Fabiana Caldeira Damasco

Equações do 1º Grau: uma experiência utilizando Engenharia Didática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Drª Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Canoas
2008

Dedico esse trabalho a meu filho Allan Ocheine Damasco Grygoruk pelo amor, compreensão e companheirismo, durante todo esse tempo.

Agradecimento

Agradeço a Deus pela minha existência e por ter colocado a meu lado pessoas tão especiais como a minha família, amigos e colegas.

Em especial agradeço aos meus pais, pelo amor, carinho, apoio emocional entre outros, e pelo auxílio na criação de meu filho.

Agradeço a minha irmã, pela amizade, sinceridade e por sempre estar presente em todos os momentos. Às minhas sobrinhas e afilhadas, Etiene e Gabriela, pelas palavras e gestos de amor e carinho.

Ao meu cunhado Adriano e ao meu sobrinho Jean Michael, pela amizade e apoio que dedicaram sempre que necessário.

Também agradeço aos colegas da escola Edgar Fontoura, pelo incentivo, em especial à diretora Joelba, à orientadora Iria e à supervisora Juliana, pela compreensão e auxílio em vários momentos para a conclusão deste trabalho.

Aos colegas da Escola Paz, pelo apoio e palavras de motivação, durante todo este processo, principalmente ao diretor Lauro, à supervisora Elinara e à orientadora Tânia, pela amizade, sinceridade e reconhecimento profissional, demonstrados em vários momentos.

Agradeço, também, aos alunos da turma de 6ª série, do ano de 2006, da Escola Paz, os quais participaram desta investigação, e aos demais alunos que acompanharam esta pesquisa e torceram pela minha ascensão pessoal e profissional.

Agradecimento

Agradeço, em especial, à minha Profª e Orientadora, Dra Claudia Lisete Oliveira Groenwald, pela paciência, compreensão, apoio, amizade e por acreditar em minha capacidade. Agradeço por todo tempo que dedicou para minha orientação, pelos aconselhamentos, pelo vasto conhecimento repassado, por ter sido mais do que uma professora, mais que uma amiga, mais que uma orientadora, e sim um anjo iluminado de sabedoria, amizade e amor. Enfim, não há palavras suficientes para exprimir o quanto sou grata.

A vida é uma longa estrada que tem curvas imprevisíveis e derrapagens inevitáveis.

Augusto Cury

RESUMO

Este trabalho apresenta uma Engenharia Didática com equações do 1º grau, conteúdo trabalhado na 6ª série do Ensino Fundamental em Matemática. É uma abordagem de pesquisa qualitativa, na microengenharia, com estudo direcionado às equações do 1º grau. A seqüência didática foi desenvolvida em uma escola particular de ensino, do município de Canoas, no estado do Rio Grande do Sul. O processo seguiu as quatro fases da Engenharia Didática: as análises preliminares, a concepção e análise a priori das situações, a experimentação e a análise a posteriori e a validação. A hipótese do estudo foi a de que o professor de Matemática do Ensino Fundamental, quando desenvolve o conteúdo de equações do 1ª grau, na 6ª série, não pratica uma metodologia que privilegie a compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo, levando o aluno a não utilizar esses princípios ao resolver uma equação do 1º grau na sua forma algébrica. Também não é trabalhada a visão geométrica de equações na 6ª série do ensino Fundamental. Assim o objetivo do trabalho foi investigar uma metodologia adequada ao processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau no Ensino Fundamental. Iniciou-se o trabalho com as análises preliminares, fase em que o pesquisador fundamenta suas principais categorias da pesquisa, tendo suas constatações empíricas, as quais o levam a destacar as concepções dos sujeitos envolvidos e compreender as condições da realidade à qual a experiência será realizada. Nessa tarefa observaram-se as aulas e o professor de uma turma de 6ª série, sem a interferência do pesquisador. Aplicou-se um questionário, para o professor e realizou-se a análise de 4 livros didáticos. Após, seguiu-se a fase da concepção e análise a priori, a qual consiste na definição das variáveis de comando que interferem na constituição do fenômeno, bem como, o planejamento específico da seqüência didática. Nessa etapa, com base nas informações coletadas na fase inicial, organizou-se a seqüência didática, de maneira a satisfazer as necessidades de aprendizagem dos alunos. Em seguida, passou-se para a experimentação da seqüência didática, fase importante para garantir a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica. Nela o pesquisador utilizou-se de filmagens, fotografias, observações das atividades realizadas pelos alunos e análise dos conceitos previstos na pesquisa didática. Nesse momento, buscou-se utilizar todos os recursos disponíveis para aplicação de uma metodologia que privilegiasse o ensino e aprendizagem dos alunos no entendimento das equações do 1º grau. Para tanto, desenvolveu-se uma seqüência didática com introdução à parte histórica do conteúdo, aplicação de fluxogramas, resolução de problemas, utilização de livros didáticos e paradidáticos, material concreto, bem como de um software educativo. Para finalizar, realizou-se a análise a posteriori e a validação, que se refere ao tratamento das informações obtidas por ocasião da aplicação da seqüência didática. Considerada parte efetivamente experimental da pesquisa, a validação da pesquisa ocorreu mediante a confrontação entre os dados obtidos das análises a priori e a posteriori, verificando, assim, as hipóteses feitas no início da pesquisa. Do ponto de vista metodológico, essa fase deve garantir a essência do caráter científico, sendo considerada a fase das conclusões do estudo da pesquisa. Foi possível concluir que se pode desenvolver uma metodologia adequada ao aprendizado dos alunos da 6ª série do Ensino Fundamental, visto que, ao participarem da seqüência de ensino desenvolvida nesta pesquisa, os mesmos demonstraram total interesse e facilidade na aprendizagem das equações do 1º grau.

Palavras-chave: Educação Matemática; Engenharia Didática; Equações do 1º Grau

ABSTRACT

This dissertation presents a Didactic Engineering with first grades equations, a subject taught in Math classes to sixth grade students in an elementary school. It´s a qualitative research in microengineering with studies done with first grade equations. The didactic sequence was developed in a private school in the city of Canoas, in the state of Rio Grande do Sul. The process followed the four phases of the Didactic Engineering: the preliminary analysis, the conception and analysis a priori of the situations, the experimentation and analysis a posteriori and the validation. The hypothesis of the study was that when the teacher in the elementary school develops the subject of first grade equations in the sixth grade, does not use a methodology that facilitates the comprehension of principles in multiplication and addition, not stimulating the student to use these principles to solve a first grade equation in an algebraic way. It is not taught the geometric vision of equations in the sixth grade either. Therefore, the objective of this study is to investigate a proper methodology to the teaching –learning process of first grade equations in elementary schools. The study began with preliminary analysis, whose phase the researcher affirms his main categories of research, having his empirical evidences supporting him to stand out the conceptions of people involved and to comprehend the conditions of the reality in which the experience will be placed. In this task the classes and the teacher in the sixth grade were analyzed without the researcher´s interference. A questionnaire was applied with the teacher and the analysis of four didactic books were done. Then the conception and analysis a priori were done, which consist in the definition of variables of command that interfere in the constitution of the phenomena and the specific plans of the didactic sequence. In this phase, based on the collected information in the first phase , didactic sequence was organized in order to satisfy the needs of the students in the learning process. Then, the experimentation of the didactic sequence was done, an important phase to guarantee the proximity of practical results and theoretical analysis. For this phase the researcher used films, photos, observations of the activities done with the students and the analysis of previous concepts in the didactic research. In this moment, all the available resources were used to apply a methodology that facilitated the teaching-learning process with the students with first grade equations. For that, a didactic sequence was developed with the introduction in the historical part of the subject, application of fluxograms, resolution of problems, use of didactic books, concrete material, as well as an educational software. Finally the analysis a posteriori and the validation which refer to the study of the information obtained in the application of the didactic sequence were done. Considered part effectively experimental of the research the validation of the research occurred through the confrontation between the information obtained in the analysis a priori and a posteriori, checking the hypothesis done when the study has begun. From the methodological point of view, this phase must guarantee the essence of the scientific study, considering the final phases of conclusion of the study and the research. It was possible to conclude that it´s possible to develop a proper methodology to the learning of students in the sixth grade, once the students that participated in the research demonstrated a lot interest and facility in the learning of the first grade equations.

KEY WORDS: Math education ; Didactic engineering; First grade equations.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O Ensino Construtivista, visto como uma forma organizacional de aprendizagem, torna o ensino da Matemática, no seu contexto mais amplo, um processo de ensino e aprendizagem mais abrangente e facilitador para o aluno, objetivando a produção e assimilação do saber matemático.

A Educação Matemática, na visão construtivista, leva o aluno a ter autonomia de decisão, para solucionar problemas matemáticos e elaborar critérios que possibilitem o pensamento lógico, demonstrando a aprendizagem da disciplina.

Com o objetivo de investigar uma metodologia adequada aos princípios construtivistas e ao processo de ensino e aprendizagem das equações do 1º grau no Ensino Fundamental, para alunos entre 11 e 12 anos, foi desenvolvida uma experiência com a metodologia de pesquisa, em Matemática, denominada Engenharia Didática, a qual será apresentada neste trabalho.

A pesquisa foi feita com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental em escolas no município de Canoas.

A Engenharia Didática, segundo Artigue (1996), é uma forma de trabalho didático equiparável ao trabalho de um engenheiro que, para realizar um determinado projeto, se fundamenta nos conhecimentos científicos do seu domínio e aceita submeter-se a um controle do tipo científico.

Essa forma de trabalho é importante, porque permite organizar uma metodologia com atividades encadeadas, que levem o aluno a construir os conceitos e que privilegie a compreensão e não a memorização.

O trabalho está organizado em três capítulos. No primeiro capítulo, apresentam-se os pressupostos teóricos, fundamentando o Ensino Construtivista, destacando-se o Construtivismo e o Construcionismo Social, o papel do professor construtivista e o papel do aluno na visão Construtivista.

No segundo capítulo, apresentam-se os pressupostos metodológicos da pesquisa, tema, hipóteses, objetivos e a metodologia utilizada.

No terceiro e último capítulo, destaca-se a Engenharia Didática e suas fases. Na primeira fase, que é de análises preliminares, apresentam-se as observações das aulas de equações do 1º Grau para a 6ª série do Ensino Fundamental e o resumo das aulas observadas, além da análise dos livros didáticos da 6ª série do Ensino Fundamental utilizados nas escolas públicas de Canoas. Na segunda fase, que é da Concepção e Análise a Priori, apresenta-se a seqüência didática desenvolvida na experimentação da Engenharia Didática com equações do 1º grau.

A terceira fase é da Experimentação, onde apresenta-se o que foi desenvolvido na seqüência didática e na última fase, que é da Análise a Posteriori e da Validação, encontram-se os resultados coletados na pesquisa.

1 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Em toda atividade docente, como indica Bachelard, citado por Carretero, (1997) não só aprende o aluno, mas também o professor. É fundamental para um professor saber o que é e como se desenvolve a mente do aluno, mas, não menos importante, é a interrogação sobre como se produz a mudança cognitiva, ou seja, como se pode aprender melhor.

Para Grossi (1992), o professor só pode ter os seus alunos efetivamente em aula, para aprenderem, se seus desejos aí estiverem. Segundo a autora, não se ensina por exposições ou explicações dos conteúdos logicamente já estruturados, para depois se propor aplicações desses problemas, mas ensina-se pela proposição de problemas. Portanto, as propostas didáticas, para serem efetivas, necessitam de um espaço de problemas, invertendo o esquema clássico "aprende-aplica", onde se ensinam os fundamentos teóricos para depois se propor sua aplicação em exercícios práticos.

Conforme Coll et al (2002), a educação escolar consiste em informar sobre saberes específicos existentes na cultura: conhecimento científico, matemático, lingüístico, entre outros, mas não unicamente sobre seu corpo organizado de conceitos. Também é necessário conhecer as técnicas, métodos e estratégias que essas disciplinas específicas utilizam para conseguir gerar novos conhecimentos.

Segundo Davis, citado por Godino et al (1991), duas tendências básicas dominam o panorama do ensino da Matemática. Uma, que define o ensino direto, é uma determinação muito explícita do que se quer que os alunos aprendam, uma exposição muito clara dessas informações, uma considerável exercitação e prática das mesmas e uma posterior avaliação. A outra tendência determina que antes de enfrentar novas idéias, os alunos devem munir-se de experiências adequadas para que o conceito novo se corresponda com algo que já faça parte de sua experiência pessoal. Tal experiência tem relação com a experimentação concreta, que dê condições ao aluno de construir uma representação mental, razoavelmente forte, que se converta na base do conjunto de ferramentas da sua maneira de pensar.

Em linhas gerais, o primeiro método citado pode ser considerado o Ensino Tradicional de Matemática e o segundo possui características que se encaixam no Ensino Construtivista.

Torna-se coerente, nesse momento, realizar uma análise entre o Ensino Tradicional e o Ensino Construtivista, visto que existe, em muitas escolas, resistência ao Ensino Construtivista, principalmente, por parte do professor que, ao atuar na linha construtivista de ensino, necessita redimensionar seus conceitos pré-existentes quanto à maneira de conduzir suas aulas.

1.1 ENSINO TRADICIONAL

Segundo Snyders, citado por Mizukami:

> O ensino tradicional tem a pretensão de conduzir o aluno até o contacto com as grandes realizações da humanidade: obras-primas da literatura e da arte, raciocínios e demonstrações plenamente elaboradas, aquisições científicas atingidas pelos métodos mais seguros (1986, p.8).

Segundo a autora, o adulto, na concepção tradicional, é considerado um homem acabado, “pronto” e o aluno, um “adulto em miniatura”, que precisa ser atualizado.

Groenwald salienta, em relação ao Ensino Tradicional que:

> A matemática fica transformada em algo rígido, acabado, chato, sem finalidade. O aluno usa apenas a memória, não desenvolvendo habilidades de extrapolar, resolver situações-problema raciocinar, criar. Não tem prazer da descoberta. Ficam faltando elementos para o seu desenvolvimento integral (1997 p.98).

Carvalho afirma que:

> Considera-se a Matemática como uma área de conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das idéias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências. A conseqüência dessa visão em sala de aula é a imposição autoritária do conhecimento matemático por um professor que, supõe-se, domina e o

> transmite a um aluno passivo, que deve se moldar à autoridade da perfeição científica (1991, p.15).

As principais características do Ensino Tradicional são o professor-transmissor de conhecimentos estruturados, cujo papel é garantir que o conhecimento seja conseguido e isso independe do interesse e vontade do aluno (GROENWALD,1997, MIZUKAMI, 1986).

Nesse tipo de ensino, a classe é quieta e comportada. O professor exige silêncio na hora das explicações e correção dos exercícios, porque entende que a aprendizagem do aluno depende de sua atenção às explicações. Os alunos sentam-se dois a dois ou individualmente.

Nesse sentido, Mizukami (1986) afirma que, no Ensino Tradicional, o professor já traz o conteúdo pronto e o aluno se limita, passivamente, a escutá-lo. Isso faz com que o aluno siga uma rotina, pois as tarefas de aprendizagem quase sempre são padronizadas.

Os passos de uma aula no ensino tradicional são:

- introdução do assunto com explicações orais do professor. Ele mostra como desenvolve algum algoritmo, explica os passos que o aluno deve seguir para conseguir a resposta certa;
- apresentação de alguns exercícios-exemplo que servem de modelo;
- exercícios para os alunos desenvolverem individualmente ou em duplas;

correção dos exercícios desenvolvidos, a qual pode ser feita pelo professor ou pelos próprios alunos que vão ao quadro.

Segundo Mizukami (1986), no Ensino Tradicional, o objetivo educacional, normalmente, se encontra intimamente relacionado aos valores apregoados pela sociedade na qual se realiza. Destaca, ainda:

> A reprovação do aluno passa a ser necessária quando o mínimo cultural para aquela faixa não foi atingido e as provas e exames são necessários para a constatação de que esse mínimo exigido para cada série foi adquirido pelo aluno (1986, p.9).

O aluno, na visão tradicional, desenvolve competências individualistas, pois o aprendizado é individual, não possibilitando, inúmeras vezes, que o educando desenvolva sua imaginação e criatividade, bem como, a troca de saberes. Segundo Porlan (1993), a educação tradicional se enquadra dentro de uma certa estrutura de poder e dominação. O professor é quem decide o que ensinar e aprender, bem como os métodos de trabalho e os critérios de avaliação.

Segundo Dante:

> Isso pode ser atribuído ao exagero no treino de algoritmos e regras desvinculadas de situações reais, além do pouco envolvimento do aluno com aplicações da Matemática que exijam o raciocínio e modo de pensar matemático para resolvê-las (1991 p. 12).

De acordo com Mizukami, esse ensino se caracteriza pelo verbalismo do mestre e pela memorização do aluno. Desse modo, o educando passa a fixar conhecimentos, conteúdos e informações e não aprende o processo de desenvolvimento cognitivo. Com isso, torna-se visível que, nesse processo de ensino, as aulas são ministradas de forma que o professor ensina para todos, mas nem todos aprendem com o docente. Somente ele fala, sem saber o que está acontecendo com o aluno individualmente.

Por conseguinte, o Ensino Tradicional não possibilita ao aluno desenvolver integralmente seu raciocínio, havendo falhas de compreensão dos conceitos, pois ele trabalha, mais fortemente, com a memorização e cópia. Nas aulas tradicionais há pouco incentivo à construção de conceitos e à resolução de problemas.

A resolução das atividades tem o objetivo de alcançar respostas corretas, sem preocupação com o entendimento do processo. A aprendizagem torna-se mecânica, dificultando a compreensão e o entendimento das aplicações dos conceitos estudados.

Carraher (1986) destaca as características do Ensino Tradicional, como sendo:

- o papel dominante do professor, que dirige a aprendizagem do aluno;
- a ênfase em respostas certas;

- a noção de que o conhecimento consiste do acúmulo de fatos e informações isoladas;
- a utilização de problemas que não incentivam o aluno a pensar, a raciocinar.

Para Grossi (1993), os princípios básicos da proposta tradicional são:

- a inteligência é um dom, só os que são inteligentes aprendem;
- na escola, é o professor que dá a matéria;
- a aprendizagem é concebida como atividade individual;
- colecionam-se informações nos moldes de uma conta bancária;
- memorizam-se os conteúdos, linearmente, pedaço por pedaço.

Segundo Bennett, citado por Groenwald (1997), as características do professor tradicional são:

- usa materiais independentes;
- é transmissor de conhecimentos;
- leva o aluno a ser passivo;
- seus alunos não intervêm na explanação do currículo;
- dá importância à prática e repetição;
- emprega prêmios (notas, ...), motivação extrínseca;
- importa-se com estandares acadêmicos;
- realiza exames regulares;
- dá ênfase à concorrência entre os alunos;
- apresenta ensino limitado à classe;
- dá pouca ênfase à criatividade.

1.2 ENSINO CONSTRUTIVISTA

O que separa o Construtivismo de outras teorias da cognição é a idéia de que o conhecimento não seja produzido por representações de uma realidade independente, mas, primeiramente, tenha uma função adaptativa.

Na Teoria Construtivista de Piaget o que se vê, ouve e sente é o resultado das atividades e perspectivas do modo de perceber e conceber o mundo.

O Construtivismo apóia-se na tomada de decisões curriculares e instrucionais que ocorrem na educação. Tem por base a obra de Jean Piaget e Lev Vygotsky, apresenta ramificações importantes para as metas que os professores estabelecem para os alunos com que trabalham e fundamenta-se pelo atual movimento da reforma, diferenciando-se dos outros modelos de aprendizagem.

Para Piaget (1970), o ser humano é um organismo em desenvolvimento, não apenas em um sentido físico, biológico, mas também cognitivo. Segundo ele, a aprendizagem é desenvolvimental.

Piaget (1970) centrava-se, principalmente, na estruturação cognitiva progressiva dos indivíduos e evidenciava o efeito da interação social sobre a aprendizagem. Seu argumento para o equilíbrio e para a dialética era que ambas explicassem o indivíduo como sistemas sociais.

Contudo, para Fosnot (1998), a dialética entre o indivíduo e a sociedade tornou-se o foco do trabalho de Vygotsky pelos efeitos da interação social, linguagem e cultura sobre a aprendizagem.

Segundo Fosnot (1998), é necessário abordar alguns princípios gerais da aprendizagem, derivados do construtivismo, à medida que os professores repensam e reformam sua prática educacional. Tais princípios são apresentados a seguir.

- Aprender não é o resultado do desenvolvimento; aprender é desenvolvimento. A aprendizagem requer invenção e auto-organização, os professores precisam permitir que os alunos façam as próprias perguntas, gerem as próprias hipóteses e modelos como possibilidades e testem sua validade.

- O desequilíbrio facilita a aprendizagem. É preciso oferecer investigações abertamente desafiadoras em contextos significativos realistas. As contradições, em particular, precisam ser esclarecidas, exploradas e discutidas.

- A abstração reflexionante é a força motora da aprendizagem.
- O diálogo, dentro de uma comunidade, engendra mais pensamento. Os alunos são responsáveis pela defesa, prova justificativa e comunicação de suas idéias para a comunidade da sala de aula.
- A aprendizagem avança em direção ao desenvolvimento de estruturas.

Segundo Doll, citado por Fosnot (1998), o Construtivismo é uma teoria psicológica pós-estruturalista, que interpreta a aprendizagem como um processo de construção recursivo e interpretativo.

Conforme Groenwald (1997), o Ensino Construtivista é uma metodologia que consiste em não dar tudo pronto. Faz com que os alunos realizem atividades, partindo da ação sobre materiais concretos, devendo partir da operação realizada sobre situações vivenciadas ou a vivenciar, construindo, assim, estruturas mentais capazes de assimilar os conceitos matemáticos.

Com base nas pesquisas da Psicologia Educativa e da Instrução, Carretero (1997) refere-se às seguintes questões, relativas ao Ensino Construtivista: deve-se partir do nível de desenvolvimento do aluno; deve-se assegurar a construção de aprendizagens significativas por si só; deve-se procurar que os alunos modifiquem seus esquemas de conhecimento; deve-se estabelecer relações ricas entre o novo conhecimento e os conhecimentos já existentes.

Segundo Barberá et al (2004), o princípio que leva a conceber a aprendizagem escolar como um processo de construção do conhecimento se refere à importância da atividade mental construtiva do aluno na realização das aprendizagens escolares e o ensino como uma ajuda nesse processo de construção, caracterizando, dessa forma, o Construtivismo.

Para Coll, citado por Barberá et al (2004), a educação escolar é, antes de tudo, uma prática social. Sendo assim, surgem dessas análises, algumas posições construtivistas como:

- a função prioritária da educação escolar é, ou deveria ser, a promoção do desenvolvimento e do crescimento pessoal dos alunos;

- a escola deve facilitar aos alunos o acesso a um conjunto de saberes e de formas culturais, fazendo com que realizem a aprendizagem de tal forma, que construam uma identidade pessoal no âmbito de um contexto social e cultural determinado;

- a aprendizagem deve ser um processo de construção, ou reconstrução no qual as contribuições dos alunos desempenham um papel decisivo.

Esses pressupostos implicam um tipo de ensino diferenciado do Ensino Tradicional. A aplicação do Ensino Construtivista pressupõe a prática de um conjunto de atividades e decisões educativas que suporiam não só uma aquisição de conhecimento por parte dos alunos, mas também a formação de cidadãos com melhor capacidade de solução de problemas e capacidade crítica.

O Construtivismo é a idéia que sustenta que o indivíduo não é um mero produto do ambiente nem um simples resultado de suas disposições internas, mas sim uma construção própria que vai se produzindo, dia a dia, no resultado da interação entre esses dois fatores.

Do ponto de vista metodológico, o Construtivismo é um conjunto articulado de princípios em que é possível diagnosticar, julgar e tomar decisões fundamentais sobre o ensino (COLL ET AL, 2002).

Segundo Brooks e Brooks (1997), as práticas de Ensino Construtivista ajudam os alunos a internalizar e reordenar ou transformar as novas informações.

Driver, citado por Porlan (1998), resume os princípios construtivistas da aprendizagem: o que há no cérebro de quem vai aprender tem importância; encontrar sentido supõe estabelecer relações; quem aprende constrói significados ativamente; os estudantes são responsáveis pela própria aprendizagem.

Aliado a isso, Grossi (1993) afirma que o Ensino Construtivista deve considerar que: a inteligência é um processo, fica-se inteligente porque se aprende; a aprendizagem é contínua em todos os momentos do dia-a-dia e a escola incorpora o que vem das experiências fora dela; a aprendizagem é essencialmente perpassada pelo outro, pelo grupo, pelo social; aprende-se resolvendo problemas; aprende-se a partir de um mergulho amplo nos elementos que interessam a um problema.

Contudo, para Barberá et al (2004), pode-se sintetizar algumas idéias essenciais, como:

- o aluno é o principal responsável pelo próprio processo de aprendizagem. Em outras palavras, numa visão construtivista da aprendizagem, os resultados da aprendizagem estão totalmente mediatizados pela atividade mental construtiva do aluno;

- é importante não se considerar a construção do conhecimento na escola como um processo de construção individual do aluno, mas, também, de preferência, como um processo em torno de alguns saberes ou formas culturais pré-existentes, de certa forma, ao próprio processo de construção;

- deve-se aceitar que os resultados da aprendizagem mediatizada pela atividade mental construtiva dos alunos obriga a substituir a imagem clássica do professor como transmissor de conhecimentos pela imagem do professor como orientador ou guia, cuja missão consiste em ligar os processos de construção dos alunos aos significados coletivos culturalmente organizados.

Para Piaget (1973), todo conhecimento está ligado a uma ação. Conhecer um objeto consiste em agir sobre ele, transformando-o de maneira a compreendê-lo. Conhecer significa agir sobre o objeto, inserindo-o num sistema de significações, isto é, assimilando-o a estruturas anteriores previamente construídas pelo sujeito.

As contribuições de Piaget à inteligência atravessam fases qualitativamente distintas. É bem sabido que uma estrutura, em qualquer área de conhecimento, consiste em uma série de elementos que, uma vez que interatuem, produzem um resultado maior que a soma de seus efeitos tomados em separado.

Sendo assim, Huete e Bravo (2006) citam os princípios da aprendizagem lógica da Matemática de Piaget:

- a formação de conceitos matemáticos será precedida de experiências lúdicas, estruturais e práticas que sirvam de introdução para eles;

- é importante adiar a análise para idades mais avançadas e centrar-se na construção do conhecimento;

- os conceitos compostos de mais de uma variável serão abordados por meio de experiências nas quais todas essas variáveis sejam tratadas;

- como nessas idades o conhecimento dirige-se gradualmente para um processo de abstração, convém que o corpo de conhecimento seja apresentado, se possível, de diferentes formas. Nesse modo de atuar, será captado o que de comum e freqüente as diferentes opções apresentam, o que provoca a generalização à formalização do conceito.

O conhecimento que é transmitido, em qualquer aprendizagem, deve estar estruturado levando em consideração a bagagem cultural que o aluno já possui, sendo assim, a organização e a seqüenciação dos conteúdos devem levar em conta os conhecimentos prévios do aluno.

Desse modo, tudo que for proporcionado ao aluno desenvolver, na fase de construção da aprendizagem, ou seja, tudo aquilo que o aluno demonstrar capacidade de desempenhar, coerentemente, com o que está aprendendo, caracteriza-se como construtivismo.

O Construtivismo possibilita ao aluno trilhar seu caminho em busca da aprendizagem, enfatizando o que o mais lhe interessa, livrando-o de currículos direcionados e aulas dirigidas sem que haja a intervenção do mesmo.

Essa metodologia sugere que os indivíduos envolvidos no processo de aprendizagem busquem agir mentalmente, desenvolvendo habilidades que possam criar sentido para o aprendizado. Desafia tanto o professor como o aluno à construção de ambientes para pensar e explorar.

Para Groenwald (1997), na metodologia construtivista, não se parte do formal, e sim de um problema-desafio, onde o aluno precisa agir para aprender e sofrer a influência da ação desse sobre si. Com sua ação, o aluno vai construindo o conhecimento, reinventando regras e algoritmos já inventados e prontos, construindo, assim, o próprio conhecimento, ou seja, sua inteligência.

Nessa perspectiva, o aluno está diante de um problema, quando determinada situação não é passível de ser assimilada aos seus esquemas, provocando, assim, uma situação de desequilíbrio. As estruturas cognitivas do sujeito tendem a funcionar em equilíbrio, aumentando permanentemente seu grau de organização interna e adaptação ao meio. Diante desses desequilíbrios, o organismo (estruturas cognitivas) se reorganiza, acomoda-se às novas situações, construindo, internamente, novos esquemas de assimilação que lhe permitem, novamente, chegar ao equilíbrio.

Segundo Chiarotino (1988), o mecanismo é o de uma reequilibração por reconstrução e, em seguida, de ultrapassagem, graças a uma reorganização com novas combinações, mas cujos elementos são retirados do sistema anterior.

As abstrações reflexivas constroem os esquemas necessários à superação dos problemas, ou seja, o aluno aprende à medida que busca soluções para os problemas.

> (...) compreender é descobrir, ou reconstruir através do redescobrimento, e tais condições (os métodos ativos) deverão ser satisfeitas, caso, no futuro, se deseje formar indivíduos capazes de produção e criatividade, e não simplesmente de repetição (Spencer Pulanski, 1986, p.211).

Logo, isso sugere uma inversão na forma de ensinar tradicionalmente os conteúdos matemáticos. Nos princípios construtivistas, deve-se partir de um problema-desafio, no qual o aluno precisa agir para aprender e sofrer a influência da ação desse sobre si e, com sua ação, o aluno vai construindo o conhecimento, reinventando regras e algoritmos, construindo o próprio conhecimento (Groenwald, 1999).

Para Groenwald (1997), quatro princípios são fundamentais no Construtivismo:

a) o conhecimento consiste de construções passadas – a construção da experiência do mundo objetivo é vista de uma estrutura lógica que transforma, organiza e interpreta as experiências do indivíduo;

b) construções surgem através de acomodação e assimilação como estrutura lógica através da qual interpretam-se novas informações, com a acomodação aparecendo para resolver contradições como parte do largo processo de auto-regulação;

c) a aprendizagem é como um processo orgânico de invenção, antes de um processo mecânico de acumulação;

d) a aprendizagem significativa deve ocorrer através da reflexão e pela resolução de conflitos cognitivos (que ocorrem quando o aluno nota discrepância entre dois esquemas contraditórios) e isso serve para negar anteriores e incompletos níveis de entendimento.

A autora destaca, ainda, que o Ensino Construtivista deve considerar que:

- os conhecimentos não se empilham, não se acumulam, mas passam de estados de equilíbrio a estados de desequilíbrio. A fase de equilíbrio corresponde à fase de reorganização de conhecimentos, onde novos saberes são integrados ao saber antigo e, às vezes, modificado;

- a ação é fundamental na construção dos conceitos. Supõe a dialética "pensamento-ação" e não a simples constatação de fatos pelo aluno;

- a aprendizagem é resultado de uma interação sujeito-meio e o sujeito só aprende quando percebe que existe um problema para resolver. É a resistência da situação que obriga o sujeito a adaptar-se, a modificar os seus conhecimentos anteriores e elaborar novos para resolver a situação-problema. Mas a atividade deve ser compreendida por todos os alunos, deve ser possível o educando prever uma possível resposta aos problemas. O aluno deve utilizar os conhecimentos anteriores e oferecer uma resistência suficiente para evoluir dos conhecimentos anteriores, questionando e elaborando novos;

- o aluno produz de acordo com seu estágio de conhecimento. O erro não significa ausência de saber, mas uma maneira de conhecer, contra o qual o aluno deverá construir o novo conhecimento;

- os conhecimentos matemáticos não são isolados, formam uma rede de saberes que se consolidam mutuamente. Por isso é, necessário propor aos alunos campos de problemas que permitam a construção dessas redes de conceitos;

- a interação social é um elemento importante na aprendizagem. São as relações professor-aluno e aluno-aluno.

Segundo Polity (2002), com base no novo paradigma educacional baseado no social-histórico caracterizado pela pós-modernidade, no qual estão presentes o conhecimento e o conhecimento do conhecimento, surgem duas correntes distintas: o Construtivismo e o Construcionismo Social.

Segundo Grandesso, citado por Polity (2002), o que se propõe é que as construções conceituais, chamadas de conhecimento, tenham uma função adaptativa e sejam viáveis para o mundo da experiência do sujeito cognoscente.

Conforme Mascolo e Pollack, também citados por Polity (2002), o Construtivismo propõe a teoria do conhecimento ativo, na qual o sujeito conhecedor e o objetivo são intimamente inseparáveis. O conhecimento é ativamente construído pelo sujeito cognoscente e o significado é um produto da atividade humana.

Consoante Vygotsky, citado por Polity (2002), o Construtivismo Social origina-se dos processos entre pessoas e não das mentes individuais.

Os dois pressupostos centrais do Construtivismo Social são formados por Mascolo:

- os processos psicológicos são intrisecamente sociais, somente podendo ser compreendidos em relação ao contexto e práticas sociais da comunidade do indivíduo;
- o desenvolvimento das funções mentais superiores decorre de dois processos dialéticos: a internalização da atividade que se desenvolve entre as crianças e os agentes culturais em interação social e a transformação e a externalização de tal atividade no decorrer de seu desenvolvimento.

De acordo com Grandesso, citado por Polity (2002), pode-se apontar uma diferença teórica entre o Construtivismo Social, de um lado, e o Construtivismo (radical e crítico), de outro: enquanto os construtivistas postulam mundo mental, teorizando sua relação com o mundo externo, os construtivistas sociais priorizam o processo social, para eles, ponto de partida para o conhecimento individual.

Segundo Grossi, citada por Polity (2002), na educação, o Construtivismo tem como principais vertentes teóricas os trabalhos de Piaget, pela inteligência, Wallon, pelo desenvolvimento, Vygotsky, pelo social e Paulo Freire pelo cultural. Para todas essas linhas de pensamento não há aprendizagem sem interação e sem interlocução, porque aprender não é um fenômeno natural, e sim um fenômeno cultural.

O Construcionismo Social também lida com o conhecer, tendo suas raízes no pensamento crítico. Ele ressalta a necessidade de uma revisão de nossas pré-concepções, de nossos determinantes e pressupostos, localizando essas reflexões num contexto social de aprendizagem e de observação.

Nas palavras de Pearce, citado por Polity (2002), são cinco as idéias básicas:

- o mundo social consiste em atividades, que são as atividades conjuntas, semelhantes a jogos;
- os seres humanos têm uma capacidade inata para criar lugares nesses tipos de jogos;
- as atividades se estruturam, segundo certas regras de obrigatoriedade acerca do que se deve ou não fazer;
- deve-se centrar no produzir e no fazer. A substância dos mundos sociais está composta pelo produzir e pelo fazer, do indivíduo;
- na vida, jogam-se, sempre, muitos jogos ao mesmo tempo, o que faz perceber que um ato apropriado para um jogo não é, com freqüência, apropriado para outro. A estratégia vencedora em um contexto pode ser, em outro, uma receita de fracasso.

