aos aspectos interacionais-mediacionais na aplicação da sequência de atividades.
Guia de Análise Ecológica	Aplicação do PAG	Observação <i>in loco</i> na sala de aula do professor em formação.	Investigar os saberes referentes aos aspectos ecológicos na aplicação da sequência de atividades.
Tabela com Número de Acertos do Pré e Pós-Teste (PAG)	Resultados da aplicação do pré e pós-teste.	Coleta de dados pelo professor em formação na turma de aplicação da sequência de atividades.	Pesquisar através de análises comparativas, possíveis avanços de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos do professor em formação.

Fonte: a autora.

5.3.1 Questionário

O primeiro instrumento de investigação, Questionário (Apêndice B), “[...] é uma série ordenada de perguntas que devem ser respondidas por escrito pelo informante (respondente). O questionário, numa pesquisa, é um instrumento ou programa de coleta de dados” (PRODANOV, FREITAS, 2013, p. 108) e, este foi elaborado com questões abertas, fechadas e mistas e, logo mais, aplicado aos participantes com o intuito de recolher elementos para traçar o perfil profissional dos professores em formação.

Desta forma, coletou-se dados que se referem aos saberes da experiência profissional (inclusive dos futuros professores), das percepções com a Matemática que foi trabalhada na formação inicial, dos saberes docentes adquiridos através da formação continuada ou em cursos de extensão, das práticas pedagógicas e dos recursos utilizados para o ensino da Geometria.

Neste caso, além de recolher as informações citadas anteriormente, também, levantou-se dados sobre as experiências alcançadas pelos professores ao longo desta formação, as quais colaboram para tornar a prática docente mais efetiva e para alimentar percursos de melhorias formativas-profissionais, inclusive, no que se refere ao papel do professor supervisionar os futuros professores, pois, “Um dos objetivos de qualquer bom profissional consiste em ser cada vez mais competente em seu ofício. Geralmente, consegue-se essa melhoria profissional mediante o conhecimento e a experiência (ZABALA, 1998, p. 13).

E, no que segue será abordado algumas reflexões sobre o Guia de Análise da Idoneidade Didático-Matemático (GAIDM) como instrumento orientador para projetar e analisar os processos de planejamento e de aplicação de sequências didáticas estruturadas em um curso de formação de professores de Matemática.

5.3.2 Guia de Análise da Idoneidade Didático-Matemática (GAIDM)

As reflexões referentes aos guias referenciados para as análises das adequações didáticas propostas por Godino *et al.* (2013) sugerem ideias de como “[...] projetar e avaliar processos de ensino e aprendizagem de conteúdo matemático específico [...]” (GODINO *et al.*, 2013, p. 51, tradução do autor) e, segundo o autor, para colocar em exercício as reflexões no que se referem as ideias postas nos guias, faz-se necessário que a dinâmica do curso de formação de professores proceda-se através de estudos dialógicos referentes aos saberes teórico-práticos que fomentam os processos de estruturação, aplicação e análise das sequências de atividades. Para tanto, abordou-se conhecimentos alusivos aos saberes docentes referentes aos CCDM do modelo do EOS, aspectos sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e abordagens sobre objetos de aprendizagem digital com o propósito de instrumentalizar os professores para a docência, inclusive, no modelo remoto.

Pois, “[...] os processos de formação [...] devem se concentrar, não na Matemática em si, mas nos princípios didático-matemáticos incorporados no referido guia, sua fundamentação teórica e aplicação na prática” (GODINO *et al.*, 2013, p. 53, tradução do autor). Assim, as categorias (facetas) que compõem a dimensão didática serão apresentadas através do Guia de Análise de Idoneidade Didático-Matemática (GAIDM), exposto pelo quadro da Figura 23, o qual “[...] é aplicado a processos de instrução matemática conduzidos em qualquer nível educacional. Será, portanto, aplicável nos cursos de formação de professores [...]” (GODINO *et al.*, 2013, 70, tradução do autor) e, neste caso, adaptado para estudos dos CCDM mobilizados pelos professores através das estruturações e aplicações das sequências de atividades postas por estes durante os processos formativos.

Para tanto, o GAIDM “[...] se trata, na verdade, de uma família de instrumentos que sintetizam, em cada caso, os princípios didático-matemáticos [...]” (GODINO *et al.*, 2013, p. 70, tradução do autor) tomados para análises de processos instrucionais específicos que compõem a Idoneidade Didática (Epistêmica, Cognitiva, Afetiva, Interacional, Mediacional e Ecológica) do EOS.

Figura 23 - Componentes do Guia de Análise da Idoneidade Didática-Matemática (GAIDM)

FACETA EPISTÊMICA (Análise da Estruturação da Sequência de Atividades)	OUTRAS FACETAS (Análises da Aplicação da Sequência de Atividades)
Conhecimento Matemático As situações-problemas propõem variadas representações matemáticas, linguagem e procedimentos adequados a etapa de ensino.	FACETA COGNITIVA Refere-se a seleção e adaptação da linguagem, dos conhecimentos prévios e das variadas representações às situações-problemas de modo a dar sentido ao conhecimento matemático.
Conhecimento Cognitivo As tarefas estão adequadas aos níveis cognitivos, explorações dos conhecimentos prévios e adaptações aos vários modos de avaliações.	FACETA AFETIVA Ocupa-se do desenvolvimento de diálogos que devem promover boas interações, autoestima, participação e autonomia no estudo dos alunos, evitando rejeição, fobia ou medo da Matemática
Conhecimento Afetivo As atividades e percursos didáticos sugerem o despertar do interesse, da participação e das emoções positivas dos estudantes.	FACETA INTERACIONAL Relaciona-se a promoção de diferentes modos de interação na sala de aula e identifica conflitos de significados e dificuldades de aprendizagem.
Conhecimento Interacional Atividades e percursos didáticos traçados instigam às variadas interações e autonomia do aluno.	FACETA MEDIACIONAL Concerne-se a utilização de recursos manipulativos e tecnológicos no processo ensinar, desenvolvendo a competência de gestão do tempo de aula.
Conhecimento Mediacional Relaciona-se a exploração dos variados recursos tecnológicos na implementação das atividades.	FACETA ECOLÓGICA Refere-se às adequações ao currículo escolar, habilidades da BNCC, descritores do Saeb, inovação didática e conexões interdisciplinares.
Conhecimento Ecológico Vincula-se adaptações às habilidades da BNCC, descritores Saeb e Currículo escolar, sugerindo-se conexões interdisciplinares.	---

Fonte: Adaptado de Godino *et al.* (2013).

É proeminente se abordar que, a faceta epistêmica, que aqui, funciona como um instrumento de análises dos aspectos estruturais das sequências de atividades, se desdobra em seis componentes que avaliam os CCDM mobilizados pelos professores quando da estruturação destas e, neste caso, englobam aspectos avaliativos do Conhecimento Matemático, Cognitivo, Afetivo, Mediacional e Ecológico. E, as outras facetas (Cognitiva, Afetiva, Interacional, Mediacional e Ecológica) servirão de guias para análises dos conhecimentos mobilizados diante da aplicação das atividades aos seus alunos.

Ressalta-se que a configuração dos guias, como já posto anteriormente, resulta dos estudos de Godino *et al.* (2013), porém, segue-se a inspiração de Pino Fan e Godino (2015), que no âmbito do CCDM, apresentam a Idoneidade Didática organizada em quatro categorias (Epistêmica, Ecológica, Cognitiva-Afetiva e Interacional-Mediacional), sendo estas agrupadas de acordo com as suas articulações e aproximações de ideias. Assim, segue-se apresentando os componentes e indicadores de cada um dos guias que compõem o GAIDM, os quais

sofreram adaptações no que concerne aos indicadores, no intuito de adequá-los aos propósitos deste estudo.

Ademais, destaca-se que a atribuição de juízo de valor sobre o grau de idoneidade de cada um dos componentes é realizada com base em um confronto sistemático entre o produzido, apresentado e identificado com os componentes e indicadores apresentados nos guias. Trata-se de uma análise e avaliação qualitativa que, no âmbito do EOS, recebe uma atribuição de idoneidade baixa, média ou alta, considerando a presença de determinado indicador. As justificativas para a atribuição de um valor se dão com base em argumentação e observação da presença de evidências.

5.3.2.1 Componentes e Indicadores de Análise Epistêmica

Os componentes e indicadores que compõem este guia de análise descrevem e caracterizam os objetos primários (situações/problemas, elementos linguísticos, conceitos/definições, proposições/propriedades e argumentos) e os processos didáticos (argumentação, particularização, generalização, idealização, materialização, representação, recomposição, decomposição, personalização, institucionalização, comunicação, significância, definição, problematização e algoritimização) que representam sistemas de práticas, que serão desenvolvidos pelos professores através da elaboração das questões matemáticas ou, também, da resolução na lousa de um problema ou atividade específica implementada e proposta pelos professores (GODINO *et al.*, 2013).

Nas entrelinhas deste discurso, propõe-se ao professor trabalhar o ensino da Matemática priorizando-se a seleção e a implementação de situações-problemas no contexto da sala de aula, mas, “[...] não somente para aprofundamento do conhecimento de conteúdo, que não deve se limitar à resolução dos problemas e conhecimentos de estruturas matemáticas, mas para o uso educacional de resolução de problemas como meio de aprendizagem” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 104, tradução do autor). Portanto, é relevante se considerar que:

A adequação epistêmica nos processos de formação de professores é alcançada quando fornece, organiza e faz com que o professor conheça, entenda e domine o conhecimento do conteúdo especializado em termos de variedade de situações problemáticas, linguagem, estruturas, argumentos e conexões, para o nível de educação em que o professor exerce seu trabalho (conhecimento comum) e o tratado no “horizonte matemático” correspondente, ou seja, a articulação com o nível subsequente de educação (GODINO, 2011, p. 56, tradução do autor).

Seguindo esta linha de pensamento, compõe-se o guia de análise epistêmico, que na sua especificidade trata das análises dos conhecimentos especializado da dimensão matemática, proposto por Godino *et al.* (2013) e cujas adaptações são concernentes as pretensões de análises das sequências de atividades, como é apresentada no quadro da Figura 24:

Figura 24 - Componentes e Indicadores de Análise Epistêmica

Componentes	Indicadores
<i>Conteúdo Matemático</i>	<p>_Apresenta-se mostra representativa que propõem problemas de generalizações e questões contextualizadas e articuladas entre si.</p> <p>_Utiliza-se de forma adequada ao nível dos estudantes os diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, tabela, simbólica) e de conversões para representar o objeto de ensino</p>
<i>Conteúdo Cognitivo-Afetivo</i>	<p>_As adaptações e articulações propostas nas questões/problemas, considerando os conhecimentos prévios e o atual facilitam a aprendizagem do conteúdo matemático pelos alunos.</p> <p>_Questões/problemas propostos propõem possibilidades de interesses, motivações, mudanças de atitudes, emoções positivas em relação a aprendizagem do conteúdo matemático pelo aluno.</p>
<i>Conteúdo Interacional-Mediacional</i>	<p>_Os diálogos, a linguagem e os procedimentos são adequados ao nível de ensino e permitem interações que facilitam os processos de ensino e aprendizagem de Matemática.</p> <p>_Propõe-se a utilização de recursos tecnológicos e materiais didáticos diversos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.</p>
<i>Conteúdo Ecológico</i>	<p>_O conteúdo é adequado ao currículo escolar e questões/problemas estruturados de acordo com as habilidades da BNCC/Descritores Saeb conexões interdisciplinares.</p>

Fonte: Adaptado de Godino *et al.* (2013).

Portanto, evidencia-se que para se alcançar um nível de alta adequação didática, referente a categoria do conhecimento epistêmico de uma instrução matemática é conveniente ao professor a seleção, implementação e organização de atividades que primem pela resolução de situações-problemas; que explorem a utilização das várias representações matemáticas; preze por adequação da linguagem a etapa de ensino; revelem conceitos matemáticos de forma contextualizada e que exijam do resolvidor a exploração de procedimentos, justificativas e argumentos matemáticos.

5.3.2.2 Componentes e Indicadores de Análise Cognitivo-Afetiva

Os componentes e indicadores de análise do guia cognitivo-afetivo avaliam os saberes referentes a compreensão das características e dos conhecimentos que os discentes apresentam diante de uma determinada instrução matemática, como por exemplo, detectar “[...] como os alunos pensam, conhecem, agem e sentem dentro da sala de aula sobre um problema matemático” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 100, tradução do autor) e, integra-se estas

observações à capacidade de percepção de como “[...] tratar o humor dos alunos, os aspectos que os motivam ou não a resolver um determinado problema” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 100, tradução do autor). Assim, os componentes e indicadores do guia de análises cognitivo-afetiva (Figura 25) proposta por Godino *et al.* (2013) trata, na sua especificidade, de conhecimentos sobre os aspectos cognitivos, afetivos e emocionais:

Figura 25 - Componentes e Indicadores de Análise Cognitivo-Afetiva

Componentes	Indicadores
Conhecimentos Prévios (Os mesmos elementos utilizados para adequação epistêmica: situações, línguas, conceitos, procedimentos, proposições, argumentos e relações entre eles)	_Aborda-se os conhecimentos prévios necessários para que os alunos compreendam o assunto (o professor planejou e abordou o seu estudo). _Os conteúdos pretendidos foram alcançados (as dificuldades foram gerenciáveis) em seus vários componentes.
Adaptações curriculares para diferenças individuais	_Atividades adaptadas aos níveis cognitivos dos estudantes; _Atividades de reforço foram incluídas; _São promovidos acesso e desempenho para todos os alunos.
Aprendizagem (Os mesmos elementos utilizados para adequação epistêmica)	_São propostos vários modos de avaliações, para que os alunos alcancem a apropriação de conhecimentos, entendimentos e competências pretendidas; _Os resultados das avaliações são divulgados e utilizados para a tomada de decisões.
Interesses e necessidades	_As tarefas são de interesse dos alunos; _São propostas situações-problemas que permitem avaliar a utilidade da Matemática na vida cotidiana dos alunos.
Atitudes	_Instiga-se à participação em atividades, perseverança e responsabilidade. _O argumento é favorecido em situações de igualdade.
Emoções	_A autoestima é promovida, evitando-se rejeição, fobia ou medo da Matemática; As qualidades estéticas e de precisão da Matemática são destacadas.

Fonte: Adaptado de Godino *et al.* (2013).

Deste modo, a configuração dos indicadores deste guia pondera as avaliações diante do grau de ajuste do conhecimento do ponto de vista do aluno em relação ao institucional, ou seja, percepções da conexão do conhecimento comum com o especializado e, para tanto, o professor, deve ser capaz de, através do planejamento, antecipar o tipo de resposta, as possíveis dificuldades e erros que os alunos poderão apresentar na resolução de um problema e, na fase de implementação, apresentar estratégias didático-metodológicas com potenciais, de não somente motivar os alunos para a resolução das atividades, mas, também, tratar e resolver possíveis conflitos, equívocos ou erros e, ainda, criar condições de conexões do objeto ora estudado com outros necessários à resolução do problema.

5.3.2.3 Componentes e Indicadores de Análise Interacional-Mediacional

Os componentes e indicadores do guia de análises interacional-mediacional avaliam os saberes docentes referentes aos processos de interação (professor-aluno, aluno-aluno e aluno-recursos-professores) estabelecidos nos procedimentos de ensino através da adequação dos materiais didáticos e tempo de programação as situações de ensino. Portanto, o guia posto em prática envolve os componentes que contemplam Diálogo/Comunicação, Interação, Autonomia, Recursos e Tempo didáticos como descrito no quadro da Figura 26.

Figura 26 - Componentes e Indicadores de Análise Interacional-Mediacional

Componentes	Indicadores
Interação de ensino-aluno	<ul style="list-style-type: none"> _Faz uma apresentação adequada do tema (apresentação clara e bem-organizada, não fala muito rápido, enfatiza os conceitos-chave do tópico; _Reconhece e resolve os conflitos dos alunos (perguntas e respostas são adequadas ao desenvolvimento da aula) buscando chegar a um consenso com base no melhor argumento; _Adota vários recursos retóricos e argumentativos para sugerir e capturar a atenção dos alunos.
Interação aluno-aluno	<ul style="list-style-type: none"> _O diálogo e a comunicação entre os alunos são favorecidos; _Os argumentos convencem a si próprios e aos alunos da validade de suas declarações, conjecturas e respostas, baseando-se em argumentos matemáticos.
Autonomia	<ul style="list-style-type: none"> _São contemplados momentos para que os alunos façam perguntas e apresentem soluções; façam conexões entre os distintos conteúdos, resolvam e apresentem as soluções dos problemas.
Avaliação formativa	<ul style="list-style-type: none"> _Observa-se a sistematização do progresso cognitivo dos alunos.
Recursos materiais (Manipulativos, calculadoras, computadores)	<ul style="list-style-type: none"> _São utilizados materiais de manipulação dinâmica e que permitem a introdução de boas situações, linguagens, procedimentos, argumentos adaptados ao conteúdo alegado; _As definições e propriedades são contextualizadas diante do uso de situações e modelos concretos que permitam a visualização dos entes geométricos.
Número de estudantes, cronograma e condições da sala de aula	<ul style="list-style-type: none"> _O número e distribuição de alunos permite que o ensino seja realizado como pretendido; _A sala de aula e a distribuição dos alunos são adequados para o desenvolvimento do processo instrucional pretendido.
Clima (Do ensino coletivo/ tutoria; tempo de aprendizagem)	<ul style="list-style-type: none"> _O tempo de aula (presencial e não presencial) é suficiente para o ensino pretendido; _É dedicado tempo suficiente aos conteúdos mais importantes/complexos do tópico estudado.

Fonte: Adaptado de Godino *et al.* (2013).

Portanto, este guia além de envolver “[...] o conhecimento necessário para antecipar, implementar e avaliar sequências de interações, entre agentes envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, visando a fixação e negociação de significados estudantis (aprendizados)” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 101, tradução do autor), também, envolve a adequação e utilização “[...] do uso de materiais e recursos tecnológicos para aprimorar a aprendizagem de um objeto matemático específico, bem como a alocação de tempo para diferentes ações e processos de aprendizagem” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 101, tradução do autor).

5.3.2.4 Componentes e Indicadores de Análise Ecológica

Os componentes e indicadores do guia de análise ecológica avaliam os saberes docentes referentes as noções teóricas dos componentes que influenciam na articulação entre os procedimentos de ensino/aprendizagem e o contexto no qual se insere o desenvolvimento deste processo. Diga-se, os componentes do entorno como Escola, Currículo e Sociedade, os quais influenciam diretamente nos interesses e motivações dos alunos em aprender e, são sintetizados no quadro da Figura 27:

Figura 27 - Componentes e Indicadores de Análise Ecológica

Componentes	Indicadores
Adaptação ao currículo	_O conteúdo, sua implementação e avaliação correspondem aos diretrizes curriculares.
Abertura à inovação didática	_Apresenta-se inovação metodológica baseada em pesquisa e prática reflexiva; _Integração de novas tecnologias (calculadoras, softwares; computadores e outros) nos processos de ensino.
Adaptação à cidadania, valores e cultura	_Os argumentos e atividades contribuem para a formação cidadã e crítica dos alunos.
Conexões intra e interdisciplinar	_O conteúdo é abordado em conexão com outros conteúdos intra e interdisciplinares.

Fonte: Adaptado de Godino *et al.* (2013).

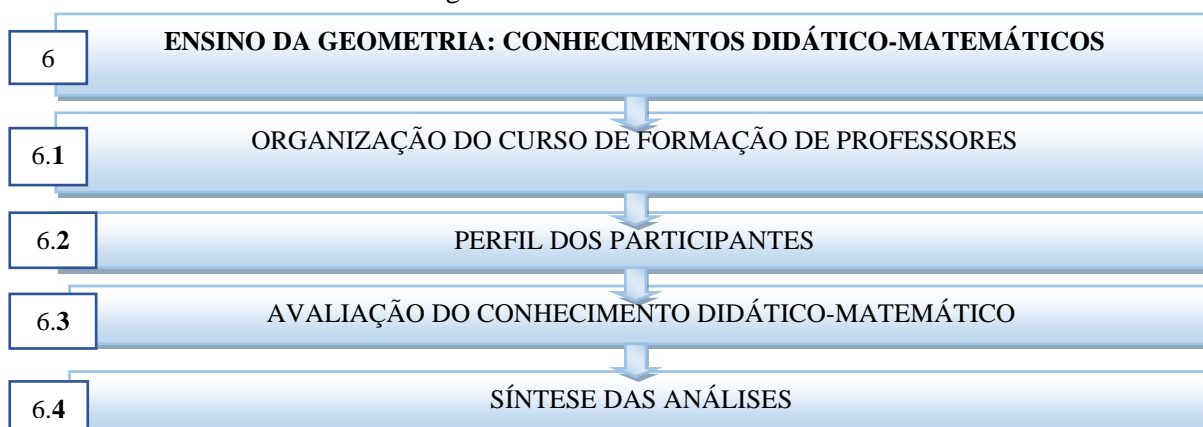
É, também, no guia de análise ecológica que se insere as ideias de apreciações da “[...] adaptação curricular, socioprofissional e cultural, a abertura à inovação didática e o estabelecimento de conexões intra e interdisciplinar [...]” (NOGUEIRA e NETO, 2017, p. 146), então, é nesta categoria que se processa a necessidade de analisar as adaptações do ensino aos documentos oficiais (BNCC, Plano de Curso, Diretrizes Curriculares e outros) a etapa de ensino, a pluralidade cultural, ao cotidiano do aluno, a interdisciplinaridade, as inovações tecnológicas diversificadas e as distintas metodologias de ensino. Portanto, “[...] nesta dimensão, deverá ainda ser tida em consideração a inclusão de contributos resultantes da investigação, da prática reflexiva e mesmo da inovação tecnológica” (NOGUEIRA e NETO, 2017, p. 146).

Neste processo, estas ferramentas de análises ontossemióticas, como um todo, sugerem ideias de orientações diante da estruturação, implementação e avaliação das trajetórias didáticas-matemáticas para o planejamento/implementação de processos formativos diante do desenvolvimento de conhecimentos mobilizados pelos professores em suas práticas docentes. E, assim, segue-se na perspectiva de se apresentar as análises das descobertas, percepções e justificativas teóricas deste trabalho de pesquisa.

6 ENSINO DA GEOMETRIA: CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS

Com o objetivo de analisar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos didáticos-matemáticos com base nas ideias do modelo teórico do EOS, proposto por Godino (2008, 2009), Godino, Batanero e Font (2008), Godino *et al.* (2013), Pino-Fan e Godino (2015) e outros, através dos saberes mobilizados pelos professores pesquisados diante da estruturação e aplicação de sequências de atividades, embasadas nas ideias dos níveis e dos percursos didáticos proposto no modelo de van Hiele, apresentam-se nesse capítulo as análises produzidas, as quais se referem as descobertas, percepções e entendimentos justificadas pelos discernimentos dos teóricos estudados. A Figura 28 apresenta um esquema resumido de como foi organizada a apresentação das análises dos dados.

Figura 28 - Estrutura das Análises de Dados



Fonte: a autora.

6.1 ORGANIZAÇÃO DO CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

O “Curso de Formação de Professores: Projetos de Aprendizagem em Geometria” se constituiu em uma proposta de formação-investigativa que foi realizada com um grupo de 54 professores de Matemática da Educação Básica, considerando-se 06 professores efetivos e 48 professores-estagiários, sendo que estes são atuantes de distintas escolas públicas do *lócus* da pesquisa, quer seja como professores efetivos, quer seja como professores estagiários e, vale lembrar, que estes últimos são acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia-UNEB, Campus VIII e, nestes tempos, estavam inseridos em sala de aula com o ensino da Matemática, como professores estagiários de programas de formação inicial (Programa de Iniciação à Docência-PIBID ou Programa de Residência Pedagógica-PRP) ofertados pelo governo federal.

A princípio, se pensou a estruturação deste curso na modalidade semipresencial, porém, com a incidência da Pandemia da Covid-19 veio à tona a necessidade de implementação de novos moldes de se fazer a sala de aula acontecer e, foi potencializada a urgência de aulas remotas, implementação de objetos de aprendizagem digital, modelação de ambiente virtual de aprendizagem e, inclusive, utilização de plataformas digitais para inserção de ferramentas de aprendizagem adaptadas à realidade do momento.

Assim, o curso de formação de professores foi proposto aos professores e futuros professores (professores a partir de então) com o intuito de se estruturar, implementar e aplicar sequências de atividades, aqui denominados “Projetos de Aprendizagem em Geometria”, cujas modelações pelos professores se adaptam aos respectivos níveis de instruções matemáticas dos seus alunos e se adequam didaticamente aos variados modos de se ensinar Geometria, considerando, inclusive, o contexto de aulas remotas. Para tanto, o curso que desencadeou o processo de formação aos professores de Matemática foi planejado e executado com uma carga horária de 60 horas/aulas, distribuídas conforme esquematizado na Figura 29.

Figura 29 - Curso de Formação de Professores de Matemática

Ações Docentes	Carga Horária
Aulas Síncronas Encontros e Estudos Remotos (via plataforma <i>Teams</i>) incluindo-se aplicações de oficinas para instrumentalizar os professores com objetos de aprendizagem digital	32 h/a
Aulas Assíncronas Estudos coletivos/individuais para estruturação da sequência de atividades	18 h/a
Prática Docente Aplicação da sequência de atividades	10 h/a (ou mais)
Carga Horária Total	60 h/a

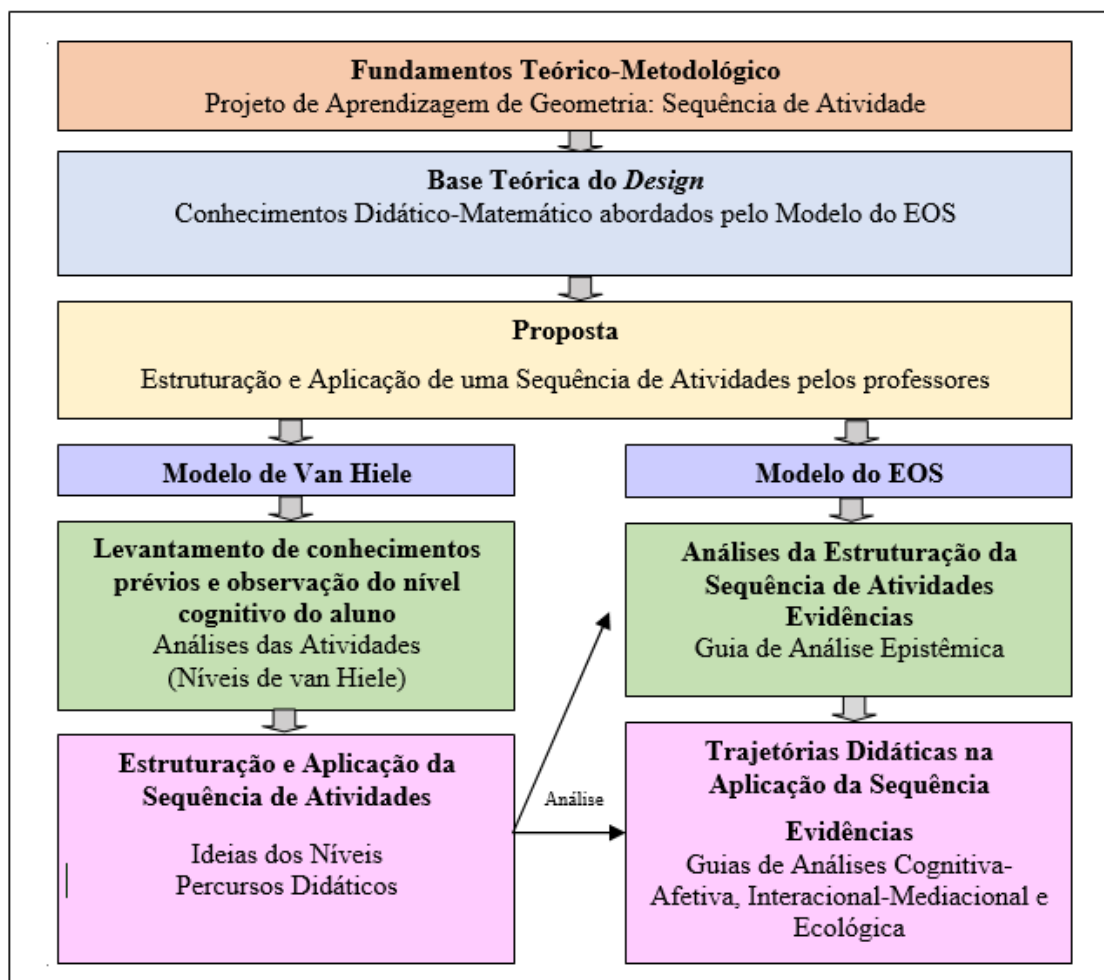
Fonte: a autora.

