

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA**



**O GPS COMO INSTRUMENTO DIDÁTICO AUXILIAR NO**  
**PROCESSO DE SIGNIFICAÇÃO CONCEITUAL NO ENSINO**  
**DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

**NILRA JANE FILGUEIRA BEZERRA**  
**ORIENTADOR: DR. LUIZ SÍLVIO SCARTAZZINI**  
**CO-ORIENTADOR: DR. CHATEAUBRIAND NUNES AMANCIO**

**NILRA JANE FILGUEIRA BEZERRA**

**O GPS COMO INSTRUMENTO DIDÁTICO AUXILIAR NO  
PROCESSO DE SIGNIFICAÇÃO CONCEITUAL NO ENSINO  
DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil – RS para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Dr. Luiz Silvio Scartazzini  
Co-Orientador: Dr. Chateaubriand Nunes Amancio

Canoas - RS  
2006

## Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

B574g

Bezerra, Nilra Jane Filgueira

O GPS como instrumento didático auxiliar no processo de significação conceitual no ensino da Geometria Analítica. / Nilra Jane Filgueira Bezerra. - Canoas, 2006. 101 f., il.

Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil. Canoas, 2006.

Orientação: Dr. Luiz Silvio Scartazzini  
Inclui anexos

1. Aprendizagem significativa. 2. Engenharia didática 3. Geometria analítica 4. GPS  
I. Scartazzini, Luiz Silvio II. Título

CDU 514.12

(Bibliotecária responsável: Anneliese Dalmoro – CRB 10/1528)

# **O GPS COMO INSTRUMENTO DIDÁTICO AUXILIAR NO PROCESSO DE SIGNIFICAÇÃO CONCEITUAL NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

POR

**NILRA JANE FILGUEIRA BEZERRA**

Dissertação defendida publicamente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil e aprovada pela seguinte comissão examinadora:

---

Prof. Dr. Lorenzo Moreno Ruiz – Universidad de La Laguna/Espanha

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Carmen Teresa Kaiber – ULBRA

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cláudia Lisete O. Groenwald – ULBRA

---

Prof. Dr. Luiz Sílvio Scartazzini - ULBRA  
(Orientador)

Prof. Dr. Arno Bayer  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e  
Matemática da ULBRA

## *D*edicatória

Ao meu esposo **Eliezio**, pelo amor e dedicação a mim dispensados.

Aos meus filhos **Jannyele**, **Ellijane** e **Caio Bruno**, por entenderem a minha ausência.

À minha mãe **Elza Mesquita**, que sempre reconheceu o grande valor da educação na formação de seus filhos.

# Agradecimento

A **Deus**, que sustentou meus sonhos como rocha e me ajudou nesta conquista.

Ao meu esposo **Eliezio** e filhos **Jannyele, Ellijane** e **Caio Bruno**, que estavam sempre prontos a compreender minha falta de tempo. Souberam construir diferentes formas de amar para lidarem com as minhas ausências e, desta forma, foram capazes de diminuir meu sentimento de culpa. Nesta longa e saborosa jornada de estudos nosso “time” ficou ainda mais forte, meu muito obrigada! Amo vocês!

A minha mãe **Elza Mesquita**, seu exemplo de vida, sua dedicação e amor fizeram com que eu superasse as minhas fragilidades e tivesse força pra conquistar esse sonho.

A minha irmã **Aldenora Mesquita**, sua dedicação, ajuda e companheirismo me fez admirar ainda mais essa pessoa nota 10, que é você.

A toda minha **família** e **amigos**, por acreditarem em mim e me darem força nos momentos que precisei.

Ao **Governo do Estado de Roraima**, pelo apoio e concessão da bolsa de estudos.

As **Faculdades Cathedral**, pelo incentivo e apoio concedido a mim durante toda a realização deste estudo.

A **Suely Campos**, pela ajuda na concessão de passagens.

Ao meu orientador, Professor Doutor **Luiz Silvio Scartazzini**, que acreditou no meu trabalho, esteve presente em todos os momentos da realização deste estudo e me orientou de forma simples, sábia e competente.

Ao meu co-orientador, Professor Doutor **Chateaubriand Nunes Amâncio**, que dedicou horas de seu tempo nas orientações e despertou em mim através das indicações de leituras um grande amor pela Educação Matemática, agradeço a ele principalmente por ter assumido a orientação com a pesquisa em andamento.

Ao **Daniel da Silveira Rampon**, Secretário do PPGEICIM, sua gentileza, presteza e dedicação fazem de você uma pessoa especial.

Aos meus **Professores** e **Colegas** do mestrado, pelos ensinamentos e amizade. Meu agradecimento para sempre em minha vida e o reconhecimento pela acolhida no Estado do Rio Grande do Sul.

*"Não há ramo da Matemática, por abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real".*

**Lobachevsky**

## RESUMO

Esta pesquisa investiga se o ensino da Geometria Analítica desenvolvido através de um procedimento metodológico que utiliza o GPS (Global Positioning System) como um recurso pedagógico, resulta em uma aprendizagem significativa. O pressuposto a ser provado foi o fato de que, o ensino da geometria analítica, realizado a partir de dados reais obtidos através do GPS, favorece a aprendizagem, tornando-a significativa para os alunos. O procedimento foi testado com uma turma de 17 alunos, regularmente matriculados no segundo semestre de 2005 no curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Geometria Analítica, da Universidade Luterana do Brasil, em Canoas no Estado do Rio Grande do Sul. Para testar o funcionamento da metodologia foram escolhidos alguns conteúdos da ementa da disciplina. A pesquisa foi realizada segundo a metodologia da Engenharia Didática, durante seis sessões. Para a coleta de dados, além dos registros e observações realizadas na fase experimental, foram utilizados quatro instrumentos: o pré e o pós-teste, outro instrumento objetivando verificar a evidência da aprendizagem significativa e o último instrumento investigando o nível de aceitabilidade da metodologia aplicada. Foram realizadas análises qualitativa e quantitativa dos dados. Os resultados das análises revelaram que a utilização do GPS como um instrumento didático auxiliar no ensino da Geometria Analítica teve boa aceitabilidade pelos sujeitos da pesquisa.

### **Palavras-chave:**

Aprendizagem Significativa, Engenharia Didática, Geometria Analítica, GPS.

## **ABSTRACT**

This research investigates if Analytical Geometry teaching developed through a methodological procedure that uses GPS (Global Positioning System) as a pedagogical resource, results in a significant learning. The estimated one to be proven was the fact of Analytical Geometry teaching, carried through real data from the GPS, favors the learning, becoming it significant for the pupils. The procedure was tested with a group of 17 pupils, regularly registered in the second semester of 2005 in Mathematics course, in Analytical Geometry, at University Luterana do Brasil, in Canoas- RS. For testing the methodology functioning, some contents of the discipline summary had been chosen. The research was carried through according to methodology of Didactic Engineering, during six sessions. For the data collection, besides the registers and comments carried through in the experimental phase, four instruments had been used: the daily pay and the after-test, another objectifying instrument to verify the evidence of the significant learning and the last instrument to investigate the acceptability level of the applied methodology qualitative and quantitative data analyses had been carried through. The analyses results had disclosed that the GPS use as a didactic instrument to assist Analytical Geometry teaching had good acceptability for the citizens of the research.

### **Key-words:**

Significant learning, Didactic Engineering, Analytical Geometry, GPS.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
<b>1 OBJETIVOS.....</b>	<b>21</b>
1.1 GERAL .....	21
1.2 ESPECÍFICOS .....	21
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>22</b>
2.1 REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DA GEOMETRIA	22
2.2 REFLEXÕES SOBRE AS DIFICULDADES E TENDÊNCIAS ATUAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA .....	24
2.2.1 A Educação Matemática e o Ensino da Geometria: características atuais.....	24
2.3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA .....	28
2.3.1 A Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel e o processo de ensino-aprendizagem de Matemática .....	29
2.3.2 A Aprendizagem Significativa em Sala de Aula.....	42
2.4 O GPS: O QUE É E COMO FUNCIONA .....	45
2.4.1 Como o GPS determina e localiza um ponto sobre a superfície terrestre. ....	48
<b>3. METODOLOGIA E INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS.....</b>	<b>52</b>
3.1 TIPO DE PESQUISA.....	52
3.2 A ENGENHARIA DIDÁTICA.....	53
3.2.1 As fases da Engenharia Didática .....	54

3.3 A PESQUISA.....	57
3.2.1 Resumo das Sessões: Descrição da Fase Experimental.....	61
<b>4. ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS (ANÁLISE A POSTERIORI) .....</b>	<b>72</b>
4.1 DO PERFIL DOS SUJEITOS DA PESQUISA.....	72
4.2 DO PRÉ E PÓS-TESTE.....	73
4.3 DA ATIVIDADE .....	77
4.4 SOBRE A AVALIAÇÃO DO PROCEDIMENTO METODOLÓGICO APLICADO ..	80
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>84</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>88</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>91</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ilustração dos três segmentos do GPS.....	47
Figura 2: O segmento espacial do GPS – órbitas em torno da Terra.....	47
Figura 3 : Modelo de GPS de mão, utilizado no presente trabalho. ....	51
Figura 4: Localização do ponto $P_2$ , situado em frente ao prédio 6 da ULBRA .....	62
Figura 5: Localização do ponto $P_3$ , em frente à Capela da ULBRA .....	63
Figura 7: Divisão do polígono em triângulos para cálculo individual das áreas. ....	66
Figura 8: Fração da área do polígono formada pelos pontos $P_1$ , $P_2$ e $P_3$ . ....	67

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Cronograma de Conteúdos .....	58
Tabela 2: Detalhamento das Unidades trabalhadas.....	59
Tabela 3: Cronograma de Atividades – Detalhamento das sessões .....	60
Tabela 4: Percentuais de acertos por questão no Pré e Pós e Teste de Significância de McNemar.....	74
Tabela 5: Teste de Wilcoxon para comparação entre as notas no Pré e no Pós-teste. ....	76
Tabela 6: Estatísticas Descritivas para notas no Pré e Pós-teste. ....	77
Tabela 7: Respostas para o questionário de atividades (Anexo E) .....	78
Tabela 8: Freqüências relativas (%) para as questões de avaliação da proposta.....	80

## INTRODUÇÃO

A Secretaria de Educação Média e Tecnológica do Ministério da Educação (SEMTEC – MEC), em 1999 divulgou os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). Neste documento, são apresentadas, respectivamente, as competências e habilidades necessárias às áreas de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias (englobando a Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Educação Física, Arte e Informática); Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (compostas por Biologia, Física, Química e Matemática); Ciências Humanas e suas Tecnologias (formada por História, Geografia, Sociologia, Antropologia, Política e Filosofia) e também indica as bases legais que regem o Ensino Médio.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM (MEC, 1999), a Matemática deve ser instrumento de raciocínio e linguagem de expressão, espaço de elaboração e compreensão de idéias desenvolvidas em estreita relação com o todo social e cultural, possuindo também uma dimensão histórica, adequando-se de modo a proporcionar o desenvolvimento e promoção do aluno com diferentes interesses e motivações, dando ao aluno condições para a sua inserção no mundo em constantes mudanças e contribuindo para desenvolver capacidades que lhe serão exigidas para viver social e profissionalmente.

Na sua versão final, os PCNEM foram divididos em quatro partes; parte I - Bases Legais; parte II - Linguagens, códigos e suas Tecnologias; parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; parte IV Ciências Humanas e suas Tecnologias. Na parte III, são apresentados os objetivos, relativos à área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. A fim de que o ensino da Matemática possa resultar em aprendizagem real e significativa para os alunos, esse documento (p. 42) traçou como objetivos dessa disciplina levar o aluno a:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas, possibilitando a ele o desenvolvimento de estudos posteriores além de uma formação científica geral;
- Aplicar os conhecimentos matemáticos a situações diversas, de forma a utilizá-los para interpretar a Ciência, nas atividades tecnológicas e cotidianas;
- Utilizar as ferramentas matemáticas para analisar e valorizar as informações oriundas das mais diversas fontes de forma crítica, no que se refere as diversas áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver a capacidade de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar, com confiança, procedimentos de resolução de problemas para compreender conceitos matemáticos;
- Ser capaz de se expressar de forma oral, escrita e graficamente em situações matemáticas, valorizando a precisão da linguagem e das demonstrações em Matemática;
- Estabelecer conexões entre os temas matemáticos e destes com o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança no que se refere às suas capacidades matemáticas, bem como promover o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Tanto este documento quanto outros dessa natureza elaborados pelos Estados, trazem implicitamente uma preocupação crescente com a participação e importância da escola na formação dos indivíduos. Eles buscam selecionar e organizar os conteúdos relativos às diversas áreas do conhecimento, visando à aprendizagem significativa, que leve à integração social, à formação cultural e ao desenvolvimento de habilidades e competências necessárias ao indivíduo.

Não podemos negar o grande valor desses documentos, tanto em nível Estadual como Federal referente ao ensino da Matemática. Contudo, como observou Coll (1996), não basta definir, concretizar e seqüenciar as intenções e objetivos educacionais; é importante estabelecer um plano de ação para alcançar e implementar as intenções e os objetivos propostos, assim como também, avaliar o nível de alcance das intenções e objetivos que guiaram esse processo.

No Brasil, o que se observou foi que, as propostas até então formuladas pelos órgãos responsáveis, não foram de fato implementadas. Vários são os motivos, dentre eles, que consideramos os principais, foram o não envolvimento da comunidade escolar no planejamento das intenções e objetivos e a ausência de um plano que viesse, de forma efetiva, capacitar e conscientizar todos os envolvidos no processo educativo.

Essas propostas têm dado ênfase ao Ensino de Geometria, de Probabilidade, de Estatística, a utilização de situações reais para o ensino dos conteúdos, a mudança do sistema de avaliação e outros tópicos. Mas, isso é pouco. O que precisamos é de uma mudança de postura frente ao ensino da Matemática. Como observou D'Ambrosio (1990, p. 28).

(...) embora haja o desejo de trabalhar com situações "realmente reais", essas não conseguem entrar nas salas de aula, a menos que se mude de atitude com relação à matemática. Mais que tudo, isso é o resultado de uma barreira epistemológica. A dinâmica curricular está presente na sala de aula, mas o currículo de matemática é decidido de forma bastante conservadora, incluindo tópicos que atingiram sua forma final.

Nesse sentido, cabe à escola abrir caminhos para a interação social, a formação cultural e estimular o desenvolvimento das diversas competências e habilidades dos alunos. Ao professor, é conveniente que ele tenha claro que o ensino de conteúdos matemáticos não pode ocorrer alheio a estas questões, ou seja, ele deve buscar estratégias de ensino para desenvolver no aluno as competências necessárias para o entendimento do conteúdo matemático trabalhado.

É necessário, pois, que se defina a natureza e a importância dos conteúdos escolares. Quanto a isso, Coll e outros (2000, p.298) afirmaram que:

Para centrar, desde o princípio, a discussão sobre sua natureza e sua importância deve-se deixar claro que, atualmente, encontramos longe tanto de considerar que uma proposta de conteúdos escolares possa vir a ser um produto historicamente invariável como de considerá-la um elemento da educação do qual se possa prescindir.

Com relação aos conteúdos específicos, é evidente sua importância, porém é imprescindível que sejam questionados quais conteúdos estão sendo ensinados, como estão sendo ensinados e como se verifica a ocorrência da aprendizagem. Coll e outros (2000, p. 299) apontaram que:

A aquisição de conhecimentos na escola ocorre em um contexto social e em um âmbito de relações interpessoais e é garantida graças à mediação de outros. Conseqüentemente, os conteúdos são elementos altamente relevantes, já que constituem o eixo em torno do qual se estruturam as relações mútuas entre professores e alunos e são o elemento cultural mediador do desenvolvimento e da aprendizagem. A seleção de conteúdos é provavelmente mais correta quando é feita levando-se em conta aquilo que o aluno conhece e as aprendizagens nas quais necessita ser ajudado, isto é, se, ao mesmo tempo, considera os que são mais significativos, do ponto de vista do desenvolvimento pessoal, e os que são mais relevantes para estabelecer relações significativas, culturalmente falando, com o de outros no contexto de atividades compartilhadas.