Polity (2002) ressalta, ainda, que o Construcionismo Social é uma maneira de enfrentar essas circunstâncias cambiantes em que o indivíduo se encontra.

Segundo Pearce, citado por Polity (2002), no Construtivismo Social, os significados do conhecimento originam-se no processo que ocorre entre as pessoas e não dentro delas, postulando, assim, a natureza interpessoal dessa construção.

Segundo Polity (2002), baseado nos estudos de Grandesso, existe aproximação entre as duas correntes, de forma a justificar seu uso concomitante, apontando que:

- ambas desafiam a posição tradicional da mente individual como capaz de refletir uma realidade independente do observador;
- ambas concordam que o observador cria a realidade observada, questionando o conceito de objetividade e desafiando a concepção do

conhecimento, como algo criado dentro da mente através de observação imparcial;

- as duas abordagens apóiam-se na noção de reflexibilidade e de auto-referência na construção do conhecimento, de forma que não se pode separar sujeito cognoscente de objeto conhecido;
- ambas enfatizam a natureza construída do conhecimento, não acreditando nas garantias fundantes de uma ciência empírica.

Em última análise, Polity (2002) resume que a organização conceitual visa, tão somente, favorecer a ampliação do entendimento dessas duas vertentes epistemológicas que tão bem representam o pensamento pós-moderno. Destaca, ainda, que ambas precisam admitir uma visão de mundo e de Homem que comporte o individual e o social como complementares e mutuamente constitutivos.

A seguir, apresentam-se, segundo Brooks e Brooks (1997), as ações e mudanças arrojadas, na educação, que pressupõem:

- estruturar a educação de discentes e docentes em torno de práticas e princípios construtivistas: promover práticas de ensino que mediam a construção dos próprios entendimentos. Os professores entendem e praticam as metodologias construtivistas quando (1) são expostos a programas e enfoques específicos com estruturas construtivistas, tais como enfoques de ensino de linguagem-global, programas matemáticos manipulativos, modelos científicos manuais, técnicas de aprendizado cooperativo e paradigmas de agrupamentos interativo/flexível e (2) têm apoio da classe para alterar suas práticas, tais como instrução de colegas, lições gravadas e transcritas e ensino de grupo;
- alijar a maioria dos testes padronizados e tornar a avaliação significativa para os alunos: a avaliação do aprendizado do aluno é feita, naturalmente, dentro do contexto das lições e atividades;
- focar expedientes mais no desenvolvimento profissional dos professores do que em livros-texto ou de exercício: os professores são mediadores entre alunos e o ambiente, à medida que estruturam o ambiente e estabelecem a harmonia intelectual e social na sala de aula;

- eliminar notas de letras e números: as notas se tornam recompensas ou punições para a performance escolar;
- formar grupos de estudos baseados na escola, enfocando princípios de desenvolvimento humano: os membros do grupo de estudos guiam uns aos outros na formação de um melhor entendimento de como eles podem fazer de sua escola, no particular domínio em estudo, um ambiente mais humano e de crescente produtividade;
- requerer seminários anuais sobre ensino e aprendizagem para os administradores e membros do conselho escolar: incentivar através do estabelecimento de seminários anuais destinados a questões pedagógicas para administradores e membros do conselho de educação.

No entanto, o que se pretende é desenvolver teorias que expliquem o que acontece na escola, o seu funcionamento em relação à formação pessoal e às habilidades específicas que o professor é capaz de desenvolver, mediante sua capacitação, em busca de uma educação de qualidade.

Com os princípios citados, o Ensino Construtivista afirma-se como uma metodologia adequada para a Educação Matemática no Ensino Fundamental.

1.3 O PAPEL DO PROFESSOR CONSTRUTIVISTA

Tanto o professor como a escola são responsáveis pelo desenvolvimento cognitivo em que o aluno está inserido.

Segundo Coll et al (2002), a educação escolar promove o desenvolvimento, na medida em que possibilita a atividade mental construtiva do aluno, responsável por transformá-lo em uma pessoa única, irrepetível, no contexto de um grupo social determinado.

A linha construtivista torna o professor um investigador, tanto pela visão do que está passando para seu aluno, como pela forma que desenvolve seu trabalho, se está atingindo o nível de entendimento do aluno ou o que deve fazer para tornar-se acessível à aprendizagem vista pelo aluno.

Para Barberà et al (2004), é necessário, também, dispor de informações precisas sobre como os professores podem contribuir, com a sua ação educativa, para que os alunos aprendam mais e melhor.

O docente deve estar sempre preparado para desenvolver aulas que vão ao encontro do o interesse e entendimento do aluno, buscando integrar seu conhecimento a tarefas que possibilitem ao discente intervir como agente construtor do seu pensamento.

Conforme Groenwald (1997), o professor deve ter claro o que é autonomia do educando e como agir para que o mesmo a adquira. Isso faz com que respeite a opinião do aluno e discuta com a turma suas opiniões sobre como resolver uma situação problema e cheguem juntos à melhor maneira de solucionar o problema, não sendo o professor o dono da verdade.

Segundo pesquisas desenvolvidas e descritas por Brooks e Brooks (1997), muitos professores consideram que, no Construtivismo, os alunos aprendem, porém, os professores estão “presos” a currículos rígidos ou sem apoio antes e durante as experiências educacionais. Contudo, procuram incluir a pedagogia construtivista na elaboração de suas aulas.

Outros professores tendem a permanecerem resistentes a essa prática instrutiva por outros motivos: compromisso com seu presente enfoque instrutivo; preocupação com o aprendizado do aluno; preocupação com o controle da sala de aula.

Há aqueles que não aceitam novas técnicas, temendo colocar fora o que construíram até então. Outros acham que o que estão fazendo está funcionando com seus alunos, ou seja, seus alunos tomam notas compreensivas e passam em testes importantes, completam tarefas a tempo, escrevem relatórios bem estruturados e pesquisados, individualmente ou em grupo, e recebem notas por seus trabalhos (BROOKS e BROOKS, 1997).

No entanto, existem ainda aqueles professores que dizem perceber que seus enfoques funcionam para seus alunos, mas estão mais preocupados que seus enfoques funcionem para eles mesmos.

Para a visão construtivista, professores com esse pensamento tendem a se preocupar mais com a questão de administração comportamental do que com a aprendizagem dos alunos e temem que o enfoque construtivista desgaste seu controle disciplinário da sala de aula. Quando um professor organiza uma dinâmica, onde somente ele determina o que está certo, os alunos aprendem a se conformar com as expectativas sem críticas, sem questionamentos, sem movimentar-se em sala, estando constantemente sob a avaliação julgadora do professor.

Em muitos casos, torna-se compreensiva a resistência de alguns professores, pois não foram educados nesse ambiente ou não têm capacidade para ensinar dessa maneira.

Tornar-se um professor construtivista é desafiador, faz com que o mesmo seja um mediador entre aluno e ambientes, e não entregador de informação e administrador de comportamento.

Como resultado da pesquisa realizada por Brooks e Brooks (1997) para compreender melhor, como age um professor nessa visão, foram relacionados um conjunto de 12 descritores de comportamentos no Ensino Construtivista, que estão descritos a seguir.

- professores construtivistas encorajam e aceitam a autonomia e iniciativa do aluno: estruturam tarefas, para as quais os alunos podem ser autônomos, fazendo com que tomem iniciativas, investigando a busca pela conexão entre idéias e conceitos, tornando-os responsáveis pelo seu aprendizado;
- professores construtivistas usam dados brutos e fontes primárias junto com materiais físicos, manipulativos e interativos: docentes que apresentam o mundo real aos alunos ajudam-nos a gerar abstrações entre o extraordinário e o comum, possibilitando que descrevam a diferença entre eles, encorajando a analisar, sintetizar e avaliar. O aprendizado se torna o resultado da pesquisa relacionada a problemas reais;
- ao estruturar tarefas, os mestres construtivistas usam termologias, tais como “classificar”, “analisar”, “antecipar” e “criar”: os professores que organizam tarefas em torno de atividades cognitivas, como análise, interpretação e antecipação, incentivam os alunos à construção de novos entendimentos;
- professores construtivistas permitem aos alunos respostas para dirigir lições, mudar estratégias instrutivas e alterar conteúdos: o docente, frente a

acontecimentos atuais, compartilha as questões mais relevantes, propondo que o conhecimento, as experiências e interesses dos alunos em torno do tema não significa que um tópico deixará de ser ensinado;

- professores construtivistas questionam acerca dos entendimentos dos alunos sobre conceitos, antes de compartilhar os próprios entendimentos sobre os mesmos: antes de dividirem com os alunos suas idéias e teorias, oportunizam aos educandos formularem as próprias idéias, encorajando-os a desenvolverem os próprios pensamentos;
- professores construtivistas encorajam os alunos a se engajar em diálogo, com ele e com outros alunos: oportunizam aos discentes que apresentem as próprias opiniões, permitindo que possam ouvir e refletir sobre as idéias dos outros, bem como, promover o discurso com outros, facilitando o processo de aprendizagem;
- professores construtivistas encorajam indagações de alunos, perguntas com final aberto e que questionem uns aos outros: criam ambientes que estimulam o diálogo entre os alunos, referente aos questionamentos em discussão, dessa forma, também valoriza o questionamento do aluno;
- professores construtivistas buscam a elaboração das respostas iniciais dos alunos: permitem que eles expressem seus primeiros pensamentos, mesmo sabendo que não são, necessariamente, os pensamentos finais, nem seus melhores pensamentos. E verificam que, através da elaboração, os alunos reconceituam e avaliam os próprios erros;
- professores construtivistas engajam os alunos em experiências que podem engendrar às suas hipóteses iniciais e, assim, encorajar a discussão: conduzem a experiências que podem engendrar contradições às hipóteses dos alunos, encorajam discussões de hipóteses e perspectivas, podendo, através disso, desafiar as concepções atuais dos mesmos, ajudando-os a entender que noções devem ser aceitas ou rejeitá-las como contraditórias;
- professores construtivistas permitem um tempo de espera, após apresentarem as perguntas: proporcionam um tempo para que os alunos tenham oportunidade de desenvolver hipóteses, sem que se sintam espectadores, enquanto seus colegas mais rápidos reagem;

- professores construtivistas estipulam tempo para os alunos construírem relações e criarem metáforas: encorajam o uso de metáforas como forma de facilitar o aprendizado, estrutura, mediando as atividades, promovendo tempo e material necessário para a aprendizagem, de modo que os alunos possam construir os relacionamentos entre eles mesmos. Ex: O uso da balança para trabalhar os princípios aditivo e multiplicativo;
- professores construtivistas nutrem a curiosidade natural dos alunos através do uso freqüente do modelo do ciclo de aprendizagem: oportunizam aos alunos interagirem com materiais, de maneira que possam formular perguntas e hipóteses ao trabalharem com esses materiais, em seguida, estruturam, com os alunos, a introdução do conceito devido às suas experiências laboratoriais para que, então, finalizem com a aplicação do conceito, com o qual os alunos trabalham em novos problemas e, assim, passam a construir uma nova visão para os conceitos previamente estudados. Ex: O jogo do azul e vermelho para introduzir equação do 1º grau.

Groenwald (1997) observa que:

> A atenção do professor deve estar voltada para o raciocínio do aluno e não para a sua capacidade de dar respostas certas. O professor repensa seu papel como educador; ao invés de ser transmissor de idéias e informações, torna-se agente do desenvolvimento do aluno, estimulando-o a raciocinar ao invés de imitar (p.139).

Groenwald (1997) destaca, ainda, que o professor tem o objetivo de estimular o raciocínio, o pensamento ativo, a reflexão e a descoberta do aluno. Incentiva-o a pensar, selecionando problemas que estimulam o raciocínio, ao invés de sobrecarregar a memória do aluno. Propor situações de aprendizagem e ensinar a pensar deve ser uma preocupação constante do professor construtivista.

Para isso, segundo Piaget (1977), é necessária a utilização de métodos ativos, conferindo-se especial relevo à pesquisa espontânea da criança ou do adolescente e exigindo-se que toda a verdade a ser adquirida seja reinventada pelo aluno, ou, pelo menos, reconstruída e não simplesmente transmitida. Mas é evidente que o professor continua indispensável para criar as situações e armar os dispositivos iniciais capazes de suscitar problemas úteis à criança e para organizar, em seguida, contra-exemplos que levem à reflexão e obriguem ao controle das soluções demasiado apressadas: o que se deseja é que o educador deixe de ser apenas um conferencista e que estimule a pesquisa e o esforço, ao invés de se contentar com a transmissão de soluções já prontas. Também é preciso que o professor não se limite ao conhecimento da matéria do ensino, mas esteja muito bem informado a respeito das peculiaridades do desenvolvimento psicológico da inteligência da criança ou do adolescente.

Alguns princípios são fundamentais para determinar as características que um professor deve desenvolver para o ensino da Matemática:

- ter competência nos conteúdos, demonstrando conhecimento profundo da sua disciplina;
- ter eficiência nos métodos escolhidos, para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo;
- criar condições que possibilitem o desenvolvimento, o espírito de cooperação e participação, coesão, adaptação, integração, ser estrategista democrático, ter bom ajustamento;
- ter bom senso e equilíbrio ao lidar com os alunos;
- ter capacidade de dar segurança e firmeza, para que o aluno possa desenvolver sua autonomia de aprendizagem;
- ter empenho em atualizar-se permanentemente;
- ter imparcialidade e ensinar igualmente todos;
- possuir competência para acessibilidade de expressão e linguagem,dicção bem articulada e olhar determinado e confiante para o aluno.

1.4 O PAPEL DO ALUNO NA VISÃO CONSTRUTIVISTA

Na visão construtivista, um indivíduo, quando desenvolve habilidades de resolver determinadas situações e desempenha-as de forma a representar e unir à sua realidade, demonstra ter construído seu universo de aprendizagem.

Contudo, os alunos necessitam da orientação do professor, para desenvolver determinadas tarefas e não devem desempenhá-las isoladamente, pois, no momento em que compartilham a troca de conhecimento, passam, então, a desenvolver uma nova forma de construção, até tornarem-se aptos a desenvolver determinadas situações e construir conceitos.

Segundo Demo (2005), para que exista, na escola, um ambiente positivo, deve-se conseguir do aluno a participação ativa, presença dinâmica, interação envolvente, comunicação fácil, motivação à flor da pele, a fim de que se possa desfazer a noção de "aluno" como sendo alguém subalterno, que comparece para escutar, tomar nota, engolir ensinamentos, fazer provas e passar de ano. Também é necessário que a criança seja tratada como parceira de trabalho e com isso venha à escola para trabalhar junto, tendo no professor a orientação motivadora, nem mais, nem menos.

O professor, por sua vez, deve apresentar-se como orientador do trabalho conjunto, coletivo e individual, de todos. Isso não implica, de forma alguma, ser autoritário e sim ter autoridade, pela competência, pelo bom exemplo e orientação dedicada.

Trata-se de aprender junto, instituindo o ambiente de uma obra comum, participativa. O que se aprende na escola deve aparecer na vida. O professor deve estimular o trabalho de equipe, com o objetivo de aprimorar a participação conjunta, cuidando, entretanto, da evolução individual e da produtividade dos trabalhos.

Para o autor, o trabalho em equipe, além de ressaltar o repto da competência formal, mostra a necessidade de exercitar a cidadania coletiva e organizada. No trabalho individual, estão em jogo a iniciativa pessoal, o interesse sempre renovador e instigador, a produtividade sistemática e cumulativa, a ocupação de espaço próprio. Contudo, argumentar, fundamentar, questionar com propriedade, propor e contrapropor são iniciativas que supõem um sujeito capaz.

Demo (2005) ressalta, ainda, que para benefício do crescimento do grupo duas dimensões são cruciais: saber argumentar, raciocinar, propor com fundamentação, e, ao mesmo tempo, buscar consenso.

Para desenvolver um trabalho em grupo são necessários os cuidados com a organização, tais como: toda equipe deve ter um líder ou coordenador, responsável pelo andamento adequado dos trabalhos e pela consecução final dos objetivos; devem-se destacar um ou mais relatores, que têm a tarefa de expressar, de maneira elaborada, as contribuições do grupo; cada membro deve colaborar de modo elaborado e concreto, além de estar presente, participar ativamente das discussões, colaborar para o ambiente positivo.

Isso, não quer dizer que tudo o que se pretende ensinar, o aluno aprende, porém, sempre aprende algo, conforme seu nível de interesse.

O que diferencia a aprendizagem, na Teoria Construtivista, não é a quantidade de informações que o aluno obtém, e sim a qualidade do conhecimento que ele constrói e o que poderá continuar aprendendo.

Para Coll et al (2002), é óbvia a importância de ensinar o aluno a aprender a aprender e ajudá-lo a compreender que não deve levar em conta apenas o conteúdo objeto de aprendizagem, mas também como se organiza e atua para aprender.

O aluno precisa estar motivado para obter um desenvolvimento adequado a sua aprendizagem. Para tanto, a construção do seu conhecimento deve estar relacionada com as interações sociais, em que ele deixa de ser somente sujeito da aprendizagem e passa a aprender junto ao outro. Assim, o que o seu grupo social produz em valores, linguagem e conhecimento influenciará no seu desenvolvimento cognitivo. O ambiente também influencia a internalização das atividades cognitivas, e o desenvolvimento gera a aprendizagem.

De acordo com Brooks e Brooks (1997), no enfoque construtivista, não se busca o que os estudantes podem repetir, mas o que podem criar, demonstrar e mostrar.

Quanto mais o aluno for participativo, questionador e quanto mais for desafiado, mais demonstra estar inserido na aprendizagem construtivista, buscando a possibilidade de reconstruir os conceitos matemáticos, construindo, assim, o pensamento crítico e de interesse em relação a sua aprendizagem.

Conforme Brooks e Brooks (1997), alunos que estruturam perguntas e questões e procuram respondê-las e analisá-las, assumindo a responsabilidade pelo próprio aprendizado, tornam-se solucionadores de problemas e, talvez mais importante, encontradores de problemas.

Segundo Coll (1996), a concepção construtivista da aprendizagem e do ensino organiza-se em torno de três idéias fundamentais: em primeiro lugar, o aluno é o último responsável por seu processo de aprendizagem, sendo ele quem constrói o conhecimento e nada pode substituí-lo nessa tarefa, pois o ensino está totalmente mediado pela sua atividade mental; em segundo lugar, a atividade mental construtiva do aluno é aplicada a conteúdos que já possuem um grau considerável de elaboração; em terceiro lugar, o fato de que a atividade do aluno seja aplicada a alguns conteúdos de aprendizagem pré-existente condiciona o papel que o professor está chamado a desempenhar.

Coll ressalta, ainda, que:

> O aluno não é somente ativo quando manipula, explora, descobre ou inventa, mas também quando lê ou escuta as explicações do professor. Além disso, o professor não deve limitar-se a criar condições ótimas para que um aluno desenvolva uma atividade mental construtiva rica e diversa, deve, também, orientar e guiar esta atividade, com o fim de que a construção do aluno aproxime-se de forma progressiva do que significam e representam os conteúdos como saberes culturais (1996, p.396).

Nesta investigação foi elaborada uma Engenharia Didática fundamentada nos princípios construtivistas de ensino. As atividades de ensino, da seqüência didática organizada seguiram os pressupostos da metodologia construtivista guiando as ações do professor e dos alunos conforme o papel destes indicado nesse referencial.

Neste capítulo, apresentam-se os pressupostos metodológicos que nortearam esta investigação, bem como o tema da investigação, as hipóteses de trabalho, os objetivos geral e específicos e a metodologia utilizada na pesquisa.

2.1 TEMA

O tema desta investigação foi o conteúdo de equações do 1º grau, na 6ª série do Ensino Fundamental.

2.2 HIPÓTESES

A engenharia didática desenvolvida partiu das seguintes hipóteses de trabalho:

- os alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, ao resolverem equações do 1ºgrau, não utilizam os princípios aditivo e multiplicativo;

- as equações do 1º grau são desenvolvidas apenas na visão algébrica, pois na 6ª série do Ensino Fundamental não é trabalhada a visão geométrica.

2.3 OBJETIVOS

2.3.1 Objetivo Geral

Investigar as causas que levam os alunos a apresentarem dificuldades na resolução das equações do 1º grau no Ensino Fundamental, a falta de compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo e desenvolver uma metodologia adequada, seguindo as fases de uma Engenharia Didática, com o conteúdo de equações do 1º grau na 6ª série do Ensino Fundamental.

2.3.2 Objetivos Específicos

1. Investigar se os alunos de 6ª série do Ensino Fundamental utilizam os princípios aditivo e multiplicativo para resolver equações do 1º grau.

2. Implementar[1] uma experiência de ensino na 6ª série do Ensino Fundamental com o conteúdo de Equações do 1º Grau.

2.4 METODOLOGIA DA PESQUISA

O presente trabalho desenvolveu uma Engenharia Didática, no ensino da Matemática, para o conteúdo de equações do 1º grau, no Ensino Fundamental. Esse conteúdo é desenvolvido, nas escolas do Rio Grande do Sul, na 6ª série, com alunos, geralmente, entre 11 e 12 anos de idade.

A Engenharia Didática, como metodologia de investigação, se caracteriza por um esquema experimental baseado nas realizações didáticas, em sala de aula, nos seguintes aspectos: concepção, realização, observação e análise da seqüência didática aplicada (Artigue, 1996).

Essa investigação está fundamentada em um estudo de caso com validação interna, baseada na confrontação das análises a priori e a posteriori, seguindo as recomendações de Artigue (1996).

O processo foi desenvolvido nas quatro fases que caracterizam uma Engenharia Didática, que são: as análises preliminares, a concepção e análise a priori das situações didáticas, a experimentação e a análise a posteriori e a validação (ARTIGUE, 1996).

A primeira fase de uma Engenharia Didática, de análises preliminares, segundo Machado (2002), objetiva realizar considerações sobre o quadro teórico didático geral e sobre os conhecimentos didáticos existentes sobre o assunto escolhido.

O trabalho de análises preliminares foi desenvolvido com:

- estudo do conteúdo das equações do 1º grau, no ensino atual do Ensino Fundamental e seus efeitos para a concepção dos alunos na aquisição desse conceito, nas dificuldades e obstáculos que podem surgir na assimilação do mesmo;

---

[1] **Implementar, nesta investigação, tem o sentido de planejar, aplicar e avaliar.**

- observações, em uma turma de 6ª série do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública de ensino, no município de Canoas, com o objetivo de coletar dados sobre o interesse dos alunos na disciplina, a metodologia aplicada no desenvolvimento do conteúdo, metodologia utilizada para introduzir a álgebra como generalizadora da aritmética na resolução de problemas utilizando equações, a aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo e o reconhecimento do aluno frente à possibilidade de generalizar uma idéia e escrevê-la em linguagem matemática. As observações foram realizadas com os alunos e o(a) professor(a) de Matemática de uma das turmas de 6ª série de uma Escola Estadual, localizada em Canoas, durante os meses de agosto a setembro de 2006, em quatro períodos semanais, distribuídos em dois dias da semana, sendo cada período de 60 minutos, totalizando 20 horas aulas;

- análise do desenvolvimento do conteúdo de equações do 1º grau, em quatro livros didáticos, utilizados nas escolas do município de Canoas.

Na fase da Concepção e Análise a Priori das situações didáticas, através das análises realizadas, são detectadas as variáveis de comando que interferem na constituição do fenômeno (PAIS, 2002).

Nesse caso, equações do 1º grau, estudadas no Ensino Fundamental, temos variáveis do tipo microdidáticas, que podem ser distinguidas por duas variáveis: a variável intrínseca do problema, em que os alunos do Ensino Fundamental, ao resolverem uma equação do 1º grau não utilizam os princípios aditivo e multiplicativo e a variável específica, em que se observa que o professor de Matemática do Ensino Fundamental, quando desenvolve o conteúdo de equações do 1º grau, na 6ª série, não pratica uma metodologia que privilegie a compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo. É nessa fase que se pretende tornar possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para a compreensão do conteúdo em questão.

Para melhor compreensão dessa fase, foi dedicado o capítulo nº 3, no qual serão aprofundados os aspectos utilizados.

A fase da Experimentação é a mais importante da Engenharia Didática, pois garante a proximidade dos resultados práticos à análise teórica, podendo ser filmada, gravada, fotografada ou apenas descrita pelo pesquisador (PAIS, 2002).

É o processo no qual se planeja uma seqüência de aulas com uma metodologia adequada ao conteúdo pesquisado, no caso, as Equações de 1º Grau, para a 6ª série do Ensino Fundamental.

O experimento foi desenvolvido em uma turma de 6ª série do Ensino Fundamental, com 30 alunos, em uma escola privada, devido à facilidade da utilização dos recursos necessários para a aplicação. A escola dispõe de equipamentos de audiovisual, laboratório de informática, Internet, entre outros, o que tornou possível a aplicação geral da metodologia sugerida.

O experimento foi desenvolvimento durante o 2º semestre do ano de 2006, entre os meses de outubro a dezembro, com cinco períodos semanais, cada um com cinqüenta minutos, distribuídos em três dias da semana, totalizando 60 horas-aula.

O objetivo da fase de experimentação foi analisar se a metodologia desenvolvida pelo professor está de acordo com o desenvolvimento cognitivo dos alunos e se esses estão em um nível compatível de entendimento do conteúdo a ser desenvolvido.

A coleta de dados do experimento ocorreu através da observação e do registro, em um diário de bordo, realizada pela professora-pesquisadora, análise das produções dos alunos e análise das filmagens realizadas durante o experimento. As aulas aplicadas com a metodologia desenvolvida foram filmadas e transcritas na íntegra, para uma melhor visualização do ocorrido e riqueza maior no tratamento da informação, fundamentando a confrontação entre as análises a priori e a posteriori.

A última fase é da análise a posteriori e da validação. Essa fase se apóia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação, constantes das observações realizadas durante cada sessão de ensino, bem como das produções dos alunos em classe ou fora dela (MACHADO, 2002).

Nessa fase, do ponto de vista metodológico, garante-se a essência do caráter científico, em que a validação dos resultados é obtida pela confrontação entre os dados na análise a priori e a posteriori, verificando-se as hipóteses realizadas no início da pesquisa.

Para auxiliar a validação da experimentação realizada, foi desenvolvido com o aluno um momento avaliativo, para analisar os resultados alcançados na fase de experimentação que se firmaram pela metodologia sugerida.

Nesse momento, o aluno, objeto da investigação, teve o papel mais importante, pois, ao demonstrar o conhecimento adquirido, tornou possível e decisiva a análise dos resultados da seqüência didática aplicada no experimento, tanto em relação ao sucesso da aprendizagem como em relação às dificuldades encontradas.

3 ENGENHARIA DIDÁTICA COM EQUAÇÃO DO 1º GRAU NA 6ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Segundo Artigue (1996), a Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, se caracteriza, em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de ensino.

Para Douady, citado por Machado (2002), uma Engenharia Didática é uma seqüência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s), no tempo, de forma coerente, a fim de que um professor realize, um projeto de aprendizagem, para uma determinada população de alunos.

A seguir, apresentam-se as fases da Engenharia Didática com equações do 1º grau.

3.1 FASE DAS ANÁLISES PRELIMINARES

Segundo Pais (2002), para as análises preliminares, é necessária a referência de um quadro teórico sobre o qual o pesquisador fundamenta suas principais categorias, tais como, constatações empíricas, concepções dos sujeitos envolvidos e as condições da realidade sobre a qual a experiência será realizada. Considera, também, que, para melhor organizar a análise preliminar, é recomendável fazer a uma descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino.

As análises preliminares foram realizadas através de um estudo das equações do 1º grau, no Ensino Fundamental, atual, bem como de seus efeitos sobre os alunos na aquisição desse conceito, suas dificuldades e obstáculos que podem surgir na assimilação do mesmo.

Para subsidiar as análises a priori, foram observadas aulas de 6ª série do Ensino Fundamental, com o objetivo de coletar dados sobre o interesse dos alunos pela disciplina, a metodologia aplicada no desenvolvimento do conteúdo, como é introduzida a álgebra como generalizadora da aritmética na resolução de problemas utilizando equações, a aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo, bem como o reconhecimento do aluno frente à possibilidade de generalizar uma idéia e escrevê-la em linguagem matemática.

Nessa fase, não houve interferência do pesquisador, o qual apenas observou as categorias citadas. As observações foram realizadas com os alunos e o(a) professor(a) de Matemática de uma das turmas de 6ª série de uma Escola Estadual, localizada em Canoas, durante os meses de agosto a setembro de 2006, em quatro períodos semanais, distribuídos em dois dias da semana, sendo cada período de 60 minutos.

Na fase das observações das aulas, primeiramente, foi desenvolvido um questionário (apêndice A), com o(a) professor(a) de Matemática da turma, com o objetivo de identificar a forma como é desenvolvida a metodologia aplicada pelo(a) professor(a), se este(a) é habilitado(a) para trabalhar com a Matemática na série e se procura estar sempre se atualizando. Foi observada também a introdução ao conteúdo, se inicializa pela história das equações ou exemplos de problemas aplicando as equações, ou ainda se segue o livro didático sugerido pela escola.

A investigação se firmou, também, na análise dos livros didáticos. Foram analisados os livros "A Conquista da Matemática", dos autores José Ruy Giovani, Benedito Castrucci e José Ruy Giovani Jr., da editora FTD, "Tudo é Matemática", do autor Luiz Roberto Dante, da editora Ática, "Idéias e Relações", das autoras Cláudia Miriam Tosatto, Edilaine do Pilar F. Peracchi, Violeta M. Estephan, da editora Positivo, editado no ano de 2002, além do Material Didático, utilizado pelas escolas da rede ULBRA, da editora Positivo, dividido em apostilas bimestrais. Os critérios observados foram a introdução ao conteúdo das equações do 1º grau, que metodologia está sendo desenvolvida, de que maneira estão sendo desenvolvidos os conceitos de igualdade, identidade, equação e o conceito sobre os princípios aditivo e multiplicativo. Também foram analisados os exercícios propostos pelo autor, a ligação do conteúdo, o que e como pode ser aplicado no dia-a-dia do aluno, a resolução de problemas, as aplicações práticas e a parte histórica.

As observações foram analisadas em vários aspectos: se são feitas listas de exercícios ou somente exercícios sugeridos pelo livro utilizado em aula; se o tema é totalmente corrigido ou não; se há necessidade de exercícios de fixação do conteúdo, além das aulas desenvolvidas em sala; se os alunos sentem-se interessados pela correção de exercícios; se as explicações demonstram sanar as dúvidas questionadas pelos mesmos; se a professora demonstra domínio do conteúdo e paciência nas explicações; se, quando questionada novamente sobre explicações, diversifica-as até chegar ao entendimento do aluno.

Pode-se dizer que essa parte das análises preliminares é a mais complexa, pois nela detectaram-se as dificuldades encontradas no entendimento e compreensão do conteúdo a ser pesquisado. Questionou-se se as dificuldades com o conteúdo são: a falta de assimilação e estudo pelo aluno; a metodologia desenvolvida pelos professores; os livros didáticos adotados.

3.1.1 Observações das aulas de equações do 1º Grau para a 6ª série do Ensino Fundamental

O objetivo dessa fase da investigação foi detectar se o problema em relação ao desempenho dos alunos no entendimento do conteúdo de equações de 1º grau está relacionado à falta de compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo ao resolver algébrica e geometricamente uma equação do 1º grau.

As observações foram realizadas pelo próprio pesquisador.

O(a) professor(a) da turma observada é habilitado(a) para a Área de Ciências e possui Licenciatura Plena em Química, concluída em 1985. Possui especialização em Metodologia do Ensino Superior, atua no magistério há 24 anos, o mesmo tempo que atua na rede estadual de ensino. Leciona 40 horas semanais na mesma escola, desenvolveu seu trabalho, no ano de 2006, com turmas de 6ª, 7ª e 8ª séries, sendo professor(a) titular das 6ª séries da escola há 20 anos.

O(a) professor(a) afirmou, na entrevista, que desenvolve um planejamento para sua prática pedagógica, o qual considera estar baseado na busca da aprendizagem do aluno.

Afirmou que nunca desiste do trabalho com o aluno. *Se ele não entendeu com a primeira explicação, procura outra maneira de fazê-lo entender, até conseguir. Para que haja uma resposta mais rápida, na aprendizagem, procura sempre associar os conteúdos com algum assunto que seja fácil ou coloca-o em uma letra de música. Considera poucas as dificuldades dos alunos em relação à disciplina:*

“aliás, só existem para os alunos que chegam na 6ª série com dificuldades nas quatro operações básicas”. Considera, também, na maioria das vezes, ter a participação e comprometimento dos alunos frente à aprendizagem.

Apesar da escola ter livro didático doado pelo governo, a todos os alunos, não segue nenhum livro didático, geralmente organiza um polígrafo com exercícios de vários livros e faz cópias para os alunos. O uso do livro se restringe a exercícios que são copiados em casa e resolvidos em aula.

Em relação aos procedimentos para a avaliação, a professora observada afirmou que utiliza os exercícios realizados na aula, avaliações com consulta e sem consulta, perguntas orais, exercícios no quadro e o desempenho dos alunos no decorrer do bimestre, com o objetivo de verificar se houve aprendizagem dos conteúdos desenvolvidos.

As atividades extraclasse que desenvolve com os alunos são os exercícios do livro didático, algumas pesquisas sobre a história da Matemática e alguns exercícios como desafios para o aluno resolver em casa.

A turma observada é constituída por 27 alunos, sendo 13 meninos e 14 meninas com faixa etária entre 11 e 12 anos. As aulas dessa turma são ministradas no turno da tarde, com quatro períodos semanais, distribuídos em dois dias da semana, tendo uma hora cada período.

A escola oferece aulas de reforço, as quais são ministradas pela própria professora da série em turno inverso, sendo chamadas de “Estudo Supervisionado de Superação Orientado” (ESSO), para todas as disciplinas, com duas horas semanais.

Observou-se que a turma era muito agitada, porém, no momento das explicações da professora, os alunos participavam constantemente, notando-se que alguns demonstravam ter maior domínio do conteúdo estudado. Somente dois alunos estavam dispersos, durante as aulas observadas, o que levou o(a) professor(a) a chamar a atenção dos mesmos e orientar a turma em geral para a conscientização que deveriam ter diante da importância do estudo para suas vidas futuras. Contudo, faltando vinte minutos para o término do primeiro período, sendo esse após o intervalo, um aluno foi embora, tendo autorização prévia.

Os alunos demonstraram ter boa noção e conceito bem construído sobre as regras de sinais, principalmente, aqueles que estavam sempre atentos às explicações.