Na estruturação deste, trabalhou-se a exploração de aspectos referentes aos pressupostos de conhecimentos e competências didático-matemáticos (CCDM) tomados pela abordagem do EOS e, para tanto, embasou-se, principalmente, nos trabalhos de pesquisa de Godino e colaboradores, com destaque para: a) Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e Competência do Professor de Matemática, de Godino *et al.* (2017); b) Perspectiva ampliada do conhecimento didático-matemático do professor, de Pino-Fan e Godino (2015); c) Componentes e indicadores de adequação de programas de formação de professores em Didática da Matemática, Godino *et al.* (2013) e d) Treinamento de professores de Matemática com base na reflexão guiada na prática, de Godino e Batanero (2009).

Estes abordam nas entrelinhas, orientações e reflexões teóricas que o formador de professores deve levar em consideração quando da elaboração de proposta de curso de formação de professores e, também, nestes trabalhos são apresentados delineamentos das ferramentas de análises ontossemióticas dos processos de ensino da Matemática, já que estes autores consideram necessário ao professor em formação, também, oportunidades de se refletir sobre os aspectos de análises da própria prática pedagógica.

Assim, a esquematização do *design* do curso de formação de professores, representada pela Figura 30, destaca, inclusive, as ações teóricas necessárias aos processos de orientações didáticas e aos processos formativos no intuito de se aproximar a discussão teórica da lógica de reflexões que direcionou os percursos didáticos do curso de formação.

Figura 30 - *Design* do curso de Formação de Professores: PAG



Fonte: a autora.

Inicialmente, observou-se que as ideias de Godino *et al.* (2013) se inseriam no *design* do curso de formação, sugerido pela relevância de propor ao professor oportunidades de

reflexões diante de aspectos didático-pedagógicos mencionadas no módulo dos conhecimentos e competências didático-matemáticas descritos pelo modelo do EOS, os quais definem qualidade aos processos de ensino e, também, corroboram para a boa formação dos docentes de Matemática. Neste sentido,

Consideramos que o EOS, em particular a noção de adequação didática, pode contribuir com elementos originais e significativos para o desenvolvimento de uma teoria de *design* instrucional, apropriada para orientar os processos de ensino e aprendizagem da matemática e outras áreas curriculares (GODINO *et al.*, 2013, p. 49, tradução do autor).

Seguindo esta linha de raciocínio, considerou-se relevante inserir no desenho do curso formativo, estratégias de discursos e debates com possibilidades de análises teórico-práticas que tratavam de aspectos que envolvam “[...] os conhecimentos, compreensões e competências que um professor deve dominar para projetar e implementar propostas curriculares adequadas, bem como as “formas” mais adequadas para construir tais conhecimentos, entendimentos e competências” (GODINO *et al.*, 2013, p. 49, tradução do autor).

Neste caso, aborda-se que as ações formativas para os professores diante da proposta foram conduzidas pela pesquisadora, no intuito de se administrar a estruturação e aplicação de uma sequência de atividades explorando um conteúdo geométrico e, neste caso, se “[...] implementa um modelo didático específico que os professores em formação podem adaptar criticamente para o seu ensino futuro “[...] (GODINO; BATANERO, 2009, p. 2, tradução do autor). Assim sendo, na primeira etapa, procedeu-se aos estudos teóricos do modelo de van Hiele e das ideias do enfoque do EOS para embasar a elaboração de uma sequência de atividades, que fora doravante denominado “Projeto de Aprendizagem em Geometria”.

Neste interim, estes professores foram sendo conduzidos às estruturações das sequências, considerando-se as bases teóricas dos níveis de van Hiele, as habilidades da Base Nacional Comum Curricular-BNCC e os descritores do Sistema de Avaliação da Educação Básica-Saeb e, delineou-se as trajetórias de aplicação desta sequência com base nos percursos didáticos modelados por van Hiele. A escolha do objeto de estudo que enredou a sequência de atividades de cada professor ou dupla de professores foi alusiva aos saberes geométricos que se referiram a uma unidade da etapa de ensino em que estes profissionais estavam atuando.

Na segunda etapa, após as devidas estruturações das sequências de atividades, os professores em formação colocaram em prática as trajetórias didáticas necessárias à aplicação das atividades planejadas na sequência de atividade (SA a partir de então). E, neste processo,

as trajetórias didático-matemáticas dos docentes foram observadas e analisadas com base nas guias de análises referenciadas através do EOS, especificamente, por Godino *et al.* (2013), observando-se os conhecimentos e habilidades colocados em jogos pelo professor, em cada etapa da aplicação da SA.

Também, para justificar as ações interventivas foram estudadas e utilizadas as ideias do modelo de van Hiele para elaborar uma atividade teste (pré e pós-teste) no intuito de se argumentar sobre os possíveis avanços (ou não) de aprendizagem geométrica dos alunos. Assim, diante deste resumo que apresenta as ideias gerais dos procedimentos que foram postos em prática pelos professores, evidencia-se os caminhos teóricos percorridos para traçar o *design* deste curso de formação de professores.

Assim, foi proeminente tratar dos saberes referentes ao modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, pois, o conjunto de atividades e até mesmo os percursos didáticos que estruturaram o todo da sequência de atividades foram elaborados a partir de reflexões apresentadas por esta base teórica. Então, partindo-se do pressuposto de que “[...] nem as dimensões nem os componentes são diretamente observáveis, portanto, é necessário inferi-los a partir de indicadores empíricos [...]” (Godino *et al.*, 2013, p. 50, tradução do autor) e, desta forma, foi utilizado o Guia de Análise da Idoneidade Didática-Matemática (GAIDM) dos processos de instrução matemática, ora servindo de guia de orientações às elaborações das sequências e ora como ferramentas de análises dos processos didáticos-matemáticos mobilizados nas práticas inerentes as demandas de ensino. Revela-se que o GAIDM é composto por 4 guias de análises da idoneidade didática: Guia de análise epistêmica, Guia de análise cognitiva-afetiva, Guia de análise Interacional-Mediacional e Guia de análise ecológica, as quais já foram descritas no capítulo de Fundamentação teórica do EOS.

Neste caso, foi coerente tratar com os docentes sobre os componentes e indicadores das ferramentas de análises envolvidas nos processos de instrução matemática, pois, entende-se que “[...] se o professor adquire competência na aplicação deste “instrumento” pode tornar sua tarefa de *design*, implementação e avaliação de processos instrucionais adequados” (GODINO *et al.*, 2013, p. 51, tradução do autor).

6.1.1 Dos processos formativos-investigativos do PAG

Assim, o projeto de formação docente, com viés investigativo, contou com os seguintes percursos didáticos:

- Estudos e reflexões dos critérios de idoneidade didática que nortearam os processos de ensino e o sistema de análises no que se refere aos percursos didáticos-pedagógicos que permeiam a estruturação e aplicação da sequência de atividades.
- Estudo dos constructos teóricos do modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, na perspectiva de orientações sobre as adequações aos níveis de pensamento geométrico e percursos didáticos e sobre caminhos metodológicos para aplicação das atividades que compõem a sequência de atividades.
- Reflexões e estruturação da atividade pré-teste (e pós teste) pelo professor em formação, visando detectar as dificuldades e fazer levantamento de dados sobre o nível de pensamento geométrico dos estudantes em relação ao conteúdo que irá ser abordado
- Análises e adequações das habilidades descritas na Base nacional Comum Curricular-BNCC (BRASIL, 2018) e descritores do Sistema de Avaliação da Educação Básica-Saeb (BRASIL, 2020) em relação a abordagem do conteúdo que será trabalhado na série relacionada à elaboração da sequência de atividades.
- Seleção, elaboração e ou implementação das atividades com abordagens pautadas no sequenciamento dos níveis de compreensão de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e nas habilidades da BNCC e descritores Saeb diante do conteúdo que implementará a sequência de atividades.
- Estruturação do “Projeto de Aprendizagem em Geometria” pelo professor ou grupo de professores em formação de acordo com a série/etapa de ensino.
- Aplicação pelos professores em formação das atividades que constituem o “Projeto de Aprendizagem em Geometria” aos seus alunos.
- Aplicação pelo professor em formação da atividade pós-teste, visando análises comparativas com os resultados do pré-teste diante da perspectiva de se analisar os possíveis avanços de aprendizagens dos alunos e validar (ou não) a proposta de ensino.
- Análise pelo professor formador dos níveis (alto, médio ou baixo) dos critérios de idoneidade didática comparando as idoneidades correspondentes a um processo de estudo pretendido/programado às idoneidades efetivamente atingidas na realização do projeto de aprendizagem implementado.

Considerando que os professores se inscreveram para participar do curso por livre e espontânea vontade, também, pressupõe-se que participaram da proposta de formação por

desejarem implementar suas profissionalizações com novos conhecimentos e práticas de ensino e, deste modo, justifica-se o *design* deste curso que propõe possibilidades de gerar reflexões orientadas para a estruturação e aplicação de sequências de atividades, com proposições de melhoria nos modos de se ensinar e, conseqüentemente, nas aprendizagens dos estudantes. E, neste sentido, Imbernón (2011) afirma que,

[...] os educadores só mudam crenças e atitudes de maneira significativa quando percebem possibilidades concretas de repercussão nos processos de ensino e aprendizagem. Se enxergam benefícios para os alunos e para a forma com que exercem a docência, passam a pensar a formação como um ganho individual e coletivo, e não como uma agressão externa (IMBERNÓN, 2011, p. 02).

Seguindo esta linha de raciocínio e na perspectiva de propor um espaço para a discussão, reflexão e formação dos professores de Matemática, decidiu-se por enquadrar o curso nos moldes de um trabalho de reflexões coletivas, ou seja, em equipes e, isto na perspectiva de propor oportunidades de troca de saberes, cooperação e colaboração entre os pares, pois, “Os docentes devem se assumir como protagonistas, com a consciência de que todos são sujeitos quando se diferenciam, trabalham juntos e desenvolvem uma identidade profissional” (IMBERNÓN, 2011, p. 02). Diante deste contexto, apresenta-se o cronograma (Figuras 31, 32 e 33) de ações utilizado para se efetivar os processos formativos de estruturação e aplicação da SA, sendo dividido em três etapas: Ações Iniciais, Estudos Teóricos e Instrumentalização do ensino e Pesquisa *in loco*.

Assim sendo, no quadro resumido pela Figura 31, declara-se sobre os primeiros encontros da formação e, aborda-se sobre a proposta do curso, explica-se sobre a necessidade da assinatura do Termo de Livre Consentimento dos Professores (Apêndice D) e da resolução do questionário (*Google forms*) (Apêndice B), o último com pretensões de se coletar dos professores dados pessoais, experiências docentes, formação inicial e continuada e aproximações com a utilização das habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) nas suas propostas de ensino e, estes dados, também, serviram como guia para orientação e implementação dos planejamentos para a estruturação do curso de formação docente.

Figura 31 - Processos Formativos-Investigativos do PAG: **Ações Iniciais**

Data do Encontro	Processo Formativo Discussões e Observações	Objetivo Formativo- Investigativo	Instrumento Investigativo e Descritivo ou Material de Aula
21/maio/21 20 às 22 h 2 h/a	Apresentação aos professores participantes do plano de formação e ideias gerais do	Apresentar Projeto de formação docente e sensibilizar o grupo à	Projeto do Curso de Formação Docente

Data do Encontro	Processo Formativo Discussões e Observações	Objetivo Formativo- Investigativo	Instrumento Investigativo e Descritivo ou Material de Aula
	projeto. Estudos e discussões coletivas dos subprojetos PIBID e PRP na perspectiva de adequações didáticas para inserção dos futuros professores de Matemática no projeto.	participação da proposta. Verificar aproximações referentes aos objetivos formativos dos subprojetos PIBID e PRP com o projeto de formação docente.	Projeto de formação docente e Subprojetos locais do PIBID e do PRP.
28/maio/21 20 às 22 h 2 h/a	Aplicação do Questionário de coleta de dados (Apêndice B)	Investigar, de modo amplo, os processos de formação docente e se as experiências adquiridas (mesmo no estágio) contribuem para boas práticas docentes, tomando como referência os indicadores do saber experiencial.	Questionário de coleta de dados (Apêndice B): Perfil geral do professor/futuro professor: idade, gênero, curso de nível médio (Magistério ou não), graduação, curso de formação continuada, tempo de docência, modo de planejar, aproximações ou não com a BNCC.

Fonte: a autora.

E, nos encontros que se seguiram, sintetizados através da tabela da Figura 32, os professores em formação foram mobilizados, incitados e sensibilizados para refletirem sobre os saberes docentes necessários às boas práticas de adequações didáticas e, nestes discursos inseriu-se as ideias dos componentes e indicadores das guias de análises que compõem o Guia de Avaliação da Idoneidade Didática Matemática (GAIDM), os quais, posteriormente, incidiram na análise da estruturação e aplicação da sequência de atividades.

Figura 32 - Processos Formativos-Investigativos do PAG: **Estudos Teóricos**

Data do Encontro	Processo Formativo Discussões e Observações	Objetivo Formativo- Investigativo	Instrumento Investigativo e Descritivo ou Material de Aula
28/maio/21 20 às 22 h 2 h/a	Modelo de van Hiele: Características e Níveis do Pensamento Geométrico. Oficina 1: Análise dos níveis do pensamento geométrico exigidos nas questões propostas.	Preparar o professor em formação para selecionar, implementar ou elaborar atividades ou problemas que se adequem ao nível de pensamento geométrico do alunado.	<u>Texto</u> O modelo de van Hiele de desenvolvimento do Pensamento Geométrico (CROWLEY, 1994).
04/junho/21 20 às 22 h 2 h/a	Modelo de van Hiele: Percurso Didático – Planejamento de aula e de materiais de ensino adequados para o ensino remoto.	Justificar a dialógica que fomenta os processos de interações e de implementações de recursos didáticos para as aulas remotas, com ênfase nos ajustes dos percursos didáticos que visam facilitar a aprendizagem dos alunos em conteúdos matemáticos	Referência na Guia de Análise Interacional-Mediacional (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013). <u>Texto</u> O modelo de van Hiele de desenvolvimento do Pensamento Geométrico (CROWLEY, 1994).

Data do Encontro	Processo Formativo Discussões e Observações	Objetivo Formativo- Investigativo	Instrumento Investigativo e Descritivo ou Material de Aula
11/junho/21 20 às 22 h 2 h/a	Um modelo de <i>design</i> de teste para avaliar os níveis de van Hiele (JAIME; GUTIÉRREZ, 1994).	Investigar conhecimentos prévios, dificuldades, aprendizagens e avanços dos níveis do pensamento geométrico dos alunos.	Atividade Pré e Pós-Teste (com base no modelo de van Hiele e elaborado pelo professor em formação). Referência na Guia de Análise Cognitivo-Afetiva (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).
18/junho/21 19 às 22 h 2 h/a	Sequência de Atividades: Como organizar o ensino por habilidades e ou descritores? Projeto de Aprendizagem de Geometria: Estruturado através de sequência de atividades.	Discutir a modelação da estrutura do Projeto de Aprendizagem de Geometria.	Referência na Guia de Análise Epistêmica (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013). <u>Texto</u> Como organizar uma sequência didática (ou de atividades)? (MEIRELLES, 2014)
25/junho/21 19 às 22 h 2 h/a	Sequência de Atividades: Habilidades da BNCC e Descritores Saeb: Seleção da unidade temática (de Geometria), respectivas habilidades, descritores e atividades/problemas para estruturação do “Projeto de Aprendizagem em Geometria”. Sequências de Atividades Prontas: Análises e discussões coletivas	Abordar a BNCC (2018) e Matriz de Referência Saeb (BRASIL, 2001, 2008) como documentos oficiais que estabelecem organização de conteúdos e habilidades por etapa de ensino, para que ocorram as aprendizagens essenciais dos alunos. Apresentar modelos de sequências de Atividades planejadas por habilidades/descritor.	Referência na Guia de Análise Ecológica (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013). SD escolhidas e apresentadas por grupos de cursistas.
02/julho/21 20 às 22 h 2 h/a	Metodologias Ativas, dando ênfase a Aprendizagem Baseada em Problemas, <i>Gamificação</i> e Sala de Aula Invertida.	Discutir aspectos da resolução de problemas, <i>gamificação</i> e sala de aula invertida como metodologias de ensino que possibilitam inovação e interação para as aulas remotas.	Referência na Guia de Análises Interacional-Mediacional (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).
20/agosto/21 20 às 22 h 2 h/a	Características desejadas em um professor de Matemática do século XXI.	Discutir aspectos que potencializam a constituição do bom profissional professor.	Formação de professores de Matemática para o século XXI: O grande desafio (DAMBRÓSIO, 1983). Dez mandamentos para professores de Matemática (PÓLYA, 1984).

Fonte: a autora.

Neste percurso, foi relevante tratar das distintas maneiras de se ensinar e da necessidade de se utilizar de materiais didáticos que instigassem aos alunos participarem das aulas, que neste caso, são remotas e, de propor atividades, jogos, dinâmicas e materiais de ensino que propusessem oportunidades de interações entre os pares e que dinamizassem as aulas. Foi a partir destas reflexões que sobreveio a necessidade de amplificar a proposição de

aplicação de oficinas com a utilização de objetos de aprendizagem digitais, na perspectiva de instrumentalizar os professores para as aulas remotas e para a elaboração das sequências de atividades com indicadores digitais.

Adiante, foram abordados os constructos do modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e, neste percurso, tratou-se de abordagens que fazem referências as características, as peculiaridades de cada nível do pensamento geométrico e, também, tratou-se dos percursos didáticos, na perspectiva de orientações a ministração das aulas na modalidade ora em voga. Nesta oportunidade, também, foram abordados sobre a necessidade e relevância de se pensar o planejamento da SA com apoio em documentos oficiais, como por exemplo, levando em consideração às habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e os descritores Saeb (BRASIL, 2001, 2008). Estes procedimentos foram trabalhados na intencionalidade de orientar os docentes quanto a estruturação e aplicação da SA zelando pelas expectativas de aprendizagens dos alunos propostas por documentos oficiais do Ministério da Educação.

E, seguiu-se a proposta do cronograma (Figura 33) com aplicações das oficinas que foram contempladas com a utilização de *softwares* de geometria dinâmica, como o *Poly*³⁸, *Winggeom*³⁹ e o *Geogebra*⁴⁰; com simuladores matemáticos das plataformas *PHET*⁴¹ e *Geogebra*; elaborações de jogos em plataformas digitais, como a *Wordwall*⁴², *Coquinhos*⁴³ e *Kahoot*⁴⁴ e, também, com propostas de se elaborar sínteses de conteúdos geométricos através de mapas mentais. Vale ressaltar, que os objetos de aprendizagem digital foram personalizados por cada professor de acordo com o conteúdo trabalhado e com a etapa de ensino, para implementação das tarefas desenvolvidas na sequência de atividades.

Figura 33 - Processos Formativos-Investigativos do PAG: **Instrumentalização e Pesquisas *in loco***

Data do Encontro	Processo Formativo Discussões e Observações	Objetivo Formativo- Investigativo	Instrumento Investigativo e Descritivo ou Material de Aula
------------------	--	--------------------------------------	---

³⁸ *Poly* é um aplicativo gratuito que permite explorar e construir poliedros: <http://www.peda.com/poly/>

³⁹ *Winggeom* é um software que permite construções geométricas em duas ou três dimensões e inclui animação para verificar diversas propriedades: http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/software/soft_geometria.php

⁴⁰ *Geogebra* é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação: Plataforma: <https://www.geogebra.org/?lang=pt>

⁴¹ *PHET* Plataforma de simulações interativas para Ciências e Matemática: https://phet.colorado.edu/pt_BR/

⁴² *Wordwall* é uma plataforma de elaboração de atividades personalizadas: <https://wordwall.net/pt>

⁴³ *Coquinhos* é uma plataforma de jogos educativos e interativos: <https://www.coquinhos.com/>

⁴⁴ *Kahoot!* É uma plataforma de elaboração de atividades personalizadas: <https://create.kahoot.it/auth/register>

Data do Encontro	Processo Formativo Discussões e Observações	Objetivo Formativo- Investigativo	Instrumento Investigativo e Descritivo ou Material de Aula
09/julho/21 20 às 22 h 2 h/a	<u>Oficina 2</u> Plataforma <i>Wordwall</i> – Atividades personalizadas para a sua sala de aula. <u>Oficina 3</u> Plataforma <i>Coquinhos</i> - Jogos educativos e interativos para as aulas remotas.	Instrumentalizar o professor em formação para implementação das suas aulas com recursos tecnológicos adequados às explorações de conceitos geométricos.	Referência na Guia de Análise Interacional- Mediacional (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).
16/julho/21 19 às 22 h 3 h/a	<u>Oficina 4</u> <i>Software Poly</i> : Exploração dos elementos dos sólidos geométricos. <u>Oficina 5</u> Geoplano Virtual: <i>Geoboard</i> Tipos de Geoplanos, Áreas de Figuras Planas, Dedução das fórmulas de áreas (Retângulo, Quadrado, Paralelogramo, Trapézio e Losango).	Instrumentalizar o professor em formação para implementação das suas aulas com recursos tecnológicos adequados às explorações de conceitos geométricos.	Referência na Guia de Análise Interacional- Mediacional (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).
23/julho/21 20 às 22 h 2 h/a	<u>Oficina 6</u> <i>WinGeom</i> : explorando conceitos geométricos da geometria plana e espacial.	Instrumentalizar o professor em formação para implementação das suas aulas com recursos tecnológicos adequados às explorações de conceitos geométricos.	Referência na Guia de Análise Interacional- Mediacional (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).
30/julho/21 20 às 22 h 3 h/a	<u>Oficina 7</u> Plataforma <i>Kahoot</i> : <i>Quizzes</i> , atividades interativas e aplicação de gincana à distância. <u>Oficina 8</u> Repositório de Objetos de Aprendizagem e Simuladores: Utilização de objetos de aprendizagem digital na sala de aula de Matemática.	Instrumentalizar o professor em formação para implementação das suas aulas com recursos tecnológicos adequados às explorações de conceitos geométricos.	Referência na Guia de Análise Interacional- Mediacional (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).
06/agosto/21 20 às 22 h 2 h/a	<u>Oficina 9</u> <i>GeoGebra</i> : <i>applets</i> , construções dinâmicas e aplicabilidades às aulas de Geometria. <u>Oficina 10</u> Plataforma <i>PHET</i> : simulações interativas para as aulas de Matemática.	Instrumentalizar o professor em formação para implementação das suas aulas com recursos tecnológicos adequados às explorações de conceitos geométricos.	Referência na Guia de Análise Interacional- Mediacional (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).
13/agosto/21 20 às 22 h 2 h/a	<u>Oficina 11</u> <i>CmapTools</i> : Mapas Mentais ou Conceituais como metodologia da síntese de conteúdo. <u>Oficina 12</u> <i>Liveworksheets</i> : Planilhas	Instrumentalizar o professor em formação para implementação das suas aulas com recursos tecnológicos adequados às explorações de conceitos geométricos.	Referência na Guia de Análise Interacional- Mediacional (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).

Data do Encontro	Processo Formativo Discussões e Observações	Objetivo Formativo- Investigativo	Instrumento Investigativo e Descritivo ou Material de Aula
	Interativas com autocorreções.		
Junho e julho/21	Estruturação e Aplicação do PAG (Sequências de Atividades) pelo professor em formação.	Analisar epistemologicamente a estrutura da sequência de atividades postado no AVA.	Referência na Guia de Análise Epistêmica (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).
Agosto, setembro e outubro/21	Período de aplicação do PAG pelo professor em formação.	Observações <i>in loco</i> : Investigar os processos de adequações e percursos didáticos na prática.	Referência nas Guias de Análises Cognitiva-Afetiva, Interacional-Mediacional e Ecológica (GOLDINO <i>et al.</i> , 2013).

Fonte: a pesquisa.

Nesse contexto, foram desenvolvidos os estudos para a elaboração da atividade teste, a ser aplicada junto a estudantes da Educação Básica e, para esta discussão foi utilizado o texto “Um modelo de *design* de teste para avaliar os níveis de van Hiele” proposto por Jaime e Gutiérrez (1994), o qual orienta os estudos na perspectiva de realizar-se as devidas análises comparativas dos resultados, com o intuito de se observar os possíveis avanços do nível de pensamento geométrico dos discentes dos professores cursistas.

Também, foi planejado com os professores o cronograma para a aplicação da proposta de ensino em suas salas de aulas e foi salientada a necessidade de a pesquisadora realizar observações *in loco* para futuras análises e, comentou-se que isto se daria através de guias de análises apropriados ao grau de operacionalização dos critérios de adequação didática que seria executado pelo docente na aplicação da sequência de atividades.

Por fim, resume-se, que os encontros, junto aos professores em formação, foram efetivados no período de maio a outubro de 2021, frequentemente às sextas-feiras, com duração de 2 ou 3 horas/aulas e ocorreram a partir de agenda planejada após o primeiro encontro. Concomitantemente aos encontros de estudos das temáticas inerentes ao discurso de formação, foram sendo realizadas discussões e orientações para a estruturação e aplicação das SA ora implementados pelos professores.

6.2 PERFIL DOS PROFESSORES

Para se analisar o perfil dos professores participantes e até mesmo para se pensar o *design* do curso formativo-investigativo foram utilizados alguns dos dados coletados através

do questionário de pesquisa e assim se apresenta as características que traçam o perfil e a experiência de ensino em sala de aula dos professores e futuros professores de Matemática.

6.2.1 Professores Efetivos de Matemática

Os seis professores efetivos, descritos no quadro da Figura 34, são todos com formação em Licenciatura em Matemática, professores de escolas públicas, sendo três da rede estadual e que trabalham com alunos do Ensino Médio e, os outros três são funcionários da rede municipal e trabalham com alunos do Ensino Fundamental (Anos Finais). Dentre estes, apenas um não possui curso de pós-graduação a nível de Especialização e, os demais são especialistas em suas áreas de ensino.

Figura 34 - Perfil Profissional e Experiência Docente dos Professores

Professor(a)	Idade	Formação Inicial Especialização	Etapa de ensino que atua como professor(a)	Tempo de experiência como professor(a)
PO1	52 anos	Licenciatura em Matemática Esp. Metodologia do Ensino da Matemática	Ensino Médio	22 anos
PO2	36 anos	Licenciatura em Matemática Esp. Metodologia do Ensino da Matemática	Ensino Médio	14 anos
PO3	48 anos	Licenciatura em Matemática Esp. Programação do Ensino da Matemática	Ensino Médio	23 anos
PO4	40 anos	Licenciatura em Matemática	Ensino Fundamental (anos finais)	6 anos
PO5	29 anos	Licenciatura em Matemática Metodologia do Ensino da Matemática	Ensino Fundamental (anos finais)	10 anos
PO6	35 anos	Licenciatura em Matemática Metodologia do Ensino da Matemática	Ensino Fundamental (anos finais)	9 anos

Fonte: a pesquisa.

Os professores da rede pública municipal, inseridos nas escolas de Ensino Fundamental (Anos Finais), possuem média de idade de 35 anos e de tempo de serviço de 8 anos e, percebe-se que a média de faixa etária destes reafirma as informações fornecidas pelo censo escolar (BRASIL, 2021) no que se refere as “[...] faixas etárias com maior concentração são as de 40 a 49 anos e de 30 a 39 anos” (p. 42-43) e, sobre as professoras inseridas nas escolas públicas estaduais de Ensino Médio, procedem-se com a média de idade de 45 anos e a de tempo de serviço é de 20 anos e, percebe-se que os dados confabulam com o censo escolar (BRASIL, 20121) quando afirma que “A distribuição das idades se concentra nas faixas de 30 a 39 anos e de 40 a 49 anos” (p. 44-45), confirmando-se o perfil etário destes profissionais.

Observando-se o tempo de serviço destes profissionais confere-se possibilidades de serem detentores de amplos conhecimentos que são produzidos e apropriados no “chão” da escola, diante de suas experiências práticas diárias, nas trocas de saberes com os colegas docentes, através das experimentações em sala de aula com seus alunos, a partir da sua própria organização pedagógica, entendendo os meandros do currículo escolar, do Regimento e do Projeto político Pedagógico e, inclusive, estes saberes experienciais são “[..] adquiridos e necessários no âmbito da prática da profissão docente” (TARDIF, 2014, p. 48-49).

Vale ressaltar, que concordando com Tardif (2014), os saberes experienciais aqui considerados, configuram-se como fatos da ação docente e, diga-se, que não se revelam por acúmulo de conhecimentos que o professor desenvolve por repetir as ações docentes variadas vezes, mas, por um saber que se produz no âmbito da criatividade e da necessidade dos processos educativos, que por sua natureza, são aleatórios, imprevisíveis e particulares.