Levando em consideração a relevância do ensino dos conteúdos específicos da matemática, em especial os de Geometria, e as dificuldades que são percebidas no ensino, o presente trabalho buscou apresentar uma proposta de ensino aprendizagem da Geometria Analítica. Utilizamos para isso o GPS<sup>1</sup>, um instrumento tecnológico, como recurso pedagógico nas aulas, a fim de que o aprendiz demonstrasse uma predisposição a aprender e participasse ativamente do processo de aprendizagem, promovendo assim um ensino centrado no aluno, o que é fundamental para facilitar a aprendizagem significativa.

Nossa proposta consistiu em obter as coordenadas cartesianas  $(x, y)$  dos pontos através do GPS e desenvolver tópicos da Geometria Analítica com base em posicionamento geográfico real. Cada assunto abordado dentro da Geometria Analítica pode ser visualizado a partir da posição em que se tomaram os pontos.

A experiência da pesquisadora, como professora no Ensino Médio, possibilitou a compreensão de que, quase sempre, o ensino-aprendizagem da Geometria Analítica é um ensino centrado na transmissão de fórmulas, descontextualizado da realidade e da própria Matemática, em total descompasso com os avanços tecnológicos.

Outro ponto que também deve ser considerado é que o professor, poucas vezes, recorre aos conhecimentos que o estudante já possui. Os professores dificilmente apresentam problemas desafiadores ou problemas ligados a situações interessantes, realistas e de interesse para os estudantes, limitando o ensino às

---

<sup>1</sup> Global Positioning System: No capítulo 2 trataremos sobre o seu conceito, aplicações e descreveremos a forma como este recurso tecnológico foi utilizado na pesquisa.

exposições orais e a resolução de exercícios e problemas na lousa, dando ênfase a aprendizagem mecânica. E isso faz com que o estudante sinta-se desmotivado e pouco inclinado a participar das aulas. Neste sentido cabe ao professor a tarefa de motivar e instigar o aluno, relacionando a Matemática com outras áreas de estudo e identificando, no nosso cotidiano, a presença de conteúdos que são desenvolvidos em sala de aula, priorizando desta forma, a aprendizagem significativa.

Para Ausubel, citado por Moreira (1999, p.13), o aluno aprende significativamente quando pode estabelecer relações substantivas e não arbitrárias entre o que já conhece e o que deve aprender, em contrapartida, a aprendizagem mecânica é aquela que encontra muito pouca ou nenhuma informação prévia na estrutura cognitiva a qual possa relacionar.

Considerando que a aprendizagem significativa seja priorizada em relação à aprendizagem mecânica, a relevância de um ensino que busque a formação significativa dos conceitos, bem como a inquietação que temos no sentido de fazer do ensino da Matemática algo mais real e concreto para o aluno, é que foi formulada a seguinte questão de pesquisa: *O emprego do GPS no ensino da Geometria Analítica pode tornar a aprendizagem mais significativa?*

Com as perspectivas acima delineadas, esta pesquisa apresenta-se assim organizada:

O capítulo I descreve o objetivo geral e os específicos a serem alcançados com a realização da pesquisa.

No capítulo II, intitulado “Referencial Teórico”, são apresentados elementos teóricos sobre: Reflexões a cerca do desenvolvimento histórico da Geometria; Reflexões a cerca das tendências atuais e das dificuldades no ensino da Matemática; Teoria de aprendizagem significativa de Ausubel e o processo de ensino aprendizagem de Matemática; A aprendizagem significativa em sala de aula; O GPS: o que é e como funciona.

No capítulo III são descritos a trajetória da pesquisa, sujeitos, metodologia da Engenharia Didática e os instrumentos que foram utilizados no encaminhamento e execução das fases da investigação.

No capítulo IV são apresentadas a análise e a discussão dos resultados. Primeiramente apresentamos uma análise descritiva de cada instrumento aplicado na pesquisa, seguida de uma análise dos registros, observações e análise estatística dos dados relativos ao desempenho dos alunos e as atitudes em relação ao procedimento aplicado.

Nas “Considerações Finais” são apresentadas as conclusões da pesquisa no que diz respeito à aprendizagem significativa, a aceitabilidade da proposta metodológica pelos alunos, sujeitos da pesquisa, e as contribuições que esta proposta trará ao ensino da Geometria Analítica. Neste capítulo são também apresentadas as recomendações para futuros trabalhos.

## **1 OBJETIVOS**

### **1.1 GERAL**

Investigar se o ensino da Geometria Analítica desenvolvido através de um procedimento metodológico que utiliza o GPS como um recurso didático, resulta em aprendizagem significativa.

### **1.2 ESPECÍFICOS**

- Investigar se o uso das coordenadas obtidas com GPS, no desenvolvimento das aulas de Geometria Analítica, resulta em uma aprendizagem mais significativa;
- Investigar o nível de envolvimento dos estudantes no ensino da Geometria Analítica a partir do uso do GPS como fator de predisposição para a aprendizagem;
- Investigar a influência do emprego do GPS no ensino da Geometria Analítica no processo de aprendizagem;
- Investigar a aceitabilidade do procedimento metodológico pelos alunos participantes da amostra.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DA GEOMETRIA

As primeiras noções geométricas surgiram com a origem da história da Matemática, onde se formaram as noções elementares de geometria.

Segundo Boyer (1996, p. 4), fazer afirmações sobre a origem da geometria é arriscado, pois os primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever. Foi somente nos últimos seis milênios que o homem mostrou-se capaz de colocar seus registros e pensamentos em forma escrita.

Boyer (1996, p. 4), afirma que, para obter informações sobre a pré-história dependemos de interpretações baseadas nos poucos artefatos restantes a partir de documentos que sobreviveram e de evidências fornecidas pela moderna antropologia. Então Heródoto e Aristóteles não quiseram se arriscar a propor origens mais antigas que a civilização egípcia, mas é claro, a geometria que tinham em mente possuía raízes mais antigas.

Heródoto mantinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terra após cada inundação anual no vale do rio. Aristóteles achava que a existência, no Egito, de uma classe sacerdotal com lazeres, é que tinha conduzido ao estudo da geometria (BOYER, 1996, p. 4).

Daí então surgem duas teorias opostas quanto ao surgimento da geometria; uma diz respeito à necessidade prática e a outra a origem se dá no lazer sacerdotal e ritual.

Um marco significativo que manifestou uma grande evolução metodológica e determinou mudanças produtivas nos conceitos sobre o significado da Geometria, foi a Geometria Analítica. Embora a Geometria seja uma ciência dedutiva criada pelos gregos, lhe faltava operacionalidade, sendo que isso só ocorreria mediante a álgebra como princípio unificador.

René Descartes (1596 - 1650) e Pierre de Fermat (1601 - 1665) são responsáveis por esse avanço científico na área da geometria. Ambos vão substituir os pontos de um plano (Euclides) por pares de números, e as curvas, por equações. Assim, o estudo das propriedades das curvas foi substituído pelo estudo das propriedades das equações correspondentes, unificando desta forma a álgebra com a geometria.

Fermat e Descartes traduziram por equações e letras o que os gregos já tinham escritos por palavras e por proposições. Também introduziram o método das coordenadas na geometria. Este artifício teve como imediata consequência a redução dos estudos feitos sobre a resolução gráfica de equações.

Na realidade, podemos dizer que o apogeu da Geometria Analítica foi conseguido por Newton e Leibnitz, através do Cálculo Diferencial e Integral. Esse cálculo não existiria sem a Geometria Analítica. Para alguns historiadores a Geometria Analítica representou a algebrização da Geometria dos gregos.

A Matemática, a cada geração, constrói uma nova história para velhas estruturas. Boyer (1996, p. 231), relata que ela “cresce por acreções, com pouca

necessidade de descartar irrelevâncias”. Assim a Geometria Analítica foi uma abordagem nova para velhas estruturas, expressas na Geometria Euclidiana.

Hoje, ela pouco se assemelha à forma como foi originalmente desenvolvida por Fermat e Descartes, principalmente no que diz respeito ao par de eixos ortogonais, não utilizados por nenhum deles. Entretanto, cada um a seu modo, sabia que a idéia central era associar equações à curvas e superfícies.

Nesse contexto, como já foi citado anteriormente, “na Matemática cada geração constrói uma nova história para velhas estruturas”, entendemos que há uma revolução no sentido Kuhniano; o conhecimento é elaborado por construções sucessivas. O que muda é a forma, que é mutável com o tempo em relação aos diferentes momentos políticos, sociais e culturais.

Sendo assim, acreditamos em uma nova abordagem dada ao conteúdo matemático, de acordo com cada momento específico, gerando desta forma uma nova pesquisa, portanto, segundo Kuhn (1990), tem-se uma mudança de paradigma e, conseqüentemente, uma revolução na Matemática. Essa mudança de paradigma no sentido Kuhniano produz uma Revolução Científica.

## **2.2 REFLEXÕES SOBRE AS DIFICULDADES E TENDÊNCIAS ATUAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA**

### **2.2.1 A Educação Matemática e o Ensino da Geometria: características atuais**

Atualmente, há uma inquietação constante por parte de professores e pesquisadores de Educação Matemática, no que diz respeito a alguns

questionamentos teóricos metodológicos emergentes do processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática e, particularmente, do Ensino da Geometria. Citamos aqui alguns: Como está a Matemática atualmente? Que papel a Matemática desenvolve como disciplina do currículo da escola brasileira em todos os níveis? Qual é a sua função no desenvolvimento tecnológico que perpassa pelo nosso país? Qual é o seu papel na concepção do pensamento humano? Qual é a sua atribuição na formação de professores educadores em Matemática? E no Ensino da Geometria, os questionamentos seriam os mesmos? Que procedimentos os professores estão utilizando a fim de proporcionar ao aluno uma aprendizagem significativa?

As respostas para esta série de indagações são essenciais para o estudo que se pretende desenvolver na presente pesquisa, que focaliza sua atenção no aspecto metodológico, na forma como a Matemática, especificamente o Ensino e Aprendizagem da Geometria Analítica, vem se concretizando em sala de aula.

Delinearemos alguns aspectos embasados na teoria da Aprendizagem Significativa, segundo Ausubel, explicitados no corpo teórico dessa pesquisa e também na Metodologia da Engenharia Didática, desenvolvida para testar um procedimento metodológico no ensino de conceitos da Geometria Analítica, utilizando o GPS. Neste sentido, buscamos responder algumas dessas inquietações, entretanto outras respostas poderão servir a temas futuros em outras pesquisas sobre Educação Matemática.

Ao traçarmos algumas reflexões e inferências a respeito da situação atual do processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática, voltaremos à Antigüidade Clássica, e faremos uma crítica, lançando mão de uma abordagem explicitada por D'Ambrosio (1990):

A Matemática é, desde os gregos, uma disciplina de foco nos sistemas educacionais, e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até os nossos dias como manifestação cultural que se impôs, incontestada, às demais formas. Enquanto nenhuma religião se universalizou, (...), a matemática se universalizou, deslocando todos os demais modos de quantificar de medir, de ordenar, de inferir e servindo de base, se impondo como o modo de pensamento lógico e racional que passou a identificar a própria espécie. Do Homo sapiens se fez recentemente uma transição para o Homo rationalis. Este último é identificado pela sua capacidade de utilizar matemática, uma mesma matemática para toda humanidade e, desde Platão, esse tem sido o filtro utilizado para selecionar lideranças." (D'AMBROSIO, 1990, p.10)

Sobre esse aspecto político da Matemática, enfatizamos as palavras de D'Ambrosio, que enuncia: "A infalibilidade da Matemática transformou-a no mais eficaz instrumento de dominação desde a Grécia antiga. Platão foi um dos primeiros a detectar essa conotação política da Matemática". (D'AMBRÓSIO, 1990, p.8).

Diante dessa abordagem crítica, muito bem salientada por D'Ambrósio, também embasada em vários estudos realizados através de leituras, interpretações e análises de Anais de Congressos, trabalhos de pesquisa e artigos que abordam temas sobre como está o ensino da Matemática no Brasil, é que realizamos algumas reflexões, acerca da situação que atravessa o Ensino da Matemática e da Geometria atualmente. Nossa concepção, diante das análises realizadas, é que o Ensino da Matemática poderia ser redimensionado, utilizando uma abordagem mais contextualizada que objetive ultrapassar os grandes desafios e avanços a que a educação brasileira vem sendo submetida.

Nesse sentido, ao refletirmos sobre Educação Matemática e, mais especificamente, sobre o ensino da Geometria Analítica que, em geral, se efetiva na 3ª série do Ensino Médio, deparamo-nos com uma situação caótica, em que o desenvolvimento dos conceitos se dá pela vertente mecanicista, priorizando a memorização de fórmulas e algoritmos. Desta forma, o raciocínio lógico e espacial, essencial ao pensamento matemático, vem sendo deixado de lado. Acreditamos que é este tipo de pensamento que pode e deve desenvolver a criatividade, o senso crítico e o potencial de resolução de problemas, indispensável ao desenvolvimento cognitivo e afetivo do aluno.

O ensino da Geometria Analítica restringe-se apenas em fazer o aluno copiar e memorizar dezenas de fórmulas, que para ele é quase impossível fazer alguma relação ou uso no seu cotidiano. Assim, estes alunos encontram-se desmotivados e não vêem nenhum sentido no que estudam. É comum a prática dos professores subdividirem os temas em compartimentos estanques, reforçando um ensino mecânico que fica cada vez mais distante de proporcionar, ao aluno, uma aprendizagem significativa.

Caberia, então, aos professores, educadores em Matemática, proporcionar contextos favoráveis para que o ensino se concretize de forma a propiciar uma aprendizagem significativa, em que o aluno possa buscar nos subsunções existentes na sua estrutura cognitiva, meios de relacionar o conhecimento novo aos já existentes, e principalmente despertar no aluno o hábito de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas que valorizam a criatividade e admitam estratégias pessoais de pesquisa. Decidir por este caminho

não é fácil, sendo necessário uma busca e um estudo constante. É um grande desafio para o professor, que deve buscar estratégias que possam contribuir para essa transformação.

Temos que admitir que não é só no ensino da Matemática, mas de uma forma geral, há um descontentamento com a crise que atinge toda a educação escolar. E no que se refere a Matemática, já existe um considerável movimento educacional que trabalha na busca da estruturação de um saber pedagógico voltado para o ensino. Esse movimento se intensifica na medida em que se busca responder aos desafios ora impostos. Pais (2002, p. 11) destaca que:

[...] é somente através de resultados de pesquisa, sobretudo em sala de aula, que se podem indicar propostas pedagógicas com a finalidade de contribuir para uma melhor compreensão do fenômeno da aprendizagem da Matemática e uma conseqüente contribuição para a melhoria do seu ensino.

É no sentido de contribuir para uma qualificação no processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática, particularmente na Geometria Analítica, que apresentamos, nesta pesquisa, uma proposta de ensino que visa utilizar o GPS como um instrumento didático na Geometria Analítica, oferecendo aplicações que são compreensíveis para o aluno.

### **2.3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA**

A presente pesquisa buscou embasamento em diversos autores que tratam sobre Educação Matemática, ressaltando as contribuições da didática no sentido de fornecer referências a esta pesquisa. Pais (2002), esclarece que um dos objetivos da

Educação Matemática é desenvolver no aluno condições de participação de forma autônoma e intelectual no mundo em que vive. Ressalta, também, que o saber escolar é responsável em propiciar tais condições.

No campo teórico, muitas são as teorias que vêm subsidiando os trabalhos em Educação Matemática. Dentre elas, podemos citar a teoria cognitivista de Jean Piaget que, embora não faça parte da fundamentação teórica deste estudo, sabe-se que ela teve amplas repercussões sobre as teorias e as práticas educativas, como a teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud que também pode ser considerada como um excelente aporte teórico nas pesquisas em Matemática.

Entretanto, o nosso estudo versa sob a perspectiva de uma filosofia cognitivista, embasada teoricamente na aprendizagem significativa de Ausubel. Assim, apresentamos algumas das principais contribuições que influem na prática pedagógica atual e que podem ser fundamentadas por essa teoria dentro do campo da Educação Matemática. Além disso, apresentaremos nesta seção algumas idéias sobre a aprendizagem significativa em sala de aula.

### **2.3.1 A Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel e o processo de ensino-aprendizagem de Matemática**

A teoria de aprendizagem significativa de David P. Ausubel salienta, de maneira bem harmoniosa, as relações entre o desenvolvimento, o ensino e a aprendizagem. Esta teoria foi inspirada em duas características importantes na aprendizagem humana: o caráter cognitivo e o caráter aplicativo. Ausubel desenvolveu uma teoria cognitiva voltada para a aprendizagem tal como ela ocorre

na sala de aula. Ele preocupou-se, essencialmente, com o ensino e a aprendizagem que acontecem na sala de aula, no dia-a-dia da maioria das escolas.