O(a) professor(a) permanecia calma diante das interferências dos alunos inquietos. Constantemente, a agitação dos alunos levava-a a chamar atenção para o respeito aos colegas que estavam interessados na aula, a quem a conversa atrapalhava, um aluno dormiu em aula no momento das explicações. Posteriormente, o(a) professor(a) chamou sua atenção.

As explicações sobre o conteúdo ministradas pelo(a) professor(a) foram transmitidas de forma calma e clara. Respondeu às dúvidas com paciência, levando os alunos a pensar no que estava sendo desenvolvido.

3.1.1.1 Resumo das aulas sobre o conteúdo de Equações do 1º Grau observadas

A professora observada desenvolveu o jogo de "ping-pong" para ensinar as equações de 1º grau. A mesma afirmou que: "*dessa forma os alunos compreendem melhor o conteúdo, como se estivessem jogando com as equações*".

Jogo do Ping-Pong.

$$\xleftarrow[\textit{letras}]{\quad\quad} \underset{\textit{rede}}{\#} \xrightarrow[\textit{números}]{\quad\quad}$$

$$+ \xrightarrow[\textit{passa}]{\quad\quad} -$$

$$- \xrightarrow[\textit{passa}]{\quad\quad} +$$

$$\times \xrightarrow[\textit{passa}]{\quad\quad} \div$$

$$\div \xrightarrow[\textit{passa}]{\quad\quad} \times$$

Observou-se que o(a) professor(a) organizou o conteúdo por etapas de explicações: a primeira etapa foi separada por grupos; no primeiro grupo, as equações apresentaram apenas adições e subtrações; no segundo, apresentaram multiplicações e divisões; trabalhou com os termos semelhantes e iniciou nesse grupo as equações fracionárias. Na segunda etapa, desenvolveu as equações fracionárias e equações com parênteses.

Ao término de cada etapa, foi realizada uma avaliação escrita, pois em uma aula anterior houve uma revisão do conteúdo que seria avaliado.

O(a) professor(a) desenvolveu seu conteúdo de forma calma e simples, respondeu às dúvidas com paciência, fazendo com que os alunos acompanhassem seu raciocínio. Quando interrompido(a) pela conversa de alguns alunos, parava as explicações, chamava a atenção para que utilizassem o momento para sanar as dúvidas, visto que não deviam perder as explicações para a avaliação e para o entendimento do conteúdo. Sempre dizia que as explicações são importantes para a compreensão do conteúdo, sendo fundamentais para que fossem bem nas avaliações, que seriam realizadas ao final de cada etapa.

1ª Etapa

Grupo $1 \rightarrow$ Equações com adições e subtrações:

Exemplo 1)

$$\begin{aligned} x + 15 &= -64 \\ x &= -64 - 15 \\ x &= -79 \end{aligned}$$

Exemplo 2)

$$\begin{aligned} x - 18 &= -92 \\ x &= -92 + 18 \\ x &= -74 \end{aligned}$$

Grupo $2 \rightarrow$ Equações com multiplicações e divisões:

Exemplo 3)

$$\begin{aligned} -4x &= -36 \\ x &= \frac{-36}{-4} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Para explicação dessas equações, a professora utilizou a seguinte linguagem: "*Quem casa* $\rightarrow$ *multiplica*". Essa é uma forma de dizer: se um número está ao lado de outro número sem a visualização do sinal, quer dizer que tem uma multiplicação entre eles. Então, se estão "*casados*", ou seja, um ao lado do outro, é porque estão se multiplicando entre si.

Exemplo 4) $\frac{x}{16} = -2$

$x = -2 \times 16$

$x = -32$

Exemlo 5) $\frac{-6}{2}x = -4$

$-6x = -4 \times 2$

$-6x = -8$

$x = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$

Para explicar essa equação, o(a) professor(a) utilizou a seguinte fala: "*Quem sai primeiro é o 2*". E pergunta: "*Por que não os -6?*" Como resposta diz: "*Para não atropelar o 2*". Esse "*atropelar*", significa que o 2 está dividindo o -6x. Então, deve ser aplicado o princípio multiplicativo, não devendo o -6 ser calculado com o - 4 antes dessa operação.

Exemplo 6) $3x - 2 + 4x = -6x + 7$

$3x + 4x + 6x = +7 + 2$

$13x = 9$

O(a) professor(a) explicou da seguinte forma: "*Quem não joga, permanece do seu lado da mesa*".

Ela estava se referindo ao 3x e ao 4x, que não mudaram de membro. Também estava mencionando o +7, que permaneceu no mesmo membro da equação.

Logo $x = \frac{9}{13}$

Então, conclui a explicação dizendo que:

"- *A divisão é como se fosse uma piscina*"

"-*O número 9 é a piscina e o número 13 são: quantos irão pular na piscina?*"

Durante essas explicações, somente dois alunos conversaram, o que fez a professora parar e chamar a atenção desses alunos calmamente.

A aula continuou. O(a) professor(a) escreveu no quadro, mais uma equação para que os alunos pudessem resolvê-la.

Exemplo 7) $\frac{3x}{-2} + 4 = 5$

2ª Etapa → Equações Fracionárias :

Exemplo 1) $\frac{3x + 4}{5} = 3$

Para a explicação, a professora afirmou:

"*Cuidar o atropelamento, não podemos atropelar ninguém. Trabalhar de maneira que os números fiquem de um lado e as letras de outro.*"

Nas explicações da professora as letras sempre ficavam à esquerda, primeiro membro da igualdade e os números sempre à direita, segundo membro da igualdade.

Exemplo 2) $3(x + 4) = 2(3x - 5)$

Para explicar, afirmou: "E*le(a) era um(a) para explicar para todos. Então, estava multiplicando a explicação*".

$$3x + 12 = 6x - 10$$
$$3x - 6x = -10 - 12$$
$$-3x = -22$$
$$x = \frac{-22}{-3}$$

A professora chamou a atenção dos alunos para as regras de sinais, afirmando que negativo dividido por negativo dá resultado positivo.

$$x = \frac{22}{3}$$

O(a) professor(a), então, passou outra atividade para os alunos: sorteou um aluno e entregou uma folha contendo uma equação do 1º grau. O aluno passa a equação no quadro, resolveu na folha e mostrou para o(a) professor(a). Então ele(a) corrigiu para o aluno e ele passou em todas as classes para verificar as respostas dos colegas. Nesse momento, foi sorteado outro aluno que passou pelo mesmo processo.

Para a revisão do conteúdo estudado e que seria avaliado, o(a) professor(a) passou no quadro uma série de exercícios, os quais os alunos deveriam resolver em seus cadernos e, em seguida, ir ao quadro, por sua vontade.

Exempo 3) $\frac{5x}{2} + 2 = 5$

Resolução pelo aluno :

$$\frac{5x}{2} = 5 - 2$$

$$5x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

Resolução pela professora :

$$\frac{5x}{2} = 5 - 2$$

$$\frac{5x}{2} = 3$$

$$5x = 3 \times 2$$

$$5x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

Escolheu-se, aleatoriamente, uma turma de uma escola pública no município de Canoas, para observações das aulas da pesquisa. O objetivo foi verificar a metodologia utilizada pelo(a) professor(a), o modo como os alunos desenvolvem as equações do 1º grau e se utilizam os princípios aditivo e multiplicativo para resolvê-las. Feitas as observações, verificou-se que os alunos da turma observada não utilizam os princípios aditivo e multiplicativo para resolução das mesmas, visto que eles não desenvolvem atividades de resolução de equações pelos princípios mencionados. Além disso, como não utilizam o livro didático, os alunos não conhecem tais princípios.

3.1.2 Análise dos livros didáticos da 6ª série do Ensino Fundamental utilizados nas escolas municipais de Canoas

Para enriquecer a investigação realizada e pesquisar uma metodologia adequada a ser desenvolvida para alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, sobre conteúdo de equações do 1º grau, foi desenvolvida uma análise de quatro livros didáticos, com o objetivo de verificar de que maneira esses apresentam o conteúdo referido.

Para essa análise, utilizaram-se alguns critérios, os quais são fundamentais para o estudo das equações do 1º grau, a fim de que se tenha condições de aplicar esse conteúdo de maneira que o aluno possa acompanhar e compreender. Além disso, deve possibilitar ao mesmo interessar-se pelo ensino, de tal forma que se torne prazeroso o estudo das equações do 1º grau. Os critérios observados foram: a introdução ao conteúdo; a metodologia aplicada; os conceitos de igualdade, identidade, equação; os princípios aditivo e multiplicativo; os exercícios; os problemas; as aplicações práticas; a parte histórica.

Foram analisados os livros “A Conquista da Matemática”, dos autores José Ruy Giovani, Benedito Castrucci e José Ruy Giovani Jr da editora FTD, “Tudo é Matemática”, do autor Luiz Roberto Dante, da editora Ática, “Idéias e Relações”, de Cláudia Miriam Tosatto, Edilaine do Pilar F. Peracchi, Violeta M. Estephan, da editora Positivo e a apostila utilizada pelas escolas da rede ULBRA da editora Positivo.

3.1.2.1 Livro: A Conquista da Matemática

O livro A Conquista da Matemática, dos autores José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci e José Ruy Giovanni Jr., da editora FTD, editado no ano de 2002, apresenta as seguintes características relativas ao desenvolvimento do conteúdo de equações do 1º Grau.

A introdução ao capítulo apresenta a história das equações, descrevendo a origem e o modo como os gregos as resolviam através da geometria, a importância da resolução de problemas para os árabes e a utilização das equações na nossa sociedade, como se vê no exemplo a seguir, na figura 1.

“Como os egípcios não utilizavam a notação algébrica, os métodos de solução de uma equação eram complexos e cansativos” (GIOVANNI, CASTRUCCI, GIOVANNI JR, 1998, p.102).

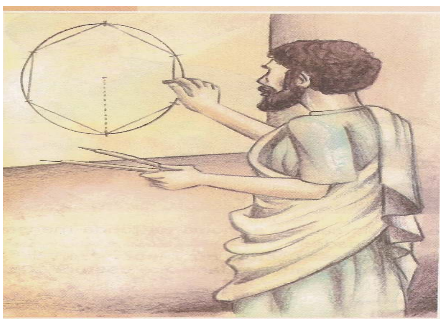


Figura 1: representação da resolução de equações através da geometria.

Os conceitos sobre igualdade, a utilização dos princípios aditivo e multiplicativo e as equações são trabalhados inicialmente, como se vê no exercício 7, a seguir, da página 106, na figura 2.

Se você partir da igualdade $x + 6 = 8$ e adicionar -6 ao primeiro membro, como deverá escrever o segundo membro, para que continue existindo uma igualdade?

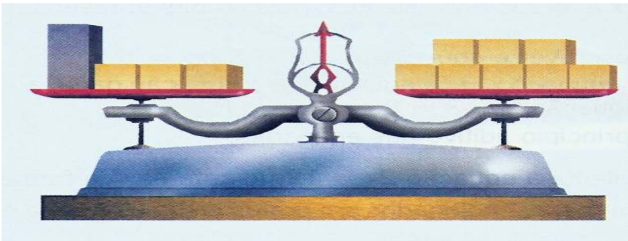
Resposta: $x + 6 - 6 = 8 - 6 \Rightarrow x = 2$

Os exercícios são desenvolvidos com a aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo para a resolução, verificando-se, assim, a importância na introdução do conteúdo sobre a aplicabilidade dos princípios.

Desenvolva as equações equivalentes, utilizando-se dos princípios aditivo e multiplicativo (analogia a balança).

Exemplo 1: Obter uma equação equivalente à equação $x + 3 = 8$, escrita na sua forma mais simples.

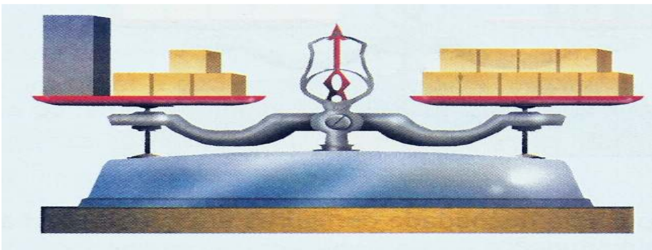
Supondo que x, 3 e 8 sejam "pesos" que foram colocados em pratos de uma balança em equilíbrio, teremos:



$x + 3 = 8$

$S = \{5\}$

Se colocarmos 1 unidade em cada prato da balança, essa permanecerá em equilíbrio e teremos, então, a seguinte situação:



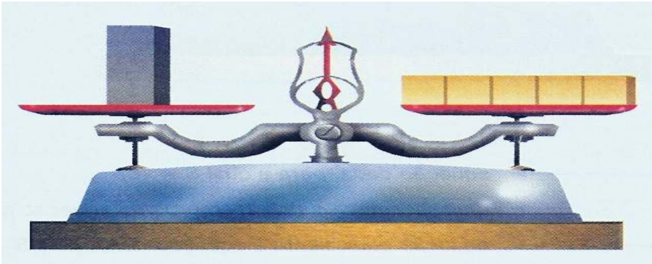
$x + 4 = 9$

$S = \{5\}$

Veja o que fizemos:

$x + 3 = 8$	equação dada, para a qual $S = \{5\}$
$x + 3 + 1 = 8 + 1$	somamos 1 aos dois membros da equação
$x + 4 = 9$	equação equivalente à equação dada, pois $S = \{5\}$

Se, ao contrário, retirarmos 3 unidades de cada prato da balança, teremos:



x + 3 = 8

S = {5}

Veja o que fizemos:

x + 3 = 8 equação dada, para a qual S = {5}

x + 3 + (-3) = 8 + (-3) somamos (-3) aos dois membros da equação

x + 3 - 3 = 8 – 3 anulamos números opostos, que estão no mesmo membro

x = 5 equação elementar, equivalente à equação dada, pois S = {5}

As equações x + 3 = 8 e x = 5 são equivalentes, pois ambas apresentam a mesma solução: o número 5.

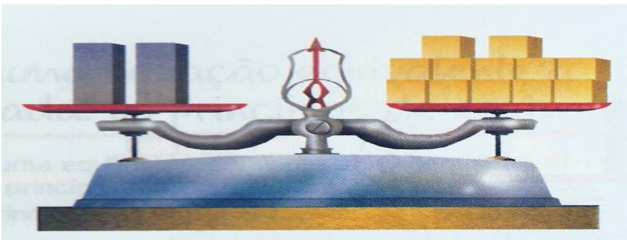
A forma mais simples de escrever a equação x + 3 = 8 é x = 5.

Observe que, para obter a equação x = 5, equivalente à equação dada, adicionamos um mesmo número aos dois membros da equação x + 3 = 8.

Esse fato caracteriza o princípio aditivo das equações.

Exemplo 2: Obter uma equação equivalente à equação 2x = 12, escrita na sua forma mais simples.

Supondo que 2x e 12 sejam “pesos” colocados em pratos de uma balança em equilíbrio, teremos:



2x = 12

S = {6}

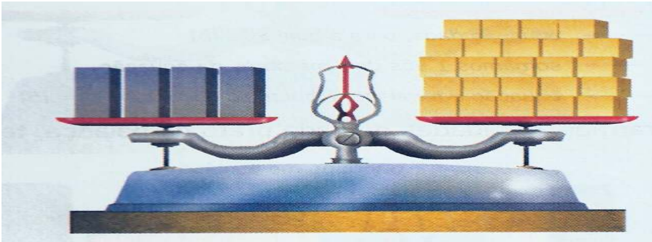
Vamos dobrar (multiplicar por 2) a quantidade de figuras em cada prato; a balança permanece em equilíbrio e teremos a seguinte situação:

Veja o que fizemos:

2x = 12 equação dada, a qual S = {6}

2.(2x) = 2. 12 multiplicamos os dois membros da equação por 2

4x = 24 equação equivalente à equação dada, pois S = {6}



$4x = 24$

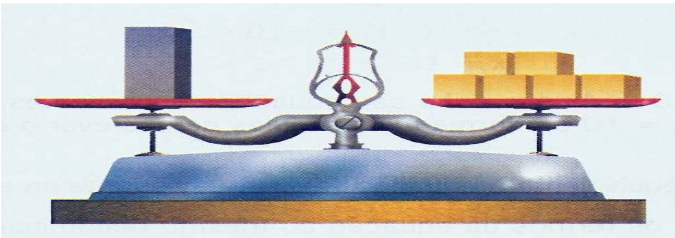
$S = \{6\}$

Com relação à situação inicial, vamos deixar a metade da quantidade de “pesos” em cada prato, o que significa multiplicar por ½; a balança continua em equilíbrio e teremos:

Veja o que foi feito:

$2x = 12$	equação dada, para a qual $S = \{6\}$
$\frac{1}{2} \cdot (2x) = \frac{1}{2} \cdot (12)$	multiplicamos os dois membros da equação por ½
$x = 6$	equação elementar, equivalente à equação dada, pois $S = \{6\}$

As equações $2x = 12$ e $x = 6$ são equivalentes, pois apresentam a mesma solução (o número 6). A forma mais simples de escrever a equação $2x = 12$ é $x = 6$.



$x = 6$

$S = \{6\}$

Observe que, para obter a equação $x = 6$, equivalente à equação dada, multiplicamos os dois membros da equação dada por um mesmo número, diferente de zero.

Esse fato caracteriza o princípio multiplicativo das equações.

Figura 2: desenvolvimento dos princípios aditivo e multiplicativo das equações do 1º grau.

A resolução de problemas descreve situações em que a aplicação de porcentagem, a representação e utilização de diagramas e as aplicações na geometria desenvolvem uma maior compreensão para o uso de incógnitas e utilização dos princípios aditivo e multiplicativo, como se vê no exemplo da página 127, que utiliza porcentagem, apresentado na figura 3 e outro exemplo da página 128, que utiliza diagrama para a resolução de equações, apresentado na figura 4:

Em um colégio, 20% dos professores ensinam Matemática. Sabendo-se que o colégio ainda tem 24 professores que ensinam as outras matérias, quantos professores há, ao todo, nesse colégio?

Resposta: Convém lembrar que 20% = $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

Representando: Número total de professores: y

Número de professores que ensinam outras matérias: 24

Números de professores que ensinam matemática: $\frac{1}{5}y$

Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{1}{5}y + 24 = y$$
$$\frac{y}{5} + \frac{120}{5} = \frac{5y}{5}$$
$$y + 120 = 5y$$
$$y = 5y - 120$$
$$y - 5y = -120$$
$$-4y = -120$$
$$4y = 120$$
$$y = \frac{120}{4}$$
$$y = 30$$

Nesse colégio há, ao todo, 30 professores.

Figura 3: exercícios de equações do 1º grau com porcentagem.

Numa 6ª série A de uma escola, ocorre um fato curioso. Os 42 alunos da turma ou torcem pelo Corinthians ou pelo Flamengo ou por ambos. Um professor perguntou:

- Quem torce pelo Flamengo?

36 alunos levantaram a mão.

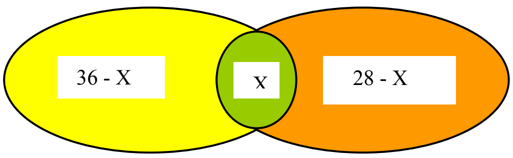
A seguir, o professor perguntou:

- Quem torce pelo Corinthians?

28 alunos levantaram a mão.

Nessa turma, quantos torcem, ao mesmo tempo, pelo Flamengo e pelo Corinthians?

Resolução:



A parte colorida de verde representa o número de alunos que torce, ao mesmo tempo, pelos dois clubes: x

A parte colorida de amarelo representa o número de alunos que torce pelo Flamengo, mas não torce pelo Corinthians: 36 – x.

A parte colorida de laranja representa o número de alunos que torce pelo Corinthians, mas não torce pelo Flamengo: 28 – x.

A soma desses números deverá dar o total de alunos da sala; assim, teremos a equação:

$$(36 - x) + x + (28 - x) = 42$$

Resolvendo a equação, temos:

$$(36 - x) + x + (28 - x) = 42$$

$$36 \cancel{- x} \cancel{+ x} + 28 - x = 42$$

$$- x + 64 = 42$$

$$- x = -22$$

$$x = 22$$

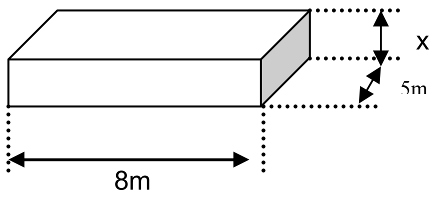
Nessa turma, há 22 alunos que torcem, ao mesmo tempo, pelos dois clubes.

Figura 4: exercícios de equações do 1º grau com fluxograma.

Também são resolvidas equações que envolvem cálculos geométricos, conforme se vê no exercício 2 da página 133, apresentados na figura 5:

O volume de um bloco retangular é de 120 m^3. O comprimento do bloco é de 8 m e a sua largura é de 5 m. Calcular a altura do bloco.

O volume do bloco retangular é dado por a.b.c, onde a é o comprimento, b é a largura e c é a altura.



Usando a fórmula, vamos escrever a equação do 1º grau com uma incógnita:

$$a.b.c. = 8.5.c$$

$$40.c = 120$$

$$c = \frac{120}{40}$$

$$c = 3$$

A altura do bloco é de 3m.

Figura 5: exercícios de equações do 1º grau com sobre volume.

As aplicações práticas descrevem curiosidades e exploram graficamente situações do cotidiano.

A parte histórica fica bem evidente no início do capítulo, como mencionado posteriormente. O livro ainda traz como auxílio o caderno de atividades extras.

As atividades extras complementam o conteúdo desenvolvido, apresentam exercícios diversificados, como identificar os membros em uma equação, aplicar os princípios de equivalência, identificar equações, escrever equações de acordo com as sentenças, desenvolver problemas, determinar a solução de equações, considerando o Conjunto Universo referido, determinar as raízes das equações, inclusive apresentando cálculos de equações fracionárias. Também são apresentadas situações-problema do cotidiano e vários exercícios de área, perímetro e volume. São sugeridos desafios, através dos quais o aluno tem a possibilidade de fixar o conteúdo e ampliar seu desenvolvimento lógico através de cálculos com expressões mais complexas, como se vê no exemplo apresentado na figura 6:


Desafio

Jason, Jeferson e Jackson representam 3 gerações da mesma família. A idade de Jeferson é o dobro da idade de Jason, enquanto Jackson tem o triplo da idade de Jason. Determine a idade de cada um, sabendo que a soma das 3 idades é 138.

Jason = x
Jeferson = $2x$
Jackson = $3x$
$x + 2x + 3x = 138$
$6x = 138$
$x = 23$
Jason = 23 anos
Jeferson = $2 \cdot 23 = 46$ anos
Jackson = $23 \cdot 3 = 69$ anos

Figura 6: desafio sobre equações do 1º grau.

Entende-se que o livro A Conquista da Matemática, dos autores José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci e José Ruy Giovanni Jr., da editora FTD, segue todos os critérios que foram determinados para análise. Desenvolve, inicialmente, a parte histórica, em seguida, situações-problema que envolvem, também, geometria. Aplica, na resolução de problemas, os princípios aditivo e multiplicativo. Apresenta curiosidades de situações do cotidiano. O livro permite aos alunos complementarem sua aprendizagem, devido às explicações de fácil entendimento e inúmeros exercícios envolvendo situações cotidianas.

3.1.2.2 Livro: Tudo é Matemática

O livro Tudo é Matemática, do autor Luiz Roberto Dante da editora Ática, editado no ano de 2004, apresenta as seguintes características relativas ao desenvolvimento do conteúdo de equações do 1º Grau.

A introdução ao capítulo segue com problemas com graus de dificuldade variados. Aplica-se, também, a representação de seqüências, como, por exemplo, descobrir a regularidade de uma seqüência 2,7,12,17,22,27,... e escrever o termo que generaliza a mesma, no caso, 5x + 2, para o exemplo anteriormente mencionado.

São apresentados conceitos de expressões e álgebra, contudo, a utilização de expressões algébricas também é aplicada a problemas geométricos, como se vê no exemplo a seguir, na figura 7.

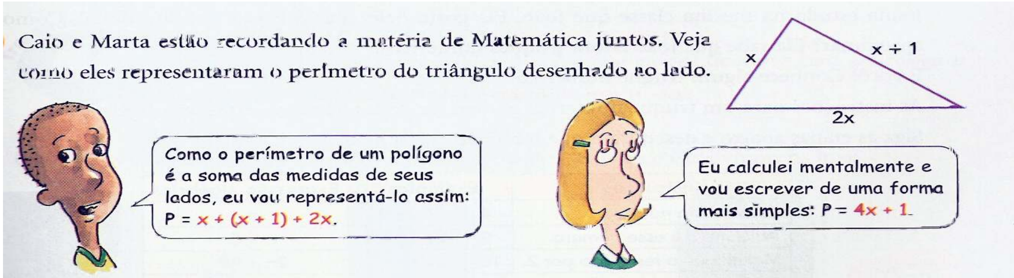


Figura 7: cálculo de perímetro utilizando expressões algébricas.

Os exercícios englobam a resolução de equações simples, situações monetárias, área, perímetro, ângulos internos e externos e até mesmo a criação de situações-problema utilizando as equações do 1º grau.

Para a resolução de problemas, são utilizadas diversas situações que contribuem para uma sondagem (aplicabilidade) geral de conteúdos, até mesmo com o uso de porcentagens, como se vê no exemplo 83 da página 227, apresentado na figura 8.

Flávio, Álvaro e Beto repartiram um pacote com folhas de papel sulfite da seguinte forma: Flávio ficou com 14 folhas, Álvaro com 40% do total e Beto com 80% da quantidade de Álvaro. Qual foi o número de folhas repartidas?

Resolução:

$$\text{Total} = x$$

$$\text{Álvaro} = \frac{2x}{5}$$

$$\text{Beto} = \frac{4}{5} \text{ de } \frac{2x}{5} = \frac{8x}{25}$$

$$\frac{2x}{5} + \frac{8x}{25} + 14 = x \rightarrow x = 50$$

Logo, foram repartidas 50 folhas.

Figura 8: exercícios de equações do 1º grau com porcentagem.

A resolução de problemas se dá através de cálculos mentais, resolução de equações por tentativa e erro, uso de diagramas, operações inversas, bem como a exploração da idéia de equilíbrio para a resolução das equações, como se vê nas figurar 9 e 10, a seguir.

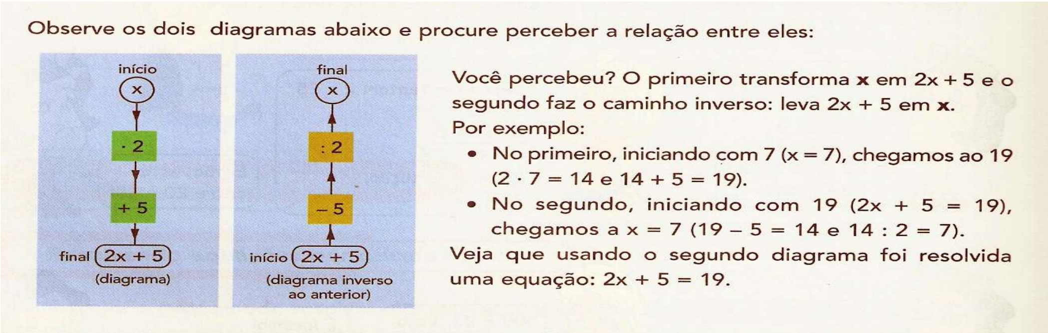
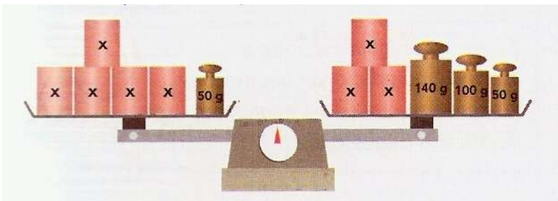


Figura 9: resolução de equações com uso de diagramas.

A igualdade traduz uma idéia de equilíbrio. Equilíbrio faz a gente se lembrar de uma balança de dois pratos. Assim, uma equação (que é uma igualdade) pode ser vista como uma balança de dois pratos em equilíbrio.

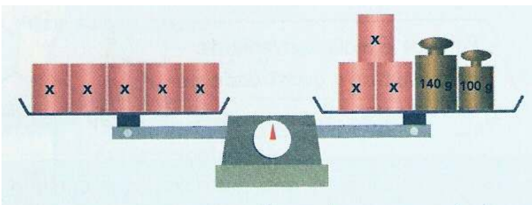
Observe esta balança de pratos equilibrada e considere todas as latinhas com o mesmo



Equação correspondente:

$5x + 50 = 3x + 290$

"peso", que vamos representar por x. Qual é o "peso" de cada latinha, ou seja, qual é o valor de x?



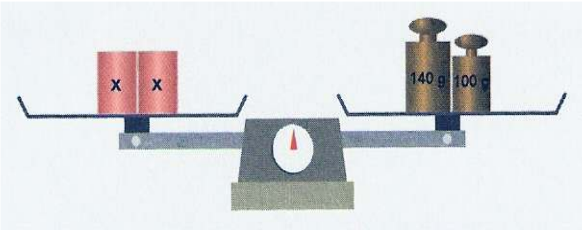
Subtraindo 50 de ambos os membros da igualdade, obtemos outra igualdade:

$$5X + 50 - 50 = 3X + 290 - 50$$

$$5X = 3X + 240$$

Vamos tirar 50g de cada prato.

Tirando três latinhas de cada prato, a balança continua equilibrada.



Subtraindo 3x de ambos os membros da igualdade, temos:

$5x = 3x + 240$

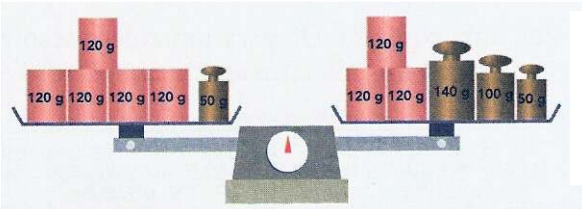
$5x - 3x = 3x + 240 - 3x$

$2x = 240$

Se duas latinhas de mesmo "peso", juntas, "pesam" 240g, cada uma "pesa" 240 : 2 = 120 g

Assim, o "peso" de cada latinha é de 120 g.

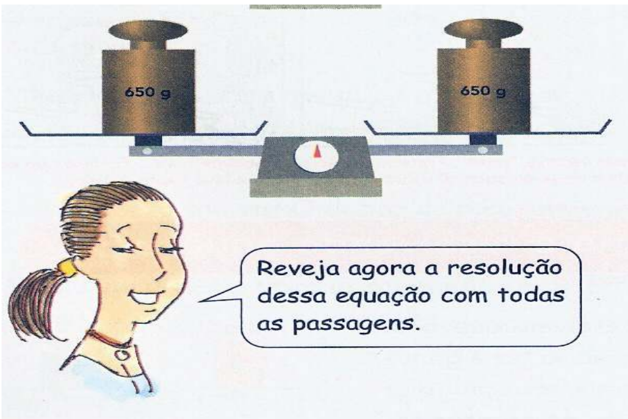
Verificando:



Se 2x = 240, fazendo a operação inversa, obtemos o valor de **x**

$x = 240 : 2$

$x = 120$



Verificando:

$5x + 50 = 3x + 290$

$5 \,.\, 120 + 50 = 3 \,.\, 120 + 290$

$600 + 50 = 360 + 290$

$650 = 650$

$5x + 50 = 3x + 290$

$5x + 50 - 50 = 3x + 290 - 50$

$5x = 3x + 240$

$5x - 3x = 3x + 240 - 3x$

$2x = 240$

$x = 240 : 2$

$x = 120$

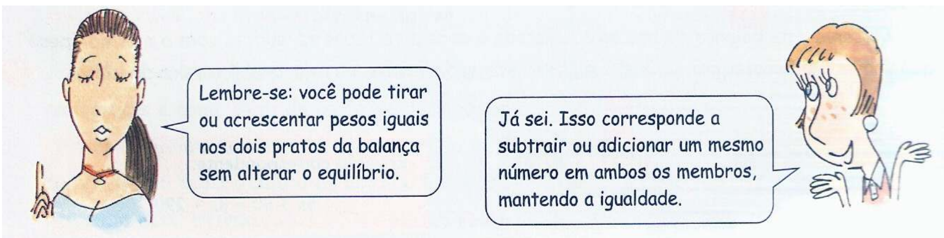


Figura 10: analogia à balança para a resolução das equações.

As aplicações práticas são desenvolvidas mediante a resolução de problemas do cotidiano, como se observa no exercício 73 da página 225, apresentado na figura 11.

Um telefone cujo preço é R$ 97,00 está sendo vendido com o seguinte plano de pagamento: R$ 40,00 de entrada e o restante em 3 prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?

Resolução: prestação = x

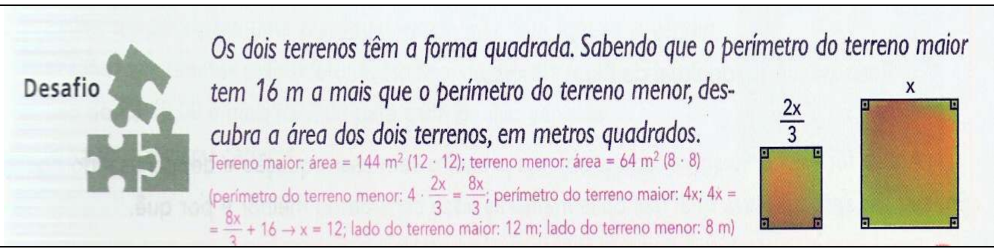
$$40 + 3x = 97$$

$$x = 19$$

Logo, o valor de cada prestação é R$ 19,00

Figura 11: resolução de equações do 1º grau com aplicações práticas.

Os desafios estão presentes em todo capítulo, como se vê na figura 12, a seguir.


Desafio

Os dois terrenos têm a forma quadrada. Sabendo que o perímetro do terreno maior tem 16 m a mais que o perímetro do terreno menor, descubra a área dos dois terrenos, em metros quadrados.

Terreno maior: área = 144 m² (12 · 12); terreno menor: área = 64 m² (8 · 8) (perímetro do terreno menor: $4 \cdot \frac{2x}{3} = \frac{8x}{3}$; perímetro do terreno maior: $4x$; $4x = \frac{8x}{3} + 16 \rightarrow x = 12$; lado do terreno maior: 12 m; lado do terreno menor: 8 m)

Figura 12: desafio matemático.

Também são apresentadas, em alguns trechos do capítulo, curiosidades sobre matemáticos e o conteúdo trabalhado.

A parte histórica é apresentada no final do capítulo, trazendo um breve resumo da história da álgebra antiga sobre as equações e métodos de resolução. ‘O livro ainda traz como auxílio o caderno de atividades extras.

As atividades extras complementam o conteúdo, apresentam exercícios diversificados, (identificação de equações, escrever equações de acordo com as sentenças, resolução de problemas, determinar a solução de equações, determinar as raízes das equações). Também são apresentadas situações-problema do cotidiano e vários exercícios de área, perímetro e volume. São sugeridos desafios, em que o aluno tem a possibilidade de fixar o conteúdo e ampliar seu desenvolvimento lógico através de cálculos com expressões mais complexas. São sugeridos pelo autor projetos em equipe e redação sobre o assunto desenvolvido, como se observa na figura 13, a seguir.