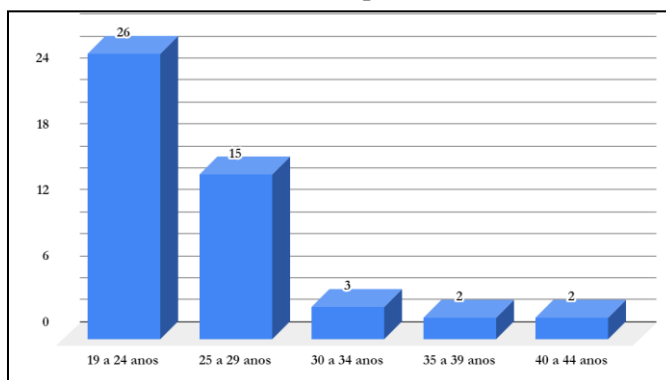
Levando-se em consideração estes preceitos, considera-se que os saberes experienciais em articulação com os saberes da disciplina e os didático-pedagógicos foram exponenciais diante das posturas mediadoras destes professores, através da condução dos seus grupos de trabalhos e, entende-se que este aglomerado de saberes docentes contribuiu para que se efetivassem orientações de boas práticas que conduziram a estruturação e aplicação das sequências de atividades pelos futuros professores.

6.2.2 Futuros Professores de Matemática

São 48 futuros professores, sendo que 56% (27) destes são do sexo masculino e 44% (21) são do sexo feminino, licenciandos em Matemática, estudantes da UNEB-Campus VIII, inseridos no contexto de escolas públicas com o ensino da Matemática como estagiários dos programas PIBID e PRP, ofertados pelo governo federal como política pública para a formação de professores. Então, apesar de no Brasil, especificamente, na Educação Infantil e na Educação Básica, ser um país de professoras (BRASIL, 2021), observa-se que existem mais acadêmicos do sexo masculino do que do sexo feminino no curso de Licenciatura em Matemática da UNEB, Campus VIII e, as mulheres continuam sendo minoria para estudos nesta área do saber, pois, “Constatou-se que os estudantes de Licenciatura da Área de Matemática eram, em sua maior parte, do sexo Masculino tanto na modalidade de Educação a Distância quanto na de Educação Presencial (respectivamente 53,1% e 52,4%)” (BRASIL, 2017, p. 50).

Ainda, observa-se que a maioria dos acadêmicos (Figura 35) estão na faixa etária entre 19 e 29 anos de idade e, esta informação se adequa aos levantamentos divulgados pelo Relatório Síntese da Área de Matemática (Bacharelado/Licenciatura) do ENADE 2017, quando afirma que “Entre os alunos na Educação Presencial o grupo modal para ambos os sexos foi o segmento mais jovem, até 24 anos [...]” (BRASIL, 2017, p. 50).

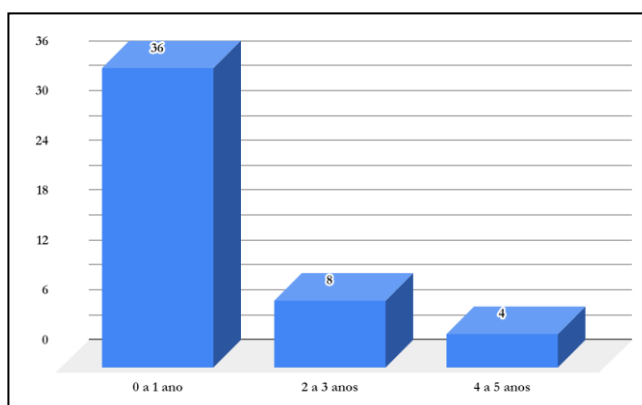
Figura 35 - Faixa Etária dos futuros professores de Matemática



Fonte: a pesquisa.

E, no que se refere ao tempo de experiência dos futuros professores em sala de aula, apresentado pelo gráfico da Figura 36, confere-se que 75% (36) destes estão ministrando aulas de Matemática como professores-estagiários há pelo menos 1 ano e 6 meses, o que confere com o fato de que estes alunos cumpriram as atividades dos três módulos dos programas PIBID e PRP em articulação com os Estágios Obrigatórios e, concomitantemente, fazendo parte do curso de formação de professores proposto pelo processo investigativo.

Figura 36 - Tempo de experiência em sala de aula (Incluindo Estágios) dos futuros professores de Matemática



Fonte: a pesquisa.

Ainda, 25% (12) destes professores, além de terem cumprido as demandas tratadas anteriormente, indicaram estar em sala de aula, já na profissionalização, como contratados do município e ministrando aulas de Matemática com um tempo que varia entre 2 e 5 anos e, este indicador confirma o percentual de professores apontado pelo Censo Escolar (BRASIL, 2021) que estão em sala de aula, ministrando aulas de Matemática, porém, sem formação superior na área de ensino.

De posse do perfil destes professores, segue-se no próximo item com as análises que se referem aos dados coletados através das Guia de Análise da Idoneidade Didática-Matemática (GAIDM) dos processos de instrução matemática.

6.3 ANÁLISES DOS CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS

Para melhor direcionar os trabalhos de análises ontossemióticas, com relação aos significados que se referem a estruturação e a aplicação das sequências de atividades, que foram trabalhados pelos professores de Matemática durante o curso de formação, organizou-se o quadro representado pela Figura 37, o qual apresenta a ordenação dos grupos de trabalho e das produções das sequências de atividades, que foram nomeadas de “Projetos de Aprendizagem em Geometria - PAG” e, que foram intitulados através dos conteúdos explorados.

Figura 37 - Resumo da Composição dos Grupos de Estudos para elaboração dos PAG⁴⁵

Grupo de Trabalho/Estudos	Professor Orientador (PO) Futuro Professor (FP)		Quantitativo de Sequências de Atividades/Projetos de Aprendizagem em Geometria - PAG
Grupo A	1 PO	9 FP	5 PAG
Grupo B	1 PO	6 FP	3 PAG
Grupo C	1 PO	8 FP	4 PAG
Grupo D	1 PO	8 FP	5 PAG
Grupo E	1 PO	8 FP	4 PAG
Grupo F	1 PO	7 FP	3 PAG
Soma Total	6 PO	46 FP	24 PAG

Fonte: a pesquisa.

Destaca-se que cada grupo de trabalho (A, B, C, D e E) foi formado por um professor orientador (PO), em torno de 5 a 9 futuros professores (FP) que, juntos, produziram 24 Projetos de Aprendizagem em Geometria. Como os participantes do processo formativo

⁴⁵ PAG: Projeto de Aprendizagem de Geometria

estavam em contato com estudantes da Educação Básica, o material produzido foi levado para 305 alunos, sendo 142 do Ensino Fundamental (Anos Finais) e 163 do e Ensino Médio.

Vale ressaltar, que o quadro representado pela Figura 38, além de conceber os grupos de trabalho, também, discrimina os objetos de ensino com respectivas etapas de instruções, seguidos do quantitativo de alunos contemplados por sequência de atividade e, ainda, aponta as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e os descritores do Saeb (BRASIL, 2020) explorados através das ações docentes. Também, é relevante considerar que dos 48 futuros professores (FP) participantes do curso de formação, 46 participaram da estruturação e aplicação das sequências de atividades e dois decidiram por não participar da etapa de execução e os seis professores efetivos, além de participarem do curso de formação, também, assumiram a orientação e acompanhamento dos FP dos seus grupos trabalhos.

É relevante abordar que as sequências de atividades produzidas neste interim, estão postas para correções e produção de um ebook⁴⁶, na perspectiva de posterior publicação.

Figura 38 - Grupos de Trabalhos, Objeto de Ensino, Habilidades e Descritores a partir do PAG

Sequências de Atividades PAG	Duplas	Objeto de Ensino	Etapas de Ensino	Habilidade ⁴⁷	Descritor ⁴⁸	Nº de Alunos	
Grupo A	PAG1	FP1 FP2	Quadriláteros	2º ano do EM	EF06MA20	D18	10
	PAG 2	FP3 FP4	Quadriláteros	1º ano do EM	EF06MA20	D4 e D5 (EF) D11 e D12 (EM)	10
	PAG 3	FP5 FP6	Teorema de Pitágoras	3º ano do EM	EF09MA13 EF09MA14	D10 (EF) D2 (EM)	20
	PAG 4	FP7	Quadriláteros	1º/2º ano do EM	EF06MA20	D4 (EF)	20
	PAG 5	FP8 FP9	Trigonometria no Triângulo Retângulo	3º ano do EM	EF01MA14	D5 (EM)	14
Grupo B	PAG 6	FP10 FP11	Áreas de Figuras Planas	1º ano do EM	EM13MAT307 EM13MAT201	D11 e D12 (EM)	07
	PAG 7	FP12 FP13	Áreas de Figuras Planas	1º ano do EM	EM13MAT307	D12	15
	PAG 8	FP14 FP15	Figuras Geométricas Espaciais	2º ano do EM	EM13MAT309	D12 e D13 (EM)	43
Grupo C	PAG 9	FP16 FP17	Áreas de Figuras Planas	3º ano do EM	EF06MA18 EF06MA19 EF06MA20	D4 e D12 (EF) D2 (EM)	04

⁴⁶ As Sequências de Atividades do PAG estão em fase de correção e de organização para produção de um ebook: https://docs.google.com/document/d/1gGusORO_bLclMj6hqFwf1DO2luBD029PvA7Zqck5xrc/edit?usp=sharing

⁴⁷ Habilidades da BNCC do EF-Anos Finais e EM: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>

⁴⁸ Descritores do EF-Anos Finais e EM: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_examenes_da_educacao_basica/matriz_de_referencia_de_lingua_portuguesa_e_matematica_do_saeb.pdf.

Sequências de Atividades PAG	Duplas	Objeto de Ensino	Etapa de Ensino	Habilidade ⁴⁷	Descritor ⁴⁸	Nº de Alunos	
				EF08MA19			
PAG 10	FP18 FP19	Sólidos Geométricos	3º ano do EM	EM13MAT309 EM13MAT407 EM13MAT504	D3 e D4 (EF) e D13 (EM)	05	
PAG 11	FP20 FP21	Áreas e Perímetros de Figuras Planas	2º ano do EM	EF05MA20 EF08MA18 EF08MA19	D12 e D13 (EM)	15	
SD12	FP22 FP23	Polígonos e Propriedades	6º ano do EF	EF06MA18 EF06MA19 EF06MA20	D3 e D4	20	
Grupo D	PAG 13	FP24 FP25	Semelhança de Triângulos	9º ano do EF	EF09MA12	D3	12
	PAG 14	FP26	Figuras Planas (Polígonos e Não-Polígonos)	6º ano do EF	EF06MA18	D2, D3 e D4	09
	PAG 15	FP27 FP28	Sólidos Geométricos	8º ano do EF	EF06MA17	D2	07
	PAG 16	FP29	Figuras Planas	6º ano do EF	EF06MA18 EF02MA15	D3 e D4	08
	PAG 17	FP30 FP31	Ângulos formados por Retas Paralelas interceptadas por uma Transversal	7º ano do EF	EF07MA23	D6	08
Grupo E	PAG 18	FP32 FP33	Ângulos, Bissetriz, Mediatriz e propriedades dos Triângulos e Quadriláteros	8º ano do EF	EF08MA14 EF08MA15 EF08MA17	D3	12
	PAG 19	FP34 FP35	Relações Métricas no Triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras	9º ano do EF	EM09MA13	D3 e D10	08
	PAG 20	FP36 FP37	Características dos polígonos, prismas e pirâmides	6º ano do EF	EF06MA17 EF06MA18 EF06MA22	D2, D3 e D4	09
	PAG 21	FP38 FP39	Polígonos Regulares, Círculo e Circunferência	7º ano do EF	EF07MA22 EF07MA27 EF07MA28	D8 e D11	10
Grupo F	PAG 22	FP40 FP41 FP42	Ângulos, Retas, Triângulos e Polígonos Regulares	7º ano do EF	EF07MA23 EF06MA18 EF06MA19	D6	12
	PAG 23	FP43 FP44	Ângulos formados por Retas Paralelas interceptadas por uma Transversal	7º ano do EF	EF07MAA23	D6	12
	PAG 24	FP45 FP46	Ângulos formados por Retas Paralelas interceptadas por uma Transversal e Triângulos	7º ano do EF	EF07MA23 EF07MA24 EF07MA25	D6	15
<p>08 grupos de trabalho</p> <p>24 Sequências de Atividades em Geometria (ou Projeto de Aprendizagem em Geometria - PAG)</p> <p>46 Futuros Professores (estruturaram e aplicaram os PAG)</p> <p>06 Professores efetivos participaram da orientação da estruturação e aplicação dos PAG</p> <p>02 Futuros Professores (participaram da formação, mas, não estruturaram e nem aplicaram os PAG)</p> <p>305 Alunos foram contemplados (142 do EF – Anos Finais e 163 do EM)</p>							

Fonte: a pesquisa.

É relevante se abordar, que na etapa de Ensino Médio existiam turmas do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos – PROEJA (o que não se faz necessário evidenciá-las neste trabalho) e, que através da aplicação da atividade pré-teste, além de detectar-se o nível de pensamento geométrico dos alunos, também, percebeu-se as dificuldades e necessidades de reforços aos conhecimentos prévios para estes alunos e, diante destas premissas, alguns destes professores decidiram por implementar suas sequências de atividades com habilidades e descritores do Ensino Fundamental (Anos Finais) na perspectiva de contemplar às demandas cognitivas dos alunos e ou na intenção de reforços de conteúdo, revisões necessárias ao entendimento dos saberes novos.

A partir de então, abordar-se-á sobre o desenvolvimento das análises dos componentes da idoneidade didática e seus respectivos indicadores, guias de análises propostos pelo EOS (GODINO *et al.*, 2013) e, para tanto, serão consideradas as evidências dos conhecimentos didático-matemáticos mobilizados pelos professores em formação e, desta forma, através da estruturação das Sequências de Atividades, nomeadamente, Projetos de Aprendizagem de Geometria (PAG), avaliar-se-á, primeiramente, os indicadores que compõem a vertente do Conhecimento Epistêmico e, diante dos saberes postos em ação por meio dos processos de ensinamentos para a aplicação da sequência de atividades, analisar-se-á os indicadores relacionados aos Conhecimentos Cognitivo-Afetivo, Interacional-Mediacional e Ecológico.

Ainda, é relevante se explicitar, que na busca de sintetizar, ilustrar e propor a visualização dos graus (Alto, Médio e Baixo) de análises das idoneidades alcançadas, inspirou-se nas representações poligonais de Godino (2011), cujos vértices do polígono representam os componentes que compõem as especificidades de cada “[...] processo de estudo pretendido ou planejado, onde se assume a *priori* um grau máximo de adequação parcial” (p. 6) e o polígono “[...] irregular interno corresponderia às competências efetivamente alcançadas na realização de um processo de estudo implementado” (p. 6) no material de estudo.

6.3.1 Análise da Faceta Epistêmica: Estruturação da Sequência de Atividades

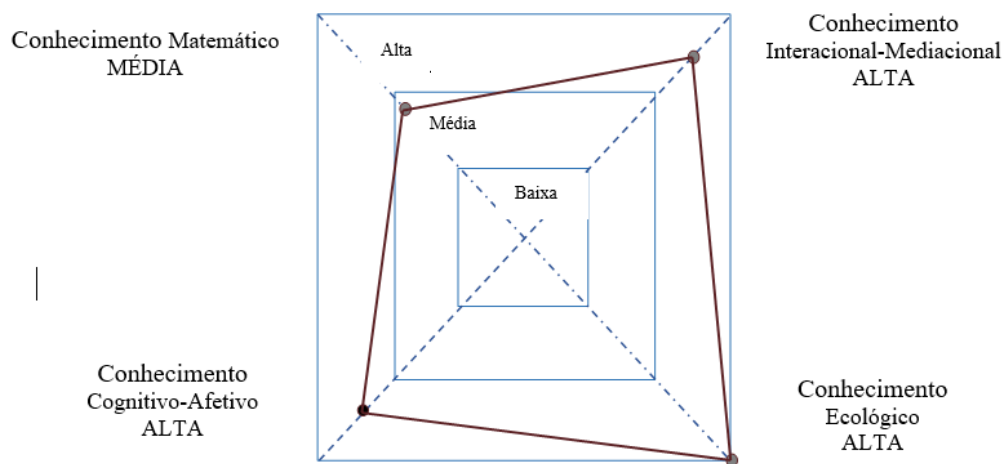
Os diálogos que seguem conduzem as reflexões das análises que se referem aos conhecimentos dos professores que são concernentes a competência epistêmica, os quais

englobam indicadores que se referem aos saberes comum e ampliado do professor, relacionados a um tópico específico de conteúdo, que neste caso, contempla a estruturação de uma sequência de atividades em Geometria.

A vista disso, observou-se através do guia de análise epistêmica, os indicadores (Conhecimento Matemático, Conhecimento Cognitivo-Afetivo, Conhecimento Interacional-Mediacional e Conhecimento Ecológico) de saberes do professor ou futuro professor (a partir de então generalizar-se-á para professor) mobilizados a partir da estruturação das sequências de atividades, nomeadamente Projeto de Aprendizagem de Geometria (PAG). É relevante se apontar que estas análises são empíricas e, portanto, gera-se evidências através de observações e vivências presenciadas para se obter conclusões e, para tanto, foram generalizadas para o todo das 24 sequências de atividades, porém, sempre que necessário, abordou-se algumas especificidades que foram consideradas relevantes e contributivas para as reflexões teóricas.

Assim, através do esquema representado pela Figura 39, apresentam-se as sínteses das evidências do grau de adequação epistêmica obtido a partir da análise dos 24 PAG que foram estruturados pelas duplas/triplas de professores que trabalharam com a mesma etapa ou turma de ensino.

Figura 39 - Representação do Grau de Idoneidade Epistêmica



Fonte: a pesquisa.

E, no que se refere ao componente “Conhecimento Matemático” avaliou-se como de médio grau de idoneidade, utilizando-se da análise de duas das vertentes dos saberes apontadas por Godino (2011), conhecimento comum e conhecimento ampliado do conteúdo. Com relação a isto, procedeu-se pelas apreciações das questões propostas através da


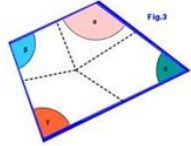
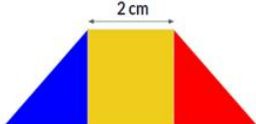

sequência de atividades e, assim, inferiu-se os indicadores epistêmicos a partir das atividades planejadas.

No que se refere ao conhecimento comum explorado através das atividades percebeu-se que as questões estão propostas por representações de “coisas” e situações do mundo físico e, estes possibilitam aos estudantes identificar, reconhecer e caracterizar os entes geométricos se utilizando de saberes do senso comum, mas, em articulação direta com os conhecimentos que serão formalizados. Além disto, analisa-se que as questões propostas oportunizam aos estudantes a possibilidade de encaminhamentos de generalizações no sentido de se criar estratégias próprias para a resolução delas. Porém, estas não se configuram como situações-problemas, mas, sim como problemáticas comuns, considerando-se que:

Os problemas não podem ser excessivamente específicos/isolados, em vez disso, devem permitir a articulação das diferentes competências matemáticas “[...] não basta ter "situações ricas", requer um movimento em direção à organização de configurações e trajetórias didáticas [...]” (GODINO; BATANERO, 2009, p. 6, tradução do autor).

Mas, é proeminente se evidenciar, que estas são sugeridas com destaque para as representações figurais que se assemelham aos entes geométrico e, isto na perspectiva de que o aluno compreenda claramente a situação proposta, sinta-se estimulado a resolver e seja instigado ao desenvolvimento de conhecimentos novos a partir do estabelecimento dos saberes prévios e a Figura 40 apresenta indícios destas questões citadas:

Figura 40 - Evidências das representações figurais dos entes geométricos

<p>A</p> <p>Para determinar a altura de um edifício, um observador se coloca a 30 m de distância sob um ângulo de 30°. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo.</p> 	<p>B</p> <p>Imaginariamente, recorte os quadriláteros e junte os ângulos lado a lado. Quanto mede a soma dos ângulos internos deste quadrilátero?</p> 
<p>C</p> <p>Conhecendo-se a medida do lado do quadrado amarelo, encontrar o valor da <u>área total</u> da figura que foi composta por três peças do Tangram que você construiu na aula.</p> 	<p>D</p> <p>Em qual das luminárias a seguir é possível identificar a curvatura de um ângulo agudo?</p> 

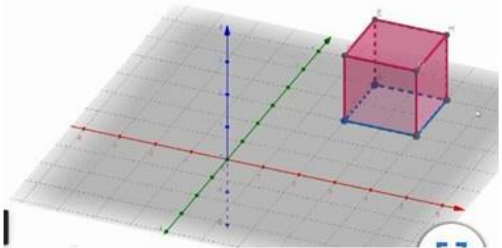
Fonte: compilação do autor¹.

E, apesar de se evidenciar que os professores adequaram as questões ao nível cognitivo dos estudantes, os indícios de abordagens contextualizadas aos diferentes modos de expressão matemática apresentam-se fragilizados, pois, observou-se que a interpelação da conversão de representações e da identificação dos entes geométricos através de suas propriedades ou das variedades de argumentos para representar o mesmo ente geométrico foi pouco explorado nas questões planejadas. Mas, é relevante se apontar que a identificação das características do objeto a partir da sua representação figural foi bastante trabalhada, como caracterizado através das questões expostas pela representação da Figura 41.


Figura 41 - Evidências de explorações das propriedades através das figuras geométricas

A
Descreva as características do sólido geométrico descrito abaixo.

- Polígono da face?
- Quantas faces?
- Quantos vértices?
- Quantas arestas?
- Nomenclatura do Sólido?



B
De cada um dos sólidos que você construiu com palitos e jujubas, identifique o nome, o número de vértices, arestas e faces e identifique quais os polígonos das faces.



Fonte: compilação do autor⁴⁹.




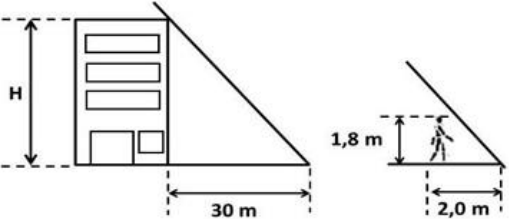
Neste sentido, no que se refere as análises da vertente do conhecimento comum do conteúdo, Godino e Batanero (2009) afirmam que “Uma das principais tarefas do professor de Matemática é a seleção e adaptação de situações-problema que promovem a contextualização do conteúdo matemático, sua aplicação e exercício” (p. 6, tradução do autor) e, assim, se insere a exploração do conhecimento ampliado do conteúdo. E, neste sentido, o professor de

⁴⁹ A) Questão do PAG15 desenvolvida pelo FP27 e FP28. B) Questão da Oficina com Materiais manipulativos desenvolvida no PAG15 pelo FP27 e FP28 e no PAG21 pelo FP38 e FP39.

Matemática deve mobilizar habilidades necessárias para resolver e propor problemas que sejam adequados e acessíveis aos níveis cognitivos dos estudantes e, este deve saber articulá-los com os blocos temáticos subsequentes.

Assim, percebe-se que o grau de indícios que confrontam elos do conteúdo em estudo com outras temáticas que, inclusive, fazem parte da vida cotidiana dos estudantes, ainda é considerado de média evidência, como se ilustra através da Figura 42. A contextualização das tarefas aconteceram de forma tímida e, por exemplo, as questões exigem dos estudantes articulações dos conhecimentos abordados com situações de vivências reais, porém, com reflexões pouco elaboradas quanto a interpretação, organização dos dados, estabelecimento e execução de um plano que traduzisse a solução da problemática.

Figura 42 - Exemplos de evidências de contextualização do conteúdo com outras temáticas

<p>A</p> <p>Gabriela comprou uma caixinha na qual a junção de seus lados forma um hexágono regular, ou seja, todos os lados têm a mesma medida, conforme a figura descrita abaixo. Com a ajuda de uma régua ele mediu um dos lados, que mediu exatamente 3 cm. Qual a medida do contorno da base da caixa?</p> 	<p>B</p> <p>Determine a área entre a ponte, a prefeitura e o centro da cidade de Paulo Afonso-Ba, tendo $b=2250$ m e $h=543$ m.</p> 
<p>C</p> <p>Carla ao procurar seu gatinho o avistou em cima de uma árvore. Ela então pediu ajuda a sua mãe e colocaram uma escada junto à árvore para ajudar o gato a descer. Sabendo que o gato estava a 8 metros do chão e a base da escada estava posicionada a 6 metros da árvore, qual o comprimento da escada utilizada para salvar o gatinho?</p> 	<p>D</p> <p>Um prédio projeta no solo uma sombra de 30 m de extensão no mesmo instante em que uma pessoa de 1,80 m projeta uma sombra de 2,0 m. Calcule quanto vale a altura do prédio.</p> 

Fonte: compilação do autor⁵⁰.

Então, apesar de se ter sugerido e trabalhado no curso de formação de professores a necessidade de adequar as atividades aos níveis de pensamento geométrico, às habilidades e

⁵⁰ A) Questão do PAG12 desenvolvida pelo FP21 e FP22. B) Questão do PAG7 desenvolvida pelo FP12 e FP13. C) Questão do PAG19 desenvolvida pelo FP34 e FP35. Questão do PAG13 desenvolvida pelo FP24 e FP25.

descritores da etapa de ensino, assim como, articular adaptações e implementações dos saberes escolares às situações reais e de se implementar as questões e materiais de ensino que traduzissem a chamada à motivação, ao interesse e a participação dos alunos às aulas, concorda-se com Larios *et. al.* (2012) quando este afirma que nem sempre o que se sabe (foi proposto nas dialógicas do curso de formação) é posto em uso, pois:

É importante ressaltar o fato de que a expressão “sabe e uso” não implica um conhecimento mecânico que pode ser aplicado a exercícios, mas é uma concepção mais ampla que inclui o manuseio dos objetos matemáticos [...] e que inclui conceitos, processos, linguagem etc para realizar processos amplos que incluem modelagem, validação, experimentação, exploração, e assim por diante (LARIOS *et al.*, 2012, p. 27, tradução do autor).

E, generalizando-se as observações, percebe-se que as tarefas propostas nos PAG são questões isoladas e propostas mecanicamente, que não sugerem perfis de situações geradoras de problemas e se personificam como atividades de fixação, as quais referem tímido contexto com a realidade do aluno e cujas resoluções demandam ações cognitivas simples, isoladas e diretas e, à vista disso, concorda-se com Godino e Batanero (2009) quando afirmam que “Os problemas não podem ser excessivamente específicos/isolados, em vez disso, devem permitir a articulação das diferentes competências matemáticas e, portanto, têm um caráter globalizante” (p. 6, tradução do autor)

Também, é relevante se abordar que alguns professores, a citar FP7, FP20, FP21, FP32 e FP33, sinalizaram, através da estruturação das sequências de atividades (PAG4, PAG11 e PAG18), dificuldades na competência de análise didática, que se refere as ações de “[...] planejar, programar, avaliar e buscar aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática” (SILVA, PIETROPAOLO e FONT, 2016, p. 865) e, por aí, acredita-se que este grupo de professores carece de mais investimentos no seu percurso de formação, apesar de neste processo formativo terem recebido atenções extras e especiais por parte dos professores supervisores para que melhor efetivações quanto as estruturações das suas sequências de atividades.

À visto disto, sugere-se para tempos vindouros mais abordagens que primem por experimentar e refletir sobre as próprias práticas e que estas oportunizem aos mesmos vivenciarem a estruturação e aplicações das suas próprias sequências de atividades em sala de aula, para que sejam amplificadas as suas capacidades de “[...] de desenhar, aplicar e avaliar projetos de aprendizagem, mediante técnicas específicas e critérios de qualidade (SILVA, PIETROPAOLO e FONT, 2016, p. 865) para aperfeiçoar o processo de planejamento e

amplificar as possibilidades de desenvolvimento do pensamento geométrico. Adiante, observa-se que as tarefas e os percursos didáticos traçados pelos professores nos PAG revelam que estes primaram por avançar nos conteúdos propostos, mas, sem perder de vista o trabalho de dirimir, senão sanar, as dúvidas apresentadas pelos alunos e, até mesmo, revisão dos tópicos de saberes prévios necessários aos avanços de aprendizagens dos saberes novos, como exemplificado pela Figura 44, quando o professor antes de abordar o conteúdo “Semelhança de Triângulos” tratou de revisar os conceitos referentes aos “Triângulos e Classificações”.