Para ele, a aprendizagem significa organizar e integrar o material na estrutura cognitiva, baseando-se na premissa de que existe uma estrutura na qual essa organização e integração se processam, salientando que o fator isolado que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Pozo (1998, p. 209) ressalta que Ausubel desenvolveu uma teoria a respeito da interiorização ou assimilação, através da instrução, dos conceitos verdadeiros, que são construídos a partir de conceitos previamente formados ou "descobertos" pela criança em seu meio.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) dão ênfase à necessidade de se estabelecer a diferença que existe entre a aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta, assim como também a distinção entre aprendizagem significativa e a mecânica, pois acreditam que desta forma possibilita a compreensão dos tipos principais de aprendizagem (mecânica e significativa, formação de conceitos, solução de problemas verbais e não verbais).

Na aprendizagem por recepção, o professor apresenta os conteúdos em sua forma final e acabada, isto é, os alunos não participam do processo de ensino, eles apenas internalizam ou incorporam os conteúdos ensinados de tal forma que possam ser reproduzidos quando necessários. Este tipo de aprendizagem pode ser mecânico ou significativo.

Segundo Ausubel e outros (1980, p. 20):

(...) no caso da aprendizagem receptiva significativa, a tarefa ou matéria potencialmente significativa é compreendida ou tornada significativa durante o processo de internalização. No caso da aprendizagem receptiva automática, a tarefa de aprendizagem não é potencialmente significativa nem se torna significativa no processo de internalização.

Ao contrário disso, na aprendizagem por descoberta, os conteúdos não são apresentados em sua forma final e acabada, devendo ser descobertos pelo aluno que reorganiza o material, descobre relações, leis e conceitos incorporando-os à sua estrutura cognitiva. Entretanto, a aprendizagem por descoberta só será significativa se o conteúdo descoberto ligar-se de maneira não arbitrária à estrutura cognitiva.

Para Coll e outros (1996) a aprendizagem por descoberta assume importância real na Educação Infantil e durante os primeiros anos de escolaridade, sendo de tal forma importante para estabelecer os primeiros conceitos de uma disciplina em qualquer idade.

Na teoria de Ausubel, a aprendizagem significativa é o conceito central, sendo compreendido como um processo através do qual uma nova informação é relacionada a um aspecto relevante já existente na estrutura cognitiva do indivíduo, de modo a ser importante para o novo material a ser aprendido. Desta forma, esse processo irá interagir com a estrutura de conhecimentos específicos, definida por Ausubel como conceitos subsunçores ou apenas "subsunçores" pré-existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Ocorrendo isto os subsunçores vão ficando mais elaborados e mais capazes de ancorar novas informações à medida que a aprendizagem significativa acontece.

No Ensino e Aprendizagem da Geometria Analítica, na 3ª série do Ensino Médio, por exemplo, pode-se dizer que, se o aprendiz já tem na sua estrutura cognitiva o conceito de coordenadas cartesianas no plano, noções de paralelismo, perpendicularismo, entre outros tópicos da Geometria Plana que são estudados na 8ª série do Ensino Fundamental, à medida que ele vai aprender conceitos novos da Geometria Analítica, ele observa que estes novos conceitos dizem respeito ao que ele já aprendeu na Geometria Plana. Nesse caso, o conceito anterior, subsunçor, é modificado pelo processo de ancoragem do novo conceito.

No exemplo citado no parágrafo anterior, percebe-se que se a aprendizagem ocorrer de forma significativa, haverá ampliação do conceito já estabelecido na estrutura cognitiva, e o novo conceito, os estudados na Geometria Analítica, transformar-se-á em um novo subsunçor. Na Matemática, assim como em outras ciências, observamos a necessidade do rigor na formação conceitual, ou seja, na maioria das vezes, a aquisição de um novo conceito depende do que o aluno já sabe, condição que, segundo Ausubel, é de fundamental importância para a ocorrência de uma aprendizagem significativa.

E com relação aos subsunçores, Ausubel recomenda que para ativá-los é necessário o uso de organizadores prévios, que ele define como sendo:

(...) materiais introdutórios apresentados antes do material a ser aprendido em si. Contrariamente a sumários, que são, em geral, apresentados ao mesmo nível de abstração, generalidade e inclusividade, simplesmente destacando certos aspectos do assunto, organizadores são apresentados em nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade. (MOREIRA, 1999, p. 155).

Estes organizadores devem servir de ponte cognitiva entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, de modo que o material possa ser aprendido de forma significativa.

É por esta razão que, na Matemática, assim como em outras disciplinas de qualquer nível escolar, durante o processo de formação de conceitos dos conteúdos programáticos estudados, faz-se necessário atender a uma estrutura de evolução conceitual natural destes conteúdos. Isso acontece porque, na maioria das vezes, esses conceitos formam uma aprendizagem escolar seqüencial, na qual o conhecimento do material que apareceu anteriormente poderá desempenhar o papel de um organizador prévio do material que aparecerá posteriormente nessa cadeia.

Esse rigor na seqüência de conteúdos é necessário para uma completa formação dos conceitos, e que também deve respeitar o desenvolvimento cognitivo do aprendiz.

Ao contrário da aprendizagem significativa, na aprendizagem automática a nova informação tem pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, isto é, ela é armazenada de forma arbitrária, não havendo ligação entre a nova informação e os conceitos subsunçores específicos já existentes na estrutura cognitiva.

No processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática é possível observar os fatores que influenciam para a ocorrência da aprendizagem automática. Por exemplo, um professor de Geometria Espacial, no curso de Licenciatura em

Matemática, que afirma ou demonstra que o volume de um prisma qualquer é dado pelo produto entre a área da base e altura do prisma, e deduz ou apresenta a fórmula e, em seguida (ou num outro momento), passa a resolver um problema que envolve o prisma hexagonal regular, considerando que todos os seus alunos saibam a fórmula que determina a área da base. Neste caso, com um hexágono regular de lado  $l$ , é possível que muitos de seus alunos não lembrem com precisão a fórmula, ou não consigam deduzi-la. Se alguém diz que a área do hexágono regular é dada por  $\frac{3l^2}{2}\sqrt{3}$ , e o aluno a utiliza sem saber sua origem, dar-se-á então uma aprendizagem de forma mecânica, ou seja, sem compreensão de todas as fases necessárias para que ocorra uma aprendizagem significativa sobre o conceito de volume de um prisma regular, cuja base é um hexágono. Neste caso, fica apenas registrada na memória do sujeito a fórmula, sem nenhuma compreensão e, possivelmente, uma aprendizagem apenas através do algoritmo que determina o volume do prisma hexagonal regular.

Ao analisar qual dos tipos de aprendizagem pode ser significativa, Ausubel e outros (1980) defendem que tanto a aprendizagem receptiva como a por descoberta poderá ser significativa para o aluno, dependendo das condições sob as quais ela ocorre. Isto quer dizer que, a aprendizagem por recepção ou por descoberta só será significativa se a nova informação incorporar-se de forma não-arbitrária e não-literal à estrutura cognitiva, caso a nova informação seja relacionada à estrutura cognitiva de uma forma arbitrária, literal, e que não resulte na aquisição de novos significados, a aprendizagem receptiva ou por descoberta será automática.

Sobre a ocorrência da aprendizagem significativa, Ausubel e outros destacam que:

(...) a aprendizagem significativa, ocorre quando a tarefa de aprendizagem implica relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não literal), uma nova informação a outras com as quais o aluno já esteja familiarizado, e quando o aluno adota uma estratégia correspondente para assim proceder. A aprendizagem mecânica, por sua vez, ocorre se a tarefa consistir de associações puramente arbitrárias, como na associação de pares, quebra-cabeça, labirinto, ou aprendizagem de séries e quando falta ao aluno o conhecimento prévio relevante necessário para tornar a tarefa potencialmente significativa, e também (independentemente do potencial significativo contido na tarefa) se o aluno adota uma estratégia apenas para internalizá-la de uma forma arbitrária, literal. (1980, p. 23)

Para que ocorra a aprendizagem significativa são necessárias algumas condições, tais como:

- Que o material de aprendizagem possa ser relacionado e incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz de forma não arbitrária e substantiva. Um material que possua estas características é dito potencialmente significativo;
- O aprendiz deve possuir em sua estrutura cognitiva conceitos e proposições relevantes (subsunoçores adequados) para que possam ser relacionadas com os novos conhecimentos;
- O aprendiz deve manifestar uma predisposição para a aprendizagem significativa, uma atitude positiva, sendo que fatores como atenção e motivação são indispensáveis.

Estes mesmos autores (1980, p.133) salientam que “(...) a relação específica, substantiva e não literal entre o conteúdo da nova informação e o

conhecimento pré-existente depende da experiência anterior e da disposição do aluno no momento da aprendizagem”.

De acordo com eles, o produto ou processo de aprendizagem será mecânico e sem significado se o aprendiz tiver o propósito de memorizar o material de aprendizagem de forma arbitrária e literal, não se preocupando o quanto este seja logicamente significativo, ou o quanto uma determinada proposição seja potencialmente significativa; do mesmo modo, se o aprendiz manifestar disposição para a aprendizagem significativa, mas a tarefa de aprendizagem não for potencialmente significativa, ou seja, não puder ser incorporada a estrutura cognitiva do sujeito de forma não arbitrária e substantiva, o que irá ocorrer é um processo de incorporação mecânica.

Quanto às evidências da aprendizagem significativa, o próprio Ausubel diz que nem sempre é fácil demonstrar e que a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica no domínio de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis, porém é possível testar se houve realmente este tipo de aprendizagem.

(...) testar tal conhecimento, pedindo ao indivíduo que relate os atributos essenciais de um conceito ou os elementos essenciais de uma proposição, ele poderá apenas responder verbalizações memorizadas mecanicamente. Portanto, os testes de compreensão devem, no mínimo, ser apresentados num contexto um pouco diferente daquele em que o material de aprendizagem foi originalmente encontrado. (AUSUBEL et al, 1980, p. 122).

Ausubel afirma também que a única maneira de garantir se os estudantes compreendem significativamente as idéias que são capazes de verbalizar é a solução criativa de problemas. Mas ressalta que temos que tomar bastante cuidado para “não cairmos numa armadilha”. Podemos garantir que a solução de problemas

é um método válido e prático para analisar a compreensão significativa das idéias, porém não podemos afirmar que o aluno incapaz de resolver problemas não compreenda necessariamente, mas apenas tenha memorizado mecanicamente, os princípios propostos por estes problemas.

Esses cuidados, segundo Ausubel e outros (1980, p. 122), se devem ao fato de que a solução de problemas bem sucedidos envolve outros fatores, tais como: raciocínio, flexibilidade, improvisação, sensibilidade de problema e astúcia tática para poder compreender os princípios subjacentes. Portanto, o fracasso na solução de problemas pode acontecer por conta destes fatores e não por falta da compreensão real.

Na perspectiva de avaliar a evidência de aprendizagem significativa, na presente pesquisa utilizamos uma atividade de avaliação, o (Anexo E), composto por sete problemas, onde testamos a compreensão significativa das idéias que trabalhamos. Nestes problemas os alunos iniciaram com a tomada dos pontos utilizando o GPS e a partir da localização destes pontos no plano cartesiano eles desenvolveram raciocínio e idéias a fim de solucionar todas as questões subseqüentes.

Segundo Ausubel e outros (1980, p. 39) existem três tipos básicos de aprendizagem significativa: representacional, de conceitos e proposicional. Destes três tipos de aprendizagem significativa a representacional é a mais básica e que condiciona todas as outras, pois de acordo com o autor "(...) implica em aprender o

significado de símbolos particulares (de um modo geral, palavras) ou aprender o que eles representam”.

Na Matemática, podemos explicar como exemplo que temos símbolos e convenções compartilhadas no mundo inteiro, cada um relacionando ou representando alguma coisa do nosso mundo físico ou do mundo das idéias matemáticas. Mas, quando uma criança está no seu estágio primário de desenvolvimento o que os símbolos matemáticos representam ou significam é algo totalmente desconhecido para ela. Após ter contato com o ensino formal e contextualizado no ambiente escolar, essa criança começa a aprender o que significa cada símbolo matemático. O processo pelo qual acontece essa aprendizagem é denominado *aprendizagem representacional*.

Na aprendizagem proposicional o aprendizado consiste em adquirir o significado de novas idéias em forma de proposição. Nela o significado da proposição não é apenas a soma do significado das palavras componentes. A nova proposição é incorporada pela estrutura cognitiva formando assim outra estrutura significativa.

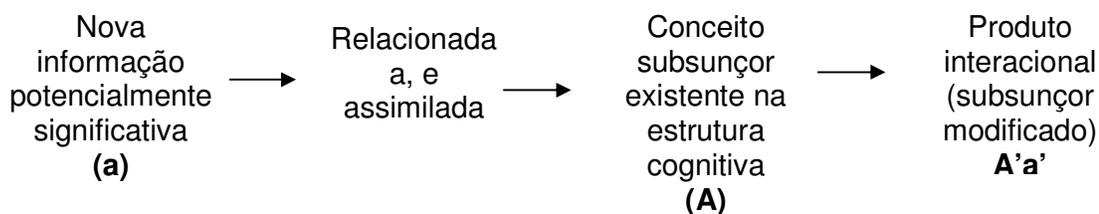
Por outro lado, a aprendizagem de conceitos, segundo Ausubel e outros (1980) é um tipo de aprendizagem representacional, uma vez que, os conceitos (objetos, situações ou propriedades) são representados por símbolos ou signos particulares. Entretanto, na aprendizagem significativa conceitual, os atributos essenciais do novo conceito são incorporados na estrutura cognitiva originando um novo significado genérico mais unitário.

A aprendizagem de conceitos é subdividida em formação e assimilação de conceitos, sendo que a primeira ocorre predominantemente em crianças em idade pré-escolar, segundo Ausubel e outros, 1980, p. 106 "(...) requer a experiência direta com objetos, eventos, situações ou propriedades de onde a criança abstrai os atributos essenciais através de uma forma de aprendizagem por descoberta". Porém a assimilação de conceitos geralmente ocorre em crianças já em idade escolar e nos adultos é caracterizada pela aquisição de conceitos secundários.

Ausubel propõe a teoria de assimilação a fim de tornar mais evidente e preciso o processo de aquisição e organização de significados na estrutura cognitiva, pois, para ele:

A essência da teoria da assimilação é a idéia de que novos significados são adquiridos pela interação do novo conhecimento com os conceitos e proposições aprendidos anteriormente. Este processo de interação resulta em uma modificação tanto do significado da nova informação quanto no significado do conceito ou proposição ao qual está relacionada. Desta forma cria-se um novo produto interacional com novo significado. (AUSUBEL et all, 1980, p. 106).

Segundo Moreira e Masini (1982, p. 16) Ausubel descreve o processo de "subsunção" através do "princípio da assimilação", representado de forma esquemática por:



Para Ausubel o processo de assimilação facilita a retenção, pois o produto interacional A'a' permanece durante algum tempo dissociável em A' e a', o que favorece a retenção de a'. Ao longo do tempo o significado das novas idéias é assimilado ou reduzido pelos conceitos mais gerais e estáveis existentes na estrutura cognitiva até que o novo material não possa mais ser dissociado de suas idéias-âncora (subsunçores), ocorrendo assim a assimilação obliteradora, isto é, o produto interacional A'a' ficou reduzido a A'. Se o processo de assimilação continua, os conceitos não mais se dissociam das suas idéias âncoras provocando o bloqueio da assimilação ou o esquecimento.

O processo de assimilação, característico da aprendizagem significativa, segundo Ausubel e outros (1980, p. 116), realiza-se pela aprendizagem subordinada, superordenada e combinatória. A aprendizagem subordinada ocorre quando o novo material adquire significado através da interação com os subsunçores e relaciona-se subordinadamente à estrutura cognitiva preexistente.