Projeto em equipe

Tema: O mundo das equações
Título: A ser criado pela equipe composta de quatro elementos.
Conteúdo: No projeto devem aparecer equações estudadas.
Planejamento, execução, exposição: Veja sugestão do capítulo 1.

Algumas dicas
O importante é que a equipe imagine, invente, crie... Mas algumas dicas podem ajudá-los:
- Colocar quatro equações em um cartaz e explicar para a classe a resolução delas.
- Elaborar quatro problemas e resolvê-los usando equações:
  – um problema referente às idades de duas pessoas conhecidas;
  – um referente a alguma medida da escola ou de casa;
  – um referente a uma compra (padaria, supermercado, lanchonete, etc.);
  – um referente a um programa de lazer da turma.
- Elaborar charadas em cujas soluções são usadas equações.
- Contar a história das equações.
- Pesquisar problemas curiosos que são resolvidos por equações.

Figura 13: elaboração de projeto em equipe.

Entende-se que o livro Tudo é Matemática, do autor Luiz Roberto Dante da editora Ática, editado no ano de 2004, segue todos os critérios que foram determinados para análise, desenvolve situações-problema envolvendo geometria, porcentagem, bem como situações monetárias para resolução das equações de 1º grau. Apresenta, mesmo que brevemente, a parte histórica ao final do capítulo. Aplica, na resolução de problemas, os princípios aditivo e multiplicativo. Apresenta curiosidades e desafios, sugere, também, um projeto em equipe, em que os alunos expressam seu entendimento sobre o assunto estudado e uma redação sobre o capítulo, seguindo algumas orientações sugeridas, como: o que mais gostou de aprender com justificativa, como usará nas outras disciplinas ou no dia-a-dia o que aprendeu ou ainda mencionar o que menos gostou no capítulo e o porquê. Diante de todas essas atividades diversificadas, conclui-se que esse é, o livro mais adequado para o ensino e aprendizagem dos alunos de 6ª série, o qual proporciona aos alunos uma visão crítica e desafiadora, ligando a Matemática de sala de aula com a Matemática diária, tornando-os aptos a resolver situações cotidianas.

3.1.2.3 Livro: Idéias e Relações

O livro Idéias e Relações, das autoras Cláudia Miriam Tosatto, Edilaine do Pilar F. Peracchi, Violeta M. Estephan, da editora Positivo, editado no ano de 2002, apresenta as seguintes características relativas ao desenvolvimento do conteúdo de equações do 1º Grau.

A introdução ao capítulo segue com problemas simples utilizando, para a resolução, as equações e a noção de incógnitas, como se vê no exemplo a seguir, apresentado na figura 14.

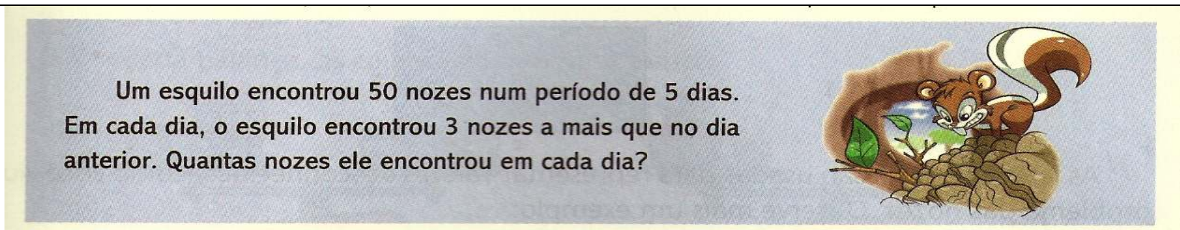
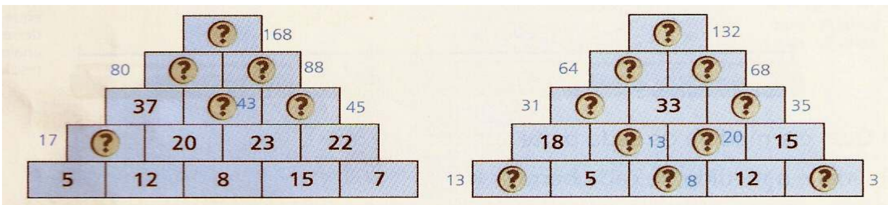


Figura 14: problema envolvendo equações.

É apresentado, também, o conceito de equação. Desenvolve as equações equivalentes aplicando a simulação de equilíbrio com a visualização da balança. O conceito sobre identidade e a utilização dos princípios aditivo e multiplicativo são trabalhados no capítulo.

Os exercícios sobre equações desenvolvem a aplicação da geometria nos cálculos de área e perímetro. Apresenta curiosidades e desafios, como o caso das pirâmides, como se vê no exercício 2, da página, 194 e no exercício 3, da página 195, apresentados na figura 15.

A regra das duas pirâmides é a mesma. Descubra-a e encontre os números que estão faltando:



Analisando a pirâmide, escreva uma equação que permita encontrar o valor de x.

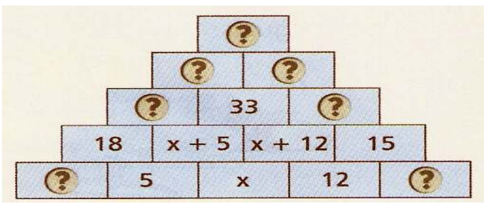
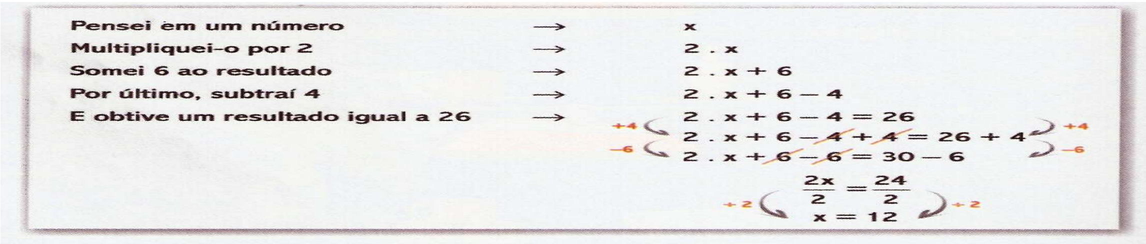


Figura 15: resolução de expressões numéricas e algébricas.

A resolução de problemas descreve situações em que a aplicação de frações e números decimais tornam-se freqüentes para desenvolver as equações.

Por meio de diagramas, trabalham-se as operações inversas, como mostra o seguinte exemplo, da página 190, apresentado na figura 16.



Pensei em um número → x

Multipliquei-o por 2 → $2 . x$

Somei 6 ao resultado → $2 . x + 6$

Por último, subtraí 4 → $2 . x + 6 - 4$

E obtive um resultado igual a 26 → $2 . x + 6 - 4 = 26$

$+4$ $2 . x + 6 - \cancel{4} + \cancel{4} = 26 + 4$ $+4$

-6 $2 . x + \cancel{6} - \cancel{6} = 30 - 6$ -6

$\div 2$ $\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$ $\div 2$

$x = 12$

Figura 16: resolução da equação utilizando diagramas.

A aplicação prática é pouco sugerida. Um exemplo mencionado é o número 5 da página 192, como se vê na figura 17.

Ana tem 26 anos a mais que sua filha Júlia. Elas têm 88 anos. Qual é a idade de cada uma?

Resolução: represente por i a idade de Júlia.

i + 26 + i = 88

Júlia: 31 anos

Ana: 57 anos

Figura 17: exemplo de aplicação prática de equações do 1º grau.

A parte histórica não é apresentada no capítulo.

Após a análise feita sobre o livro Idéias e Relações, das autoras Cláudia Miriam Tosatto, Edilaine do Pilar F. Peracchi, Violeta M. Estephan, da editora Positivo, editado no ano de 2002, verifica-se que esse não apresenta todos os critérios necessários para uma metodologia adequada para o ensino e aprendizagem das equações de 1º grau, desenvolvido na 6ª série do Ensino Fundamental, pois o capítulo referente ao conteúdo é bastante simplificado e sem embasamento na parte histórica das equações. Contudo, desenvolve os princípios aditivo e multiplicativo na resolução das situações-problema, portanto, desenvolve as equações do 1º grau somente na visão algébrica, sem apresentar a visão geométrica.

3.1.2.4 Livro: Material Didático Positivo

O Material Didático Positivo, utilizado por escolas de redes privadas, é apresentado em quatro apostilas, uma para cada bimestre. Organizado pelo grupo Positivo, com sede em Curitiba, no Paraná, editado pela gráfica e Editora Posigraf S/A, no ano de 2005, apresenta as seguintes características relativas ao desenvolvimento do conteúdo de equações do 1º Grau.

A introdução ao capítulo apresenta com a exemplificação das balanças aplicando a igualdade das equações, desenvolvendo situações de equilíbrio, para as quais é necessário compreender a notação e o conceito de incógnita e sua utilização.

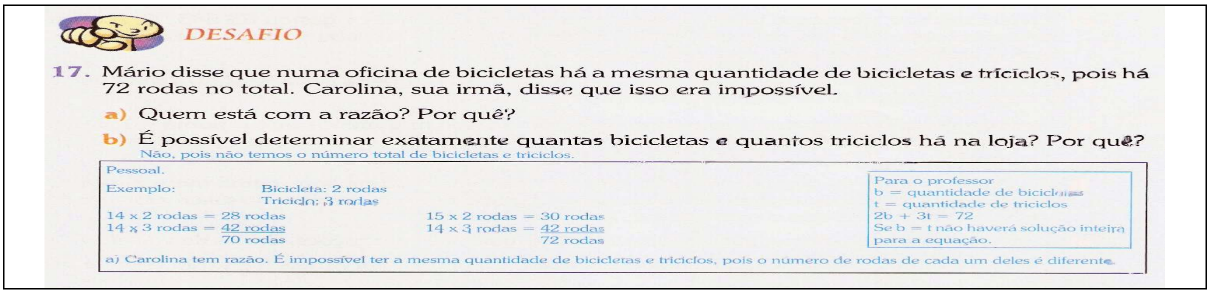
Os conceitos de identidade, de equação e dos princípios aditivo e multiplicativo não são desenvolvidos, porém, utiliza-se da aplicabilidade dos mesmos para a resolução das equações.

Os exercícios sugeridos são apresentados como meios de desenvolver a aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo.

A resolução de problemas é bem extensa, aplicada à utilização de números fracionários, sentenças usando expressões algébricas, a descoberta de um número desconhecido, algumas aplicações na geometria.

A aplicação prática segue desenvolvendo a utilização gráfica, porcentagem e questões monetárias cotidianas.

A parte histórica não é desenvolvida no capítulo, porém, apresenta alguns desafios, como se vê na figura 18.


DESAFIO

17. Mário disse que numa oficina de bicicletas há a mesma quantidade de bicicletas e triciclos, pois há 72 rodas no total. Carolina, sua irmã, disse que isso era impossível.

a) Quem está com a razão? Por quê?

b) É possível determinar exatamente quantas bicicletas e quantos triciclos há na loja? Por quê?

Não, pois não temos o número total de bicicletas e triciclos.

Pessoal.

Exemplo: Bicicleta: 2 rodas
Triciclo: 3 rodas

14 x 2 rodas = 28 rodas
14 x 3 rodas = 42 rodas
70 rodas

15 x 2 rodas = 30 rodas
14 x 3 rodas = 42 rodas
72 rodas

Para o professor
b = quantidade de bicicletas
t = quantidade de triciclos
$2b + 3t = 72$
Se b = t não haverá solução inteira para a equação.

a) Carolina tem razão. É impossível ter a mesma quantidade de bicicletas e triciclos, pois o número de rodas de cada um deles é diferente.

Figura 18: desafio envolvendo equações.

Após a análise desenvolvida sobre o Material Didático Positivo, utilizado por escolas da rede privada de ensino, organizado pelo grupo Positivo, editado pela gráfica e Editora Posigraf S/A, no ano de 2005, observa-se que alguns critérios não são apresentados, como a parte histórica, os conceitos de identidade, de equação e a aplicabilidade dos princípios aditivo e multiplicativo. Também observam-se exercícios extensos e repetitivos. O Material Didático Positivo desenvolve o conteúdo de equações unicamente na visão algébrica, sem explorar geometricamente o conteúdo.

3. 2 FASE DA CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Segundo Pais (2002), o objetivo da fase da concepção e análise a priori é determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para a apreensão dos conceitos em questão.

Nessa fase, através das análises realizadas na etapa de análises preliminares, são detectadas as variáveis de comando que interferem na constituição do fenômeno.

Nesse caso, equações do 1º grau, estudadas no Ensino Fundamental, existem variáveis do tipo microdidáticas, que podem ser distinguidas por duas variáveis, a intrínseca do problema, em que os alunos do Ensino Fundamental, ao resolverem uma equação do 1º grau, não utilizam os princípios aditivo e multiplicativo, e a variável específica, em que se observa que o professor de Matemática, do Ensino Fundamental, quando desenvolve o conteúdo de equações do 1º grau, na 6ª série, não pratica uma metodologia que privilegia a compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo.

Pode-se, então, através das análises preliminares, detectar os problemas em questão, pois ficou evidente que a metodologia adotada pela professora observada, em momento algum, utilizou em sua prática pedagógica, ao ensinar as equações do 1º grau, os princípios aditivo e multiplicativo para a resolução das equações. Isso levou os alunos observados a não utilizarem esses princípios, quando resolviam equações.

O(a) professor(a) observado(a) também não utilizou o livro didático, como apoio para a aprendizagem. O livro didático adotado desenvolve os conceitos de igualdade, a analogia com a balança, utiliza resolução de problemas, aplicações práticas e menciona brevemente uma parte histórica. Nesse caso, a utilização do mesmo didático auxiliaria o(a) professor(a) a utilizar uma metodologia mais adequada ao desenvolvimento do conteúdo em questão.

Logo, a seqüência didática desenvolvida na Engenharia Didática levou em consideração esses aspectos.

Para realizar uma seqüência didática, com um determinado conteúdo matemático, são fundamentais os pressupostos teóricos que norteiam o planejamento didático. Nesta investigação, foi escolhida a teoria Construtivista de ensino, para fundamentar a organização das aulas planejadas, para o conteúdo de equações do 1º grau na 6ª série do Ensino Fundamental. Foi dada ênfase à metodologia resolução de problemas.

Hoje em dia, a preocupação com o entendimento lógico à situações-problema está levando a desenvolver na Matemática o aprofundamento ao pensamento algébrico, procurando generalizar propriedades das operações aritméticas, traduzindo problemas em linguagem matemática (DANTE,2004).

Vários autores vêm desenvolvendo as aplicações de equações ligadas a situações do dia-a-dia, para facilitar a compreensão do aluno. Assim, para aprender Matemática, é importante aprender a resolver problemas.

Foi considerado importante, na seqüência didática desenvolvida, aplicar atividades que permitam ao aluno construir os conceitos.

A Educação Matemática indica que, para o aluno aprender Matemática com significado, é fundamental trabalhar as idéias, ou seja, os conceitos matemáticos intuitivos, antes da simbologia ou até mesmo antes da linguagem matemática.

Os conteúdos designam o conjunto de conhecimentos ou formas culturais cuja assimilação e apropriação, pelos alunos e alunas, é considerada essencial para o seu desenvolvimento e socialização (COLL,1998,p.12).

As atividades foram desenvolvidas em pequenos grupos, focando a ação do aluno e o professor agindo como mediador, seguindo as recomendações do Método Construtivista.

Para a elaboração das atividades didáticas, foram utilizados os passos sugeridos por Cantoral et al (2003), para quem o conhecimento deve ser um dos principais elementos que determinam a relação entre o professor e seus alunos. A sala de aula deve, também, ser um ambiente de integração de costumes, propiciando o ensino e a aprendizagem da Matemática em toda a sua dimensão. O objetivo foi desenvolver junto ao aluno a relação entre aprender a criar e um ambiente propício para a aprendizagem da Matemática.

Os autores afirmam, ainda, que ambiente de sala de aula deve promover a independência do aluno e a responsabilidade que o mesmo deve ter em prol da aprendizagem, através do: trabalho individual e em grupo; resolução de atividades matemáticas; discussão Matemática; auto-avaliação de trabalhos e avaliação dos trabalhos de seus colegas, bem como, dos outros grupos.

Para esquematizar os passos da organização das atividades, houve três momentos, seguindo as recomendações de Cantoral et al (2003), conforme figura 19, a seguir:

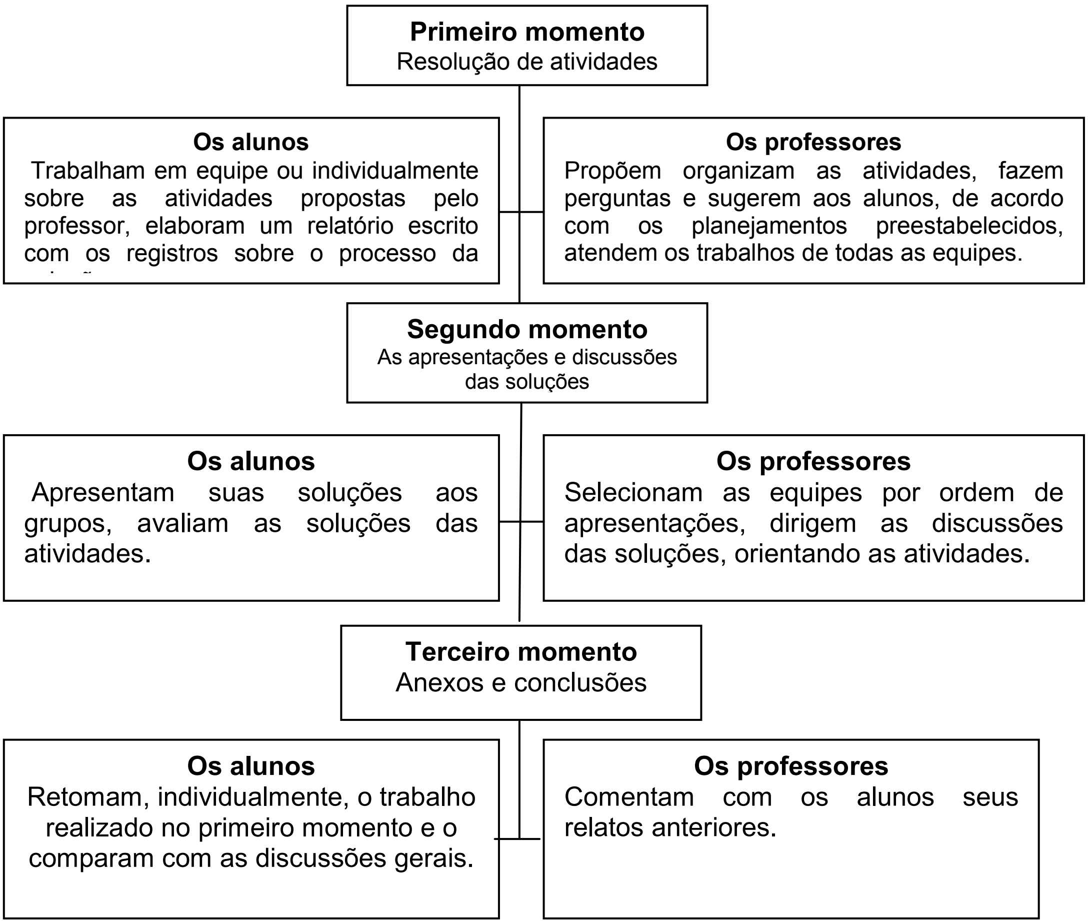


Figura 19: esquema de organização de atividades, segundo Cantoral et al, 2003.

Deve-se organizar um planejamento, a fim de que haja interação entre as equipes durante a resolução das atividades. Para que isso ocorra, é fundamental que, tanto o professor como os alunos cumpram determinados critérios.

A primeira parte do trabalho, que se refere à tarefa dos estudantes durante a resolução das atividades, o professor deve contribuir, por meio de perguntas, e sugerir que organizem os trabalhos em equipes. Os propósitos das atividades devem ser organizados a partir de perguntas e sugestões.

A segunda parte refere-se aos resultados monitorados, que são apresentados, de acordo com a ordem das soluções. Após as apresentações, o professor e os alunos montam um roteiro de discussões, as quais ajudam a identificar alguns aspectos que aparecem nas discussões.

Esse roteiro de discussões conduz às análises das atividades. Com isso, se desenvolvem as soluções, a ampliação e a formulação de novas situações. Também se estabelece um planejamento para a participação do professor (relação atividade-conhecimento-aluno) e se determinam os conhecimentos, as habilidades e as atitudes matemáticas que se estabelecem com a atividade.

O roteiro contém elementos para o cumprimento dos propósitos, tanto locais como gerais da atividade. Incluem-se alguns pontos que podem servir para o contraste das distintas soluções que se fundamentam. Esses pontos se desenvolvem a partir das relações entre os recursos, as estratégias e os registros que as equipes usam para resolver as atividades. Destacam-se as vinculações que existem entre as distintas problemáticas identificadas e alguns aspectos da atividade. São expressas algumas dicotomias matemáticas que se podem aproveitar nas discussões.

Essa fase tem por objetivos:

- organizar atividades segundo os princípios do Método Construtivista de ensino;
- desenvolver nos alunos a capacidade de obter, a partir de condições dadas, resultados válidos e enfrentar situações novas, utilizando o método dedutivo;

- desenvolver hábitos de estudo em grupos de discussão, diálogo, discussão dos problemas apresentados e análise dos resultados obtidos.

Ressalta-se que, para essa tarefa, foram seguidas as sugestões de Groenwald (1997), que afirma: deve-se ensinar pensando e não repetindo mecanicamente os passos de um determinado algoritmo, pois o caminho é levar o aluno a desenvolver experiências para a aquisição de conhecimentos até o amadurecimento necessário para a abstração.

Segundo Brasil, citado por Groenwald (1997), para uma aprendizagem construtivista, deve-se procurar colocar os problemas orientadores, cumprindo os seguintes objetivos:

- ativar esquemas de assimilação;

- contemplar as informações e definições necessárias à abordagem do que é novo para o aluno;

- apresentar as novidades, começando pelas suas formas mais simples e mais associáveis às anteriores;

- graduar as dificuldades, lentamente;

- generalizar, gradativamente, os processos adquiridos.

Depois, pode haver problemas mais próximos ao tradicional, com os objetivos:

- fixar a aprendizagem;

- verificar a aprendizagem pela proposição de problemas inversos aos que já foram resolvidos;

- incentivar a imaginação, pedindo aos alunos que organizem problemas semelhantes aos que resolveram.

A seguir, apresentam-se todas as etapas desenvolvidas na seqüência didática, com equações do 1º grau, direcionadas à 6ª série do Ensino Fundamental.

3.2.1 Seqüência didática desenvolvida na experimentação da Engenharia Didática com equações do 1º grau

A seqüência didática para equações do 1º grau, que foi utilizada na fase de experimentação, seguiu as seguintes etapas:

- introdução do conteúdo através de uma abordagem histórica, realizada pela professora/pesquisadora.

Nessa fase, foi realizado um levantamento sobre o desenvolvimento das equações ao longo da história, permitindo ao aluno situar-se no contexto histórico.

É importante, nesse momento, relacionar o conteúdo de equações do 1º grau com sua evolução na história, pois isso auxilia a sua contextualização e na busca de subsídios para o planejamento de uma metodologia adequada ao processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Segundo Mendes, Fossa e Valdés (2006), um certo conhecimento da história da Matemática deveria se constituir em uma parte indispensável da bagagem de conhecimentos do matemático em geral e do professor de qualquer nível de ensino (primário, secundário ou superior).

O autor destaca, ainda, que o educador deveria saber como as coisas aconteceram, para:

- compreender melhor as dificuldades do homem genérico, da humanidade, para a elaboração das idéias matemáticas e, através delas, as de seus alunos;
- entender melhor a dedução das idéias, dos motivos e das variações da sinfonia matemática;
- utilizar esse saber como um organizador da própria pedagogia.

O autor ressalta, ainda, que o conhecimento da história proporciona uma visão dinâmica da evolução da Matemática. Também afirma que tal visão dinâmica capacitaria o homem para muitas tarefas interessantes em nosso trabalho educativo, como:

- possibilidade de extrapolação até o futuro;
- imersão criativa nas dificuldades do passado;

- comprovação do tortuoso caminho da invenção, com a percepção da ambigüidade, da obscuridade, das confusões iniciais à meia luz, esculpindo peças inacabadas...

Ainda segundo Mendes, Fossa e Valdés (2006), o valor do conhecimento histórico não consiste em ter um bloco de historietas e anedotas curiosas para entreter os alunos, a fim de dar voltas em torno do tema tratado. A história, segundo o autor, pode e deve ser utilizada, por exemplo, para entender e fazer compreender uma idéia difícil do modo mais adequado.

O autor sugere que a história deveria ser um potente auxiliar para objetivos como:

- enfatizar a forma de aparecimento das idéias em Matemática;
- demarcar temporalmente e espacialmente as grandes idéias, problemas, junto com sua motivação, os seus precedentes;
- assinalar os problemas abertos.

De acordo com Mendes, Fossa e Valdés (2006), o uso da história como recurso pedagógico tem como finalidade promover um ensino-aprendizagem da Matemática que permita uma ressignificação do conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos e, com essa prática, tornar possível imprimir maior motivação e criatividade cognitiva às atividades de sala de aula durante a ação docente. Isso provocará uma ruptura na prática tradicional educativa vivida até hoje nas aulas de Matemática.

Segundo os PCNs (BRASIL,1997), a história da Matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

Destaca-se, ainda, conforme os PCNs (BRASIL,1997), que o recurso da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento.

Segundo Groenwald, Silva e Mora (2004), a História da Matemática é um tema importante na formação do aluno, ela dá ao estudante a noção dessa ciência em construção, com erros e acertos e sem verdades universais. Essa visão faz com que a disciplina seja vista pelo aprendiz, como um saber que tem significado, que foi e é construído pelo homem para responder às suas dúvidas na leitura do mundo, permitindo-lhe apropriar-se desse saber, o que lhe propiciará uma melhor leitura do contexto mais global.

- leitura do livro "Encontros de Primeiro Grau", da autora Luzia Faraco Ramos, da coleção "A descoberta da Matemática", editora Ática.

O objetivo foi proporcionar ao aluno uma visão lúdica da Matemática, combinando o conhecimento com o prazer da leitura, tendo, ainda, como objetivo específico, mostrar que problemas com equações do 1º grau podem ser solucionados, tanto algébrica como aritmeticamente e desfazer a distância que existe entre a abordagem desses problemas e a utilização das equações do 1º grau, de modo a relembrar a função da álgebra, nascida da necessidade dos povos antigos de resolver situações do cotidiano.

À medida que o conteúdo foi sendo desenvolvido, eram selecionados capítulos referentes ao assunto que estava sendo trabalhado, em que o aluno fazia sua leitura individual, como atividade complementar de estudos em casa. Houve momentos nos quais essa leitura foi realizada em aula, para que os conteúdos fossem desenvolvidos ao mesmo tempo, como forma de trabalho de leitura em grupo com a professora.

Após cada momento de leitura, na aula seguinte, era realizado um momento de debate, no qual os alunos contavam partes da história que haviam lido.

Para conclusão dessa atividade, foi realizado um trabalho, em que os alunos, após a leitura do livro, escreveram uma redação apresentando os personagens, os acontecimentos que se desenrolaram na história, as idéias básicas que compõem a trama e a criação de um outro final para a história, sem se esquecer de mencionar a importância do conhecimento adquirido com a Matemática, que auxilia a resolver situações-problema do cotidiano.

A importância da leitura, interpretação, discussão e apresentação de uma leitura é justificada por Coll (1998), quando afirma que um conceito matemático deve ser classificado em conteúdos, procedimentos e atitudes.

A leitura de textos matemáticos é um procedimento muito importante para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, pois envolve o hábito para a leitura, interpretação e relaciona a leitura com o conteúdo matemático estudado.

Segundo Coll (1998), os procedimentos são considerados como conteúdos escolares tão próprios como os fatos, os conceitos, os princípios, as atitudes, valores e normas.

As características dos procedimentos destacadas por Coll (1998) são as que:

1. referem-se a uma atuação;
2. não são uma atuação qualquer, mas uma atuação ordenada;
3. essa atuação se orienta para a consecução de uma meta.

Além disso, Coll (1998) observa que:

> Trabalhar os procedimentos significa, então, revelar a capacidade de saber fazer, de saber agir de maneira eficaz.

O conjunto de ações ou decisões, segundo Coll (1998), que compõem a elaboração ou a participação é o que se chama de procedimentos, como: coleta de dados; destrezas ou habilidades – (motoras, mentais, instrumentais); técnicas ou métodos – (de laboratório, de estudo, de leitura, de escrita); estratégias – (de aprendizagem cognitiva).

- a professora/pesquisadora realizou aulas de introdução do conceito de equação com problemas que introduzem a necessidade de equações, baseada na metodologia resolução de problemas.

Segundo os PCNs (BRASIL,1997), a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Para resolver um problema, os PCNs (BRASIL,1997) pressupõem que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros alunos;
- valide seus procedimentos.

Consoante Groenwald, Silva e Mora (2004), a relação entre as teorias de aprendizagem próprias do cognitivismo e os princípios metodológicos para resolver problemas têm experimentado uma constante mudança a partir de outras teorias de aprendizagem que tem influência direta na aprendizagem da Matemática, como o Construtivismo, a cognição situada, a teoria da atividade e a cognição crítica, as quais consideram que as estruturas mentais que se colocam em funcionamento estão diretamente relacionadas com a motivação, o interesse, o trabalho ativo dos alunos, a colaboração e a cooperação entre os participantes, a crítica dos próprios companheiros de grupo e, sobretudo, a relação desta disciplina com o mundo real (o contexto extramatemático).

Os autores ressaltam, ainda, que o valor didático e pedagógico da resolução de problemas reside no fato de que essa tendência possibilita aos estudantes dedicarem-se, de maneira independente e autônoma, à busca de idéias e estratégias novas para alcançar uma solução adequada ao problema originalmente planejado.

Segundo os estudiosos, os problemas constituem a essência e o dinamismo da Matemática. Além disso, permitem desenvolver as habilidades de argumentação, observação, dedução e, principalmente, o espírito crítico do aluno, através do encaminhamento do processo de ensino e aprendizagem sob forma de desafios, pela proposição de problemas interessantes.

- **desenvolvimento dos conceitos de igualdade, identidade, equações do 1º grau, equações do 1º grau com duas incógnitas através de fluxogramas;**

Tal atividade teve como objetivo permitir a transferência clara de informações e também a exercitação do desenvolvimento do pensamento individual, bem como o aumento do grau de motivação do aluno (GROENWALD, 1999).

Conforme Socas et al (1996), os diagramas são geralmente esquemas expressos uma vez em linguagem de gráfico figurativo (pictórico) e outra em linguagem de gráfico no figurativo (ideográfico), que servem para demonstrar uma proposição geométrica, resolver um problema ou expressar, de forma lógica ou gráfica, a lei de variações de sucesso.

Para os autores, os diagramas facilitam o entendimento do aluno, ao passo que, num enunciado verbal, as expressões de equações e a sua resolução é posterior. Mediante os diagramas, se representam facilmente as operações inversas.

Segundo Groenwald (1999), os fluxogramas apresentam como características básicas a generalidade, o que permite aplicar um mesmo fluxograma a toda uma classe de problemas. Para tanto, ele deve ter uma linguagem clara e precisa; além disso, deve-se ter um bom nível de conhecimento da situação, a idéia geral do problema e uma profunda reflexão intelectual antes de se chegar ao fluxograma final.

Outra importante característica do fluxograma é sua resolubilidade. Ele deve conduzir, a partir de dados fixos, à identificação do problema, quem quer que seja que vá resolvê-lo.

O ensino de algoritmos e fluxogramas pode ser uma maneira interessante de desenvolver o pensamento criativo.

Os organogramas ou fluxogramas podem ser de grande utilidade para introduzir, de forma amena e motivadora, aqueles temas que apresentam dificuldades aos alunos, temas que são pouco atrativos ou conceitos cujo grau de complexidade nem sempre corresponde ao nível de maturidade do discente.

- **para introduzir a parte algébrica de resolução de uma equação do 1º grau, foi utilizado como apoio o jogo “azul e vermelho”, através de atividades que facilitaram a compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo, utilizando o material concreto confeccionado em E.V.A. O objetivo foi entendimento, por parte dos alunos, dos princípios aditivo e multiplicativo, bem como da forma de organizar a resolução de uma equação do 1º grau com uma variável.**

Segundo os PCNs:

> Por meio dos jogos, as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (...) passam a compreender e a utilizar convenções e regras que serão empregadas no processo de ensino e aprendizagem. Essa compreensão favorece sua integração num mundo social bastante complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações (BRASIL,1997).

Ainda, conforme os PCNs:

> A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico (BRASIL,1997).

De acordo com Borin, citado por Groenwald, Silva e Mora (2004), os jogos, nas aulas de Matemática, possibilitam diminuir os bloqueios apresentados por muitos alunos que temem a disciplina e sentem-se incapacitados para aprendê-la.

Segundo Groenwald (1997), o ensino da Matemática deve oportunizar situações que desenvolvam, no aluno, a sua autonomia, tornando-o um adulto criativo, crítico, atuante no seu trabalho e na sociedade.

Para Groenwald (1997), é através do material concreto que se chega à abstração. Forma-se uma cadeia graduada e seriada de situações que levam à assimilação de uma situação nova, mais complexa e de forma que os conceitos sejam compreendidos.

Consoante a autora, a aprendizagem se efetua durante a atividade do aluno. Cada etapa serve de assimilação para a seguinte. As situações-problema estão encadeadas de forma que o aluno faça relações e consiga transferir os conhecimentos anteriores para a aquisição de novos.

- foram desenvolvidas aulas, no laboratório de informática da escola, com o software do sistema de ensino da escola (Educacional), que permitiu aos alunos resolverem equações com analogia a uma balança de dois pratos.

Segundo os PCNs (BRASIL,1997), o uso de softwares disponíveis também é uma forma de levar o aluno à compreensão dos conceitos estudados.

Conforme Groenwald, Silva e Mora (2004), o aspecto central e decisório em relação à aprendizagem com a ajuda do computador, está, definitivamente, em uma adequada interação entre os programas selecionados, o papel dos professores, as ações dos estudantes e as atividades concretas de aprendizagem a serem desenvolvidas. Contudo, segundo os autores, tal avanço técnico e didático não deve, em nenhuma circunstância, chegar a substituir a presença ativa e formadora dos professores.

Segundo eles, a utilização da tecnologia deve proporcionar aos alunos verdadeiras e significativas aprendizagens matemáticas, além de influenciar e alterar a forma de ver, utilizar e produzir Matemática.