Figura 44 - Revisão de Conhecimentos Prévios para abordagem de Conteúdo do PAG13



Fonte: compilação do autor⁵².

Ainda, na perspectiva de se revisar conhecimentos prévios, alguns professores elaboraram seus próprios vídeos e, outros, se utilizaram de vídeos disponibilizados pela plataforma *Youtube* como visto nas entrelinhas das estruturações de algumas sequências de atividades, como evidenciado pelos quadros (A⁵³ e B⁵⁴) que compõem a Figura 45.

E, no primeiro caso, os professores se utilizaram de vídeos próprios para “Revisão de noções primitivas da Geometria necessárias à abordagem de Polígonos [...]” (FP30; FP31,

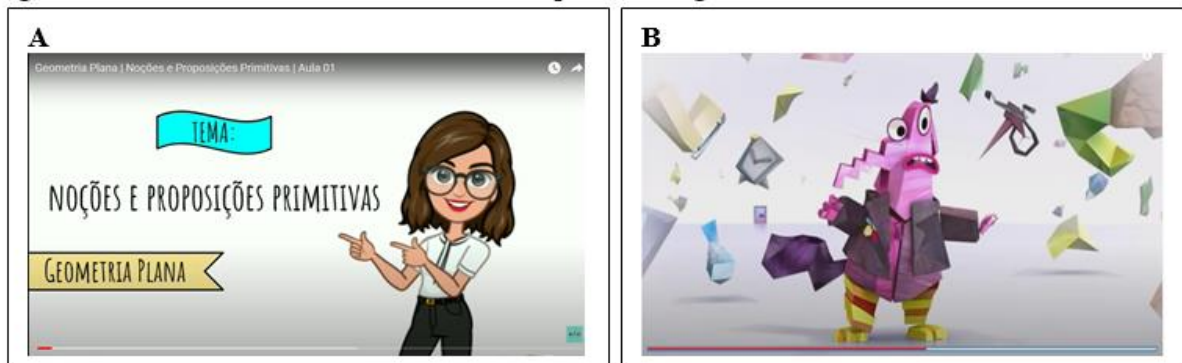
⁵² A) Revisão do conteúdo “Triângulos e Classificações”. B) Abordagem do Conteúdo Novo “Semelhança de Triângulo”.

⁵³ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=BTCA5apSc6Q>. Acessado em: 14/07/2022.

⁵⁴ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=aLu5450N0SY>. Acessado em: 14/07/2022.

2022) e, no segundo caso, se aproveitaram de um trecho do filme “Divertida Mente” e decidiram por “Iniciar a aula apresentando um pequeno trecho de vídeo [...] para revisar representações dos planos e objetos bidimensionais de uma forma mais lúdica para os alunos” (FP30; FP31, 2022) através de discussões coletivas.

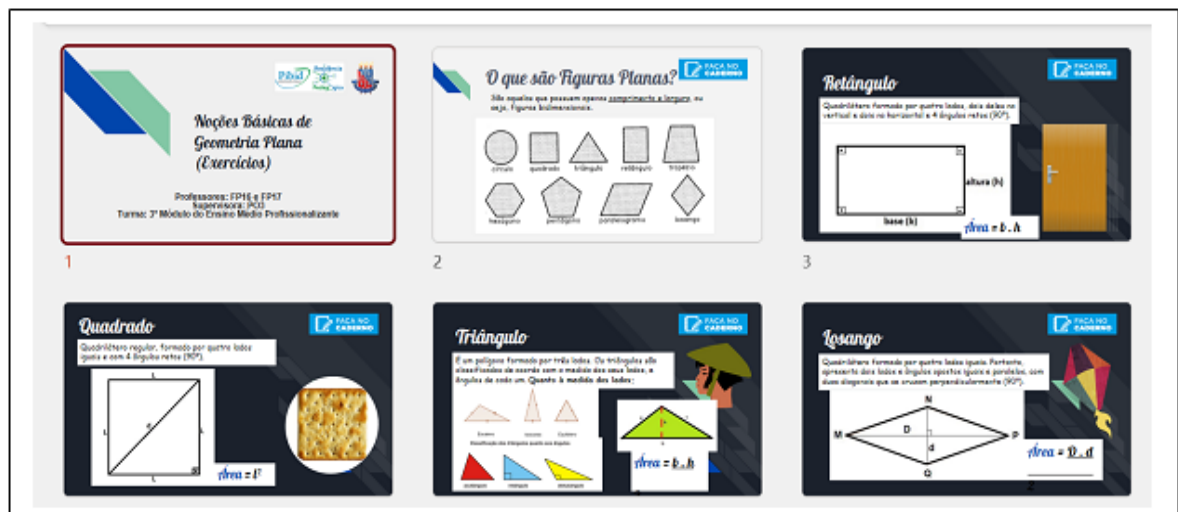
Figura 45 - Revisão de Conhecimentos Prévios para abordagem de Conteúdo Novo através de vídeos.



Fonte: compilação do autor⁵⁵.

Além disto, observa-se através dos *links* disponibilizados nos PAG, que as apresentações das aulas remotas foram planejadas através de aplicativos como o *Google* Apresentações, *Power Point* e o *Canva* e seguem no intuito de melhor direcionar ou guiar os tópicos de conteúdo e de ilustrar as representações para facilitar as visualizações (Figura 46).

Figura 46 - Recorte de Apresentação de uma das aulas do PA9 com FP16 e FP17



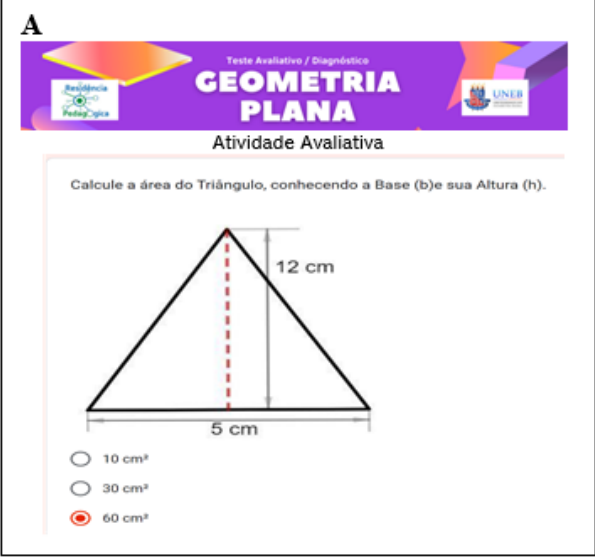
Fonte: a pesquisa.

⁵⁵ A) Revisão de conteúdos através do vídeo elaborado pelo próprio professor no PAG12. B) Revisão de conteúdos através de trecho do vídeo “Divertida Mente” no PAG17.

Ainda, observa-se a disponibilização de tarefas para serem resolvidas ora em classe e ora em casa (e até avaliações) com performances atrativas aos olhos dos sujeitos e, para tanto, foram elaboradas através do *Google Forms* (Quadro A da Figura 48) ou do *Liveworksheets* (Quadro B da Figura 45), plataformas digitais que transformam as atividades tradicionais em exercícios interativos e com autocorreção direta no próprio site e; outras tarefas, como já comentado anteriormente, foram apresentadas em formato de jogos através das plataformas digitais como o *Kahoot*, *Wordwal* e, outras tantas atividades, foram disponibilizadas por intermédio de plataformas de *softwares* como o *Geoboard* e o *Geogebra* (Figura 47).

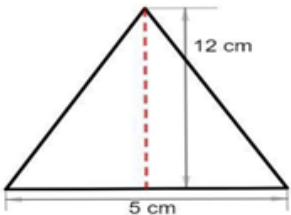
Figura 47 - Atividades propostas através de plataformas digitais

A



Teste Avaliativo / Diagnóstico
GEOMETRIA PLANA
Atividade Avaliativa

Calcule a área do Triângulo, conhecendo a Base (b) e sua Altura (h).



10 cm²
 30 cm²
 60 cm²

B

Atividade Avaliativa

01. Arraste e solte o nome dos sólidos em cada uma das figuras ao lado:

CUBO







CONE

CILINDRO

ESFERA

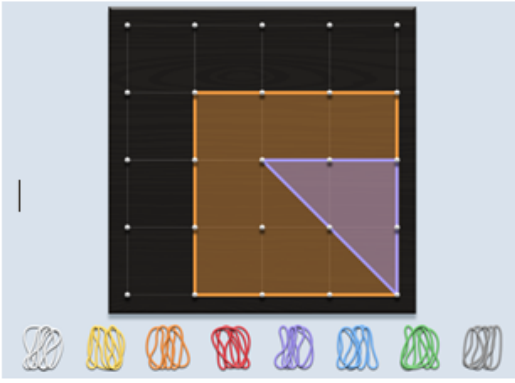
TERAEDRO

OCTAEDRO

C

Considerando 2 cm² a área do quadradinho menor. Calcule a área do quadrado laranja e do triângulo lilás.




D

Questão 1 Construção de um Cilindro

1. Um Cilindro de Raio 3.

1. Digite sua resposta aqui.

Questão 1 Construção de um Cilindro



Fonte: compilação do autor⁵⁶

⁵⁶ A) Recorte de atividade proposta pelo *Google Forms* (PAG19). B) Recorte de atividade proposta pelo *Liveworksheets* (PAG10). C) Recorte de atividade proposta pelo *Geoboard* (PAG9). D) Recorte de atividade proposta pelo *Geogebra* (PAG10).

Assim, os saberes docentes que se referem ao componente “Conhecimento Interacional-Mediacional” são referenciados através das adaptações coerentes dos materiais de ensino, da linguagem e dos procedimentos didáticos que se adequam as etapas de ensino e, ainda, confirma-se diante dos diálogos que vêm sendo travados ao longo destas reflexões, que as atividades foram constituídas com propostas de se promover espaços de bate-papos, interações e troca de saberes entre os estudantes e entre estes e os professores e, assim, averígua-se, também, contextos de se trabalhar os conhecimentos prévios de forma dinâmica e prazerosa.

Como a organização pedagógica, em sentido amplo, foi adaptada aos moldes de aulas remotas, então, é pertinente evidenciar-se que os PAG foram compostos de atividades e percursos didáticos que foram moldados para este espaço de aula, portanto, preza-se pela utilização de distintos recursos tecnológicos (*notebook*, celular, *applets* matemáticos, *softwares* de geometria dinâmica, sala de aula virtual por meio do *Classroom*, videoconferências através do *Google Meet*, plataformas digitais distintas para diversificar e transformar as atividades em jogos).

Neste sentido, levou-se em consideração a averiguação da disponibilidade dos recursos temporais e materiais diante das atividades propostas para a classe e para casa. Para tanto, é relevante ponderar as ideias de Larios *et al.* (2012) no que se refere a competência digital do professor, porquanto, “[...] O processo de integração desta tecnologia nas atividades profissionais do professor, não se restringe ao que é feito em sala de aula [...]” (p. 25, tradução do autor), pois, esta influência vai muito além das atividades da sala de aula, já que este profissional “[...] precisa estabelecer mecanismos e estratégias para introduzir essas ferramentas nos processos educacionais e estudar as consequências dessa introdução (p. 25, tradução do autor).

E, ao se tratar da análise do componente “Conhecimento Ecológico”, é notório que todos as sequências de atividades foram apresentados com atividades e percursos didáticos pensados com adequações às habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e aos descritores do Saeb (BRASI, 2020), como exemplificado pela Figura 48 quando é proposto a sequência de atividades “Áreas dos principais polígonos regulares” (PAG9 com FP16 e FP 17), conteúdo sugerido pela ementa do Módulo I, de um curso profissionalizante da modalidade PROEJA⁵⁷, portanto, se qualificam as intenções dos professores em estabelecer conexões do conteúdo

⁵⁷ Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/proeja>. Acessado em: 20/07/2022.

matemático com o nível cognitivo dos seus alunos e com os processos de instruções matemáticas e, assim, concebe-se que “As atividades realizadas no componente de práticas pedagógicas nas escolas serão também uma oportunidade de se tornar ciente dos fatores ecológicos envolvidos no ensino e aprendizagem matemática” (GODINO *et al.*, p. 58, 2013, tradução do autor).

Figura 48 - Planejamento de sequências de atividades (PAG9 com FP16 e FP 17)

Processos Didáticos	
Objetos do Conhecimento	Noções de figuras planas e suas características; Cálculo de área das principais figuras planas; Geometria do <i>Tangram</i> e sua construção; <i>Tangram</i> : Estudo de suas relações métricas.
Habilidades da BNCC	EF06MA18 (6º Ano) - Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. EF06MA19 (6º Ano) - Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. EF06MA20 (6º Ano) - Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lado e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. EF08MA19 (8º Ano) - Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
Descritores do Saeb	<u>D4</u> (5º Ano) - Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares). <u>D12</u> (5º Ano) - Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas. <u>D12</u> (3º Ano EM) - Resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

Fonte: a pesquisa.

Enfim, em se tratando da mobilização da competência epistêmica, a qual, em sentido amplo, se refere a competência do professor em análise de sequências de atividades, ou seja, “Isso se refere ao fato de que o professor deve projetar, aplicar e avaliar projetos de aprendizagem por meio de técnicas de análise didática e critérios de qualidade para estabelecer etapas de planejamento, implementação, avaliação e assim por diante” (LARIOS *et al.*, 2012, p. 32, tradução do autor) e, assim, considera-se que as ações de análises didáticas sugeridas através do curso de formação docente para a elaboração do “Projeto de Aprendizagem em Geometria”, possibilitaram ao profissional professor fazer uso das habilidades de se planejar uma sequência de atividades ou um plano de aula ou uma simples atividade levando em consideração o contexto do “[...] conhecimento do currículo de Matemática como elemento fundamental para compreender sua prática pedagógica [...] integrar teorias, metodologias e currículo no planejamento dos processos de ensino e reconhecer as implicações em sua prática considerando os contextos institucionais” (LARIOS *et al.*, 2012, p. 32, tradução do autor).

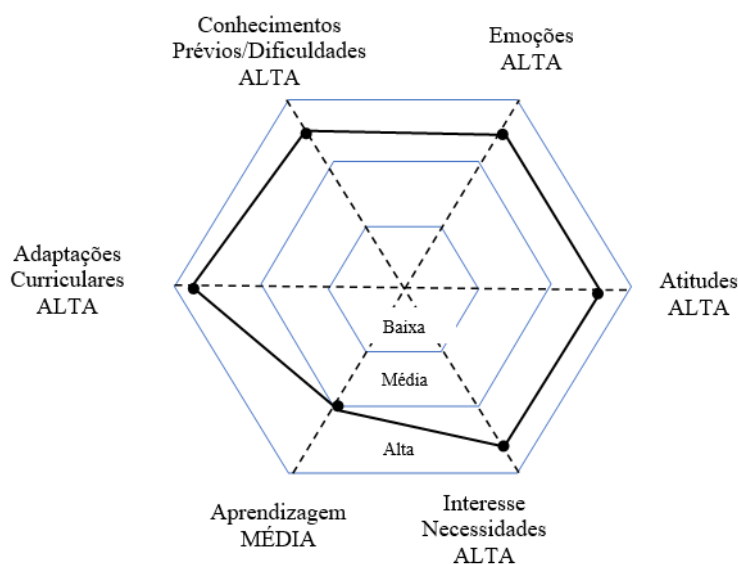
6.3.2 Análises das trajetórias didáticas: Aplicação da Sequência de Atividades

As análises que se seguem referem-se as categorizações dos conhecimentos Cognitivo-Afetivo, Interacional-Mediacional e Ecológico e, para tanto, foram pautadas em critérios de observação *in loco* diante da aplicação da sequência de atividades, nomeadamente Projeto de Aprendizagem de Geometria (PAG), pelos professores e são justificadas com base nos teóricos estudados.

6.3.2.1 Análise da Faceta Cognitiva-Afetiva

Assim, através do esquema representado pela Figura 49, apresenta-se as sínteses das evidências do grau de adequação obtido através das análises dos indicadores (Conhecimentos Prévios/Dificuldades, Adaptações Curriculares, Aprendizagem, Interesse/Necessidades, Atitudes e Emoções) que compõem o guia de análise dos conhecimentos Cognitivo-Afetivo que se referem aos saberes mobilizados pelos professores a partir da aplicação do “Projeto de Aprendizagem em Geometria” (PAG).

Figura 49 - Representação do Grau de Idoneidade Cognitiva-Afetiva



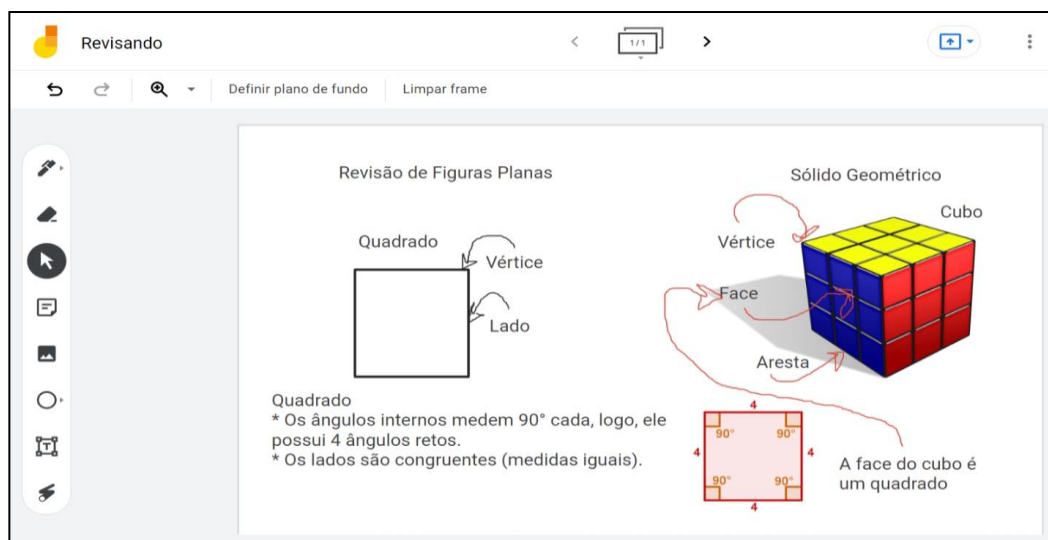
Fonte: a pesquisa.

A competência cognitiva-afetiva favorece a interação das interfaces que articulam as ideias de se conhecer o aluno como um ser pensante, que tem condições cognitivas de aprendizagem e que precisa de estímulos positivos para o despertar da motivação e do interesse em estar em classe, participar da dinâmica da aula e resolver as atividades propostas

e, neste contexto, insere-se a compreensão das concepções prévias, entendimentos, dificuldades e equívocos que os alunos podem apresentar em um determinado tópico de conteúdo.

E, seguindo esta linha de pensamento, inicialmente, analisou-se com alta idoneidade didática os aspectos que se referem as habilidades de adequação das aulas ao reforço dos conhecimentos prévios necessários ao desenvolvimento do conteúdo novo e ao gerenciamento das dificuldades que os alunos apresentaram durante às aulas e, também, observou-se como se dava pelo professor a condução das dúvidas, erros e equívocos que os estudantes apresentavam quando da participação às aulas. E, para tanto, os professores, além de se utilizarem de vídeos próprios e dos disponibilizados pelo *Youtube*, sendo direcionados para assistir em casa, também, se serviram da lousa (mesa digital) para atender às solicitações e necessidades dos alunos e, inclusive, articulando os conhecimentos prévios às novas abordagens, como por exemplo, revisando conceitos das figuras geométricas planas para abordagens dos saberes inerentes as figuras espaciais (Figura 50).

Figura 50 - Trabalhando-se as dúvidas e dificuldades dos alunos (PAG8 com FP14 e FP15)



Fonte: a pesquisa.

E, assim, através das explanações de conteúdos e resoluções das atividades de aprendizagem observou-se que a maioria dos professores trabalhavam as ideias das revisões/reforços em concomitância às explicações dos conteúdos vigentes e na perspectiva de se promover o desenvolvimento do pensamento cognitivo de todos os participantes e, assim, presente-se indícios de ações de inclusão dos estudantes nos processos de ensino. Inclusive,

estas ideias são postas em prática quando da provocação dos professores através de questionamentos e de chamadas aos alunos para explanarem seus próprios entendimentos.

Também, percebeu-se através do desenvolvimento das atividades e dos percursos didáticos postos em prática, que foram traçadas estratégias e metodologias de ensino com vistas ao atendimento destas perspectivas, como reforçado pelo planejamento dos professores PF30 e FP31, quando sugerem a abordagem das ideias de figuras tridimensionais no PAG17, articulando-se com os conceitos que englobam as figuras bidimensionais (Figura 51).

Figura 51 - Reforço aos conhecimentos prévios e trato às dificuldades dos alunos (Recorte PAG17)

<p>18/08/21 2h/a Aulas 1 e 2</p>	<p>Os planos dimensionais: Tempo: 25 min</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Iniciar a aula apresentando um pequeno trecho de vídeo de 3 minutos, tirado do filme “Divertida Mente”, para revisar representações dos planos bidimensionais de uma forma mais interessante para os alunos. 2) Em seguida, reforça-se algumas ideias de representações dos planos dimensionais (Figura 2) simulando situações ocorridas no vídeo. Para tanto, utilizou-se do <i>software Tinkercad</i> para mostrar as transformações de dimensões em Figuras e, ao mesmo tempo, explica-se as diferenças entre as representações e os planos dimensionais. E, concomitantemente, começa-se a apresentar, informalmente, as ideias de “plano”, citando exemplos de planos, como uma folha de caderno, a tela do celular e outros.
---	--

Fonte: a pesquisa.

Assim, é relevante se abordar que a maioria dos professores estabeleceram movimentos comunicacionais amplos, os quais sinalizavam boas relações, intermédios de vínculos afetivos e de preocupações e interesses pela aprendizagem dos estudantes. Ainda, observou-se a abertura de espaço para atendimento aos questionamentos dos alunos, o que se considera pertinente, pois, estes aspectos oportunizaram e provocaram boas trocas de saberes e amplificaram as relações interativas entre aluno-aluno e professor-aluno e, neste sentido, é oportuno se considerar que:

O resultado do processo de aprendizagem em sala de aula é determinado por diversos fatores, e um deles é o conjunto de interações que são geradas entre o professor e os alunos e entre os próprios alunos. Um professor que domina o conteúdo matemático e alunos que possuem desenvolvimento cognitivo adequado podem coincidir em uma sala de aula, mas se a interação entre eles não é efetiva, então o resultado não será muito bom (LARIOS *et al.*, 2012, p. 30, tradução do autor).

Vale ressaltar, que estas interações dialógicas que permitiram, de fato, conversações e desenvolvimento de ideias sobre o saber abordado entre o professor e alunos, foram também

arranjados por um contrato didático⁵⁸ simples (Figura 52), pensado e elaborado por alguns professores durante os processos de formação, o qual se refere a um agrupamento de regras explícitas e implícitas que foram determinadas pelas combinações dos docentes na perspectiva do bom desenvolvimento das aulas e, estas regras foram sendo remodeladas pelas aproximações constituídas por cada professor e respectivos alunos, através das análises dos contratos postos em voga na sala de aula.

Figura 52 - Contrato Didático utilizado nos PAG13 e PAG19

Contrato Didático da Aula Remota da Turma do 6º ano	
✓	Entrar na aula no horário combinado/determinado para o início.
✓	Pode deixar a câmera fechada, mas, quando for falar deverá abri-la.
✓	Levante a “mãozinha” quando tiver alguma dúvida ou contribuição à aula e o líder do dia deverá controlar a fila de falas enquanto a professora responde/explica.
✓	Esperar a sua vez de falar e não deverá atrapalhar a fala do colega.
✓	Deverá cumprir o prazo limite de devolução das atividades que forem liberadas para resolução em casa.
✓	Anotar as dúvidas para saná-las na aula seguinte.
✓	Assinar o formulário de frequência no início e no final da aula.
✓	Participar da correção das atividades de classe e de casa e da atividade avaliativa.
✓	Ser participativo das atividades em grupo.
✓	Sempre que possível expor as suas ideias, aprendizagens e entendimentos.
✓	Se necessitar faltar, justifique com o(a) professor(a).
✓	Serão ofertadas aulas convidativas, divertidas e adequadas às necessidades dos alunos.

Fonte: a pesquisa.

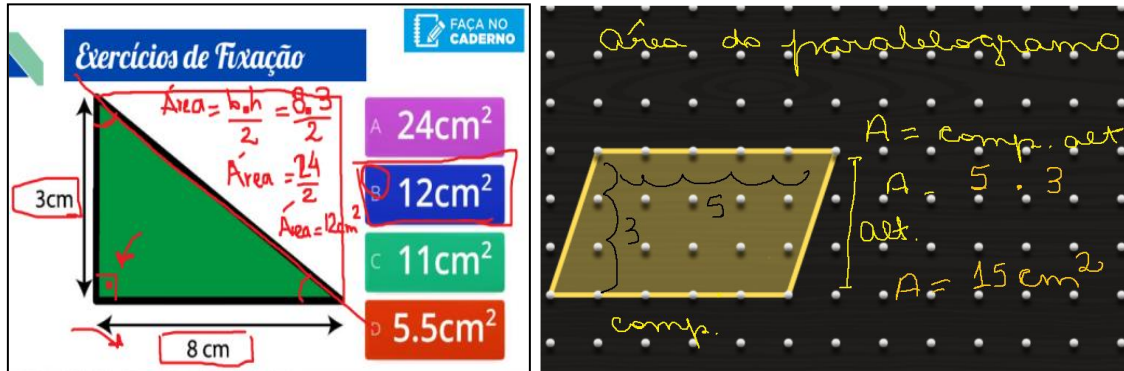
À vista disto, observou-se que grande parte dos professores planejaram e organizaram com antecipação, os possíveis caminhos interativos que foram procedidos em sala de aula, inclusive, através de questionamentos pré-determinados propostos através dos materiais de ensino, os quais permitiram o estabelecimento de boas relações interativas e dialógicas e, também, potencializaram de forma eficaz a gestão dos processos de ensino dos tópicos de Geometria abordados.

Para tanto, demonstrou-se que o profissional professor mobilizou as habilidades de “[...] analisar várias formas de organizar a interação e a comunicação, [...] selecionar ambientes propícios dependendo do momento e do contexto, [...] aplicar estratégias pertinentes que fora e dentro da sala promovem as condições de aprendizagem [...]” (LARIOS *et al.*, 2012, p. 30, tradução do autor). E, uma das estratégias que surtiu efeito quanto aos

⁵⁸ Uma relação que determina - explicitamente por uma pequena parte, mas, sobretudo implicitamente - aquilo que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir, e então ele se tornará responsável, e então, ele será de uma maneira ou de outra, responsável diante do outro (BROUSSEAU, 1986, p. 51).

processos interativos foi a proposta de atividades organizadas nos *slides* de apresentação da aula e, após a explicação do tópico de conteúdo, o professor apresentava a questão e limitava o tempo de resolução da mesma para os estudantes e, depois, ele resolvia na lousa (mesa digital) cuidando das dúvidas e dificuldades apresentadas e instigando a participação destes (Figura 53).

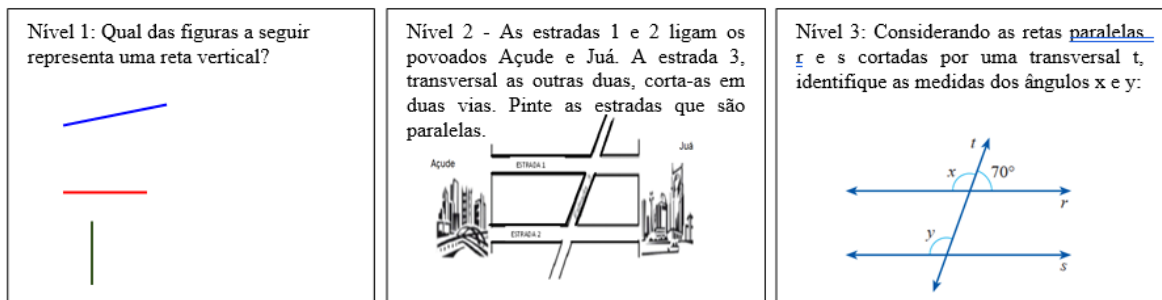
Figura 53 - Atividades organizadas nos *slides* de aula para resolução coletiva (Recorte PAG19)



Fonte: a pesquisa.

Além disso, confirmou-se que um quantitativo considerável de professores, apresentou alta combinação didática no que se refere às adaptações curriculares, considerando-se, que ao longo dos processos de ensino, estes estiveram preocupados e empenhados na adequação das questões aos níveis de compreensões de van Hiele e, sejam elas, encaixadas nos *slides* de explicações, propostas nas listas de exercícios ou nas atividades avaliativas (Figura 54).