Ausubel e outros (1980, p. 116) afirmaram que, quando os conceitos ou idéias presentes na estrutura cognitiva do sujeito são mais específicos do que aqueles que se vai adquirir, ocorre a aprendizagem superordenada. Como exemplo, a aprendizagem do conjunto dos números reais, em termos de generalização, abstração e abrangência, supera os conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais e irracionais, já presentes na estrutura cognitiva do sujeito. À medida que o conceito dos números reais é desenvolvido, os previamente aprendidos (naturais, inteiros, racionais, e irracionais) assumem a condição de subordinados, enquanto que o conjunto dos números reais representa uma aprendizagem superordenada.

Estes mesmos autores salientaram que na aprendizagem combinatória, as novas idéias e as preexistentes na estrutura cognitiva não se relacionam de forma hierárquica, isto é, não guardam relações de subordinação ou superordenação, entretanto, essas novas idéias irão relacionar-se, de uma forma geral, com a estrutura cognitiva já existente.

Ausubel e outros (1980, p 116) afirmaram que durante a aprendizagem significativa ocorrem dois processos: a *diferenciação progressiva* que é mais ligada à aprendizagem subordinada e a *reconciliação integradora* que é mais ligada às aprendizagens superordenada e combinatória.

Quando o aprendiz tem acesso a uma nova informação através do processo de interação e ancoragem dessa informação em um conceito subsunçor, este também sofre modificações e a ocorrência desse processo de inclusão, uma ou mais vezes, leva à *diferenciação progressiva*. No entanto, quando as idéias estabelecidas na estrutura cognitiva forem reconhecidas como relacionadas às novas aprendizagens, isto é, quando no decorrer da nova aprendizagem acontecer uma reorganização dos elementos existentes na estrutura cognitiva, de tal forma que esses elementos possam adquirir novos significados, surge a *reconciliação integradora*.

Ausubel faz referência à diferenciação progressiva e à reconciliação integradora em termos instrucionais.

A diferenciação progressiva é vista como um princípio programático da matéria de ensino, segundo o qual as idéias, conceitos, proposições mais gerais e inclusivos dos conteúdos devem ser apresentados no início

da instrução e, progressivamente, diferenciados em termos de detalhes e especificidade (MOREIRA, 1999, p. 160).

Quando a matéria de ensino é programada de acordo com a reconciliação integradora devem-se explorar explicitamente as relações existentes entre as idéias, assinalar as semelhanças e as diferenças relevantes, procurando reconciliar discrepâncias reais ou aparentes, sendo que esses dois princípios programáticos podem ser implementados por meio da utilização dos organizadores prévios adequados.

### **2.3.2 A Aprendizagem Significativa em Sala de Aula**

Ausubel é autor de uma frase que merece ser refletida por todos educadores que atuam no processo ensino-aprendizagem em sala de aula: “Se tivéssemos que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diríamos: o fator singular mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra isto e ensine-o de acordo” (AUSUBEL et all, 1980, p.137).

Para ele, a aprendizagem significativa por recepção, é considerada a base da maior parte do conhecimento escolar. Na maioria das vezes o que se observa na prática educativa é a ocorrência de uma aprendizagem mecânica. Coll e outros (1996, p. 73) citam os erros mais comuns cometidos pelos professores na aprendizagem por recepção:

A utilização precoce de métodos unicamente verbais com estudantes cognitivamente imaturos;

A exposição desorganizada e arbitrária de fatos não relacionados ou de princípios explicativos;  
O fracasso na integração entre as novas idéias, conceitos ou proposições com os materiais expostos anteriormente;  
A utilização de procedimentos de avaliação que verificam apenas a capacidade dos estudantes para reproduzir idéias de forma literal ou em contexto igual ao que foi aprendida.

Ausubel e outros (1980, p. 33) destacaram que a aprendizagem significativa receptiva é importante para a educação, pois, segundo eles, seria o “mecanismo humano, por excelência, de aquisição e armazenamento de uma vasta quantidade de idéias e informações representadas por algum campo de conhecimento”. Eles também ressaltaram que, o ensino em sala de aula deve ser organizado em termos da aprendizagem significativa receptiva enquanto processo cognitivo ativo e não passivo:

A aprendizagem receptiva significativa é um processo ativo porque requer no mínimo: (1) o tipo de análise cognitiva necessária para avaliar que aspectos da estrutura cognitiva são mais relevantes para o novo material potencialmente significativo; (2) algum grau de harmonia com as idéias existentes na estrutura cognitiva - ou seja, a apreensão de similaridades e diferenças, e resolução de contradições reais ou aparentes entre conceitos e proposições novos e os já estabelecidos; (3) reestruturação do material aprendido em termos da experiência intelectual idiossincrática e do vocabulário de cada aluno. (Ausubel et al, 1980, p. 97).

A estrutura cognitiva prévia e a organização significativa da matéria de ensino, que o aluno possui, devem ser consideradas na elaboração da programação instrucional pelos professores, em decorrência de sua importância na aprendizagem receptiva significativa. Segundo Ausubel e outros (1980, p. 37), deve-se considerar o potencial significativo do material a ser aprendido, sem esquecer que este varia em relação à experiência prévia e a fatores como idade, Q.I. e condições socioeconômicas dos alunos.

Ausubel e outros (1980) salientaram que, para haver uma incorporação dos novos conhecimentos com a estrutura cognitiva preexistente, os professores podem utilizar os organizadores prévios, que atuam como uma "ponte" entre o conhecimento que o aluno já possui e o que ele precisa conhecer a fim de assimilar de forma significativa os novos conhecimentos.

Nesta pesquisa utilizamos textos, onde realizamos estudos e discussões acerca da disciplina Geometria Analítica, dos conceitos que seriam abordados dentro desta disciplina sempre buscando, dos alunos, os conhecimentos que eles tinham sobre sistema de referência, coordenadas cartesianas, entre outros. Este estudo e discussão ocorreram no início dos trabalhos e realizamos esta socialização de experiências conduzindo as discussões no intuito de estabelecer um elo de ligação dos conceitos que os alunos já possuíam com os novos que seriam abordados posteriormente.

Para Ausubel, os organizadores prévios são de dois tipos: organizador expositivo: é utilizado quando o aluno não tem nenhuma familiaridade com a matéria a ser ensinada; organizador comparativo: neste caso, o aluno deve estar familiarizado com o assunto a ser tratado ou o assunto a ser tratado pode ser relacionado com as idéias já existentes em sua estrutura cognitiva. O estudo e discussão dos textos que citamos no parágrafo anterior enquadram-se dentro de um organizador comparativo. Optamos por este tipo, pois os alunos que foram submetidos a nossa intervenção já estavam familiarizados com a Geometria Analítica.

A fim de que os organizadores prévios sejam corretamente elaborados, é necessário conhecer a estrutura cognitiva prévia dos alunos. Isto não é uma tarefa fácil. Entretanto, cabe aos professores organizar, de forma significativa, o que irá ser ensinado para que se possa relacionar de maneira ativa a estrutura conceitual de uma disciplina com a estrutura cognitiva dos alunos.

Assim os professores devem decidir o que é importante que seus alunos aprendam, discernir quais as disciplinas que estão prontas para aprender, dosar adequadamente a transmissão de informações e decidir sobre a quantidade adequada e o grau de dificuldade das tarefas de aprendizagem (AUSUBEL et al, 1980, p.9).

Tendo a convicção de que a ocorrência da aprendizagem significativa é importante no processo Ensino e Aprendizagem, buscamos, desde o início do presente estudo, descobrir quais seriam os elementos relevantes que deveriam ser disponibilizados na estrutura cognitiva dos estudantes quando submetidos ao ensino da Geometria Analítica. Levamos em consideração o que muitos autores, principalmente os que abordam questões referente a Didática da Matemática, escrevem a respeito deste tipo de aprendizagem e encerramos esta seção destacando aqui uma frase citada por Pais (2002, p. 53). “No caso ideal em que a aprendizagem acontece com sucesso, os conhecimentos anteriores são adicionados uns aos outros e incorporados à nova situação”.

## **2.4 O GPS: O QUE É E COMO FUNCIONA**

A sigla GPS significa Global Positioning System (Sistema de Posicionamento Global). Este sistema se refere a uma constelação formada por vinte e quatro satélites, orbitando em torno da Terra a uma altura de aproximadamente 20.200 km acima do nível do mar, e, com uma notável precisão,

estes satélites permitem que receptores conheçam sua posição em qualquer lugar sobre a Terra.

Em 1973 se deu início ao projeto de criar a constelação de satélites de comunicação, pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos, com o objetivo de que aeronaves e navios militares pudessem determinar, em qualquer circunstância de tempo, sua exata posição. Outra necessidade que motivou tal projeto, diz respeito à ajuda no lançamento de mísseis e a localização de tropas terrestres em movimento.

Os projetistas também planejaram o uso do GPS em operações civis, porém com menor precisão que para as operações militares.

O nome oficial dado ao GPS pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos foi: sistema NAVSTAR (Navigation Satellite Timing and Ranging), que significa, aferição de tempo e localização por satélite de navegação. Este sistema consiste em um segmento espacial (os satélites), um segmento de controle (as estações terrestres de gerenciamento) e um segmento do usuário.

A figura 1 ilustra estes três segmentos em funcionamento. O segmento do usuário está demonstrado pelo veículo automotor, que utiliza o GPS por questão de segurança.

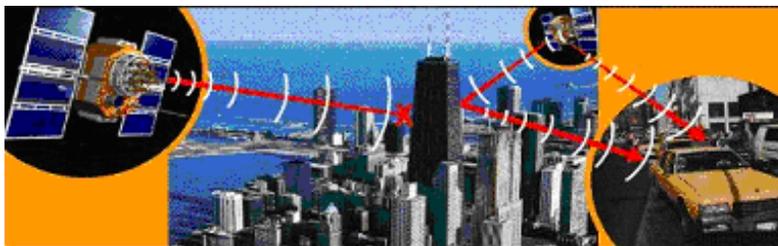


Figura 1<sup>2</sup> : Ilustração dos três segmentos do GPS.

Os vinte e quatro satélites que formam o segmento espacial do GPS trafegam em torno da Terra em seis órbitas estáveis e predeterminadas, com quatro satélites em cada órbita. A cada 12 horas, os satélites percorrem uma órbita completa, cada um tem 28<sup>0</sup> de visualização sobre a Terra. Com isso fica assegurado que, todo ponto da superfície terrestre, em qualquer instante, está visualizado por, pelo menos, quatro satélites.



Figura 2<sup>3</sup>: O segmento espacial do GPS – órbitas em torno da Terra.

As estações terrestres de gerenciamento controlam todos estes satélites. Existe uma “estação master” localizada no Colorado (Estados Unidos), que juntamente com mais cinco, que se encontram espalhadas pelo planeta, monitoram o desempenho total do sistema. Neste monitoramento, as estações corrigem as posições dos satélites e reprogramam o sistema com o padrão necessário. Após o

<sup>2</sup> Figura retirada do site: [www.garmin.com](http://www.garmin.com)

<sup>3</sup> Figura retirada do site: [www.garmin.com](http://www.garmin.com)

processamento de todos esses dados, as correções e sinais de controle são transferidos de volta para os satélites.

#### **2.4.1 Como o GPS determina e localiza um ponto sobre a superfície terrestre.**

Cada receptor da Terra (segmento do usuário) recebe um padrão fixado, transmitido por rádio pelos satélites do GPS, funcionando como um cronômetro acurado. O receptor mede a diferença entre o tempo que o padrão é recebido e o tempo que foi emitido. Essa diferença permite que o receptor calcule a distância ao satélite emissor multiplicando-se a velocidade do sinal (aproximadamente  $2,99792458 \cdot 10^8$  m/s – a velocidade da luz) pelo tempo que o sinal de rádio levou do satélite ao receptor.

Através desta informação se localiza uma pessoa sobre uma imaginária superfície esférica com centro no satélite e raio igual à distância acima calculada.

A programação de cada satélite é realizada de tal forma que possa emitir o que se chama efeméride, que informa a sua posição exata, naquele instante, em relação a um fixado sistema ortogonal de coordenadas. Existe um permanente rastreamento e conferência pelas estações terrestres de gerenciamento desta posição. A unidade receptora processa todos esses sinais. Com a posição do satélite e a distância acima calculada, obtém-se a chamada equação geral da imaginária superfície esférica. Desta forma, quando se coletam os sinais dos quatro satélites, o receptor determina a posição do usuário fazendo a intersecção das quatro superfícies esférica obtidas.

Essa localização não é dada em coordenadas cartesianas. Elas são georeferenciadas em coordenadas UTM (Unidade Transversa de Mercator), expressos em metros por valores muito altos.

Na operação do GPS, a precisão do tempo é fundamental. Um erro de um micro segundo ( $10^{-6}$  segundos) no registro do lapso de tempo desde a transmissão até a sua recepção, resulta num erro de 300 metros. Mas existem unidades receptoras extremamente precisas, porém caras, que podem determinar sua posição a menos de um metro.

O sistema GPS passou a oferecer uma precisão muito maior, para o usuário civil, após o fim da guerra fria, disponibilizando a ele a mesma precisão que apenas os militares tinham. Sérgio Alves (2006) salienta que:

Hoje em dia, com o auxílio do piloto automático e do GPS, uma aeronave civil é capaz de percorrer distâncias transatlânticas e pousar sem a interferência do piloto com erro de alguns centímetros em relação ao eixo da pista. (ALVES, 2006, p. 19).

A primeira função dada ao GPS foi a navegação. Porém, atualmente, este sistema tem se mostrado útil nas mais diversas situações. Bolfe e Vasco (s.d.) afirmaram que o advento do GPS revolucionou as técnicas de posicionamento levando o cidadão comum a utilizá-las das formas mais variadas. Muitas áreas já têm o GPS inserido nas suas atividades. Dos grandes trabalhos científicos aos momentos de lazer esta ferramenta está cada vez mais presente. Alves (2006) destaca algumas situações de uso desse aparelho.

1. Roteiristas de viagens: determinam além de sua posição dentro de uma cidade, quais as atrações e pontos turísticos mais próximos, hotéis, postos de emergências, etc.
2. Monitoramento de abalos sísmicos: tais abalos são precedidos por alterações no campo gravitacional que distorcem as ondas de rádio, permitindo, através do GPS, tentar prever a ocorrência de um terremoto com algumas horas de antecedência.
3. Meteorologia: O GPS gera informações para a previsão de meteorologia, estudo do clima e outros campos de pesquisa relacionados.
4. Localização para resgate: o serviço usa o GPS para guiar helicópteros de socorro até o lugar do acidente.
5. Aplicações industriais: áreas infectadas por pestes são identificadas por fotografias aéreas e, com o uso do GPS, um trator pode ser guiado para aplicações de pesticidas.
6. Uso militar: coordenadas de ataque, orientações e controle para mísseis balísticos, marcação para artilharia, bombardeio de aeronaves, defesa aérea, rastreamento de submarinos, localização de minas e radares inimigos, atos terroristas, etc.
7. Uso em segurança: monitoramento de trens, caminhões de carga ou qualquer veículo automotor. (ALVES, 2006, p. 20)

A cada dia as aplicações do GPS crescem. Por isso, Bolfe e Vasco, dizem não ser exagero chegar o dia em que nossos relógios de pulso, além da hora, nos apresentarão coordenadas através do GPS. Atualmente o GPS é um instrumento apresentado em tamanho pequeno, no formato de um celular, que pode ser levado em um bolso.

Como a nossa proposta é utilizá-lo como um recurso pedagógico nas aulas de Geometria Analítica, verificamos a forma de aquisição por uma escola pública e constatamos a viabilidade. O seu custo é relativamente baixo e o Ministério da Educação - MEC, por intermédio do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE, presta assistência financeira suplementar a programas e projetos educacionais, direcionada à Educação Básica objetivando o aperfeiçoamento da qualidade do ensino e melhor atendimento aos alunos.

Desta forma, o GPS pode ser adquirido pelas escolas públicas através do FNDE, passando a fazer parte de laboratório didático destas escolas. Neste sentido este equipamento tem a função principal de dar suporte ao professor, dando-lhe oportunidade de diversificar suas aulas, aperfeiçoando a qualidade do ensino, não só na disciplina Matemática, no estudo da Geometria Analítica, mas na Geografia, Física e outras. A Figura 3 mostra um modelo de GPS de mão, com capacidade para doze canais, ou seja, possibilidade de estabelecer contato com doze satélites para cruzar as informações e definir a posição do usuário com erro menor que 30 centímetros.