Para os autores, o computador se converteu em um recurso indispensável para o adequado desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de todas as disciplinas, particularmente da Matemática.

O software utilizado na aplicação da seqüência didática é dividido em três etapas: na primeira, o aluno é levado a manusear objetos, a fim de comparar a massa dos mesmos, de maneira a compreender que, para manter o equilíbrio das massas, os lados da balança onde os objetos são colocados não interferem no resultado. Isso leva o aluno a concluir que objetos de massas iguais tendem a estar em equilíbrio, não importando os pratos da balança em que são colocados; na segunda etapa, o aluno é desafiado a descobrir o valor desconhecido dos objetos em equilíbrio, aplicando, assim, os princípios aditivo e multiplicativo; na terceira etapa, o aluno é levado a montar as equações e determinar o valor da incógnita.

Por isso, o uso da balança de dois pratos é importante, como analogia para a compreensão e entendimento das equações, facilitando a visualização e o desenvolvimento algébrico dos princípios aditivo e multiplicativo no estudo das equações do 1º grau.

Os conceitos, segundo a teoria de Piaget, são os resultados das abstrações que se alcança, depois de um processo de percepção unindo ao conceito. Estão relacionados uns com os outros ou se derivam de outros, salvo os conceitos primários. Pode-se dizer que existem estruturas básicas as quais são presumidas.

Por isso, conforme Skemp, citado por Socas et al (1996), a aprendizagem tem como finalidade a formação e consolidação das estruturas mentais, denominadas esquemas.

Os modelos são, em álgebra, uma ferramenta fundamental que permite passar de uma situação-problema, expressa em linguagem original, ao modelo e desse à expressão algébrica correspondente. Nesse sentido, também entende-se o modelo como forma de linguagem.

Existem tipos diferentes de modelos, conforme visto a seguir:

Modelos Intuitivos: as relações matemáticas são modelos abstratos de realidades concretas. Muitas vezes, utilizam-se, conscientemente, representações físicas ou gráficas para as noções que se está trabalhando. Essas representações são modelos intuitivos, de natureza sensorial que, algumas vezes, não refletem diretamente uma realidade. Exemplo: diagramas.

Modelos Explícitos: são estabelecidos explicitamente, com uso de diferentes tipos de recursos gráficos, diagramas, histogramas etc...

Modelos Analógicos: pertencem a uma classe distinta da realidade que representam.

Segundo Polya, citado por Socas et al (1996), a analogia é utilizada constantemente em Matemática. Ele distingue diferentes tipos de analogia.

Socas et al (1996) destacam três categorias de analogia, vistas a seguir:

Primeira categoria: tanto o modelo como o original não usam explicitamente meios intuitivos, são somente simbolismos numéricos algébricos. Exemplo: operações com números imaginários, definidos por analogia com os números reais.

Segunda categoria: se dá quando um termo é intuitivo; geralmente uma representação geométrica e um segundo termo é uma expressão simbólica. As representações geométricas das funções são baseadas no isomorfismo fundamental entre números e figuras.

Terceira categoria: é o modelo extra-matemático, mas especificamente uma representação material dos conceitos matemáticos. Os materiais estruturados, como o ábaco, se encontram nessa categoria. Mas também se podem incluir, aqui, as representações gráficas dos números e dos conceitos geométricos.

A utilização de modelos possui um papel fundamental na construção dos conceitos e processos de raciocínio, pois permite executar e manipular conceitos intelectualmente mais difíceis. E, para que isso ocorra, é necessário que o modelo cumpra duas condições:

- a primeira condição é que a descrição ou solução obtida no modelo sejam igualmente válidas na situação que representam;
- a segunda condição é que o modelo tenha, nele mesmo, uma autonomia com respeito ao representado.

Segundo Socas et al (1996), um dos modelos mais utilizados para essas representações com a equação do 1º grau para o princípio aditivo e multiplicativo é a balança.

Conforme os autores, o uso da balança facilita a aquisição do conceito de equações e o uso de algumas regras de manipulação de igualdades, bem como as resoluções de equações simples.

Com esse modelo, pode-se chegar a conclusões simples, as quais permitem usar regras de manipulação de igualdades.

É importante, segundo o mesmo autor, não usar insistentemente a mesma letra a fim de representar a incógnita, para não gerar pensamentos errôneos, em que a equação será sempre representada pela mesma variável. É conveniente utilizar várias letras para melhor entendimento dos alunos.

Além do mais, convém que o aluno não se depare com a incógnita sempre no primeiro membro da igualdade, para que consiga visualizar que: $x = 2$ é o mesmo que $2 = x$, por exemplo.

- foi desenvolvida a parte geométrica de representação das equações de 1º grau no sistema cartesiano de coordenadas, utilizando a metodologia resolução de problemas.

Para a representação geométrica das equações do 1º grau dividiu-se a atividade em duas etapas: na primeira etapa os alunos determinaram a representação e localização de pontos e de figuras geométricas no plano cartesiano e na segunda etapa representaram geometricamente as equações do 1º grau com duas incógnitas.

3.3 FASE DA EXPERIMENTAÇÃO

Segundo Pais (2002), a aplicação da seqüência didática, ou seja, a fase da experimentação é de suma importância para a pesquisa, pois garante a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica.

É uma das fases mais importantes da Engenharia Didática, pois, além de garantir a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica, pode ser filmada, gravada, fotografada ou apenas descrita pelo pesquisador.

É o processo no qual se sugere uma metodologia adequada ao conteúdo pesquisado, no caso, as Equações do 1º Grau. O experimento didático foi implementado no momento da fase de experimentação da investigação, sendo primeiramente realizada uma avaliação inicial dos alunos, para analisar o nível de conceitos prévios necessários à implementação do experimento. Foi aplicado, também, um questionário avaliativo do aluno, em relação à sua disposição para os estudos e o tempo dedicado à Matemática.

O experimento foi desenvolvido em uma turma de 6ª série do Ensino Fundamental em uma escola privada, devido à facilidade da utilização dos recursos necessários para a aplicação. A mesma dispõe de equipamentos de audiovisual, laboratório de informática, Internet, entre outros, o que tornou possível a aplicação geral da metodologia sugerida.

Esse experimento foi desenvolvimento durante o 2º semestre do ano de 2006, entre os meses de outubro a dezembro, com cinco períodos semanais, cada um com cinqüenta minutos, distribuídos em três dias da semana, totalizando 60 horas-aula.

O objetivo dessa fase de experimentação teve por base analisar se a metodologia aplicada pelo professor está de acordo com o desenvolvimento cognitivo dos alunos e se esses estão em um nível compatível de entendimento do conteúdo.

A seqüência didática desenvolvida buscou, também, encontrar recursos para sanar as causas que levam os alunos a apresentarem dificuldades na resolução das equações do 1º grau no Ensino Fundamental e a falta de compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo.

Logo, este trabalho busca desenvolver uma metodologia adequada, caracterizada em uma Engenharia Didática, de maneira que privilegie o aluno no momento de resolver as equações do 1º grau, utilizando os princípios aditivo e multiplicativo na 6ª série do Ensino Fundamental.

Para a aplicação da seqüência didática com o conteúdo de equações de 1º grau, desenvolvido na turma 6A da 6ª série do Ensino Fundamental, na Unidade de Ensino ULBRA Paz, foram desenvolvidas 60 horas-aula, no período de outubro a dezembro de 2006, conforme o quadro representado na figura 20 a seguir:

Seqüência	h/a	Objetivos	Atividade desenvolvida
1	2	introduzir o conteúdo de equações através da leitura do texto sobre a história da álgebra.	seleção dos capítulos do livro "Encontros de 1º grau"; leitura do texto sobre a evolução histórica da álgebra.
2	2	despertar nos alunos o interesse pela história da Matemática; interpretar problemas e saber escrevê-los algebricamente; identificar a importância da linguagem algébrica na resolução de problemas.	apresentação em powerpoint sobre as equações de 1º grau, onde foram distribuídos para os alunos cópias do material apresentado.
3	2	interpretar os conteúdos desenvolvidos na leitura do livro; escrever expressões de linguagem natural em linguagem matemática; interpretar as sentenças matemáticas e identificar as equações de 1º grau.	relatos dos capítulos 1 a 4 do livro "Encontros de 1º grau"; cópias do material sobre representação simbólica matemática de expressões e sentenças matemáticas.
4	2	esclarecer as dúvidas das atividades do conteúdo de equações desenvolvidas na aula anterior.	revisão dos conteúdos desenvolvidos nas aulas anteriores; organização de atividades para tema e leitura dos capítulos 4 e 5 do livro "Encontros de 1º grau".
5	2	interpretar os conteúdos desenvolvidos na leitura do livro; representar, através de fluxogramas, problemas algébricos; resolver problemas e identificar através dos fluxogramas uma identidade e uma equação de primeiro grau.	relatos dos capítulos 4 e 5 do livro "Encontros de 1º grau"; apresentação, em PowerPoint, de fluxogramas, distribuídos para os alunos em cópias do material apresentado; atividades em dupla com fluxogramas.
6	2	Elaborar e apresentar fluxogramas desenvolvidos pelos alunos.	desenvolvimento de fluxogramas; apresentação dos fluxogramas desenvolvidos.
7	2	interpretar problemas e escrevê-los algebricamente;	interpretação de problemas; organização de atividades para tema,

		selecionar capítulos para leitura do livro “Encontros de 1º grau”.	leitura dos capítulos 6 a 8 do livro “Encontros de 1º grau”.
8	2	desenvolver o raciocínio lógico do aluno; interpretar e resolver situações-problema.	resolução de problemas com equações do 1º grau.
9	4	interpretar os conteúdos desenvolvidos na leitura do livro; identificar os termos de uma equação, o coeficiente numérico e a parte literal; interpretar e resolver situações-problema.	relatos dos capítulos 6 a 8 do livro “Encontros de 1º grau”; resolução de problemas com equações do 1º grau.
10	2	interpretar situações-problema e aplicar as equações de 1º grau como forma de resolução; selecionar capítulos para leitura do livro “Encontros de 1º grau”.	Apresentação, em powerpoint sobre aplicações das equações de 1º grau nas situações-problema, distribuídas para os alunos em cópias do material apresentado; organização de atividades para tema, leitura dos capítulo 9 a 13 do livro “Encontros de 1º grau”.
11	8	interpretar os conteúdos desenvolvidos na leitura do livro “Encontros de 1º grau”; representar e calcular as equações de 1º grau utilizando material concreto; desenvolver as equações de 1º grau, aplicando os princípios aditivo e multiplicativo para resolução, com auxílio do material concreto.	relatos dos capítulos 9 a 13 do livro “Encontros de 1º grau”; aplicação do jogo “Azul e Vermelho” para resolução das equações de 1º grau.
12	2	desenvolver os cálculos de equações do 1º grau, descrevendo os princípios aditivo e multiplicativo através do material concreto utilizado em sala.	trabalho sobre equações de 1º grau com auxílio do material concreto.
13	2	representar equações fazendo uma analogia com a balança; calcular equações de 1º grau, aplicando os princípios aditivo e multiplicativo.	organização de atividades para tema, leitura dos capítulo 13 a 18 do livro “Encontros de 1º grau”; utilização do material didático da apostila do 4º bimestre para o conteúdo de expressões numéricas e expressões algébricas, pág. 1 a 6.
14	3	interpretar gráficos; calcular a raiz de uma equação de 1º grau; resolução problemas; interpretar os conteúdos desenvolvidos na leitura do livro.	utilização do material didático da apostila do 4º bimestre para o conteúdo de expressões numéricas e expressões algébricas, pág. 7 a 13; relatos dos capítulos 13 a 18 do livro “Encontros de 1º grau”.
15	2	desenvolver os cálculos das situações-problema, de modo a identificar o valor desconhecido de cada situação.	avaliação sobre equações de 1º grau.

16	2	utilizar o livro para proporcionar ao aluno uma visão lúdica da Matemática, combinando o conhecimento com o prazer da leitura.	Redação sobre o livro "Encontros de 1º grau" com interdisciplinaridade com a disciplina de Língua Portuguesa.
17	2	desenvolver os cálculos apresentados no suplemento de atividades, o qual acompanhava o livro "Encontros de 1º grau".	resolução do suplemento de atividades extras do livro "Encontros de 1º grau".
18	3	visualizar e manipular graficamente a representação das equações de 1º grau, fazendo analogia com a balança.	utilização do software para aplicação das equações de 1º grau.
19	4	visualizar e manipular a representação das equações de 1º grau, fazendo analogia com a balança.	utilização do software para aplicação das equações de 1º grau.
20	2	desenvolver os cálculos de equações do 1º grau, utilizando os princípios aditivo e multiplicativo.	avaliação final.
21	5	localizar pontos e figuras geométricas no plano.	representação na malha pontilhada, os pares ordenados.
22	5	localizar pontos e representar graficamente os pares ordenados.	interpretação e representação geométricas de equações do 1º grau.

Figura 20: quadro do cronograma da seqüência didática.

- **Para a aula da seqüência 1, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Em primeiro lugar, realizou-se a apresentação do livro "Encontros de 1º grau", da autora Luzia Faraco Ramos, e seleção dos capítulos de leitura para introdução do conteúdo de equações do 1º grau. Também foi desenvolvida a leitura do texto sobre a evolução histórica da álgebra. O material distribuído aos alunos encontra-se no anexo S1 no CD.

Em seguida, os alunos adquiriram o livro "Encontros de 1º grau", por intermédio da professora de Matemática (professora/pesquisadora). Num primeiro momento, fizeram uma investigação e analisaram a forma como o conteúdo a ser trabalhado estava sendo apresentado. Surgiram algumas perguntas, como: *"Já podemos começar a leitura?", "Vai ser feita prova do livro?"* ou *"Quando tem que entregar o suplemento?".* Logo após, mostraram-se motivados pela novidade de ser possível unir a literatura à Matemática, como meio facilitador de aprendizagem. Então, surgiram alguns comentários, como: *"Que legais os desenhos"* ou ainda *"Que bom, tem desafios!".*

- **Para a aula da seqüência 2, as atividades foram organizada, conforme visto a seguir:**

Primeiro, houve a apresentação, em PowerPoint, sobre as equações de 1º grau, sendo distribuídas para os alunos cópias do material apresentado.

O material apresentado em PowerPoint e o material distribuído aos alunos encontram-se no anexo S2 no CD.

Os alunos foram levados à sala de projeções, onde acompanharam, em telão, a apresentação sobre as equações do 1º grau. Receberam, também, um texto com o resumo do que estava sendo apresentado.

- **Para a aula da seqüência 3, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Realizaram-se relatos dos capítulos previamente selecionados do livro "Encontros de 1º Grau", da autora Luzia Faraco Ramos, editora Ática, além dos relatos dos alunos, que tiveram mais um tempo para leitura em sala.

Foram distribuídos aos alunos cópias do material, com um quadro para representar, em linguagem matemática, as expressões algébricas e resumo das sentenças matemáticas para identificação de equações de 1º grau. O material distribuído aos alunos encontra-se no anexo S3 no CD.

As atividades do material didático positivo, utilizado pelos alunos, introduziu o conteúdo, através de interpretação de problemas, os quais desenvolviam a aplicação de porcentagem e problemas utilizando geometria. Todo o material da apostila utilizado pelos alunos na seqüência didática encontra-se, também no anexo S3 no CD.

Os alunos apresentaram algumas dificuldades para a representação matemática das situações sugeridas na lista de exercícios, como: quanto ao quadrado de um número (x^2), escreveram ($2x$) ou ainda a diferença entre um número. Ao invés de representarem com o sinal (-), colocaram o símbolo ($\neq$). Porém, após explicações, conseguiram entender e representar as situações-problema. Para a seleção das sentenças matemáticas, conseguiram identificar o que era sentença matemática verdadeira, sentença matemática falsa, sentenças abertas e, principalmente, ficou muito claro o que era equação.

Quando questionados, posteriormente, sobre como poderiam identificar o que era uma equação, responderam sem demonstrarem dúvidas que: *"Equação é quando tem letra, número e o sinal de igual".*

- **Para a aula da seqüência 4, as atividades foram organizadas da, conforme visto a seguir:**

Houve a revisão das atividades da aula anterior, a fim de esclarecer as dúvidas do conteúdo em estudo e organizar de atividades de tema, leitura dos capítulos 4 e 5 do livro "Encontros de 1º grau", para fixação do conteúdo desenvolvido na aula da seqüência 2.

Surgiram algumas perguntas, como: *"Professora, nós iremos também trabalhar com uma balança, como está sendo apresentado no livro?". O*s alunos demonstravam um interesse e curiosidade sobre o que lhe seria apresentado ainda no decorrer do conteúdo.

- **Para a aula da seqüência 5, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Primeiramente, foi realizado um momento de relato da leitura dos capítulos do livro, "Encontros de 1º grau", como revisão e fixação do conteúdo estudado na seqüência 2. Em seguida, foi apresentado, em PowerPoint, aos alunos, o conteúdo sobre resolução de equações através de fluxogramas. Os alunos desenvolveram, em duplas, atividades que apresentavam resolução de equações através de fluxogramas.

O material apresentado em PowerPoint e o material distribuído aos alunos encontram-se no anexo S5 no CD.

- **Para a aula da seqüência 6, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foram desenvolvidos e apresentados fluxogramas pelos alunos, a fim de demonstrar a compreensão que desenvolveram sobre a utilização desses para resolução de equações de 1º grau.

- **Para a aula da seqüência 7, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvida uma lista de problemas algébricos, os quais os alunos interpretaram, escrevendo matematicamente as situações-problema. A lista de exercícios encontra-se no anexo S7 no CD.

Também foi organizada a atividade de tema, leitura dos capítulos 6 a 8 do livro "Encontros de 1º grau", para fixação do conteúdo desenvolvido na aula das seqüências 7 a 9.

Das atividades desenvolvidas, quatro alunos não fizeram, na questão 2, a letra "e", sete alunos erraram ou não responderam cinco ou mais questões. Entre esses, somente um aluno errou todas as questões e um aluno não compareceu à aula.

- **Para a aula da seqüência 8, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvida uma atividade de resolução de problemas, para determinar a raiz das equações de 1º grau. O material encontra-se no anexo S8 no CD.

- **Para a aula da seqüência 9, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Inicialmente, foi realizado um momento de relato da leitura dos capítulos 6 a 8 do livro, "Encontros de 1º grau".

Foi desenvolvida, também, uma atividade de resolução de problemas, para determinar a raiz das equações de 1º grau. O material encontra-se no anexo S9 no CD.

- **Para a aula da seqüência 10, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

O material sobre aplicações das equações do 1º grau, apresentado em PowerPoint e o material distribuído aos alunos encontram-se no anexo S10 no CD. Também foi organizada a atividade de tema, que foi a leitura dos capítulos 9 a 13 do livro “Encontros de 1º grau”, para fixação do conteúdo a ser desenvolvido nas aulas da seqüência 11

As atividades de resolução de problemas, desenvolvidas pelos alunos, foram as relacionadas na apostila utilizada pelos alunos e se encontram no anexo S3 no CD, mencionado anteriormente.

Os alunos acompanharam a apresentação, atentamente, e participaram dando sugestões sobre em que situações as equações podem ser utilizadas, como: *“determinar o número de veículos em um estacionamento ou o número pneus”* ou ainda, *“para determinar uma temperatura”.* E assim, foram enumerando várias situações para aplicação das equações.

- **Para a aula da seqüência 11, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Primeiramente, foi realizado um momento de relato da leitura dos capítulos do livro, “Encontros de 1º grau”, como fixação do conteúdo estudado nas seqüências 11 e 12. Após, foi utilizado o material concreto, confeccionado em E.V.A., para representar e calcular equações de 1º grau, aplicando os princípios aditivo e multiplicativo.

Os alunos organizaram-se em grupos e, para cada atividade dessa seqüência, foram distribuídas cópias do material a ser desenvolvido. A cada etapa, os componentes dos grupos trocaram informações para determinar a solução das equações.

Utilização do jogo “Azul e Vermelho”

Para facilitar a compreensão e o entendimento das equações do 1º grau, sugere-se a construção de conceitos através do uso dos materiais concretos, confeccionados em E.V.A., nas cores azuis e vermelhas, onde quadrados representam o valor desconhecido, ou seja, a incógnita da equação, e os retângulos representam os numerais. As peças em azul determinam os valores positivos e as peças em vermelho, os valores negativos das expressões.

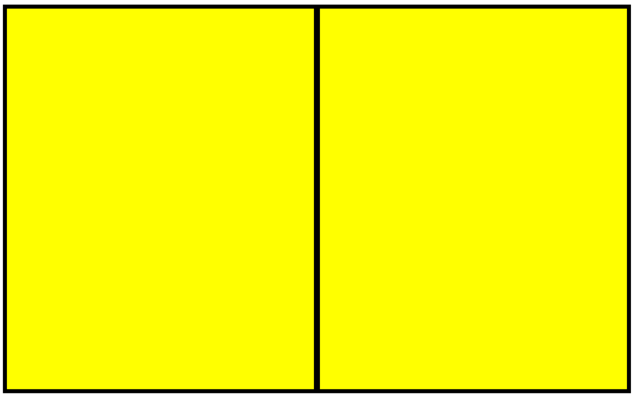
Apresentação do material:

Base para as equações: retângulo (30 x 20) cm, dividido em dois quadros.

Peças: quadrados (3 x 3) cm, azul e vermelho;

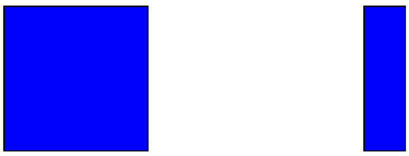
retângulos (3 x 1) cm, azul e vermelho;

Folha para representar a escrita matemática das equações.



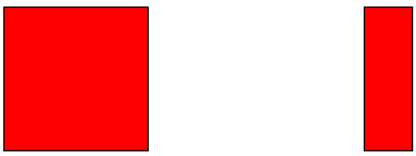
Base para representação das equações.

Peças Positivas



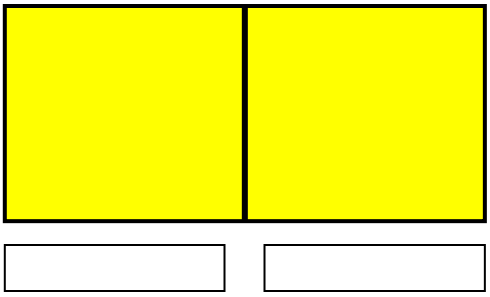
Quadrado (3 x 3)cm Retângulo (3 x 1)cm

Peças Negativas

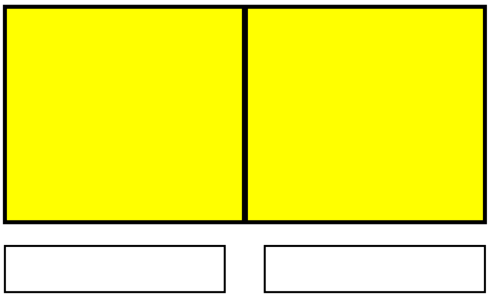


Quadrado (3 x 3)cm Retângulo (3 x 1)cm

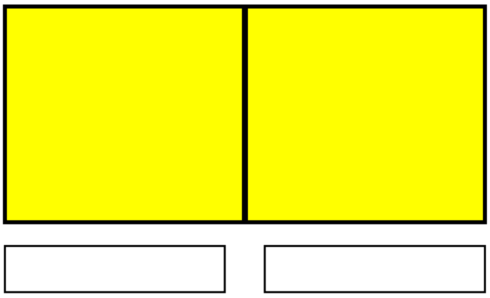
Folha para anotação de equações



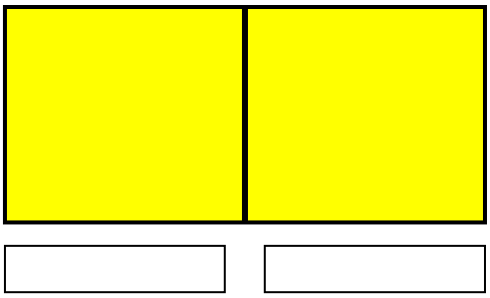
Equação: ____________________



Equação: ____________________



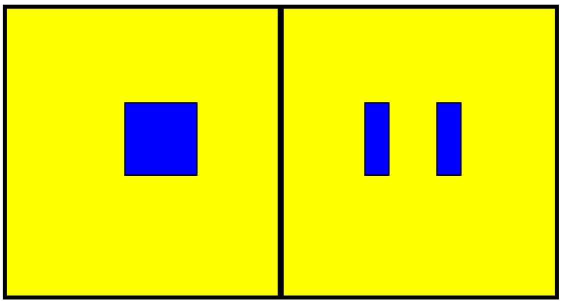
Equação: ____________________



Equação: ____________________

Atividade 1) Para introdução das equações, sugerem-se expressões simples, para que os alunos aprendam e despertem o interesse em manusear o material. Com isso, pode-se, então, convencionar com os alunos o que cada material representa. Dessa maneira, os alunos formarão o conceito de igualdade e poderão deduzir que, em uma igualdade, há dois membros, um à esquerda dessa igualdade, chamado de 1º membro e outro à direita, chamado de 2º membro.

Exemplificando a representação de um quadrado azul, em um lado da base, e dois retângulos azuis, no outro lado, tem-se:



Um quadrado Dois retângulos Equação: $q = 2$

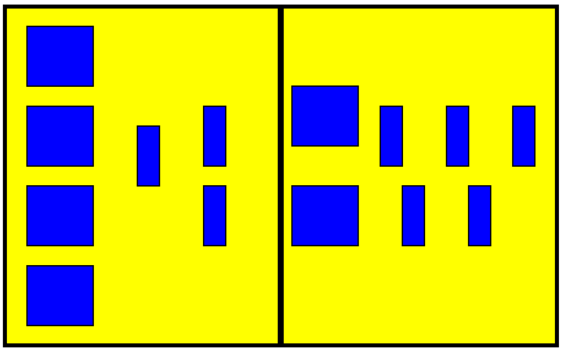
Represente as igualdades com o material concreto:

$3q + 1 = 9$	$3q - q + 2 = -q + 5$
$q + 2 = 5$	$5q = 9 - 3 + 3q$
$q - 3 = 6$	$5q - 7 - 2q - 2 = 0$
$5 = q + 1$	$10 - 2q - 6 = 8 + 6q + 16$
$2q + 5 = 3q + 6$	$2q - 7 = 1$

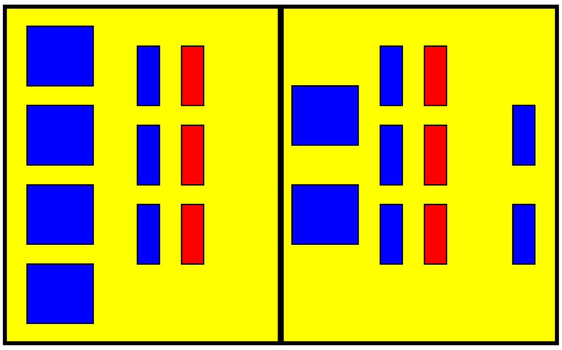
Atividade 2) Uma vez estabelecida uma sentença através da representação do material exposto nos membros da equação, não se mexe mais na igualdade. Logo, o que se realizar em um dos membros da equação deve ser realizado, igualmente, no outro membro, para que a igualdade permaneça.

Na igualdade $4q + 3 = 2q + 5$, onde q representa os quadrados azuis e os numerais isolados, os retângulos azuis, pode-se determinar, então, o valor de q na equação, utilizando para isso o princípio aditivo das igualdades.

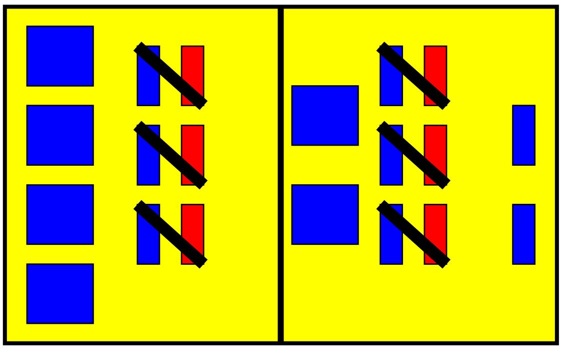
Exemplificando:



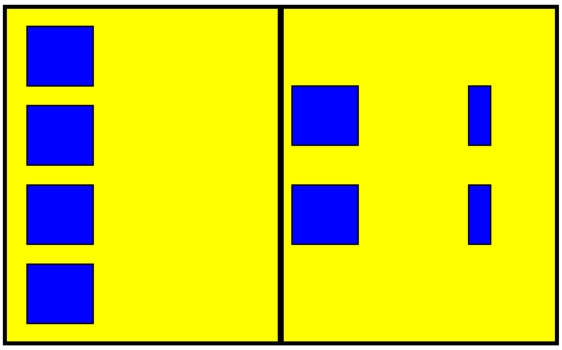
Se, no 1º membro, há 4q + 3 e no 2º membro, 2q + 5,



Colocando-se no 1º e no 2º membros três retângulos vermelhos, fica-se com 4q + 3 – 3 no 1º membro e 2q + 5 – 3 no 2º membro.

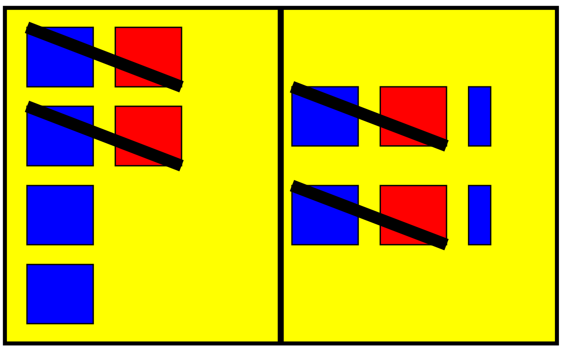


Sabe-se que uma peça vermelha e uma peça azul se anulam, logo, as peças azuis e vermelhas de mesmas formas anulam-se.

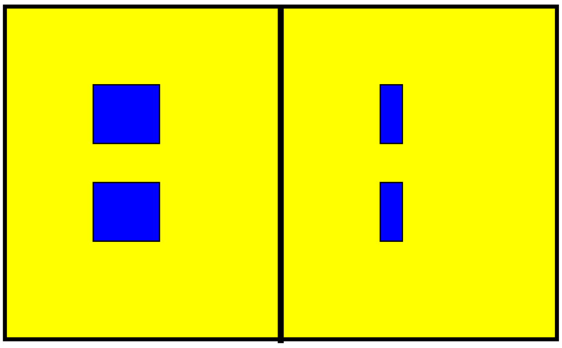


Fica-se, então, com as seguintes expressões em cada membro: 4q no 1º membro e 2q + 2 no 2º membro.

$$4q = 2q + 2$$

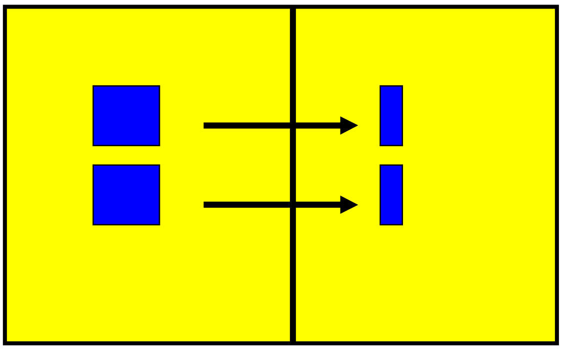


Anulam-se as peças quadradas azuis com as peças quadradas vermelhas.



Gera-se uma nova equação: 2q no 1º membro e o numeral 2 no 2º membro.

Como o objetivo é saber o valor q, repartem-se os quadrados do 1º membro com os numerais do 2º membro. Utiliza-se, para isso, o princípio multiplicativo das igualdades.



Logo, conclui-se que cada q vale 1.

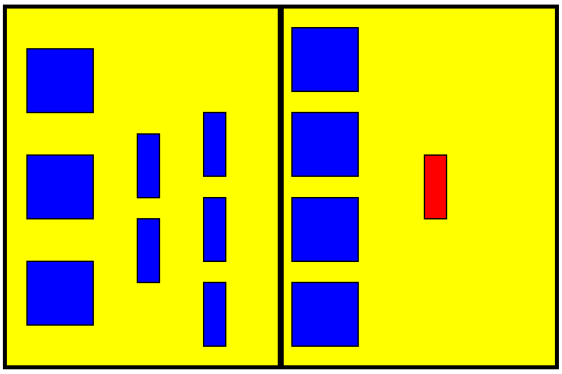
$q = 1$

Calcular o valor de q nas igualdades:

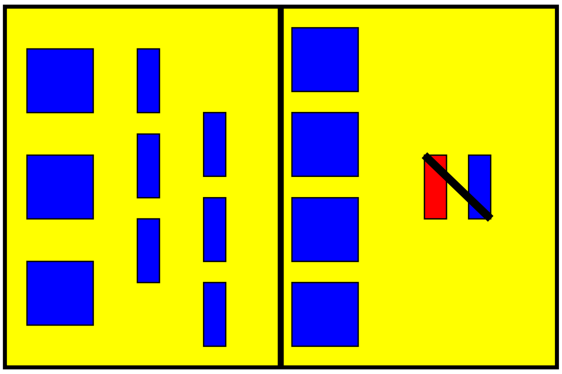
$q + 1 = 5$	$7q - 3 = 4q + 12$
$q - 2 = 8$	$6q + 9 = 4q + 9$
$q + 2 = 8$	$2q - 6 = - 5q - 20$
$q + 2 = 5$	$2q = 8$
$q - 5 = 0$	$5q = - 10$
$q + 3 = 3$	$3q = 21$
$q + 5q = 10 -5q$	$2q = 14$

Atividade 3) Convencionado o que cada material representa, pode-se, então utilizar, as peças vermelhas (valor negativo) e azuis (valor positivo) e representar quaisquer equações.