Figura 54 - Atividades organizadas por níveis de van Hiele (Recorte PAG17)

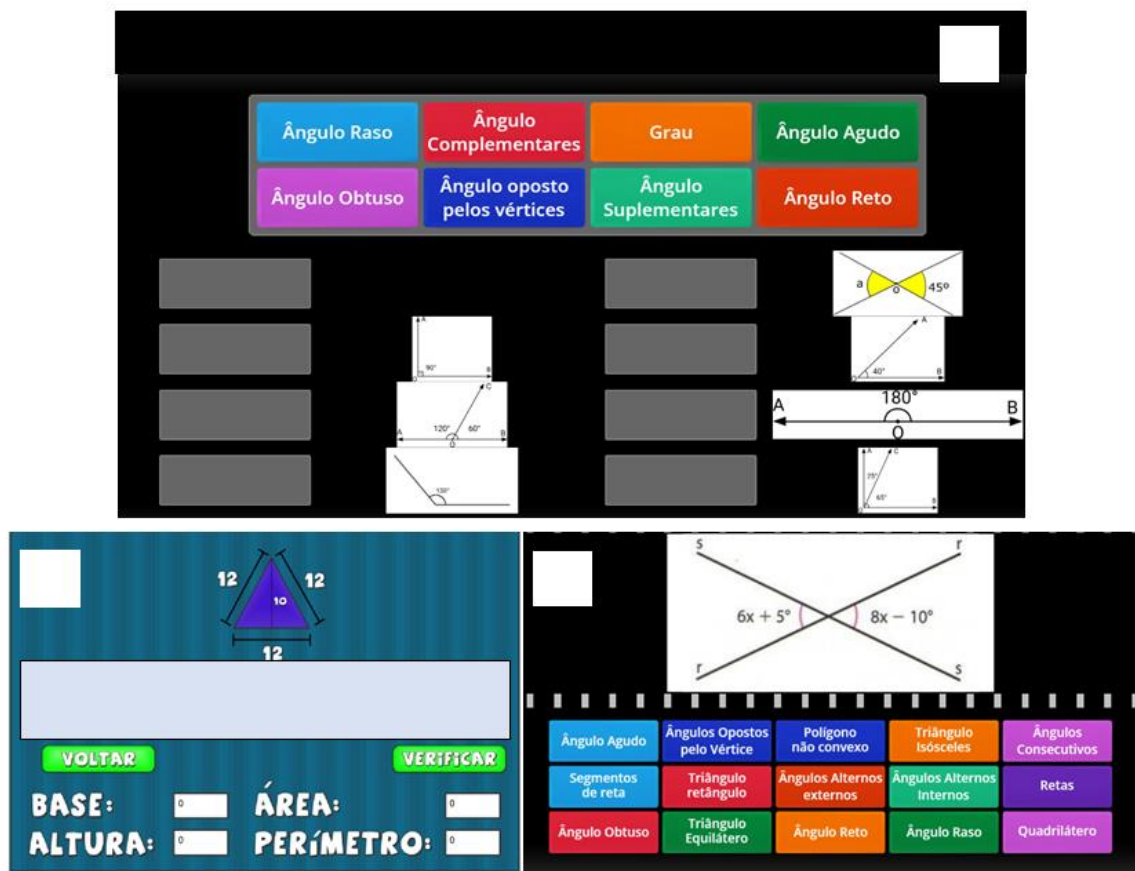


Fonte: a pesquisa.

Salienta-se, que se observou que as atividades, inclusive, as avaliativas foram planejadas e propostas através de distintas plataformas digitais (*Kahoot*, *Wordwall*, *Google Forms*), sendo apresentadas aos alunos em formatos de jogos com classificação de grupos,

cruzadinhas, estoura balões, caça-palavras, *quiz* e outros. No recorte apresentado através da Figura 55 evidencia-se alguns modelos de questões apresentadas no formato de *quiz* (de arraste e cole, de assinalar e de responder), as quais proporcionaram atitudes de participação e interesse pelos alunado em respondê-las. Salienta-se, que a maioria dos professores se preocuparam em corrigir as atividades coletivamente, inclusive, as avaliativas e, entende-se que estas oportunidades promoveram altas qualificações de emoções positivas, incidindo em ocorrências de motivação ao aluno em participar e tirar suas dúvidas, resolver com vontade de acertar e de comunicar sua resposta às questões trabalhadas.

Figura 55 - Questões em formato de *Quiz* aplicadas aos alunos em Atividades Avaliativas



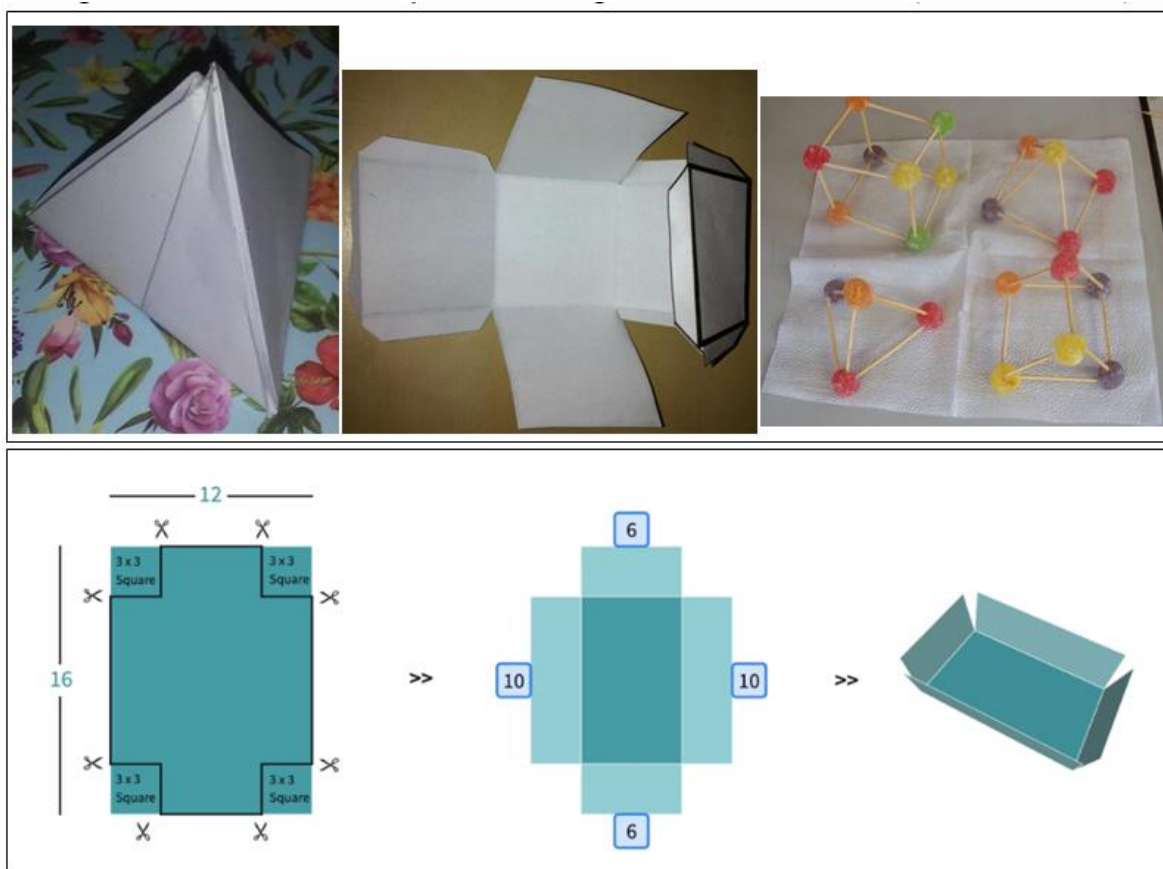
Fonte: compilação do autor⁵⁹.

Outra atividade que evidenciou interesse e atitudes positivas aos alunos foram as oficinas de construção dos sólidos geométricos com materiais manipulativos (palito de dente e jujuba e com cartolina) e, nestas ocasiões, observou-se que os estudantes participaram ativamente do evento e, inclusive, responderam aos questionamentos dos professores quanto as características e nomenclatura dos entes geométricos, diante das visualizações propiciadas

⁵⁹ A) *Quiz* de arraste e cole a resposta correta (Recorte PAG24). B) *Quiz* de escolher a questão e responder (PAG9). C) *Quiz* de clicar na resposta correta (PAG17).

pelas manipulações dos objetos. E, em seguida, os professores aplicaram uma atividade dirigida com o objetivo de calcular as áreas das faces, a área total e o volume do referido sólido (Figura 56) e, assim, concebe-se que estas oportunidades amplificaram os sentimentos de autoestima e motivação pela aprendizagem matemática e, ainda, evidenciou-se percepções de qualificações das boas participações, comunicação dos resultados e amplificação das relações interacionais entre os pares.

Figura 56 - Oficina de construção dos sólidos geométricos com cartolina (PAG20 e PAG21)



Fonte: compilação do autor⁶⁰.

E, por fim, analisa-se elevadas qualificações no que se refere as habilidades inerentes a faceta cognitiva-afetiva, pois, os profissionais professores compreendem e são capazes de colocar em prática distintas estratégias de ensino, diversificadas tarefas matemáticas e diferenciados instrumentos avaliativos, na perspectiva de perceber as dificuldades, as dúvidas, os erros e os equívocos dos alunos, para analisá-los e fazer a tomada de decisão correta, na perspectiva de potencializar as emoções dos alunos no que se refere ao interesse e

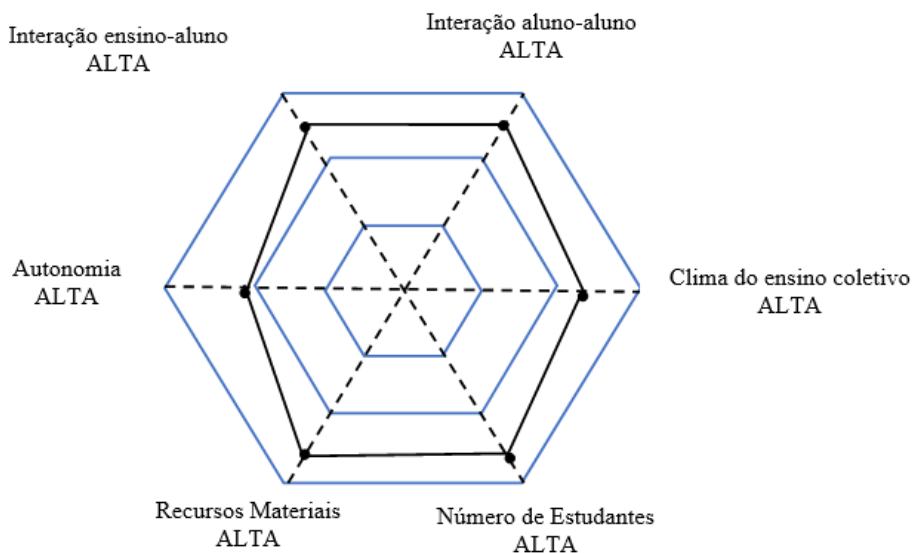
⁶⁰ A – Sólidos geométricos confeccionados para exploração das suas características. B – Recorte da atividade dirigida para o cálculo de área e volume do sólido construído anteriormente.

participação e de amplificar as possibilidades de aprendizagem matemática, pois, “[...] cabe a você aplicar esses instrumentos, avaliar a aprendizagem e orientar os processos de melhoria no ensino e na aprendizagem” (LARIOS *et al.*, 2012, p. 32, tradução do autor) e, neste caso, da Geometria.

6.3.2.2 Análise da Faceta Interacional-Mediacional

O esquema representado pela Figura 57, apresenta as sínteses das evidências do grau de adequação obtido através das análises das interfaces da faceta interacional-mediacional, que se refere as habilidades que o professor mobiliza a partir da aplicação do Projeto de Aprendizagem em Geometria - PAG, na perspectiva de adequar as interações ensino-aluno e aluno-aluno, autonomia, recursos materiais e percursos didáticos, clima do ensino coletivo e número de estudantes, na perspectiva de se potencializar as participações e aprendizagens dos estudantes.

Figura 57 - Representação do Grau de Idoneidade Interacional-Mediacional



Fonte: a pesquisa.

Neste sentido, no quesito que trata da interação ensino-aluno observa-se que a maioria dos professores evidenciaram altas adequações concernentes às argumentações para o desenvolvimento de determinado tópico de conteúdo com os alunos, apresentando clareza nas falas explicativas, enfatizando os conceitos-chaves e seguindo com discursos pausados e com

organização lógica de pensamentos e, diga-se, esta coerência é sempre guiada pelos *slides* de apresentação da aula que, na sua maioria, apresentam as questões abertas para serem resolvidas com a participação dos alunos, os quais se configura com aspectos “enxutos”, coloridos e ilustrados, na perspectiva de chamar a atenção dos alunos e de se promover possibilidades de visualizações dos entes geométricos. E, entende-se que diante destas ações didáticas faz-se necessário ao professor a mobilização de “[...] conhecimento necessário para antecipar, implementar e avaliar sequências de interações, entre os agentes envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, visando a fixação e negociação de significados estudantis (aprendizados)” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 101, tradução do autor).

No que se refere aos componentes interações entre alunos e autonomia, observou-se altas adequações, já que os professores estiveram atentos em esclarecer as dúvidas e relembrar os saberes prévios necessários às resoluções das questões resolvidas na lousa (mesa digital) e, inclusive, abrindo espaço para a inclusão e participação dos alunos na dinâmica da aula. Neste contexto, analisa-se que a dialógica dos professores instigou aos alunos para a apresentação de seus argumentos e compreensões sobre as questões que estavam sendo resolvidas. Nestes aspectos, Larios *et al.* (2012) enfatiza sobre a necessidade de o professor mobilizar conhecimentos que amplifiquem a sua capacidade de:

[...] conhecer as características do desenvolvimento psicológico dos alunos no nível de ensino em que atuam, seus contextos sociais e culturais, bem como suas motivações, para utilizá-lo como um dos fundamentos dos processos de ensino e aprendizagem da matemática para motivar e promover o progresso dos alunos (LARIOS *et al.* p. 30, tradução do autor o professor).

E, seguindo esta linha de pensamento, se insere a relevância do professor entender e se utilizar de aspectos retóricos que valorizem a contextualização do conteúdo, propondo argumentos explicativos e problematizações adequadas aos níveis de compreensões dos alunos, para que, assim, se apresentem motivados à participação na aula e, inclusive, observou-se que os professores realizaram adaptações argumentativas adequadas aos níveis cognitivos dos estudantes.

E, para complementar esta linha de pensamento e no intuito de articular as análises das observações às dialógicas dos professores sobre os desenvolvimentos das aulas, resumiu-se algumas respostas ao questionamento “Como você, professor, desenvolve a sua aula de Matemática?” (Figura 58) e, estes profissionais sinalizaram aspectos relevantes e que combinam com as estratégias de ensino e percursos didáticos utilizados nas suas aulas e, assim, apresenta-se indícios de contextualização do conteúdo com “coisas” do mundo real; de

se utilizar de estratégias de ensino que amplificaram as interações, participações e autonomia dos alunos; de inserir nas suas falas contextos da história da Geometria; de propor problematizações referenciadas por situações reais; de abordar o conteúdo a partir dos conceitos mais simples para os mais complexos; de se utilizar do livro didático para apontar questões para se resolver em casa; de implementar atividades com formatos de jogos, com utilização de softwares e materiais manipulativos na perspectiva de despertar o interesse e a motivação dos estudantes.

Figura 58 - Como você, professor, desenvolve a sua aula de Matemática?

Argumentos dos professores
Começo apresentando os conceitos básicos e como se relacionam com o mundo real e com o contexto em que se encontram os alunos e, com o decorrer da aula vou aprofundando os conteúdos e sempre tentando fazer relações com objetos reais.
Sempre início a aula com aspectos da história daquele conteúdo, depois, apresento situações que definem a aplicabilidade do conteúdo no dia a dia e sigo com a apresentação do conteúdo, sempre partindo do contexto mais simples para o mais complexo.
Procuro apresentar os conceitos de uma forma menos técnica e menos formal para que os alunos consigam se aproximar do conteúdo, rever os conhecimentos prévios e aprendê-los informalmente e, gradualmente, vou implementando os aspectos formais do tema.
Sempre gosto de começar as aulas mostrando que a geometria pode ser observada no dia a dia e, então, apresento os conceitos presentes em objetos do cotidiano que se relacionem com o conteúdo e conhecimento dos alunos e, logo em seguida, continuo apresentando as características e definições formais, próprias da Matemática.
Procuro relacionar o conteúdo com objetos do cotidiano e mostrar como utilizar a geometria no dia a dia. Busco sempre o auxílio de materiais manipuláveis”
Neste projeto, fiz uso do livro didático, seguindo as normas da BNCC e os descritores Saeb, implementei as atividades considerando os níveis de van Hiele e relacionando o conteúdo com a realidade e o contexto de vivência do aluno.
Apresentações em slides, aplicação de atividades e da metodologia gamificação. Inicialmente eu pesquiso sobre o tema em si, a fim de procurar meios que facilitem a aprendizagem dos alunos, como contextualizações, exemplos lúdicos e que remetam ao dia a dia dos alunos. Logo após, sigo para a confecção das aulas por meio dos <i>slides</i> , jogos e atividades.
A abordagem inicial é baseada paralelamente ao livro didático, seguindo uma ação ou problemática presente no nosso cotidiano. Após essa abordagem são feitas as discussões acerca do conteúdo, fornecendo às discentes informações necessárias para que possam conceituar o tal tema. Ao formular os pensamentos dos conceitos teóricos sobre o conteúdo abordado, apresenta-se uma atividade para ser explorada através de um <i>software</i> ou material manipulável relacionado, para que os alunos possam treinar os exemplos, concluindo com exercícios e posteriormente, correções para verificar os erros e equívocos e, para replanejar, caso seja necessário, diante da dificuldade dos alunos.
Procuro desenvolver as atividades de acordo com as habilidades da BNCC, visando o aprendizado do aluno e procuro trabalhar com materiais manipuláveis, <i>applets</i> , <i>softwares</i> e jogos de acordo com o conteúdo abordado.

Fonte: a pesquisa.

Neste contexto, no que refere aos Recursos Materiais, analisando-se com alta adequação didática, percebe-se que os professores estiveram preocupados em se utilizar de recursos e estratégias de ensino diversificadas e mediadas por materiais de ensino manipulativos e elaborados em plataformas digitais e, dentre estes meios se destacam os *applets* matemáticos, *softwares*, calculadoras, jogos digitais, vídeos do *Youtube*, “coisas” do

dia-a-dia etc, com a proposta de se amplificar a inserção e inclusão dos alunos na dinâmica da sala de aula e, também, examinou-se que os docentes apresentavam linguagem adequada aos níveis de ensino e posturas de “aproveitar” os argumentos dos alunos, implementando até mesmo as falas equivocadas, na perspectiva de potencializar as suas participações na aula e, em seguida, validar formalmente as declarações e argumentos matemáticos representativos.

Então, é alusivo se considerar que neste cenário foi necessário ao professor se apropriar da tecnologia digital no âmbito pessoal e profissional e, necessariamente, teve que se utilizar das ferramentas tecnológicas no intuito de avigorar o seu desempenho profissional e na perspectiva de amplificar as possibilidades de desenvolvimento da aprendizagem dos alunos e, neste contexto, a competência digital dos docentes, se insere:

[...] num primeiro nível utilizar a tecnologia digital para desenvolver materiais didáticos ou de referência para a aula do professor ou para a gestão. Em um nível superior está o uso da tecnologia para ilustrar situações ou exemplos diretamente na sala de aula. Por fim, considera-se que um nível ainda mais elevado é que o professor utiliza a tecnologia digital na aula com atividades que envolvem diretamente os alunos de forma ativa (LARIOS *et al.*, 2012, p. 25, tradução do autor).

Também, neste cenário, é possível se observar que a maioria dos professores estiveram ansiosos em se utilizar de recursos digitais, de estratégias e metodologias de ensino que primassem por interação, inclusão, coparticipação e colaboração dos alunos nas dinâmicas das aulas, que ora foram mediadas por tecnologias digitais e, evidencia-se esta presteza quando a maioria dos professores apresentam argumentações que levam em consideração a abordagem da aula através da metodologia da *gamificação*⁶¹, no sentido de transformar atividades em jogos e, para tanto, se utilizou de distintas plataformas e de variados objetos de aprendizagem digital.

A vista disto, os professores ministraram aulas e aplicaram atividades que exploraram a utilização de *softwares* de geometria dinâmica como, por exemplo, *Geogebra*, *Poly*, *Winggeom* e outros; *slides* elaborados no *Power Point* e no *Canvas*; objetos de aprendizagem elaborados através de plataformas digitais (Figura 59) como o *Thinkcad*, *Minecraft*, *Google Forms*, *Wordwal*, *Kahoot*, *Geogebra*, *Geoboard* ou *Geoplan* etc e, também; se utilizaram de objetos manipulativos como caixa de sapato, sólidos de papelão ou de palitos com jujubas etc e, ainda, aplicaram vídeos do *Youtube* com recortes de história da Geometria. Desta forma, se

61 Em linhas gerais, a aplicação da gamificação aponta para circunstâncias que envolvam criação ou adaptação da experiência do usuário a determinado produto, serviço ou processo; intenção de despertar emoções positivas, explorar aptidões pessoais ou atrelar recompensas virtuais ou físicas ao cumprimento de tarefas (VIANNA *et al.*, 2013, p.17).

“[...] considera os materiais como parte do conhecimento curricular. No entanto, do nosso ponto de vista, dada as tendências atuais nos currículos de matemática, eles adquirem um papel importante na organização e gestão da aprendizagem” (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 101, tradução do autor).

Figura 59 - Recortes de questões *gamificadas* propostas em atividades para os alunos

0:13 *Classificação de grupos*

ESFERAS PIRÂMIDES CILINDROS

CUBOS PRISMA BASE TRIANGULAR PRISMA BASE QUADRADA

Sabendo que $r // s // t$ e sendo $E = x$, $B = 5$, $A = 10 - x$, $F = 2$, $C = y$ e $D = 3 + y$, calcule a soma de todos os segmentos. $A + B + C + D + E + F$.

A 30 B 25

C 20 D 15

E 10

Considere um triângulo retângulo com catetos medindo 3 cm e 4 cm, a medida da hipotenusa é igual a?

3 CM ? 4 CM

A 7 cm B 25 cm

C 1 cm D 5 cm

Assinale a alternativa correta. Quais figuras são planas.

A B C D E F

6m 6m

X I B I W C I A Y S O
R E T A N G U L O X U
A R D M A E H O V H A
W T P B U A Y E A B D
N M V Y A L L I R H R
I P E N T A G O N O A
Y T R I A N G U L O D
T M I R B H A J I I O
T R A P E Z I O I L B
A C I R C U L O H C Y
I L O S A N G O A Y A

Qual figura é um corpo redondo?

A B C D E F

Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30 m de distância sob um ângulo de 30° . Calcule a altura do edifício medida a partir do solo.

30m 3m

A 20m B 40m

C 60m D 90m

E 50m F 25m

Fonte: a pesquisa.

Mas, no que se refere ao componente “Número de estudantes, Clima de ensino e Tempo de Aprendizagem” observa-se que apesar da preocupação das coordenações das

escolas-campos em manterem as aulas remotas nos mesmos dias e turnos que ocorriam na época do presencial, diminuiu-se o tempo de aula de cada disciplina, considerando-se 30 minutos para cada aula síncrona, sendo que a maioria das classes tinham as aulas de Matemática geminadas, ou seja, de 60 minutos. Esta organização de tempo e cronograma de aula foi elaborada na perspectiva de garantir o ritmo de afazeres escolares dos alunos, ocupando-os para os tempos de estudos em momentos de distanciamento social.

Assim, o tempo de aula de 30 minutos foi estimado pelos professores como curto e inadequado, já que se considera que os jovens estudantes demoram um certo tempo até focar nos estudos e explicações e, desta forma, os professores travaram um diálogo longo para refletir estratégias para melhor aproveitar o tempo de aula. E, para traçar a logística do tempo de aula, considerou-se alguns pontos apresentados na leitura do artigo “Quanto tempo uma pessoa presta atenção?” expresso no site “Palestra para Professores” e coletivamente refletiu-se sobre como ministrar uma aula no tempo proposto e na perspectiva de manter os alunos atentos e interessados por um período maior, já que:

[...] o máximo de tempo que um ser humano consegue se concentrar é de 7 a 10 minutos.

[...] No caso, independente do assunto que é abordado em um evento é natural que as pessoas tenham a sua atenção dispersa após um determinado período. Mas ao trabalhar com técnicas que estimulam a sua atenção sonora, visual e sinestésica é possível reverter a situação.

[...] Com essas informações tente imaginar uma palestra ou apresentação, aula e outros eventos com duração de até 1h30min. Onde muitas delas abordam assuntos complexos através de uma didática tradicional, formal e com poucos recursos que atraem a atenção sonora, visual e sinestésica do público (PALESTRA PARA PROFESSORES, 2020, p. 1).

À vista disto, os professores combinaram algumas táticas pedagógicas na perspectiva de conduzir a aula remota de forma exitosa e mantendo os alunos participativos e atentos e, são elas:

- a) Iniciar o conteúdo com abordagens do cotidiano e com representações figurais ou concretas dos entes geométricos;
- b) Elaborar *slides* guias de aulas com imagens que representem os entes geométricos e com questões que direcionem os diálogos;
- c) Se utilizar de vídeos curtos que tratem de aspectos históricos do tópico de conteúdo ou que situem a aplicabilidade destes saberes;
- d) Elaborar as atividades (inclusive avaliativas) em plataformas digitais e, propor estas com características de jogos;

- e) Cada episódio de explicação de um tópico de conteúdo deve durar no máximo até 10 minutos, intercalando-o com uma atividade interativa ou jogo digital ou dialógica sobre o conteúdo abordado ou um vídeo etc;
- f) Sempre que possível, finalizar a aula com uma rápida *reprise*;
- g) Incluir a revisão de conhecimentos prévios e reforço às dificuldades concomitantemente às abordagens do novo conteúdo;
- h) Deixar sempre uma videoaula curta e uma atividade digital ou prática ou do livro didático para ser resolvida em casa (aula assíncrona);
- i) E, na aula seguinte sempre dá um tempinho para rever as dúvidas e equívocos dos alunos antes de iniciar a explicação do próximo tópico de conteúdo.

Assim, considerando-se as devidas adaptações e a constituição de aulas geminadas (60 minutos), analisou-se relevantes adequações dos planejamentos ao tempo de aula síncrona (e assíncrona), porém, alguns professores apesar de efetivarem os planejamentos como acordados, apresentaram indícios de insuficiência de tempo para concretizar exitosamente a aula, pois, apresentavam dificuldades em cumprir os procedimentos planejados. Os alunos apresentavam conflitos de entendimento diante da abordagem do conteúdo pelo professor e, inclusive, observou-se que estes “passavam por cima” de tópicos importantes e considerados complexos e, também, “não cuidavam” do reforço aos conhecimentos prévios e nem do tratamento que se deve dar as dificuldades dos alunos. Então,

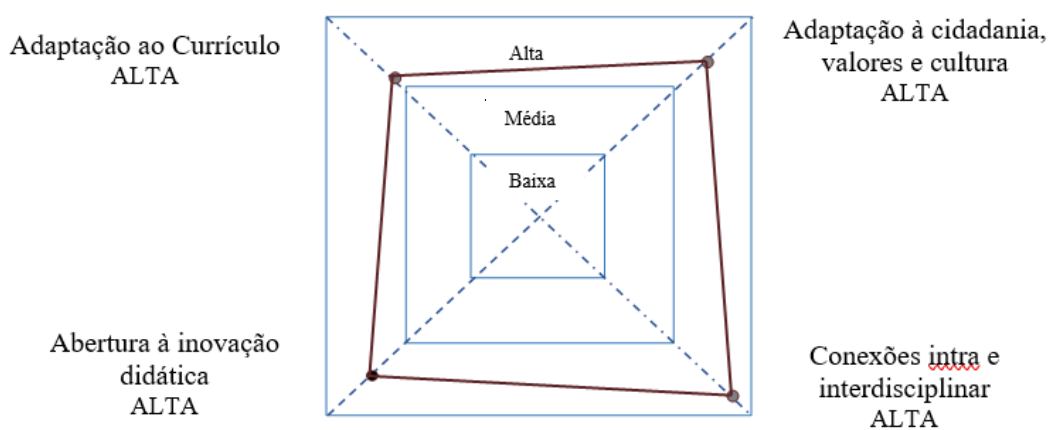
É importante considerar que os processos educativos em sala de aula podem ser planejados, mas em última análise são dinâmicos e quase imprevisíveis, de modo que o professor deve tomar decisões a todo momento e utilizando sua formação e crenças [...] As decisões [...] devem ser tomadas como profissionais que são para resolver as situações que enfrentam no cotidiano escolar (LARIOS *et al.*, 2012, p. 34, tradução do autor).