**Figura 3:** Modelo de GPS de mão, utilizado no presente trabalho.

### 3. METODOLOGIA E INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

#### 3.1 TIPO DE PESQUISA

Na perspectiva de alcançar os objetivos propostos nessa investigação percorremos várias etapas. A princípio fizemos uma revisão bibliográfica consistindo de um levantamento de subsídios teóricos e metodológicos. Para isso utilizamos ferramentas de busca na internet, como o Google, bibliotecas digitais que dispõem de pesquisas já realizadas na área da Educação Matemática, sites oficiais do MEC (Ministério da Educação e Cultura)<sup>4</sup>, da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de pessoal de Nível Superior)<sup>5</sup> e outros sites que tratam de pesquisas que envolvem conceitos e aplicações do GPS. Pesquisamos também em livros de Teorias de Aprendizagem, Didática da Matemática e periódicos como o Bolema (Boletim de Educação Matemática), revista Zetetiké entre outros.

A etapa seguinte consistiu em elaborar um procedimento para realizar a intervenção. Preparamos os instrumentos de coleta de dados, elaboramos o cronograma das atividades (Tabela 3) e organizamos todo o material didático pedagógico necessário ao desenvolvimento das aulas.

Seguida a esta etapa, realizamos a intervenção. Executamos todos os processos e planejamentos das etapas anteriores, aplicamos os instrumentos de coleta de dados, avaliamos através de observações, entrevistas, questionários e registros os itens necessários para responder a problemática da investigação. Os dados obtidos a partir desta seqüência de atividades permitiram avaliar o modelo

---

<sup>4</sup> [www.mec.gov.br](http://www.mec.gov.br)

proposto e responder aos objetivos e questionamentos que foram levantados no capítulo inicial.

Estas etapas enquadram-se no processo de uma metodologia denominada de Engenharia Didática, surgida na década de oitenta e caracterizada por Pais (2002, p. 99) como uma forma particular de organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa em didática da matemática. Michèle Artigue (1988), fonte para diversos estudiosos desta metodologia, a caracteriza “como um esquema experimental baseado sobre realizações didáticas em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de ensino” (apud MACHADO, 1999, p. 199). Apresentaremos na seção seguinte este referencial metodológico.

### 3.2 A ENGENHARIA DIDÁTICA

Desde o início dos anos oitenta, o termo **engenharia didática** é empregado nas pesquisas da Didática da Matemática que incluem uma parte experimental. Artigue (1988) citada por Machado (2002) relata que:

(...) este termo foi “cunhado” para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta (MACHADO, 2002, p. 198).

---

<sup>5</sup> [www.periodicos.capes.gov.br/portugues/index.jsp](http://www.periodicos.capes.gov.br/portugues/index.jsp)

Este termo, engenharia didática, pode ser entendido como uma metodologia de pesquisa. Mas também pode ser compreendido, como explicou Douady (1993), também citada por Machado (2002), como sendo:

(...) uma seqüência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente, por um professor – engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor (MACHADO, 2002, p. 198).

A engenharia didática é apresentada em dois níveis: o da microengenharia e o da macroengenharia. As pesquisas que têm por objeto o estudo de um determinado assunto se enquadram na microengenharia; elas são localizadas e levam em conta principalmente a complexidade dos fenômenos de sala de aula. Por outro lado, as pesquisas que permitem compor a complexidade das pesquisas de microengenharia como fenômenos ligados à duração nas relações ensino-aprendizagem, estão no nível da macroengenharia. Adotamos neste trabalho a microengenharia.

Outra característica da engenharia didática é o registro dos estudos feitos sobre o caso em questão e a validação. A validação desse tipo de pesquisa é realizada internamente, pois ela se baseia na confrontação entre a análise a priori, que por sua vez se apóia no quadro teórico, e a análise a posteriori.

### **3.2.1 As fases da Engenharia Didática**

O processo experimental da Engenharia Didática é composto de quatro fases:

- Primeira fase: análises preliminares;

- Segunda fase: análise a priori;
- Terceira fase: experimentação;
- Quarta fase: análise a posteriori e validação.

As análises preliminares são realizadas através de considerações sobre o quadro teórico didático geral e sobre o assunto da pesquisa, levando-se em consideração os processos educacionais desenvolvidos em classe (o meio, os instrumentos, a mediação do professor). Em síntese, nesta fase, pretende-se dar subsídios ao desenvolvimento da análise a priori. Tudo isso levando em consideração os objetivos específicos da pesquisa. Na nossa investigação esta análise ocorreu quando realizamos o levantamento bibliográfico, com o intuito de fundamentar e dar base teórica as nossas hipóteses e constatações empíricas. Nesta fase também fizemos uma análise geral do ensino da matemática no Brasil, focando nosso estudo no programa de Matemática do Ensino Médio, onde na 3ª série, faz-se referência a Geometria Analítica.

Nesta fase da investigação que realizamos, estruturamos nossa análise ao redor dos conceitos matemáticos da Geometria Analítica e do funcionamento do ensino usual. Levamos em conta principalmente textos de livros didáticos, que usualmente são seguidos nas escolas. Nesta análise notamos que cada tema, em geral, é tratado completamente independente dos demais, por exemplo, os capítulos de Geometria Analítica não fazem, em geral, nenhuma referência aos problemas de geometria que os alunos já conhecem desde a 8ª série do Ensino Fundamental. Os assuntos são abordados sem nenhuma conexão com a realidade. No quadro algébrico, há uma preferência pela resolução exaustiva de exercícios envolvendo fórmulas.

Estes são alguns aspectos que na nossa análise consideramos entraves no processo de aprendizagem.

Na fase da análise a priori, o pesquisador, orientado pelas análises preliminares, realiza a preparação de seqüências didáticas e do esquema experimental para a ação em classe. Pais (2002, p. 102) salienta que:

Uma *seqüência didática* é formada por um certo número de aulas planejadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de *sessões*, tendo em vista seu caráter específico para a pesquisa.

Esta fase concretizou-se na nossa pesquisa quando elaboramos um procedimento para realizar a intervenção, preparamos os instrumentos de coleta de dados e planejamos as aulas que iriam subsidiar o nosso estudo, levando em consideração os entraves que percebemos na análise preliminar.

Na fase da experimentação, ocorre a aplicação da seqüência didática. Esta é considerada uma etapa de suma importância, pois é nela que o pesquisador pode garantir a proximidade dos resultados práticos com as análises teóricas. Esta fase inicia-se no momento em que se dá o contato do pesquisador/professor com a população de alunos objeto da investigação. Nesta etapa é necessário que o pesquisador esteja atento ao maior número de informações que ele pode estar coletando para desvelar a problemática da sua investigação. Descreveremos no capítulo 3, na seção 3.2.1, esta etapa da nossa pesquisa.

A última fase é a análise a posteriori. Nesta etapa da investigação, o pesquisador realiza o tratamento das informações colhidas durante as seqüências didáticas, que foram frutos das observações realizadas em cada sessão de ensino. Esses dados podem ser obtidos pela observação direta do pesquisador, por registros realizados durante a intervenção e também através de questionários, entrevistas, gravações etc. Um ponto importante a ser ressaltado nesta fase é a validação dos resultados, que é obtido através da confrontação entre os dados da análise a priori e a posteriori. Sobre este aspecto concordamos com Pais (2002), quando ele observa que “a validação é uma etapa onde a vigilância deve ser ampliada, pois se trata de garantir a essência do caráter científico”. Na nossa intervenção detalharemos essa análise no capítulo 4.

Nossa escolha por esta metodologia de pesquisa justifica-se pelo fato de tratar de uma concepção que une a dimensão teórica e experimental nas pesquisas em didática da matemática. Vimos, nesta metodologia, possibilidades de interligar o plano teórico ao experimental na condução da nossa investigação. Quanto a esta interligação, Pais (2002, p.99) esclarece que:

[...] a engenharia didática possibilita uma sistematização metodológica para a realização prática da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre a teoria e a prática.

### **3.3 A PESQUISA**

A pesquisa foi realizada em uma turma de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, no município de Canoas, no Estado do Rio Grande do Sul, no segundo semestre de 2005 na disciplina de Geometria

Analítica. Esta turma era composta por 17 alunos e as aulas ocorriam nas sextas-feiras no turno da noite e no sábado nos horários da manhã e tarde. A opção em trabalhar com alunos da licenciatura se deu pelo fato da investigação ser um estudo sobre uma proposta metodológica no ensino da Geometria Analítica.

Para testar o funcionamento desta metodologia proposta foram escolhidos alguns conteúdos dentro da ementa da disciplina Geometria Analítica. O cronograma com o conteúdo desta disciplina é apresentado na Tabela 1.

**Tabela 1**  
Cronograma de Conteúdos

<b>Aula</b>	Detalhamento dos Conteúdos
<b>1</b>	Matrizes: definição e construção. Determinante: definição e regra de Sarrus. Operações elementares em uma matriz. Cálculo de determinantes através das operações elementares.
<b>2</b>	Sistema de equações lineares. Resolução por operações elementares: escalonamento e método de Gauss.
<b>3</b>	Noção intuitiva de vetores: operações com vetores (adição vetorial e multiplicação por escalar), propriedades das operações com vetores, ângulo entre dois vetores. Módulo direção e sentido de um vetor, representante de posição de um vetor, aplicações geométricas.
<b>4</b>	Vetores no plano e no espaço: decomposição de um vetor no plano e no espaço, expressão analítica de um vetor no plano e no espaço, módulo de um vetor, direção e sentido de um vetor no plano e no espaço, ângulos diretores de um vetor.
<b>5</b>	Atividade não presencial: História do enfoque analítico da geometria.
<b>6</b>	Seminário sobre o tema da aula não presencial. Produto escalar, definição e interpretação geométrica. Projeções.
<b>7</b>	Produto vetorial: definição e aplicações (áreas).
<b>8</b>	Produto misto: volume e teste de coplanaridade.

### Cont.: Cronograma de Conteúdos

<b>Aula</b>	<b>Detalhamento dos Conteúdos</b>
<b>9</b>	Prova G1
<b>10</b>	Estudo da reta: equação paramétrica, simétrica e reduzida.
<b>11</b>	Retas paralelas, perpendiculares, ângulos e intersecção.
<b>12</b>	Estudo do plano: paralelismo, ortogonalidade, ângulo e intersecção.
<b>13</b>	Distâncias envolvendo pontos, retas e planos. Áreas de Superfícies planas.
<b>14</b>	Superfície esférica e plano tangente.
<b>15</b>	Aula não presencial: Utilização das cônicas em situações reais.
<b>16</b>	Seminário sobre o tema da aula não presencial. Estudo das cônicas: parábola.
<b>17</b>	Estudo das cônicas: elipse e hipérbole.
<b>18</b>	Prova G2
<b>19</b>	Aula de Revisão Geral
<b>20</b>	Atividades de Encerramento e Substituição de Grau

Dos conteúdos previstos neste cronograma, foram trabalhados nesta fase experimental os previstos nas aulas 10, 11, 12 e 13, demonstradas na Tabela 2.

**Tabela 2**

#### Detalhamento das Unidades trabalhadas

<b>Unidades</b>	<b>Conteúdo Trabalhado</b>
I	<i>Coordenadas Cartesianas no Plano</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noções básicas;</li> <li>• Posições de um ponto em relação ao sistema;</li> <li>• Distância entre dois pontos;</li> <li>• Condição de alinhamento de três pontos.</li> </ul>
II	<i>Áreas</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Áreas de superfícies planas</li> </ul>
III	<i>Equação da reta</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equação geral</li> <li>• Posições relativas de duas retas</li> </ul>

A Tabela 3 descreve o cronograma das atividades desenvolvidas na fase de experimentação da pesquisa. Ao todo foram seis sessões que totalizaram 24 horas de trabalho junto aos alunos durante a intervenção. Esta carga horária representa 40% do total da disciplina.

**Tabela 3**

**Cronograma de Atividades – Detalhamento das sessões**

<b>Sessão</b>	<b>Data/turno</b>	<b>Carga Horária</b>	<b>Atividades Desenvolvidas</b>
Sessão 1	28/10/2005 (noite)	4h	Apresentação da proposta de investigação; Aplicação de um instrumento para diagnosticar o perfil dos alunos (Anexo A); Aplicação do pré-teste: anexo B (verificação dos conhecimentos prévios dos alunos).
Sessão 2	29/10/2005 (manhã)	4h	Estudo de textos introdutórios (Anexos C): a Geometria Analítica e (Anexo D): Apresentação do GPS – conceito, manuseio, aplicação e forma de utilização na pesquisa. Aula de campo: saída em torno do pátio da ULBRA para tomada e registro dos pontos, utilizando o GPS.
Sessão 3	29/10/2005 (tarde)	4h	Exploração dos conceitos da unidade I e II descrita na tabela 1; Desenvolvimento da atividade 1 (localização no plano cartesiano dos pontos obtidos com o GPS), detalhada no tópico 3.2.1;
Sessão 4	04/11/2005 (noite)	4 h	Exploração dos conceitos da unidade III, descrita na tabela 1.
Sessão 5	05/11/2005 (manhã)	4 h	Resolução de atividades propostas, aplicando os conceitos trabalhados e utilizando os pontos obtidos na aula de campo da sessão 2 com o auxílio do GPS. (Atividade de Avaliação – anexo 5)
Sessão 6	05/11/2005 (tarde)	4h	Aplicação do pós-teste (Anexo 6) e um instrumento (Anexo 7) que visava avaliar a aceitabilidade da proposta pelos alunos.

### **3.2.1 Resumo das Sessões: Descrição da Fase Experimental**

A primeira sessão iniciou-se com a explicação dos objetivos e condições de se empregar uma metodologia diferenciada ao grupo de alunos envolvidos. Foi esclarecido que, na forma tradicional, o professor explica um determinado conceito, resolve vários exercícios modelos e, depois, faz uma prova para verificar os conhecimentos que eles obtiveram. Muitas vezes, nesta situação, se na prova é proposta uma questão diferente, envolvendo o mesmo conceito, o aluno não sabe como resolvê-la, pois não entendeu este conceito de forma significativa.

Em seguida, foram aplicados um instrumento para diagnosticar o perfil dos alunos (Anexo A) e o pré-teste (Anexo B), que utilizamos com o objetivo de determinar o conhecimento que os alunos possuíam sobre Geometria Analítica e fazer posteriormente uma confrontação com os dados do pós-teste (Anexo F).

Na sessão seguinte, começamos o estudo de textos introdutórios (Anexos C e D). Inicialmente, trabalhamos com o texto sobre Geometria Analítica, o qual escolhemos a fim de dar uma breve visão deste tópico aos alunos. O estudo deste texto foi realizado em grupos. Ao todo foram formados quatro grupos, onde, em seguida ao estudo, houve debate e discussão a cerca da temática. Nestas discussões procuramos conduzir de forma que pudéssemos obter informações sobre os conhecimentos de Geometria Analítica que os alunos possuíam. Observamos que uma boa parcela dos alunos tinha familiaridade com o tema abordado e foram capazes de fazer posicionamentos positivos sobre a temática. Em seguida estudamos um texto que resumia conceitos, aplicações, formas de utilização do GPS e ensinamos aos alunos a forma de manusear este aparelho.

Nesta mesma sessão realizamos a aula de campo, onde percorremos o pátio da Universidade Luterana do Brasil - ULBRA e localizamos vários pontos com o auxílio do GPS. Cada aluno tinha seu bloco de anotações, onde registravam as coordenadas (x, y) dos pontos, associando com o referencial de posição próximo. As Figuras 4 e 5 apresentam a turma usando a técnica de tomada de pontos das coordenadas geográficas associando cada ponto a um referencial.



Figura 4 – Localização do ponto  $P_2$ , situado em frente ao prédio 6 da ULBRA



Figura 5 – Localização do ponto  $P_3$ , em frente à Capela da ULBRA

Todos os alunos tiveram oportunidade de manusear o GPS e observar a forma de aquisição dos pontos pelos satélites.

Os comportamentos observados, nesta sessão até aqui foram:

- A motivação da aula fornecida por uma abordagem diferente da tradicional, utilizando o GPS;
- A troca de conhecimentos entre os participantes;
- A preparação dos organizadores prévios (os conceitos básicos de Geometria) como caminho para o entendimento dos conceitos da Geometria Analítica.

Na seqüência da atividade, na sessão 3, os alunos, em sala de aula, fizeram a localização num plano cartesiano dos pontos coletados anteriormente com o GPS.