Exemplo:

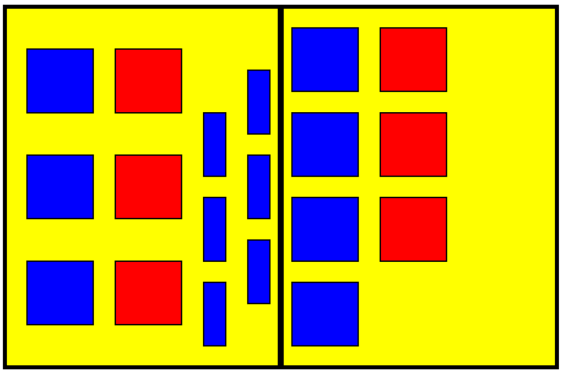


$3q + 5 = 4q - 1$

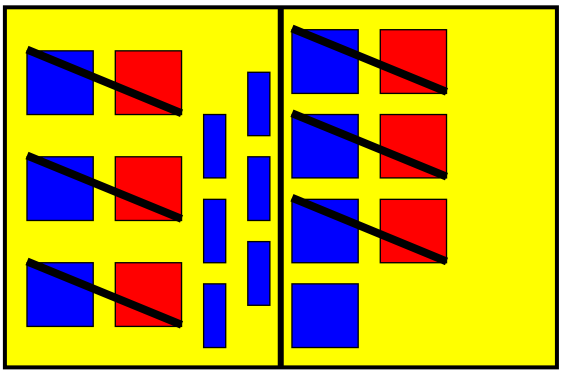


$3q + 5 + 1 = 4q - 1 + 1$

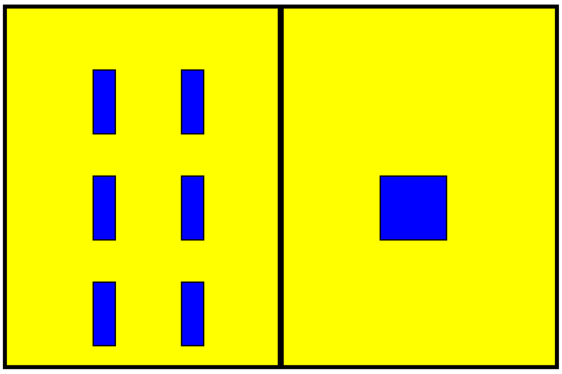
$3q + 6 = 4q$



$3q - 3q + 6 = 4q - 3q$

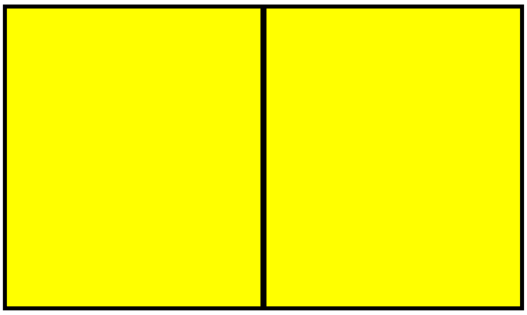


Anulando as peças, forma-se, então, a seguinte equação;

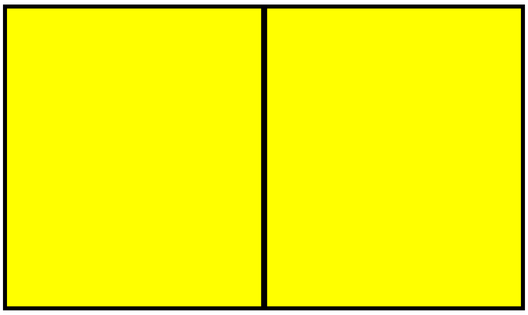


+ 6 = q

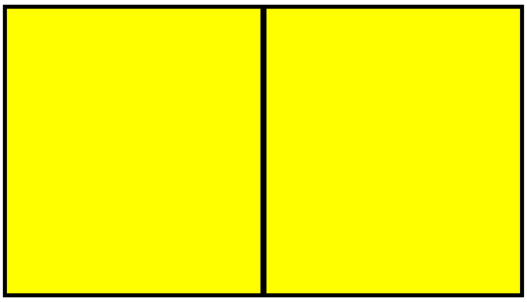
Represente as equações abaixo com o auxílio do material concreto:



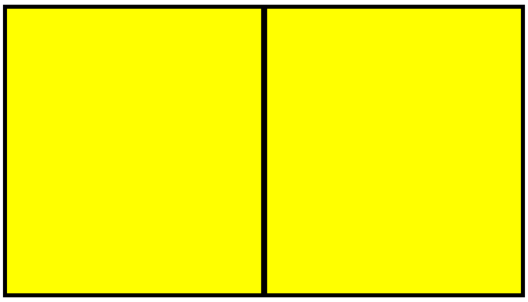
q + 9 = 6 – 2q



7q - 4 = 3q – 8

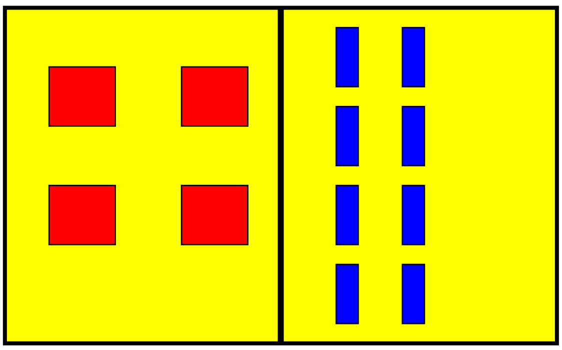


4q + 9 = -3q – 5



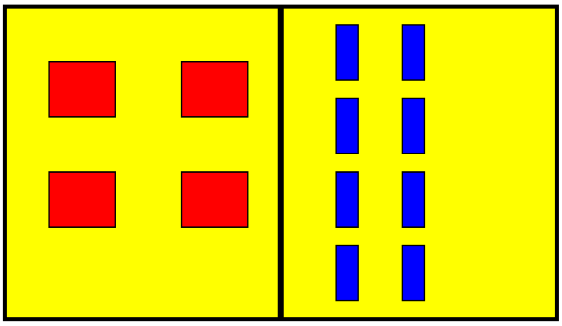
4q – 2 = -5q + 7

Atividade 4) Quando se trabalha com incógnitas que apresentam valores negativos, surge um novo desafio, fazer com que a incógnita passe a ser positiva. Para isso, deve-se proceder da seguinte forma:

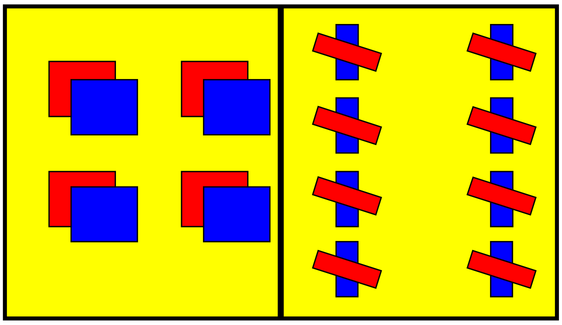


Dada a equação: - 4q = 8

Neste momento, trabalha-se com a inversão de sinais, deduzindo-se, também, que cada $-q$ vale 2. Porém, convenciona-se que, quando a incógnita for negativa, deverá inverter as peças nos dois membros e não anulá-las.

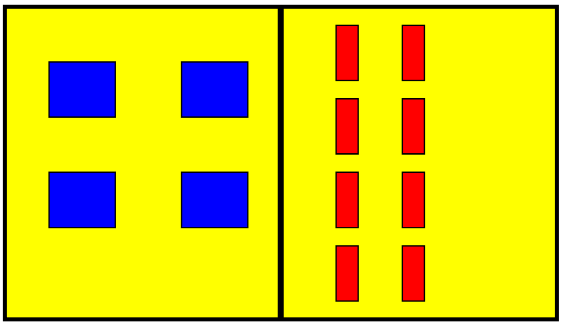


Nesse caso, cada quadrado vermelho será substituído por um quadrado azul e cada retângulo azul será substituído por outro retângulo vermelho.



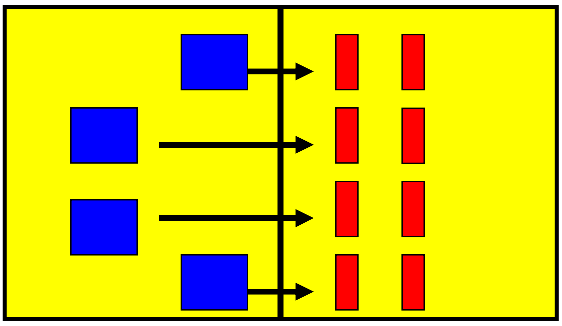
Feita substituição, fica-se com a incógnita “q” positiva.

Nesse caso, cada quadrado vermelho será substituído por um quadrado azul e cada retângulo azul será substituído por outro retângulo vermelho.



Tem-se, então, a seguinte equação:

$$4q = -8$$



Utilizando o principio multiplicativo das igualdades, repartem-se os quadrados do 1º membro com os retângulos do 2º membro.

Logo, $q = -2$

Obs: A variável deve ser sempre positiva, quando isolada.

$-4q = 2$	$-2q + 3 = -11$
$-3q + 6 = 0$	$-5q = -20$
$q + 1 = 10 - 2q$	$x = -8 - 3x$

$15x - 3 = 17x + 3$

$-x - 14 = -8x$

- **Para a aula da seqüência 12, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvido um trabalho para o conteúdo de equações de 1º grau, para que o aluno expressasse seu raciocínio através de cálculos representados com o auxílio do material concreto aplicado em sala, o qual encontra-se no anexo S12 no CD.

- **Para a aula da seqüência 13, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvido o conteúdo de equações do 1º grau, fazendo uma analogia com a balança. Também foi realizada a correção simultânea das atividades das páginas de 1 a 6 do material didático positivo da apostila do 4º bimestre, o qual se encontra no anexo S3 no CD, mencionado posteriormente.

Organizou-se, também, a atividade de tema, leitura dos capítulos 13 a 18 do livro “Encontros de 1º grau”, para fixação do conteúdo desenvolvido na aula das seqüências 16 e 17.

Após a atividade com material concreto, a maioria dos alunos começaram a desenvolver as equações do 1º grau identificando, claramente, os princípios utilizados na resolução. Alguns ainda apresentaram dificuldades na resolução, porém, com a representação da equação com o material concreto não houve dificuldade.

- **Para a aula da seqüência 14, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvido o conteúdo de equações do 1º grau, utilizando a resolução de problemas com aplicação em gráficos e na geometria. Também a utilização das equações equivalentes foi trabalhada nessa seqüência. Para a finalização dos conteúdos desenvolvidos nas apostilas sobre equações de 1º grau, foi realizada a correção simultânea das atividades das páginas de 7 a 13 da apostila do 4º bimestre, as quais encontram-se no anexo S3 no CD, mencionado posteriormente. Foi realizado um momento de relato da leitura dos capítulos finais do livro “Encontros de 1º grau”, como revisão e fixação do conteúdo estudado sobre as equações de 1º grau.

Demonstraram pouco interesse pela atividade. Não gostavam de atividades na apostila, mencionavam que os exercícios eram extensos e cansativos. Foi necessária uma retomada do conteúdo de porcentagem, para que pudessem realizar as atividades da apostila. Devido à demonstração de desinteresse por parte dos alunos pelas atividades, foram, então, selecionados alguns exercícios desse material.

- **Para a aula da seqüência 15, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvida uma avaliação para o conteúdo de equações de 1º grau, para que o aluno expressasse seu raciocínio através de cálculos, a qual se encontra no anexo S15 no CD Das atividades desenvolvidas, três alunos deixaram em branco duas questões, um deixou cinco questões em branco, quatro não compareceram à aula e um acertou todas as questões.

- **Para a aula da seqüência 16, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvida, para essa seqüência, redações criadas pelos alunos em duplas, nas quais relataram a história desenvolvida no livro “Encontros de Primeiro Grau” havendo parceria com a disciplina de Língua Portuguesa. Os alunos, após a leitura do livro, escreveram uma redação apresentando os personagens, os acontecimentos que se desenrolaram na história, as idéias básicas que compõem a trama e a criação de um outro final para a história, sem esquecer de mencionar a importância do conhecimento adquirido com a Matemática, que auxilia para resolver situações-problema do cotidiano.

Os alunos reuniram-se em duplas para desenvolver, em aula, as redações sobre o livro “Encontros de 1º grau”. Relataram, resumidamente, a história, além de mencionar o conteúdo apresentado no decorrer da mesma, bem como a importância de unir a Matemática e a Literatura.

- **Para a aula da seqüência 17, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi solucionado e entregue pelos alunos um suplemento de atividades extras que acompanhava o livro “Encontros de Primeiro Grau”, cuja cópia encontra-se no anexo S17 no CD.

Os alunos demonstraram bastante interesse na atividade envolvendo o suplemento do livro “Encontros de Primeiro Grau”. Além de basearem-se na história do livro para solucionar o suplemento, utilizaram todas as explicações desenvolvidas em aula e as aplicações sobre resolução de equações do 1º grau desenvolvidas até então. Conseguiram identificar os princípios aditivo e multiplicativo utilizados para resolução.

- **Para a aula da seqüência 18, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Nessa seqüência, foi utilizado o software do sistema educacional de ensino utilizado pela escola, para desenvolver os cálculos de equações do 1º grau, fazendo uma analogia com a balança.

Os alunos foram levados primeiramente para a sala de projeções, onde receberam as atividades a serem desenvolvidas nas seqüências 18 e 19. Mantiveram-se atentos, demonstrando interesse e ansiedade para desenvolver a atividade. Foram, então, encaminhados para o laboratório de informática da escola, onde se reuniram em grupos ou duplas, a fim de solucionar as situações apresentadas no software.

A primeira etapa de atividades desenvolvidas nessa seqüência, utilizando o software para trabalhar o equilíbrio de massa de produtos, fazia analogia com a balança de dois pratos, conforme visto na figura 21, vista a seguir.

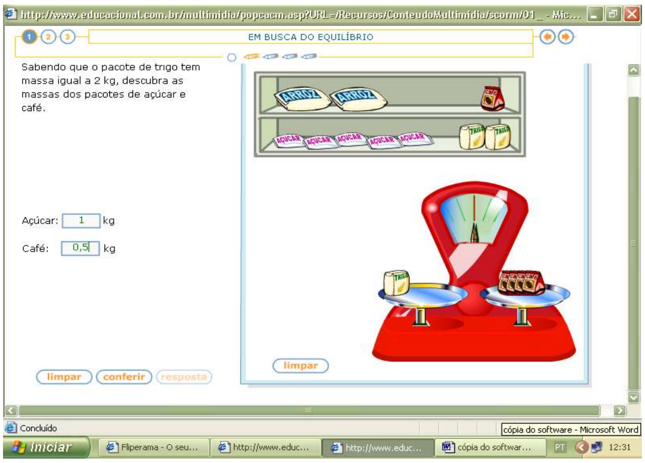
Em busca de equilíbrio, atividade 1 da etapa 1.

Em busca de equilíbrio, atividade 1 da etapa 1 (resolvida).

Em busca de equilíbrio, atividade 2 da etapa 1.

Em busca de equilíbrio, atividade 2 da etapa 1

(em desenvolvimento).



Em busca de equilíbrio, atividade 2 da etapa 1 (resolvida).

Em busca de equilíbrio, atividade 3 da etapa 1.

Em busca de equilíbrio, atividade 4 da etapa 1.

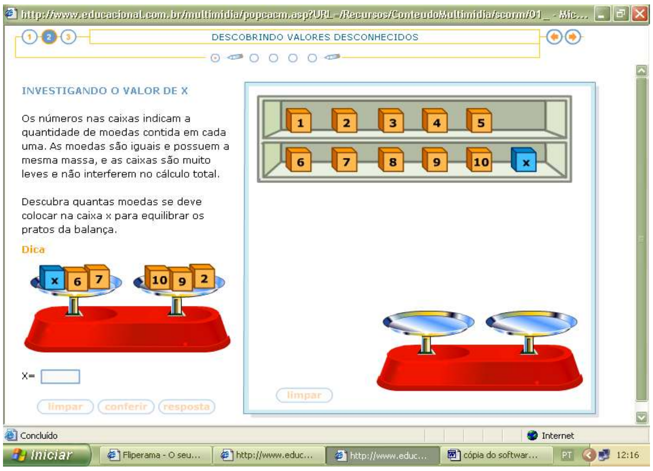
Em busca de equilíbrio, atividade 5 da etapa 1.

Figura 21: representação das atividades da etapa 1 do software.

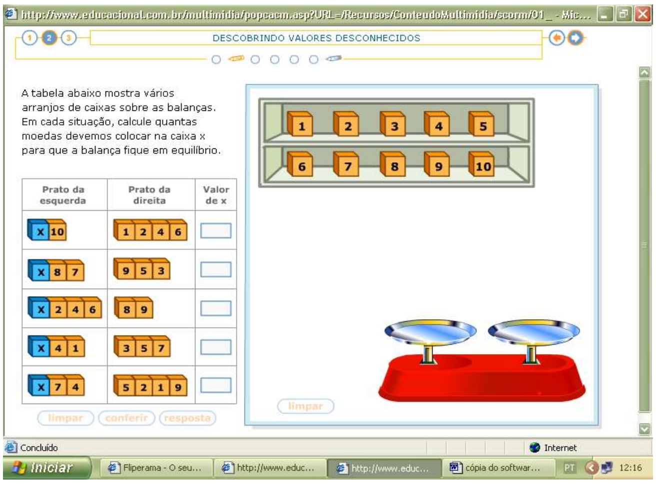
- **Para a aula da seqüência 19, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Utilizou-se o software do sistema educacional de ensino usado pela escola, para desenvolver os cálculos de equações de 1º grau, fazendo uma analogia com a balança.

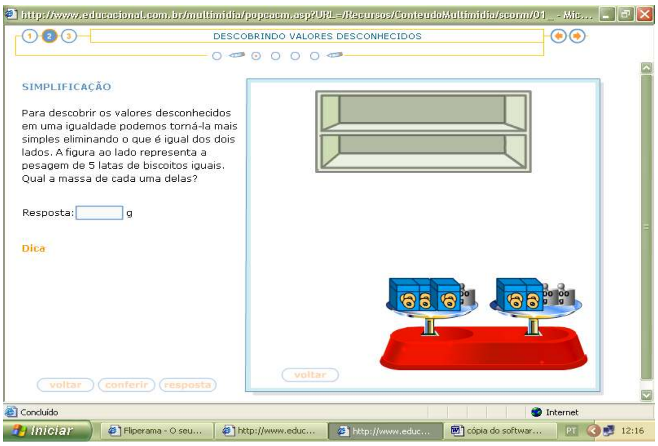
A segunda e terceira etapas de atividades desenvolvidas nessa seqüência foram para determinar o valor desconhecido das variáveis e a representação de uma equação, utilizando, também, a balança de dois pratos. As atividades estão na figura 22, vista a seguir:



Investigando o valor de x, atividade 1 da etapa 2.

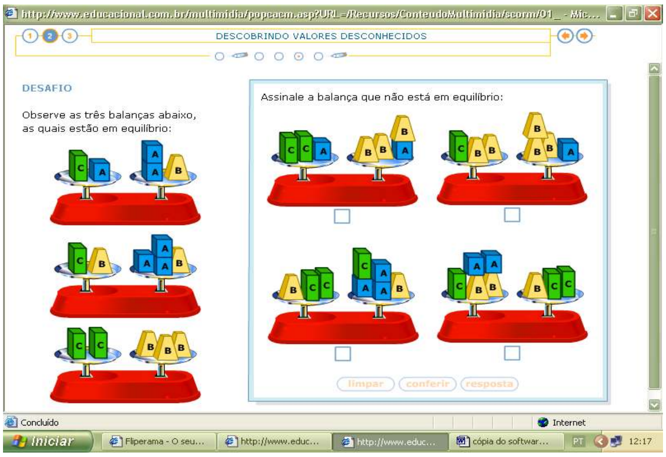


Investigando o valor de x, atividade 2 da etapa 2.

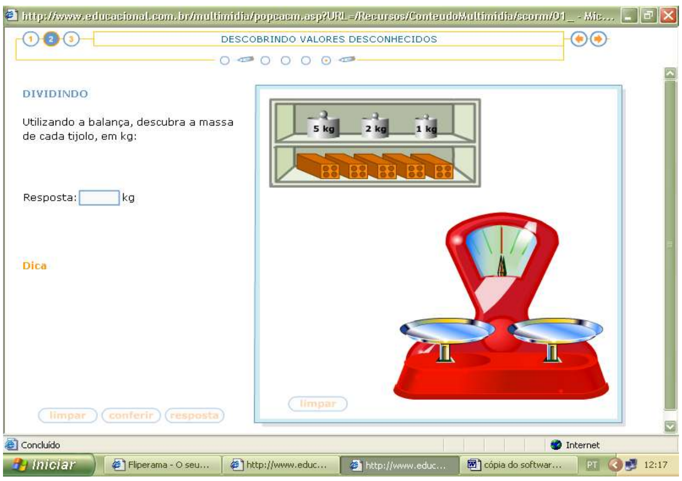


Investigando o valor de x, atividade 3 de da etapa 2 (simplificação).

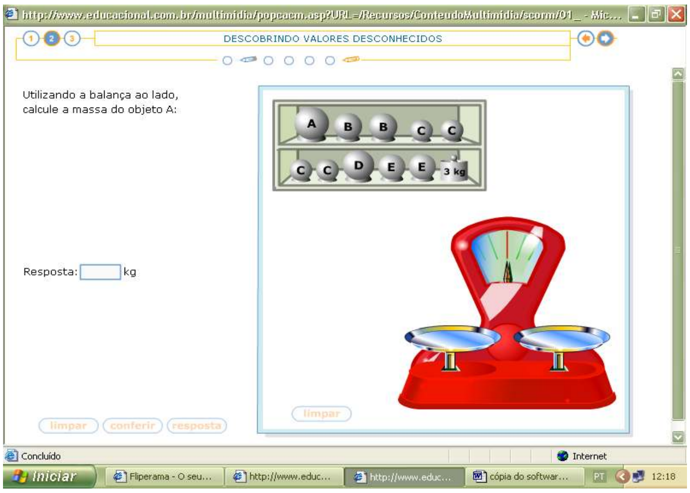
Investigando o valor de x, atividade 4 da etapa 2 (desafio).



Investigando o valor de x, atividade 5 da etapa 2 (desafio).

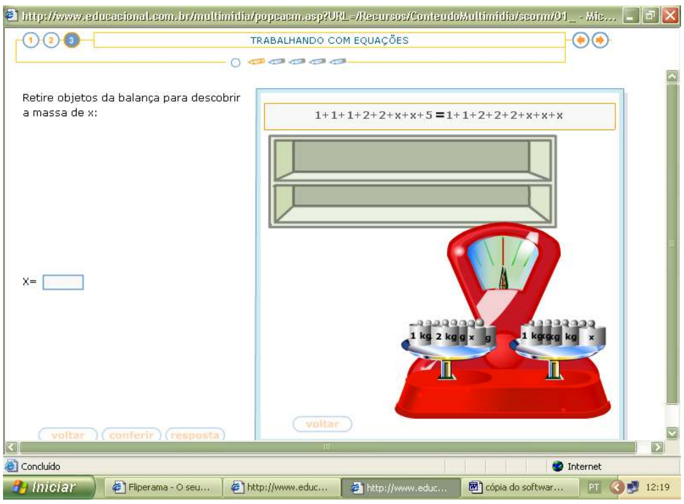


Investigando o valor de x, atividade 6 da etapa 2.

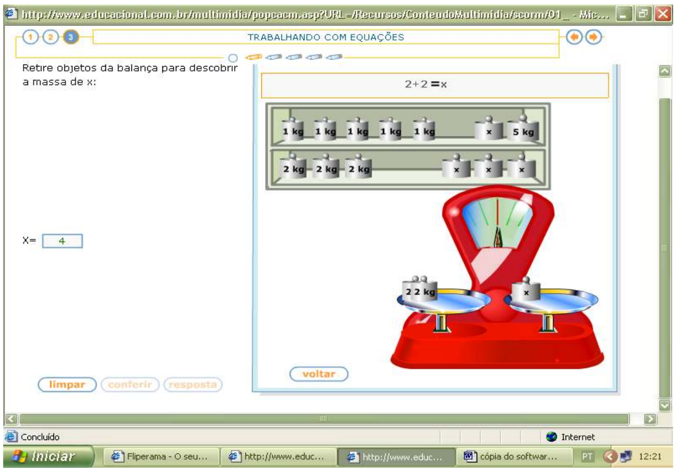


Investigando o valor de x, atividade 7 da etapa 2.

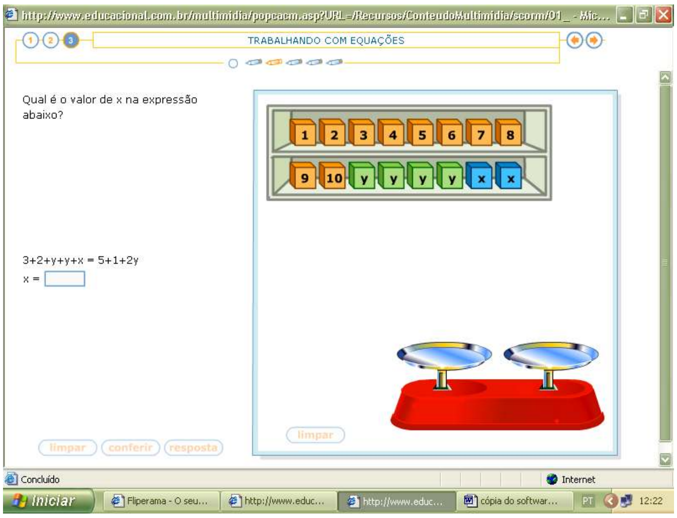
Trabalhando com equações, atividade 1 da etapa 3.



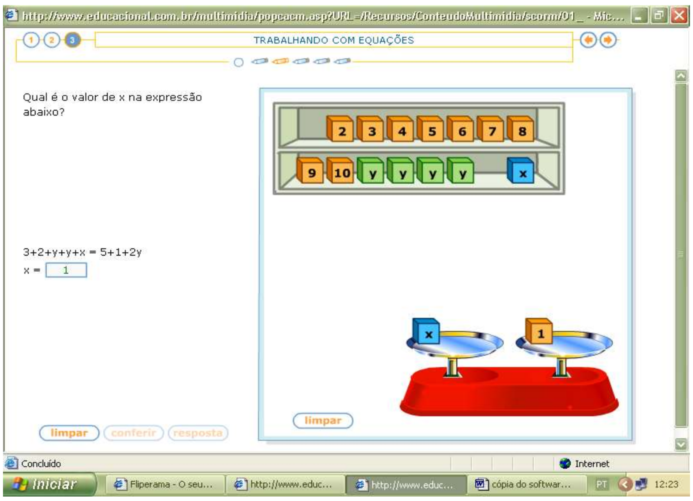
Trabalhando com equações, atividade 2 da etapa 3.



Trabalhando com equações, atividade 2 da etapa 3 (resolvida).

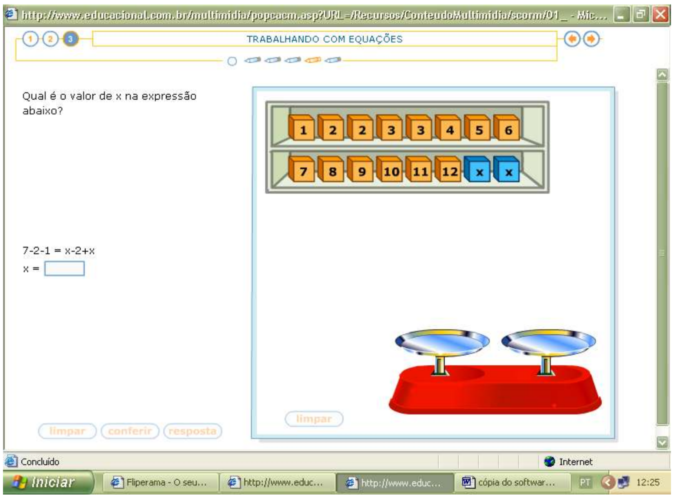


Trabalhando com equações, atividade 3 da etapa 3.



Trabalhando com equações, atividade 4 da etapa 3.

Trabalhando com equações, atividade 5 da etapa 3.



Trabalhando com equações, atividade 6 da etapa 3.

Trabalhando com equações, atividade 7 da etapa 3.

Figura 22: representação das atividades das etapas 2 e 3 do software.

- **Para a aula da seqüência 20, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvida uma avaliação do conteúdo de equações de 1º grau, para que o aluno expressasse seu raciocínio através de cálculos, utilizando os princípios aditivo e multiplicativo, bem como interpretasse e resolvesse problema. Essa avaliação encontra-se no anexo S20 no CD.

Alguns alunos fizeram analogia com a balança para desenvolver as equações, chegando a desenhar os quadrados e os retângulos para solucionar as equações do 1º grau. Outros ainda continuaram fazendo algumas confusões, como: quando foi pedido que determinassem a raiz da equação do 1º grau, trocaram as informações; ao invés de determinar o valor da variável da equação, procuraram representar a raiz quadrada do número encontrado na solução da mesma. Já outros alunos não precisavam mais utilizar os princípios para resolvê-las, pois as equações do 1º grau, a partir da equação determinavam sua raiz sem desenvolver cálculos.

- **Para a aula da seqüência 21, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Foi desenvolvida uma seqüência de atividades para a representação geométrica das equações do 1º grau, a fim de que o aluno representasse e localizasse pontos e figuras geométricas no plano. Também deveria encontrar pares ordenados. O material distribuído aos alunos é o que se encontra no anexo S21 no CD.

Os alunos reuniram-se em grupos, nos quais desenvolveram a atividade, porém nem todos os componentes se interessaram. Poucos grupos concluíram a atividade, mas aqueles que se dedicaram compreenderam. Além de desenvolver a atividade com dedicação, cada componente auxiliava seus companheiros de grupo para que chegassem à resolução da atividade. Algumas vezes, a professora foi chamada para explicações individuais no grupo.

- **Para a aula da seqüência 22, as atividades foram organizadas, conforme visto a seguir:**

Desenvolveu-se uma seqüência de atividades para a representação geométrica das equações do 1º grau, levando o aluno a interpretar problemas e determinar os pares ordenados para solucionar as equações e representar graficamente equações do 1º grau com duas incógnitas. O material distribuído aos alunos é o que se encontra no anexo S22 no CD.

Os alunos reuniram-se em grupos novamente, nos quais desenvolveram a atividade. Contudo, aqueles alunos que não se interessaram pela atividade da seqüência anterior também não se dedicaram por mais essa, mas os interessados na seqüência anterior dedicaram-se também dessa vez. Da mesma forma, cada componente auxiliava seus companheiros de grupo para a resolução da atividade. Algumas vezes, a professora foi chamada para explicações individuais no grupo.

3.4 FASE DA ANÁLISE A POSTERIORI E DA VALIDAÇÃO

Segundo Pais (2002), a fase da análise a posteriori refere-se ao tratamento das informações obtidas por ocasião da seqüência didática. É a parte experimental da pesquisa, na qual a validação é obtida pela confrontação entre os dados obtidos na análise a priori e a posteriori, verificando as hipóteses feitas no início da investigação.

Essa fase se apóia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação, contidos nas observações realizadas durante cada sessão de ensino, bem como nas produções dos alunos em classe ou fora dela (PAIS, 2002).

Para a validação, foi desenvolvido, junto ao aluno, um momento avaliativo, no intuito de analisar os processos da pesquisa que se firmaram pela metodologia sugerida, bem como os resultados alcançados nas aulas realizadas na aplicação da seqüência didática.

Nesse momento, o aluno, objeto da investigação, teve o papel mais importante, pois a demonstração do conhecimento adquirido tornou possível e decisiva a análise dos resultados da seqüência didática aplicada e o sucesso da aprendizagem, bem como a identificação das dificuldades dos discentes.

A coleta de dados do experimento ocorreu através da observação, do registro em um diário de bordo, realizado pela professora-pesquisadora, além da análise das filmagens e dos resultados alcançados pelos alunos durante a fase de experimentação. Os alunos estão nomeados, nas análises, por números de 1 a 30.

As análises a posteriori foram realizadas através de seis categorias, que são: o perfil da turma; introdução e conceito de equação do 1º grau; princípios aditivo e multiplicativo para resolução de equação do 1º grau; o ensino eletrônico para equação do 1º grau; representação geométrica da equação do 1º grau; desempenho dos alunos com equações do 1º grau.

As categorias de análise 2, 3, 4 e 5 foram escolhidas pela divisão do conteúdo de equações do 1º grau implementada na experiência. As atividades desenvolvidas, com os alunos, tinham como objetivo:

- demonstrar a utilização das equações do 1º grau na resolução de problemas, a fim de que os alunos compreendessem a diferença entre uma identidade, uma equação e uma equação do 1º grau com duas variáveis;
- possibilitar, aos alunos que participaram do experimento, a compreensão dos princípios aditivo e multiplicativo na resolução algébrica de uma equação do 1º grau;
- que os alunos participantes do experimento representassem, corretamente e geometricamente as equações do 1º grau.

3.4.1 O perfil da turma

A turma com a qual foi realizado o experimento era constituída de 30 alunos, sendo 14 meninas e 16 meninos, entre 11 e 13 anos de idade. Dois alunos possuem 14 anos, um aluno 15 anos e um aluno 16 anos.

Vinte e quatro alunos participaram da foto de apresentação da turma, como mostra a figura 23.

Figura 23: turma de aplicação do experimento.

Essa turma caracterizou-se pelo interesse, dedicação e participação. Quando desempenhavam suas atividades, gostavam do trabalho em grupo, de trocar informações sobre os conteúdos em estudo, interessando-se, também, por leituras e jogos.

Dos 30 alunos da turma de 6ª série que participou do experimento, três estavam repetindo a 6ª série. Vinte alunos afirmaram que costumavam dedicar uma hora por semana ao estudo da Matemática, sete afirmaram estudar duas horas por semana, um afirmou estudar três horas por semana e dois não responderam se dedicavam horas a mais por semana para o estudo da disciplina.

Quatorze alunos afirmaram ter dificuldades para compreenderem os conteúdos de Matemática, quinze disseram que não é difícil entendê-los e um aluno não respondeu.

Em relação às aulas, de Matemática, onze alunos afirmaram que participam ou fazem questionamentos e dezenove disseram que somente observam as aulas.

Quatro alunos responderam que fazem aulas de reforço para melhorar o entendimento do conteúdo estudado. Também afirmaram que são auxiliados pelos pais ou participam das aulas de reforço oferecidas pela escola ou ainda aulas particulares. Desses alunos que têm aula de reforço, dois afirmaram ter uma hora de aula por semana e os outros dois, duas horas por semana.

Quando questionados sobre como esclarecem as dúvidas em relação ao conteúdo de Matemática, quinze alunos afirmaram que esclarecem as dúvidas com o professor, sete trocam idéias sobre o conteúdo com os colegas, três pesquisam sobre o conteúdo em estudos em casa e cinco disseram que esperam outras explicações, ou seja, uma revisão do conteúdo para esclarecer as dúvidas em sala de aula.

Em relação às avaliações, vinte alunos afirmaram que estudam sozinhos, cinco pedem ajuda aos pais e cinco não estudam para as avaliações, pois as explicações em aula são suficientes.

3.4.2 Introdução e conceito de equação do 1º grau

A atividade de introdução foi realizada com um texto sobre a evolução histórica da álgebra.

A compreensão do conceito de equação do 1º grau, diferenciação entre identidade, equação e equação do 1º grau com duas variáveis foi desenvolvida com a leitura do livro “Encontros do 1º grau”, a utilização do artigo de Groenwald (1999) sobre fluxogramas e a utilização da metodologia de resolução de problemas.