Vale ressaltar, que o número baixo/mediano de alunos potencializou as oportunidades de interações, participações e de abordagens das dúvidas pelos alunos e, em algumas turmas que apresentavam um número mais elevado de alunos, foi possível se observar que os professores apresentavam dificuldades em atender às demandas dos estudantes e, inclusive, em alguns momentos estes não conseguiam administrar e atender às perguntas e dúvidas e, em outros casos, a aula aconteceu como um monólogo e os alunos ficavam sempre com as câmeras e microfones desligados.

6.3.2.3 Análise da Faceta Ecológica

Trata-se das análises que se referem a mobilização de habilidades docentes e que conduzem o sistema de adaptação ecológica da amostra representativa, “[...] grau de adaptação do processo de estudo ao projeto educativo do centro, as diretrizes curriculares, às condições do entorno social (BREDA, FONT e LIMA, 2015, p. 9, tradução do autor) e, assim, analisou-se as seguintes adaptações: currículo, inovação didática, cidadania e valores culturais e Conexões intra e interdisciplinar, sendo que a Figura 60 representa o grau de idoneidade analisado para estes indicadores.

Figura 60 - Representação do Grau de Idoneidade Ecológica



Fonte: a pesquisa.

No que se refere ao componente adaptação ao currículo, considerando-se o nível de ensino, avaliou-se com alta adequação didática, já que os professores colocaram em prática aptidões de adaptações com as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e com os descritores do Saeb (BRASIL, 2020), articulações que favoreceram a garantia das expectativas de aprendizagem dos alunos nos conteúdos que englobam a Geometria e, neste sentido, “[...] é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas” (BRASIL, 2018, p. 298).

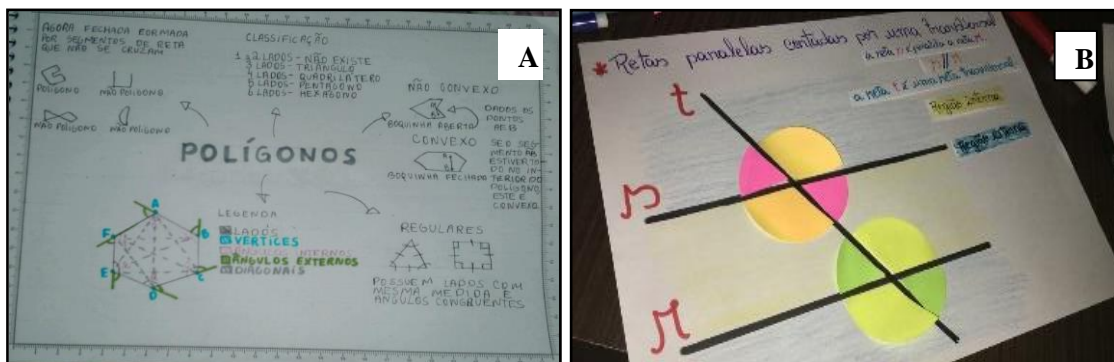
Contudo, observou-se que os professores trabalhavam com argumentos e abordagens claras e precisas dos tópicos de conteúdos; apresentavam considerável capacidade de dialogar com os conhecimentos prévios necessários às abordagens dos novos e, inclusive, preocupando-se em contextualizar os saberes na perspectiva de instigar o aluno à participação

na aula. É relevante abordar que a adaptação dos discursos explicativos aos níveis de conhecimentos dos alunos e as propostas de ensino estiveram adequados ao nível de ensino e ao currículo escolar. E, neste sentido, a maioria dos professores apresentaram “Competência na busca, seleção e adaptação de boas práticas que envolvem o uso do contexto real e a interdisciplinaridade (GODINO *et al.*, 2013, p. 58, tradução do autor). E, seguindo esta mesma linha de pensamento, Larios *et al.* (2012) corrobora com estas ideias afirmando que:

O professor deve conhecer as características do desenvolvimento psicológico dos alunos no nível de ensino em que atuam, seus contextos sociais e culturais, bem como suas motivações, para utilizá-lo como um dos fundamentos do processo de ensino e aprendizagem da matemática para motivar e promover o progresso dos alunos (LARIOS *et al.*, 2012, p. 30, tradução do autor).

E, na perspectiva de motivar e promover o progresso dos alunos, os professores executaram, também, adaptações curriculares quanto as trajetórias didáticas, que foram traçadas seguindo uma lógica de pensamentos que partia do levantamento de conhecimentos prévios, seguindo pela articulação com os novos saberes e finalizando com a sintetização destes. E, seguindo-se os percursos didáticos sugeridos pelo modelo de van Hiele (Crowley, 1994; Villiers, 2010) a citar: a) Propor dinâmicas seguidas de questionamentos que tendem a clarificar o que os alunos conhecem a respeito do conteúdo, b) Promover oficinas explorando conceitos e características a partir de objetos manipulativos, softwares e *applets*, c) Propiciar atividades dirigidas para serem resolvidas a partir dos objetos manipulativos ou *applets*, d) Propor ao estudante a resolução de problemáticas, inclusive, escolhidas do livro didático e, por fim, e) Sugerir a sintetização do tópico de conteúdo estudado, inclusive, através de construções coletivas de mural digital ou mapa mental (Figura 61).

Figura 61 - Percurso Didático - Síntese de abordagem de conteúdo



Fonte: compilação do autor⁶².

⁶² A – Síntese de polígonos (PAG12). B – Síntese de Ângulos formados por retas paralelas e transversal (PAG17).

E, no que se refere ao item de “abertura à inovação didática”, os professores apresentaram alta adequação didática e “Atitude favorável, mas reflexiva em relação à inovação baseada na investigação” (GODINO *et al.*, 2013, p. 58, tradução do autor), pois, as atividades foram propostas a partir da estruturação de uma sequência de atividades, cujas tarefas foram implementadas através de objetos de aprendizagem que foram elaborados em distintas plataformas digitais (*Kahoot*, *Wordwall*), assim como, se utilizaram de *softwares* de geometria dinâmica (*Geogebra*, *Poly*, *Winggeom*), *applets*, materiais manipulativos e outros, que potencializaram a capacidade de visualização e, assim, possibilitou a análise e a familiarização com as características e peculiaridades dos entes geométricos.

É relevante abordar que as inovações didáticas apontadas anteriormente, se articulam com as posturas iniciais dos professores, quando da aplicação do questionário inicial e 89,1% destes afirmaram que a utilização de materiais manipulativos, *softwares* de Geometria dinâmica e jogos implementados em plataformas digitais, são estratégias de ensino contributivas para a aprendizagem dos estudantes, além de possibilitarem a ocorrência de aulas mais dinâmicas e atrativas, motivando aos alunos participarem do desenvolvimento da aula, facilitando e incentivando a aprendizagem destes por meio de atividades investigativas.

Mas, vale ressaltar, que alguns professores demonstraram dificuldades em executar adaptações das tarefas (listas de exercícios) as propostas de objetos digitais de aprendizagem e, diga-se, apesar de conduzirem bem os recursos digitais necessários a efetivação da aula remota e, para minimizar estes problemas, foi organizado um cronograma extra de oficinas explorando plataformas livres de jogos e a utilização do *software Geogebra* e, estas foram dispostas no intuito de melhor instrumentalizar os participantes e, estes encontros foram conduzidos por outros professores do mesmo grupo de trabalho.

É salutar esta necessidade, já que enquanto outras áreas do conhecimento implementam sistemas tecnológicos avançados para modernizar suas performances de trabalho, a área de educação caminha a passos lentos neste sentido e, inclusive, por falta de investimentos de políticas públicas em laboratórios, *notebooks*, internet e em qualificação para os profissionais professores e, alguns destes últimos, não estavam se preocupando com sua formação tecnológica e teimavam em continuar com o modelo de ensino que se configura em “aluno sentado em sala de aula e o professor escrevendo e explicando o conteúdo por meio de uma lousa” e, a insatisfação dos pares prevalecia.

Mas, o advento da pandemia do coronavírus-19, ocorrido em 2020-2021 forçou a adaptação dos processos tradicionais de ensino aos meios tecnológicos e, foi diante deste advento, que se traçou os caminhos formativos que implementaram a alimentação da competência digital dos professores, a qual está intimamente relacionada à inovação didática e, reforça-se que “Assim, é necessário que o professor utilize a tecnologia digital no âmbito pessoal e profissional como ferramenta para um adequado desempenho profissional e desenvolvimento permanente” (LARIOS *et al.*, 2012, p. 25, tradução do autor).

E, para a observação do indicador que conduz o componente “conexões intra e interdisciplinar”, avaliada com alta adequação, percebeu-se as mobilizações das habilidades de se articular os conhecimentos dos aspectos que envolvem os panoramas culturais ao contexto das abordagens em sala de aula, sendo que a maioria dos professores se utilizaram de pequenos textos e de vídeos do *Youtube* que articulavam estes aspectos com as interpelações dos conteúdos e, isto, na perspectiva de dinamizar a aula e de atrair a atenção do aluno. “É por isso que o professor deve justificar e utilizar o valor educativo e sociocultural da Matemática e sua evolução histórica na construção da atividade Matemática, bem como relacioná-la com as diferentes propostas de ensino e aprendizagem (LARIOS *et al.*, 2012, p. 34, tradução do autor).

Neste contexto, a dimensão ecológica foi analisada no contexto de mobilização de conhecimentos que se referem às adequações do currículo por meio da BNCC (BRASIL, 2018), aos descritores do Saeb (BRASIL, 2020), a grade curricular obrigatória do município, às inovações didáticas articulando as argumentações críticas por meio do módulo do CCDM do EOS. Assim, desenvolveu-se atividades e reflexões que giraram em torno do aprimoramento dos valores democráticos e culturais e do pensamento crítico do professor diante de suas práticas pedagógicas.

Refletindo-se sobre os indicadores que compõem esta dimensão, aponta-se resultados exitosos em conexão com proposições que foram abordadas no curso de formação, inclusive, quando da sugestão de um modelo específico de implementação da sequência de atividades com utilização das habilidades da BNCC, dos descritores Saeb e das ideias do modelo de van Hiele, no que refere as adaptações das atividades aos níveis cognitivos dos estudantes e de utilização dos caminhos metodológicos com adequações aos percursos didáticos e, nesta trajetória, aponta-se o desenvolvimento de conhecimentos didáticos de forma dialogada e com trocas de ideias entre os participantes, o que oportunizou momentos de descobertas, limitações e superações, assim como estudos na perspectiva de minimizar os conflitos semióticos apresentados pelos professores.

E, segue-se as reflexões no propósito de sintetizar as ideias que se referem observações e concepções diante dos conhecimentos mobilizados pelos professores através da estruturação e aplicação das sequências de atividades.

6.4 SÍNTESE DAS ANÁLISES

No sentido de sintetizar as reflexões diante da compilação deste trabalho, inicia-se abordando que os estudos teóricos, a nível de Brasil, evidenciaram que a área de formação de professores de Matemática é um campo carente de atuações e fértil para ações de pesquisa, pois, pouco se tem pautado sobre esta linha de pesquisa com referência aos conhecimentos didáticos e, é mais escasso ainda, quando se articula estas ações formativas ao módulo dos conhecimentos didáticos referenciados pelo constructo teórico do EOS e, considera-se relevante ao professor desta área se apropriar de saberes que articulem as competências de como se ensinar Matemática, saberes essenciais ao bom ensino e ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos na sala de aula.

Neste sentido, entende-se que os cursos de formações de professores de Matemática devem prezar por ações didáticas que proponham ao profissional a apropriação de habilidades que amplifiquem a sua capacidade de detectar as necessidades e dificuldades dos alunos; que revelem os conhecimentos prévios destes, na perspectiva de uma tomada de decisão assertiva; que proponha a organização de ações didáticas de acordo com as diretrizes curriculares nacionais; que sugiram a utilização de materiais de ensino com adequações às situações didáticas e as etapas de ensino; que qualifiquem a utilização das tecnologias digitais e não digitais e, também, que orientem a aplicabilidade de constructos teóricos que proponham metodologias e estratégias de ensino que potencializem as possibilidades de avanços de aprendizagens dos alunos.

Deduz-se, que apesar de se considerar exitosa o grau de adequação epistêmica, no que se refere as estruturações das sequências de atividades, às quais foram implementadas durante o processo de formação docente, perante reflexões coletivas, com combinações de adaptações à realidade e necessidades cognitivas dos alunos (diante dos resultados do pré-teste), observou-se que esta dimensão por si só não garante as adequações esperadas das demais dimensões, pois, foi evidenciado que nem sempre o que é sugerido e planejado (atividades e percursos) diante de reflexões coletivas, é posto em prática pelos professores.

E, por exemplo, neste processo formativo observou-se que no planejamento das sequências de atividades, as questões problemas deveriam ser adequadas à realidade dos

estudantes e, por vezes, não foram trabalhadas na sua integralidade, pois, em conversas informais diante de avaliações coletivas dos processos de ensino, foi alegado que “o tempo é curto para explorar questões tão complexas... precisa-se de mais tempo de aula para discutir e trabalhar problemas complexos” (FP20 e FP21) e, inclusive, alguns materiais de ensino que foram sugeridos durante os percursos formativos para explorações de conceitos e representações geométricas, não foram implementados por alguns e, justifica-se que “tenho dificuldades de elaborar este tipo de atividade na plataforma digital, pois, requer disponibilidade de tempo e habilidade com o aplicativo” (FP7) e “é muito difícil se planejar uma atividade com o uso do *Geogebra*...”.

Outra observação relevante, se refere a habilidade do professor em adequar as ações didáticas à realidade em voga e, por exemplo, neste evento, os aspectos que se adequavam as aulas presenciais necessitaram de reflexões e estudos coletivos para que se ajustassem aos modos de aulas remotas e, para tanto, foi necessário considerar as transformações referenciadas pela BNCC (BRASIL, 2018) e, justifica-se que estas ações didáticas repercutiram diretamente na prática pedagógica dos professores, já que pretendia-se pôr em prática as ideias de garantia das expectativas de aprendizagens dos alunos. À vista disto, evidencia-se que nestes tempos, além do domínio do conhecimento do conteúdo, os professores tiveram que buscar o desenvolvimento de novas estratégias de ensino que se adequassem as demandas de documentos oficiais e das necessidades do ensino remoto.

Também, foi relevante ao professor conhecer as características cognitivas dos alunos para a proposição assertiva de adequações das atividades, da dialógica e das argumentações explicativas, considerando-se o nível cognitivo e os contextos sociais e culturais do aluno, bem como, para despertar suas motivações e interesses através de metodologias e estratégias de ensino que englobassem as ideias demandadas pelo enfoque teórico do modelo de van Hiele. Neste sentido, considera-se dois aspectos que foram relevantes e; o primeiro, está relacionado às adequações das ideias do modelo teórico às propostas do currículo oficial e, o segundo, se refere às adaptações deste modelo ao desenvolvimento das atividades, argumentos e estratégias de ensino, na perspectiva de potencializar a aprendizagem do aluno.

Outra ação de relevância didática, é a competência de gestão das interações entre os envolvidos na sala de aula e da adaptação do material de ensino ao desenvolvimento do conteúdo matemático e, estes indicadores que favoreceram ao avanço de aprendizagem do aluno e, concebe-se que o sucesso da aula está diretamente relacionado as boas interações do professor com os alunos e destes uns com os outros. Também, a capacidade do professor antecipar as dificuldades dos alunos e de planejar as suas aulas com preparo dialógico e

argumentativo para atendimento a estes imprevistos, colaborou para o desenvolvimento das aulas e para a gestão das dificuldades e dúvidas dos alunos. E, assim, percebe-se que o professor tem que estar organizado pedagogicamente para dar conta do previsto, qualificado para lidar com o inesperado e preparado para gerir os aspectos que englobam a rotina da sala de aula, para que todos os seus alunos se desenvolvam na aprendizagem.

Mas, analisa-se que as boas interações observadas na sala de aula, partiam sempre do conhecimento do professor sobre os seus alunos e, inclusive, das mediações diante da ciência dos níveis cognitivos destes (diagnosticado através do pré-teste) e assim, elaboraram planejamentos, *slides* de apresentação e materiais de ensino na perspectiva de atender as necessidades e antecipar as situações de conflitos semióticos que surgiam no desenvolvimento da aula. Inclusive, para dar conta da turma toda e instigar à participação, alguns professores tomaram determinadas medidas que considera-se pertinentes e, por exemplo: Planejaram atividades paralelas e intervenções alternativas para que os alunos mais avançados cognitivamente não ficassem sem fazer nada e, assim, se trabalhou as dificuldades com àqueles alunos com níveis cognitivos aquém da etapa de ensino; lançaram para o coletivo questões que exigiam reflexões e posicionamentos individuais dos aprendentes, na perspectiva de estimulá-los a participação e, ainda, providenciaram atividades com exploração de recursos materiais adaptados ao nível cognitivo da turma e às dificuldades diagnosticadas anteriormente e, os alunos mais adiantados ficaram com a responsabilidade de auxiliar o seu grupo para o desenvolvimento das aprendizagens dos colegas.

Assim, evidencia-se que selecionar e preparar recursos didáticos adequados ao nível cognitivo possibilita o despertar do interesse dos alunos; prever o tempo de cada etapa de ensino amplifica a possibilidade de participação do aluno; propor atividades em equipe oportuniza aprendizagens com trocas de saberes; prever comportamentos, atitudes e reações diante de cada dinâmica da aula, viabiliza a ministração de aulas adequadas as necessidades dos alunos; fazer registros e, depois, analisar as ocorrências, avaliando o que deu certo, o que não foi bom e o que não deve se repetir, permite aos professores reflexões que auxilia-os na tomada de decisão assertiva e, assim, amplifica-se as possibilidades de aprendizagens dos alunos.

Assim, segue-se no próximo ponto de reflexões, na perspectiva de descrever nas considerações os principais pontos que cruzam as ideias propostas e as levantadas no processo de pesquisa.

CONSIDERAÇÕES

Diante da questão primeira que norteia esta pesquisa “Em que aspectos a aplicação, desenvolvimento e análise de uma formação para professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica, no município de Paulo Afonso-BA, com foco na Geometria e tomando como base os constructos do enfoque ontossemiótico (EOS) pode contribuir para desenvolvimento dos processos de ensino na área?”, propôs-se um curso de formação de professores de Matemática com perspectivas de se investigar a mobilização de aspectos dos conhecimentos didático-matemáticos (CDM) tomadas pela abordagem do enfoque ontossemiótico (EOS). Aborda-se que o processo formativo proposto no presente estudo teve como participantes tanto professores já em atuação, e nesse caso, refere-se a uma formação continuada, como futuros professores que participavam de projetos de iniciação à docência e, julgou-se pertinente buscar articulações entre essas diferentes perspectivas, não se afastando, contudo, da essência do proposto: a formação de professores de Matemática.

Para que a condução da formação-investigativa fosse enveredada por entendimentos formalizados, foi realizado um levantamento de literatura que compôs os capítulos do aporte teórico, os quais serviram de embasamento para a investigação e, diante deste apanhado, propôs-se dialógicas que enveredaram a formação de professores, os conhecimentos didático-matemáticos do professor a partir do Enfoque Ontossemiótico (EOS) e, também, tratou-se de aspectos da Geometria que envolvem tanto o ensino quanto a aprendizagem, incluindo, as abordagens de documentos oficiais.

É relevante abordar, que o diálogo que se iniciou com a formação de professores de Matemática provocou a necessidade, por um lado, de uma ampliação da apropriação de conhecimentos sobre esta temática e, por outro, ao se olhar para a especificidade da formação de professores de Matemática emergiu a provocação no sentido de aprofundamento de saberes que se referem aos conhecimentos necessários a profissionalização do professor e, assim, o que se refere ao quadro teórico dos saberes e ou conhecimentos dos professores, também, deu sustentação a investigação realizada, pois considera-se que o processo formativo que foi desenvolvido ficou impregnado pelas ideias, visões e entendimentos de todos os autores abordados.

Ainda, para o desenvolvimento da investigação sobre a análise dos CDM, foi adotado o Guia de Avaliação da Idoneidade Didática de Processos de Instrução em Educação Matemática – GAIDM, composto por ferramentas de análises, implementado como módulo do enfoque ontossemiótico – EOS (GODINO *et al.*, 2013), para subsidiar a organização do

curso de formação e para proceder as análises ontossemióticas dos resultados. Ressalta-se que estes guias sofreram adaptações no que concerne aos indicadores, no intuito de adequá-los aos propósitos deste estudo. É considerável se abordar que os processos formativos, não se concentraram na Matemática em si, mas sim, nos aspectos didático-matemáticos incorporados no GAIDM, considerando sua fundamentação teórica e aplicação prática.

E, foi posto em prática os instrumentos que sintetizam, em cada caso, os princípios didático-matemáticos, os guias de análises dos processos instrucionais específicos que compõem a Idoneidade Didática (Epistêmica, Cognitivo-Afetivo, Interacional-Mediacional e Ecológico) do EOS. Lembrando que, o guia de análise epistêmica, funcionou como um instrumento de análises dos aspectos estruturais das sequências de atividades e, os outros guias (Cognitivo-Afetivo, Interacional-Mediacional e Ecológico) foram utilizados para análises dos conhecimentos mobilizados diante da aplicação das atividades aos seus alunos.

E, para responder a questão norteadora posta acima, traçou-se o objetivo geral, “Investigar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos referentes ao processo de ensino da Geometria junto aos professores e futuros professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, do município de Paulo Afonso-BA, a partir de um processo de formação estruturado sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS)” e, retoma-se aos resultados propostos pelas análises de dados na perspectiva de cruzamento diante do que foi proposto e do lugar que chegou-se e, para tanto, apresenta-se retalhos das concepções postas nos resultados e decide-se por argumentar seguindo a lógica de pensamento traçado com os objetivos específicos, como posto no que se segue:

a) Analisar sobre os aspectos estruturais do planejamento de um curso de formação, tomando como referência o modelo do EOS, para professores e futuros professores de Matemática do Ensino Fundamental-Anos Finais e do Ensino Médio.

E, começa-se com reflexões que emergem dos processos formativos, pois, em nenhum momento o pensar e o fazer deste evento investigativo teve como objetivo preencher “brechas” oriundas da formação inicial ou de outros processos formativos, porque entende-se que a formação do professor deve ser contínua no contexto da formação permanente, seja na sua sala de aula ou nas reuniões de atividade classe ou em outros espaços formais, o profissional professor, seja da ativa ou em formação, precisa se conscientizar, se oportunizar e ter a oportunidade de melhoria dos conhecimentos didático-matemáticos na perspectiva de ofertar ensino de qualidade.

Ainda nesta linha de raciocínio, aborda-se que foi desafiador para o professor formador orientar aos professores sobre os procedimentos para organizar, implementar, elaborar e selecionar atividades e percursos didáticos (com base no modelo de van Hiele) para constituir as sequências de atividades que foram desenvolvidas remotamente, na perspectiva de se respeitar as orientações de afastamento social para a prevenção da pandemia da Covid-19 e, este evento trouxe à tona a necessidade de abordagens de métodos e de elaborações de materiais de ensino que se adequassem as demandas de aulas à distância.

Nestes trâmites, diante das necessidades, conta-se com a cumplicidade, colaboração, cooperação e troca de saberes dos professores em formação e, assim, adquiriu-se conhecimentos além daqueles que estavam postos no projeto de formação e, especialmente, pela necessidade de embrenhar-se em estudos e aplicações de oficinas explorando plataformas e objetos de aprendizagem digital. E, neste caso, contou-se com as sugestões dos professores em formação, os quais apresentaram ideias de oficinas que, de fato, contribuíram para a adequação dos materiais de ensino (objetos de aprendizagem digital e não digital) que foram postos em prática. Mas, é relevante comentar que alguns destes apresentaram resistências e questionamentos diante da validade do uso das tecnologias, especificamente, para a implementação, elaboração e adequação das atividades das listas utilizadas no ensino presencial aos formatos de jogos digitais e da utilização de *softwares* de geometria dinâmica.

E, nos encontros formativos propôs-se leituras, rodas de conversas e discussões teóricas sobre as potencialidades (e limitações) do uso das tecnologias nas aulas de Matemática e, estas possibilitaram conexão com a prática e foi-se tentando dissipar as resiliências e, concebe-se que os professores foram “forçados” pelas circunstâncias a aprender na prática como tornar as aulas remotas mais dinâmicas, interessantes e eficazes, utilizando-se de plataformas e de objetos de aprendizagem digital; de atividades elaboradas a partir de exploração de *softwares* de geometria dinâmica e de apresentações propostas por *slides* que organizavam logicamente as ideias, direcionavam os argumentos e as propostas de atividades de aprendizagem.

E, pensar que, inicialmente, criou-se expectativas otimistas de se traçar caminhos formativos que viabilizassem ao professor as mobilizações de conhecimentos didático-matemáticos, com alcance de alta idoneidade didática diante da estruturação e aplicação das sequências de atividades de Geometria. Porém, a caminhada mostrou o quanto é complexo e desafiador conduzir um curso de formação de professores e, especificamente, no modelo de ensino remoto. Assim, diante de pessoas pensantes e que, também, deliberam expectativas, foram necessárias algumas adaptações das ações didáticas e, para chegar-se aos objetivos

traçados no primeiro momento, fez-se necessário está aberto às sugestões de adaptações, inclusive, diante das demandas e necessidades dos envolvidos na proposta.

E, criou-se um espaço de diálogos que suscitou a todos os envolvidos o sentimento de pertencimento, coletividade e cooperação diante daquelas demandas e, foi relevante naquele momento, ouvir as sugestões e compreender as dificuldades e situações demandadas pelos professores, que já estavam em salas de aulas. Neste cenário, após muitas reflexões, veio à tona um dos maiores desafios do contexto de pesquisa, que foi implementar e adequar as ideias do esboço do projeto de formação docente às necessidades e sugestões dos envolvidos, sem perder de vista o propósito da pesquisa.

Porém, foi gratificante e assertivo oportunizar a participação deles nesta construção, pois, ademais observou-se que além de contribuírem com as abordagens e ensinamentos nos encontros de formação, estes se utilizavam das aprendizagens nas suas aulas, mas, convém, a reflexão de que nem todas as pessoas estão disponíveis às mudanças de posturas e atitudes e nem abertos às transformações que são próprias das evoluções dos tempos. Portanto, alguns destes careceram e ainda carecem de reflexões mais profundas para se encontrarem na profissão professor, apesar que “[...] não muda quem não quiser mudar, ou não se questiona o que faz àquele que pensa que está muito bem” (IMBERNÓN, 2009, p. 26).

Contudo, considera-se pertinente se abordar, que apesar de se reconhecer que os conhecimentos experienciais foram relevantes aos professores, inclusive, no sentido de saber agir diante do inesperado e de gerenciar as boas convivências, constata-se, através das observações das ações práticas, que estes por si só não sustentam o desenvolvimento idôneo de um processo de ensino, pois, foi o conhecimento especializado que conduziu o planejamento das atividades, dos percursos e da inserção dos materiais de ensino, com adequação aos níveis cognitivos dos alunos. E, desta forma, evidencia-se que é necessário ao professor buscar desenvolver e qualificar os conhecimentos específicos da profissão para, assim, ser capaz de produzir ações didático-pedagógicas embasadas em saberes teóricos, articulados com o seu compromisso cidadão de ensinar, para não ser um mero reprodutor de conceitos e para implementar os devidos significados ao que se ensina.

Reverbera-se e, não é possível se pensar diferente, que diante da complexidade de se conduzir um curso de formação de professores de Matemática, percebe-se a necessidade de novas discussões, inclusive, por outras investigações que, certamente, complementariam as ações didáticas ora implementadas. É fato, a necessidade da formação docente e, em sentido amplo, que se conecte com os acontecimentos que surgem a partir da evolução social, política e tecnológica de uma sociedade. É o momento que conduz a necessidade das aprendizagens

didático-pedagógicas e é por isto que se considera reflexões mais profundas sobre a formação do professor de Matemática no contexto da formação permanente!

b) Avaliar, com base na guia de análise epistêmica do modelo do EOS, como os futuros professores e professores de Matemática do Ensino Fundamental dos Anos Finais e do Ensino Médio implementam uma sequência de atividades, com base no modelo de van Hiele e explorando tópicos de Geometria.