Estes pontos possuem coordenadas  $x$  e  $y$ , georeferenciadas em coordenadas UTM (Unidade Transversa de Mercator), expressos em metros, por valores muito altos. Como, para desenvolver os conceitos da Geometria Analítica, não interessa a posição geográfica, então, após a obtenção destes, os mesmos são transpostos para os eixos cartesianos, através da subtração em todas as abscissas, do menor valor de “ $x$ ” encontrado, procedendo da mesma forma para as ordenadas.

Como ilustração, descreveremos os procedimentos adotados pelos alunos numa atividade da sessão 5, descrita na Tabela 2, cujo objetivo era calcular a área da superfície plana que contornava os pontos obtidos com o GPS, utilizando para isso o método proposto.

Na presente atividade, as coordenadas dos pontos tomados foram:

$$P_1 = (484.702, 6.693.878);$$

$$P_2 = (485219, 6.693.854);$$

$$P_3 = (485.203, 6.693.633);$$

$$P_4 = (485.103, 6.693.416);$$

$$P_5 = (484.448, 6.693.448);$$

$$P_6 = (484.317, 6.693.524);$$

$$P_7 = (484.305, 6.693.727);$$

$$P_8 = (484.248, 6.693.754) \text{ e}$$

$$P_9 = (484.262, 6.693.900).$$

Estes pontos correspondem a coordenadas UTM localizadas em Canoas-RS e a proposta é a determinação da área do polígono formado pelos pontos. Logo,

desconsidera-se a localização geográfica e reduzem-se os pontos ao menor eixo, através da subtração de cada abscissa e de cada ordenada pelo menor valor correspondente localizado. Destes pontos, aquele que apresentou a menor abscissa é o  $P_8$  e a menor ordenada é o  $P_4$ . Portanto, fazendo a redução dos valores, para facilitar os cálculos como explicado no tópico anterior, obtemos os pontos reduzidos aos eixos:

$$P_1 = (545, 462);$$

$$P_2 = (971, 438);$$

$$P_3 = (954, 217);$$

$$P_4 = (855, 0);$$

$$P_5 = (200, 32);$$

$$P_6 = (69, 108);$$

$$P_7 = (57, 311);$$

$$P_8 = (0, 338) \text{ e}$$

$$P_9 = (14, 484).$$

Estes pontos foram lançados no plano cartesiano. Sendo os maiores valores das abscissas e das ordenadas 971 metros e 484 metros, respectivamente, a escala gráfica de 1 para 100 é uma boa escolha. A Figura 6 mostra a localização dos pontos no plano cartesiano.

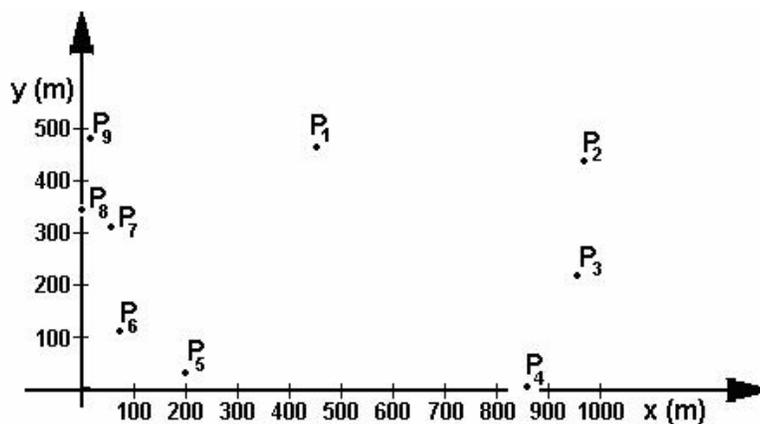


Figura 6 - Localização dos pontos no plano cartesiano.

Os pontos ao serem unidos, descrevem a figura de um polígono irregular. O cálculo da área desta superfície pode ser realizado com a divisão da figura em sete triângulos, obtendo-se o cálculo da área de cada um. A Figura 7 apresenta o polígono formado pelos pontos, separados em sete triângulos.

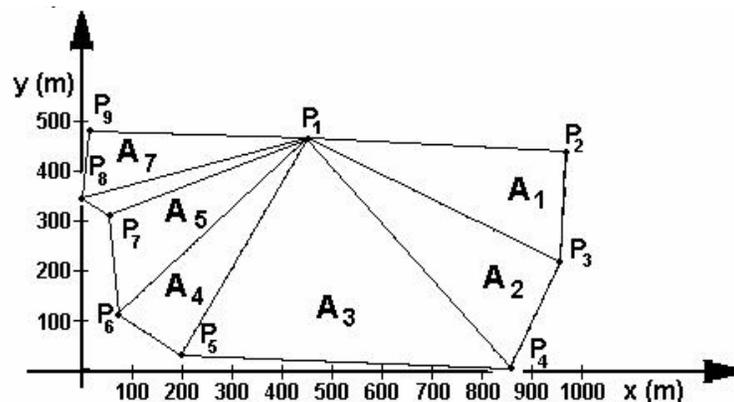


Figura 7: Divisão do polígono em triângulos para cálculo individual das áreas.

O conceito de área de triângulos é conhecido dos alunos e a fórmula para obtenção deste valor é discutida na geometria plana.

$$A_T = 1/2 (b \cdot h) \quad (1)$$

Onde  $A_T$  é a área do triângulo;

$b$  é a base do triângulo;

$h$  é a altura do triângulo.

A Figura 8 apresenta a fração do polígono que mostra o triângulo formado pelos pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ .

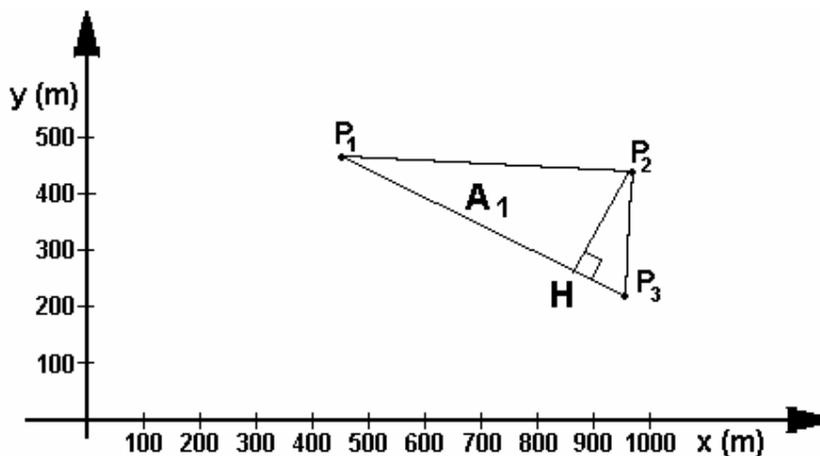


Figura 8 - Fração da área do polígono formada pelos pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ .

A base do triângulo da Figura 8 é a distância entre os pontos  $P_1$  e  $P_3$ , dada pela equação:

$$b = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} \quad (2)$$

Onde  $x_1$  e  $x_3$  são, respectivamente, as abscissas dos pontos  $P_1$  e  $P_3$ , e  $y_1$  e  $y_3$  são as ordenadas dos pontos  $P_1$  e  $P_3$ .

Aplicando a equação (2) às coordenadas dos pontos  $P_1$  e  $P_3$ , obtemos:

$$b = \sqrt{(954 - 454)^2 + (217 - 462)^2} = \sqrt{310.025} = 556,8m .$$

A altura  $h$  é a menor distância do ponto  $P_2$  até a reta que passa pelos pontos  $P_1$  e  $P_3$ . A equação geral da reta  $P_1P_3$  é dada pela matriz de determinante zero, que utiliza os pontos correspondentes, dada pela equação:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & x_3 & 1 \\ y_1 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

Aplicando a equação (3) aos  $P_1$  e  $P_3$  obtemos a equação da reta dada por:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 454 & 462 & 1 \\ 954 & 217 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 245x + 500y - 342.230 = 0.$$

A distância do ponto  $P_2$  à reta  $P_1P_3$  é a altura do triângulo da figura 5 e é dada por:

$$H = \frac{|ax_2 + by_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (4)$$

Onde  $x_2$  e  $y_2$  são as coordenadas do ponto  $P_2$  e  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os coeficientes da reta  $P_1P_3$ .

Aplicando a equação (4) aos valores anteriores obtemos:

$$H = \frac{|245 \cdot 971 + 500 \cdot 438 - 342.230|}{\sqrt{245^2 + 500^2}} = \frac{|114.665|}{556,8} = 205,9 \text{ m}$$

Aplicando estes dados à equação (1) obtemos a área do triângulo  $A_1 = \frac{1}{2} \cdot 556,8 \times 205,9 = 57.322,5 \text{ m}^2$ .

Analogamente, procedendo para o cálculo dos triângulos  $A_2$ ,  $A_3$ , ...,  $A_7$ , obtemos, respectivamente, os seguintes resultados:

$$A_2 = 66.377,5 \text{ m}^2;$$

$$A_3 = 144.889 \text{ m}^2;$$

$$A_4 = 37.817 \text{ m}^2;$$

$$A_5 = 41.201,5 \text{ m}^2;$$

$$A_6 = 9.663 \text{ m}^2 \text{ e}$$

$$A_7 = 32.327 \text{ m}^2.$$

Assim, somando as áreas de todos os triângulos, obtemos a área da superfície do polígono formado pelos pontos localizados com o GPS. A área total desta superfície mede  $389.597,5 \text{ m}^2$ .

Na sessão 4 foi realizado o estudo dos temas descritos na unidade III utilizando os pontos obtidos com o GPS e não pontos aleatórios, sempre na intenção de propiciar um aprendizado significativo e buscando no desenvolver das atividades, ativarem os subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos alunos.

Na sessão seguinte, houve um momento em que foi realizada uma atividade de avaliação dos assuntos até ali abordados. Essa atividade (Anexo E) trazia questões formuladas de maneira que o aluno necessitava refletir sobre suas respostas, comparar com os dados reais e realizar a máxima transformação dos conhecimentos adquiridos. Esta atividade objetivou verificar a evidência da aprendizagem significativa, tarefa não muito fácil, mas possível de ser realizada.

No final de toda esta seqüência didática, parte considerada como efetivamente experimental da pesquisa, na sessão 6, foi aplicado o pós-teste (Anexo F), que objetivava comparar o resultado dele com o pré-teste a fim de dar subsídios à análise a posteriori. Ainda nesta sessão foi aplicado um outro instrumento (Anexo G), que visava avaliar a aceitabilidade da proposta pelos alunos com relação à metodologia aplicada. Este instrumento pontuou sobre a utilização do GPS no ensino da Geometria Analítica. Nele o aluno não precisou se identificar. Agimos assim, pois acreditamos que o mesmo ficaria mais à vontade para avaliar o procedimento metodológico testado no ensino. As questões versavam sobre a abordagem dos conteúdos da Geometria Analítica utilizando o GPS, a contribuição que essa abordagem poderia trazer ao ensino se o aluno, quando futuro professor, utilizaria essa metodologia em suas aulas, entre outras.

Além de todos estes instrumentos aplicados nesta fase da pesquisa, foram feitos registros das discussões, dos comentários surgidos durante as sessões, enfim, foram realizadas observações, necessárias e importantes para a utilização na análise a posteriori.

Apesar de termos realizado a investigação utilizando a metodologia denominada engenharia didática, dentro de uma abordagem qualitativa de pesquisa em Educação Matemática, achamos conveniente e tivemos possibilidade de utilizar métodos estatísticos na análise de alguns instrumentos. Assim, separamos as respostas em três categorias: *Atingiu plenamente*: quando o aluno respondeu de acordo com o esperado; *atingiu parcialmente*: quando o aluno respondeu as

questões de forma parcialmente correta e *não atingiu*: quando o aluno respondeu de maneira inadequada ou não ofereceu resposta.

Todos os instrumentos utilizados na pesquisa foram validados por professores da área. E quanto à análise estatística, utilizamos o teste de significância de McNemar, para avaliar se houve diferença significativa entre o pré e o pós-teste e o Teste de Wilcoxon, que é utilizado para análise de dados emparelhados, levando em consideração a magnitude da diferença para cada par. Na pesquisa, o Teste de Wilcoxon, realizou a comparação entre as notas no pré e no pós-teste. Para a realização deste trabalho estatístico, foi utilizado o programa SPSS (Statistical Package for the Social Sciences).

#### **4. ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS (ANÁLISE A POSTERIORI)**

Na Engenharia Didática, a fase da análise a posteriori diz respeito ao tratamento das informações coletadas através de observações, registros e também por meio de outras técnicas, tais como questionários, entrevistas, diálogos e outros. Neste estudo, todas estas informações foram obtidas na ocasião da aplicação das seqüências didáticas descritas anteriormente. Detalharemos nossa análise a partir de cada instrumento aplicado.

##### **4.1 DO PERFIL DOS SUJEITOS DA PESQUISA**

Iniciaremos nossa análise a partir do instrumento que foi utilizado a fim de construir o perfil dos sujeitos da pesquisa.

A intervenção ocorreu em uma turma de dezessete alunos, todos regularmente matriculados no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil - ULBRA em Canoas, no Rio Grande do Sul. Destes alunos, treze estavam cursando a disciplina Geometria Analítica pela primeira vez. Quinze conciliavam o estudo com o trabalho, sendo que oito, destes que trabalham, já atuam como professores de Matemática.

Questionados sobre a Geometria Analítica, quinze responderam que gostam de estudar esta disciplina. Porém, apenas quatro responderam que já estudaram os conteúdos desta disciplina a partir de situações práticas. Nos chamou a atenção que, apesar de poucos alunos terem estudado a Geometria Analítica a partir de situações práticas, todos acreditam que podem utilizar os conteúdos desta disciplina no seu dia-a-dia.

Ao serem questionados sobre o GPS, instrumento que usaríamos na pesquisa para desenvolver os tópicos da Geometria Analítica, apenas três alunos responderam que conheciam este aparelho e somente um deles acreditava que poderia ser utilizado como recurso didático nas aulas de Geometria Analítica.

Nessa fase da investigação, já podíamos perceber o entusiasmo, a curiosidade e a vontade da turma em participar da pesquisa. Como boa parte destes alunos já atua como professor, surgiram comentários do quanto seria interessante para eles participarem desta experiência. Isso nos deixou bastante motivados e bem à vontade para desenvolver o experimento junto a essa turma.

#### **4.2 DO PRÉ E PÓS-TESTE**

Apresentaremos nesta seção os resultados da análise estatística dos dados coletados no pré e no pós-teste. Esta análise, como já citado no capítulo anterior, foi realizada através dos testes de McNemar e Wilcoxon, tendo como objetivo avaliar se houve diferença significativa entre o pré e o pós-teste e realizar a comparação entre as notas destes testes. Elaboramos as questões do pré e pós-teste como tradicionalmente encontramos em livros didáticos. As questões versavam sobre conhecimentos básicos da Geometria Analítica e apesar disso, no pré-teste o resultado foi insuficiente para quase o total das questões. A Tabela 4 apresenta os resultados desta análise.

Tabela 4

**Percentuais de acertos por questão no Pré e Pós e Teste de Significância de McNemar.**

	<i>Pré-teste</i>		<i>Pós-teste</i>		<i>Teste de McNemar</i>
	<i>n</i>	<i>%</i>	<i>n</i>	<i>%</i>	
Questão 1	11	64,7	14	82,4	0,250 <sup>ns</sup>
Questão 2	2	11,8	12	70,6	0,002 <sup>**</sup>
Questão 3	4	23,5	16	94,1	0,002 <sup>**</sup>
Questão 4	2	11,8	12	70,6	0,002 <sup>**</sup>
Questão 5	1	5,9	14	82,4	0,000 <sup>**</sup>
Base	17		17		

**FONTE:** A Pesquisa.

<sup>ns</sup> Diferença não significativa entre o pré e o pós.

<sup>\*\*</sup> Aumento significativo na proporção de acertos.

Com exceção da primeira questão, que tratava sobre o cálculo do perímetro de um triângulo, nas outras o percentual de acerto foi inferior a 30%, como podemos constatar na Tabela 4. São preocupantes estes resultados, pois todos os tópicos da Geometria Analítica, abordados no pré-teste, são conteúdos que, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais, devem ser trabalhados na 3ª série do Ensino Médio.