Na apresentação sobre equações do 1º grau, notava-se a preocupação em participar e entender o que estava sendo trabalhado. Para a representação matemática das situações-problema, os alunos discutiam as soluções. Alguns, inclusive, explicavam como deveria ser essa representação. Logo entenderam que as variáveis utilizadas poderiam ser representadas por quaisquer letras. Outros já queriam dar a resposta do problema, o valor que a variável estava assumindo.

Houve, no início, resistência por parte dos pais, para aquisição do livro “Encontros do 1º grau”. Após, os alunos relataram que os pais estavam encantados com a leitura e a forma de ser trabalhado o conteúdo e que alguns pais e até uma tia e uma avó também estavam lendo o livro.

Os alunos acharam muito interessante o trabalho com os fluxogramas, além de apreciarem a apresentação em PowerPoint. Adoraram quando puderam interagir uns com os outros na atividade sugerida para as duplas.

Dentre os 30 alunos da turma, seis começaram a apresentar charadas e problemas, porém apenas 2 alunos entregaram um fluxograma, que foi solicitado a todos para a aula posterior. O restante dos alunos não conseguiram criar os fluxogramas ou até mesmo, em alguns casos, não se dedicaram para a atividade.

O fluxograma apresentado pelos alunos 26 e 29 é o que se encontra na figura 24.

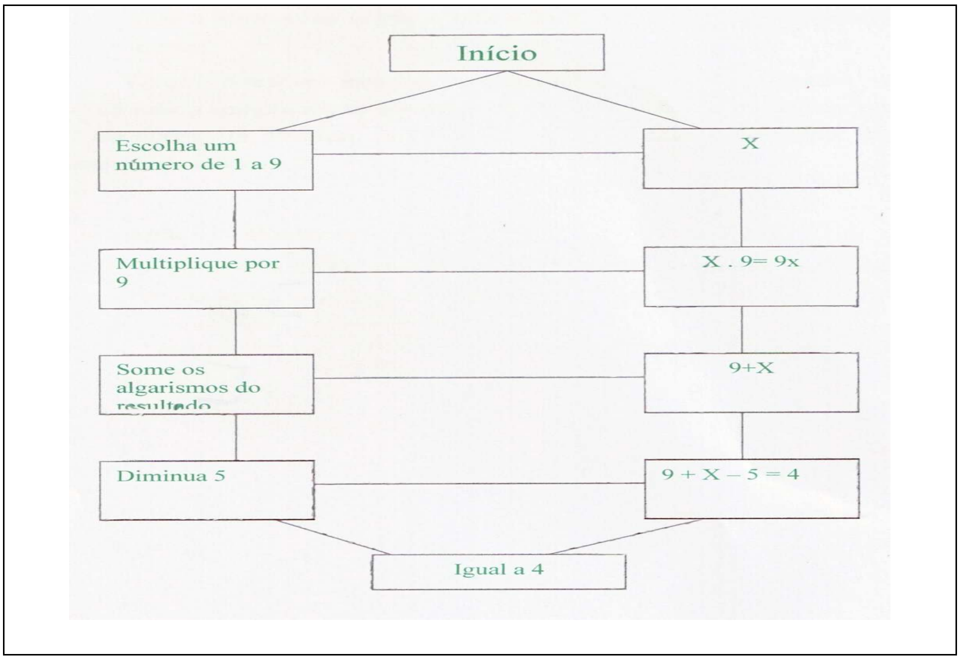


Figura 24: fluxograma desenvolvido por alunos.

Das atividades desenvolvidas, nessa etapa, seis alunos deixaram três questões em branco, doze não fizeram a questão sete, nove não realizaram a questão oito, seis não resolveram a questão seis, seis alunos erraram cinco ou mais questões e dois alunos não compareceram à aula.

O aluno 4 tentou resolver a questão 7 dessa atividade aritmeticamente, como mostra a figura 25.

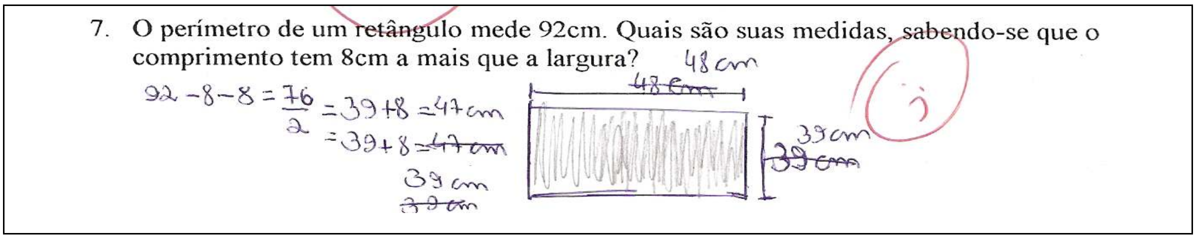
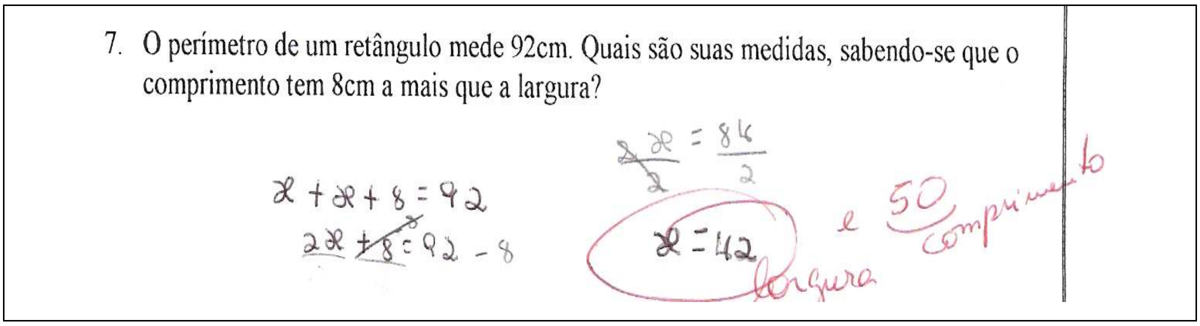


Figura 25: atividade resolvida aritmeticamente.

Porém, o aluno 6 apresentou sua resolução algebricamente, como mostra a figura 26.



7. O perímetro de um retângulo mede 92cm. Quais são suas medidas, sabendo-se que o comprimento tem 8cm a mais que a largura?

$x + x + 8 = 92$

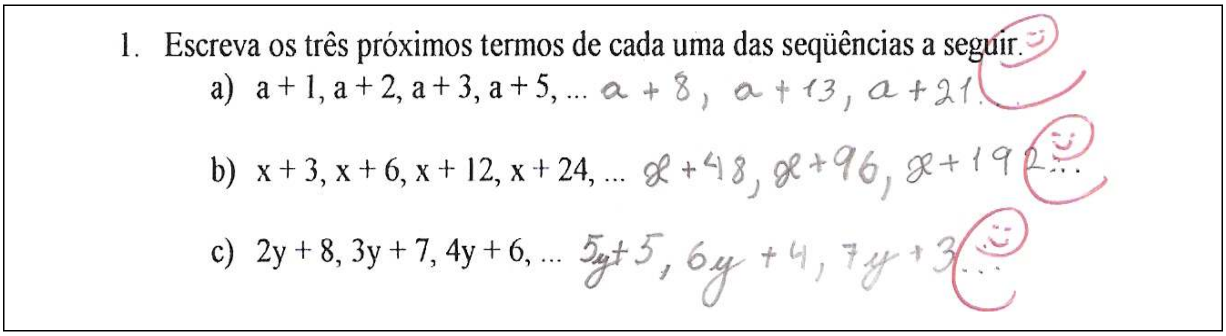
$2x + \cancel{8} = 92 - 8$

$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{84}{2}$

$x = 42$ largura e 50 comprimento

Figura 26: atividade resolvida algebricamente.

A maioria dos alunos compreenderam e resolveram corretamente a questão 1 da atividade de resolução de problemas da seqüência 8, como mostra a figura 27, desenvolvida pelo aluno 2.



1. Escreva os três próximos termos de cada uma das seqüências a seguir.

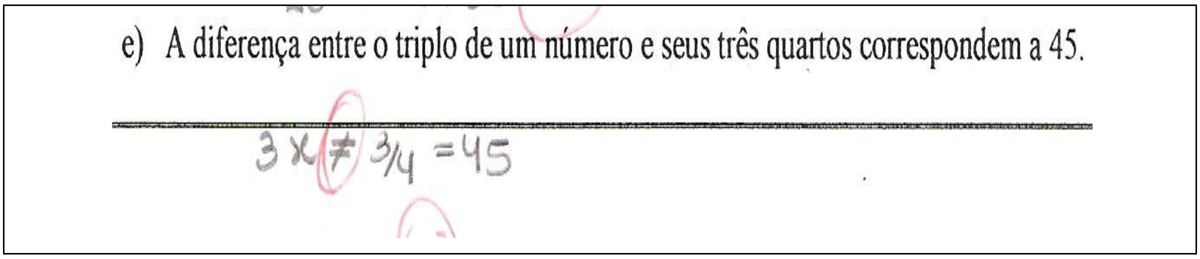
a) a + 1, a + 2, a + 3, a + 5, ... a + 8, a + 13, a + 21...

b) x + 3, x + 6, x + 12, x + 24, ... x + 48, x + 96, x + 192...

c) 2y + 8, 3y + 7, 4y + 6, ... 5y + 5, 6y + 4, 7y + 3...

Figura 27: atividade sobre seqüência algébrica.

Porém, os alunos em geral apresentaram bastante dificuldade em representar o último problema da atividade 2 dessa seqüência, devido ao termo "diferença", como mostra a figura 28, desenvolvida pelo aluno 19.

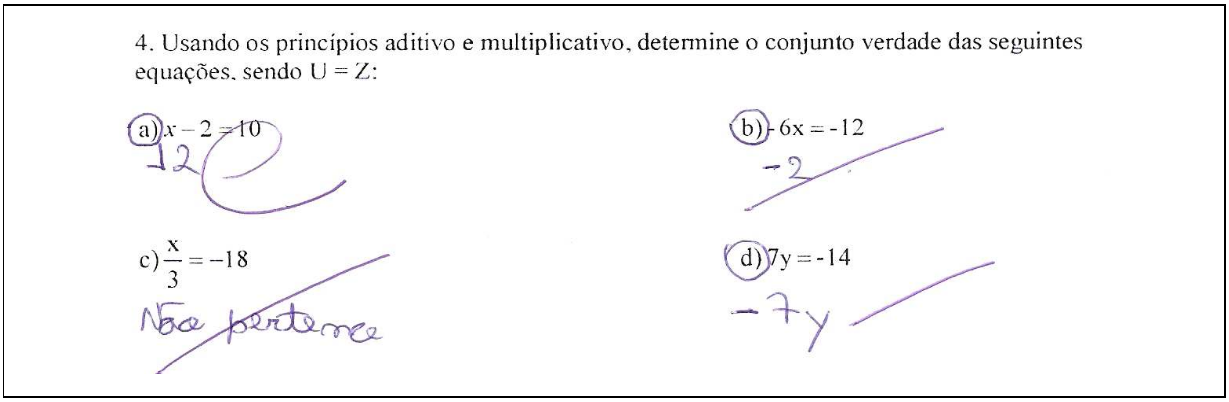


e) A diferença entre o triplo de um número e seus três quartos correspondem a 45.

$3x \neq 3/4 = 45$

Figura 28: atividade sobre representação em linguagem matemática.

A atividade desenvolvida na seqüência 9 possibilitou a verificação da necessidade que os alunos apresentaram de melhor compreender os princípios aditivo e multiplicativo por métodos práticos, ou seja, com auxilio de materiais concretos para melhor visualização desses princípios, como mostra a figura 29, desenvolvida pelo aluno 29 que, além de apresentar dificuldade na resolução das equações do 1º grau, também apresentou dificuldade em verificar o conjunto solução das equações trabalhadas.


4. Usando os princípios aditivo e multiplicativo, determine o conjunto verdade das seguintes equações, sendo U = Z:

a) $x - 2 = 10$
12

b) $-6x = -12$
-2

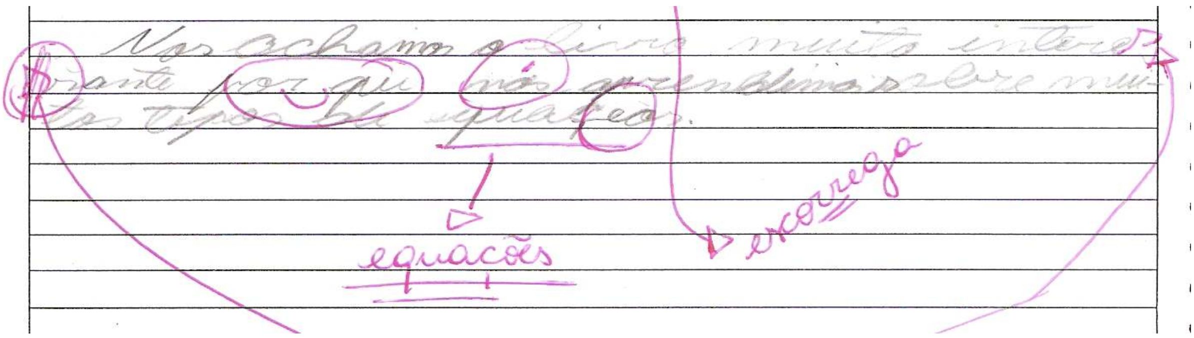
c) $\frac{x}{3} = -18$
Não pertence

d) $7y = -14$
$-7y$

Figura 29: atividade sobre equações do 1º grau.

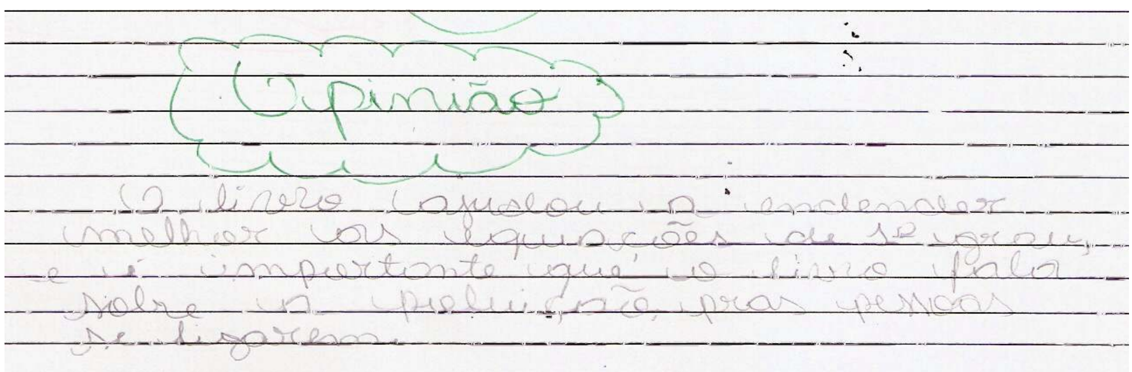
As redações desenvolvidas pelos alunos, sobre a leitura do livro da Luzia Faraco Ramos, possibilitaram um trabalho paralelo com a disciplina de Língua Portuguesa. Os alunos desenvolveram suas redações em duplas e deixaram, também, suas opiniões sobre a leitura desenvolvida, como mostra a figura 30.

Opinião dos alunos 2 e 24:


Nós achamos o livro muito interessante por que nós aprendemos sobre muitos tipos de equações.

equações

Opinião dos alunos 10 e 20:


Opinião

O livro ajudou a entender melhor as equações de 1º grau, e é importante que o livro fala sobre a religião para as pessoas se ligarem.

Figura 30: opinião dos alunos sobre a leitura do livro "Encontros do 1º grau".

Todas as atividades desenvolvidas nessas seqüências possibilitaram aos alunos a compreensão, interpretação e representação das equações do 1º grau para o estudo aplicado.

3.4.3 Princípios aditivo e multiplicativo para resolução de equação do 1º grau

A atividade para o entendimento dos princípios aditivo e multiplicativo foi desenvolvida a partir do jogo azul e vermelho, com base no projeto “Integração da Geometria e Álgebra do 1º grau”, desenvolvido por Groenwald et al (1987).

Nas atividades desenvolvidas sobre a aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo, os alunos apresentaram fácil entendimento, manuseando com rapidez e coerência o material concreto para a resolução das equações do 1º grau.

Dentre os 30 alunos, apenas cinco apresentaram dificuldades para resolução das equações, devido à falta de atenção durante as explicações e às faltas em aulas anteriores, o que ocasionou a não-compreensão do processo para utilização do material.

O aluno 14 apresentou dificuldade na resolução da equação do 1º grau, por não ter representado corretamente a equação com o material concreto, como mostra a figura 31.

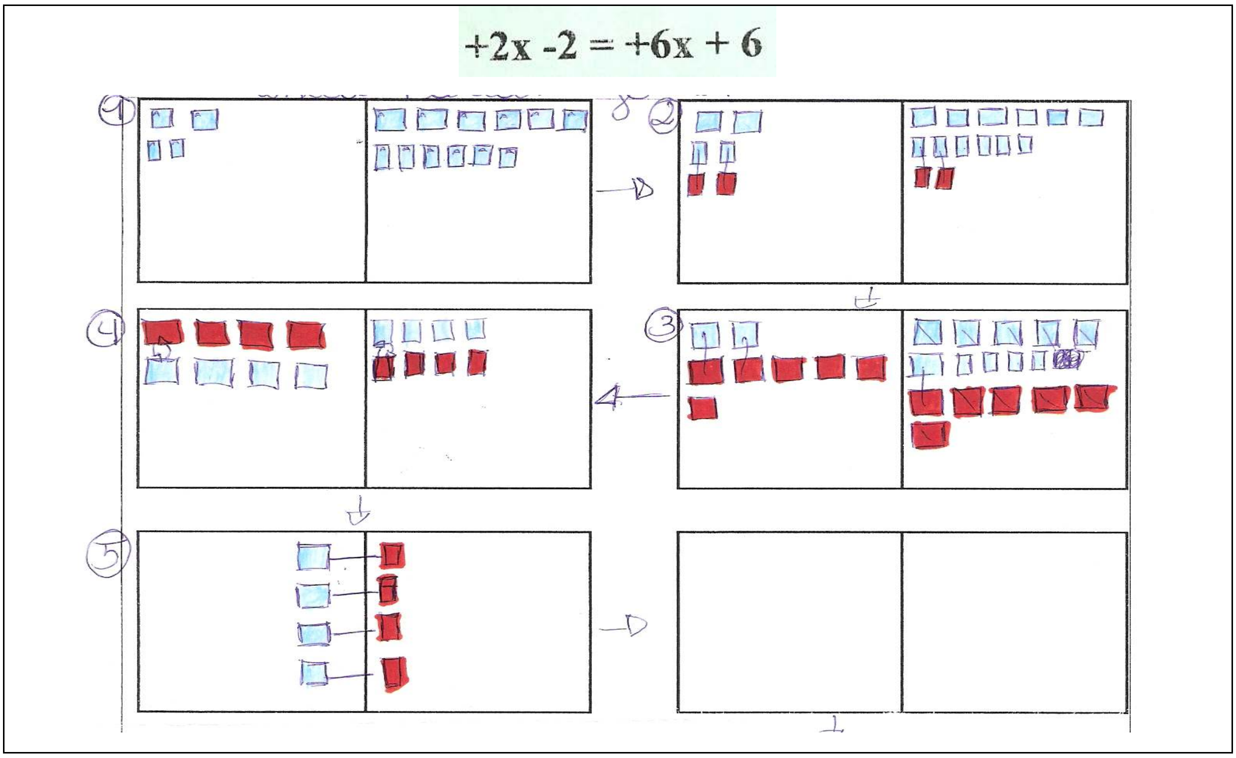
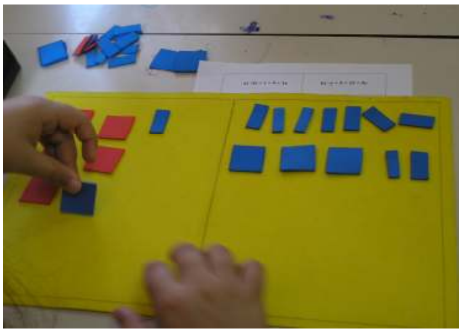


Figura 31: representação da equação do 1º grau.

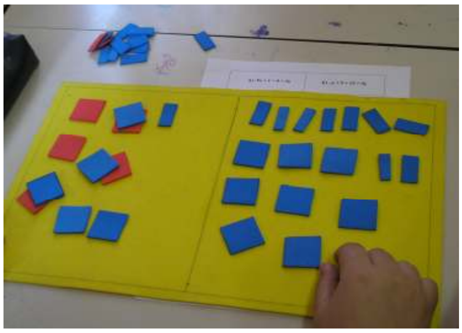
Os alunos desenvolveram as atividades sobre as equações do 1º grau com a utilização do material concreto, organizados em grupos, como mostra a seqüência de fotos da figura 32.

Trabalho em grupo sobre o desenvolvimento das equações de 1º grau.

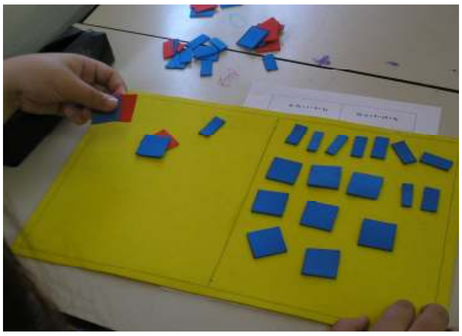
Representação da equação –
$5x + 1 = 9 + 3x$



Representação da equação
$-5x + 1 = 9 + 3x$



Representação do princípio aditivo da equação na variável "x"
$-5x + 5x + 1 = 9 + 3x + 5x$

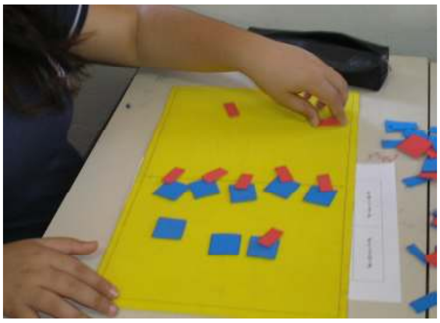


Representação do cancelamento da variável no 1º membro da equação
$1 = 9 + 8x$

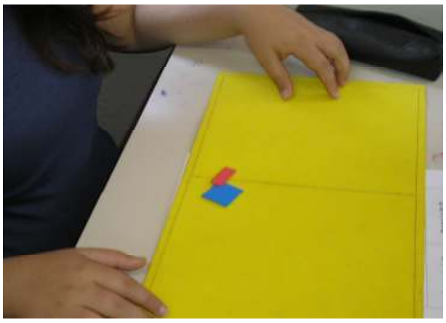
Representação do princípio aditivo da equação do coeficiente numérico
$1 - 9 = 9 - 9 + 8x$

Representação do cancelamento do coeficiente numérico no 2º membro da equação $1 - 9 = 9 - 9 + 8x$

Representação da equação com o coeficiente numérico(- 8) no 1º membro e a variável no 2º membro($8x$)



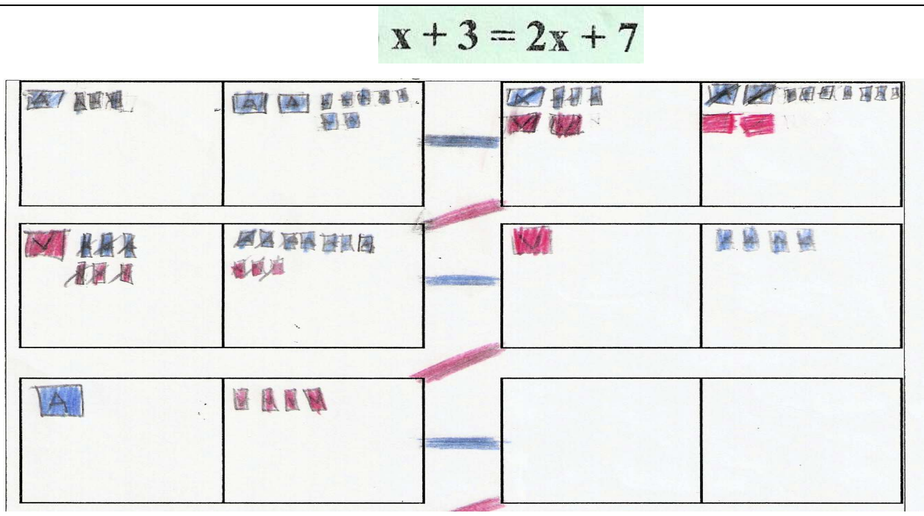
Representação do princípio multiplicativo da equação



Representação do valor da variável "x" $x = -1$

Figura 32: representação do trabalho em grupo com material concreto.

O aluno 16 demonstrou ter bom entendimento da atividade, tanto na representação com o material concreto como no cálculo algébrico da equação desenvolvida, como mostra a figura 33.



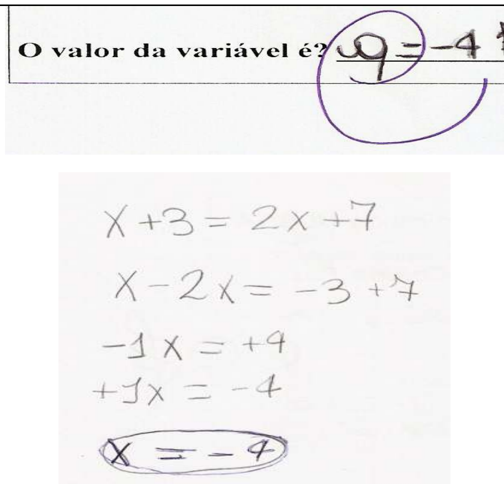


Figura 33: representação de equações algebricamente e com material concreto.

Com a utilização do material concreto, os alunos apresentaram facilidade em resolver equações do 1º grau, devido à visualização para o entendimento das mesmas e também ao resolverem, algebricamente, as equações do 1º grau sem o auxílio do material concreto.

Esse recurso mostrou ser muito bom para o trabalho na 6ª série do Ensino Fundamental, pois os alunos se motivam, prestam atenção às aulas e, com esse envolvimento, apresentam um bom desempenho nas atividades e na formalização do conteúdo.

3.4.4 O ensino eletrônico para equação do 1º grau

As atividades desenvolvidas com o *software “Equação”* do Sistema Educacional, disponível na escola de aplicação do experimento, auxiliaram aos alunos na compreensão e utilização prática dos princípios aditivo e multiplicativo na resolução de equações do 1º grau.

Também foi possível observar que eles passaram a ter maior compreensão das atividades e manuseavam com facilidade o *software*, chegando a trocar os componentes dos grupos para auxiliar aqueles que apresentavam alguma dificuldade. Até mesmo os alunos mais dispersos ou agitados interessaram-se pela atividade.

Os alunos 2 e 26 trocaram idéias ao resolverem as atividades selecionadas, como mostra a figura 34.

Figura 34: alunos desenvolvendo as equações do 1º grau no software.

Os alunos 4 e 29 desenvolveram as atividades juntos e trocaram informações sobre a atividade com os alunos 3, 9 e 15, que demonstraram ter bastante compreensão e facilidade em manusear as atividades no *software*, como mostra a figura 35.

Alunos trocando idéias sobre as equações do 1º grau no software.

Aluno desenvolvendo atividade sobre as equações do 1º grau no software.

Apresentação da atividade sobre as equações do 1º grau no software em desenvolvimento.

Figura 35: alunos desenvolvendo as equações do 1º grau no software em grupo.

As atividades desenvolvidas possibilitaram, além do trabalho em grupo, total participação e dedicação por parte dos alunos, além do esclarecimento de dúvidas que os alunos possuíam sobre as aplicações das equações do 1º grau.

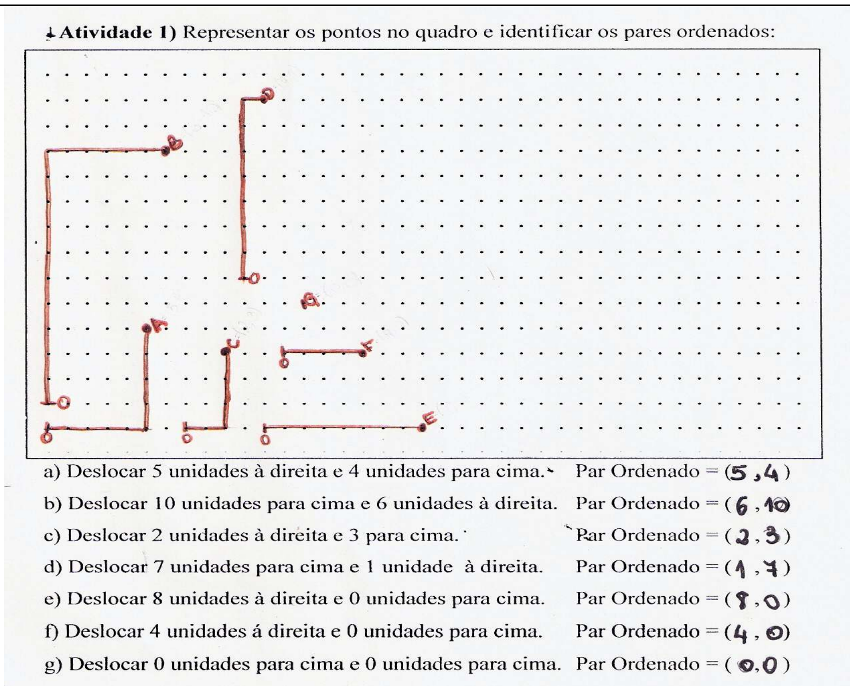
O uso do laboratório de informática da escola com a utilização do software para equações do 1º grau demonstrou ser muito positivo para a compreensão dos conteúdos.

3.4.5 Representação geométrica da equação do 1º grau

As atividades desenvolvidas na representação geométrica das equações do 1º grau foi dividida em duas etapas: a primeira foi a representação e a localização de pontos e figuras geométricas planas no plano cartesiano e a segunda foi representação geométrica das equações do 1º grau com duas incógnitas.

Essa atividade não despertou o interesse da maioria dos grupos. Dos 30 alunos divididos em sete grupos para a atividade, apenas três grupos se dedicaram integralmente às atividades, dois deixaram duas ou três questões sem fazer em cada etapa, um grupo deixou a maioria das questões em branco e um grupo resolveu apenas a primeira questão das atividades de cada etapa.

O grupo dos alunos 6, 12, 14 e 16 dedicou-se à realização das atividades, demonstrando interesse e compreensão das atividades, como mostra a figura 36:

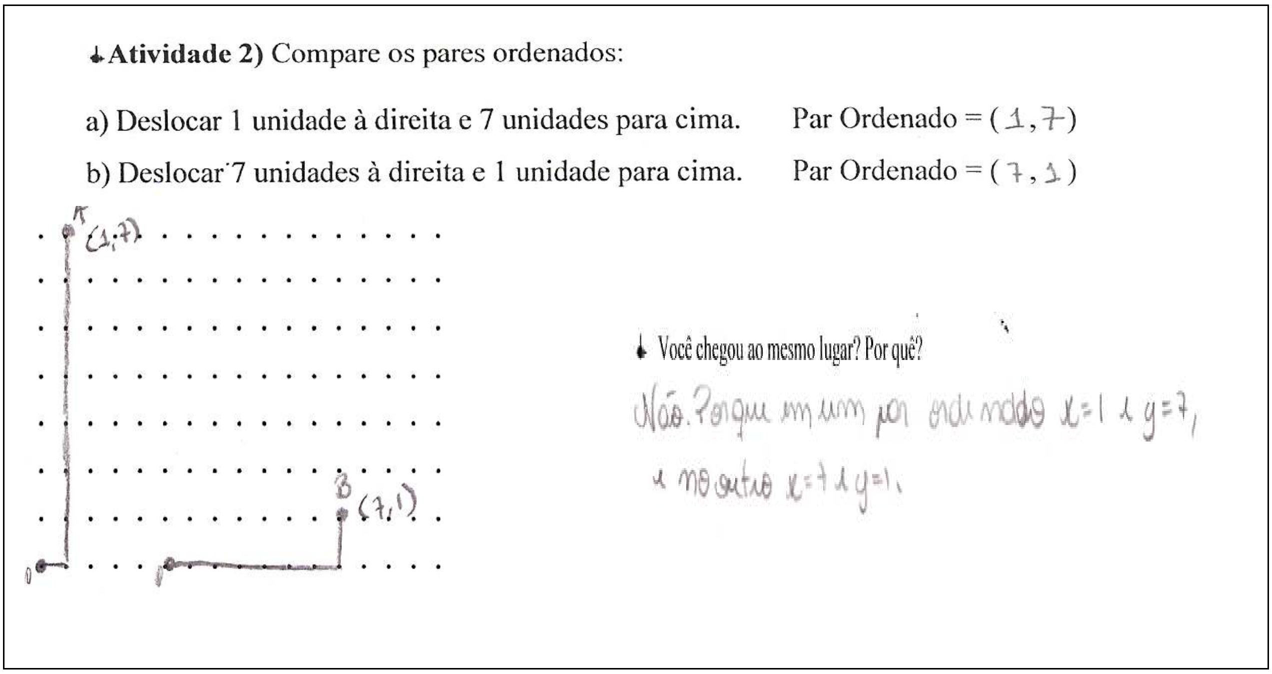


Atividade 1) Representar os pontos no quadro e identificar os pares ordenados:

a) Deslocar 5 unidades à direita e 4 unidades para cima. Par Ordenado = (5 , 4)
b) Deslocar 10 unidades para cima e 6 unidades à direita. Par Ordenado = (6 , 10)
c) Deslocar 2 unidades à direita e 3 para cima. Par Ordenado = (2 , 3)
d) Deslocar 7 unidades para cima e 1 unidade à direita. Par Ordenado = (1 , 7)
e) Deslocar 8 unidades à direita e 0 unidades para cima. Par Ordenado = (8 , 0)
f) Deslocar 4 unidades á direita e 0 unidades para cima. Par Ordenado = (4 , 0)
g) Deslocar 0 unidades para cima e 0 unidades para cima. Par Ordenado = (0 , 0)

Figura 36: atividade sobre representação geométrica das equações do 1º grau.

O grupo dos alunos 1, 10 e 21, além da compreensão do conteúdo, demonstrou entendimento do conteúdo, devido às suas conclusões, como mostra a figura 37.