Em se tratando da mobilização da competência epistêmica, a qual, em sentido amplo, se refere a habilidade do professor em estruturar sequência de atividades, considera-se que as ações de análises didáticas sugeridas através do curso de formação docente para a elaboração de “Projeto de Aprendizagem em Geometria”⁶³, possibilitaram ao profissional professor fazer uso dos conhecimentos que englobaram o planejamento de sequências de atividades (ou um plano de aula ou uma simples atividade) levando-se em consideração o contexto do conhecimento do currículo formalizado, como elemento orientador para compreender os percursos didáticos; integrar as teorias e metodologias no planejamento dos processos de ensino e, também; reconhecer as implicações em sua prática, considerando os contextos institucionais que possibilitam a garantia das aprendizagens dos alunos e, cita-se, as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e os descritores do Saeb (BRASIL, 2020).

Contudo, destaca-se a relevância de se amplificar os estudos da metodologia da resolução problemas, pois, diante da proposta de desenvolvimento de atividades com a exploração de situações-problemas, os professores apresentaram dificuldades e, no entanto, esta demanda não foi atendida e, nem tão pouco, entendida por eles na sua integralidade. Então, é pertinente se abordar que isto foi um desafio para os professores e uma limitação para a formadora, que só se deu conta desta necessidade quando das análises ontossemióticas do desenvolvimento das sequências de atividades em classe e, não foi mais possível se trabalhar e refletir com os professores sobre a temática, por questão de limitação de tempo.

Mas, entende-se que em momento oportuno, é pertinente se deliberar possibilidades de estudos sobre esta temática, pois, contextualizar situações-problemas é uma ação didática complexa e, requer entendimentos teóricos e práticos para a demanda de selecioná-los,

⁶³ As sequências de atividades produzidas pelos participantes estão postas na etapa de correção e de produção de um ebook⁶³, na perspectiva de posterior publicação. Disponível no link: https://docs.google.com/document/d/1gGusORO_bLclMj6hqFwf1DO2luBD029PvA7Zqck5xrc/edit?usp=sharing.

implementá-los ou elaborá-los com adequação a etapa de ensino e ao nível cognitivo do estudante.

c) Pesquisar, com base em guias de análises do modelo do EOS, sobre o desenvolvimento de conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores e futuros professores do Ensino Fundamental-Anos Finais e do Médio através da aplicação de sequências de atividades.

Sobre os conhecimentos contemplados pela faceta cognitiva-afetiva, analisa-se elevadas qualificações no que se refere as habilidades de adaptações da linguagem aos argumentos explicativos do tópico de conteúdo, levantamento e trabalho dos conhecimentos prévios para abordagens dos novos saberes, propostas de materiais de ensino que amplificam as possibilidades de visualizações e de representações dos entes geométricos e desenvolvimento de estratégias de ensino e diálogos que instigam às interações entre os pares.

Assim, entende-se que os profissionais professores compreenderam e foram capazes de colocar em prática distintas estratégias de ensino, diversificadas tarefas matemáticas e diferenciados instrumentos avaliativos, na perspectiva de perceber e atender as dificuldades, as dúvidas, os erros e os equívocos dos alunos. Diante das análises destas ações didáticas depara-se com a tomada de decisão, na perspectiva de potencializar as emoções dos alunos no que se refere ao interesse e participação e na perspectiva de amplificar as possibilidades de aprendizagem geométrica, pois, é fato, cabe ao professor aplicar instrumentos e métodos de ensino e orientar os processos de melhoria da aprendizagem da Geometria.

No que diz respeito aos conhecimentos que emergem da faceta interacional-mediacional, foi evidenciado na prática a necessidade e a relevância do uso das distintas possibilidades tecnológicas para a efetivação de aulas remotas e, cita-se, a elaboração e aplicação de atividades síncronas e assíncronas, que foram apresentadas em vários formatos de jogos digitais e, aponta-se que estas oportunidades promoveram situações de ensino motivadoras, aumentaram a autoestima e o prazer dos alunos pela aprendizagem da Geometria e, ainda, qualificaram as trocas de saberes e de interações entre os pares. E, isto implica que no curso de formação foi produtivo e assertivo as abordagens que amplificaram a compreensão de se utilizar de distintas estratégias de ensino, as quais, incluíram a elaboração e aplicação de diversificadas tarefas matemáticas, de diferentes objetos de aprendizagem digital e não digital etc e, isto, na perspectiva de potencializar a participação e a aprendizagem dos alunos.

Porém, neste sentido, seria insensato não se abordar que existiram outros empecilhos que se referem à participação dos alunos nas aulas e ao cumprimento das atividades e, estas demandas não dependeram do esforço dos professores ou alunos, pois, evidenciou-se que além de alguns alunos não possuírem equipamentos (celular ou notebook) e internet adequados às necessidades das aulas, boa parte das escolas públicas do campo de pesquisa é desprovida de internet instável e de recursos tecnológicos digitais apropriados para as demandas postas em voga nestes tempos. Inclusive, aconteceu do alunado precisar se utilizar do laboratório de informática da escola para cumprir suas atividades e este direito foi negado, ora porque o laboratório estava desativado, ora porque a internet não era instável, ora porque não tinha funcionário na escola para acompanhá-lo e outras tantas desculpas foram apresentadas aos alunos.

E, em relação aos conhecimentos demandados da faceta ecológica e refletindo-se sobre os indicadores que compõem esta dimensão, aponta-se resultados exitosos em conexão com proposições que foram abordadas no curso de formação, inclusive, quando da sugestão de um modelo específico de implementação da sequência de atividades com utilização das habilidades da BNCC, dos descritores Saeb e das ideias do modelo de van Hiele. Pois, concebe-se que os professores executaram adaptações das atividades em adequação aos níveis cognitivos dos estudantes e traçaram caminhos metodológicos com adequações aos percursos didáticos de van Hiele e, nesta trajetória, aponta-se o desenvolvimento de conhecimentos didáticos de forma dialogada e com trocas de ideias entre os participantes, o que oportunizou momentos de descobertas e superações, assim como estudos na perspectiva de minimizar os conflitos semióticos apresentados pelos alunos.

Contudo, a necessidade de amplificar o uso de recursos tecnológicos distintos acabou por excluir ainda mais àqueles estudantes que já sofriam outros tipos de violações de direitos dentro e fora da escola, justificando-se, inclusive, pela impossibilidade de assistir as aulas remotas por falta de um celular e ou internet que atendessem às demandas de *download* de vídeos e atividades em formato *pdf* e que desse acesso às atividades digitais.

Neste interim, a maioria das escolas se encontravam fechadas e projetou-se neste caos a negação do acesso dos alunos aos equipamentos tecnológicos disponibilizados pela escola, ou seja, as opções de tarefas para se dá continuidade as aprendizagens não se deram de forma igual para todos os estudantes e, conseqüentemente, excluiu-se os mais vulneráveis e carentes financeiramente. Mas, mesmo diante deste agravamento de desafios considera-se, em sentido amplo, que foi oportuno o enfrentamento da cultura do fracasso escolar no componente curricular de Matemática, diante do apoio dado aos docentes através do curso de formação,

cujas ações interventivas resultaram em desenvolvimento de conhecimentos didático-matemáticos, na perspectiva de se promover avanços de aprendizagens geométricas aos estudantes.

Contudo, como o interesse deste trabalho centrou-se no desenvolvimento dos conhecimentos didático-matemáticos dos professores, abordou-se estratégias e metodologias de ensino com vistas a amplificar as possibilidades de interações e trocas de saberes; estimulou-se a utilização de recursos, estratégias e métodos de ensino com propostas de dinamizar as aulas e de instigar a participação dos alunos; propôs-se meios de implementações de planejamentos de aulas com referência institucional e documental, no intuito de se garantir as expectativas de aprendizagens dos alunos e, enfim, de propor aos professores possibilidades de ofertarem um processo de ensino de Geometria com propostas de avanços de aprendizagens para aos alunos e, conseqüentemente, com possibilidade de alcançar a alta idoneidade didática do processo vivido.

Então, via o capítulo de discussões apontadas pelas análises, apuram-se evidências que sustentam a **tese** de que os projetos ou programas de formação de professores de Matemática, devem ser organizados de forma que desperte no participante a sensação de pertencimento, no sentido de ser ouvido diante das suas sugestões, de ser valorizado perante as suas dificuldades e de ser atendido face às suas necessidades e, inclusive, permiti-los participar ativamente do desenvolvimento das atividades formativas e, assim, se cria um ambiente de colaboração e coparticipação diante das perspectivas de qualificações (formações) e de mobilização de conhecimentos didático-matemáticos a partir de sua própria realidade (investigação). A vista disto, instrui-se as ações didáticas com base nos pressupostos teóricos definidos e intencionais do constructo teórico, que neste caso, foi o Enfoque Ontossemiótico.

E, assim, concorda-se que a aplicação, desenvolvimento e análise de curso de formação para professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica, tomando como base os constructos do enfoque ontossemiótico, o qual, em sua essência, permite que o professor adquira competências específicas em planejar, implementar e analisar os processos instrucionais, na perspectiva de se promover ensino de forma idôneo (GODINO *et al*, 2013), através do desenvolvimento de planejamentos de ensino pautados na implementação de teorias (modelo de van Hiele) que qualificam e contribuem para o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, Saddo Ag; MANRIQUE, Ana Lucia; SILVA, Maria José Ferreira da; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos**. 2004. Revista Brasileira de Educação, núm. 27, set-out-nov-dez, 2004, pp. 94-108 Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação Rio de Janeiro, Brasil
- ALBUQUERQUE, Leila Cunha de; GONTIJO, Cleyton Hércules. **A complexidade da formação do professor de Matemática e suas implicações para a prática docente**. 2013. Revista Espaço Pedagógico, v. 20, n. 1, Passo Fundo, p. 76-87, jan./jun. 2013. Disponível em <<http://anaisjem.upf.br/download/cmp-12-albuquerque-gontijo.pdf>>. Acessado em 25/02/2021.
- AMORIM, Luciana Correia de; FONT, Vicenç Moll; GUSMÃO, Tânia C. Rocha Silva. **Uma análise das emoções em práticas Matemáticas a partir dos critérios de idoneidade didática**. 2017. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontossemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Disponível em: <<http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>>. Acessado em: 29/03/2021.
- ANGELO, Mateus Santos; SANTOS, Maria Flavia Melo dos; BARBOSA, Renata Sá de Jesus. **O ensino de geometria no Brasil: uma abordagem histórica**. 2020. Anais Educon 2020, São Cristóvão/SE, v. 14, n. 14, p. 1-12, set. 2020. Disponível em: <<https://www.coloquioeducon.com>>. Acessado em: 19/01/22.
- ASSIS, Adriana; FRADE, Cristina; GODINO, Juan Díaz. **Influência dos padrões de interação didática no desenvolvimento da aprendizagem matemática: Análise de uma atividade exploratório-investigativa sobre sequências**. 2013. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 733-758, dez. 2013. Disponível em: <<http://old.scielo.br/pdf/bolema/v27n47/03.pdf>>. Acessado em: 07/06/2022.
- BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. **Content knowledge for teaching: what makes it special?** 2008. Journal of Teacher Education, v. 59, p. 389-407, 2008. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/255647628_Content_Knowledge_for_Teaching_What_Makes_It_Special>. Acessado em: 06/03/2021.
- BICUDO, Irineu. **A História da Geometria Euclidiana do antigo Egito às salas de aula: Professor de Matemática conta como evoluíram os estudos da Geometria**. 2011. Globo Ciência Online de 10/12/2011. Acessado em: <<http://redeglobo.globo.com/globociencia/noticia/2011/12/historia-da-geometria-euclidiana-do-antigo-egito-salas-de-aula.html>>. Acessado em: 25/01/2022.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Resumo Técnico: Censo da Educação Básica 2021**. Brasília, DF: Inep, 2021. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_escolar_2021.pdf>. Acessado em: 13/06/2022.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Divulgação dos Resultados: Censo da Educação Básica 2021**. Brasília, DF: Inep, 2021. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/censo_escolar/resultados/2021/apresentacao_coletiva.pdf>. Acessado em: 13/06/2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do SAEB: documento de referência do ano de 2001**. Brasília, DF: INEP, 2020.

_____. Parecer 3ª Versão. **Diretrizes Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum para a Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica**. 2019. Atualizada em 18/09/19. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação, 2019. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/setembro-2019/124721-texto-referencia-formacao-de-professores/file>>. Acessado em: 09/01/2021.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório Síntese de Área Matemática (Bacharelado/Licenciatura): ENADE 2017**. Brasília. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/educacao-superior/enade/outros-documentos>.

_____. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acessado em: 10/11/21.

_____. Plano Nacional de Educação (PNE). **Plano Nacional de Educação 2014-2024 [recurso eletrônico]**: Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014, que aprova o Plano Nacional de Educação (PNE) e dá outras providências. Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2014. 86 p. (Série legislação; n. 125). Disponível em: <http://www.proec.ufpr.br/download/extensao/2016/creditacao/PNE%202014-2024.pdf>. Acessado em: 07/07/2022.

_____. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar - Gestar II. Disposições Gerais**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=7045-novo-guia-geral-ago2010&category_slug=novembro-2010-pdf&Itemid=30192>. Acessado em: 02/02/2021.

_____. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Saeb: ensino médio: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 127 p.: il.

_____. Ministério da Educação. **Guia Geral do Pró-Letramento**. Brasília, 2007. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Proletr/guiageral.pdf>>. Acessado em: 04/02/2021.

_____. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. 2006. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias/Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. Volume 2. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acessado em: 25/01/2022.

_____. **Constituição da República Federativa do Brasil: texto constitucional promulgado em 5 de outubro de 1988**, com as alterações determinadas pelas Emendas Constitucionais de Revisão nos 1 a 6/94, pelas Emendas Constitucionais nos 1/92 a 91/2016 e pelo Decreto Legislativo no 186/2008. Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2016. 496 p. Disponível em: <https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/518231/CF88_Livro_EC91_2016.pdf>. Acessado em: 25/01/2022.

BREDA, Adriana, FONT, Vicenç; LIMA, Valderez Marina do Rosário. 2015. **A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de Matemática**. JIEEM *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)*, n. 8 (2). p. 1-41. Disponível em: <https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/8814/2/A_nocao_de_idoneidade_didatica_e_seu_uso_na_formacao_de_professores_de_matematica.pdf>. Acessado em: 25/04/2021.

BROUSSEAU, G. **Fondementes e méthodes de la didactique des mathématiques. Recherche en Didactique des Mathématiques**, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BURGER, W.F; SHAUGHNESSY, J.M. 1986. **Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48.

CARPES, Patricia Pujol Goulart. **Conhecimentos Didático-Matemáticos do Professor de Matemática para o Ensino de Números Racionais**. 2019. 265f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática)-Universidade Franciscana, Santa Maria-RS.

COLARES, Beatriz de Souza; SANTA CRUZ, Ricardo Alexandre Rodrigues. **Abordagem intradisciplinar dos temas contemporâneos transversais nas aulas de Educação Física**. *Revista Educação Pública*, v. 21, nº 31, 17 de agosto de 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/31/abordagem-intradisciplinar-dos-temas-contemporaneos-transversais-nas-aulas-de-educacao-fisica>

CROWLEY, Mary L. **O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. IN: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (org.). *Aprendendo e ensinando Geometria*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994 (Obra publicada originalmente em inglês em 1994), p. 1- 20.

D'AMORE, Bruno. **Elementos da Didática da Matemática**. Tradução: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

EVES, Howard. **História da Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. 1992. Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1992.

FAZENDA, Ivani. **O Que é interdisciplinaridade?** São Paulo: Cortez, 2008. Disponível em: <<https://filosoficabiblioteca.files.wordpress.com/2013/11/fazenda-org-o-que-c3a9-interdisciplinaridade.pdf>>. Acessado em: 07/06/2022.

FERNANDES, Flávia Zauli. **Os saberes geométricos dos professores dos anos iniciais: um olhar sobre a prática da sala de aula**. Belo Horizonte, 2016. 195 f. Dissertação (Mestrado)

– Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

GELDOF VAN HIELE, Dina. **The didactics of geometry in the lowest class of secondary school**. 1957. 206 p. Tesis (Doctoral in Mathematics and Natural Sciences) - Universidad de Utrecht, Utrecht, Traducción al inglés en Fuys, 1984. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED287697.pdf>. Acessado em: 02/05/2020.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. **Um enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática**. 2008. ACTA Scientiae: Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas /Universidade Luterana do Brasil. – Vol. 1, n. 1 (jan./jun. 1999). Canoas: Ed. ULBRA, 1999 (2008). Versão ampliada e revisada em 9 de março de 2008.

GODINO, Juan Díaz. **Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas**. UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, pp. 13-31, 2009. Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf. Acessado em: 18/07/2022.

_____, Juan Díaz; BATANERO, Carmen. **Formación de profesores de Matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica**. 2009. Versão ampliada da Conferência Convidada da VI CIBEM, Puerto Montt (Chile), 4-9 de janeiro de 2009. Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/eos/fprofesores_reflexion_guiada_22dic08.pdf. Acessado em: 31/03/2021.

_____, Juan Díaz. **Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas**. 2011. In: XIII CIAEM – IACME. Anais. Recife, 2011. Disponível em: https://ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf. Acesso em: 10 jun, 2014.

_____, Juan Díaz. **Contribuições à Pesquisa da Didática da Matemática como Disciplina Científica**. 2012. Em A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, MC Penalva, FJ García e L. Ordóñez (Eds.), Pesquisa em Educação Matemática XVI (pp. 49 - 68). Jaen: SEIEM XVI. Simpósio SEIEM. Seminário de Pesquisa. Contribuições à Pesquisa da Didática da Matemática como Disciplina Científica. Baeza, 20 a 22 de setembro de 2012

_____, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; RIVAS, Hernán e ARTEAGA, Pedro. **Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las Matemáticas**. 2013. REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v. 08, n.1, p. 46-74, 2013. Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_REVEMAT_2013.pdf. Acessado em: 31/03/2021.

_____, Juan Díaz; GIACOMONE, Belén; BATANERO, Carmen, FONT, Vicenç. **Enfoque Ontossemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas**. 2017. Bolema, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 90 - 113, abr. 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/jQy8nXFVBd9wPYY5R38JFYw/?format=pdf>. Acessado em: 25/04/2021.

GAUTHIER, Clermont; MARTINEAU, Stéphani; DESBLENS, Jean-François; MALO, Annie; SIMARD, Denis. Tradução Francisco Pereira. **Por uma teoria da pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente** - Coleção Fronteiras da Educação. Ijuí: Ed. UNIJUÍ, 2013.

GRANDO, Regina Célia (2009). **Investigações geométricas na formação de professores que ensinam matemática**. In: Educação, Matemática, Leitura e Escrita – Armadilhas e Utopias. LOPES, Espasandin Celi, NACARATO, Adair Mendes (Orgs.) Campinas, SP. Mercado das Letras, 2009 (Série Educação Matemática).

HOFFER, A. **Geometria é mais que prova**. Tradução de Antonio Carlos Brolezzi. Mathematics Teacher, NCTM, v. 74, p. 11-18, jan. 1981.

IBGE-Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Censo Brasileiro**. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/educacao/25089-censo-1991-6.html?edicao=25090&t=publicacoes>. Acessado em: 17/08/2020.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. São Paulo: Cortez, 2011.

JAIME, Adela; GUTIÉRREZ, Angel. **A model of test design to assess the van Hiele levels**. Conference: 18th International Conference for the P.M.E. Lisbon, Portugal. Volume: 3, 41-48, julho, 1994.

KALEFF, Ana Maria; HENRIQUES, Almir de Souza; REI, Duke Monteiro; FIGUEIREDO, Luiz Guilherme. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de van Hiele**. Revista Bolema, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994, ISBN 978-85-89082-23-5.

KAIBER, Carmen Teresa; LEMOS, Andrielly Viana; PINO-FAN, Luis R. **Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS): um panorama das pesquisas na América Latina**. 2017. Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS): Perspectivas da Educação Matemática, volume 10, número 23 - 2017, ISSN 2359-2842. Págs. 531-552.

LARIOS, Victor; FONTE, Vicenç; SPINDOLA, Patrícia; SOSA, Carmen; GIMENEZ, Joaquin (2012). **El perfil del docente de Matemáticas**. Em Eureka, 27, 17-36.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista**. 1995. Blumenau: SBEM, Ano III, n. 4, 1995.

LEMOS, Andrielly Viana; KAIBER, Carmen Teresa 2016. **A noção de ângulo: uma análise epistêmica e cognitiva**. XII Encontro Nacional de Educação Matemática-Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, São Paulo, 2016. Disponível em: http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6584_3567_ID.pdf. Acessado em: 29/03/2021.

MEIRELLES, Elisa. **Como organizar uma sequência didática?** Publicado em Nova Escola, Edição 269, 01 de Fevereiro de 2014. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/1493/como-organizar-sequencias-didaticas>. Acessado em: 10/05/21.

NACARATO, Adair Mendes (2007). **O Ensino de Geometria Nas Series Iniciais**. IN: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte - MG.

NASSER, Lilian; TINOCO, Lúcia. **Curso básico de geometria - enfoque didático**. 1ªed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011.

NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide F. Parracho. **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. 3. ed. rev. Rio de Janeiro: Projeto Fundação IM/UFRJ, 2017.

NOGUEIRA, Isabel Cláudia; NETO, Teresa Bixirão. 2017. **Indicadores de idoneidade didática em contexto de formação inicial de professores: o caso da Ana**. In L. Menezes, A. Ribeiro, H. Gomes, A. P. Martins, F. Tavares & H. Pinto (Eds.), Atas do XXVIII Seminário de Investigação em Educação Matemática (pp. 142- 153). Viseu: Associação de Professores de Matemática. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/322197176> **Indicadores de idoneidade didática em contexto de formação inicial de professores o caso da Ana**. Acessado em: 29/03/2021.

NOGUEIRA, Isabel Cláudia; FERNÁNDEZ BLANCO, Teresa; RODRÍGUEZ VIVERO, Dolores. Análise **Ontossemiótica de processos de instrução matemática - um exemplo no Ensino Básico**. Revista Saber & Educar, [S.l.], n. 20, p. 174-187, dez. 2015. ISSN 1647-2144. Disponível em: <http://revista.esepf.pt/index.php/sabereducar/article/view/188> DOI: <http://dx.doi.org/10.17346/se.vol20.188>. Acessado em: 07/07/2022.

NÓVOA, António. **Histórias de vida: perspectiva metodológica**. In: NÓVOA, A. (Org.). **Vidas de professores**. Porto: Porto Editora, 1992.

_____, António. **Formação de professores e profissão docente**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. ISBN 972-20-1008-5. pp. 13-33. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4758/1/FPPD_A_Novoa.pdf. Acessado em: 18/01/2021.

ONU. **Transformando Nosso Mundo: A Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável**. 2016. Disponível em: https://www.mds.gov.br/webarquivos/publicacao/Brasil_Amigo_Pesso_Idosa/Agenda2030.pdf. Acessado em: 16/06/2022.

PALESTRA PARA PROFESSORES. **Quanto tempo uma pessoa presta atenção? Descubra a Ciência por trás da atenção**. Disponível em: <https://palestraparaprofessores.com.br/palestras/quanto-tempo-uma-pessoa-presta-atencao/>. Acessado em: 07/07/2022.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências**. 1993. Zetetiké, Ano 1, número 1, CEMPEM/F.E.UNICAMP, 1993, PP.7-17, Março de 1993. Disponível em: <http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=29>. Acesso em: 20/05/10.

_____, Regina Maria. **O abandono de ensino de geometria: uma visão histórica**. 1989. 196f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de

Educação, Campinas, SP. Disponível em:

<<http://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/45263>>. Acessado em: 19/01/22.

PASSOS, Cármen Lúcia B. **Que Geometria acontece na sala de aula?** 2005. In: MIZUKAMI, Maria da Graça N., REALI, Aline Maria M. R. Processos formativos da docência: conteúdos e práticas. São Carlos: EDUFSCar, 2005, pp. 16-44.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para uma nova profissão.** In Pátio. Revista Pedagógica. 2001. Porto Alegre, n° 17, Maio-Julho, pp. 8-12. Disponível em: http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_2001/2001_23.html#Head4. Acessado em: 27/06/2022.

PINO-FAN, Luís Roberto; GODINO, Juan Díaz. **Perspectiva estendida do conhecimento didático-matemático do professor.** 2015. Paradygma, Maracay, v. 36, n. 1, p. 87-109, jun. 2015. Disponível em: <http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid-S1011-22512015000100007&lng=en&nrm-iso>. Acessado em: 24/03/2021.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico.** 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013. 277p.

REIS, Regina Sallete Fernandes. **A Geometria na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2016. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2016.

SILVA, José Fernandes da; PIETROPAOLO, Ruy; FONT, Vicenç Moll. **Relações entre conhecimentos e competências na formação inicial de professores de Matemática.** Em Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 29 (pp. 861-867), 2016. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/311867925_Silva_J_F_Pietropaolo_R_Font_V_2016_Relacoes_entre_conhecimentos_e_competencias_na_formacao_inicial_de_professores_de_matematica_En_Acta_Latinoamericana_de_Matematica_Educativa_29_pp_861-867_Mexico_Co>. Acessado em: 04/04/2022.

SOARES, Maria Elaine dos Santos; KAIBER, Carmen Teresa. **Conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais: uma análise sob a perspectiva do enfoque ontosemiótico.** 2016. Revista: Acta Scientiae, Canoas, v.18, n. 2, maio/ago. 2016, p. 435-455.

SOUZA, Eliane Santana; BULOS, Adriana Mascarenhas Mattos (2011). **A ausência da geometria na formação dos professores de Matemática: causas e consequências.** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. Disponível em: <https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1433/1073>. Acessado em: 19/01/22.

SOUZA, Eliane Kiss de. **Formação continuada de professores na área da Matemática inicial.** 2014. 173 f. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação), Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, 2014.

SHULMAN, Lee, **Knowledge and Teaching Foundations of the New Reform**, a Harvard Educational Review, v. 57, n. 1, p. 1-22, primavera 1987 (Copyright by the President and Fellows of Harvard College). Traduzido e publicado com autorização. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano. Disponível em: <<https://www2.uepg.br/programa-des/wp-content/uploads/sites/32/2019/08/SHULMANN-sobre-ENSINO.pdf>>. Acessado em: 06/03/2021.

_____, Lee. **Those Who Understand: knowledge growth in teaching. Education Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986. Disponível em: <http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman_1986.pdf>. Acessado em: 06/03/2021.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ; Maria Ignez; GONÇALVES, Fernanda Anaia; GOMES, Lígia, Baptista; VIDIGAL, Sônia Maria Pereira. Coleção Mathemoteca. **Materiais Manipulativos para o Ensino de Figuras Planas**. São Paulo: Mathema, 2012.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. Ed. - Petrópolis, RJ: Vozes, 2014. 5ª Reimpressão, 2019.

THIOLLENT, MICHEL. Metodologia da pesquisa-ação. 8. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

_____, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. 2a edição. Petrópolis: Vozes, 2002

UNICEF BRASIL; INSTITUTO CLARO E CENPEC. **Enfrentamento da cultura do fracasso escolar: Um estudo sobre o impacto da reprovação escolar, do abandono escolar e da distorção idade-série em meninas e meninos brasileiros**, janeiro, 2021. Disponível em: <<https://www.unicef.org/brazil/relatorios/enfrentamento-da-cultura-do-fracasso-escolar>>. Acessado em: 11/04/2022.

USISKIN, Zalman. **Van Hiele levels and Achievement in Secondary School Geometry**. 1982. Final report of the CDASSG Project. Chicago: Univ. of Chicago.

VAN HIELE, Pierre Marie. **El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría)**. 1957. 151 f. Tese (Doctoral in Matemáticas y Ciencias Naturales) - Universidad de Utrecht, Utrecht. Traducción al español para el proyecto de investigación Gutiérrez y otros, 1991. No publicada. Disponível em: <https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprenggeom/archivos2/VanHiele57.pdf>. Acessado em: 02/05/2020.

_____, P. M. **Structure and insight: a theory of mathematics education**. New York: Academic Press, 1986.

VIANNA, Ysmar; VIANNA, Maurício; MEDINA, Bruno; TANAKA, Samara. **Gamification, Inc. como reinventar empresas a partir de jogos**. MJV Press: Rio de Janeiro, 2013, 164 p.

VIEIRA, Norma Sueli Oliveira. **A formação matemática do pedagogo: reflexões sobre o ensino de geometria**. 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

VILLIERS, Michael de. **Algumas reflexões sobre a Teoria de van Hiele**. Revista de Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.12, n.3, pp. 400-431, 2010. Tradução de Celina A. A. P. Abar com permissão do autor, a partir da versão original apresentada no IV Congresso de Professores de Matemática da Sociedade Croata de Matemática, Zagreb, 30 de junho a 02 de julho de 2010. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/emp/article/view/5167/3696>. Acessado em: 05/05/2020.