No pós-teste o resultado foi bem mais motivador. O percentual de acerto em todas as questões foi superior a 70%. Ao realizar o teste de significância de McNemar, constatamos um aumento significativo na proporção de acertos nas questões de 2 a 5. Apenas na questão 1 não houve diferença significativa entre o

pré e o pós-teste. Esta constatação para a nossa pesquisa foi de grande importância, pois o pós-teste foi respondido pelos alunos após a realização da atividade com o GPS. Visualizamos melhor esta diferença dos percentuais de acertos no pré e pós-teste no gráfico da Figura 9, a seguir.

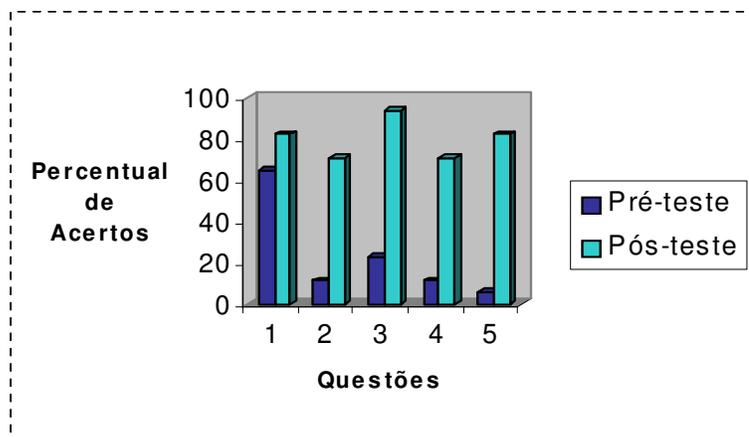


Figura 9: Gráfico dos Percentuais de acerto no Pré e no Pós-teste.

Outro tratamento estatístico que realizamos com o pré e o pós-teste foi o Teste de Wilcoxon para comparação entre as notas. Nesta análise avaliamos como “0” se o aluno errou ou não respondeu a questão e “1” se o aluno respondeu a questão corretamente. Cada acerto tinha peso 2. Como eram cinco as questões, as notas poderiam variar de 0 a 10. Os resultados desta comparação foram:

- Nenhum aluno teve nota do pós-teste inferior a do pré-teste;
- 16 alunos obtiveram notas maiores no pós-teste em relação ao pré-teste;
- Somente um aluno teve notas iguais nos dois testes.

Acreditamos que este resultado se deu pelo fato de que, embora fossem conteúdos que os alunos já conhecessem, visto que são estudados na 3ª série do Ensino Médio, podiam ter sido esquecidos, por falta de contato com o assunto ou por não terem aprendido significativamente. Daí então a causa que consideramos ter contribuído para uma superioridade nas notas do pós-teste, uma vez que o pré-teste foi aplicado antes de iniciar as atividades previstas na intervenção.

Com relação ao único aluno que teve notas iguais, tanto no pré como no pós-teste; ele se saiu bem em ambos, e no decorrer de nossos encontros constatamos que este aluno era professor do Ensino Médio e que ensinava esse conteúdo.

A Tabela 5 apresenta a avaliação do pré e do pós-teste de acordo com o tratamento estatístico de Wilcoxon.

**Tabela 5**  
**Teste de Wilcoxon para comparação entre as notas no Pré e no Pós-teste.**

<i>Resultado da Nota</i>	<i>n</i>	<i>%</i>	<i>Teste de Wilcoxon</i>
Pós < Pré	0	0,0%	0,000**
Pós > Pré	16	94,1%	
Pós = Pré	1	5,9%	
Total	17	100,0%	

**FONTE:** A Pesquisa

\*\* Diferença estatisticamente significativa entre pré e pós ao nível de 5%.

Observamos que houve uma diferença acentuada na média da turma em relação ao pré e o pós-teste. Outra inferência que também podemos obter, diz respeito à dispersão das notas. Utilizamos para medir essa dispersão o desvio padrão, que tanto no pré como no pós-teste ficou em torno de 2%, isto significa que a turma tinha praticamente o mesmo nível de conhecimento. O conjunto de resultados exibidos na Tabela 6 pode facilitar a visualização destes dados.

**Tabela 6**

**Estatísticas Descritivas para notas no Pré e Pós-teste.**

<i>Notas</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio-padrão</i>
Pré-teste	2,24	2,11
Pós-teste	8,00	2,12

**FONTE:** A Pesquisa

### **4.3 DA ATIVIDADE**

Outro ponto de interesse nessa pesquisa foi a verificação da aprendizagem significativa. A atividade (Anexo E) utilizada para a constatação desse fato foi composta de sete questões abertas, com as quais realizamos uma análise quantitativa, categorizando as respostas dos alunos em “atingiu plenamente”, “atingiu parcialmente” e “não atingiu”. Os resultados revelaram que a utilização do procedimento metodológico no ensino da Geometria Analítica foi satisfatória e que os alunos conseguiram transformar os conhecimentos adquiridos e visualizar a utilização em contextos diferentes.

Na realização das sessões 2 e 3, constatamos que o trabalho em grupo contribuiu para que aparecessem as lideranças, a cooperação e a socialização no grupo, facilitando a conclusão de cada equipe; os alunos, ao se envolverem com o estudo e com o GPS, predispuseram -se mais facilmente para a aprendizagem e, no preenchimento das atividades propostas no anexo E, eles fizeram uso dos conceitos básicos de Geometria Analítica.

De forma geral as atividades propostas foram respondidas pelos alunos e quase a totalidade deles atingiu plenamente o objetivo traçado para cada questão. Houve apenas um caso, na atividade 5, em que o aluno não respondeu satisfatoriamente. Em todas as outras atividades os alunos, ou responderam plenamente ou parcialmente as questões. Através da análise da Tabela 7 estes dados podem ser verificados.

**Tabela 7**

**Respostas para o questionário de atividades (Anexo E)**

	<i>Atingiu plenamente</i>		<i>Atingiu parcialmente</i>		<i>Não atingiu</i>	
	<i>n</i>	<i>%</i>	<i>n</i>	<i>%</i>	<i>n</i>	<i>%</i>
<b><i>Atividade 1: Localizar cinco pontos com o auxílio do GPS e fazer os registros.</i></b>						
Resultado	17	100,0%	0	0,0%	0	0,0%
<b><i>Atividade 2: Localizar num referencial cartesiano os pontos obtidos com o GPS.</i></b>						
Resultado	17	100,0%	0	0,0%	0	0,0%
<b><i>Atividade 3: Determinara a distância de <math>P_1</math> a <math>P_2</math>. Verifique sua resposta, ela condiz com a realidade? É aproximadamente a distância que você percorreu?</i></b>						
Resultado	14	82,4%	3	17,6%	0	0,0%

Cont.: - **Tabela 6:** Respostas para o questionário de atividades (Anexo E)

	<i>Atingiu plenamente</i>		<i>Atingiu parcialmente</i>		<i>Não atingiu</i>	
	<i>n</i>	<i>%</i>	<i>n</i>	<i>%</i>	<i>n</i>	<i>%</i>
<b>Atividade 4:</b> <i>Você observou o polígono com vértice nos pontos obtidos com o GPS? Essa figura é semelhante ao contorno que você percorreu?</i>						
Resultado	17	100,0%	0	0,0%	0	0,0%
<b>Atividade 5:</b> <i>Calcule a área dessa figura irregular, use o método que você preferir. Agora observe sua resposta. Confere com a realidade?</i>						
Resultado	16	94,1%	0	0,0%	1	5,9%
<b>Atividade 6:</b> <i>Você acha possível calcular com o auxílio do GPS a menor distância de sua casa até a ULBRA utilizando os conceitos da geometria analítica? Explique.</i>						
Resultado	16	94,1%	1	5,9%	0	0,0%
<b>Atividade 7:</b> <i>E se você quisesse calcular a área de um terreno qualquer, seria possível utilizando conceitos da geometria analítica e o recurso do GPS? Como?</i>						
Resultado	16	94,1%	1	5,9%	0	0,0%

**FONTE:** A Pesquisa

Nesta atividade constatamos que a todo o momento os alunos faziam comparações entre a teoria e a prática, desde a hora da localização dos pontos com o GPS, em que eles registravam as coordenadas, até a resolução dos problemas propostos. De todas as atividades que realizamos, esta foi a que os alunos mais se fascinaram; eles ficaram maravilhados quando realizaram a subtração das coordenadas dos pontos tomados com o GPS para localizá-los no plano cartesiano e verificaram que a figura formada foi a mesma em que eles percorreram localizando os pontos no pátio da universidade e que desta forma poderiam ter a área de toda aquela superfície contornada pelos pontos que tomaram.

Estas situações são exemplos em que podemos, enquanto professores de Matemática, estruturar condições para que ocorra um sentido ao conteúdo ensinado. E esse é um dos aspectos fundamentais da busca por uma aprendizagem significativa. Que o plano existencial do aluno, através do compromisso com o contexto por ele vivenciado, seja levado em conta pelo professor a fim de que o ensino se torne prazeroso e a aprendizagem realmente ocorra de forma satisfatória.

#### 4.4 SOBRE A AVALIAÇÃO DO PROCEDIMENTO METODOLÓGICO APLICADO

Ao final da intervenção aplicamos um questionário utilizando a Escala Likert a fim de avaliar a aceitabilidade do procedimento metodológico para o ensino da Geometria Analítica. Este instrumento foi de fundamental importância na pesquisa, visto que, seu resultado pode validar ou não a utilização do GPS no ensino da Geometria Analítica, para esse grupo de alunos participantes da experiência.

Os resultados obtidos foram satisfatórios e podem ser visualizados na Tabela 8.

**Tabela 8**

**Freqüências relativas (%) para as questões de avaliação da proposta.**

	<i>1 – Concordo plenamente</i>	<i>2- Concordo</i>	<i>4- Discordo</i>	<i>5-Discordo totalmente</i>	<i>Total</i>
<b>Questão 1:</b> A utilização do GPS durante as aulas de geometria analítica, aumentou meu interesse para o estudo da geometria.					
Resultado	64,7	35,3			100,0

Cont. Tabela 8: **Freqüências relativas (%) para as questões de avaliação da proposta.**

	<i>1 – Concordo plenamente</i>	<i>2- Concordo</i>	<i>4- Discordo</i>	<i>5-Discordo totalmente</i>	<i>Total</i>
<b>Questão 2:</b> Na sua opinião, aulas práticas garantem uma aprendizagem efetiva em sala de aula.					
Resultado	82,4	17,6			100,0
<b>Questão 3:</b> Não gostei desta abordagem, utilizando o GPS para o ensino da geometria analítica.					
Resultado			41,2	58,8	100,0
<b>Questão 4:</b> Os conteúdos da geometria analítica não despertam meu interesse.					
Resultado			58,8	41,2	100,0
<b>Questão 5:</b> Acredito que a metodologia de ensino influencia na aprendizagem.					
Resultado	88,2	11,8			100,0
<b>Questão 6:</b> O <i>GPS (Global Positioning System)</i> contribuiu para que as aulas de Geometria Analítica fossem mais atrativas.					
Resultado	52,9	47,1			100,0
<b>Questão 7:</b> A abordagem dos conteúdos a partir de aulas práticas com o GPS facilitou a aprendizagem:					
Resultado	58,8	41,2			100,0
<b>Questão 8:</b> Eu consigo relacionar os conteúdos da geometria analítica estudados, com situações do cotidiano.					
Resultado	35,3	52,9	11,8		100,0
<b>Questão 9:</b> Agora que conheço essa nova abordagem para o ensino da geometria analítica, utilizaria o GPS em minhas aulas para tornar a aprendizagem mais concreta.					
Resultado	58,8	41,2			100,0
<b>Questão 10:</b> Para David Ausubel, psicólogo da aprendizagem, o principal, no processo de ensino, é que a aprendizagem seja significativa, isto é, o material a ser aprendido precisa fazer algum sentido para o aluno. Eu acredito que a utilização do GPS nas aulas de geometria analítica torna a aprendizagem significativa para o aluno.					
Resultado	68,8	31,3			100,0

Em cada item desta avaliação, o aluno teria que assinalar a alternativa que melhor expressava sua opinião. As alternativas foram: 1- (CO) concordo plenamente; 2- (C) concordo; 3- (NO) não possuo opinião; 4- (D) discordo e 5- (DT) discordo totalmente. Como podemos observar na Tabela 8 as questões versavam sobre a abordagem dos conteúdos da Geometria Analítica utilizando o GPS, a contribuição que essa abordagem poderia trazer ao ensino e se o aluno, quando futuro professor, utilizaria essa metodologia em suas aulas, entre outras. Salientamos que a alternativa 3, não aparece na tabela, pois não foi assinalada por nenhum aluno.

As questões que refletiam negativamente sobre a proposta apresentada foram a 3 e 4, podemos observar que a totalidade dos alunos ou discorda ou discorda totalmente, enquanto que na questão 9, por exemplo, que trata sobre a utilização pelo aluno dessa abordagem, 100% deles ou concorda ou concorda plenamente. Outro fato que nos chamou a atenção foi em relação à questão 5, onde foi questionado se o aluno acredita que a metodologia de ensino influencia na aprendizagem. 82,2% concordaram plenamente e 11,8% concordaram.

Ainda sobre a avaliação do procedimento metodológico aplicado, destacamos as falas (transcritas na íntegra) de alguns alunos que fizeram parte desta pesquisa:

“Eu ainda não tinha visto nada assim... aulas tipo práticas de Matemática no Ensino Médio”.

(V.L.S.)

“É interessante como a Geometria Analítica tem muito a ver com tudo ao nosso redor. Existe um montão de exemplos práticos que podemos dar aos nossos alunos”. (V.D.)

“Professora, essa técnica de ensinar Geometria Analítica é muito interessante, podemos ver na prática e entender melhor as fórmulas”.

(J.C.B.)

“É incrível! Então é daqui que vem o “x” e o “y”?”

(R.M.L.)

“Seria muito bom se pudéssemos achar uma técnica assim, com exemplos práticos para ensinar tudo em Matemática”.

(D.R.H.)

Com base nos depoimentos, também em observações e análises onde se evidencia que as porcentagens das respostas tenderam para “concordo totalmente” e “concordo”. E como a engenharia didática se caracteriza pela validação interna e não externa, através de uma análise estatística, conclui-se que o procedimento metodológico atendeu ao objetivo proposto inicialmente e teve uma excelente aprovação por parte dos alunos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa foi fundamentada na aprendizagem significativa, entendida como um processo pelo qual o que o aluno aprende é produto da nova informação, interpretada de acordo com os conhecimentos prévios. Desta forma, os novos conceitos são assimilados ou integrados aos conhecimentos anteriores.

Constatamos que durante o desenvolvimento da fase experimental da pesquisa ocorreu, além da aprendizagem significativa receptiva, também a aprendizagem por descoberta, uma vez que, os sujeitos da pesquisa perceberam espontaneamente a relação entre os pontos obtidos através do GPS com os localizados no plano cartesiano, realizando comparações entre a teoria estudada e a prática.

Os resultados obtidos permitiram concluir que um procedimento metodológico para o ensino da Geometria Analítica, utilizando o GPS, que, se fundamentada na aprendizagem significativa, pode enriquecer o processo de aprendizagem e tornar o aluno mais participativo.

Esta estratégia de ensino proposta para a Geometria Analítica difere, em alguns aspectos, daquelas apresentadas pela maioria dos livros didáticos, nos quais os conceitos são apresentados formalizados, a organização do conteúdo é fechada e em sua forma final, os exemplos utilizados são puramente algébricos ou geométricos, sem nenhuma aplicação prática, seguidos por exercícios de fixação na maioria das vezes descontextualizados.

A diferença significativa que constatamos no desempenho dos alunos no pré e no pós-teste indicou a viabilidade do uso do GPS como uma estratégia didática adequada para o desenvolvimento de conteúdos da Geometria Analítica. Ressaltamos que houve um envolvimento dos alunos nas atividades propostas, correspondendo com nossas expectativas.

As contribuições desta estratégia didática no ensino da Geometria Analítica foram constatadas através dos resultados do pré e do pós-teste. Na avaliação dos alunos em cada questão, houve um aumento significativo no número de acertos de um teste para o outro, favorecendo o pós-teste. Houve um aumento significativo, também, na média da turma em relação ao pré e o pós-teste, o que nos faz acreditar que o uso do GPS auxilia no processo de Ensino e Aprendizagem da Geometria Analítica.