Atividade 2) Compare os pares ordenados:

a) Deslocar 1 unidade à direita e 7 unidades para cima. Par Ordenado = (1, 7)

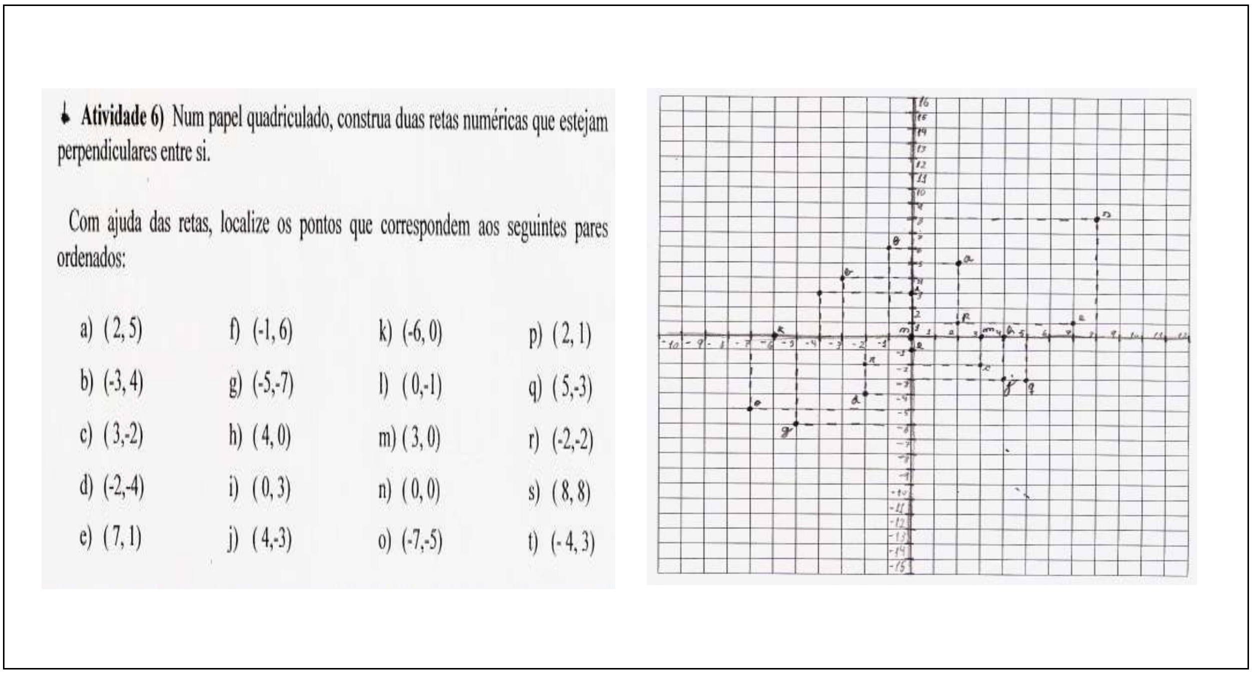
b) Deslocar 7 unidades à direita e 1 unidade para cima. Par Ordenado = (7, 1)

Você chegou ao mesmo lugar? Por quê?

Não. Porque em um par ordenado x=1 e y=7, e no outro x=7 e y=1.

Figura 37: atividade sobre representação geométrica das equações do 1º grau.

O grupo dos alunos 2, 4, 26 e 29 demonstrou interesse e determinação, bem como fácil entendimento na resolução das atividades, na primeira etapa das atividades sobre a representação geométrica das equações do 1º grau, como é apresentado na figura 38.


Atividade 6) Num papel quadriculado, construa duas retas numéricas que estejam perpendiculares entre si.

Com ajuda das retas, localize os pontos que correspondem aos seguintes pares ordenados:

a) (2, 5)	f) (-1, 6)	k) (-6, 0)	p) (2, 1)
b) (-3, 4)	g) (-5,-7)	l) (0,-1)	q) (5,-3)
c) (3,-2)	h) (4, 0)	m) (3, 0)	r) (-2,-2)
d) (-2,-4)	i) (0, 3)	n) (0, 0)	s) (8, 8)
e) (7, 1)	j) (4,-3)	o) (-7,-5)	t) (-4, 3)

Figura 38: atividade sobre representação geométrica das equações do 1º grau.

Um grupo preferiu utilizar papel quadriculado para representar as atividades, como mostra a figura 39, que apresenta o mesmo exercício do grupo demonstrado na figura 38.

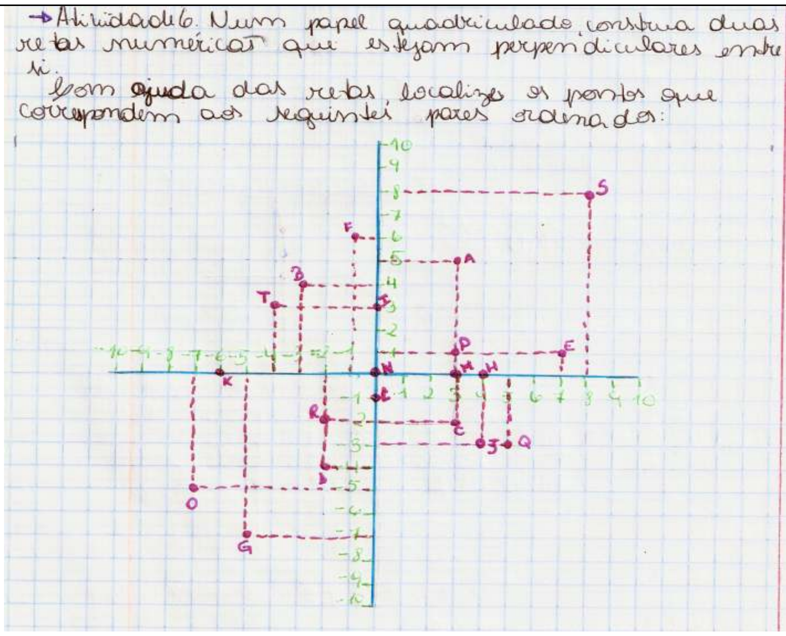


Figura 39: atividade sobre representação geométrica das equações do 1º grau.

O grupo dos alunos 2, 15 e 26 também demonstrou interesse e fácil entendimento na resolução das atividades que envolviam a representação gráfica das equações do 1º grau. Essa atividade foi desenvolvida na segunda etapa da representação geométrica das equações do 1º grau, como é apresentado na figura 40:

Atividade 6) Represente graficamente em um mesmo plano cartesiano o conjunto de equações:

$$a)\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x + 2 \\ y = 5x + 2 \end{cases}$$

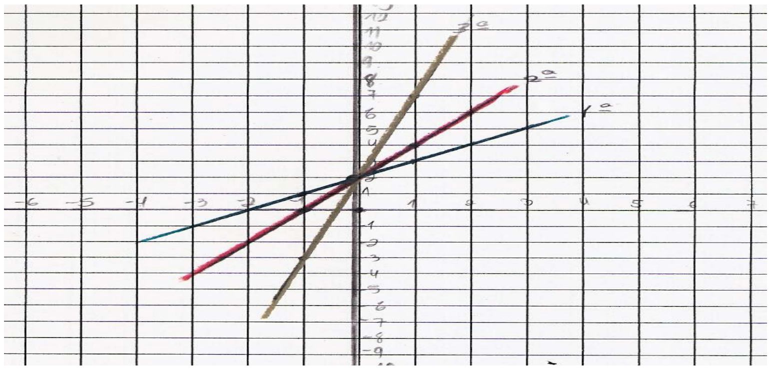


Figura 40: atividade sobre representação geométrica das equações do 1º grau.

As atividades desenvolvidas não despertaram a participação e dedicação de grande parte dos alunos da turma, porém, aqueles alunos que se dedicaram conseguiram atingir o resultado esperado sobre a representação geométrica das equações do 1º grau, visto que desempenharam com atenção e responsabilidade todas as tarefas sugeridas.

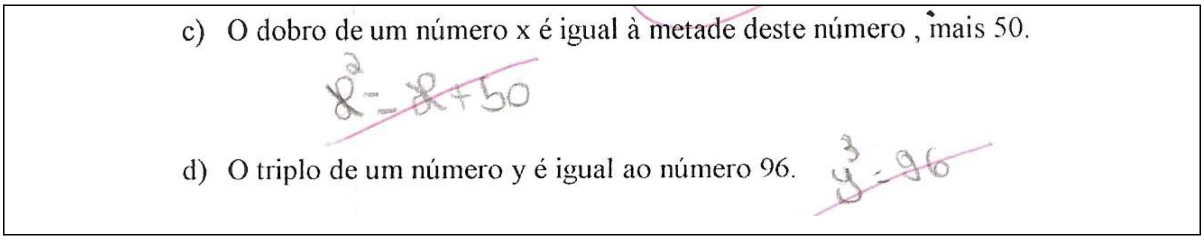
Avaliando-se a seqüência didática elaborada, em relação à falta de motivação para a realização das atividades, conclui-se que deveria estar no início da seqüência e não no final. Logo, a sugestão é que essas atividades sirvam para introduzir o estudo das equações do 1º grau.

3.4.6 Desempenho dos alunos com equações do 1º grau

O desempenho dos alunos foi analisado através de avaliações escritas e com o desenvolvimento das atividades solicitadas em sala de aula.

Das atividades desenvolvidas, alguns alunos ainda apresentavam algum tipo de dificuldade, no momento de interpretar as situações-problema, levando à não-resolução correta das equações. Demonstraram, também, algumas dificuldades na determinação do conjunto solução das equações do 1º grau.

Um dos erros apresentados, em pelo menos quatro avaliações, foi a representação matemática das equações, onde os alunos ainda confundiram o dobro de um número com o quadrado de um número ou o triplo com o cubo de um número, como é apresentado na questão 1 letras “c” e “d” da avaliação do aluno 25, conforme a figura 41.



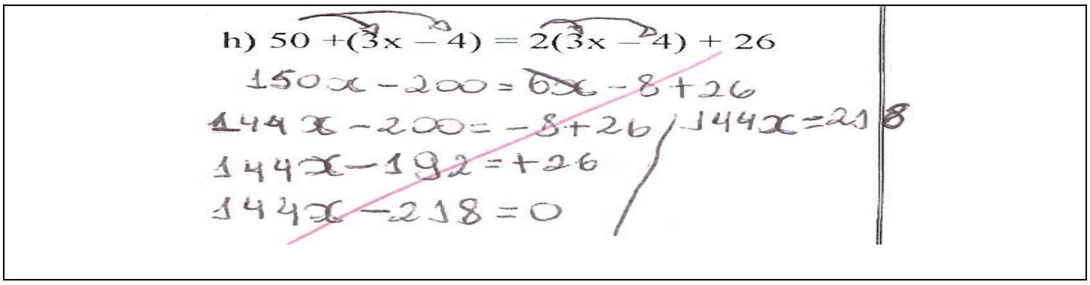
c) O dobro de um número x é igual à metade deste número , mais 50.

$$\cancel{x^2 = x + 50}$$

d) O triplo de um número y é igual ao número 96. $\cancel{y^3 = 96}$

Figura 41: questões da avaliação sobre equações do 1º grau.

O aluno 7 não desenvolveu corretamente as equações do 1º grau, por não aplicar os princípios aditivo e multiplicativo na resolução, como mostra a figura 42.

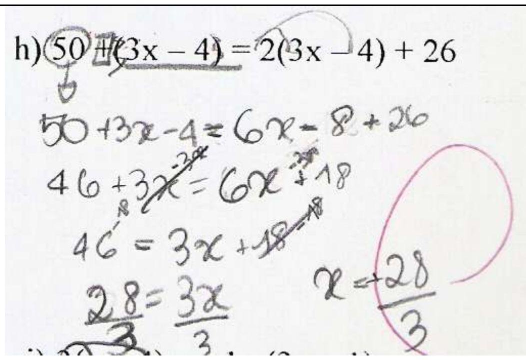


h) $50 + (3x - 4) = 2(3x - 4) + 26$

$$150x - 200 = 6x - 8 + 26$$
$$144x - 200 = -8 + 26 \quad 144x = 218$$
$$144x - 192 = +26$$
$$144x - 218 = 0$$

Figura 42: questões da avaliação sobre equações do 1º grau.

Já o aluno 16, além de organizar corretamente a equação, aplicou os princípios aditivo e multiplicativo para resolução da equação do 1º grau, como mostra a figura 43.



h) $50 + (3x - 4) = 2(3x - 4) + 26$

$$50 + 3x - 4 = 6x - 8 + 26$$
$$46 + 3x = 6x + 18$$
$$46 = 3x + 18$$
$$\frac{28}{3} = \frac{3x}{3} \quad x = \frac{28}{3}$$

Figura 43: questões da avaliação sobre equações do 1º grau.

Alguns alunos ainda desenvolveram as equações do 1º grau representando-as em desenho com o material concreto utilizado, como se vê na avaliação do aluno 1, conforme a figura 44.

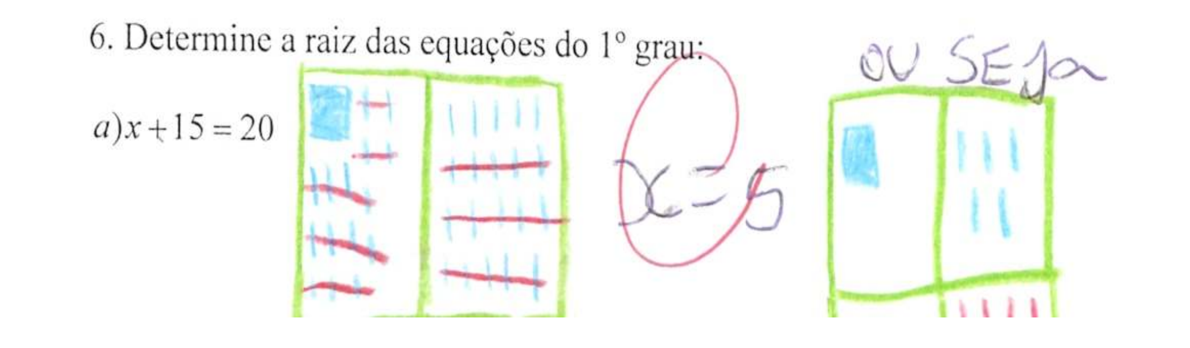
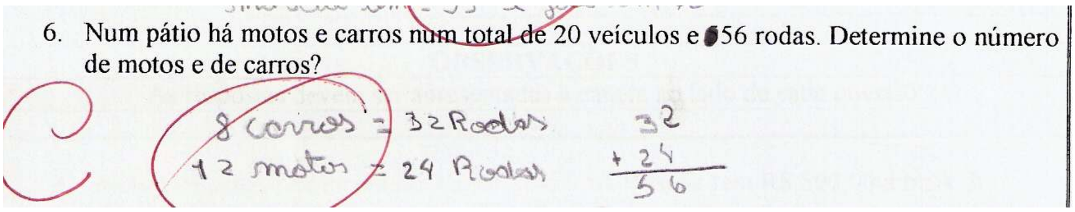


Figura 44: questões da avaliação sobre equações do 1º grau.

Outros alunos resolveram algumas questões por tentativas ou aritmeticamente, como apresentado na figura 45, desenvolvidas pelos alunos 3 e 23.

Questão desenvolvida pelo aluno 23:



Questão desenvolvida pelo aluno 23:

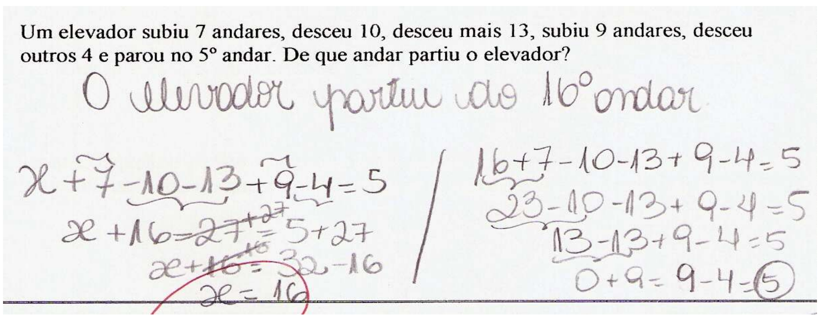
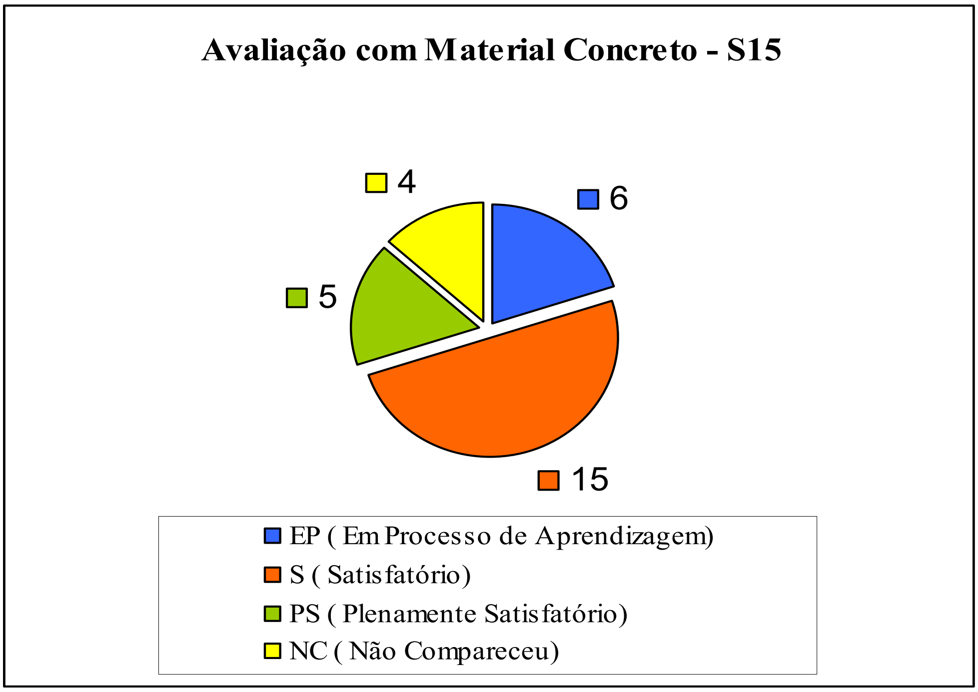


Figura 45: questões da avaliação sobre equações do 1º grau.

As atividades desenvolvidas possibilitaram avaliar a compreensão, os conceitos desenvolvidos e a forma como os alunos desenvolveram a resolução das equações do 1º grau.

Para melhor visualização e entendimento do processo evolutivo na aprendizagem dos alunos, em relação às equações de 1º grau, apresentam-se na figura 46 a seguir, gráficos representativos dos conceitos de avaliação dos alunos, participantes da experimentação.



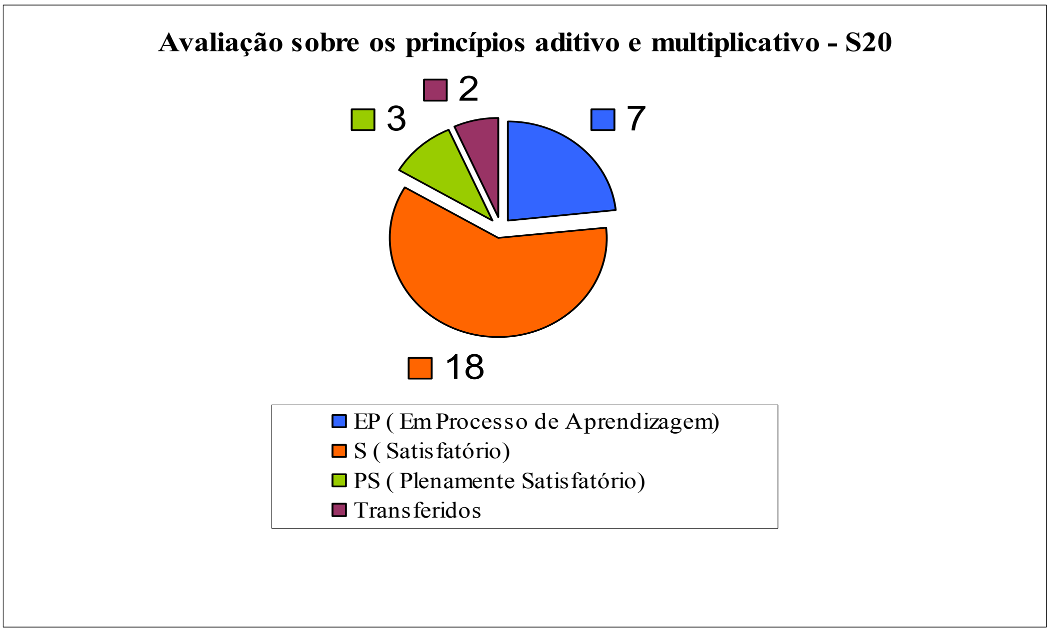


Figura 46: gráficos representativos das avaliações sobre equações do 1º grau.

Pode-se concluir, através das atividades desenvolvidas, que os alunos, interessaram-se pela maneira que foram ministradas as aulas, nesta seqüência didática. Através das representações gráficas, ficou evidente que mais de 50% da turma teve bom rendimento, compreensão e entendimento com relação ao conteúdo de equações de 1º grau.

Porém, também, pode-se verificar que certas atividades, não despertaram o interesse dos alunos, no caso da representação geométrica das equações de 1º grau, atribuiu-se para esse desinteresse o tempo prolongado das atividades e a aproximação do fim do ano letivo.

Verificou-se, então, que para um melhor aproveitamento da seqüência didática desenvolvida, com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, é necessário ter cuidado em não estender, em demasia, o conteúdo, pois para alguns alunos torna-se cansativo e desmotivante.

3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Constatou-se que, para um melhor e possível entendimento por parte dos alunos em relação às Equações de 1º Grau, estudo desenvolvido em turmas de 6ª série do Ensino Fundamental, é necessário que se desenvolva uma seqüência didática que possibilite aos alunos a utilização de recursos que facilitem o entendimento do conteúdo de equações de 1º Grau. Para o desenvolvimento bem sucedido de uma seqüência didática, é de fundamental importância o uso de uma metodologia construtivista, que privilegie a ação do aluno, tornando-o criativo e descobridor, na busca constante da construção da autonomia. Nesse momento, o professor passa a ser um mediador do processo e não um ditador de aulas, o que lhe confere o papel explícito de provocar avanços nos alunos. Assim, o professor é visto como agente organizador do ensino e aprendizagem do aluno.

Constatou-se, também, que se deve ter cuidado na escolha e utilização de um livro didático, pois esse deverá conter todos os critérios para se desenvolver uma metodologia adequada.

O livro didático tem importância fundamental para o ensino e aprendizagem da Matemática, devendo ser considerado como um recurso didático a mais à disposição do professor, para a transmissão do conhecimento no sentido mais amplo do saber, ou seja, tanto o conhecimento “declarativo” quanto o “procedimental”: saber e saber fazer.

Um livro didático, para a disciplina de Matemática no Ensino Fundamental, deve apresentar exercícios diversificados, os quais devolvam habilidades lógicas na resolução de situações-problema, com o intuito de despertar no aluno um raciocínio rápido para resolver problemas do cotidiano. Tanto os conteúdos, como os exercícios e as explicações são necessários para pesquisa dos alunos, pois facilitam o ensino e aprendizagem do mesmo, visto que também os pais podem auxiliar seus filhos nos conteúdos em estudo.

Segundo Dante:

> "O livro didático deve ser visto como mais um (e não o único) importante auxiliar do professor que busca ensinar Matemática de modo mais significativo para o aluno, com assuntos da vivência dele, desenvolvendo conceitos com compreensão e situações-problema interessantes, contextualizadas e/ou interdisciplinares".(2004, p.6).

Contudo, para Spinelli e Souza (2007), em primeiro lugar, o livro didático, para auxiliar na tarefa de construção da aprendizagem dos conceitos matemáticos pelos alunos, deve ser utilizado intercaladamente com outros recursos. Além disso, o professor deve sentir-se seguro e concordar com a proposta pedagógica do livro e com sua seqüência de conteúdos e atividades.

Em segundo lugar, os autores destacam quais as condições que precisam ser concebidas, para ter um material didático adequado para aprendizagem dos alunos:

- os conteúdos devem ser perfeitamente adequados à experiência de vida e à capacidade cognitiva dos alunos;
- as atividades devem contextualizar, ao máximo, os conteúdos matemáticos dentro da atualidade e sociabilidade dos estudantes, enfatizando a resolução de problemas relacionados a esse contexto;
- as atividades devem permitir discussão e estimular as situações de grupos, a fim de que seja exercitada a capacidade de argumentação e de crítica dos alunos;
- o material não pode estimular excessivamente o formalismo matemático, além do que é necessário para a formação de alguns modelos básicos;

- devem predominar problemas e desafios, em detrimento de exercícios repetitivos;
- sempre que possível, o conteúdo deve localizar historicamente o conceito estudado;
- o material deve conter atividades que permitam, ou até exijam, o uso de equipamentos e de tecnologia auxiliar, como calculadoras, vídeos e computadores;
- o livro deve exigir que determinadas atividades sejam realizadas com material adequado, como por exemplo, compasso, régua, esquadro, calculadora etc;
- é preciso estimular o uso e a consulta de jornais, revistas, embalagens de produtos de consumo, material de publicidade, entre outros;
- os jogos e atividades lúdicas precisam ter destaque especial em qualquer material didático de Matemática, uma vez que promovem a competição sadia e a socialização, além de recuperarem procedimentos de raciocínio;
- as atividades devem dar prioridade a aspectos que permitam ao estudante, de imediato, compreender e analisar melhor os elementos de sua realidade de vida, como por exemplo construção e interpretação de gráficos;
- por último, um livro didático de Matemática, dentro do contexto atual, não pode ser neutro em relação a questões que marcam e maculam o início do século XXI. O aluno precisa saber que a Matemática é um elemento importante para que ele compreenda essa realidade e atue para transformá-la, cumprindo, assim, o seu papel de cidadão.

É importante que, independente do conteúdo estudado, ocorra a pesquisa sobre a parte histórica, para que o aluno possa relacionar o conteúdo com sua evolução na história, o que poderá auxiliar na sua contextualização e buscar subsídios para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo a ser assimilado.

Outros recursos como a utilização de livro paradidático, “Encontros de primeiro grau” e a utilização de um software permitiram aos alunos concluírem e construírem seus conceitos em relação às Equações do 1º Grau.

Foi muito enriquecedor para o desenvolvimento cognitivo dos alunos a aceitação por parte dos pais da utilização do livro paradidático “Encontros de primeiro grau”, visto que houve vários relatos por parte dos alunos, sobre o interesse que os pais demonstraram, também, pela leitura do livro.

CONCLUSÃO

Constatou-se que uma seqüência didática que possibilite aos alunos a utilização de recursos que facilitem o entendimento do conteúdo de equações de 1º Grau, que privilegiem a ação do aluno e o professor agindo como um mediador, dentro dos princípios construtivistas de ensino, possibilitam uma compreensão adequada dos conceitos.

Nessa investigação o desenvolvimento da seqüência didática com os alunos, permitiu que os mesmos utilizassem adequadamente os princípios aditivo e multiplicativo na resolução de equações do 1º grau.

Uma recomendação importante é a escolha e utilização do livro didático, esse deverá conter todos os critérios para se desenvolver uma metodologia adequada privilegiando a compreensão dos conceitos, princípios de equações do 1º grau, bem como, que privilegie a utilização da metodologia de resolução de problemas.

É importante que, independente do conteúdo estudado, se faça presente nas aulas de Matemática a parte histórica, para que o aluno possa relacionar o conteúdo com sua evolução histórica, auxiliando-o na sua contextualização. No experimento ficou evidente que os alunos interessaram-se pela história das equações 1º grau.

Outros recursos como a utilização de livros para-didáticos e a utilização de *softwares* educativos permitem ao aluno concluir e construir seus conceitos em relação às equações de 1º Grau, motivando-os ao estudo e permitindo que permaneçam interessados durante as aulas.

A atividade que mais interessou aos alunos, na seqüência didática utilizada, foi o jogo do “azul e vermelho”, demonstrando que o lúdico no ensino da Matemática para alunos da 6ª série é importante e motiva para o estudo, além do mais a concentração nas atividades possibilita uma reflexão sobre os conceitos a serem desenvolvidos, levando a compreensão com mais facilidade.

O uso de uma seqüência didática, com recursos instrucionais adequados, permite ao professor o desenvolvimento de aulas mais eficientes no conteúdo de equações do 1º grau.

Os recursos instrucionais utilizados na experimentação foram: utilização da história das equações, uso da metodologia resolução de problemas, o lúdico com o jogo azul e vermelho, livro paradidático “Encontros de 1º grau”, uso do computador com o *software do sistema de educacional de ensino*, seqüência de atividades para representação geométrica da equação do 1º grau.

O desenvolvimento de atividades didáticas, utilizando vários recursos, organizando o pensamento do aluno para a construção dos conceitos e com a formalização dos mesmos no final das atividades, possibilita ao professor desenvolver o papel de mediador da aprendizagem e possibilita ao aluno um papel ativo responsável pela sua aprendizagem.

A metodologia Engenharia Didática, utilizada nessa investigação, possibilitou tanto para o professor/pesquisador, como para o aluno objeto da investigação, a organização e compreensão do conteúdo em desenvolvimento, bem como a construção de conceitos. Essa metodologia facilitou ao professor organizar sua seqüência didática utilizando recursos já existentes, propiciando também ao aluno a motivação e despertando o interesse pelo conhecimento matemático. O professor ainda torna-se além de mediador, um organizador de conhecimentos metodológicos, conseguindo com facilidade visualizar os passos para desenvolver com clareza os recursos necessários para a utilização adequada de uma seqüência de ensino.

O aluno passa a ter uma referência metodológica de aprendizagem, a qual o leva a compreender os critérios necessários para aprimorar seu conhecimento, deixando de ser um ouvinte ou mero espectador e passa a ser integralmente participativo.

A Engenharia Didática, na atualidade, é uma metodologia mais adequada no ensino-aprendizagem da matemática, tanto para o aluno, como para o professor, pois motiva, desperta e privilegia a compreensão e organização de uma seqüência de ensino.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michele et al. **Un Esquema para la Investigación y la Innovación en la Ensenãnza y el Aprendizaje de las Matemáticas. En Educación Matemática.** México: Grupo editorial Iberoamérica, 1996.

BARBERÀ, Elena et al. **O Construtivismo na prática**. Porto Alegre: ARTMED, 2004.

BROOKS, Jaqueline Grennom; BROOKS, Martim Grennom. **Construtivismo em sala de aula**, Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

CANTORAL, Ricardo et al. **Desarrollo del pensamiento matemático**. México, Trillas: ITESM, Universidade Virtual, 2003.

CARRAHER, T.N. **Aprendendo pensando**. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 1986.

CARRETERO, Mario. **Construtivismo e Educação**. Porto Alegre: ARTMED, 1997.

CARVALHO, D.L. **Metodologia do ensino da matemática**. 2.ed. São Paulo: Cortez. 1991.

CHIAROTTINO, A.R. **Psicologia e epistemologia genética de Jean Piaget**. São Paulo: Ática, 1988.

COLL,César.et al. **Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação**. Porto Alegre: Artmed,1996.

COLL,César.et al. **Os Conteúdos na Reforma**. Porto Alegre: Artmed,1998.

COLL, César et al. **O Construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 2002.

DANTE, L. R. **Algumas reflexões sobre educação matemática.Temas & Debates** – SBEM, 3, 43 – 50, 1991

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2004.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. 7.ed. São Paulo: Autores Associados, 2005.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática.** 3.ed. Campinas: Unicamp, 2002.

FOSNOT, Catherine Twomey. **Construtivismo: teorias, perspectivas e prática pedagógica**. Porto Alegre: Artmed,1998.

HUETE, Juan Carlos Sánchez; BRAVO, José A. Fernández. **O Ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

GODINO, J. Díaz et al. **Didática de la Matemática**. Madrid: SÍNTESIS, 1991.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **Educação Matemática de 5ª à 8ª séries do 1º grau: Uma Abordagem Construtivista**. Salamanca: UPS,1997. Tese de Doutorado, Faculdade de Ciências da Educação, Pontifícia Universidade de Salamanca, 1997.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico**. Educação Matemática em Revista–RS. No 1, Jan/Jun de 1999, Ano 1, 23-30.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira, **Silva**, Carmen Kaiber da, **Mora**, Castor Davi. **Perspectivas em Educação Matemática**. ACTA Scientiae. Canoas, v.6, nº 1, jan/jun, 37-55.2004

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira et al. **"Integração da Geometria e Álgebra do 1º grau".** Canoas: ULBRA,1987.

GROSSI, Esther Pillar. **Um novo paradigma sobre aprendizagem. Paixão de Aprender**. Junho, 1992, no 3, 3-7.

GROSSI, Esther. **Aspectos pedagógicos do construtivismo pós-piagetiano**. In: E. P. Grossi. & J. Bordin. (orgs). Construtivismo Pós-Piagetiano. Petrópolis: Vozes, 1993.

KAMII, C. **Reinventando a aritmética – implicações da teoria de Piaget**. Campinas: Papirus, 1988.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática: uma introdução**. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A. e VALDÉS, Juan E. Nápoles, **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: As abordagens do processo.** São Paulo: EPU, 1986.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática – Uma análise da influência francesa**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PIAGET, J. **A Construção do real na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

PIAGET, J. **Problemas de psicologia genética**. Rio de Janeiro: Forense, 1973.

PIAGET, J. **A tomada de consciência**. São Paulo: Melhoramentos, 1977.

POLITY, Elizabeth. **Dificuldade de ensinagem: que história é essa?**. São Paulo: Vetor, 2002.

PORLAN, Rafael. **Construtivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza e aprendizaje basado en la nvestigación.** Sevilla: Diada, 1993.

PORLAN, Rafael. **Construtivismo y escuela**. 5.ed, Sevilla: Diada, 1998.

BRASIL, SECRETARIA DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

RAMOS, Luzia Faraco. **Encontros de Primeiro Grau**. 7.ed. São Paulo: Ática, 2004.

SPENCER, Pulanski M.A. **Compreendendo Piaget – Uma introdução ao desenvolvimento, cognitivo da criança**. Rio de Janeiro: Guanabara, 1986.

SPINELLI, Walter; SOUZA, Maria Helena Soares de. **Matemática: livro do professor**. 2.ed. São Paulo: Ática, 2007.

SOCAS, Martin Manuel et al. **Diseño de cubierta: JV Diseño gráfico**. Madri: Editorial Síntesis, S.A., 1996.

APÊNDICES

APÊNDICE A

<u>Questionário sobre o Perfil do Professor</u>

1. Nome do(a) professor(a):
2. Escola que atua:
3. Habilitação:
4. Universidade e ano de conclusão:
5. Especialização:
6. Anos de magistério:
7. Anos que trabalha no estado:
8. Horas que trabalha por semana:
9. Séries que trabalha:
10. Quantos anos da aula com 6ª séries?
11. O planejamento faz parte de sua prática pedagógica?

12. Quais as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à disciplina?

13. No transcorrer do processo de ensino consegues a participação e o comprometimento dos alunos frente suas aprendizagens?

14. Quais os critérios que determinam a sua prática pedagógica?

15. Qual o livro utilizado na disciplina?

16. Quais os procedimentos para avaliar os alunos?

17. Quais as atividades extraclasse que seus alunos desenvolvem?

APÊNDICE B: CD