WIKIPÉDIA. **Von**. Disponível em:

<https://pt.wikipedia.org/wiki/Von#:~:text=Em%20portugu%C3%AAs%20traduz%20como%20%22a,do%20von%20antes%20do%20sobrenome>. Acessado em: 08/07/2022.

ZABALA, Antoni. **Enfoque Globalizador e Pensamento Complexo: uma proposta para o currículo escolar**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

_____, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998

APÊNDICES

APÊNDICE A: PROJETO DO CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO (DEDC), CAMPUS VIII, PAULO AFONSO-BA



TEMA

Formação de Professores de Matemática (Projetos de Aprendizagem em Geometria).

RESUMO

Este curso tem foco na formação didática de professores de Matemática e está estruturado a partir de discussões e reflexões que nortearão a elaboração e aplicação de ‘Projetos de Aprendizagem de Geometria’ aos alunos da Educação Básica. Esta proposta está embasada, principalmente, em dois constructos teóricos: no modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele para orientar a estruturação de sequências de atividades e, o modelo do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática na perspectiva de orientar e analisar os processos de ensino.

Ressalta-se, que os encontros que efetivaram esta formação e os processos de ensino para aplicação de sequências de atividades, se deu nos moldes de aulas remotas, com atividades síncronas e assíncronas. A aplicação das atividades por cada professor cursista, se deu a um grupo de alunos do mesma etapa de ensino da Educação Básica e, isto foi pensado com o intuito de evitar deslocamentos dos pares ou aglomeração de pessoas, o que infringiria as normas estabelecidas pelo poder público de saúde que norteia as regras de prevenção da covid-19 em tempos de pandemia.

PALAVRAS-CHAVE: Formação; Professores; Geometria; Enfoque; Ontossemiótico.

OBJETIVO GERAL

Ofertar uma formação de professores de Matemática na perspectiva de desenvolver ‘Projetos de Aprendizagem em Geometria’ com base no modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e reflexões sobre os processos de ensino mobilizados para a sua

aplicabilidade na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Pesquisar, implementar e selecionar atividades de ensino com abordagens pautadas no sequenciamento dos níveis de compreensão e desenvolvimento do pensamento geométrico propostos por van Hiele, diante de temáticas contempladas por um módulo de ensino de Geometria.
- Estimular aos professores reflexões acerca das metodologias de ensino adaptadas as necessidades de aprendizagens dos alunos, inclusive, nos moldes do ensino remoto e sob a proposição de facilitar a aprendizagem da Geometria ao alunado.
- Discutir os critérios de idoneidade didática que mobilizam os saberes docentes em prol de uma boa adequação didática diante da estruturação dos conhecimentos geométricos, dos recursos e instrução matemática em processos de ensino.
- Refletir sobre a importância da formação de professores no contexto da pesquisa-ação das próprias práticas pedagógicas em sala de aula, na perspectiva de oferta de aulas mais dinâmicas, proveitosas e atrativas aos alunos, inclusive, em tempos de pandemia.

JUSTIFICATIVA

Este projeto fomenta ações investigativas em contextos de formação de professores de Matemática, na busca de disseminar o conhecimento produzido na universidade às mais diversas comunidades pauloafonsinas e cidades do entorno e, conseqüentemente, implementando novas formas de ensinar e de aprender Geometria. Estas atuações assumem grande importância no contexto do ensino da Geometria e, também, no contexto atual, pois, evidenciam atenção às propostas de minimizar, senão, sanar as problemáticas e dificuldades do ensino causadas pela pandemia da covid-19, especificamente, no âmbito da Educação Básica.

Analisando esta complexidade acredita-se que este projeto equacionará contribuições relevantes diante das reflexões propostas sobre as metodologias de ensino, o planejamento e a possibilidade de implementações de planos de aulas/projetos embasados nos constructos teóricos do modelo de van Hiele e do EOS e, para tanto, busca-se efetividade na solução dos problemas que englobam as dificuldades dos alunos na aprendizagem da Geometria.

A escolha do formato do curso, com encontros remotos, aulas síncronas e assíncronas e utilização da sala de aula no ambiente virtual de aprendizagem, incidiu mediante fatores que delongam entre a impossibilidade de ter encontros presenciais, a tardança em iniciar o semestre letivo na Universidade do Estado da Bahia e nas escolas públicas de Paulo Afonso e, também, a necessidade pessoal diante das demandas acadêmicas de continuar com os estudos e projeções referentes ao cronograma do componente curricular Tese, ponderando que a formação dos professores não deve ser pausada, mesmo em tempos de pandemia pelo covid-19.

METODOLOGIA

O curso de formação de professores de Matemática apresenta foco na estruturação e aplicação de “Projeto de Aprendizagem em Geometria” e foi implementado com propostas de se fundamentar teórico-metodologicamente aspectos que envolvem os processos de ensino da Geometria, ofertado aos professores de Matemática da Educação Básica, pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB), no campus VIII, na cidade de Paulo Afonso.

Este funciona com uma carga horária de 60 horas, sendo 32 horas de estudos por videoconferências, priorizando reflexões dialógicas e oferta de oficinas com propostas de recursos digitais para implementação das aulas de Geometria e; 28 horas para estruturação das sequências de atividades e aplicação das atividades com os respectivos alunos, ou seja, cumprimento das atividades assíncronas propostas.

Portanto, para o desenvolvimento do projeto de formação docente com viés investigativo evidencia-se algumas ações:

- 1) Estudos dos constructos teóricos do modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele.
- 2) Análise das habilidades descritas na BNCC em relação a abordagem do conteúdo que será trabalhado na série relacionada à elaboração de sequências de atividades sob a perspectiva do modelo de van Hiele.
- 3) Elaboração e aplicação da atividade pré-teste visando detectar as dificuldades do(s) aluno(s) em relação ao conteúdo que irá ser abordado.
- 4) Seleção/separação, elaboração e ou implementação das atividades com abordagens pautadas no sequenciamento dos níveis de compreensão e de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, diante do conteúdo que implementará a sequência de atividades.

- 5) Estruturação do “Projeto de Aprendizagem em Geometria” pelo professor ou grupo de professores para posterior aplicação das atividades com o(s) aluno(s) do ensino Básico.
- 6) Aplicação das atividades que constituem o “Projeto de Aprendizagem de Geometria” ao(s) aluno(s).
- 7) Aplicação da atividade pós-teste, visando análises comparativas diante da perspectiva de possíveis avanços de aprendizagens diante do resultado do pré-teste.
- 8) Análise(s) comparativas dos resultados da(s) atividade(s) pré e pós-teste do aluno(s) com perspectiva de validar ou não as ações intervencionistas através da aplicação da sequência de atividades.
- 9) Análise dos níveis (alto, médio ou baixo) dos critérios de idoneidade didática (através da Figuração do hexágono) comparando as idoneidades correspondentes a um processo de estudo pretendido/programado às idoneidades efetivamente atingidas na realização do projeto de aprendizagem implementado.

Vale ressaltar, que nos encontros por videoconferências e no ambiente virtual de aprendizagem, os professores serão convocados para reflexões sobre os critérios de adequação didática que irão incidir na instrução matemática deles diante da estruturação e aplicação das sequências de atividades. Para tanto, estudar-se-á as temáticas que referenciem as intencionalidades da formação de professores sob a ótica dos constructos teóricos do modelo do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática e; para seleção e implementação das atividades/questões que comporão o todo da sequência de atividades serão abordadas as ideias do modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. E, também, serão trabalhadas algumas oficinas contemplando *softwares*, plataformas e objetos digitais de aprendizagem direcionados para a exploração dos conteúdos de Geometria.

Para tanto, supõe-se a estruturação de um “Projeto de Aprendizagem em Geometria” para cada professor ou grupo de professores do mesma etapa de ensino, ou seja, cada projeto será elaborado de acordo com a fase de ensino que o professor atua e, depois, será aplicado aos estudantes do(s) docente(s), na perspectiva de realizar-se as devidas análises investigativas do grau de operacionalização de cada critério de adequação didática executado pelo professor na sua prática e, com estes resultados serão realizadas análises que validarão ou não o desenvolvimento desta proposta diante de possíveis avanços do nível de pensamento geométrico dos discentes, através de análises comparativas dos resultados do pré e pós-testes.

RESULTADOS ESPERADOS

- 1) Oferta de um curso de formação didática para professores de Matemática com uma carga horária de 60 horas (32 horas com estudos por videoconferências e 28 horas para realização dos trabalhos com os alunos e cumprimento das atividades no ambiente virtual de aprendizagem).
- 2) Planejamento de um “Projeto de Aprendizagem em Geometria” para cada professor ou grupo de professores da mesma etapa de ensino, ou seja, uma proposta de ensino de Geometria, elaborado de acordo com cada fase de ensino e cujas atividades serão embasadas nas ideias do modelo de van Hiele.
- 3) Avanços diante das estratégias de ensino e de êxitos na aprendizagem da Geometria, pelos alunos, primando-se por explanação de conteúdos de forma mais efetiva e com significado, embasados nas reflexões dos critérios de adequação didática do EOS, com o intuito de propor formas inovadoras de aprender e, conseqüentemente, ensinar Matemática aos alunos da Educação Básica.
- 4) Os resultados desse trabalho servirão de base para reflexões sobre as distintas maneiras de como ensinar e aprender Matemática, especificamente, tópicos de Geometria na Educação Básica, o que atualmente é objeto de estudo desta pesquisa.
- 5) Compreensão da importância da estruturação, implementação e aplicação da sequência de atividades e análises da aprendizagem do alunado.
- 6) Aquisição de saberes didáticos pedagógicos relacionados a prática da docência, utilizando-se de estratégias de ensino que fomentam aulas remotas de professores que ensinam Matemática em tempos de pandemia.

REFERÊNCIAS

- GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; RIVAS, Hernán e ARTEAGA, Pedro. **Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas.** (2013). REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v. 08, n.1, p. 46-74, 2013. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/255729553_Componentes_e_indicadores_de_idoneidad_de_programas_de_formacion_de_profesores_en_didactica_de_las_matematicas>. Acessado em: 31/03/2021.
- GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen. **Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica.** (2009). Versão ampliada da Conferência Convidada da VI CIBEM, Puerto Montt (Chile), 4-9 de janeiro de 2009. Disponível em: <Microsoft Word - fprofesores_reflexion_guiada_22dic08 (ugr.es)>. Acessado em: 31/03/2021.
- PINO-FAN, Luis Roberto; GODINO, Juan Díaz. **Perspectiva estendida do conhecimento didático-matemático do professor.** (2015). Paradygma, Maracay, v. 36, n. 1, p. 87-109, jun. 2015. Disponível em: <http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid-S1011-22512015000100007&lng=en&nrm=iso>. Acessado em: 24/03/2021.

APÊNDICE B: QUESTIONÁRIO



**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA ACADÊMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

Prezado(a) Professor(a),

Este questionário integra um dos instrumentos relacionados a pesquisa da tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática que, através de uma formação de professores objetiva investigar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos referentes ao processo de ensino e de aprendizagem da Geometria junto a um grupo de professores que ensinam Matemática na Educação Básica. O material produzido será usado somente com fim previamente esclarecido.

Agradecendo a atenção dispensada, coloco-me à disposição para maiores esclarecimentos.

Solange Fernandes Maia Pereira

Solange Fernandes Maia Pereira
Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática
PPGECIM/ULBRA-Canoas

PERFIL DO(A) PROFESSOR(A)

1. Seu nome (Opcional)

2. Idade: anos

SOBRE O SABER DA EXPERIÊNCIA DO PROFESSOR

3. Tempo de experiência na docência em Matemática na Educação Básica, inclusive, de Estágio Curricular Obrigatório anos meses

4. Indique, os saberes docentes, em ordem crescente de grau de relevância para implementação das suas aulas, sendo (1) para o mais relevante e (5) para o de menor relevância. (Obs: Você não deve repetir ordem).

- Saberes da experiência como professor e dos apreendidos com os seus pares na escola.
- Saberes dos conteúdos matemáticos apreendidos nos livros didáticos.
- Saberes provenientes dos conteúdos matemáticos mais complexos e aprofundados nos estudados da graduação.
- Saberes pedagógicos do currículo e das inter-relações dos conteúdos matemáticos com outras áreas do conhecimento.
- Saberes da ação docente, de como ensinar reforçando conceitos prévios e construindo novos conceitos.

A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL

5. Em relação a sua formação em nível superior.

Licenciatura em Matemática

Licenciando em Matemática

6. Na sua formação em nível superior, qual o quantitativo de disciplinas destinadas à abordagem do ensino da Matemática:

0

1

2

3

4

5 ou mais

Se você marcou 0 na questão anterior, pode pular a questão 7.

7. Como você avalia a abordagem do ensino da Geometria, por seus professores no curso de graduação, considerando os métodos de como ensinar Geometria?

Excelente

Boa

Razoável

Insuficiente

Péssima

8. Como professor de Matemática em tempos atuais, qual a sua avaliação em relação a abordagem da Geometria em seu curso superior, levando em consideração o currículo e a utilização de materiais didáticos?

Excelente

Boa

Razoável

Insuficiente

Péssima

A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO CONTINUADA

9. Se graduado, qual curso de Pós-Graduação você tem:

Especialização em

Mestrado em

Doutorado em

Não possui curso de pós-graduação.

Outro curso de Especialização em

10. Você participou de alguma oficina ou minicurso ou curso de extensão ou curso de formação continuada na área de ensino da Matemática, nos últimos 5 anos?

Sim

Não

10a) Se sua resposta foi sim, aponte na tabela abaixo os cinco eventos mais relevantes para a sua prática docente, especificando tipo de curso, título, a carga horária e o ano.

Tipo de Curso	Título	Carga horária	Ano
Click			
Click			
Click			

11. Algum destes cursos citados anteriormente relaciona-se, especificamente, a Geometria? Sim Não

11a) Quais?

Tipo de Curso	Título	Carga horária	Ano
Click			
Click			
Click			

A GEOMETRIA NA SUA PRÁTICA DOCENTE

12. Descreva, sucintamente, como você desenvolve normalmente sua aula de matemática quando o conteúdo aplicado é um tópico de Geometria?

13. Como você considera o seu domínio referente ao conteúdo e ao como ensinar Geometria?

Domina Totalmente Domina Parcialmente Domina Pouco Não domina

14. Na sua concepção, “os alunos da Educação Básica apresentam dificuldades na aprendizagem da Geometria”:

Não concordo.

Concordo, porque na formação inicial do professor não se aborda o como ensinar Geometria.

Concordo, porque o professor de Matemática não conhece os conceitos da Geometria com profundidade.

Concordo, porque a Geometria é ensinada na graduação com exageros de formalização e com omissão de particularidades visuais.

Outro. Cite:

15. No planejamento de aulas de Matemática você considera e utiliza indicações:

da Base Nacional Comum Curricular – BNCC

das Orientações Curriculares Municipais

do Livro Didático adotado

dos Descritores da Prova Brasil/Saeb

Em que aspectos?

ASPECTOS MEDIACIONAIS NAS AULAS DE GEOMETRIA

16. Quanto ao uso de materiais manipulativos no ensino da Geometria,

Desenvolvo estes materiais e utilizo sempre que possível.

A escola possui esses materiais já prontos e EU UTILIZO porque

A escola possui esses materiais, porém, EU NÃO UTILIZO porque

A escola não possui estes materiais prontos e eu não desenvolvo porque

17. Objetos digitais de aprendizagem que você utiliza normalmente nas aulas de

Geometria. Numere de acordo com o grau de utilização, sendo (1) para o que mais você utiliza e (5) para o que menos você utiliza.

- Softwares de Geometria Dinâmica
- Simuladores interativos
- Plataformas digitais de jogos
- Jogos criados no Power Point
- Outro(s). Qual(is)

CONCEPÇÕES DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

18. Na sua concepção porque há evasão nos cursos de formação de professores:

- O professor não tem interesse.
- A escola não libera o professor.
- Os assuntos abordados destoam da necessidade real do docente.
- Os cursos de formação não abordam o como ensinar.
- Outro(s) motivo

19. Na sua concepção quais são os pontos fortes e os pontos frágeis identificados nos processos de formação continuada de professores que você já participou.

Pontos fortes

Pontos frágeis

Gratidão pela sua participação!

APÊNDICE C: MODELO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA

Escola Campo: AAAA Professor Supervisor: Tuuuuuu Professor Estagiário: Euuuuu			Ensino Médio Série/Turma: 1º Ano, Turma A Nº de Aulas Semanais: 4 h/a (2 h/a)		
Objetos do Conhecimento Assuntos Abordados/O que será ensinado?		__Aaaa			
PROCESSOS DIDÁTICOS					
Período Nº de Aulas para atender a habilidade	Objetivos		Metodologia Técnicas Estratégias Didáticas do como fazer?	Recursos O que preciso organizar para atender a proposta desta SD?	Avaliação Como avaliar o aluno?
	Habilidades da BNCC O que é preciso para o aluno ser competente na habilidade EM13MAT101?	Descritores Saeb/Prova Brasil O que o aluno deve aprender para ser competente na habilidade EM13MAT101?			
01 a 05/12/2020 08 h/a /Turma	EM13MAT101- Aaa EM13MAT102- Bbbb EM13MAT13- Cccc	D34 – Aaa D35 – Bbb	_Aprendizagem Baseada em Problemas, _Gamificação, _Sala de Aula Invertida. _Apresentação dos slides como guia da aula. _Discussões Coletivas.	_Lista de atividades no <i>Google Forms</i> ou no <i>Liveworksheets</i> , _Slides da Aula, _Mesa digital, _Plataforma <i>Meet</i> , _Livro didático, _Software <i>Geogebra</i> , <i>Poly e Wingeom</i> , _Celular/ <i>Notebook</i> , _Plataformas <i>Wordwall</i> , <i>Kahoot</i> , <i>PHET</i> , <i>Coquinhos</i> e outras.	_Interesse, _Participação, _Questionamentos, _Envolvimento com a atividade proposta, _Atividade Avaliativa, Jogos online, _Cumprimento das atividades.

Desenvolvimento

(Os percursos didáticos ou o passo-a-passo de cada aula diante da técnica aplicada)

HABILIDADE EM13MAT101		
Data/Aula	Procedimentos	Recursos
15/07/2021 2 h/a	Generalização do Conteúdo: Tempo: 10 min 1) Aaa 2) Bbbb	Vídeo do Youtube
	Link do Vídeo:	
	Aula expositiva, comentada e participativa - Tempo: 20 min 1) Aaa 2) Bbbb	Slides de Apresentação
	Link da Apresentação da Aula:	
	Exercitação - Tempo: 10 min 1) Aaa 2) Bbbb	Plataforma Wordwall
	Link do objeto:	
17/07/2021 2 h/a	Exercitação: Tirando dúvidas - Tempo: 10 min 1) Aaa 2) Bbbb	Livro Didático
	Link da Atividade Proposta:	
	Exercitação: Atividade em trio - Tempo: 20 min 1) Aaa 2) Bbbb	Lista de Exercícios
	Link da Apresentação da Aula:	
	Socialização - Tempo: 10 min 1) Aaa 2) Bbbb	Mural Interativo
	Link do Mural Virtual:	
HABILIDADE EM13MAT102		
Data/Aula	Procedimentos	Recursos
20/07/2021 2 h/a	Generalização do Conteúdo: Tempo: 10 min 1) Aaa 2) Bbbb	Vídeo do Youtube
	Link do Vídeo:	
	Aula expositiva, comentada e participativa - Tempo: 20 min 1) Aaa 2) Bbbb	Slides de Apresentação
	Link da Apresentação da Aula:	
	Exercitação - Tempo: 10 min 1) Aaa 2) Bbbb	Plataforma Wordwall
	Link do Objeto de Aprendizagem:	
23/07/2021 2 h/a	Exercitação: Tirando dúvidas - Tempo: 10 min 1) Aaa 2) Bbbb	Livro Didático
	Link da atividade Proposta:	
	Exercitação: Atividade em trio - Tempo: 20 min 1) Aaa 2) Bbbb	Lista de Exercícios
	Link da Apresentação da Aula:	
	Socialização - Tempo: 10 min 1) Aaa	Mural Interativo

	2) Bbbb	
	Link do Mural Virtual:	
HABILIDADES EM13MAT103		
Data/Aula	Procedimentos	Recursos
25/07/2021 2 h/a	Generalização do Conteúdo: Tempo: 10 min Aaa 3) Bbbb	Vídeo do Youtube
	Link do Vídeo:	
	Aula expositiva, comentada e participativa - Tempo: 20 min 1) Aaa 2) Bbbb	Slides de Apresentação
	Link da Apresentação da Aula:	
	Exercitação - Tempo: 10 min 1) Aaa 2) Bbbb	Plataforma Wordwall
	Link do Objeto de Aprendizagem	

REFLEXÕES DOCENTES (da aplicação da SD)

- a) Dificuldades enfrentadas ou apresentadas pelos alunos?
<Aaaaaa>
- b) O que devo rever para melhorar a qualidade da aula/o que não deu certo?
<Aaaaaa>.
- c) O que foi assertivo (e repetirei!)?
<Aaaaaa>.

REFLEXÕES DIDÁTICAS

Tabela 1 - Número de Acertos dos Pré e Pós-Teste aplicados aos alunos

NÍVEL	PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE	
	Valor Absoluto	Valor Relativo (%)	Valor Absoluto	Valor Relativo (%)
Nível 0	3	25%	0	0%
Nível 1	7	58%	1	8,30%
Nível 2	2	17%	8	66,70%
Nível 3	0	0%	3	25%
TOTAL	12	100%	12	100%

Fonte: Elaborado pelos autores, 2021

<Aqui, com no mínimo 5 parágrafos com 5-7 linhas cada, você vai escrever um mini Relato de Experiência sobre a aplicação da SD:


ANEXOS devem ser posicionados ao longo da SD e logo após a ação

<Você deve colocar o link do Modelo do Pré e Pós-teste, das Atividades propostas, Jogos etc>.

REFERÊNCIAS (da SD)

<Fontes de pesquisa utilizadas para o planejamento da SD de acordo com a ABNT>.

APÊNDICE D: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO DO PROFESSOR

 <p style="text-align: center;">UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO (DEDC) CAMPUS VIII COLEGIADO DE MATEMÁTICA</p>	
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	
ESTA PESQUISA SEGUIRÁ OS CRITÉRIOS DA ÉTICA EM PESQUISA COM SERES HUMANOS CONFORME RESOLUÇÃO Nº 466/12 DO CONSELHO NACIONAL DE SAÚDE	
I - DADOS DE IDENTIFICAÇÃO	
Nome:	
Documento de Identidade Nº:	
Sexo:	
Data de Nascimento:	
Endereço:	
Bairro:	
Complemento	
Cidade / UF:	
CEP:	
Telefone Celular:	
Email:	
II - DADOS SOBRE A PESQUISA CIENTÍFICA:	
<p>1. TÍTULO DO PROTOCOLO DE PESQUISA: Investigando sob a perspectiva dos critérios de adequação didática na formação continuada de professores que ensinam Matemática.</p> <p>2. PESQUISADOR(A) RESPONSÁVEL: Solange Fernandes Maia Pereira.</p> <p>Cargo/Função: Professora Efetiva da UNEB Campus VIII.</p>	
<p>Se o senhor(a) professor(a) foi convidado a preencher este termo é fato que está participando do curso de formação de professores “Projetos de Aprendizagem em Geometria” que será ministrado pela pesquisadora através da Universidade do Estado da Bahia e da Universidade Luterana do Brasil.</p> <p>Neste caso, o(a) senhor(a) está sendo convidado(a) à participar da pesquisa: O ensino da Geometria na Educação Básica: Uma investigação com professores e futuros professores de Matemática, de responsabilidade da pesquisadora Solange Fernandes Maia Pereira, docente da Universidade do Estado da Bahia, Campus VIII e doutoranda da Universidade Luterana do Brasil, que tem como objetivo investigar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos referentes ao processo de ensino da Geometria junto a um grupo de professores da Educação Básica, a partir de um processo de formação, com proposta de estruturação e aplicação do “Projeto de Aprendizagem em Geometria” sob a perspectiva do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e, cujas análises se darão sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática.</p> <p>A realização desta formação-pesquisa trará benefícios diante da oferta de um curso de formação com propostas de planejamentos individuais/coletivos de produtos de ensino de Geometria para cada professor ou grupo de professores que ensinem no mesma etapa; promoverá oportunidades aos docentes de participarem de várias oficinas de instrumentalização de objetos de aprendizagem digital; contribuirá propondo reflexões diante da aplicabilidade de estratégias de ensino para lecionar Geometria aos alunos da Educação Básica, com base no modelo de Hiele; apresentará propostas com bases teóricas de avanços diante do desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos e, por último; os resultados deste trabalho servirão de base para meditações sobre as distintas maneiras de como se ensinar e aprender Geometria, o que atualmente é objeto de estudo desta pesquisa.</p> <p>Diante do aceite, o senhor(a) professor(a) deverá estar ciente que quando da aplicabilidade da sua proposta de sequência de atividades será submetido(a) a observações in loco na sua sala de aula remota, para análises dos critérios de adequação didática em sua prática docente, pela pesquisadora Solange Fernandes Maia Pereira, do curso de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA-Canoas.</p>	

Para a aplicação das atividades da sequência de atividades ao(s) aluno(s) convidado(s) da Educação Básica, as aulas serão ofertadas de forma remota e utilizando-se de objetos de aprendizagem digital e de atividades on-line e, isto foi pensado com o intuito de evitar aglomeração de pessoas, o que infringiria as normas estabelecidas pelo poder público de saúde que norteia as regras de prevenção da Covid-19 em tempos de Pandemia.

Sua participação na pesquisa é voluntária e não haverá nenhum gasto ou remuneração resultante dela e, caso queira o(a) senhor(a) poderá, a qualquer momento, desistir de participar e retirar sua autorização. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição. Os questionários respondidos serão arquivados pela pesquisadora por um prazo de 5 anos e, após este tempo, serão destruídos. Garantimos que sua identidade será tratada com sigilo e, portanto, o sr(a) não será identificado(a).

Quaisquer dúvidas que o(a) senhor(a) apresentar serão esclarecidas pela pesquisadora e o senhor(a) caso queira poderá entrar em contato também com o Comitê de ética da Universidade do Estado da Bahia. Esclareço ainda que de acordo com as leis brasileira o senhor(a) tem direito a indenização caso seja prejudicado pela coleta de dados desta pesquisa. O(a) senhor(a) deverá arquivar uma cópia (assinada) deste termo onde consta o contato da pesquisadora, que poderá tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento.

IV. INFORMAÇÕES DE NOMES, ENDEREÇOS E TELEFONES DOS RESPONSÁVEIS PELO ACOMPANHAMENTO DA PESQUISA, PARA CONTATO EM CASO DE DÚVIDAS

Pesquisador(a) responsável: Solange Fernandes Maia Pereira

Endereço: Rua Argélia, Nº 100, Bairro Abel Barbosa.

Telefone: 75 99968 1442,

E-mail: prosolangemaia@yahoo.com.br

Comitê de Ética em Pesquisa- CEP/UNEB Avenida Engenheiro Oscar Pontes s/n, antigo prédio da Petrobras 2º andar, sala 23, Água de Meninos, Salvador- BA. CEP: 40460-120. Tel.: (71) 3312-3420, (71) 3312-5057, (71) 3312-3393 ramal 250, e-mail: cepuneb@uneb.br

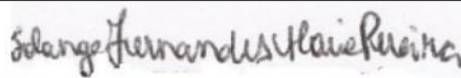
Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP- End: SRTV 701, Via W 5 Norte, lote D - Edifício PO 700, 3º andar – Asa Norte CEP: 70719-040, Brasília-DF

V. CONSENTIMENTO PÓS-ESCLARECIDO

Após ter sido devidamente esclarecido pela pesquisadora sobre os objetivos, benefícios e riscos quanto a minha participação na pesquisa “Investigando sob a perspectiva dos critérios de adequação didática na formação continuada de professores que ensinam Matemática”, e ter entendido o que me foi explicado, concordo em participar sob livre e espontânea vontade, como voluntário e consinto que os resultados obtidos sejam apresentados e publicados em eventos e artigos científicos desde que a minha identificação não seja realizada. Assinarei este documento e enviarei uma cópia digital para a pesquisadora e arquivarei uma cópia para mim.

Assinatura do participante da pesquisa

Você pode copiar e colar a figura da assinatura/Assinatura digital

Nome da orientadora e da orientanda	Assinaturas
Solange Fernandes Maia Pereira	
Carmen Teresa Kaiber	