As análises referentes às evidências da aprendizagem significativa permitiram visualizar resultados animadores. Acreditamos que, quando o ensino deixa de ter o foco no professor e coloca o aluno como sujeito ativo e participativo na prática escolar e através de estratégias didáticas que envolvem o aluno de forma a

fazê-lo perceber a aplicabilidade dos conteúdos ensinados, o processo de aprendizagem oferece melhores resultados. O uso do GPS permitiu que os alunos aplicassem os conceitos da Geometria Analítica em um contexto diferente, realizando a transformação dos conhecimentos adquiridos. Outra questão que merece ser destacada nesta análise referente às evidências da aprendizagem significativa, é que o uso do GPS nas aulas auxiliou a predisposição dos alunos para aprendizagem, sendo esta atitude considerada positiva e indispensável na aquisição da aprendizagem significativa.

Sobre a aceitabilidade dessa proposta no ensino da Geometria Analítica utilizando o GPS, os resultados também foram excelentes. Os alunos que participaram da pesquisa expressaram com muita propriedade o quanto eles gostaram da estratégia, chegando a citar a necessidade de outras iniciativas como estas que pudessem fazer da matemática uma disciplina com mais aplicabilidade.

De certo modo respondemos, com este estudo, a nossa inquietação: o desejo de fazer o ensino da Matemática mais concreto e real para o aluno.

Realizamos nossa pesquisa com futuros professores de Matemática, alguns já atuando em sala de aula, porém sem a titulação. O nosso objetivo com esse público alvo foi, entre outros, testar a aceitabilidade desta proposta por eles. Respondemos com isto nossas indagações. Mas delinearemos como sugestões, que poderiam contribuir para futuras pesquisas, a possibilidade de aplicar este dispositivo didático com alunos do Ensino Médio, objetivando, dessa forma, articular alguns tópicos da Geometria Analítica às situações da realidade do aluno; assim

sendo, ficaria explícito que a Matemática não se constitui de conteúdos desvinculados da realidade, como geralmente é abordada no ensino tradicional.

Sugere-se ainda um repensar no ensino da Matemática para a Educação Básica através de estratégias de ensino que visem aproximar os conteúdos trabalhados com situações reais a fim de contextualizar o ensino tornando-o mais dinâmico e significativo para o aluno.

## REFERÊNCIAS

ALCÂNTARA MACHADO, S.D. *Engenharia didática*. IN: Alcântara Machado, S.D. (org). Educação matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 2002.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. *Psicologia educacional*. Tradução de: Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

ALVES, Sérgio. *A Matemática do GPS*. In: Revista do Professor de Matemática nº. 59. São Paulo – SP, 2006, p. 17 – 26.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999.

BOLFE, Édson Luis; VASCO, Luciano Suaid Tomazi. *Aplicações de GPS – Sistema de Posicionamento Global*. Disponível em: < [http://www.clubedofazendeiro.com.br-cienciaepesquisa\\_artigostecnicos](http://www.clubedofazendeiro.com.br-cienciaepesquisa_artigostecnicos)> Acesso em junho de 2005.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (org). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*, 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1996.

COLL, C.; PALACIOS, J. e MARCHESI, A. *Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação*. Tradução de Angélica Mello Alves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

COLL, C et al. *Psicologia do ensino*. Tradução de: Cristina Maria de Oliveira. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

COOK, T. D. e Reichard, C. H. S. *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evolutiva*. Madrid: Morata, 1986.

D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática*. São Paulo: Ática, 1990.

D'AMBROSIO, U. et al. *Eu detesto matemática*. In: Revista Nova Escola, São Paulo, 1990, maio, ano V, n.39. p.8-10.

ENGERS, Maria Emília Amaral (coord). *Seminário de pesquisa educacional do curso de doutorado da pós-graduação em educação da faculdade de educação da PUCRS*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1994.

FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. *Psicologia da Educação Matemática: uma introdução*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

FILHO, José Camilo dos Santos; SILVIO, Sánchez Gamboa (org). *Pesquisa Educacional: quantidade – qualidade*. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

IEZZI, Gelson. *Fundamentos de Matemática Elementar (Geometria Analítica)*. São Paulo: Atual, 1985.

*Introdução e conceitos sobre GPS. Disponível em* [http://www.spg.com.br/informacoes/normas\\_gps.htm](http://www.spg.com.br/informacoes/normas_gps.htm) Acesso em 10 maio de 2005.

KUHN, Thomas S. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. 3.ed. São Paulo: Perspectiva, 1990

MACEDO, Lino de. *Ensaio Construtivistas*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

MACHADO, Sílvia D.A. et al. *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999.

MEC. *Parâmetros curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM)*. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

MÉNDEZ, Alvarez J. M. *Investigación cuantitativa/investigación cualitativa: Una falsa disyuntiva?* In: Cook, T. D. e Reichard, C. H. S. Métodos cualitativos y cuantitativos em investigación evolutiva. Madrid: Morata, 1986.

MOREIRA, Marco A.; MASINI, Elcie F. Salzano. *Aprendizagem significativa. A teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.

MOREIRA, Marco Antônio. *Teorias de Aprendizagem*. – São Paulo: EPU, 1999.

*O Sistema GPS. GPS Global – Artigos: ITA. Disponível em* <http://www.gpsglobal.com.br/artigos/ita12ahtml> Acesso em maio de 2005.

PAIS, Luiz Carlos. *Introdução*. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. *Educação Matemática: uma introdução*. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2002.

\_\_\_\_\_. *Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PONTE, João Pedro da. *Investigações Matemática na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

POZO, J. I. *Teorias cognitivas da aprendizagem*. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

## ANEXOS

### ANEXO A: Investigação do perfil do entrevistado

Nome: -----

1. Qual o seu curso? -----

2. É a primeira vez que cursa a disciplina Geometria Analítica?

Sim  Não

3. Você:

Somente estuda  Estuda e trabalha

4. Se trabalha, atua como professor?

Sim  Não

5. Você gosta de estudar Geometria?

Sim  Não

6. Você já estudou Geometria a partir de situações práticas?

Sim  Não

7. Acredita que você pode aplicar os conteúdos da geometria analítica no seu dia-a-dia?

Sim  Não

8. Você conhece o *GPS (Global Positioning System)*?

Sim  Não

9. Se sim, você acha que podemos utilizá-lo como recurso nas aulas de Geometria Analítica?

Sim  Não  Não sabe

**ANEXO B : Pré-Teste****QUESTÕES DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS**

- 1- Calcular o perímetro do triângulo ABC, sendo dados A(2, 1), B(-1, 3) e C(4, -2).
  
- 2- Dados A(x, 5), B(-2, 3) e C(4, 1), obter x de modo que A seja equidistante de B e C.
  
- 3- Os pontos A(1, 3), B(2, 5) e C(49, 100) são colineares?
  
- 4- Desenhe num referencial cartesiano o quadrilátero A(1, -4), B(8, -1), C(3, 5) e D(0, -1) e calcule a sua área.
  
- 5- Determinar as equações das retas suportes dos lados do triângulo cujos vértices são A(0, 0), B(1, 3) e C(4, 0).

*Bom Trabalho!!!*

## **ANEXO C: Texto Introdutório**

### **A GEOMETRIA ANALÍTICA**

A Geometria Analítica é ensinada em geral, na 3ª série do ensino médio.

Wagner (1999) afirma que:

“Ela é ensinada de forma completamente desconectada de todos os assuntos que o aluno aprendeu antes. Fica parecendo que a geometria analítica é um instrumento que serve apenas para resolver problemas da geometria analítica. Por isso, essa matéria parece enfadonha, embora a geometria analítica, ou melhor, o método das coordenadas, seja uma ferramenta útil para resolver problemas diversos”.

A busca por alternativas de ensino que vise modificar essa realidade, é motivo de muitos estudos e discussões. O progressivo avanço nas técnicas de ensino com o uso de novas tecnologias, tem provocado grandes melhorias.

A partir desta idéia e também da necessidade de encontrar mecanismos de motivação na aprendizagem é que se pensou na utilização do GPS, um recurso tecnológico, como um meio na aplicação dos conteúdos da geometria analítica. Tendo em vista que desde a sua criação, por Fermat e Descartes,

A idéia de definir a posição de um ponto por meio de uma seqüência de números foi sugerida, de modo natural, em problemas de navegação que levaram a adotar o sistema das coordenadas geográficas. Cada ponto da superfície marítima fica determinado por um par de números designados de latitude e longitude e, se o ponto está situado acima ou abaixo do nível do mar, um terceiro número torna-se necessário juntar para localizá-lo: a altitude (Wagner, 1999).

Um marco significativo que manifestou uma grande evolução metodológica e determinou mudanças produtivas nos conceitos sobre o significado da Geometria foi a Geometria Analítica. Embora a Geometria seja uma ciência dedutiva criada pelos gregos, lhe faltava operacionalidade, e isso só iria acontecer mediante a álgebra como princípio unificador.

René Descartes (1596 - 1650) e Pierre de Fermat (1601 - 1665) são responsáveis por esse avanço científico na área da geometria. Ambos vão substituir os pontos de um plano (Euclides) por pares de números, e as curvas, por equações. Assim, o estudo das propriedades das curvas será substituído pelo estudo das propriedades das equações correspondentes, unificando desta forma a álgebra com a geometria.

### **REFERÊNCIAS**

BOYER, Carl B. *História da Matemática*, 2. Ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1996.

*A Geometria Analítica*. Disponível em  
<[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/fermat/geometria\\_analitica.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/fermat/geometria_analitica.htm)>. Acesso em setembro de 2005.

WAGNER, Eduardo. *Sobre o Ensino da Geometria Analítica*. Revista do Professor de Matemática. Rio de Janeiro-RJ. nº 41, p. 17 – 22, 1999.

## ANEXO D: Texto Introdutório

### GPS (Sistema de Posicionamento Global)

#### O que é o GPS?

- É um sistema de satélites artificiais que teve seus fundamentos idealizados com o objetivo de navegação. Teve como idéia básica a localização sobre a Terra de uma antena receptora de sinais, emitidas por satélites artificiais em órbita terrestre de posições perfeitamente conhecidas.

#### Quem desenvolveu o GPS?

- O sistema GPS foi desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos na década de 70 e entrou em atividade em 06 de janeiro de 1980.

#### Quais os propósitos da observação dos satélites?

- Os satélites são observados com dois propósitos: navegação e posicionamento. Nos dois casos o que se quer é a posição de um ponto. O sistema mais conhecido é o GPS, porém existem outros.

#### Quais os segmentos que constituem o sistema GPS?

- **Espacial, Controle e Usuário.**
- **Espacial:** é composto pela constelação de satélites, são 21 em operação e 3 de reserva, somando um total de 24. Tem a função de gerar e transmitir os sinais.

- **Controle:** é composto por uma estação de controle mestre, localizada na base da Força Aérea Americana e quatro outras estações de monitoramento, localizadas em torno da Terra.
- **Usuário:** qualquer receptor que esteja ligado recebe informações que os satélites transmitem continuamente.

### **O advento do GPS...**

- ... revolucionou as técnicas de posicionamento levando o cidadão comum a utilizá-la das formas mais variadas. Dos grandes trabalhos científicos aos momentos de lazer esta ferramenta está cada vez mais presente.

### **As aplicações do GPS**

- Navegação aérea, marítima e terrestre, mapeamentos urbanos e rurais, agricultura de precisão, segurança contra furto de veículos, localização de incêndios, apoio na definição de trilhas, rallys, etc.

### **Receptores cada vez menores e mais precisos**

- Por isso ....

“... não é exagero dizer que chegaremos ao dia em que nossos relógios de pulso, além da hora nos apresentarão coordenadas através do GPS”.

*(Édson Luis Bolfe)*

## Referências

AUSUBEL, David P.; Joseph D.; HANESIAN, Helen. *Psicologia Educacional*. Editora Interamericana Ltda. Rio de Janeiro, 1980.

BOLFE, Édson Luis; VASCO, Luciano Suaid Tomazi. *Aplicações de GPS – Sistema de Posicionamento Global*. Disponível em <[http://www.clubedofazendeiro.com.br-cienciaepesquisa\\_artigostecnicos](http://www.clubedofazendeiro.com.br-cienciaepesquisa_artigostecnicos)>.

*Introdução e conceitos sobre GPS. Disponível em*  
<<http://www.spg.com.br/informacoes/normasgps.htm>> Acesso em 10 maio de 2005.

*O Sistema GPS. GPS Global – Artigos: ITA. Disponível em*  
<<http://www.gpsglobal.com.br/artigos/ita12ahtml>> Acesso em maio de 2005.

**ANEXO E: Atividades de Avaliação**

- 1- Localizar cinco pontos com o auxílio do GPS. Fazer os registros:
  
- 2- Localizar num referencial cartesiano, os pontos obtidos com o GPS.
  
- 3- Determinar a distância de  $P_1$  a  $P_2$ . Verifique sua resposta, ela condiz com a realidade? É aproximadamente a distância que você percorreu?
  
- 4- Você observou o polígono com vértice nos pontos obtidos com o GPS? Essa figura é semelhante ao contorno que você percorreu?
  
- 5- Calcule a área dessa figura irregular, use o método que você preferir. Agora observe sua resposta. Confere com a realidade?
  
- 6- Você acha possível calcular com o auxílio do GPS a menor distância de sua casa até a ULBRA utilizando os conceitos da geometria analítica? Explique.
  
- 7- E se você quisesse calcular a área de um terreno qualquer, seria possível utilizando conceitos da geometria analítica e o recurso do GPS? Como?

**ANEXO F: Pós-Teste****QUESTÕES DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS**

- 1- Calcular o perímetro do triângulo ABC, sendo dados  $A(2, 1)$ ,  $B(-1, 3)$  e  $C(4, -2)$ .
  
- 2- Dados  $A(x, 5)$ ,  $B(-2, 3)$  e  $C(4, 1)$ , obter  $x$  de modo que A seja equidistante de B e C.
  
- 3- Os pontos  $A(1, 3)$ ,  $B(2, 5)$  e  $C(49, 100)$  são colineares?
  
- 4- Desenhe num referencial cartesiano o quadrilátero  $A(1, -4)$ ,  $B(8, -1)$ ,  $C(3, 5)$  e  $D(0, -1)$  e calcule a sua área.
  
- 5- Determinar as equações das retas suportes dos lados do triângulo cujos vértices são  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 3)$  e  $C(4, 0)$ .

## ANEXO G: Avaliação do Método

### QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO REFERENTE À UTILIZAÇÃO DO GPS NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA.

Prezado acadêmico (a), procure responder o questionário livremente, não é necessário identificar-se, responda com sinceridade, assim você estará contribuindo para uma avaliação satisfatória da atividade desenvolvida. Nas questões abaixo, você deve assinalar com um X a alternativa que melhor expressa sua opinião. Observe a legenda:

CP → concordo plenamente

C → concordo

NO → não possuo opinião

D → discordo

DT → discordo totalmente

De preferência evite utilizar a alternativa NO.

1- A utilização do GPS durante as aulas de geometria analítica, aumentou meu interesse para o estudo da geometria.

CP            C            NO            D            DT

2- Em sua opinião, aulas práticas garantem uma aprendizagem efetiva em sala de aula.

CP            C            NO            D            DT

3- Não gostei desta abordagem, utilizando o GPS para o ensino da geometria analítica.

CP            C            NO            D            DT

4- Os conteúdos da geometria analítica não despertam meu interesse.

CP            C            NO            D            DT

5- Acredito que a metodologia de ensino influencia na aprendizagem.

CP            C            NO            D            DT

6- O GPS (*Global Positioning System*) contribuiu para que as aulas de Geometria Analítica fossem mais atrativas.

CP            C            NO            D            DT

7- A abordagem dos conteúdos a partir de aulas práticas com o GPS facilitou a aprendizagem:

CP C NO D DT

8- Eu consigo relacionar os conteúdos da geometria analítica estudados, com situações do cotidiano.

CP C NO D DT

9- Agora que conheço essa nova abordagem para o ensino da geometria analítica, utilizaria o GPS em minhas aulas para tornar a aprendizagem mais concreta.

CP C NO D DT

10- Para David Ausubel, psicólogo da aprendizagem, o principal, no processo de ensino, é que a aprendizagem seja significativa, isto é, o material a ser aprendido precisa fazer algum sentido para o aluno. Eu acredito que a utilização do GPS nas aulas de geometria analítica torna a aprendizagem significativa para o aluno.

CP C NO D DT